14
19-K
4

6
710
15

14-19. K. 4

R. P. CLAUDII FRANCISCI

MILLIET DECHALES

CAMBERIENSIS

E' SOCIETATE JESU

CURSUS

SEU

MUNDUS MATHEMATICUS

TOMUS SECUNDUS

COMPLECTENS GEOMETRIAM PRACTICAM, MECHANICAM, Staticam, Geographiam, Tractat. de Magnete, Architectonicam civilem, Artem Tignariam, & Tractat. de Lapidum ſectione.

Editio altera ex Manuſcriptis Authoris aucta & emendata, operâ & ſtudio R. P. AMATI VARCIN ejuſdem Societatis.



LUGDUNI,

Apud ANISSONIOS, JOAN. POSUEL & CLAUD. RIGAUD.

M. DC. LXXXX.

CUM PRIVILEGIO REGIS.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

INDEX
TRACTATUUM, LIBRORUM, & Propoſitionum, quæ in Tomo ſecundo continentur.

TRACTATUS VII. GEOMETRIA PRACTICA.

LIBER PRIMUS.

Menſura linearum rectarum.

PROP. I. *Lineam acceſſibilem metiri.* 3
2. *Principium univerſale metiendarum linearum. Triangula æquiangula habent latera æqualibus angulis oppoſita proportionalia.* 4
3. *Scalam componere.* ibid.
4. *Quadrantem circuli angulum quotcumque graduum conſtituere, & in chartâ conſtitutum metiri.* 5
5. *Cognito uno trianguli latere, duobuſque eius angulis, reliqua duo latera invenire.* 6
6. *Cognitis duobus trianguli lateribus, & uno eius angulo, reliquum latus, cæteroſque angulos invenire.* ibid.
7. *Datis tribus trianguli lateribus angulorum quantitatem invenire.* 7
8. *De ſemicirculo.* ibid.
9. *De ſquadrâ, ſeu Gnomone.* ibid.
10. *De circino proportionali.* 8
11. *De cruce geometricâ.* ibid.
12. *De regulâ & pixide magneticâ.* 9
13. *De quadrato geometrico.* ibid.
14. *De aſſerculo.* ibid.
15. *Angulum in ſolo efformatum, in chartam transferre.* 10
16. *Ad lineam in ſolo notatam, ex puncto in eâ dato perpendicularem ducere.* ibid.
17. *Ad lineam in ſolo notatam, ex puncto extra eam poſito perpendicularem ducere.* 11
18. *Lineam horizontalem, in uno tantum extremo acceſſibilem, metiri.* ibid.
19. *Alia praxis metiendæ lineæ horizontalis in uno tantum puncto acceſſibilis.* 12
20. *Tertia praxis metiendæ lineæ horizontalis in uno tantum extremo acceſſibilis.* ibid.
21. *Quarta praxis metiendæ lineæ horizontalis in uno tantum extremo acceſſibilis.* 13
22. *Quinta praxis metiendæ lineæ horizontalis ſecundum quid acceſſibilis.* ibid.
23. *Sexta praxis metiendæ lineæ horizontalis ſecundum quid acceſſibilis.* ibid.
24. *Metiri lineam horizontalem omnino inacceſſam.* 14
25. *Secunda praxis metiendæ lineæ horizontalis omnino inacceſſæ.* ibid.
26. *Tertius modus metiendæ lineæ omnino inacceſſæ.* 15
27. *Quartus modus metiendæ lineæ omnino inacceſſæ.* ibid.
28. *Quintus modus metiendæ lineæ omnino inacceſſibilis.* ibid.
29. *Altitudinem verticalem acceſſibilem ſecundum planum horizontale metiri.* ibid.
30. *Secundus modus metiendi altitudinem acceſſibilem.* 16
31. *Tertius modus metiendæ altitudinis acceſſibilis.* ibid.
32. *Quadrante circuli, & ſquadrâ altitudinem acceſſibilem metiri.* 17
33. *Ex umbrâ altitudinem acceſſibilem metiri.* ibid.
34. *Primus modus metiendæ altitudinis acceſſibilis cui ſubeſt planum inclinatum.* ibid.
35. *Secundus modus metiendæ altitudinis acceſſibilis cui ſubeſt planum inclinatum.* ibid.
36. *Tertius modus metiendæ altitudinis acceſſibilis cui ſubeſt planum inclinatum.* 18
37. *Quartus modus metiendæ altitudinis acceſſibilis cui ſubeſt planum inclinatum.* ibid.
38. *Altitudinem omnino inacceſſam metiri.* ibid.
39. *Secundus modus metiendæ altitudinem inacceſſam.* 19
40. *Tertius modus metiendæ altitudinis inacceſſibilis.* ibid.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Index Tractatuum

41. *Quartus modus metiendæ altitudinis inacceſſibilis.* 10
42. *Quamcumque lineam omnino inacceſſibilem metiri.* ibid.
43. *Lineam horizontalem ex altitudine notâ inveſtigare.* 21
44. *Lineas horizontales ſub montibus latentes cultellatione metiri.* ibid.
45. *An in venditione agrorum declivium, inclinationis ſit habenda ratio.* ibid.
46. *Varii modi metiendi lineas ſecundum quid acceſſibiles, ex Gemma Friſio.* 22
47. *Profunditatem metiri.* ibid.
48. *Cato ixicè lineas metiri.* ibid.
49. *Quamcumque lineam ſub montibus latentem metiri.* ibid.
50. *Lineam ſub montibus latentem per diverſa plana metiri.* 23
51. *Cuniculum ſubterraneum ita metiri, ut punctum reſpondens perpendiculariter eius capiti feris aſſignetur.* 24
52. *Quantum erroris, in altitudinum menſuris telluris rotunditas inducat, determinare.* ibid.
53. *Nubium à terra diſtantiam metiri.* 25

GEOMETRIÆ PRACTICÆ

LIBER II.

Planometria ſeu dimenſio ſuperficierum.

PROP. I. *Area rectanguli aqualis eſt producto ex multiplicatione unius lateris per aliud.* 26
2. *Area rectanguli per unum latus diviſa, dat aliud latus.* ibid.
3. *Omnes figuræ ad rectangulum revocentur.* 27
4. *Rectangulum triangulo iſoperimetrum ſuper dimidiata eius baſi deſcriptum, eo majus eſt.* ibid.
5. *Rectangulorum iſoperimetrorum, illud maius eſt quod latera magis habet aqualia.* ibid.
6. *Iſoperimetrorum triangulorum ſuper eadem baſi deſcriptorum, quod iſoſceles eſt, majus eſt.* 28
7. *Area cujuſlibet trianguli aqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub dimidiatâ baſi & ſub perpendiculari ducta ab angulo ad baſin.* ibid.
8. *Area polygoni regularis aqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemiambitu & ſub perpendiculari ducta à centro ad latus unum.* ibid.
9. *Iſoperimetrarum figurarum regularium que plura habet latera, major eſt.* 29
10. *Area trianguli rectanguli aqualis eſt dimidio rectangulo ſub cruribus comprehenſo.* ibid.
11. *Trianguli rectanguli iſoſcelis area aqualis eſt quadrato dimidia baſis, vel quarta parti quadrati baſis, vel dimidio quadrato cujuſlibet cruris.* 30
12. *In omni triangulo ut ſinus totus ad ſinum cujuſcumque anguli; ita rectangulum ſub lateribus talem angulum comprehendentibus ad duplum trianguli.* ibid.
13. *Cognitis duobus trianguli lateribus & angulo ab ipſis comprehenſo, eius aream inveſtigare.* ibid.
14. *Cognito uno latere cum angulis duobus trianguli, eius aream inveſtigare.* ibid.
15. *Cognitis tribus trianguli lateribus, aream inveſtigare.* 31
16. *Parallelogrammorum aream metiri.* ibid.
17. *Alius modus metiendorum parallelogrammorum obliquangulorum.* ibid.
18. *Trapezii quod duo latera parallela habeat, aream inveſtigare.* 32
19. *Trapezii cujuſcumque aream inveſtigare.* ibid.
20. *Cujuſlibet polygoni aream inveſtigare.* ibid.
21. *Secundus modus metiendorum polygonorum irregularium.* 33
22. *Tertia praxis metiendi polygoni irregularis.* ibid.
23. *Polygono propoſito ſimile in chartâ deſcribere.* ibid.
24. *Ichnographiam polygoni in charta perficere per diagonales.* ibid.
25. *Chorographiam deſcribere per diſtantias.* 34
26. *Polygoni ichnographiam, per angulos in charta perficere.* ibid.
27. *Polygoni ichnographiam per eius ambitum perficere.* 35
28. *Polygoni ichnographiam acu magneticâ perficere.* ibid.
29. *Menſurarum comparatio.* ibid.
30. *Murorum planorum ſuperficies metiri.* 36
31. *Triangulum quodcumque dividere per lineas ab uno angulo ductas.* ibid.
32. *Triangulum dividere in duas partes ſecundum proportionem datam, per lineas uni lateri parallelas.* 37
33. *Triangulum in quotcumque partes, per lineas uni lateri parallelas dividere.* ibid.
34. *Per punctum in latere datum, triangulum bifariam dividere.* ibid.
35. *Triangulum in quotlibet partes aquales dividere à quolibet puncto, in latere aſſumpto.* 38
36. *Triangulum dividere in plures partes aquales, ex duobus punctis, in latere aſſumptis.* ibid.
37. *Ex agro triangulari, auferre quotcumque jugera per punctum datum.* ibid.
38. *Parallelogramma dividere.* 39
39. *Diviſio trapeziorum duo latera parallelas habentium per diviſionem laterum.* ibid.
40. *Trapeziorum latera parallela habentium, diviſio per angulum.* ibid.
41. *Quocumque rectilineo in triangula diviſo, invenire rectas lineas triangulis proportionales.* 40
42. *Rectilineum dividere in partes determinatam rationem habentes.* ibid.
43. *Cuicumque rectilineo aliud ſimile conſtituere in datâ ratione.* ibid.
44. *Cuicumque figura plana aliam ſimilem duplam, triplam, quadruplam, ſubduplam, ſubtriplam conſtituere.* 41
45. *Cuicumque figuræ aliam duplam, triplam, quadruplam &c. conſtituere Arithmeticè.* ibid.
46. *Cujuſcumque numeri etiam non quadrati, radicem non quadratam exactam geometricè reperire.* ibid.
47. *Datis quotcumque figuris ſimilibus unam exhibere, qua omnibus ſimul ſumptis ſit aqualis.* 42
48. *Cuicumque rectilineo aquale quadratum conſtruere.* ibid.
49. *Metiri ſuperficiem cubi ſphæra inſcripti.* 43

50. Tetraedi,

50. *Tetraedi, ſeu pyramidis ſphæra inſcripta ſuperficiem metiri.* ibid.
51. *Superficiem octaedri ſphæra inſcripti metiri.* ibid.
52. *Icoſaedri ſphæra inſcripti ſuperficiem metiri.* ibid.
53. *Dodecaedri ſphæra inſcripti ſuperficiem metiri.* ibid.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ

LIBER III.

Stereometria, ſeu ſolidorum dimenſio.

PROP. I. *Omnis parallelepipedi rectanguli ſoliditas æqualis eſt producto ex duplici multiplicatione, nempe longitudinis per latitudinem, & producti per altitudinem.* 44
2. *Parallelepipedi cujus baſis non rectangula & inſiſtentis recta ad baſin, ſoliditatem metiri.* ibid.
3. *Parallelepipedi inclinati ſoliditatem metiri.* 45
4. *Priſmatis triangularis ſoliditatem metiri.* ibid.
5. *Cujuſcumque priſmatis ſoliditatem metiri.* ibid.
6. *Per baſin parallelegrammam priſma triangulare metiri.* 46
7. *Metiri fruſtum priſmatis ſecti per planum parallelum baſi parallelogramma.* ibid.
8. *Muri ſoliditatem metiri.* ibid.
9. *Metiri murum inæqualis craſſitiei.* 47
10. *Pyramides omnes metiri.* ibid.
11. *Pyramidis fruſtum per altitudinem eius totalem metiri.* ibid.
12. *Fruſtum triangularis pyramidis dividitur in tres pyramides continuè proportionales, in ratione laterum homologorum baſium.* ibid.
13. *Omne fruſtum pyramidis dividitur in tres pyramides continuè proportionales in ratione laterum homologorum baſium: quarum prima & tertia baſes habent eaſdem ac fruſtum & altitudinem communem.* 48
14. *Fruſti pyramidis ſoliditatem metiri.* ibid.
15. *Cubi ſphæra inſcripti ſoliditatem metiri.* 49
16. *Tetraedri ſphæra inſcripti ſoliditatem metiri.* ibid.
17. *Octaedri ſoliditatem metiri.* ibid.
18. *Icoſaedri ſphæra inſcripti ſoliditatem metiri.* 50
19. *Soliditatem dodecaedri in ſphæra inſcripti metiri.* ibid.
20. *Figuram quamcumque ſolidam quomodocumque minuere aut augere.* ibid.
21. *Solidum quodcumque duplicare, triplicare, ſeu augere aut minuere Arithmeticè in data ratione.* 51
22. *Uſus tabulæ cubicæ.* 52
23. *Datis lateribus duorum ſolidorum ſimilium & ſoliditate, aut pondere unius, ſoliditatem aut pondus alterius reperire.* ibid.
24. *Inventio duarum mediarum proportionalium ſecundum Platonem.* ibid.
25. *Praxis inveniendarum duarum mediarum proportionalium, ſecundum Heronem.* ibid.
26. *Praxis Philonis Byzantii, ad inveniendas duas medias continuè proportionales.* 53
27. *Praxis Apollonii ad inveniendas duas medias proportionales.* ibid.
28. *Praxis Dioclis ad inveniendas duas medias continuè proportionales.* 54
29. *Praxis Pappi in mechanicis introductionibus ad inveniendas duas medias proportionales.* ibid.
30. *Praxis Eratoſthenis ad inveniendas duas medias continuè proportionales.* 55
31. *Praxis Nicomedis ad inveniendas duas medias continuè proportionales.* ibid.
32. *Praxis Vulgaris ad inveniendas duas medias continuè proportionales.* 57
33. *Falſa praxis duplicandi cubi.* ibid.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ

LIBER IV.

De Circino proportionum.

PROP. I. *Conſtructio circini proportionum.* 58
2. *Lineam partium æqualium circino proportionum inſcribere.* 59
3. *Lineam planorum circino inſcribere.* ibid.
4. *Lineam chordarum circino inſcribere.* ibid.
5. *Lineam Solidorum circino inſcribere.* 60
6. *De aliis lineis, quæ utiliter circino proportionum inſcribi poſſent.* ibid.
7. *Fundamentum circini proportionum.* ibid.
8. *Lineam datam in partes æquales dividere, ſeu lineæ datæ partem quamcumque aſſignare, aut numerum per numerum dividere.* 61
9. *Tribus datis lineis quartam proportionalem invenire.* ibid.
10. *Tribus datis lineis aut numeris quartum proportionalem inverſè reperire.* 62
11. *Duabus datis lineis aut numeris tertium proportionalem reperire.* ibid.
12. *Ità compaſſum aperire, ut lineæ qualibet angulum determinatum comprehendant.* ibid.
13. *Aperto compaſſo invenire angulum quem quælibet lineæ comprehendunt.* ibid.
14. *Inter datas lineas aut numeros medium proportionalem invenire.* ibid.
15. *Lineam aliquam extremâ & mediâ ratione ſecare.* 63
16. *Ad punctum lineæ datæ angulum quotcumque graduum conſtituere.* ibid.
17. *Determinare quot graduum ſit angulus datus.* ibid.
18. *Ad lineam in ſolo notatam perpendicularem ducere.* 64
19. *Cujuſcumque anguli ſinum reperire.* ibid.
20. *Cujuſlibet anguli aut arcus, tangentem & ſecantem reperire.* ibid.
21. *Cognitis duobus trianguli angulis & uno latere, cætera latera cognoſcere.* ibid.
22. *Cognitis tribus trianguli lateribus invenire angulos.* 65
23. *Cognitis duobus trianguli lateribus & angulo comprehenſo invenire reliquum latus & reliquos angulos.* ibid.
24. *Cognitis duobus trianguli lateribus, & angulo alterutri oppoſito invenire aliud latus, & alios angulos.* ibid.
25. *Dato arcu, invenire ſemidiametrum circuli cujus eſt arcus.* ibid.
26. *Super datâ lineâ deſcribere ſegmentum cir-*

Index Tractatuum

culi capiens angulum quotcumque graduum. 66
27. Dato circulo, invenire latus cujuſcumque polygoni regularis in eo inſcribendi. ibid.
28. Super datâ lineâ, deſcribere polygonum alteri ſimile. ibid.
29. Cujuſcumque numeri radicem quadratam invenire. ibid.
30. Aciem quadratam certo numero hominum conſtantem inſtruere. 67
31. Aciem quadratam quoad campum, ex certo militum numero inſtruere. ibid.
32. Inſtruere aciem cujus frons ſit lateris dupla. ibid.
33. Aciem inſtruere cujus frons habeat certum numerum. 68
34. Aciem ita inſtruere, ut frons ad latus datam rationem habeat. ibid.
35. Figuram planam minuere aut augere ſecundum rationem datam. ibid.
36. Invenire quam rationem habeant figuræ planæ ſimiles. ibid.
37. Datis quotcumque figuris planis ſimilibus, conſtruere figuram ſimilem omnibus ſimul ſumptis æqualem. ibid.
38. Invenire latus figuræ ſimilis, æqualis differentiæ duarum figurarum ſimilium. ibid.
39. Data diametro circuli invenire lineam rectam eius circumferentiæ æqualem. 69
40. Dato circulo, invenire latus quadrati, ipſi æqualis. ibid.
41. Radicem cubicam ex numero propoſito extrahere. ibid.
42. Inter duas lineas datas, aut numeros, duas medias continuè proportionales conſtituere. ibid.
43. Solidum quodcumque augere aut minuere ſecundum datam rationem. 70
44. Determinare quam rationem habeant duo ſolida ſimilia. ibid.
45. Datis quotcumque ſolidis ſimilibus aliud iis omnibus æquale conſtruere. ibid.
46. Datis duobus ſolidis inæqualibus, invenire latus ſolidi ſimilis, quod eorum differentiam adæquet. ibid.
47. Dato parallelepipedo, invenire latus cubi ipſi æqualis. ibid.
48. Data ſphæræ diametro invenire latera quinque corporum regularium in dictâ ſphærâ inſcriptibilium. 71

L I B E R V.

De lineis curvis.

Prop.I. Poteſt circulo circumſcribi polygonum ordinatum cujus ambitus minor ſit propoſitâ lineâ ſuperante circumferentiam ejuſdem circuli. 71
2. Poteſt circulo inſcribi polygonum ordinatum cujus ambitus major ſit propoſitâ lineâ quæ minor ſit circumferentiâ circuli. 72
3. Cognitâ diametro, & chordâ arcus invenire chordam dimidii arcûs. ibid.
4. Invenire proximè rationem diametri circuli ad eius circumferentiam. ibid.
5. Circumferentia ad diametrum in omni circulo eandem habet rationem. 73
6. Datâ diametro invenire circumferentiam, vel viciſſim. ibid.
7. Deſcriptio lineæ quadratricis. 74
8. Ducto ex centro quadratricis ſemidiametro, arcus & latus quadratricis proportionaliter ſecantur. ibid.
9. Arcum aut angulum in quotcumque partes æquales dividere. ibid.
10. Arcus quadrantis, latus & baſis quadratricis ſunt continuè proportionales. 75
11. Datæ circuli circumferentiæ æqualem rectam lineam aſſignare. ibid.
12. Quadrans circuli intervallo baſis quadratricis deſcriptus, æqualis eſt ſemidiametro primi circuli. ibid.
13. Invenire circumferentiam circuli, datæ lineæ rectæ æqualem. ibid.
14. Deſcriptio helices, ſeu ſpiralis lineæ. 76
14. Angulum trifariam, & in quotcumque partes æquales dividere. ibid.
Lemm.I. Ad lineam minorem diametro, in circulo aptatam, & extra circulum productam, duci poteſt linea ita ut pars eius exterior quamcumque rationem habeat, ad chordam arcûs intercepti, majorem tamen, quam ſit ratio dimidiæ lineæ ad eius à centro diſtantiam. 77
Lemm.II. Si linea minor diametro circulo aptetur, & alia in eius extremo circulum tangat; poteſt à centro linea duci, ita ut intercepta inter primam lineam & circumferentiam, ad tangentem habeat quamcumque rationem, minorem tamen eâ quam habet ſemiſſis aptatæ ad ſuam è centro diſtantiam. ibid.
15. Linea tangens ſpiralem in fine primæ revolutionis, abſcindit in diametro productam lineam rectam circumferentiæ circuli æqualem. ibid.
16. Quamcumque lineam curvam practicè metiri. 78

G E O M E T R I Æ

L I B E R VI.

De figuris circularibus & curvis ſuperficiebus.

Prop.I. Area polygoni circulo circumſcripti, rectangulo ſub ſemidiametro, & ſemiambitu comprehenſo æqualis eſt. 79
2. Area polygoni regularis circulo inſcripti, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemiambitu & perpendiculari à centro ad unum latus. ibid.
3. In polygonis regularibus ita ſe habet ſinus totus ad ſinum dimidii anguli circumferentiæ, ut rectangulum ſub ſemidiametro & ſemiambitu ad totius polygoni aream. 80
4. Si proponatur quantitas major circulo, poterit circulo circumſcribi polygonum majus eâ quantitate. ibid.
5. Circulus æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemidiametro & ſub circumferentia. ibid.
6. Quadratum ad circulum cui circumſcribitur ſe habet proximè ut 14 ad 11. 81
7. Quadrare expeditè circulos. ibid.
8. Omnis ſector circuli, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub dimidio eius arcu, & ſemidiametro. ibid.

9. Datâ

9. *Datâ ſemidiametro & arcu metiri circuli ſegmentum.* 81
10. *Area ſegmenti major eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemiarcu, & ſinu verſo.* 82
11. *Metiri figuras lenticulares, lunulas, aliaſque.* ibid.
12. *Figuras curvilineas metiri.* ibid.
13. *Deſcriptio ellypſis, ſeu ovalis figuræ.* ibid.
14. *Ellypſis omnes lineas applicatas diametro majoris circuli, ſecat ſecundum rationem majoris diametri ad minorem.* 83
15. *Polygonum ordinatum circulo majoris diametri inſcriptum, ad polygonum ordinatum ellypſis ſe habet ut major diameter ad minorem.* ibid.
16. *Circulus majoris diametri ad ellypſin ſe habet ut major diameter ad minorem.* ibid.
17. *Ellypſis æqualis eſt circulo cujus radius inter ſemidiametros ellypſis medius proportionalis eſt.* 84.
18. *Ellypſin metiri.* ibid.
19. *Superficies priſmatis circumſcripti cylindro recto æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ambitu baſis priſmatis & axe ſeu altitudine cylindri.* ibid.
20. *Superficies priſmatis inſcripti cylindro recto æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub axe cylindri & ambitu baſis priſmatis.* 85
21. *Superficies cylindri recti æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub axe & ambitu baſis.* ibid.
22. *Superficies cylindri æqualis eſt circulo cujus radius medius eſt proportionalis inter altitudinem cylindri & diametrum baſis.* ibid.
23. *Ita eſt ſuperficies cylindri ad circulum qui eſt baſis ejus ſicut rectangulum per axem, ad quadratum ſemidiametri.* 86
24. *Superficies pyramidis circumſcriptæ cono recto, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub latere coni & ſub ſemiambitu pyramidis.* ibid.
24. *Superficies pyramidis ordinatæ cono inſcriptæ æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub dimidio ejus ambitus, & linea quæ eſt minor latere coni.* ibid.
25. *Superficies coni recti, æqualis triangulo rectangulo cujus unum crus æquale eſt circumferentiæ baſis, aliud vero lateri coni.* 87
26. *Coni recti ſuperficies æqualis eſt circulo cujus radius medius eſt proportionalis, inter latus coni, & ſemidiametrum baſis ejus.* 88.
27. *Superficies fruſti coni, eſt ad ſuperficiem coni integri rectangulum comprehenſum ſub fruſti latere, & ſub diametro circuli intermedii ad rectangulum ſub latere coni, & radio baſis ejus.* ibid.
28. *Fruſti conici ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ſemidiameter eſt media proportionalis inter latus ejus, & diametrum circuli medii.* 89.
29. *Superficies conica, aut fruſti coni, producta à tangente circulum diviſa æqualiter in puncto contactûs & inclinata ad axem, æqualis eſt cylindricæ ſuperficiei, generata à tangente axi parallela ejuſdem altitudinis.* ibid.
30. *Superficies conicæ deſcriptæ à polygono ordinato circumſcripto æquales ſunt ſuperficiei cylindricæ deſcriptæ à tangente ejuſdem altitudinis.* ibid.
31. *Superficies hemiſphærii æqualis eſt ſuperficiei cylindricæ ejuſdem baſis, & altitudinis.* 90.
32. *Superficies ſphæræ quadrupla eſt maximi in ſphæra circuli.* ibid.
33. *Superficies ſegmenti æqualis eſt circulo cujus radius eſt linea ducta à polo ejus ad circumferentiam baſis ejus.* 91
34. *Superficies ſphæræ eſt dupla cylindri quadrati ſibi inſcripti.* ibid.
35. *Superficies portionis ſphæræ ad ſuperficiem conicam ejuſdem baſis & altitudinis eam habet rationem quam latus coni ad ſemidiametrum baſis ejus.* ibid.
36. *Superficies coni habentis diametrum pro altitudine, & baſin quadruplam circuli maximi ſphæræ, ſe habet ad ſuperficiem ſphæricam, ut diameter quadrati ad latus ejus.* 92
Lemma. *Ita eſt corona ad circulum, ut rectangulum coronæ ad quadratum radii ipſius circuli.* ibid.
37. *Si hemiſphærium, cylindrus circumſcriptus, & conus ejuſdem baſis & altitudinis ſecentur plano baſi parallelo, circulus in cono factus æqualis eſt coronæ inter hemiſphæricam & cylindricam ſuperficiem relictæ, aut inter conicam, & cylindricam ubi deficit hemiſphærium.* ibid.

GEOMETRIÆ

LIBER VII.

De ſoliditate corporum rotundorum.

Prop. I. *Cylindri recti ſoliditatem metiri.* 93
2. *Metiri ſoliditatem cylindri obliqui.* 94.
3. *Coni ſoliditatem metiri.* ibid.
4. *Soliditatem fruſti coni metiri.* ibid.
5. *Soliditas cylindri eſt ad ſoliditatem cubi cylindrici, æque alti, ut quadratum radii baſis cylindricæ ad rectangulum coronæ ſeu baſis tubi.* ibid.
6. *Hemiſphærio inſcribi poſſunt & circumſcribi cylindri æquo alteri, ita ut eorum differentia ſit minor ſolido dato.* ibid.
7. *Hemiſphærium duplum eſt coni cujus baſis maximus ſphæræ circulus & altitudo ſemidiameter.* 95.
8. *Cylindrus ſphæræ circumſcriptus illius eſt ſeſquialter ſuperficie & ſoliditate.* 96
9. *Sector ſphæræ æqualis eſt cono, cujus altitudo, ſemidiameter ſphæræ & baſis æqualis ſuperficiei ſectoris.* ibid.
10. *Segmentum ſphæræ æquale eſt cono habenti eandem baſin & altitudinem æqualem lineæ compoſitæ ex propria altitudine ſegmenti, & ex lineâ quæ quarta proportionalis eſt altitudinis alterius ſegmenti propria altitudini & radio.* ibid.
11. *Soliditatem cujuſcumque portionis ſphæræ metiri.* 97.
12. *Sphærois ellyptica longa eſt ad ſphæram majoris diametri, in duplicata ratione minoris ad majorem diametrum.* ibid.
13. *Sphærois lata ad ſphæram minoris diametri eſt in ratione duplicata majoris ad majorem diametrum.* 98

14. Sphæra

Index Tractatuum,

14. *Sphæra majoris diametri ſphæroïs lata, ſphæroïs longa, & ſphæra minoris diametri ſunt in continua proportione minori ad minorem diametrum.* 98.

15. *Soliditas ſphæroïdis æqualis eſt cylindro, cujus baſis eſt eadem & altitudo duos altitudinis trientes obtinet.* ibid.

16. *Segmentum ſphæroïdis eodem modo ſe habet, ad conum ejuſdem baſis, & altitudinis, ſicut ſegmentum ſphæræ ad conum ejuſdem baſis, & altitudinis.* ibid.

17. *Numerum arenularum totâ tellure contentarum inire.* 99

18. *Virgam ad metiendam doliorum capacitatem componere.* ibid.

19. *Vas cylindricum metiri.* 100

20. *Doliorum capacitatem metiri methodo communi.* ibid.

21. *Exactior doliorum menſuratio.* ibid.

22. *An unica virga ſine ulla multiplicatione dolia metiri poſſit.* ibid.

GEOMETRIÆ

LIBER VIII.

Nova methodus Geometrica.

PROP. I. *Æqualium linearum omnia puncta numero æqualia ſunt. Æqualium planarum figurarum omnes lineæ regulâ quâvis aſſumptâ æquales ſunt. Et ſolidorum æqualium omnia plana ſecundum quamlibet regulam æqualia ſunt.* 103

2. *Figuræ omnes in eadem ſunt ratione ac earum omnium elementa juxta quamvis regulam.* 104

3. *Si duæ figuræ juxta quamvis regulam in eadem altitudine fuerint, & earum elementa in directum poſita proportionalia fuerint; erit ut unum elementum ad aliud, ita figura ad figuram.* ibid.

4. *Figuræ ejuſdem altitudinis quarum elementa non decreſcunt ſe habent ut baſes, quæ eaſdem, aut æquales baſes habent, ſunt ut altitudines.* 105.

5. *Parallelogrammorum æque altorum omnia quadrata, omnes circuli, & omnes figuræ ſimiles, & ſolida ex his reſultantia, ſunt in ratione duplicata baſium.* 106

6. *Figura deſinens in punctum & decreſcens, ſecundum rationem altitudinum ſeu arithmeticè, eſt tantum dimidia pars figuræ non decreſcentis ejuſdem baſis & altitudinis.* 107

7. *Fuſum parabolicum eſt dimidia pars cylindri ejuſdem baſis & altitudinis.* 108

8. *Fruſtum figuræ decreſcentis arithmeticè, ſe habet ad figuram non decreſcentem ejuſdem altitudinis & baſis, ut aggregatum majoris & minoris baſis, ad duplum majoris.* 109

9. *Si figuræ planæ lineæ omnes parallelæ baſi quomodocumque dividantur aliis lineis: quidquid dicitur de linearum ſectione in ſecundo libro Euclidis, de omnibus lineis figuræ dici poterit.* 110

10. *Omnia quadrata unius parallelogrammi ad omnia quadrata ſui trianguli ſe habent ut omnia quadrata alterius parallelogrammi, ad omnia quadrata ſui trianguli.* 111

11. *Omnia quadrata parallelogrammi ſunt tripla omnium quadratorum trianguli.* 113

12. *Omnis quantitas cujus elementa decreſcunt in duplicata altitudinum, eſt tertia pars quantitatis integræ.* ibid.

13. *Figuræ decreſcentis in duplicata altitudinum habetur quantitas, ſi baſis in tertiam partem altitudinis ducatur.* ibid.

14. *Scutella ſublato hemiſphærio ex cylindro ejuſdem altitudinis, æqualis eſt cono ejuſdem altitudinis & baſis.* 114

15. *Hemiſphærium eſt tertia pars coni cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei hemiſphæricæ, & altitudo radio.* ibid.

16. *Superficies hemiſphærica, æquatur ſuperficiei cylindri æque alti.* ibid.

17. *Partes cilindri circumſcripti ſphæræ, ſunt ſeſquialteræ ſectorum correſpondentium.* 115

18. *Superficies cylindri circumſcripti, ſphæræ, planis parallelis comprehenſæ, æquales ſunt.* ibid.

19. *Superficies ſphærica alicujus arcûs, initio facto à polo, ſeu axe circumvolutionis æqualis eſt circulo cujus radius eſt chorda talis arcûs.* ibid.

20. *Conus æquilaterus ad ſphæram inſcriptam ſe habet ut 9 ad 4.* ibid.

21. *Conus ut conſtans ſuperficiebus conicis decreſcit in ratione duplicata altitudinis quæ eſt perpendicularis ad latus.* 116

22. *Fruſtum coni æquale eſt cono ejuſdem baſis & altitudinis, & cono cujus baſis eſt æqualis ſuperficiei fruſti, & altitudo perpendicularis.* ibid.

23. *Fuſum ellypticum eandem rationem habet ad cylindrum ejuſdem altitudinis, & baſis, quam habet ſphæra ad cylindrum ejuſdem altitudinis.* 117.

24. *Si elementa alicujus figuræ decreſcant in triplicata ratione altitudinum, figura integra ejuſdem baſis & altitudinis illius erit quadrupla.* 118.

25. *Si ſint duæ figuræ ejuſdem baſis & altitudinis, & elementa primæ ſint omnia æqualia baſi, elementa vero alterius decreſcentis in quadruplicatâ altitudinum, erit integra decreſcentis quintupla.* 119

GEOMETRIÆ

LIBER IX.

De quadraturâ circuli.

PROP. I. *Si ſpatium comprehenſum inter ſpiralis convexitatem circumferentiæ circuli primigenii, & radium in circulos concentricos reſolvatur; ita erit cujuſque circuli circumferentia ad arcum interceptum, ut totus radius ad partem radii eodem tempore percuſſam.* 120.

2. *Si ſpatium convexitate ſpiralis, circumferentiâ circuli primigenii, & radio comprehenſum in arcus concentricos reſolvatur; hi decreſcent in ratione duplicata radiorum.* ibid.

3. *Spatium comprehenſum convexitate ſpiralis, circumferentia circuli primigenii, & radio, continet duas tertias ſui circuli.* 121

4. *Spatium*

4. Spatium comprehenſum concavitate ſpiralis lineæ, & radio, eſt tertia pars circuli primigenij. ibid.
5. In prima circulatione ſpatium comprehenſum quacumque portione concava ſpiralis lineæ incipiendo a centro & linea recta, eſt tertia pars ſectoris circuli ſui. ibid.
6. Spatium comprehenſum convexitate ſecundæ revolutionis, circumferentiâ circuli exterioris, & radio corona, ſe habet ad coronam ut 5 ad 9, & ad circulum exteriorem ut 5 ad 12. ibid.
7. Spatium contentum primâ revolutione, & prima linea, eſt ſexta pars ſecundi ſpatii, ſecundum dimidia pars tertii, tertia pars quarti, quarta quinti &c. 122

GEOMETRIÆ

LIBER X.

De progreſſionibus geometricis.

Prop. I. Continuè proportionalium differentiæ in eâdem ſunt ratione ac quantitates, quarum ſunt differentiæ, & quælibet earum aggregata ſunt in eadem ratione. 124
2. Datis aliquibus terminis ſeriei geometricæ, invenire magnitudinem quæ omnibus terminis illius ſeriei ſit æqualis. ibid.
3. Series dupla proportionis, eſt primi termini dupla ſeries, tripla proportionis eſt primi termini ſeſquialtera, quadrupla ſeſquitertia, ſeu ut 3 ad 4; quintupla ut 4 ad 5, ſextupla ut 5 ad 6, & ita conſequenter. 125
4. Datam magnitudinem dividere, ut evadat ſeries data progreſſionis. ibid.
5. Examinare quomodo ſe habeat ad datam magnitudinem ſeries integra data proportionis, cujus primus detur terminus. ibid.
6. Series majorum rationum ſub eodem primo termino minores ſunt. 126
7. Si intra ſeriem aliquam ſumantur plurimæ ſeries in quibus per ſaltus comparentur termini, illæ ſimul ſumptæ æquantur toti primæ ſeriei. ibid.
8. Si duarum rationum ſimilium termini alternatim continuentur, utriuſque continuatæ idem terminus erit. ibid.
9. Si magnitudo bifariam hinc inde continuè dividatur, terminus progreſſionis duas trientes magnitudinis obtinebit. 127
10. Si quantitas dividatur continuè in partes non minores ſemiſſe, aliaque quantitas dividatur in partes proportionales prioribus, erit quantitas ad quantitatem, ut primi earum termini. ibid.
11. Si proportio qualibet majoris inæqualitatis continuetur, devenietur ad quantitatem datâ minorem. ibid.
12. Omnes proprietates progreſſionum conveniunt progreſſionibus terminorum homogeneorum. 128
13. Si detur continua progreſſio linearum, plana ſimilia ſuper iis conſtructa, in continuâ erunt proportione & viciſſim. ibid.
14. Progreſſio tota planorum ſimilium, & continuè proportionalium, eſt ad primum planum, ut ſeries baſium alternarum, ſeu imparium. 1. 3. 5. 7. &c. ad primam baſin. 129
15. Tota ſeries quadratorum æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub tota ſerie baſium imparium, & ſub primâ baſi. ibid.
16. Data ſeriei planorum ſimilium invenire planum ſimile & æquale. 130
17. Si propoſitâ ſerie linearum excitentur in ſingulis diviſionum punctis, parallelæ baſibus proportionales, linea recta per earum extremitates ducta, punctum extremum ſeriei attinget. ibid.
18. Ex ſerie continua planorum ſimilium, auferre ſeriem planorum cum interruptione ſimili. ibid.
19. Si detur progreſſio quadratorum, ſitque linea attingens ſingulorum unum angulum, erit triangulum quod fiet, æqualis trapeziorum ſeries; ſeu ſeriei quadratorum, & ſeriei triangulorum. ibid.
19. Si ducatur linea attingens ſingulorum quadratorum in ſerie continua poſitorum unum angulum, triangulum quod fiet, æquale erit rectangulo comprehenſo ſub ſerie baſium imparium & ſub lineâ compoſitâ ex baſi primi quadrati, & dimidia baſi primi trianguli. 131
20. Si detur quadratorum ſeries, ducaturque linea dividens bifariam ſingulorum quadratorum latera ſuperiora, fiet triangulum toti ſeriei quadratorum æquale. ibid.
21. Duæ ſeries planorum ſimilium ſunt in ratione compoſitâ ex ratione primarum baſium, & ex ratione linearum æqualium baſibus imparibus utriuſque ſeriei. ibid.
22. Dato rectangulo ſeriem quadratorum æqualem conſtituere. ibid.
23. Datis planis ſimilibus inæqualibus, exhibere ſeriem ſimilium planorum, æqualem majori plano, & incipientem a minore. 132
24. Exhibere ſeriem quadratorum incipientem a determinato quadrato, & æqualem ſeriei datæ. ibid.
25. In ſerie quadratorum continuè proportionalium quadratum deſcriptum ſupra totam ſeriem baſium, ad ſeriem quadratorum erit in ratione compoſitâ, ex ratione totius lineæ ad primam baſin, & ex ratione primæ & ſecundæ baſis ad eandem primam. ibid.
26. Si ſupra ſingula ſeriei alicujus quadrata excitentur cubi, dabitur ſeries cuborum proportionalium eundem terminum habens. ibid.
27. Seriei cubicæ æquale parallelepipedum conſtruere. ibid.
28. Pyramide ex cubis compoſita intra veram pyramidem incluſâ, invenire utriuſque differentiam. 133
29. Pyramidi cubicæ, ſupra dato quadrato veram pyramidem æqualem conſtruere. ibid.
30. Si in ſerie cubicâ producatur primus cubus, fiatque ſuper eadem baſi parallelepipedum cujus longitudo adæquet totam ſeriem, dico illud eandem habere rationem ad ſeriem cubicam, ac tria prima latera ad primum latus. ibid.

Index Tractatuum

GEOMETRIÆ
LIBER XI.
De novo uſu centri gravitatis.

Prop. I. IN productione quantitatum per motum motus obliquus ad perpendicularem revocetur. 138

2. Omnis figura rotunda, motu ſcilicet circulari quantitatis perpendicularis ad lineam motus generata, æqualis eſt producto ex multiplicatione ejuſdem quantitatis genitricis, per lineam circularem à centro gravitatis deſcriptam. ibid.

3. Quantitas rotunda motu circulari generata, æqualis eſt quantitati directè productæ ab eadem quantitate genetrice, motu ſecundum lineam rectam æqualem viæ rotationis. 139

4. Circuli area habebitur, ſi radium eius, ſeu ſemidiametrum multiplices per circumferentiam circuli, ab ejuſdem radii centro gravitatis deſcripti. ibid.

5. Circulus æqualis eſt triangulo, cujus baſis æqualis eſt circumferentia eius, & altitudo radio. ibid.

6. Corona area producitur multiplicatione latitudinis eius, per viam rotationis. 140

7. Superficies coni æqualis eſt producto multiplicatione lateris coni, per viam rotationis eius. ibid.

8. Superficies fruſti conici æqualis eſt producto multiplicatione lateris eius per viam rotationis. 141

9. Cylindri recti ſuperficies æqualis eſt producto multiplicatione lateris eius per viam rotationis. ibid.

10. Superficies ſphæræ æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemicircumferentia maximi circuli, & ſub via rotationis ejuſdem. 142

11. Rotunda ſuperficies genita à quocumque ambitu curvilineo axem habente perpendicularem ad axem revolutionis & cavo ad eundem, æqualis eſt ſuperficiei rectæ, producta ex ductu ejuſdem ambitus, in viam rotationis. ibid.

12. Superficies rotunda genita à figura axem habente perpendicularem ad revolutionis axem, & convexa verſus eundem, æqualis eſt ſuperficiei directæ, producta ex ductu ambitus in viam rotationis. 143

13. Rotunda ſuperficies genita à quacumque figura etiam axem non habente, æqualis eſt figuræ directæ comprehenſæ, ſub eius ambitu & via rotationis centri gravitatis ejuſdem. 144

14. Superficies cujuſcumque annuli deſcripti à figura clauſa axem habente perpendicularem ad axem rotationis, æqualis eſt rectangulo ſub eius ambitu & via rotationis comprehenſo. ibid.

15. Superficies annulorum à concentricis circulis deſcriptorum ſe habent ut diametri circulorum. 145

16. Annulus patens ſibi contigui & clauſi deſcripti à ſimili, & æquali figurâ, triplus eſt ſuperficie & ſoliditate. ibid.

17. Omnis annuli circularis ſuperficies æqualis quadrato mediæ proportionalis, inter viam rotationis & peripheriam circuli genitoris, vel circulo cujus radius eſt media proportionalis, inter viam rotationis, & diametrum circuli genitoris. 146

18. Annuli clauſi ſuperficies, ad ſuperficiem ſphæricam circuli genitoris, eam habet rationem quam circumferentia ad diametrum. ibid.

19. Cylindrus ex circumvolutione rectanguli procreatus æqualis eſt parallelepipedo cujus baſis eſt idem rectangulum, & altitudo æqualis viæ rotationis. ibid.

20. Conus æqualis eſt priſmati, cujus baſis eſt idem triangulum, altitudo via rotationis. 147

21. Tubus cylindricus eſt æqualis parallelepipedo habente pro baſi rectangulum genitorem, & pro altitudine viam rotationis. ibid.

22. Corona deſcripta à triangulo æqualis eſt priſmati, cujus baſis eſt triangulum generans & altitudo via rotationis. 148

23. Si dentur duo ſolida inæqualium altitudinum & baſium, deturque altitudo media, ita ut exceſſus & defectus altitudinum fuerint baſibus reciproci, ſolidum ſupra utraque baſi conſtitutum in altitudine media æquale eſt duobus ſimul ſumptis. ibid.

24. Omnis figura ex rectangulis compoſita, axem habens ad axem revolutionis perpendicularem, æqualis eſt figura directa, cujus baſis eſt eadem figura genitrix, altitudo æqualis via rotationis. 149

25. Quæcumque figura etiam curvilinea axem habens perpendicularem ad axem circumvolutionis, generat rotundum æquale ſolido directo eam habente pro baſi, & altitudinem æqualem viæ rotationis. ibid.

26. Si rotundum à tota figura productum æquale fuerit ſolido directo quod fit à tota figura ut baſi in altitudinem æqualem viæ rotationis communis centri, & rotundum deſcriptum ab illius una parte, æquale ſit ſolido cujus ipſa fuerit baſis, & altitudo via rotationis particularis centri, erit & alterius partis rotundum, æquale ſolido eam habenti pro baſi, & altitudine æquale viæ rotationis particularis centri. 150

27. Cujuſcumque figuræ etiam axem non habentis rotundum æquale eſt ſolido directo, quod ab eadem in viam ſui centri gravitatis ducta procreatur. ibid.

28. Sphæroïs elliptica longa ad ſphæram ambientem eſt in duplicata ratione axis majoris ad minorem. 151

29. Portio cylindri cujus altitudo æqualis circumferentiæ ſuæ baſis, æqualis eſt tam ſuperficie quam ſoliditate ſphæræ ejuſdem baſis. 153

TRACTA

Digitized by Google

TRACTATVS VIII.

MECHANICES

LIBER PRIMVS.

De vera cauſa, & principio augmenti potentiæ per machinam.

PROP. I. *DEus ut conſervans motum, non eſt principium ſufficiens continuationis motus.* 154

2 *Deus ſolus non producit omnem motum, nec ſolus eſt cauſa continuationis motus.* ibid.

3 *Aliquis motus eſt ab intrinſeco, incipit nullo alio motu deſinente, aut deſinit nullo alio incipiente, neque ſemper eſt eadem motus quantitas.* 155

4 *Motus motum non producit, nec eſt cauſa continuationis motus.* ibid.

5 *Cauſa continuationis motus in corporibus ad motum, & quietem indifferentibus, non eſt materia ſubtilis, ad motum producendum determinata.* 156

6 *Simplex recurſus medii fluidi, in quo motus peragitur non eſt cauſa continuationis eius.* ibid.

7 *Virtus elaſtica motum aliquem continuat, motuſque velociſſimi ab ea procedunt.* 157

8 *Argumenta quæ probant continuationem motus projectorum tribuendam eſſe elaterio medii.* 158.

9 *Rationes quæ probant, continuationem motus projectorum elaterio medii tribuendam eſſe.* ibid.

10 *Rationes quibus rejicitur vis elaſtica medii, aut cauſa continuationis motus.* 159

11 *Qualitas impreſſa, ſeu impetus, ut cauſa continuationis motus adſtruitur.* 160

12 *Qualitas impreſſa impugnatur.* 161

13 *Cætera proprietates impetus.* 163

14 *Explicatio difficultatis, cur potentia motrix per machinam ad majus pondus extendatur.* 164

15 *Ariſtotelis ratio cur potentia motrix per machinam ad majus pondus extenditur, refellitur.* 166

16 *Refellitur Archimedis ratio cur in libra ſit æquilibrium dum pondera, & diſtantiæ reciprocantur.* 167

17 *Vera ratio cur potentia motrix per machinam ad majus pondus extendatur.* 169

18 *Machina vires potentiæ non auget.* 171

19 *Ea mobilia ſunt æqualia in viribus quorum magnitudines, & velocitates ſunt reciprocæ.* ibid.

LIBER SECVNDVS.

De vecte.

PROP. I. *SI in vecte potentia ita ſe habeat ad pondus, ut diſtantia utriuſque ab hypomoclio reciprocè; erit æquilibrium, ſeu potentia pondus ſuſtinebit, non tamen elevabit.* 173

2 *Si major ſit ratio potentiæ ad pondus, quam diſtantia ponderis ad diſtantiam potentiæ ab hypomoclio, potentia pondus elevabit, & vincet.* 173

3 *Si ſit major ratio diſtantiæ potentiæ ab hypomoclio; ad diſtantiam ponderis ab hypomoclio; quam ponderis ad potentiam, pondus vincetur, & elevabitur à potentia.* ibid.

4 *Si major ſit ratio ponderis ad potentiam; quam diſtantia potentiæ ad diſtantiam ponderis; aut ſit major ratio diſtantiæ ponderis, ad diſtantiam potentiæ, quam potentiæ ad pondus, potentia pondus nec elevare, nec ſuſtinere poterit.* ibid.

5 *Potentia tot æquivalet potentiis ſibi æqualibus in virtute, quoties eius diſtantia ab hypomoclio diſtantiam ponderis ab eodem, continebit.* 174

6 *Poſitâ eadem potentia diſtantiâ ab hypomoclio; quò magis pondus hypomoclio admovebitur, eo majores erunt potentiæ vires.* ibid.

7 *Quavis potentiâ, quodlibet pondus vecte primi, & ſecundi generis movere.* 175

8 *Pondus in vecte ita ſtatuere ut nulla potentia finita, quantumlibet magna, illud vincere poſſit.* 176

9 *Quando centrum gravitatis ponderis eſt in ipſa vectis linea, eadem ſemper ad illud movendum virtus requiritur, quemcumque tandem ſitum obtineat; modo virtus deorſum tantum, aut ſurſum moveat.* ibid.

10 *Potentia movens æqualiter in omnem loci differentiam, facilius movet pondus cujus centrum in vecte in ſitu obliquo, quam in horizontali.* ibid.

11 *Si ponderis centrum fuerit ſupra vectem, facilius attolletur pondus, ſupra horizontalem lineam quam infra, à potentia deorſum tantum impellente.* 177

12 *Quando pondus habet centrum gravitatis infra vectem, in ſitu depreſſo minor requiritur virtus quam in horizontali, & major in ſitu elevato.* ibid.

13 *Si propter figuram hypomoclii, punctum cui vectis inſiſtit mutetur, mutabitur etiam proportio virtutis potentiæ ad reſiſtentiam ponderis.* ibid.

14 *Motus potentiæ ad vectem obliquus, minus*

potens eſt, quàm rectus. ibid.
15 Motus ita impreſſus ponderi, ut illud urgeat obliquè ad lineam ſecundum quam moveri poteſt, minus eſt potens. 178
16 Dum duæ potentiæ in extremitatibus vectis conſiſtentes pondus appenſum ſuſtinent; quæ eſt ponderi propior, majorem ponderis partem ſuſtinet, quæ remotior, minorem, proportionaliter ad diſtantias reciprocè. ibid.
17 Potentia in vectis extremitatibus conſiſtentes, pondus longiori vecte, non ferent faciliùs, quam breviori. ibid.
18 Dum duæ potentiæ pondus ſuſtinent, cujus centrum eſt ſupra vectem, in ſitu declivi: potentia inferior, majus pondus ſentiet. 179
19 Dum potentia trahit per lineam, ad vectem obliquam, ejus vera diſtantia eſt perpendicularis ab hypomoclio ad lineam directionis. ibid.

MECHANICES

LIBER III.

De axe in Peritrochio.

Prop. I. Axis in peritrochio eſt vectis. 180
2. Dum potentia vi ſolius gravitatis agit, augmentum potentiæ non ſemper peti debet ex diſtantia ab axe. 182
3 De ſucula verticaliter poſitâ. ibid.
4 De duplici axe in peritrochio. 183
5 De rotis dentatis. 184
6 Rotas dentatas ad vectem revocare. 185
7 De machinis ab aqua motis.
8 De machinis ponderum gravitate animatis. 186
9 Machina fumo mota. 187
10 De machinis vento animatis. ibid.

MECHANICES

LIBER IV.

De Trochlea.

Prop. I. Simplex trochlea immobilis, vires nec addit, nec minuit. 188
2 Per ſimplicem trochleam immobilem faciliùs applicatur potentia. ibid.
3 Trochleæ majores ſunt utiliores. ibid.
4 Simplici trochleâ immobili pondus ſe gravius homo poteſt attollere. 189
5 Innumeræ trochleæ immobiles nec augent, nec minuunt vires potentiæ. ibid.
6 Trochleæ mobili appenſum pondus, mediâ ſui parte minuitur. ibid.
7 Trochleæ mobili applicata potentia, mediâ ſui parte minuitur reſpectu ponderis in unâ funis extremitate appenſi. 190
8 Si ad movendas horologii rotas per 12 horas requiruntur libræ 50, & pondus deſcendat per 20 pedes, ut ſervato eodem deſcenſu pondus horologium moveat per horas 24, 100 libræ requirentur. ibid.
9 In diſpaſto ſi funis trochleæ mobilis orbiculo tantum circumvolvatur, nec annectatur ejus loculamento aut ponderi, ſed puncto immobili, duplicatur tantum potentia, quæ per aliam extremitatem trahit. ibid.
10 Si in diſpaſto extremitas funis religetur loculamento mobili, & ejuſdem orbiculo funis circumvolvatur, triplicabitur potentia. 191
11 In triſpaſto, ſi duæ trochleæ ſint immobiles, & una tantum mobilis, triplicatur potentia. ibid.
12 In triſpaſto ſi duæ trochleæ ſint in loculamento mobili quadruplicatur potentia. ibid.
13 Si loculamentum inferius ſit mobile, & potentia ſurſum trahat, toties multiplicabitur potentia, quot ſunt chordarum ductus. 192
14 Si loculamentum inferius ſit mobile, & potentia deorsùm trahat, toties multiplicabuntur vires potentiæ, quot erunt chordarum ductus, uno dempto. 192
15 Si loculamentum inferius ſit mobile, & funis annexus ſit loculamento mobili; quælibet inferior trochlea duplicat potentiam, & una tantum ſuperior potentiam æqualem reddit ponderi. ibid.
16 Si loculamentum inferius ſit mobile, & funis annectatur ſuperiori; quot erunt inferiores trochleæ, toties potentia geminabitur, ſuperiores commodi tantum gratiâ adhibentur. ibid.
17 Trochleas ita diſponere ut pro numero Trochlearum, potentia ſemper augeatur continuè in proportione dupla. ibid.
18 Trochleis quodlibet pondus à qualibet potentiâ moveri poteſt. 193

MECHANICES

LIBER V.

De Cochlea.

Prop. I. Vires cochleæ explicare, & metiri. 193
2 Varii cochlearum ſimplicium uſus. 194
3 De cochleis compoſitis. 195

MECHANICES

LIBER VI.

De Cuneo.

Prop. I. Vires Cunei explicare. 196
2. Cunei acutiores majores potentiæ vires addunt. 197
3 Varia Cuneorum genera. ibid.

MECHANICES

LIBER VII.

De Percuſſione.

Prop. I. Si duo corpora, æquali velocitate tranſlata in aliud immobile incurrant; percuſſiones erunt ut corpora. 197
2 Si corpora æqualia inæquali velocitate in corpus ſtabile incurrant; percuſſiones erunt velocitatibus proportionales. ibid.

3 Si

3 Si corpora inæqualia inæqualibus velocitatibus incidant in corpus ſtabile, percuſſiones rationem habebunt, ex velocitatibus, & magnitudinibus compoſitam. 198

4 Corpus incidens in aliud amovibiliter quieſcens, in eo percuſſionem aliquam efficit. ibid.

5 Si mobile in aliud quietum incurrat, ſintque ſine elaterio; ambo poſt impulſionem movebuntur, velocitate communi; quæ ſe habebit ad priorem velocitatem ut primum mobile ad aggregatum. ibid.

6 Si duo mobilia æqualia, elaterii expertia, velocitatibus æqualibus in ſe invicem incurrant; ceſſabit utriuſque motus. 199

7 Si duo mobilia ſibi invicem occurrant cum velocitatibus, quæ ſint ipſis corporibus reciproca, ceſſabit utriuſque motus. ibid.

8 Si corpora inæqualia non elaſtica, velocitatibus æqualibus in ſe invicem incurrant, erit velocitas poſt occurſum ad utramque velocitatem, ut ſemidifferentia ponderum ad eorum aggregatum. 199

9 Si duo mobilia æqualia, & non elaſtica velocitatibus inæqualibus delata ſibi mutuò occurrant, velocitas reſidua poſt occurſum, erit ſemidifferentia velocitatum. ibid.

10 Si duo corpora æqualia non elaſtica ad eaſdem partes ferantur, ita ut velocius in tardius incurrat, eadem erit motus quantitas quæ antea, & velocitas æqualis dimidio velocitatum. 200

11 Si duo mobilia inæqualia, non elaſtica in eandem partem ferantur, ita ut mobile majus, aſſequatur minus, velocitas poſt concurſum, major erit dimidio aggregato priorum velocitatum. ibid.

12 Si motus in infinitum tardus dari poſſit, quodlibet corpus à qualibet virtute motiva, moveri poteſt. ibid.

13 Percuſſio horizontalis infinita non eſt. 201

14 An percuſſio, cum gravitatione ſimplici ponderis ſit comparabilis. ibid.

15 Percuſſio in genere infinita non eſt. 202

16 Quomodo intelligendus ſit Ariſtoteles dum aſſerit quod motus ponderi addat pondus. 203

17 Pondera ſimpliciter ſumpta, niſi habent inæquales. Pondera jam velocitatibus affecta, dum ſunt diſtantiis reciproca, faciunt æquilibrium. ibid.

18 Determinare duorum corporum in æquilibrio poſitorum, momentum commune in fulcrum ſuſtentans. 204

19 Si pondera inæqualia ponantur in diſtantiis æqualibus, fulcrum gravabitur quaſi à duplo minoris. 205

20 Si pondera æqualia in diſtantiis inæqualibus diſponantur, fulcrum ſuſtentat totum pondus vicinius, & partem remotioris quæ æquilibrium efficit. ibid.

21 Si pondera inæqualia, in diſtantiis inæqualibus ſtatuantur, fulcrum ſuſtentabit pondus cujus momentum minus eſt, & partem oppoſiti, quæ cum eo æquilibrium efficet. ibid.

22 Pondera æquilibrata maximam in jugum gravitationem exercent. 206

23 Motum linea circulariter mota bifariam dividere. ibid.

24 Motum lineæ circulariter circa alienum punctum motæ bifariam dividere. ibid.

25 Invenire centrum percuſſionis duorum ponderum, circa idem centrum ex eadem parte circulariter motorum. 207

26 Invenire centrum percuſſionis cylindri circa punctum extremum circulariter moti. ibid.

27 Invenire centrum percuſſionis partis cylindri circulariter motæ. 208

28 Reperire centrum percuſſionis trianguli moti circulariter circa apicem. ibid.

29 Reperire centrum percuſſionis trianguli circa baſim circulariter moti. ibid.

30 Reperire centrum percuſſionis duorum ponderum oppoſitorum. 209

31 Cylindri circa aliquod punctum medium mobilis centrum percuſſionis reperire. 210

MECHANICES

LIBER VIII.

De motu reflexo, & de Elaterio.

Prop. I. De liquidorum elaterio. 211

2 Argumenta rarefactionem per ſolam corpuſculorum introductionem impugnantia. 212

3 Argumenta rarefactionem propriè dictam impugnantia. 213

4 De elaterio duriorum corporum per intercepta liquida. 214

5 Refellitur Carteſii opinio circa virtutem elaſticam. 215

6 Elaterium per determinationem figuræ explicatur. ibid.

7 De elaterio in opinione rarefactionem per vacuola explicante. 216

8 Elateris vires majores non ſunt ea virtute, quæ ad illud inflectendum requiritur. 217

9 Elaterium majorem motûs quantitatem non producit, quam quæ ad ipſum inflectendum requiritur. ibid.

10 Corpus quod elaſticè flectitur motui totali reſiſtit. ibid.

11 Elaterium præcipuè ſuas exerit vires in eam partem in qua minus ei reſiſtitur. ibid.

12 Elaterium tantum in unam partem agit, quantum illi, ab oppoſita reſiſtitur. 218

13 Elaterium ſuam actionem partitur ſecundum rationem reſiſtentiarum reciprocè. ibid.

14 Quantitates motûs in operibus ab eodem elaterio impulſis productæ, ſunt in ratione reciprocâ reſiſtentiarum. ibid.

15 Velocitates corporum ab elaterio impulſorum non ſe habent reciprocè ut corpora. 219

16 Omnis reflexio localis ab elaterio procedit. ibid.

17 Corpora elaſtica ſimiliter inflectuntur quomodocumque impellantur. 220

18 Elaterium ſemper eodem modo operatur quomodocumque impulſum fuerit. 221

19 In reflexione locali, angulus incidentiæ æqualis eſt angulo reflexionis. ibid.

20 Incidentia perpendicularis, reflexionem habet ſecundum eandem lineam, & æqualem. 222

21 Si duo corpora elaſtica, æqualia, velocitatibus æqualibus ſibi invicem occurrant, regredientur cum iiſdem velocitatibus. ibid.

22 Si corpus elaſticum in aliud æquale, & quietum incurrat, ſiſtetur, alterique ſuam velocitatem communicabit. ibid.

23 Si corpora æqualia elaſtica ſibi occurrant cum velocitatibus inæqualibus, velocitates permutabunt. 223

24 *Si duo mobilia æqualia, & elaſtica in eundem partem delata concurrant utrique cum velocitatibus inæqualibus, poſt concurſum in eaſdem partes ferentur velocitatibus permutatis.* 224
25 *Si duo mobilia elaſtica ſibi occurrant velocitatibus, quæ ipſis ſint reciprocè, erit eadem motus quantitas poſt concurſum, ac antea, quam participabunt ſecundum rationem corporum reciprocè, eruntque velocitates novæ in ratione duplicata priorum velocitatum, aut mobilium.* ibid.
26 *Si mobile majus incurrat in minus quietum, & elaſticum, & majorem velocitatem tribuet, quam habent & ulterius procedit.* 225
27 *Si mobile minus in aliud majus quietum, & elaſticum incurrat, ei minorem velocitatem tribuet, quam habent & regredietur.* ibid.
28 *Si duo mobilia inæqualia ſibi occurrant cum velocitatibus æqualibus, quod minus eſt regredietur, majus verò nonnunquam regredietur, nonnunquam quieſcet, aliquando progredietur.* 226
29 *Si mobile elaſticum majus in minus incurrat, motum in eaſdem partes; majorem ei tribuet velocitatem quam habent, & majori velocitate feretur quam mobile minus ante moveretur.* 227
30 *Si mobile elaſticum minus incurrat in mobile majus, motum in eaſdem partes ei minorem tribuet velocitatem quam habent & movebitur poſt concurſum minori velocitate quàm antea moveretur mobile majus.* ibid.
31 *Corpora elaſtica non habent ſemper eandem velocitatem reſpectivam poſt percuſſionem quam habeant ante percuſſionem.* 228
32 *Si globus in plures æquales quietos & contiguos incurrat, ultimus tantum movebitur eadem celeritate.* 230
33 *Si duo globi æquales, eadem celeritate moti incurrant in plures globos elaſticos quietos, contiguos, & prioribus æquales, duo ultimi movebuntur eâdem celeritate quâ primi.* ibid.
34 *Si globus globum quietum percutiat, eundem illi motum imprimet, ac ſi in illum incurriſſet ſecundum lineam perpendicularem.* 231
35 *Si duo globi ita obliquè in ſe invicem incurrant, ut linea centra conjungens ſit perpendicularis ad unum motum; eundem motum parallelum conſervabunt, eundemque perpendicularem acquirent, quem habuiſſent ſi unum perpendiculariter ſibi in alium incurriſſet.* ibid.
36 *Si duo globi obliquè in ſe invicem quomodocumque incidant, vis impreſſionis metienda eſt, ſecundum parallelas lineæ conjungenti centra illorum in ipſo concurſu.* 232
37 *Non eſt univerſaliter verum centrum gravitatis corporum in ſe invicem incurrentium, moveri, & quieſcere ſimiliter, ante, & poſt concurſum.* ibid.

TRACTATUS IX.

STATICÆ.

LIBER PRIMVS.

Digreſſiones phyſicæ.

DIG. I. *INcertum eſt an gravia in centrum univerſi ferantur.* 233
2 *Incertum eſt an gravia ex quâcumque diſtantia in terram decidant.* ibid.
3 *Incertum an terra per modum unius graviteт.* 234
4 *Gravia motu ſuo, ad centrum terræ rectis lineis feruntur.* 235
5 *An detur levitas, & gravitas; an verò ſola gravitas ſufficiat.* 236
6 *Quæcumque motu vacui accedere dicuntur ſolam gravitatem, ut cauſam agnoſcunt.* 239
7 *De celebri experientia mercurii, quâ nonnulli vacuum in naturâ adſtruere voluerunt.* 242
8 *Quanta ſit altitudo aëris in terram gravitantis definire.* 248
9 *De reliquis experimentis, quæ per aëris gravitatem, & vim ejus elaſticam explicari poſſunt.* 249
10 *An elementa graviteпt in proprio loco reſpectivo.* 257
11 *An terra moveatur ad ſaltum pulicis.* 261

LIBER SECVNDVS.

De deſcenſu gravium.

PROP. I. *GRavia dum deſcendunt motum ſuum accelerant.* 264
2 *Velocitas aut impetus æquabiliter in temporibus æqualibus acquiſitus, in opinione temporis in infinitum diviſibilis, dimidium conficit ſpatium, illius quod peragraſſet, ſi totus ſimul & perſeveranter exiſtens mobile ſuum detuliſſet toto illo tempore, in opinione inſtantium phyſicè idem præſtat.* ibid.
3 *Velocitas aut impetus ſucceſſivè acquiſitus à gravibus deſcendentibus, ex natura rei ſe habet, ut tempora.* 266
4 *Acceleratio motûs gravium, decidentium ex natura rei, in temporibus ſenſibilibus æqualibus, fit ſecundum proportionem arithmeticam numerorum imparium.* 267
5 *Spatia percurſa à gravi decidente, ſunt in duplicata ratione temporum ſumptorum ab initio motûs.* ibid.
6 *Cognito ſpatio quod percurritur à gravi deſcendente aliquo tempore, determinare ſpatium decurrendum quocumque alio tempore.* 268

7 Dato

7. *Dato ſpatio confecto, intrà aliquod tempus aſſignare tempus quo grave, quodcumque ſpatium perfecerit.* ibid.
8. *Velocitates acquiſitæ deſcenſu gravium non ſe habent ut ſpatia decurſa.* ibid.
9. *Secluſo omni extrinſeco accidente, ſpatia decurſa à gravibus decidentibus, ſunt in duplicata ratione temporum.* 270
10. *Aliæ proportiones rejectæ.* 272
11. *Proportio accelerationis deſcenſu gravium, ſecundum ſeriem numerorum imparium non exactè reſpondet experientiis.* 274
12. *Acceleratio motûs gravium tandem finitur, fitque æquabilis motus.* 278
13. *Definire terminum ultimum accelerationis.* ibid.
14. *Quæ proportio obſervetur in deſcenſu gravium.* 279
15. *Determinare pro ſingulis temporibus, quod ſpatium percurratur à gravibus.* 280
16. *Fieri poteſt ut intrà idem tempus mobile ſpatium majus percurrat, majorem tamen velocitatem in fine non habeat.* ibid.
17. *Omnia gravia non deſcendunt æqualiter.* 281
18. *Motus gravium decidentium, proportionalis non eſt eorum gravitati abſolutæ aut reſpectivæ.* ibid.
19. *Corpora leviora in ſpecie, citiùs ad motus æquabilitatem perveniunt.* ibid.
20. *In diverſis mediis, diverſa eſt acceleratio, & in denſioribus citiùs ad æquabilitatem motûs pervenitur.* ibid.
20. *Minora corpora cæteris paribus tardiùs deſcendunt, & conſequenter citiùs ad æqualitatem perveniunt.* 282
21. *An ex aliorum obſervationibus, eundem motûs gravium æquabilitatem concludere poſſimus.* 283
22. *Incredibilis foret motûs gravium ſegnities, ſi nulla daretur acceleratio.* 284
23. *Modi impediendi accelerationem.* ibid.
24. *Impetus ſenſim & æquabiliter deſinens, uſque ad quietem, mediam partem ſpatii percurrit, illius quod peragraſſet ſi integer toto illo tempore perſeveraret.* 285
25. *Inter velocitates ſenſim & æquabiliter deſinentes, quæ alterius dupla eſt, defert ſuum mobile ad ſpatium quadruplum & hoc tempore duplo.* ibid.
26. *Impetus acquiſitus deſcenſu gravium ex natura ſua aptus eſt elevare ſuum mobile ad eandem altitudinem è qua decidit.* 286
27. *Propter aëris reſiſtentiam datur aliqua altitudo; è qua ſi deſcendat grave, totum impetum acquirit quem poteſt acquirere per quemcumque deſcenſum.* ibid.
28. *Datur aliquis terminus ultra quem velocitas per deſcenſum acquiſita quacumque poſitu determinatione non poteſt ſuum mobile ſurſum evehere.* ibid.
29. *Spatium ultra quod gravia reſiliendo non aſcendunt, minus eſt eo, per quod decidendo maximam acquirunt velocitatem.* 287
30. *Projecta quæ majorem habent velocitatem eâ quæ ex gravium deſcenſu acquiri poteſt, minus temporis inſumunt in aſcenſu quam in deſcenſu.* ibid.
31. *Velocitas impreſſa ab extrinſeco, deorſum ferens & major eâ quæ per deſcenſum naturalem acquiritur, ſenſim deficit.* ibid.
32. *Deſcriptio paraboles.* ibid.
33. *In parabola ſagittæ ſunt inter ſe in duplicata ratione, ordinatim applicatarum.* 288
34. *Projectum horizontaliter, & vi gravitatis deorſum delatum, deſcribit motu mixto lineam parabolicam.* ibid.
35. *Projecta ſurſum emiſſa, tum aſcenſu quam in deſcenſu lineam parabolicam motu ſuo deſcribunt.* ibid.

STATICÆ

LIBER III.

De deſcenſu gravium in planis inclinatis, & funependulis.

PROP. I. *IN planis inclinatis gravia minus momentum habent, quam ſi liberè & perpendiculariter deſcenderent.* 290
2. *Si in plano inclinato pondus conſiſtit, quod reciprocè ſe habeat cum alio pondere perpendiculariter decidente, ut plani longitudo, ad perpendicularem, æqualia momenta cum illo habebit.* ibid.
3. *Æqualia pondera quorum unum perpendiculariter, aliud vero per planum inclinatum deſcendat, habent momenta cum longitudine plani & perpendiculari reciproca.* 291
4. *Gravia in planis inclinatis eandem altitudinem perpendicularem habentibus poſita & ita ſe habentia ut planorum longitudines, æqualia habent momenta.* ibid.
5. *Gravium æqualium in planis inclinatis, & eandem altitudinem habentibus conſiſtentium momenta, ſunt in ratione reciproca longitudinum.* 292
6. *Momenta gravium æqualium in planis inclinatis conſiſtentium, ſe habent ut perpendicula æqualium partium, eorundem planorum.* ibid.
7. *Ita ſe habet grave elevans directè pondus, ad elevans obliquè idem pondus, ſicut longitudo & perpendicularis reciprocè.* ibid.
8. *Momentum ponderis in plano inclinato conſiſtentis, ſe habet ad momentum ponderis æqualis in perpendiculari deſcendentis, & trahentis per lineam plano inclinato parallelum, ut momentum ponderis in brachio inclinato, ad planum inclinatum recto, ad momentum ponderis in brachio horizontali poſiti.* 293
9. *Pondus in plano inclinato conſiſtens, ſe habet ad pondus æqualis momenti trahens lineâ plano non parallelâ, ut ſinus complementi anguli tractionis, ad ſinum anguli inclinationis plani.* 294
10. *Dum pondus unicum ex duabus chordis angulum rectum comprehendentibus dependet, ſuntque alia pondera æquilibrium efficientia, pondera ſunt homologa lateribus quibus opponuntur.* ibid.
11. *Si idem pondus è duobus funibus pendeat, quibus appendantur duo pondera, æqualis cum illo momentis, ita ut fiat oxigonium triangulum, ſi à pondere medio ad latus oppoſitum ducatur perpendicularis per cujus ſupremum*

Digitized by Google

premum punctum ducantur duæ lineæ lateribus trianguli parallelæ, erunt hæ parallelæ & perpendicularis ponderibus homologæ. 295

12. Si idem pondus, è duobus funibus pendens ſit in æquilibrio, cum aliis duobus, ita ut fiat triangulum amblygonium, ducta à pondere medio ad lineam horizontalem perpendiculari, & duabus parallelis ad reliqua latera, erunt pondera perpendiculari, & duabus parallelis reciprocè analoga. 296

13. Si grave è duobus funibus non parallelis pendeat, ſi ex communi concurſu, linea perpendiculi ducatur, hæc per illius centrum gravitatis tranſit. ibid.

14. Grave ſuper eod. plano inclinato in eadem ratione acceleratur, ac in libero aëre. 297

15. Ut momentum corporis in plano inclinato, ad momentum ejuſdem in perpendiculari, ita velocitas in eodem plano, ad velocitatem ejuſdem in perpendiculari. ibid.

16. Velocitates in diverſis planis inclinatis ſunt ut momenta ejuſdem gravis, in iiſdem planis; & reciprocè ut planorum eandem altitudinem habentium longitudines. 298

17. Tempora lationum ex quiete, ſunt homologe ut longitudines planorum, eundem verticem habentium, & in eadem horizontali terminatorum. ibid.

18. Spatia temporibus æqualibus percurſa in diverſis planis, immò & in perpendiculari, incipiendo à quiete ſe habent ut velocitates. ibid.

19. Momentum velocitatis ponderis, & ſpatium peragratum aliquo tempore determinato, incipiendo à quiete, ita ſe habet ad momentū, ad velocitatem quam haberet ſi perpendiculariter caderet, & ad ſpatium quod liberè percurreret eodem tempore; ut ſinus anguli talis plani cum horizonte ad ſinum totum. 299

20. Ut ſinus anguli quem facit planum cum horizonte ad ſinum anguli alterius plani, ita momentum, ad momentum; velocitas, ad velocitatem; & ſpatia percurſa iiſdem temporibus, incipiendo utrobique à quiete. ibid.

21. Planum invenire in quo velocitas ſit minor, velocitate quam obtineret grave in dato aliquo plano, in quacunque ratione, aut etiam major, modò non ſuperet velocitatem gravis perpendiculariter moti. ibid.

22. Dato plano inclinato, aſſignare quam ejus partem percurrit grave, intereà dum aliud ipſi æquale quodcumque ſpatium perfecerit in perpendiculari. 300

23. Dato ſpatio percurſo, in uno plano, incipiendo à quiete; aſſignare ſpatium, quod intereà percurritur in alio plano. ibid.

24. Datis duobus planis, aſſignare punctum in alterutro, à quo grave perveniat eodem tempore ad concurſum quo in alio plano ad illum pervenit. 301

25 Dato tempore quo grave percurrit unum planum invenire tempus, quo aliud planum percurret. ibid.

26 Dato tempore, quo grave percurrit ſpatium quodcumque in plano inclinato, aut in perpendiculari; aſſignare ſpatium percurrendum, in alio plano quocumque tempore. 302

27 Dato tempore quo percurretur aliqua linea, aſſignare tempus, quo percurritur aliqua ejus pars. ibid.

28 Æqualis velocitas acquiritur, per planum inclinatum, ac per ejus perpendicularem. ibid.

29 Si grave perpendiculariter motum, cōtinuet motum ſuum ſuper plano inclinato, eodem modo movebitur, ac ſi in plano inclinato ſemper motum fuiſſet, initio ducto ab eadem horizontali. ibid.

30 Si grave perpendiculariter deſcendens, continuet motum ſuum in plano inclinato; aſſignare ſpatium, quod in eo percurret, æquali tempore, quo percurret perpendicularem. 303

31 Dum grave deſcendens per planum inclinatum, continuat motum ſuum perpendiculariter, aſſignare ſpatium decurſum in perpendiculari, æquali tempore quo percurrit planum inclinatum. ibid.

32 Dum grave movetur perpendiculariter, tum continuat motum ſuper plano inclinato, per aliquod ſpatium, invenire tempus, quo tale ſpatium percurrit. ibid.

33 Gravi delato ſucceſſivè, in pluribus planis inclinatis, aſſignare tempus quo in ſingulis movetur. 304

34 Grave naturali motu velocius fertur ad idem punctum duabus lineis; quam una, modò prima magis accedat, ad perpendicularem deorſum; & tres illæ lineæ poſſint inſcribi ab imo quadrantis ad horizontem recti in dicto quadrante. 305

35 Si ut prius mobile feratur per tria plana, citius feretur, ac per unum. ibid.

36 In quadrante inferiori, velocius feretur mobile, quam per planum inclinatum. ibid.

37 Grave plus temporis impendet, ut deſcendat per duo plana inclinata, aut per lineam perpendicularem, & planum inclinatum, quam per ſolam perpendicularem. ibid.

38 Gradus velocitatis ejuſdem mobilis ſupra plana inclinata moti, ſunt æquales; cum eorumdem planorum perpendicula ſunt æqualia. ibid.

39 Si ex puncto quietis, ducatur perpendicularis, quæ fiat diameter circuli; dico omnia plana, à tali puncto ad circumferentiam circuli ducta percurri eodem tempore. ibid.

40 Si linea perpendicularis, fiat diameter circuli, dico omnia plana, deducta circumferentia circuli ad ejus punctum infimum, æquali tempore percurri. 306

41 Si à ſupremo puncto circuli, duo gravia ad imum punctum ejuſdem, per duplex planum ad circumferentiam uſque perveniant, illud citius perveniet, cujus planum majus erit. ibidem.

42 Si in eodem puncto ſupremo, plures circuli ſe interius tangant; & ab eo ducantur plurima plana utrumque circulum ſecantia; partes interceptæ inter circulos æquali tempore percurrentur, ſi à puncto ſupremo motus initium fiat. ibid.

43 Grave naturali motu deſcendens per circumferentiam quadrantis inferioris, eam breviori tempore percurrit, quam idem grave percurret diametrum. ibid.

44 Mobile motum ſecundùm perpendicularem, ſi motum continuet in plano inclinato, lentius in eo movebitur, quàm ſi motum continuaſſet in perpendiculari. 307

45 Determinare rudi minervâ, quantum grave moveatur perpendiculariter; intereà dum perpendiculum movetur circulariter. ibid.

47 Ejuſdem penduli vibrationes inæquales licet ſunt

ſunt ſaltem ſenſibiliter æquidiuturna. 308

47 Si duo gravia naturali motu ferantur ſuper duo, aut plura plana ſimiliter inclinata, & proportionalia: tempora iis percurrendis impenſa erunt in ſubduplicata ratione planorum. ibid.

48 Durationes vibrationum ſunt in ſubduplicatâ ratione longitudinum ſeu radiorum. 309

49 Si eadem vi corpus ſurſum impellatur perpendiculariter, quâ aliud ſuſpenſum; & æquale, horizontaliter impellitur, ad eandem altitudinem aſcendent. 310

50 Arcus quos, deſcribit pendulum ſunt in eadem ratione, ac velocitate, quas habet in puncto infimo. ibid.

51 Pendulum ex natura rei vibrationes habet æquales ſeu inæquales arcus excurrentes. ibid.

52 Menſuram temporis exquiſitam conſtituere. ibid.

53 Dato numero vibrationum quas pendulum notæ longitudinis perficit, invenire longitudinem penduli quod certum alium numerum vibrationum, intra idem tempus abſolvat. 311

54 Data longitudine duorum pendulorum, & duratione vibrationis unius, invenire alterius penduli vibrationis durationem. 312

55 Longitudines quaſcumque poſteris tranſmittere. 313

56 De horologiis automatis pendulo inſtructis. ibid.

57 De numero rotarum, & denticulorum, in horologiis quæ pendulis inſtruenda ſunt. 314

58 De pendulorum quibus inſtruuntur horologia longitudine. 316

59 Deſcriptio horologii muti pendulo tamen inſtructi. 318

60 Cur pendula longiora velocius moveantur. ibid.

61 De horologiorum pendulis inſtructorum fidelitate. ibid.

62 An idem requiratur pondus in quolibet pondere movendo. 319

63 De horologiis per plana inclinata. ibid.

64 Quomodo à domino Hughens ad omnimodam æqualitatem revocentur horologia pendulis inſtructa. 321

65 Vibrationis penduli ex duobus ponderibus ad eaſdem partes poſitis compoſiti, durationem determinare. 322

66 Vibrationis penduli ex duobus ponderibus ad diverſas partes poſitis compoſiti, durationem determinare. 323

S T A T I C Æ.

L I B E R IV.

De Æquiponderantibus.

Prop. I. Gravia quæ in diſtantiis æqualibus poſita, ſunt in æquilibrio, æqualia ſunt. 326

2 Gravia inæqualia in diſtantiis æqualibus poſita, non æquiponderabunt, ſed majus prævalebit, & inclinabitur. 327

3 Gravium in diſtantiis inæqualibus æquiponderantium majus in minori, & minus in majori diſtantia conſiſtit. ibid.

4 Si ut pondus ad pondus, ita fuerit reciprocè diſtantia, ad diſtantiam, erit æquilibrium. 328

5 Eadem bilance, multorum ponderum gravitatem expendere. ibid.

6 Stateram communem explicare, & dividere. ibid.

7 Stateram in qua æquipondium immobile, & unus aut lanx mobilis, componere. 329

8 Stateram in qua anſa mobilis eſt componere ibid.

9 Sine ſtatera cujuſlibet corporis gravitatem expendere, ſeu potius facilem ſtateram componere. 330

10 Statera cujus anſa, & gravium locus determinatus eſt, ſeu trutina, & libra. ibid.

11 Trutina doloſa ex inæqualitate brachiorum. 331

12 Idem eſt appendere liberè grave in aliquo puncto ſcapi, ac ſi centrum gravitatis ibi conſiſteret. ibid.

13 Idem eſt duo pondera appendere in eodem puncto, ac ea appendere in reciprocâ diſtantia circa idem punctum. ibid.

14 Vera diſtantia ponderis in ſcapo exiſtentis, eſt diſtantia centri gravitatis, ab anſa. 332

15 Dum pondera liberè ex eodem puncto dependent, non mutatur æquilibrium, etiamſi partes aliquæ videantur reſpondere anſæ. ibid.

16 Quotcumque datis in libra ponderibus, ubicumque appenſis, centrum libræ invenire, ex quo ſi ſuſpendatur libra, data pondera in æquilibrio maneant. 333

17 Quotcumque gravitatum in libra ſitu æquiponderantium, datis omnibus radiis, & ponderibus præter unum, invenire radium vel pondus ignotum. ibid.

18 Pondera ex remotione ab anſa, momentum majus, abſolutum non acquirunt, ſed tantum reſpectivum. ibid.

19 De ſtateris quarum anſa eſt ſupra lineam conjungentem centra gravitatis ponderum. 334

20 De trutinis quarum anſa eſt infra lineam conjungentem centra gravitatis ponderum. 334

21 De trutinis ordinariis. 335

22 Trutinæ brachiorum longiorum ſunt exactiores. ibid.

23 Datis duobus gravibus, jugum ſeu punctum invenire, è quo ſi ſuſpendantur, fiat æquilibrium. ibid.

24 Invenire pondus, quod ad datam columnam determinatam habeat rationem. 336

25 Si columna ſuſpendatur; per punctum ſupra centrum gravitatis aſſumptum, eius axis erit parallelus horizonti. ibid.

26 Linea directionis producta, quamcunque lineam conjungentem centra gravitatum in ſuos radios dividit, ſicut & omnes interceptas inter lineas gravitatum ponderum. ibid.

27 Datâ columnâ notæ gravitatis cum ponderibus notis, ex ea pendentibus, quæ axem horizonti parallelum contineant, invenire pondus quod in certo loco appenſum, columnam in ſitu propoſito ſtatuat. 337

28 Datâ columna, & aſſignatis duobus punctis in eius axe, uno immobili, altero mobili, invenire pondus, quod directè motum, & annexum puncto mobili, columnam in ſitu horizontali detineat. ibid.

29 Facta ſuperiori conſtructione, ita eſt pondus columnam in ſitu horizontali detinens, ad pondus columnæ, ut reciprocè radius columnæ ad radium ponderis. ibid.

30 *Datâ columnâ, & aſſignato puncto immobili in ipſo axe, pondus quod ex puncto ejuſdem axis columnam in ſitu horizontali detinet in omni ſitu eam detinebit.* 338

31 *Si columna duobus punctis in axe ſumptis innitatur, erit pondus utrique puncto incumbens, reciprocè ut diſtantia utrinſque à centro gravitatis.* ibid.

32 *Si columna duobus quibuſcumque punctis innitatur, erunt pondera ſingulis punctis incumbentia, reciprocè ut ſegmenta axis, inter centrum gravitatis & lineas directionis.* ibid.

33 *Pondus quodcumque duobus ſecundum datam rationem ſerendum diſtribuere.* ibid.

STATICÆ.

LIBER V.

Centrobaryca linearum.

PROP. I. *Si dua magnitudines ſimul componantur, commune centrum gravitatis erit in linea recta centra gravitatis particularia conjungente.* 352

2 *Si dua magnitudines aquales conjungantur, commune centrum gravitatis, erit medium linea connectentis centra gravitatis.* ibid.

3 *Si trium magnitudinum aqualium centra gravitatis, fuerint in una linea, ſintque diſtantia aquales, idem erit centrum gravitatis omnium ſimul, ac intermedia.* ibid.

4 *Si dua magnitudines conjungantur, centrum commune gravitatis dividet conjungentem centra particularia in ſegmenta magnitudinibus reciprocè proportionalia.* 340

5 *Si à magnitudine auferatur magnitudo, erit reliqua centrum gravitatis, in recta conjungente totius, & ablata centra gravitatis, eruntque diſtantia centrorum gravitatis partium à centro gravitatis partium à centro communi, reciprocè proportionales partibus.* ibid.

6 *Data recta linea centrum reperire.* ibid.

7 *Duarum rectarum centrum gravitatis reperire.* 341

8 *Plurimarum linearum centrum commune reperire.* ibid.

9 *Centrum gravitatis ambitûs trianguli reperire.* ibid.

10 *Ambitûs figurarum quadrilaterum centrum gravitatis reperire.* ibid.

11 *Ambitûs Polygonorum regularium centrum gravitatis reperire.* ibid.

12 *Si ſegmento circuli inſcribatur polygonum cujus latera ſint pariter paria, erit ut media tas linearum ad ſubtenſam, ita perpendicularis à centro circuli ad unum latus, ad diſtantiã centri gravitatis omnium à centro.* 342

13 *Cujuſlibet arcûs circuli centrum gravitatis reperire.* 343

14 *Dato centro gravitatis alicujus arcûs invenire centrum gravitatis arcûs dupli, quadrupli &c. item arcus dimidii &c.* ibid.

15 *Centrum gravitatis arcûs alicujus ſubtenſa invenire.* ibid.

16 *Centrum gravitatis circumferentia ſemicirculi, eſt ultimum punctum linea quadraticis.* ibid.

STATICÆ.

LIBER VI.

Centrobaryca planorum.

PROP. I. *Parallelogrammi centrum gravitatis eſt in linea recta dividente biſariam latera oppoſita.* 344

2 *Parallelogrammi cujuſlibet centrum gravitatis eſt in concurſu diametrorum.* ibid.

3 *Trianguli cujuſlibet centrum gravitatis eſt in linea ducta ab angulo quocumque ad dimidiam baſin.* ibid.

4 *In omni triangulo, ſi ex duobus angulis ad dimidia latera oppoſita ducantur recta linea, in earum concurſu erit centrum gravitatis.* 345

5 *Cuiuſlibet trapezii duo latera parallela habentis, centrum gravitatis invenitur in linea dividente biſariam utrumque latus parallelum.* ibid.

6 *Si ex angulo trianguli per centrum gravitatis ducatur linea recta, hac biſariam dividet latus oppoſitum.* 346

7 *Centrum gravitatis trianguli, ita lineam ab angulo ad medium latus ductam ſecat, ut ſegmentum vicinius angulo ſit duplum reliqui.* ibid.

8 *Si latus trianguli in tres partes dividatur, & per tertiam partem prope baſin, ducatur parallela baſi, in ea erit centrum gravitatis.* ibid.

9 *Omnis figura regularis parium laterum centrum gravitatis, idem eſt quod centrum circuli cui inſcribitur.* 346

10 *Trianguli aquilateri centrum gravitatis eſt centrum circuli cui inſcribitur.* 347

11 *Omnis poligoni regularis centrum circuli cui inſcribitur, eſt centrum gravitatis.* ibid.

12 *Centrum gravitatis circuli, idem eſt quod centrum magnitudinis.* ibid.

13 *Cuiuſlibet rectilinei centrum gravitatis reperire.* 348

14 *Centrum gravitatis polygoni pariter paris, in ſegmento circuli inſcripti, tertiâ parte minus diſtat à centro circuli, quam centrum gravitatis perimetri ejuſdem.* ibid.

15 *Si in ſemicirculo radius fiat medius proportionalis, inter quadrantem, & aliam lineam, diſtantia centri gravitatis à centro circuli, duas tertias illius tertia proportionalis ſibi vendicat.* ibid.

16 *Diſtantia centri gravitatis ſectoris à centro circuli duas tertias diſtantia centri gravitatis perimetri obtinet.* 349

17 *Centrum gravitatis ſegmenti circuli reperire.* ib.

18 *Figurarum omnium ex circularibus compoſitarum, centrum gravitatis reperire.* ibid.

19 *Si polygoni pariter parilateri ſegmento circuli inſcripti, ſubtendentes dividantur, ſingula in eadem ratione, ita ut fiat aliud polygonum, erit primi, & ſecundi polygoni idem centrum gravitatis.* ibid.

20 *Segmenti ellyptici cujuſcumque, & ſegmenti circularis eundem axem, baſin, & verticem habentium, idem eſt centrum gravitatis.* 350

21 *Figura rectilinea, in parabola planè deſcripta, centrum gravitatis eſt in axe.* ibid.

22 *Parabola centrum gravitatis eſt in diametro.* ibid.

23 *In*

23 *In omni parabola centrum gravitatis eodem modo dividit diametrum.* 351

24 *Centrum gravitatis ita dividit axem parabolæ ut pars ad verticem, ſit reliqua ſeſquialtera.* ibid.

STATICÆ

LIBER VII.

Centrobaryca ſolidorum.

PROP. I. *SI priſma ſecetur plano adverſis planis parallelo, ſectio erit figura ſimilis illi, quæ eſt in oppoſitis planis centrum gravitatis habens, in linea conjungente centra figurarum oppoſitarum.* 352

2 *Cujuſlibet priſmatis centrum gravitatis eſt in plano, quod & oppoſitis planis parallelum, & reliquorum latera biſariam dividit.* ibid.

3 *Cylindri centrum gravitatis eſt in plano baſibus parallelo, quod parallelogrammi per axem latera biſariam ſecat.* 353

4 *In quolibet priſmate parallelepipedo, centrum gravitatis eſt in medio axis.* ibid.

5 *In priſmate triangulari centrum gravitatis invenietur in plano ducto ab uno angulo, in dimidium latus oppoſitum.* ibid.

6 *Centrum gravitatis priſmatis triangularis, eſt in medio axe, & in concurſu linearum dividentium latera trianguli medii biſariam, ab angulis oppoſitis in triangulo.* 354

7 *Cujuſlibet priſmatis cujus baſis eſt trapezium & cujus duo latera ſunt parallela: centrum gravitatis eſt in plano dividente biſariam latera parallela.* ibid.

8 *Omnis priſmatis cujus baſis eſt polygonum regulare parium laterum, centrum gravitatis eſt in medio axe.* ibid.

9 *Priſmatis cujuſlibet regularis centrum gravitatis eſt in medio axe.* 355

10 *Cylindri centrum gravitatis in medio axe poſitum eſt.* ibid.

11 *Si pyramis triangularis ſecetur plano baſi parallelo, efficietur triangulum baſi ſimile, habens in axe ſuum centrum gravitatis.* ibid.

12 *In omni pyramide poſſunt inſcribi, & circumſcribi priſmata, quorum baſes ſint baſi pyramidis ſimiles, & quæ habeant centra gravitatis in axe pyramidis, ita ut eorum differentia ſit minor aliquâ quantitate ſolida.* 356

13 *Pyramidis, coni, ſphæræ, & ſphæroidis centrum gravitatis eſt in axe.* ibid.

14 *Sphæræ aut ſphæroidis centrum gravitatis eſt idem ac centrum magnitudinis.* 357

15 *Segmenti majoris hemiſphærio centrum eſt in axe, item ſegmenti ſphæroidis, quod majus ſit dimidia ejus parte.* ibid.

16 *Pyramidis triangularem baſin habentis, centrum gravitatis eſt in concurſu axium.* ibid.

17 *Axes ejuſdem pyramidis ſecantur proportionaliter à centro gravitatis.* 258

18 *Triangularis pyramidis, centrum gravitatis ita dividit axem, ut pars vicinior vertici ſit tripla reliquæ.* ibid.

19 *Pyramidis quadrilateram baſin habentis centrum gravitatis ita dividit in axem, ut pars vicinior vertici, ſit tripla reliquæ.* ibid.

20 *Pyramidis cujuſcumque, centrum gravitatis ita dividit axem, ut pars vicinior vertici ſit tripla reliquæ.* 359

21 *Omnis coni centrum gravitatis, ita dividit axem ut pars vicinior vertici ſit reliquæ tripla.* ibid.

22 *Fruſtum triangularis pyramidis, dividi poteſt in tres pyramides, quæ ſint continuè proportionales in ea ratione, quæ eſt unius lateris majoris baſis, ad latus ſibi correſpondens minoris baſis, & prima eandem baſim majorem habeat & eandem altitudinem.* ibid.

23 *Quodlibet fruſtum pyramidis æquale eſt pyramidi, eandem altitudinem habenti, baſin autem æqualem, baſi majori, & minori, & mediæ proportionali, ſimul ſumptis.* 360

24 *Fruſtum coni, æquale eſt cono æquè alto, cujus baſis æqualis eſt baſi majori, minori & mediæ proportionali ipſius fruſti.* ibid.

25 *Centrum gravitatis fruſti pyramidis, aut fruſti coni eſt in axe.* ibid.

26 *Cujuſlbet fruſti pyramidis, aut fruſti coni centrum gravitatis reperire.* ibid.

27 *Pyramis æquilatera ſphæræ inſcripta, pro centro gravitatis habet centrum ſphæræ.* 361

28 *Circulus ſphæræ inſcriptus, habet pro centro gravitatis centrum ſphæræ.* ibid.

29 *Octaedri ſphæræ inſcripti centrum gravitatis, idem eſt quod centrum ſphæræ.* ibid.

30 *Icoſaedri ſphæræ inſcripti centrum gravitatis, eſt centrum ſphæræ.* ibid.

31 *Centrum gravitatis hemiſphærii, ita dividit axem ut pars vertici propinquior ſit ad aliam* ut 5. ad 3. 362

32 *Solidi parabolici centrum gravitatis ita dividis axem ut pars vertici propior ſit reliquâ dupla.* ibid.

33 *Solidi ellyptici, & ſolidi circularis æqualem habentium unam diametrum, & æqualem altitudinem, idem eſt centrum gravitatis.* ibid.

STATICÆ

LIBER VIII.

Proprietates centri gravitatis & lineæ directionis.

PROP. I. *NUllius corporis centrum gravitatis niſi violenter aſcendere poteſt.* 363

2 *Centrum gravitatis, in lineæ directionis poſitum non movetur.* ibid.

3 *Perfectè ſphæricum, perfecto plano inſiſtens, in uno tantum puncto quieſcit.* 364

4 *De ſitula, aquæ plena, quæ in extremitate menſæ pendens, ex baculo non cadit.* ibid.

5 *Quæ à ſuperioribus lineæ directionis punctis retinentur, ad priſtinum ſtatum redeunt cum ab eo educuntur; quæ verò ab inferioribus magis ab eo recedunt.* ibid.

6 *Ad motum hominis progreſſivum, aut cujuſcumque animalis, mutatur linea directionis, Zenith & horizon.* 365

7 *Quotieſcumque multæ ſunt lineæ directionis, corpus non cadit, modò centrum gravitatis*

aut in una earum, aut inter illas inveniatur. ibid.

8 *Toties grave duobus punctis innixum, inclinatur ad motum deorſum, quoties centrum gravitatis eſt extra planum trianguli, in quo centrum terræ, & duo puncta ſuſtentantia.* ibid.

9 *Motus progreſſivus hominis.* ibid.

10 *Centrum gravitatis mutatur, quoties ex una parte additur, vel quoties aliqua pars, à linea directionis removetur.* 366

11 *Motus progreſſivus quadrupedum.* ibid.

TRACTATVS X.

GEOGRAPHIÆ.

LIBER PRIMVS.

Vniverſalia Geographiæ principia.

Prop. I. *Tellus in infinitam ſuperficiem planam non excurrit.* 368

2 *Tellus non conſtat ſuperficie planâ.* ibid.

3 *Moles terraquea rotunda eſt ab ortu in occaſum.* 369

4 *Tellus rotunda eſt ab Auſtro in Septentrionem.* ibid.

5 *Tellus abſolutè ſpherica eſt.* 370

6 *Locus infimus, ſeu terminus ad quem feruntur omnia gravia eſt centrum terræ.* 371

7 *Ex aquâ, & terrâ fit unus globus.* 372

8 *Tellus eſt in centro firmamenti ſaltem quoad ſenſum.* 373

9 *Locus telluris reſpectivus ad planetas in opinione communi.* 374

10 *Locus telluris inter Planetas in Copernicana hypotheſi.* ibid.

11 *Quid de Copernicana hypotheſi ſit ſentiendum.* 375

12 *Copernicana hypotheſis nullâ ratione demonſtrativa refellitur, aut probatur.* 376

13 *Primus cælorum motus ab ortu in occaſum.* 377

14 *Si æqualiter ſphæra volvatur circa ſuum axem, cuncta quæ in ſuperficie ſphæræ ſunt, puncta præter polos, circulos deſcribunt parallelos, & ad axem rectos, & eoſdem cum ſphæra polos habentes.* ibid.

15 *Si duo puncta æqualiter à polo diſtent, eundem parallelum deſcribent, æqualeſque, & ſimiles arcus deſcribent.* 378

16 *In circumvolutione ſphæræ omnia puncta ſuperficiei eius arcus ſimiles deſcribunt.* ibid.

17 *Circuli ad axem obliqui puncta varios parallelos deſcribunt.* ibid.

18 *De motu ſolis annuo.* 379

19 *De primo circulo ſphæræ armillaris, ſeu de æquatore.* 380

20 *De Zodiaco.* 381

21 *De quatuor circulis minoribus ſphæræ, duobus ſcilicet tropicis, duobuſque polaribus, reliquiſque parallelis.* 383

22 *De duobus coluris.* 384

23 *De meridiano.* ibid.

24 *De horizonte.* 385

25 *De horizonte rationali.* 386

26 *Zenith, & Nadir ſunt poli horizontis.* ibid.

27 *Horizontis officia.* 387

28 *Circulus meridianus bifariam ſecat arcum diurnum.* ibid.

29 *Circuli cæleſtes in tellure conſiderari, & in globis notari poſſunt.* ibid.

30 *Qui circuli communiter in globis terreſtribus, & mappis geographicis notari debeant.* 388

31 *Varia menſura.* 389

32 *Modus metiendarum diſtantiarum terreſtrium.* 390

33 *A quibus ambitus telluris fuerit determinatus.* ibid.

34 *Determinatio ambitus telluris ex obſervationibus cæleſtibus.* 391

35 *Metiendi ambitûs terreſtris praxes à cælo non dependentes.* 392

36 *Conſtituitur magnitudo terræ.* 393

37 *Reductio magnitudinis terræ ad commodiores menſuras.* ibid.

38 *Reliquas terræ dimenſiones lineares determinare.* 394

39 *Determinare dimenſiones telluris ſuperficiales.* 396

40 *Determinatio ſoliditatis terræ.* ibid.

41 *Magnitudo terræ reſpectiva: Tellus eſt inſtar puncti reſpectu Firmamenti.* ibid.

GEOGRAPHIÆ VNIVERSALIS

LIBER II.

Affectiones telluris ejus rotunditati à ſeptentrione in Auſtrum affixæ.

Prop. I. *De ſphæra rectâ.* 398

2 *De ſphærâ obliquâ.* 399

3 *De ſphærâ parallelâ.* ibid.

4 *De latitudine terreſtris globi.* 400

5 *Latitudo Regionis.* ibid.

6 *De elevatione Poli.* 401

7 *Elevatio Poli, latitudini regionis æqualis eſt.* ibid.

8 *Aſſignata in globo, aut in mappa cujuſcumque regionis latitudinem determinare.* 402

9 *Datâ elevatione Poli, aut latitudine, regiones omnes recenſere, prædictæ elevationi, aut latitudini ſubjectas.* ibid.

10 *Globum ita ſtatuere ut horizon immobilis dictæ regionis horizon evadat.* 403

11 *Lineam meridianam obſervare.* ibid.

12 *Obſervare latitudinem, aut elevationem poli regionis in quâ verſamur.* ibid.

13 Latitudo

13 *Latitudo in variis regionibus obſervata.* 404
14 *Globum ſtatuere juxta telluris ſitum.* 405
15 *De diviſione telluris in Zonas.* ibid.
16 *De regionibus æquatori ſubjectis, earumque proprietatibus.* 406
17 *Diſtributio anni tempeſtatum in regionibus æquatori ſubjectis.* 407
18 *De regionibus inter æquatorem, & tropicum ſitis, earumque proprietatibus.* ibid.
19 *Diſtributio anni tempeſtatum, pro regionibus inter æquatorem, & tropicum ſitis.* 408
20 *Dato loco in Zona torrida invenire duos anni dies quibus ſoli illi meridie fiat verticalis.* ibid.
21 *Dato die exhibere omnia loca quibus ſol fiat verticalis.* 409
22 *De regionibus tropico ſuppoſitis, earumque proprietatibus.* ibid.
25 *Diſtributio anni tempeſtatum in regionibus tropico ſubjectis.* ibid.
24 *Regiones in zonis temperatis ſitæ, earumque proprietates.* 410
25 *Diſtributio anni tempeſtatum pro zonis temperatis.* ibid.
26 *Dato quocumque loco, & die, invenire quot gradibus ſol Meridianus ab eo diſtet.* 411
27 *Regiones quarum Zenith eſt in alterutro circulorum polarium, earumque proprietates.* ibid.
28 *Diſtributio anni tempeſtatum pro initio Zonæ frigidæ.* ibid.
29 *Regiones inter polarem circulum, & polum ſitæ.* 412
30 *Dato loco in Zona frigida, indicare dies quibus ſol illi non oritur, aut non occidit.* ibid.
31 *Dato anni die, exhibere omnia loca telluris quibus ſol non oritur, aut non occidit.* 413
32 *Regiones ſub polo poſitæ, & earum proprietates.* ibid.
33 *Superiorem doctrinam in Globo exhibere.* ibid.
34 *Accidentales quatuor anni tempeſtatum diviſiones reſpectu Zonæ torridæ.* 414
35 *Accidentales quatuor anni tempeſtatum diviſiones reſpectu Zonarum temperatarum.* 415
36 *De die longiſſimâ.* ibid.
37 *Dati loci latitudine, & loco ſolis invenire quantitatem diei, ac noctis.* 416
38 *Idem parallelus ſolis, ab horizonte magis obliquo, ſeu majoris latitudinis magis inæqualiter ſecatur.* ibid.
39 *Idem parallelus æqualiter ſecatur ab omnibus horizontibus ejuſdem latitudinis.* 417
40 *Parallelus ab æquatore remotior magis inæqualiter ab eodem horizonte obliquo dividitur, quàm minus remotus.* 418
41 *Paralleli hinc inde ab æquatore æqualiter declinantes, ſimiliter ab eodem horizonte dividuntur.* ibid.
42 *Data latitudine minore gradibus 66½ invenire diei longiſſimæ quantitatem.* 419
43 *Data quantitate maxima diei, invenire latitudinem regionum cui convenit, per illuminationem invenire diem longiſſimam.* ibid.
44 *Data latitudine majore gradibus 66½ invenire quot diebus ſol non occidat, & viciſſim.* 420
45 *De incremento dierum à minimo uſque ad maximum.* ibid.
46 *De climatibus.* 421
47 *Si tellus dividatur in climata, parallelis æqualiter inter ſe diſtantibus, non erit exceſſus longiſſimæ diei æqualis, ſed major, quò ad polum magis acceſſeris.* 422
48 *Antiquorum climatum diſtributio.* 423
49 *Hodierna climatum diſtributio.* 423
50 *Uſus tabulæ climatum.* 425
51 *De cauſis crepuſculi, & Auroræ, ſeu de Athmoſphærâ.* ibid.
52 *Invenire quot gradibus ſol ſit depreſſus infra horizontem, dum incipit aurora, vel finitur crepuſculum veſpertinum.* 426
53 *Ex duratione crepuſculi, altitudinem athmoſphæræ determinare.* 427
54 *Quomodo crepuſcula ſe habeant ſub æquatore.* ibid.
55 *In ſphæra quacumque obliqua longitudinem crepuſculi invenire pro die æquinoctii.* 429
56 *Ab æquatore ad tropicum æſtivum ſemper creſcit crepuſculum, non verò creſcit ſemper ad hyemale.* ibid.
57 *Totus progreſſus crepuſculi.* 430
58 *In illo parallelo nulla eſt nox plena, cujus declinatio borealis ſubtracta à complemento latitudinis, pauciores gradus relinquit quam 18, & cujus declinatio auſtralis addita complemento latitudinis ſummam efficit minorem 18 gradibus.* ibid.
59 *De aſciis, amphiſciis, heteroſciis, periſciis.* 431
60 *In locis æquatori ſubjectis die æquinoctii umbra lineam rectam percurrit. Aliis diebus protenditur ad diverſas partes horizontis quæ ſemicirculum non perficiunt.* ibid.
61 *In Zonis temperatis dum ſol parallelos hyemales percurrit, umbra ad minorem ſemi-circulo arcum horizontis porrigitur, diebus æſtivis ad majorem arcum ſemicirculo.* 432
62 *In Zonâ torridâ dum ſol verſatur inter tropicum, & loci parallelum umbra ſtyli perpendiculariter erecti ad planum horizontale, manè, & veſperi ſua relegit veſtigia.* ibid.

GEOGRAPHIÆ VNIVERSALIS.

LIBER III.

Affectiones telluris ejus rotunditati ab occaſu in ortum affixæ.

PROP. I. DE *longitudine terræ.* 433
2 *Regiones eidem meridiano ſubjectæ ſimul habent meridiem, & omnes horas.* ibid.
3 *Qui diverſis meridianis ſubjacent, diverſo tempore eaſdem habent horas aſtronomicas, & eodem diverſas.* 434
4 *Horarum differentia in duobus locis æqualis eſt meridianorum diſtantiæ.* ibid.
5 *Qui pro eodem tempore, plures horas numerant, ſunt Orientaliores.* 435
6 *Quolibet tempore eſt omnis hora.* ibid.
7 *Sol à quolibet meridiano ſingulis horis 15 gradibus removetur occaſum verſus.* ibid.
8 *Datâ horâ in aliquâ orbis parte determinare quanam ſit hora in quacumque regione.* 436
9 *Datâ horâ in aliquâ orbis parte, invenire regiones in quibus ſit hora propoſita.* ibid.

10 *Cognitâ horâ quâ fiet Eclypſis lunaris in aliquo meridiano, horam invenire quâ accidet in tuo meridiano.* 436
11 *Circuli meridiani ſunt horarii circuli.* ibid.
12 *Qui ad occaſum progreditur, dies naturales longiores habet, qui ad ortum breviores.* 437
13 *Qui terram circumnavigat, unum diem aut deperdit, aut lucratur.* ibid.
14 *Duo loca vicina neceſſariò uno die, ſeu 24 horis, in ſuo Kalendario diſcrepant.* 438
15 *De primo meridiano.* ibid.
16 *Numeratio longitudinis cujuſque loci.* 439
17 *Propoſita regionis in globo, aut mappa univerſali, longitudinem invenire, & viciſſim data quacunque longitudine omnes regiones talis longitudinis aſſignare.* 440
18 *Nova longitudinis numeratio.* ibid.
19 *Diſtinctio totius telluris per horas.* 441
20 *Longitudinis differentiam inter duo loca ex datâ latitudine utriuſque, & diſtantia reperire.* 442
21 *Datâ locorum latitudine, & angulo poſitionis, invenire differentiam longitudinis.* ibid.
22 *Datâ latitudine unâ, angulo poſitionis, & diſtantiâ, invenire differentiam longitudinis.* 443
23 *Datâ diſtantiâ unius loci à duobus aliis jam cognitis, invenire longitudinem, & latitudinem illius.* ibid.
24 *Differentiam longitudinis locorum ex obſervatione Eclypſium lunarium invenire.* ibid.
25 *Longitudinem reperire per lunæ diſtantiam à ſtellis.* 444
26 *Longitudinem reperire per Iovis ſatellites, aut maculas lunares.* ibid.
27 *Differentiam longitudinis per horologium automatum, pendulo inſtrumentum reperire.* ibid.

GEOGRAPHIÆ VNIVERSALIS.

LIBER IV.

De proprietatibus telluris, ex omnimodâ eius rotunditate.

PROP. I. DE *plagis, ſeu circulis verticalibus.* 445
2 *Diviſio ventorum in 12, ſecundum Antiquos, ex Senecâ.* 446
3 *Diviſio horizontis in plagas, ſeu ventos 24.* ibid.
4 *Diviſio horizontis in plagas, ſeu ventos 32, uſurpata in mari Mediterraneo.* 447
5 *Diviſio horizontis in 32 plagas uſurpata in Oceano.* ibid.
6 *De ventis.* 448
7 *Determinare plagam in quâ inveniatur aliquis locus, reſpectu alterius.* ibid.
8 *Idem circulus, & ventus qui reſpectu unius loci eſt una plaga, reſpectu alterius eſt alia.* 449
9 *De locorum diſtantiâ.* ibid.
10 *Duorum locorum in globo notatorum diſtantiam inveſtigare.* ibid.
11 *Datâ longitudine, & latitudine locorum, eorum diſtantiam invenire per globum, & trigonometricè.* 450
12 *Datâ longitudine, & latitudine duorum locorum, eorum diſtantiam geometricè reperire.* ibid.
13 *Data duorum locorum latitudine, & plaga invenire diſtantiam.* 451
14 *Datâ duorum locorum longitudine, & unius tantum latitudine cum plagâ ad quam ſitus eſt alter, invenire diſtantiam.* ibid.
15 *Sol illuminatione centrali minus quam hemiſphærium illuminat: phyſicè tamen hemiſphærium.* ibid.
16 *Sol præter hemiſphærium illuminat imperfecta illuminatione 15 minuta.* ibid.
17 *Sol minus, quam hemiſphærium illuminat illuminatione perfecta, & defectus eſt 15 minutorum hinc inde.* 452
18 *Sol æquatorem percurrens, utrumque polum centrali illuminatione illuminat.* ibid.
19 *Quanta eſt ſolis declinatio, & tantum polus vicinus intra illuminationem immergitur, & remotus intra umbram.* 453
20 *Datâ horâ alicubi exhibêre locum in terra cui ſol eſt verticalis.* ibid.
21 *Exhibere in globo terreſtri regiones quæ diem, aut noctem habent.* ibid.
22 *Sole exiſtente in plano maximi circuli limes illuminationis ad polum ejus pervenit; & ſole reſpondente verticaliter polo alicujus maximi circuli, limes illuminationis cum eo congruit.* ibid.
23 *Magnitudinem diei cujuſlibet determinare, pro qualibet latitudine.* 454
24 *Tempore æſtivo, loca majorem latitudinem habentia ex eadem parte, citiùs illuminantur.* 455
25 *Sole exiſtente in plano circuli horarum limes illuminationis tranſit per punctum æquatoris diſtans ab eo 6 horis.* ibid.
26 *Differentia circulorum horariorum quæ ab illuminationis circulo ſecantur, in æquatore, & in parallelo indicat horam; quâ ante, aut poſt ſextam, ſol oritur in parallelo.* ibid.
27 *Si quemlibet parallelum in 24 partes æquales dividas, facto initio ab aliquo ejus puncto; limes illuminationis ortivus horas Babylonicas, occiduus Italicas indicabit, reſpectu illius loci.* ibid.
28 *Quilibet globus ſoli expoſitus, eodem modo illuminatur quo tellus.* 456
29 *Globum ita ſtatuere, ut in eo ſol ſimilem partem illuminet, ac in tellure.* ibid.
30 *De antœcis, Periœcis, Antipodibus.* ibid.
31 *Antœci ſimul eaſdem horas habent, & anni tempeſtates contrarias.* 457
32 *Reliquæ Antœcorum proprietates.* ibid.
33 *Dato loco in globo invenire locum in quo noctes ſunt prioris loci diebus æquales. Item dato die invenire horas, quibus Antœci ſimul ſolem vident.* 458
34 *Proprietates Periœcorum.* ibid.
35 *Dato loco, & die anni invenire horas, quibus incolæ illius, ſimul ſolem vident, aut ſimul non vident, cum periœcis ſuis.* ibid.
36 *Antipodum proprietates.* 459
37 *Dato loco in globo, aut mappâ Antipodes invenire.* ibid.

Index Tractatuum

GEOGRAPHIÆ VNIVERSALIS.

LIBER V.

Stabiles telluris, & inſigniores characteres.

PROP. I. *Generalis, & prima telluris diviſio.* 460
2 *Inſula præcipua.* 461
3 *Terra in Mare procurrentes.* 462
4 *De montibus.* ibid.
5 *Altitudinem montis metiri.* 463
6 *An in metiendis montibus habenda ſit ratio refractionis.* ibid.
7 *Determinare quid detrahendum ſit altitudini montis propter refractionem.* 464
8 *Dum montem ex ſuperiori loco metimur, refractio minuit montis altitudinem.* ibid.
9 *Altitudinem montis ex quacumque diſtantia nota inveſtigare.* 465
10 *Altitudinem montis per duas ſtationes inveſtigare.* ibid.
11 *Datâ montis altitudine abſolutâ, determinare ex quanta diſtantiâ primùm videri poſſit.* ibid.
12 *Quid ſentiendum ſit de refractione montium altitudinem augente, aut minuente.* ibid.
13 *Examen altitudinis diverſorum montium.* 466
14 *Montium diviſio.* 467
15 *Montes altitudine inſignes.* ibid.
16 *Montes ignivomi.* ibid.
17 *Fodinæ.* 468
18 *Sylvæ, & deſerta.* ibid.
19 *De Oceano.* ibid.
20 *Brevis enumeratio regionum quas mare alluit.* 469
21 *Nonnullæ Oceani proprietates.* 470
22 *De lacubus, & fontibus.* 471
23 *De fluviis.* 472

TRACTATVS XI.

DE MAGNETE.

LIBER PRIMVS.

Primus ordo experimentorum.

1. *Experimenta ſpectantia ad vim attractivam & repulſivam.* 474
2 *Secundus ordo experimentorum.* ibid.
3 *Experimenta ad vim directivam verſus Magnetis polos pertinentia.* 476
4 *Tertius ordo experimentorum.* ibid.
5 *Experimenta ad vim directivam Magneticorum ad Polos mundi aut terræ pertinentia.* 480
6 *Quartus ordo experimentorum.* ibid.
7 *Experimenta ad vim communicativam pertinentia.* 486
8 *Axiomata ab experimentis deducta.* 489

DE MAGNETE.

LIBER II.

Propoſitiones.

PROP. I. *Demonſtratur virtus Magnetica terræ ineſſe.* 491
2 *Terra omnia Magnetica ad ſitum Meridianum dirigit.* 493
3 *Quies terræ in centro non demonſtratur ex eius virtute Magnetica, imò nec probabilis redditur.* ibid.
4 *Niſi obſtaret Scripturæ authoritas virtus magnetica terræ aliquam probabilitatem affunderet opinioni Copernicanæ.* 494
5 *Non poteſt vera linea meridiana omnis declinationis expers vi magneticorum innoteſcere.* 495
6 *Terra & magnes attrahendo & dirigendo cætera corpora magnetica aliquid producunt.* 496
7 *Magnes non agit indiſtans.* 497
8 *Argumenta ſuadentia virtutem à Magnete propagatam ſubſtantialem eſſe.* 498
9 *Variæ explicationes ſubſtantialis magnetiſmi.* 501
10 *Argumenta ſuadentia id quod à magnete propagatur accidens eſſe.* 508
11 *Modus explicandi hanc virtutem accidentalem à Gilberto propoſitus expenditur.* 509
12 *Modus explicandi virtutem magnetis accidentalem à Patre Cabæo propoſitus expenditur.* 510
13 *Modus explicandi virtutem magnetis accidentalem à R.P. Leotaud propoſitus expenditur.* 512
14 *Magneticæ partes poſſunt immediatè ſe diſponere ad invicem ſine ulla qualitate ſuperadditâ.* 516
15 *Nullum magneticum aliud corpus magneticum afficit niſi illud tangat immediatè.* 518
16 *Quomodo fiat attractio.* 519

17 *Probabilis*

17 *Probabile eſt in ſolis ſpiritibus magneticam virtutem ineſſe.* 522
18 *Carthesiana opinio circa magnetis naturam proponitur & refellitur.* 524
19 *Gaſſendi opinio circa magnetem refellitur.* 527
20 *Opinio P. Honorati Fabri circa magnetiſmum proponitur.* 530
21 *Sectiones magneticæ.* 532
22 *Augmentum virtutis in magnete armato ſecundum propoſitam hypotheſim explicatur.* 534
23 *Ferrum aut magnes ignobilior validiori magneti obelum ſubripit.* 537
24 *Magnes à ferro juvatur.* 538
25 *Ferrum magnete juvatur.* ibid.
26 *Magnes magneti nocere poteſt.* ibid.
27 *Combinatio obelorum & verſoriorum varia.* 539
28 *De communicatione virtutis magneticæ.* 540
29 *De ferro candenti.* 542

DE MAGNETE.

LIBER III.

Praxes à magnetis naturâ deductæ.

PROP. I. *VErſorium ſeu pixidem nauticam conſtruere.* 542
2 *Pixidem nauticam conſtruere.* 543
3 *Horologium horizontale cujus planum ſe ipſum ad lineam meridianam ſe accommodet, conſtruere.* 545
4 *Horologium horizontale conſtruere in quo acus horas indicet.* ibid.
5 *Aſtrolabium horizontale ita acu magnetica inſtruere, ut hæc indicet horas & elevationem ſolis verticalem.* 546
6 *Aliud verſorium magneticum deſcribere.* ibid.
7 *Compendium verſorii magnetici per centrum mobile.* 548
8 *Compendium verſorii magnetici per circulum mobilem.* 549
9 *Motus diurnus verſorii.* ibid.
10 *Horologium conſtruere in quo rana aquis innatans horas indicet.* 550
11 *Totum primum mobile exhibere.* ibid.
12 *Solis circa terram motum in phialâ exhibere.* ibid.
13 *Semicopernicanum ſiſtema exhibere.* 551
14 *Copernicanum ſiſtema magneticè exhibere.* ibid.
15 *Varia Horologia magnetica deſcribere.* ibid.
16 *Anemoſcopium.* ibid.
17 *Varios motus ludicros ope magnetis exhibere.* 552
18 *Cryptologia.* ibid.
19 *Vſus varii magnetis in Geodeſia.* ibid.

DE MAGNETE.

LIBER IV.

De ſympathiâ.

PROP. I. *EX quibuſlibet corporibus erumpunt ſpirituum effluvia.* 552
2 *Similes ſpiritus facilè adunantur aut corpora ſibi congrua ſubeunt.* 554
3 *Sympathia vulgaris nulla datur.* 555
4 *Sympathia ſumpta pro paſſione ſimultaneâ procedente ab eadem causâ applicata ob ſimiles diſpoſitiones admittitur.* ibid.
5 *Pulvis ſympathicus ad aliquam diſtantiam juvare poteſt, ad omnem non poteſt.* 556
6 *Sympathia & antipathia fundata in motu congruo aut incongruo ſpirituum explicatur & probatur.* 558
7 *Sympathia & antipathiâ conſiſtens in ſpirituum figura facilique aut difficili unione explicatur.* 559
8 *De ſympathicis & diſpathicis animalium motionibus.* ibid.
9 *De electricis attractionibus.* 560

TRACTATUS XII.

ARCHITECTONICA CIVILIS.

PROP. I. *NUmerus Ordinum.* 562
2 *De Ordine Dorico.* 563
3 *De baſi & hypobata hujus Ordinis.* 565
4 *De capitello, architrabe & zophoro Ordinis Dorici.* 566
5 *Diſſenſus authorum in coronice.* 567
6 *De intercolumniis.* ibid.
7 *De ordine Ionico.* 568
8 *De ſtylobata ordinis Ionici.* 569
9 *De baſi columnæ Ionicæ.* 570
10 *De capitello columnæ Ionicæ.* ibid.
11 *Trabeatio Ordinis Ionici.* 571

12 *De*

12 De intercolumniis Ordinis Ionici. ibid.
13 De Ordine Corinthiaco. 571
14 De Baſi Corinthiaci generis. 573
15 De Capitello Ordinis Corinthiaci. ibid.
16 De Trabeatione Corinthiaca. ibid.
17 De intercolumniis Ordinis Corinthiaci. 575
18 De Ordine Tuſco ſeu Romano. ibid.
19 De intercolumniis Ordinis Tuſci. 576
20 De Ordine Compoſito. 577
21 De Capitello Ordinis Compoſiti. 578
22 De Trabeationibus Compoſiti. ibid.
23 De Ordine Coryatico. 579
24 De Columnarum diminutione. ibid.
25 De Paraſtadibus. 581
26 De Ornamentis Coronicis. 582
27 De ordinum diſpoſitione. ibid.
28 De faſtigio. 584

TRACTATUS XIII.

ARS TIGNARIA.

Prop. I. Tempus cadendarum arborum. 587
2 Trabes quadrata. ibid.
3 Trabes & tigna horizontaliter ſtatuere. ibid.
4 Trabes pungere. 588
5 Trabes armare. 589
6 Arcum productiorem aut breviorem deſcribere. La Courbe ralongée. 590
7 Vinculum in arcum componere. Cintraire un lien. 591
8 Succuborum arcuum deſcriptio. ibid.
9 Parietem ex tignis componere. 592
10 Tectum vulgare delineare. 593
11 Ariſtas obliquare. Delarder les Areſtiers. 595
12 De occurſu plurium ſuperficierum in tecto communi. ibid.
13 Tectum vulgare ita evehere ut Granarium ſub ipſo immediatè formetur. 596
14 Contignationem Gallicam unico tignorum horizontalium ordine inſtructam, conſtruere. A ſimple ſabliere. 597
15 Ordinem verticalem præcipuum contignationis Gallicæ conſtruere. L'Eſtalon Maiſtreſſe ferme. 598
16 Ordinem faſtigiatum contignationis Gallicæ conſtruere. ibid.
17 Contignationem Gallicam duplici Tignorum horizontalium ordine inſtructam conſtruere, à double ſabliere. 599
18 Contignationem methodo Cenomanenſi conſtruere, à la Manſarde. 600
19 Horizontalem ordinem ædis irregularis inſtituere. 602
20 Verticalem ordinem præcipuum ædis irregularis conſtruere. 603
21 Contignationem irregularem ad regularitatem unâ parte revocare. 604
22 Ædium angulum comprehendentium contignationem conſtruere. ibid.
23 Turris rotundæ contignationem horizontalem conſtruere. 605
24 Verticalem ordinem præcipuum turris rotundæ conſtruere, La Maiſtreſſe ferme. ibid.
25 Columbarium unicâ trabe rectâ ſuſtentatum conſtruere. ibid.
26 Turris irregularis contignationem horizontalem delineare. 606
27 Turris irregularis verticalem ordinem inſtituere. ibid.
28 Ædis triangularis contignationem horizontalem delineare. ibid.
29 Ædis triangularis ordinem verticalem inſtituere. 607
30 Horizontalem contignationem Propilæi delineare. ibid.
31 Propilæi verticalem ordinem inſtituere. 608
32 Propilæi faſtigiatum ordinem inſtituere. ibid.
33 Ædis rectangulæ turribus rotundis ad angulos ornatæ contignationem horizontalem delineare. ibid.
34 Ejuſdem ordinem verticalem inſtituere. ibid.
35 Turrium verticalem ordinem laterna ornatum inſtituere. 609
36 Trianguli tribus turribus rotundis muniti horizontalem contignationem conſtruere. ibid.
37 Ejuſdem ordinem verticalem inſtituere. ibid.
38 Ejuſdem faſtigiatum ordinem inſtituere. ibid.
39 Porticus nundinariæ contignationem horizontalem conſtruere. 610
40 Ejuſdem verticalem ordinem inſtituere. ibid.
41 Ejuſdem ordinem faſtigiatum inſtituere. 611
42 Tomatis contignationem delineare. ibid.
43 Teſtudineatam contignationem informare. ibid.
44 Quamcumque tecti contignationem in teſtudinem deformare. ibid.
45 Toma ſeu ſpeculam turri rotundæ imponere. 612
46 Speculam turri octogonæ imponere. 613
47 Clauſtri contignationem delineare. ibid.
48 Campanilis pyramidalis contignationem conſtruere. 614

49 *Campanile teſtudineatæ contignationi imponere.* 615
50 *Scalas ſpirales conſtruere.* ibid.
51 *Scalas duplici nucleo inſtructas conſtruere.* 616
52 *Scalas poligonas conſtruere*, à Pans coupés. ibid.
53 *Scalas quatuor nucleorum conſtruere.* 617
54 *Scalas rotundas conſtruere.* ibid.
55 *Scalas circulares verſatiles conſtruere.* 618

TRACTATUS XIV.

DE LAPIDVM SECTIONE.

LIBER PRIMVS.

Fundamentalis.

PROP. I. *SI ab extremitate Ichnographiæ alicujus lineæ horizontalis ad Ichnographiam alterius lineæ horizontalis ducatur perpendicularis, hæc ſimiliter eam ſecabit ac perpendicularis ducta ab extremitate lineæ ad aliam.* 622
2 *Lineæ parallelæ & æquales ichnographias habent aut parallelas & æquales aut in eandem lineam convenientes & æquales.* ibid.
3 *Datis duabus extremitatibus linearum parallelarum & æqualium, datis item earum ichnographiis, & inclinatione ad horizontem determinare quantum perpendicularis ab extremitate unius ad aliam ducta diſtet ab alterius extremitate.* ibid.
4 *Datis tribus exemplaribus in angulum ſolidum convenientibus planorum inclinationes invenire.* 623
5 *Data inclinatione duorum planorum ex puncto dato in unum ducta linea ad datum punctum lineæ in alio plano exiſtentis determinare angulum quem hæ duæ lineæ comprehendunt.* 624
6 *Si duo plana parallela axe aliquo pervaduntur ex aliquo ejuſdem axis puncto ducatur planum ſectiones faciens parallelas. Si ex puncto axis in propiori plano ſumpto per extremitates communis ejus ſectionis ducantur lineæ uſque ad parallelam axi ductam ab extremitate ſectionis remotioris plani intercipient lineam æqualem ſectioni remotioris.* ibid.
7 *Datis lateribus parallelogrammi item dato in uno latere puncto in quod cadit perpendicularis parallegrammum perficere.* 625
8 *Super lineâ datâ frontem arcus ſimplicis deſcribere.* ibid.
9 *Super lineâ datâ frontem arcus elumbis ſeu depreſſi deſcribere.* ibid.
10 *De arcu elatiori.* 617
11 *De arcu pedum inæqualium.* 628
12 *De arcu in poligonum degenerante.* ibid.
13 *De arcu in lineam rectam degenerante.* 619
14 *De arcu in alias figuras degenerante.* ibid.
15 *De arcuum impulſu.* ibid.

DE LAPIDVM SECTIONE.

LIBER II.

De arcubus & fornicibus cylindricis.

PROP. I. *DE arcubus portis & compluviis rectis.* 630
2 *Arcum ſimplicem elumbem aut pedum inæqualium in pariete in pernam projecto efformare.* 631
3 *Arcus ſimplex arcus elumbis & arcus pedum inæqualium compluvium perſtringentes.* 632
4 *Arcus ſimplex, elumbis & pedum inæqualium ex unâ parte recti & obliqui ex aliâ iidem item arcus perſtringentes obliquè compluvium.* ibid.
5 *Arcus ſimplex elumbis & pedum inæqualium ex unâ parte recti perſtringentes turrim rotundam item iidem perſtringentes fornicem ſphæricum.* 633
6 *Arcus circularis elumbis aut pedum inæqualium utrinſque frontis obliquæ.* 634
7 *Arcus ſimplex elumbis aut pedum inæqualium in angulo.* 635
8 *Arcus circularis elumbis pedum inæqualium in turri rotundâ cujus murus exterior in pernam aſcendit.* 636
9 *Arcum circularem elumbem & pedum inæqualium in turri rotundâ obliquè efformare.* 637
10 *Arcus rectus circularis lumbis aut pedum inæqualium inter duo compluvia.* ibid.
11 *Cornu Bovinum ex una tantum parte.* 638

12 Cornu

12 *Conus Bovinum ex utraque parte.* ibid.
13 *Arcus obliquus perfectus* biais paſſée. 639
14 *Arcum ſimplicem elumbem pedum inæqualium aut quemlibet alium obliquum deſcribere.* ibid.
15 *Arcus obliquus circularis, elumbis aut pedum inæqualium inter duo compluvia item cujus unus murus in pteruam decreſcat.* 640
16 *Arcum circularem elumbem aut pedum inæqualium obliquum in turri rotunda efformare.* 641
17 *Arcus quicumque rectà deſcendens deſinens in compluvium.* ibid.
18 *Arcus quicumque deſcendens rectus in anteriori parte, obliquus in poſteriori.* 642
19 *Arcus rectà deſcendens obliquè ſecans utramque parietis ſuperficiem.* 644
20 *Arcus rectà deſcendens in turri rotundâ.* 645
21 *Arcus rectà deſcendens incidens obliquè in compluvium.* 646
22 *De arcu rectà deſcendente formato in turri rotundâ, & perſtringente teſtudinem ſphæricam.* 647
23 *Arcus obliquus inclinatus.* ibid.
24 *Arcus obliquus inclinatus per projectionem.* 648
25 *De eodem arcu obliquo & inclinato in muro in pteruam decreſcente.* 649
26 *De arcu obliquo inclinato incurrente in compluvium aut teſtudinem ſphæricam.* 650
27 *Arcus obliquus & inclinatus inter duo compluvia inter ſe parallela aut etiam non parallela.* ibid.
28 *Porta in turri rotunda in obliquum undique divaricata.* 651
29 *Porta in pariete obliquo divaricata & inclinata.* 653
30 *Arcus obliquus inclinatus divaricatus.* 654
31 *De ſecundariâ arcuatione vulgo dicta Maſſilienſi*, arriere voſſure de Marſeille. 655
32 *De ſecundariâ arcuatione regulata.* 656
33 *De ſecundariâ arcuatione ſancti Antonii.* ibid.

DE LAPIDVM SECTIONE.

LIBER III.

De fornicibus conicis.

PROP. I. *De teſtudine conica recta.* 658
2 *De conica teſtudine quadrata.* ibid.
3 *De quaſi ſphærica teſtudine.* 659
4 *Teſtudo conica circularis aut elumbis in fronte.* 660
5 *Teſtudo conica in rectangulo alterâ parte longiori.* 661
5 *Teſtudo conica cujus ichnographia circularis convexa vel concava.* 662
6 *Teſtudo conica cujus ichnographia poligona.* 663
7 *De teſtudine conica cujus ichnographia undulata aut figura cujuſcumque irregularis.* 664
8 *Teſtudo conica pedum inæqualium cujus ichnographia oris quantumlibet irregularis & exemplaria frontis æqualia.* ibid.
9 *Teſtudo conica in pteruam decreſcens aut in compluvium deſinens.* 665
10 *Teſtudo conica pedum inæqualium utrinque.* 666
11 *Teſtudo ſemi-ſphærica in loculum efformata,* Niche. ibid.
12 *Teſtudo ſphærica in loculum efformata in angulo.* 667
13 *Teſtudo ſphærica in loculum efformata in turri concavâ converſa aut ſupra quodcumque horizontale planum.* ibid.
14 *Teſtudo in loculum efformata cujus arcus primigenius eſt elumbis.* 668
15 *Teſtudo in loculum efformata cujus arcus primigenius pedes habet inæquales.* ibid.
16 *De arcubus rectis & angulis inclinationum in teſtudinibus conicis.* 669

DE LAPIDVM SECTIONE.

LIBER IV.

De fornicibus principalibus.

PROP I. *Cylindricè decuſſata teſtudo*, Voute d'Areſte. 670
2 *De duobus arcubus in unum coaleſcentibus.* 672
3 *De triplici arcu ſupra triangulum æquilaterum deſcripto.* ibid.
4 *Arcus æquales in poligonum æquilaterum.* 673
5 *Teſtudo decuſſata elumbis.* 674
6 *Teſtudo decuſſata obliqua.* ibid.
7 *Teſtudo decuſſata cujus in medio Tholus planus eſt.* ibid.
8 *Teſtudo Parallegramma in arcum clauſtralem efformata.* Arc de Cloiſtre. ibid.
9 *Hemiſphærium deſcribere cujus veſtigia horizontalia ſint circuli concentrici.* 675
10 *Teſtudo elumbis.* 676
11 *Teſtudinem ſphæricam cujus commiſſurarum veſtigia horizontalia in lineas parallelas excurrant.* ibid.
12 *Teſtudo ſphærica cujus commiſſurarum veſtigia horizontalia in triangulum quadratum aut quodlibet polygonum efformantur.* 677
13 *Teſtudo ſphærico-quadrata.* 678
14 *Teſtudo ſpærico-quadrata cujus polus unicus.* 679
15 *Regula generalis ad formandas teſtudines ſphæricas.* ibid.
16 *Teſtitudines variæ quadrario lapide decuſſata.* 680
17 *Spiraliter teſtudinem efformare.* 681
18 *Teſtudo clauſtralis in quolibet poligono.* ibid.

DE LAPIDVM SECTIONE.

Liber V.

De teſtudinibus Helicoeidibus.

Prop. I. *ARcum in orbem ſeu coronam conformatum deſcribere.* 682
2 *Arcum Ellyptica Corona imponere.* 683
3 *Semi-arcum circa quadratum ex una tantum parte terra inſiſtentem conſtruere.* 684
4 *Intra turrim rotundam ſemiarcum in helicem aſcendentem exterius parietibus innixum conſtruere.* ibid.
5 *Eadem teſtudo cum ſuis omnibus exemplaribus.* 685
6 *De helice ſancti Ægidii quadratâ.* 686
7 *Segmentum helicis ſuſpenſum.* 687
8 *Scala ſuſpenſa cujus teſtudo clauſtralis.* 688
9 *Aliud genus ſcalarum firmius priore.* ibid.
10 *Scala quadrata inſtructa conicis teſtudinibus quadratis in quatuor ſcilicet angulis.* 689
11 *Scala ex parte inferiori ſuſpenſa in turri rotundâ.* 690
12 *Scala interiori parte ſuſpenſa in turri ellyptica.* 691

TRACTA

TRACTATUS SEPTIMUS.

GEOMETRIA PRACTICA.

GEOMETRIA practica non terra tantum quam præſeferre videtur hujus vocis ſignificatio; ſed cujuſcumque quantitatis dimenſionem complectitur. Dicitur tamen Geometria, eo quod dimetiendis agris, in Ægypto præcipuè, ubi Nili alluvione, agrorum limites confundebantur, fuerit adhibita; immò ut artium & ſcientiarum mater eſt neceſſitas, eâ occaſione adinventa dicatur. Practica item nuncupatur, ut ab elementari Euclidis ſcilicet elementis comprehenſa diſtinguatur. Hujus quidem tractatus genuina diviſio in tres libros videretur inſtituenda, pro ſingulis ſcilicet quantitatis ſpeciebus. Quia tamen curvæ quantitates peculiarem continent difficultatem eas ſeparare placuit; additis etiam novis methodis, quæ facilitatem ſummam Geometriæ afferre poſſunt. Quare in libros undecim hunc tractatum partior. Primus linearum rectarum dimenſiones tradit. Secundus ſuperficierum. Tertius ſolidorum. Quartus totius Geometriæ compendium in circino proportionum inſtituit. Quintus de lineis curvis. Sextus de ſuperficiebus curvis. Septimus de corporibus Rotundis. Octavus de novâ methodo indiviſibilium aget. Nonus de ſpirali nonnulla tradet ſecundum eandem methodum. Decimus novum Patris à Sto Vincentio inventum circa progreſſiones via faciliori explicabit. Vndecimus novum Patris Guldini uſum centri gravitatis, ad rotundorum generationem ulterius provehet.

LIBER PRIMUS.

Menſura linearum Rectarum.

IN hoc libro de linearum rectarum quomodocumque fuerint exporrecta dimenſione agemus; quia autem linea quæ proponitur, vel ita acceſſibilis eſt, ut tota ſecundum omnes partes percurri poſſit, vel acceſſibilis tantum eſt ſecundum unum, aut alterum extremum, ita ut ſingulæ partes propter varios obices, reali, & actuali menſurationi non ſubjaceant, vel denique omnino, & ex omni parte inacceſſibilis eſt. De his ordine dicemus, variaque explicabimus inſtrumenta ad menſurationem peragendam idonea, Geometricámque tradēmus ſupellectilem.

DEFINITIONES.

Loco definitionum varias menſurarum ſpecies proferemus ut nempe linearum omnium longitudinem, ad certam, & indubitatam menſuram revocemus. Mirum certe quanta ſit in menſuris determinandis hallucinatio, ex eo præcipuè profecta, quod non eadem ubique menſuræ ſpecies, ſed variæ etiam eodem nomine uſurpentur. Quamvis enim communiter dicatur, unus terræ gradus 20 Leucas Gallicas continere, quia tamen nullibi extat præciſa leucæ determinatio, nihil omnino hâc aſſertione docemur. Pariter licet omnium minima menſura, ſit grani hordeacei latitudo; hæc tamen incerta eſt, cum non ubique æqualia ſint hordei grana, ſed in feracioribus locis turgidiora enaſcantur, quam in aliis. Non minus incerta erit digiti longitudo qui quatuor granis conſtans dicitur, aut palmi qui ex quatuor digitis, aut pedis qui ex tribus palmis coaleſcit. Omiſſis igitur obſoletis, ordinariis & conſuetis menſuris utendum nobis eſt.

Pes igitur primæ menſuræ locum obtineat, cujus duodecima pars digitus, ſeu pollex nuncupabitur, Italis uncia, & digiti duodecima pars dicetur linea. Adhuc tamen hæremus in limine, cum apud diverſas nationes diverſa ſit pedis longitudo, quare ut aliquid tandem determinemus, communem omnibus nationibus menſuram adhibebimus.

Prima igitur nobis erit menſura gradus maximi terræ circuli. Seu trecenteſima ſexageſima pars

Digitized by Google

ambitûs terræ, quam in milliaria ſexaginta diviſum volumus. Quodlibet milliare in mille paſſus, paſſum in quinque pedes. Reſtat igitur determinanda longitodo paſſus Geometrici, quam Dominus Mouton Eccleſiæ Lugdunenſis Sancti Pauli beneficiarius in tractatu quem de ea re conſcripſit ex obſervationibus Patris Ricciolij determinat, oſtenditque pendulum ex oloſerico cujua globus glandem majoris ſclopi, & longitudo à puncto ſuſpenſionis ad centrum globi paſſum geometricum adæquet intra ſemihoram vibrationes ſimplices 1252 perficere.

Hanc determinationem elicit ex comparatione pedis Bononienſis metallici à Patre Ricciolio tranſmiſſi.

Quia tamen non ita obſervarionibus Patris Ricciolii inhærere debemus, ut nullam rationem aliorum habeamus, examinare debemus quid de telluria magnitudine ſentiendum ſit. Pater Ricciolius repetitis per decennium obſervationibus iovenit in uno gradu terræ paſſua Bononienſis 63159. Snellius autem obſervavit tantum 54903.

Ego quidem alias non multum fidebam obſervarioni Snellii, eo quod unica eſſet, facta potius in ſpecimen artis, & multiplici triangulorum ſolutione intricata, judicabamque ſatius eſſe Ricciolianas admittere. Litem tamen hanc videntur dirimere Pariſienſes Mathematici, qui in uno gradu terræ paſſus Bononienſis invenere 58482. Ab iis tamen non multum diſcedam, ſi in uno gradu terræ paſſus Bononienſes 6000 admitto.

Pes igitur Bononienſis nobis Geometricus, & univerſalis erit, cujus longitudo ſufficienter erit determioata ſi dicamus pendulum cujus longinido ſit æqualis pedi Booonienſi, intra ſemihoram perficere vibrationes ſimplices 2899 $\frac{1}{10}$.

Pendulum longitudinis pedis Pariſienſis annis præteritis ſaltem apud pleroſqae artifices uſitati vibrationea ſimplices intra ſemihoram peragere 3124.

Pendulum vero longitudinis Pedis Pariſienſis deſumpti ex majori Chaſtelet vibrationes ſimplices intra ſemihoram 3140 $\frac{4}{10}$.

Pes Lugdunenſis vibrationes ſimplices 3061 $\frac{1}{10}$.

Bononienſis pes ad hunc ultimum Pariſienſem ſe habet ut 1686 ad 1440.

Ponere poſſumus pedem Bononienſem 1864, & in hac hypotheſi pes antiquus Veſpaſianeus ex Ricciolio, erit 1471, & pes Rynlandicua erit 1494.

Pes Romanus Veſpaſianeus ad Rynlandicum ſe habet ut 1200 ad 1218.

Pedis Bononienſis ſeu pedis Geometrici quarta pars æqualis eſt lineæ ....

Pedis Pariſienſis quarta pars .....

Pedis Romani Veſpaſianei quarta pars ....

Pedis Rynlandici quarta pars ......

Cubitus ſeſquipedem continet.

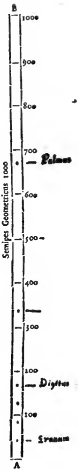
Paſſus quinque pedes.

Stadium paſſus 125 pedes 625.

Milliare paſſus 1000, pedes 5000, ſtadia 8.

Leuca communis tria milliaria adæquat, hoc eſt paſſus 3000 pedes 15000 ſtadia 24.

Leuca Belgica ſicut & Pariſienſis millaria duo, & ſtadia 16 adæquat.



PROPO

PROPOSITIO I.

Problema.

Lineam acceſſibilem metiri.

Lineam acceſſibilem voco, quam poſſumus totam percurrere, in ea autem metienda exactè, major eſt difficultas, quàm primâ fronte appareat, & cum hæc ſit fundamentalis operatio, aliquid practicum proponendum eſt.

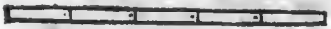
Modus communis per repetitam applicationem exapedæ, aut cujuſcumque alterius menſuræ notæ, in ſuas partes probè diſtributæ procedit, vitatis tamen fallaciis, quæ in pannorum menſuratione poſſent accidere; nempe ut extremitatum craſſities non computetur.

Hæc methodus incommoda eſt, eò quod toties corpus demittendum, & incurvandum eſt.

In Ægypto aliàs funes adhibebantur, cum per ſchœnos locorum intervalla computarent; ſed cum madore imbuti funes longiores, exſiccati breviores evadant, nihil exacti ab iis ſperandum eſt.

Nonnulli propterea catenulis utuntur, quæ duas aut tres exapedas adæquent, periculum tamen eſt ne annuli implicentur.

Unde regulas ferreas plicatiles, ſed in his omnibus prius vitatum incommodum quod demittendum ſit corpus, non evitatur.



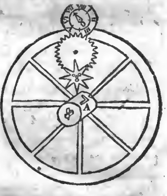


Commodior quoad uſum cenſetur circinus longior, unam aut alteram exapedam divaricatis cruribus comprehendens: debent autem ex ligno ſolido fieri, inſtruique tigillo A B, ut conſtanter in eo ſtatu detineantur. Debent item crurum extremitates ferreis cuſpidibus inter ſe parallelis, muniri, ne ſi ab invicem recederent, dum altius ſolo infigerentur minus ſpatium comprehenderent. Denique inter metiendum rectà ſemper procedatur, ideoque ſignum adhibendum eſt, ne pro linea recta; ſinuoſa, & curva percurratur. Accepi autem à peritiſſimo Geodeta hoc inſtrumētum commodiſſimum eſſe, citiúſque illo quamcumque lineam menſurari, quam inter ambulandum percurri, eo quod circini paſſus longiores, ad incitandum greſſum Geometram cogat.

Recentiores aliqui podometram adhibent; eſt autem podometra inſtrumentum, quod nonnullis rotulis, & indicibus conſtat, crurique affixum in ſingulos binos paſſus, rotulæ denticulum promovet, ita ut in circulo exteriùs poſito indices numerum paſſuum peractorum oſtendant. Quia tamen paſſus etiam ab eodem homine facti, non ſunt ita æquales, ut nunquam deficiant, aut excedant, hæc menſura exacta eſſe nequit.

Exactiorem menſurationem perficit rota ſuis circumvolutionibus, quare ſi quis rotæ cujus nota ſit circumferētia, circumvolutiones numeret, exactam habebit ſpatii decurſi longitudinem. Ita Mathematicus celebris cum vellet unius gradus terræ menſurationem peragere, cum Pariſiis Ambianum peteret, ſunt autem urbes ſub eodem ferè meridiano poſitæ, cum Rheda illud iter perficeret, rotæ circumvolutiones numeravit, nullaque telluris mēſuratio, propius ad verum acceſſiſſe deprehenſa eſt. Ut autem habeatur exactè rotæ alicujus circumferentiæ ſpatium ducentis aut trecentis circumvolutionibus peractum exactè menſurandum eſt, quod per numerum circumvolutionum dividatur.

Ut facilius numerare poſſis rotæ gyros, ei clavum infige, qui campanam tranſeundo impellat. Quod ſi tædioſum videatur, tot ictus numerare, addatur una rota aut ſtellula, decem radiis ſeu denticulis inſtructa; decies igitur circumvolvetur prima rota, dum ſecunda unum gyrum abſolvet; ſi ulterius procedere velis, in axe ſecundæ ſint denticuli 6, & addatur tertia denticulis 40 conſtans, hæc in ſingula milliaria ſemel rotabitur, atque ita duo aut tres indices oſtendent in ſuis circulis numerum milliariorum, & paſſuum peractorum.



Hæc ita in Rheda communi aptari poſſent, ut qui ea vehuntur decurſum iter, quoties liberet, intuerentur.

Sunt & alii modi metiendi itineris ingenioſi quidem, ſed non exacti, inter quos, qui ſono id tentat, maximè arridet. Experientia enim compertum ſonum à quibuſcumque catapultis, & tormentis bellicis dum exploduntur, productum intra minutum ſecundum 230 exapedas perficere. Si ergo duo Geometræ conveniant, ut dum exploſæ ab uno catapultæ, alter ignem videt pendulum ad vibrationem incitet, numeretque vibrationes donec ſonum audiat, ſingulíſque minutis ſecundis 230 exapedas tribuat, totum ſpatium exploratum habebit. Melius tamen ſi dato ſigno,

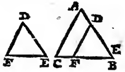
unus catapultam explodat, ſimulque pendulum incitet, alter autem ubi ſonum percipit exploſione ſuæ reſpondeat. Sic enim tempus habebitur quo ſonus it, reditque qua dimidiatum ſpatium huic tempori reſpondens diſtantiam quæſitam exhibebit.

Hæc praxis exquiſitas experientias circa ſonum factas ſupponit, utendum tamen eodem inſtrumento, neque enim omnes ſoni eadem celeritate ſpatium decurrunt.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Principium univerſale metiendarum linearum. Triangula æquiangula, habent latera æqualibus angulis oppoſita, proportionalia.



Hæc propoſitio eſt quarta libri ſexti Euclidis, quia tamen ita univerſalis eſt, ut ea ferè omnia complectatur, quæ ad linearum menſurationem pertinent, eam hic repetere volui.

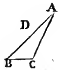
Sint ergo duo triangula A B C, D E F æquiangula, hoc eſt ſingulos angulos ſingulis æquales habeant, hoc eſt anguli A & B; C & F, B & F, ſi ſinguli ſingulis, dico ita eſſe AB ad B C; ſicut DE ad EF, & A C ad BC; ſicut DF ad E F. Abſcindatur ex BC, linea BF, æqualis lineæ EF prioris trianguli & linea BD æqualis lineæ E D, jungaturque F D.

Demonſtratio. Triangula EDF, BDF habent latera BF, EF; B D, ED æqualia & angulos E & B æquales; ergo *(per 4. 1. Eucl.)* habent baſes DF, DF & angulos ſingulos ſingulis æquales, ſed angulus F trianguli DEF ſeparati æqualis ſupponebatur angulo C. Ergo in triangulo A B C, anguli, C & DFB æquales ſunt; ergo *(per 27. 1.)* lineæ DF, AC erunt parallelæ quare *(per 2. 6. Eucl.)* erit ut DB, ſeu DE ad B F, ſeu EF ita A B ad BC; quod erat demonſtrandum.

Coroll. I. Quoties duo triangula duos angulos, ſingulos ſingulis æquales habent; habent etiam proportionalia latera. Cum enim *(per cor. 3. 32. primi Euclidis)* habeant & reliquum angulum æqualem, æquiangula ſunt; ergo *(per hanc)* habent latera proportionalia.

Coroll. II. Æquiangulorum triangulorum, datis duobus unius lateribus, & uno alterius, datur & alterum latus per regulam trium. Ut ſi cognoſcas trianguli D E F, latera D E, E F, & latus AB. Multiplica AB per E F, & productum divide per DE, quotiens erit latus B C.

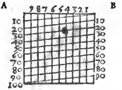
Notandum autem linearum inacceſſibilium menſurationem perfici, ope trianguli in aëre, aut in ſolo, mente concepti, cujus linea metienda ſit unum latus, aliudque triangulum, aut in charta, aut ſupra inſtrumenta noſtra priori æquiangulum deſcribimus, cujus latera metimur, & ex illorum analogia in lineæ propoſitæ cognitionem venimus.



Notandum autem in omni triangulo quo ad menſurationem lineæ inacceſſibilis utimur, neceſſarium eſſe ut linea quam exapedâ realiter metimur, cum linea propoſita notabilem rationem habeat. Ut ſi proponeretur linea inacceſſibilis A B, & ad eam metiendam fingeremus triangulum ABC, cujus latus BC realiter exapedâ metiremur. Si inquam latus B C eſſet tantum vigeſima, aut trigeſima pars lineæ A B, ſubeſſet periculum maximi erroris, nam anguli ita acuti evaderent, ut vel minima, in iis obſervandis aberratio lineam AB notabiliter augeat, aut decurtet.

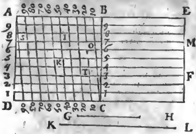
PROPOSITIO III.

Scalam componere.



Ut in charta triangula deſcribamus, iis quorum menſurationem ſuſcipimus proportionalia, ſcalâ indigemus, cujus diviſiones, ſeu particulæ pro exapedis, aut pedibus ſubſtituantur. Sit quæcumque linea A B, quâ tanquam ſcalâ uti volumus in operationibus geometricis, dividenda in 100 partes æquales; dividatur primò in 10 partes, & per duo ejus extrema puncta ducantur perpendiculares, dividendæ pariter in 10 particulas 1, 2, 3, 4, &c. per quas agantur parallelæ primæ lineæ A B. Harum ultima dividatur in 10 partes æquales, Denique ducantur lineæ tranſverſales, quæ punctum A lineæ AB, cum puncto 10 lineæ ultimæ, punctum 10 primæ, cum puncto 20 ultimæ conjungant. Hæc linea A B poteſt repeti, ſeu continuari quantum volueris in E debetque in lamina ærea incidi.

Dico



Dico in hujuſmodi ſeala nos poſſe aſſumere lineæ A B quamcumque partem centeſimam, nempe in linea A B vel C D habemus diviſiones decadicas 10, 20, 30 & cæteras, in parallela 1, 1, omnes numetos habentes unitatem, ut 1, 11, 21, 31. In tertia 2, 12, 22, 32, 42, &c. In quarta cui præfigitur character 3, omnes numeros 3, 13, 23, 33, 43, &c. Ita linea 7, 0 continet 7 centeſimas linea AB, quod ita demonſtro.

Demonſtratio. In triangulo C B, 90, cum linea 7, 0 ſit baſi C, 90 parallela, erit ut CB ad C 7 ita B 90 ad 7, 0 (*per 3. 6. Euclidis*) ſed linea C 7 contioet ſeptem decimas lineæ CB, ut patet: ergo & linea 7, 0 continet ſeptem decimas lineæ B, 90, quæ cum ſit decima lineæ AB, lioea 7, 0 cootinebit 7 centeſimas lineæ AB quod erat demonſtrandum. Hinc vides lineam 7, 1 continere 37 partes, lineã S, 7, 97 partes lineæ AB.

Uſus hujus Scalæ duplex eſt, primus ut aſſumamus quot voluerimus partes lineæ A B, quas pro exapedis ſubſtituemus verbi gratia, ſiot aſſumendæ 54 partes, aſſumo lineam 50 in linea CD, & 4 in linea C B, communis concurſus erit K, linea K 4, erit partium 54, ita linea F T erit partium 123, atque ita de reliquis.

Secundus uſus erit, ut inveniamus quot partes lineæ A B contineat linea propoſita verbi gratia G H; eam aſſume intra pedes circini, cujus unum pedem pones ſupra lineam CB, & alterum ita extendes verſus A B, ut incidat præcisè ſupra unam tranſverſalem, ſupponamus quadrare lineæ 4 K; dico contioere partes 54, ita linea KL quæ invenitur congruere lineæ MI, erit 137 partium.

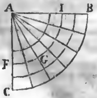
PROPOSITIO IV.

Quadrantem circuli angulum quotcumque graduum conſtituere, & in charta conſtitutum metiri.

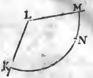
In operationibus geometricis plerumque angulorum quantitatem, determinare aut inveſtigare debemus; id meliùs & faciliùs conſequi non poſſumus quàm ope ſemicirculi, aut ſaltem quadrantis circuli, in ſuos gradus 90 diviſi, diximus enim in elementis, angulorum menſuram appoſitam eſſe ſemicirculum. Quicumque ergo ad praxin geometricam accedit quadrãtem circuli habeat, cujus fabrica & diviſio facilis eſt. Ad lineam A B, ducatur perpendicularis A C. Tum ex puncto A tanquam centro deſcribantur plurimi arcus concentrici ad utramque lineam AB, AC terminati. Arcus extimus dividatur primum in tres partes æquales,

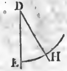
& quæ bifariam ſingulæ dividantur, iterumque ſingulæ in tres, denique ſingulæ in quinque juxta hunc verſum.

In tres, in binas, in tres, in quinque ſecato.



Hi enim numeri 3, 2, 3, 5. in ſe invicem multiplicati efficiunt numerum 90. Multiplica 3 per 2, producetur numerus 6, qui multiplicatus per 3 exhibet numerum 18. Hic ductus in 5 producit numerum 90. Habemus ergo quadrantem in ſuos gradus diviſum, cujus ope, angulum quotcumque graduum in charta conſtituemus, aut jam efformatũ metiemur.





Sit verbi gratia in puncto D lineæ D E conſtituendus angulus 30 graduum. Ex puncto D tanquam centro, intervallo ſemidiametri cujuſcumque circuli in quadrante deſcripti verbi gratia intervallo AF deſcribatur circulus, hoc eſt ſint lineæ AF, D E æquales, ſitque arcus E H. Aſſumatur item circino arcus FG 30 graduum, transferaturque in EH, ductâ linea DH; dico angulum EDH eſſe 30 graduum.

Demonſtratio. Cum circuli F G, E H, (ſi perficerentur) ſint æquales, utpote deſcripti æqualibus intervallis, ſeu ſemidiametris A F, D E; ſint item æquales arcus F G, E H, arcus F G eandem habebit rationem ad ſuum circulum, quam EH ad ſuum: ſed FG continet 30 gradus ſui circuli, ergo & E H totidem continebit ſui; ergo angulus EDH, cujus EH eſt menſura gradus triginta obtinebit; quod erat demonſtrandum.

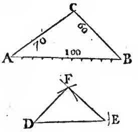
Secundò cujuſcumque anguli in charta deſcripti e dein quadrante quantitatem inveſtigabimus. Proponatur primo anguli acuti D E H quantitas inveſtiganda, intervallo alicujus circuli in quadrante deſcripti, verbi gratia F I: deſcribatur arcus EH, cujus intervallum EH, circino acceptum transferes in FG, videbiſque ad quam lineam perveniat, ſit hæc linea AG, quæ in limbo quadrantis, indicabit numerum graduum in angulo EDH contentorum; demonſtratio ſuperior id probat.

Denique proponatur angulus obtuſus K L M, ex puncto L ut centro, intervallo cujuſcumque circuli in quadrante notati verbi gratiâ F I, deſcribatur arcus KNM, aſſumptumque intervallum FI, totius quadrantis transfer in K M, tum reliquum arcum NM, transfer in F G, linea A G, in limbo quadrantis indicabit quot gradus ſupra 90 contineat angulus KLM, hoc eſt ſi linea AG pertineat ad gradum trigeſimum, angulus KLM continebit 120 gradus, ſeu 30 ſupra 90.

Eadem praxi conſtituemus angulum obtuſum quemcumque ut ſi proponeretur angulus 120 graduum, deſcripto ut prius arcu K N M, transferatur integer quadrans F I, hoc eſt 90 gradus in KN, transferatur item arcus F G triginta graduum in NM, ductâ lineâ LM, erit angulus KLM graduum 120.

PROPOSITIO V.

Cognito uno trianguli latere, duobuſque eius angulis, reliqua duo latera invenire.



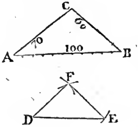
Supponitur cujuſcumque trianguli, non tantum in charta deſcripti, ſed etiam in campo efformati, cognitum unum latus, ſive ope exapedæ, ſive aliâ quacumque ratione. Supponuntur item duorum eius angulorum cognita quantitas, quæ pluribus inſtrumentis haberi poteſt ut docebimus poſtea. Sit igitur tale triangulum ABC, cujus latus A B ſit 100 exapedarum angulus A, graduum 70, angulus C graduum 60. Quia autem omnes anguli cujuſcumque trianguli ſunt æquales duobus rectis adde ſimul 70 & 60 fientque 130, quæ ſi ſubtrahas ex 180 ſeu duobus rectis reſtabit angulus B graduum 50. Ut autem habeas reliquorum laterum quantitatem, deſcribendum eſt in charta triangulum huic æquiangulum, hoc modo.

Aſſume ex ſcala lineam DE 100 partium ejuſdem ſcalæ, quarum quælibet pro exapeda ſumitur. In puncto ejus D, fiat per præcedentem angulus graduum 70, & in puncto eius E, angulus graduum 50, formabiturque triangulum, propoſito A B C æquiangulum. Quare ſi circino aſſumas latus DF, & in ſcalam transferas, quot invenies partes ſcalæ, tot latus AC exapedas continebit. Pariter tot latus BC erit exapedarum, quot in F E invenies partes ſcalæ.

Demonſtr. Triangula A B C, D E F facta ſunt æquiangula; ergo (*per* 4.6.) A B ad A C, ſicut DE ad DF, ergo quot AC continebit partes centeſimas lineæ AB, hoc eſt exapedas, tot D F continebit partes centeſimas lineæ DE, ſeu particulas ſcalæ: quod erat demonſtrandum. Idem dicendum eſt de lateribus homologis EF, BC.

PROPOSITIO VI.

Cognitis duobus trianguli lateribus, & uno eius angulo, reliquum latus cæteroſque angulos invenire.



Sit triangulum A BC in campo efformatum, cujus cognoſcantur duo latera AB 100 exapedarum, & AC 80, ſitque primo cognitus angulus A ab iis comprehenſus 70 graduum. Fiat in charta angulus F D E 70 graduum denturque lineæ DE, 100 partes ſcalæ, & lineæ DF 80, ducaturque linea F E, dico ſi aſſumptum intra pedes circini latus F E transferas in ſcalam, invenies quot exapedas contineat; pariter ſi per 4, metiaris angulos F & E; habebis quantitatem angulorum C & B.

Demonſtr. Cùm latera AB, A C ſint proportionalia, & anguli A & D ſint æquales, erunt triangula ABC, DEF, æquiangula (*per* 7. 6.) ergo ita erit (*per* 4. 6.) A B ad C B, ſicut DE ad F E.

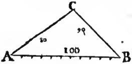
Secundo cognitis lateribus A B 100, & A C octoginta exapedarum, ſit etiam cognitus angulus C 60 graduum, fiat (*per* 4.) in charta angulus DFE æqualis angulo C, denturque lineæ F D tot partes ſcalæ, quot ſunt exapedæ in C A, nempe 80, aſſume intra pedes circini tot partes ſcalæ, quot ſunt exapedæ in AB, poſitoque pede circini in D, fiat arcus ſecans lineam FE, in puncto E, ducaturque DE; dico haberi in triangulo DEF, angulos D & E, æquales angulis A & B, & lineam F E tot continere partes ſcalæ, quot ſunt in BC.

Demonſtr. Cùm enim latera AB, AC ſint proportionalia, lateribus D E, D F, ſitque ut latus A B ad latus AC, ita ſinus anguli C ad ſinum anguli B, & ut DE ad DF, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E, (*per* 1. 3. *trigonometriæ*) ſintque anguli C, & F facti æquales, ita erit ſinus idem anguli C aut F ad ſinum anguli B, ſicut ad ſinum anguli E, quare anguli B & E erunt æquales, modo vel ambo ſint acuti, vel ambo obtuſi; quare triangula A B C, D E F erunt æquiangula, & (*per* 4. 6.) ita erit AB ad BC, ſicut DE ad EF, ergo D E tot continebit partes ſcalæ quot ſunt exapedæ in BC; quod erat demonſtrandum.

PROPO

PROPOSITIO VII.

Datis tribus trianguli lateribus angulorum quantitatem invenire.



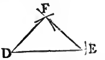
Supponuntur cognita ſingula trianguli ABC latera, AB 100 exapedarum, AC 80, BC 90, quæruntur anguli. Formetur triangulum D E F, dato ABC proportionale ſecundum latera, hoc eſt ex tribus lineis, quarum una 100 ſcalæ particulas alia 80, tertia 90 contineant. Formetur triangulum DEF hac praxi, fiat linea DE, 100 partium ſcalæ, & ex puncto D, intervallo 80, deſcribatur arcus item ex puncto E, intervallo 90 partium, deſcribatur arcus priorem ſecans in puncto F, dico triangulum DEF eſſe triangulo ABC æquiangulum, ideoque ſi (*per* 4.) metiamur angulos trianguli D E F, habebimus quantitatem trianguli A B C.

Demonſtr. Triangula ABC, DEF, habent latera proportionalia, ergo (*per* 5.5.) erunt æquiangula quod demonſtrandum erat.

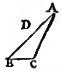
PROPOSITIO VIII.

De ſemicirculo.

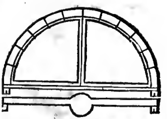
Quamvis multa ſint & varia, quæ communiter à Geometris adhibentur inſtrumenta, ita ut nemo ferè ſit in Geometria vel mediocriter verſatus, qui novi aliquid in hac materia non excogitarit, ea tamen omnia ad duos ordines facilè revocamus. Primus eorum erit, quæ ad ſolam angulorum quantitatem determinandam ſunt idonea, ſecundus ea continet, in quibus triangulum efformatur, alteri majori in campo, aut in aëre cogitato analogum.



Prima & maximè connaturalis angulorum menſura eſt ſemicirculus in ſuos 180 gradus diviſus, ſuiſque pinnulis diametro parallelis inſtructus. Huic volubilis regula ſuis item pinnacidiis munita ita aptatur ut circa centrum volui poſſit, omnemque cum diametro angulũ comprehendere.



Illius uſus ita facilis eſt ut indicaſſe ſufficiat. Sit enim inveſtigandus angulus quem duæ lineæ AB, AC comprehendunt, quas nempe in aëre, aut in campo concipimus duci à puncto A, ad puncta B & C alicujus ædificii, aut agri, aut montis.

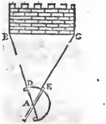


Centrum ſemicirculi in puncto A collocetur, ita ut per diametri pinnulas immobiles punctum B videatur, ſicque immoto inſtrumento, regula ita volvatur ut eius pinnacidia ad punctum C dirigantur, arcus DE numerum graduum anguli BAC exhibebit.

Eodem modo explotamus quantitatem anguli, quem alicujus agri duo latera comprehendunt, aut in campo angulum rectum, aut quotcumque graduum efformamus.

PROPOSITIO IX.

De ſquadra, ſeu Gnomone.



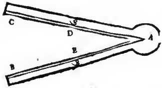
Ad Angulum rectum aut efformandum, ducendamque lineam perpendicularem aut etiam metiendum ſquadram adhibemus; quæ ut certior evadat poſſet aut quatuor pinnacidiis inſtrui, aut tribus prominentibus clavis qui vicem dioptrarum obeant.

Uſus item facilis eſt ut nempe in ſolo angulum rectum efformemus; ut in decurſu explicabimus.

PROPO

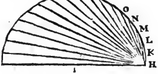
PROPOSITIO X.

De Circino Proportionali.



Proportionalis circinus duabus regulis conſtat circa commune centrum volubilibus quibus variæ lineæ diviſioneſque inſcribuntur ; nempe linea partium æqualium , ſeu in partes æquales diviſa , cujus ope regulas trium abſolvimus , omnemque calculum evitamus de hoc dicemus præcipuè libro quarto.

His item regulis linea chordarum , ſeu ſubtenſarum inſcribitur,quæ ad præſens inſtitutum præcipuè facit. Hæc inſcriptio ita peragitur ; lineæ AB , AC biſariam in D & E dividantur. Tum in charta aut tabella ſeparata, ſemidiametro AD, aut AB ſemicirculus HO deſcribatur, & in ſuos gradus dividatur , tum ab eodem puncto H , aut ducantur,aut ductæ intelligantur ſubtenſæ HK,HL, H M nempe unius, duorum, trium, quatuor graduum &c. quæ transferantur in regulas A B, AC , initio ſemper facto à puncto A ; ita ut ſubtenſa graduum 60 , ut pote æqualis ſemidiametro ad puncta D & E, perveniat.



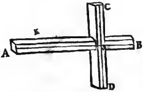
Ut linearum menſurationi utile reddatur hoc inſtrumentum , ſingulis lineis AB , AC duæ infigentur dioptræ per quas collineare liceat, alterutri additur ſuſtentaculum ut planum per lineas ductum , omni plano , ſive horizontali, ſeu verticali , aut cuilibet alteri cum opus erit accommodetur.

Hoc inſtrumento cujuſlibet anguli quantitatem inveſtigamus , poſtquam enim ita eius regulas aptavimus ut per earum dioptras ſigna propoſita videamus , ita quantitatem anguli ſecundum quem apertæ ſunt regulæ determinamus. Sit,verbi gratia, cognoſcenda quantitas anguli BAC , aſſumatur circino intervallum DE , à numero 60 ad 60, transferaturque in lineam AB, aut AC, initio facto à puncto A, alter pes circini oſtendet in linea ſubtenſarum numerum graduum , anguli B A C.

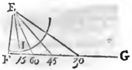
Ratio clara eſt; cum enim ſubtenſa AD 60 graduum æqualis ſit ſemidiametro , ſi intelligatur ex puncto A tanquam centro deſcriptus circulus intervallo AD , is erit cujus ſubtenſæ in regulis notatæ ſunt, quare ſi intervallum DE , ſeu à numero 60 ad numerum 60 transferas in ipſas regulas , videbis quot gradus contineat ſubtenſa DE.

PROPOSITIO XI.

De Cruce geometrica.



Crux geometrica , quam baliſtam nonnulli, alii baculum Jacob nominant , à nautis communiter ad obſervandas ſyderum elevationes uſurpatur. Conſtat autem duobus tigillis AB , CD inter ſe aptatis , ut angulum rectum comprehendant , poſſitque C D ſecundum tigillum AB currere ; clariſſimum autem eſt,dum curſor CD propior fiet puncto A, angulum C A D fieri majorem, minorem dum erit remotior.



Ita autem hujus inſtrumenti graduatio perficitur. Sit linea EF, æqualis dimidio curſori , ſeu lineæ DC præcedentis figuræ , ad quam ducatur perpendicularis FG. Ex puncto E ut centro deſcribatur quadrans in gradus , aut etiam ſemigradus dividendus , per cujus diviſiones ducantur lineæ occultæ ex centro E , uſque ad lineam F G, hæ diviſiones transferantur in lineam A B inſtrumenti, initio facto à puncto A , dico quod ſi curſor CD removeatur à puncto A, intervallo F 75, angulus in puncto A formatus à lineis AC , AD erit 150 graduum, nempe duplus notæ illius 75, cum enim angulus F E I ſit graduum 15 , angulus F 75 , E erit graduum 75 , & quia curſor C D duo habet brachia , angulus totalis erit graduum 150 , qui uberiorem volet hujus inſtrumenti explicationem,tractatum de navigatione conſulat.

Poſſent hujus etneis geometricæ regulæ in partes æquales dividi, ſed tunc potius ad formanda triangula , propoſitis in campo analoga inſerviret , quam ad angulorum quantitatem inveſtigandam.

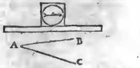
PROPO

Digitized by Google

PROPOSITIO XII.

De Regula & pixide magnetica.

Pixis magnetica, conſtat circulo in ſuos gradus diviſo, & acu chalybea optime librata, & magneticè excitata, hæc pixis magnetica regulæ ligneæ, aut cupreæ affigitur, quæ ut praxibus geometricis reddatur aptior, pinnacidiis duobus inſtruitur.

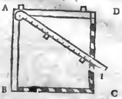


Uſus facillimus erit ad metiendos quoſcumque angulos in plano horizontali factos. Propoſitum ſit metiri angulum BAC. Ex A puncto per regulæ dioptras reſpice ſignum quodcumque B, in linea A B poſitum. Nota gradum circuli cui acus magnetica inſiſtit, ſit v. g. gradus meridianus, ſignum eſt lineam AB eſſe in plano meridiano. Regula item dirigatur ad punctum C, noteturque gradus circuli cui acus inſiſtit, arcus inter eos duos gradus interceptus erit menſura anguli BAC. Hic enim arcus indicat quantum regula remota fuerit à primo ſitu, dum directa fuit in punctum C.

PROPOSITIO XIII.

De quadrato geometrico.

Secunda inſtrumentorum ſpecies eorum eſt, quibus triangula formantur, iis æquiangula, quæ ad linearum menſurationem aſſumimus; Inter ea inſtrumenta quadratum geometricum primum locum ſibi vendicat, cujus conſtructio facilis eſt. Formatur enim ex quatuor regulis cupreis, aut etiam ligneis, appoſitè ſibi cohærentibus, quadratum, cujus latus unius circiter pedis. In ejus uno angulo A regula volubilis adhibetur, duoque latera BC, CD, centro A oppoſita, in partes æquales, verbi gratia 100, dividuntur, ita ut numerationis initium, utrinque à punctis B & D deſumatur. Unumque latus umbram rectam, aliud umbram verſam, quibus tamen vocibus abſtinebo vitandæ confuſionis cauſa; cum diverſus hujus inſtrumenti uſus has appellationes variet. Regula item A I in partes æquales, partibus laterum dividatur.

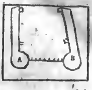


Hujus quadrati uſus, triangula ſola rectangula, aut quæ ad rectangula revocantur, reſpicit; regula enim cum duobus quadrati lateribus triangulum rectangulum efficit ut ADI, in quo facilè ratione laterum inter ſe obſervare poſſumus, cum latus AD 100 partes continere ſupponatur, regulaque indicet cæterorum laterum partes. Uni lateri ſicut & regulæ adduntur pinnacidia ut geodeticis praxibus fiat accommodatius.

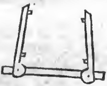
Variè à nonnullis deformatur hoc inſtrumentum, quod enim ab Erardo deſcribitur in quo regula alteri ſemper perpendiculariter currere poteſt, aliaque in alio extremo immobilis, facilè ad quadratum revocatur.

PROPOSITIO XIV.

De Aſſerculo.



Aſſerculo nonnulli linearum menſurationes omnes perficiunt. Ejus conſtructio talis eſt. Aſſerculum duabus Allidadis circa centra A & B mobilibus inſtruunt; lineam autem AB in partes quaſcumque æquales puta 100 dividunt, nonnulli centrum unum verbi gratia B, ita mobile reddunt, ut ſecundum lineam AB, à puncto A magis & minus removeri poſſit. In hoc aſſerculo triangulum deſcribitur illi æquiangulum, quod ad lineæ cujuſque menſurationem neceſſarium eſt.



Huic affine eſt aliud inſtrumentum unâ conſtans regulâ, duabuſque Allidadis, circa ſua centra mobilibus. Nonnulli centris duos addunt parvos ſemicirculos quibus quantitas angulorum, quos Allidadæ cum regula comprehendunt innoteſcant, dividunt item tam regulam, quam Allidadas in partes æquales. Denique centrum unius Allidadæ, à centro alterius ſecundum regulam removeri poteſt, aut eidem admoveri.



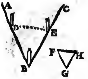
Commune eſt omnibus inſtrumentis, ut pedem ſeu fulcrum habeant, cui firmiter inſiſtant, cir-

cum agi tamen, & omnem ſitum aſſumere poſſint, quod multis modis haberi poteſt, ut ſi globus pluſquam media ſui parte loculamento ſuó immerſus in omnem partem ſit verſatilis.

PROPOSITIO XV.

Angulum in ſolo efformatum in chartam transferre.

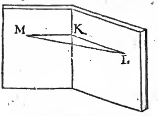
Sit propoſitus angulus A B C in ſolo efformatus, qui in chartam transferendus ſit, hoc eſt, cui æqualis in charta deſcribendus ſit. Si puncto ejus B applicaretur ſemicirculus, ita ut latus eius pinnulis inſtructum dirigeretur ad punctum A, & allidada ad punctum C obverteretur, hæc in ſemicirculo quantitatem anguli A indicaret, cui (*per 4. hujus*) æqualis in charta facile conſtitueretur.



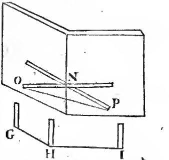
Quia tamen nonnunquam ſemicirculos adhiberi non poteſt, ut cum anguli quos muri comprehendunt ſunt metiendi, ita negotium ſine ullo inſtrumento abſolves. Sit propoſitus angulus A B C in ſolo exaratus, numera in lineis BA, BC quotcumque pedes, aut exapedas volueris, nempe BD, BE; metire item intervallum DE, fiat (*per 7. hujus*) ſeparatim in charta triangulum F G H, cujus ſingula latera tot contineant partes ex ſcala deſumptas, quot ſunt pedes, aut exapedæ in lateribus trianguli DBE: Clarum eſt (*per 5.6.*) triangula DBE, FGH æquiangula, cum habeant latera omnia proportionalia.

Viciſſim hac methodo angulos in charta notatos in ſolum transferes, formato triangulo ſimili ſeu homologo, ſubſtitutis nempe pedibus, aut exapedis pro partibus ſcalæ.

Hac praxi ut dixi metimur angulos quos muri comprehendunt ut angulum MKL, nempe metiendo hinc inde latera M K, KL, cum diſtantia ML.

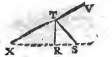


Paulô major erit difficultas in metiendis angulis externis, ita tamen eos conſequi poſſumus; applicentur, ſecundum murorum longitudinem duæ regulæ, quæ hinc inde muros aliquibus pedibus NO, NP excedant, quos exactè metieris, ſicut & diſtantia OP, huic triangulo NOP, ſi aliud in charta homologum efformes (*per 7. hujus*) invenies anguli ONP quantitatem, qui cum ſit oppoſitus ad verticem à muris comprehenſo, eum quoque exhibebit.



Ad has praxes communiter recurrimus, eo quod muris adhiberi non poſſunt inſtrumenta, ſaltem pleraque. Pixis tamen magnetica in iis locum habet; ſi enim idem eius latus, ſingulis muris ſucceſſivè applices, noteſque gradum cui in ſingulis applicationibus acus inſiſtit, arcus inter hos gradus interceptus erit menſura anguli à muris comprehenſi.

Ut autem reliquis omnibus inſtrumentis utamur, tres ſcipiones G, H, I ſolo infige in diſtantia à muris æquali, ita ut lineæ GH, HI ſint muris parallelæ, quæ conſequenter (*per 10. 11. Euclidis*) æqualem angulum comprehendent; ſi centrum ſemicirculi puncto H applices, & per pinnulas immobiles punctum G reſpicies, allidada ad punctum I directa in ſemicirculo quantitatem anguli G H I exhibebit.



Denique proponatur cognoſcendus angulus X, quem duæ lineæ imperfectæ T V, R S ſi ad concurſum uſque producerentur comprehenderent, quæ tamen in ſolo ob varia impedimenta produci non poſſunt. Ducta linea TR, metire (*per praxes ſuperiores*) angulos RTV, T R S, eoſque transfer in chartam, productis lineis habebis angulum angulo X æqualem.

Ad hanc methodum eas praxes revocare poſſumus quibus, metiendo latera, & diagonales cujuſcumque ædificii, aut agri, ejus ichnographiam deſcribimus.

PROPOSITIO XVI.

Ad lineam in ſolo notatam, ex puncto in ea dato perpendicularem ducere.

Difficiliùs eſt in ſolo, quam in charta operari, tum ob ejus inæqualitatem, tum ob inſtrumentorum, & præcipuè circini parvitatem, ita ut fœdi nonnunquam errores in ædificiis propterea admittantur: unde inutile non fuerit praxes aliquas faciles proponere.

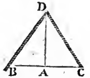
In lineæ datæ puncto propoſito, centrum ſemicirculi collocetur, & ad ſignum in eadem linea poſitum, dioptras immobiles obverte, tum allidadam quadrante

quadrante circuli remove, & per ejus pinnacidia reſpice, & jube apponi ſignum, quod per ea videatur, linea ducta à tali ſigno ad punctum cui centrum ſemicirculi imminet, perpendicularis erit: Anguli enim quem comprehendit cum priori linea, menſura eſt quadrans circuli.

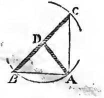
Squadra præcipuè pinnulis inſtructa idem præſtat, cum angulum rectum contineat.

Circinus proportionalis ad angulum rectum apertus idem efficit, ſicut & crux geometrica ſi ejus tranſverſale ad notam angulo recto deſtinatam adducas quadratum geometricum quod angulum rectum continet, eodem modo quo ſemicirculus adhibetur.

Pixide magneticâ ita perpendicularem duces. Unum ejus latus lineæ propoſitæ applicabis, notabiſque gradum ſemicirculi in fundo pixidis notari cui acus reſpondet; tum eandem pixidem in puncto in quo perpendicularis excitanda eſt collocatam, ita movebis, donec acus inſiſtat gradui qui à priore quadrante circuli diſtet, linea ducta ſecundum idem pixidis latus, ad priorem erit perpendicularis.



Sine ullo inſtrumento ita ad lineam AB, in puncto ejus A perpendicularem excitabimus. Abſcindantur hinc inde duo intervalla æqualia AB AC. Tum duplicetur filum aliquod, ita ut habeantur duo ejus ſegmenta æqualia, extremitates fili applicentur punctis B & C, extendanturque ejus partes æqualiter, medium fili ſignabit in ſolo punctum D, lineaque DA perpendicularis erit (*per 7. 1. Eucl.*)



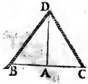
Si punctum è quo ducenda eſt perpendicularis extremum lineæ fuerit, quam producere non liceat, duplica pariter filum, ejuſque extremis poſitis in puncto A & in puncto B quomodolibet in linea AB aſſumpto, extenſæ utrimque dimidia fili parte æqualiter invenietur punctum D. Tum extremitas fili A transferatur in C, ita ut puncta B, D, C in eadem linea recta inveniantur, linea AC perpendicularis erit ad AB, ſeu angulus BAC rectus erit.

Demonſtratio. Cum lineæ DB, DA, DC factæ ſint æquales, circulus ex D ut centro, & intervallo DA deſcriptus, tranſit etiam per puncta B & C; quare cum angulus BAC ſit in ſemicirculo, rectus erit (*per 31. 3. Euclidis.*)

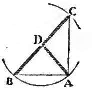
PROPOSITIO XVII.

Problema.

Ad lineam in ſolo notatam, ex puncto extra eam poſito perpendicularem ducere.



Ex puncto D ad lineam AB ducenda ſit perpendicularis. Duplica filum, ejuſque medio ſtatuto in puncto D, extremitates ita extende donec cadant in lineam AB, nempe in puncta B & C. Intervallum BC divide bifariam in puncto A, eritque linea AB perpendicularis ad AC.



Alia praxis ideo abſolvit, ex puncto dato C, extende filum ad punctum quodcumque B lineæ AB, inventoque puncto medio D, extremitatem C, transfer in punctum A lineæ AB, pariterque linea CB ad AB perpendicularis erit.

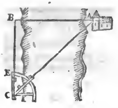
Hæ praxes licet non abſimiles iis, quas in charta circino perficimus, dandæ tamen fuerunt, ut diſcerent Tyrones, cæteras in ſolo perficere.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Lineam horizontalem, in uno tantum extremo acceſſibilem, metiri.

In genere dicendum, quod quoties linea, ſecundum unum tantum extremum acceſſibilis proponitur, nec tamen eam licet percurrere, vel ob voraginem, aut intercurrentem fluvium, toties formandum eſt triangulum, cujus duo obſerventur anguli, & latus unum realiter exapeda percurratur, iis enim cognitis facile (*per 5. hujus*) propoſitæ lineæ longitudo innoteſcet.



Proponatur ergo linea AB cognoſcenda, acceſſibilis in puncto B, ſed quæ ob fluvium intercurrentem percurri non poſſit. Ad hanc lineam AB, in puncto ejus acceſſibili B, excitetur perpendicularis BC, vel ſemicirculo, vel ſquadra, cruce, aut quadrato geometrico, aut quocumque alio inſtrumento, ut docui (*propoſitione 16.*) Transferatur inſtrumentum in ſignum C; primò quidem ita transferri poteſt ſemicirculus ſupra lineam AB, ſtatuique in diverſis ejus punctis, donec reſpiciendo per dioptras ejus immobiles punctum B, & per allidadam ſignum A, inveniatur angulus ACB ſemirectus, ſeu 45 gradusm; dico quod in tali caſu lineæ AB, BC æquales erunt, atque adeo metiendo realiter lineam BC, quæ percurribilis ſupponitur, cognoſcetur linea AB.

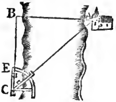
Demonſtr. Trianguli ABC tres anguli æquales ſunt duobus rectis (*per cor.1.32.1. Euclidis*) angulus autem ABC factus eſt rectus, ergo alii duo A & C, ſimul ſumpti æquivalent uni recto, & cum angulus ACB factus ſit ſemirectus, erit etiam angulus BAC ſemirectus, ſunt ergo æquales anguli A & C, & (*per 6. 1. Eucl.*) erunt, latera AB, BC æqualia erunt: quod erat demonſtrandum.

Omnia fere inſtrumenta angulum ſemirectum exhibent; ut quadratum geometricum, crux, ſquadra item; immo ſolent Geodetæ communiter uti inſtrumento, in quo primo ſunt 6 pinnulæ Immobiles; primæ quatuor ita diſpoſitæ ſunt, ut angulum rectum comprehendant aliæ vero, cum prioribus angulum ſemirectum efficiant, & hac ſola praxi omnem linearum menſurationem abſolvunt.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Alia Praxis metiendæ lineæ horizontalis in uno tantum puncto acceſſibilis.



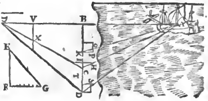
Quia operoſum videtur ita recedere ſecundum lineam BC, donec occurrat punctum C in quo angulus ACB ſit ſemirectus, cum pluribus attentationibus ſit opus; neglecto hoc ſemirecto angulo, colloca centrum inſtrumenti ſive ſemicirculi, in lineæ BC quocumque puncto C, ita ut obſerves quantitatem anguli ACB, tum quia in triangulo ABC cognoſcuntur duo anguli ABC, & ACB, & latus BC, quod ſupponitur poſſe percurri, cognoſces (*per 5. hujus*) latus AB, facto ſcilicet in charta triangulo, ſimili propoſito ABC.

Per trigonometriam ita fiat ſinus anguli BAC, ad ſinum anguli ACB, ut BC, ad quartum hic erit linea AB, (*per 1. 3. Trigonom.*)

PROPOSITIO XX.

Problema.

Tertia praxis metiendæ lineæ horizontalis in uno tantum extremo acceſſibilis.



Hunc laborem deſcribendi in charta trianguli pluribus inſtrumentis poteris evitare. Primò quidem cruce geometrica, cujus regulæ in partes æquales ſint diviſæ facto enim ut prius in B angulo recto, aſſumptoque in linea BC quocumque puncto C, In eo extremitatem crucis geometricæ, & per longiorem ejus regulam, punctum B reſpicies, adduceſque tranſverſale quod per lineam IH repreſentatur, donec per ejus extremitatem ſignum A videas. Clarum eſt quod ſi fiat regula trium, in qua prior numerus ſit CI, ſecundus IH, tertius CB, quartus erit linea AB.

Demonſtr. Linea AB, IH ſunt parallelæ, cum tam angulus B, quam angulus I ſit rectus, (in cruce enim geometrica, malleus cum ſagitta, angulum ſemper rectum comprehendit) quare (*per 2. 6.*) ita erit CI ad IH, ut CB ad BA quod erat demonſtrandum.

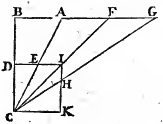
Nonnulli inter antiquos, ita hoc problema ſolvebant, cum per extremitatem curſoris H, detegitur punctum A, nempe per lineam CHA, ſi collimes per aliam extremitatem, nempe per lineam CXD, clarum eſt lineas BVD & BA eſſe æquales, atque adeo metiendo lineam BVD haberi lineam AB.

Demonſtr. Triangula CBA, CBVD habent angulos in B rectos, & in C æquales, item latus BC commune, ergo (*per 26. 1. Eucl.*) latera AB & BVD erunt æqualia.

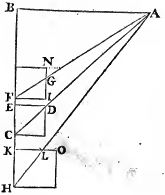
PROPOSITIO XXI.

Problema.

Quarta praxis metiendæ lineæ horizontalis in uno tantum extremo acceſſibilis.



Quadrato geometrico idem problema; abſolves. Facto ut prius angulo recto in B, angulum quadrati cui affixa eſt regula, applica alicui puncto lineæ BC, & per dioptras immobiles reſpice punctum B, tum per regulæ mobilis dioptras reſpice punctum A. Triplex caſus eſſe poteſt, vel enim tunc allidada inſiſtit lineæ diagonali quadrati, ut accidit in puncto C, & tunc clarum eſt lineas BC, BA æquales eſſe.



Demonſtr. Cum enim ſupponatur allidada CD directa ad punctum A cadere in angulum quadrati; in quadrato autem latera CE, ED ſunt æqualia, ſed cum lineæ ED, AB ſint parallelæ, ut pote perpendiculares ad eandem BC, erit (*per* 4.6.) ut CE ad ED, ita CB ad BA, ſed CE, ED ſunt æquales: ergo AB, BC æquales erunt; quod erat demonſtrandum.

Secundus caſus erit cum allidada HL, ad punctum A directa, ſecat latus KO parallelum lineæ AB tunc (*per* 4. 6.) erit ut HK ad KL, ita HB ad AB.

Tertius caſus erit cum allidada FG ad punctum A directa, ſecat quadrati latus IN parallelum lineæ FB ſeu perpendiculare ad AB; fiat ut IG ad IF, ita FB ad AB.

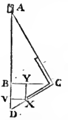
Demonſtr. Triangula ABF, FG ſunt æquiangula, cum præter angulos rectos, B & I habeant angulos alternos BAF, AFI æquales; ergo (*per* 4.6.) ita erit latus IG, quod opponitur angulo GFI, ad IF, ſicut FB quod opponitur angulo BAF, ad BA; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Quinta praxis metiendæ lineæ horizontalis ſecundum quid acceſſibilis.

Solâ ſquadrâ idem problema abſoluemus. Proponatur ergo linea AB metienda, ad AB ope ejuſdem ſquadræ excita perpendicularem BC, in cujus quodcumque punctum C transfer ejuſdem ſquadræ angulum, denique per unum ejus latus reſpice ſignum A, & per aliud punctum D, ejuſdem lineæ AB productæ. Dico ita eſſe BD ad BC ſicut BC ad AB; quare ſi multiplicata BC per ſeipſam, productum, ſeu quadratum eius dividas per BD, quotiens erit linea AB.



Demonſtr. Triangula ABC, ACD, habent angulos rectos B & ACD, & præterea angulum A communem, ergo ſunt æquiangula, (*per coroll.* 32. 1. *Eucl.*) pariter æquiangula ſunt triangula rectangula ACD, DBC; ergo æquiangula ſunt triangula ABC, DBC, & (*per* 4. 6.) ita erit DB ad BC ſicut BC ad AB; quod erat demonſtrandum.

Quod ſi totam lineam DB, ob aliquod impedimentum metiri non liceret ducta perpendiculari VX, dico ita eſſe DV ad VX, ſicut BC ad AB.

Demonſtr. Cum VX ſit baſi BC parallela, erit (*per* 3. 6.) ut DV ad VX, ita DB ad BC, ſed ut DB ad BC, vidimus ita eſſe BC ad AB, ergo ut DV ad VX, ita BC ad AB; quod erat demonſtrandum.

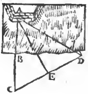
PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Sexta praxis metiendæ lineæ horizontalis ſecundum quid acceſſibilis.

Proponatur lineæ AB longitudo invenienda. Producatur ſi opus fuerit uſque ad C, fiatque angulus ACD graduum 60. reſpiciendo ſcilicet per

ſemicirculi dioptras immobiles punctum A, & per allidadam gradui ſexageſimo impoſitam ſignum quodcumque D. Transfer ſemicirculum immutatum, ſecundum lineam AB, donec per eaſdem diopteras, & eodem modo diſpoſitas, videantur ſigna A & C, hoc eſt fiat angulus ſexaginta graduum. Ponamus hoc accidere in puncto D; dico lineas AC, CD eſſe æquales, atque adeo metiendo exapeda lineam CD innoteſcere, lineam AC, & ſubtractâ lineâ CB, cognoſci lineam AB



Demonſtr. Omnes anguli cujuſcumque trianguli ſunt duobus rectis æquales, ſeu adæquant 180 gradus, & cum anguli C & D facti ſint ſinguli 60 graduum, ergo reliquus angulus CAD eſt 60 graduum; æquiangulum igitur eſt triangulum CAD. Ergo (per 6. 1. *Eucl.*) æquilaterum eſt; ſunt igitur latera AC, CD æqualia; quod erat demonſtrandum. Triangulum æquilaterum in materia ſolida deſcriptum poſſet ad hanc praxin ſufficere.

Alio modo idem exequeris, conſtituto angulo ACD 60 graduum, quære in linea CD, punctum E, in quod cadit perpendicularis ex A, ad lineam CD ductâ ſquadrâ, aut circino proportionali ad angulum rectum aperto, aut ſemicirculo hoc punctum E per applicationem inſtrumentorum in diverſis lineæ CD punctis invenitur; dico lineam CE, eſſe dimidiam lineæ AC.

Demonſtr. Triangula AED, AEC ſunt rectangula, ergo (*per* 47. 1. *Eucl.*) tam quadratum ex AC, æquale eſt quadratis ex AE & CE, quàm quadratum ex AD quadratis ex AE, ED. Sunt autem æqualia quadrata ex AC & AD cum æquilaterum ſit triangulum ACD, ergo quadrata ex AE, EC æqualia ſunt quadratis ex AE, ED, & ablato communi quadrato AE, reſtant quadrata DE, EC æqualia, & conſequenter lineæ DE, EC æquales, ergo CE eſt ſemiſſis lineæ CD, ſeu AC; quod erat demonſtrandum.

Coroll. Si lineam AE metiendam haberemus; facto in puncto E angulo recto, ducta linea EC, ſi in ea quæratur punctum C, in quo fiat angulus ACE 60 graduum, erit quadratum ex AE, quadrati ex EC triplum; quare moltiplicando CE per ſeipſam, & triplicando ejus quadratum, habebitur quadratum ex AE, è quo ſi extrahatur radix quadrata, innoteſcet AE.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Metiri lineam horizontalem omnino inaceſſam.



Si linea horizontali omnino inaceſſa continuari poteſt, uſque dum fiat aceeſſibilis, eam per praxes ſuperiores facilè metiemur hoc modo.

Proponatur linea AC omnino inacceſſibilis, ita ut nec ad eius punctum B, nec ad punctum C accedere liceat, continoetur linea AC, uſque ad punctum acceſſibile B, quod ſæpe facillimum eſt. Hæc enim continuatio intellectualis tantum eſt, ad quam peragendam neceſſarium tantum eſt, determinare punctum B, ad quod linea AC producta perveniri. Quod ſimplex oculus præſtare poteſt, nempe ſi in tali loco ſtatuatur, è quo videat ſigna C & A ſibi reſpondere.

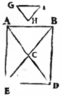
Cum igitur tam linea AB, quam linea CB, ſint acceſſibiles in puncto, utramque per praxes ſuperiores metiemur, ſubtractaque linea CB ex AB, relinquetur cognita linea AC, quod propoſitum erat.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Secunda praxis metienda linea horizontalis omnino inacceſſa.

Linea AB ſit omnino inacceſſibilis, collocato in puncto C quocumque inſtrumento, inveſtigetur angulus ACB, ſitqueverbi gratia graduum 80, cujus dimidium erit graduum 40, relicto in puncto C, ſigno producantur lineæ AC, BC, quærantutque tam in linea CD, quam in linea CE, puncta D & E, in qoibus fient anguli CDB, CEA ſinguli graduum 40, dico lineam ED lineæ AB eſſe æqualem.



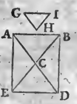
Demonſtratio. Angulus ACB graduum 80 externus reſpectu trianguli ACE, duobus internis CAE, CEA æqualis eſt (*per* 32. 1. *Eucl.*) ſed angulus CEA, factus eſt graduum 40, igitur anguli CEA, CAE ſunt æquales, & (*per* 6. 1. *Eucl.*) latera CA, CE ſunt æqualia; eodem modò concluduntur latera CD, CB eſſe æqualia. Quare cum in triangulis ACB, ECD, anguli ACB, ECD ad verticem oppoſiti ſint æqoales (*per* 15. 1. *Eucl.*) item latera AC, CE; BC, CD ſint æqualia, erunt (*per* 4. 1. *Eucl.*) baſes AB, ED æquales, quod erat demonſtrandum.

PROPO

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Tertius modus metiendæ lineæ omninò inacceſſæ.

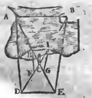


Ex puncto quocumque E reſpice lineæ AB metiendæ duas extremitates A & B ita ut cognoſcas angulum AEB; metire item per praxes ſuperiores lineas AE, EB acceſſibiles in puncto E; quod quidem facillimum eſt, nempe ut metiaris lineam A E, fiat in E quicumque angulus AED, metire lineam AD, cum angulo ADE, & (*per 5. hujus*) innoteſcet linea AE, pariter ut cognoſcas lineam EB, metire angulos BED, BDE, & latus ED, & habebis lineam EB; denique in triangulo AEB cognitis lateribus AE, EB, & angulo AEB, innoteſcet (*per 6 hujus*) linea AB.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Quartus modus metiendæ lineæ omninò inacceſſæ.



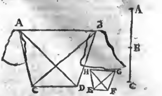
Ut metiamur lineam AB omnino inacceſſam in puncto C, è quo videri poſſit utrumque ſignum A & B, baculum infige, producanturque lineæ AC, BC, in D & E, ſitque CF, quarta, aut quinta, aut ſexta pars lineæ CD; metire angulum ADC, cui fiat æqualis CFH; ſit pariter CG quarta aut quinta pars lineæ CE, fiatque angulus CGI, angulo CEB æqualis, ducatur linea HI, hanc dico eſſe quartam, aut quintam aut ſextam partem lineæ AB.

Demonſtr. Cùm anguli D & F ſint facti æquales, erunt (*per 27. 1. Eucl.*) lineæ DA, FH parallelæ, quare (*per 2. 6.*) erit ut DC ad FC, ita AC ad HC; ſed EC eſt quadrupla lineæ FC, ergo & AC quadrupla erit lineæ HC. Eodem modo oſtendam lineam CB, quadruplam eſſe lineæ CI: ergo (*per 2. 6.*) lineæ AB, HI parallelæ erunt; quare (*per 4. 6.*) erit ut CB ad CI, ita AB ad HI; igitur HI erit quarta pars lineæ AB, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Quintus modus metiendæ lineæ omninò inacceſſibilis.



Lineam AB omninò inacceſſibilem metiri oporteat. Ex quocumque puncto C metire angulum ACB, & reſpice quodcumque ſignum acceſſibile D, obſervando angulum ACD; metire lineam CD, tranſlatoque in punctum D inſtrumento, metire angulos ADB, ADC. Tum in charta fiat linea EF, tot partium ex ſcala deſumptarum quot ſunt exapedæ, aut pedes in CD, fiantque anguli HEF, HEG, angulis ACD, ACB æquales, ſicut anguli GFE, GFH angulis BDC, BDA, jungatur linea GH; dico hanc tot particulas ſcalæ continere, quot AB continet exapedas, aut pedes.

Demonſtr. Triangula ACD, HEF ſunt æquiangula, cum anguli ACD, HEF; ADC, HFE facti ſint æquales, ergo (*per 4. 6. Eucl.*) ita erit EF ad FH, ſicut CD ad AD. Pariter quia triangula BDC, GFE ſunt æquiangula, ita erit EF ad CD, ſicut FG ad DB: Eſt igitur ut DA ad DB; ita FH ad FG. Cum ergo triangula ADB, HFG habeant angulos ADB, HFG æquales, & latera circa illos proportionalia erunt (*per 6.6. Eucl.*) æquiangula, & (*per 4. ejuſdem*) ita erit AD ad AB, ſicut FH ad HG, cum ergo ita ſit CD ad AD, ſicut EF ad HF, & ut AD ad AB; ita FH ad GH, ita erit ex æquo ordinatè CD ad AB, ſicut EF ad GH; quod erat demonſtrandum.

Coroll. In hac propoſitione fundatur præcipuus uſus illius inſtrumenti quod aſſerculi nomine nuncupamus; methoduſque facilis topographiam aut chorographiam deſcribendi. Nam puncta E, F, H, G eôdem modo proportionaliter ſunt poſita, ac puncta A, B, C, D; ſed de hac topographia dicemus ſequenti libro.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Altitudinem verticalem acceßibilem ſecundum planum horizontale metiri.

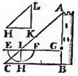
Quamvis ſuperiores praxes, planis etiam verticalibus facilè accommodari, poſſint, quia tamen planorum

Digitized by Google

plaſiorum diverſitas, non nihil difficultatis inducit, has propoſitiones non omittendas cenſui.

Suppono altitudini perpendiculari A B ſubjectum eſſe horizontale planum CB, in quo quantum libuerit recedere liceat, eam altitudinem ita metietis.

In variis punctis plani BC ſtatue ſemicirculum, ita ut perpendiculum inſiſtat lineæ I H, ſic enim latus EF erit horizonti parallelum, item allidada ad gradum 45 addocta, rectâ collimet ad punctum A, dico tunc lineas IG, GA, aut CB, BA æquales eſſe, atque adeo ex menſuratione reali lineæ BC, altitudinem AB innoteſcere.



Demonſtr. Angulus EIC & AIG ei oppoſitus ad verticem ſupponuntur ſemirecti, & cum in triangulo AGI, angulus G ſupponatur rectus, erit etiam angulus IAG ſemirectus *(per 32.1. Eucl.)* ſunt ergo æquales anguli IAG, AIG ergo *(per 6.1. Eucl.)* latera AG, GI æqualia ſunt; quod erat demonſtrandum.

Quadrato geometrico idem præſtabimus, ſi allidada diagonali lineæ inſiſtat.

Circinus proportionalis ad angulum ſemirectum apertus, uno latere verticaliter ope perpendiculi directo, idem efficit.

Cruce item geometricâ ad id uti poſſumus, modo tranſverſale verticaliter perpendiculo ſtatuatur.

Squadra denique idem abſolvit problema, modò duo ejus latera fuerint æqualia.

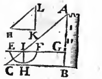
Minus commoda videtur hæc praxis, quod per attentationem variarum diſtantiarum procedat.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Secundus modus metiendi altitudinem acceſſibilem.

Utere pariter ſemicirculo, ita diſpoſito ut eius unum latus EF, ſit horizonti parallelum; tum regulam ita ſtatue, ut per eius dioptras videatur vertex A, item reſpiciendo deorſum ſecundum lineam I C nota punctum C; denique metire exapeda lineam BC, & obſerva angulum EIC, ſeu alternum ICH; dico facto *(per 5. hujus)* in charta triangulo, quod ſit ſimile triangulo ABC, cujus cognoſcitur angulus rectus B, cum angulo C, & latere BC, facilè innoteſcete latus AB; immò latus AC, ſi opus ſit.



Si trigonometriam adhibeas, aſſumpto latere BC, cognito tanquam ſinu toto erit AB tangens anguli C; fiat ergo, ut ſinus totus ad tangentem anguli C, ita B C ad quartum, habebitur latus A B.

Vel ut ſinus anguli A ad ſinum anguli C, ita latus BC ad AB; quæ tantum indico ut pote iam demonſtrata in trigonometria.

Circinus proportionum eundem uſum habet immò multiplicem; primum quidem ſi circini ad angulum rectum aperti latus unum horizontaliter, aliud verticaliter ſtatuas, & ex eius extremitate reſpicias ſummitatem altitudinis propoſitæ, notando quot partes brachii abſcindat linea viſualis v. g. in ſequenti figura. Si D F eſſet unum brachium horizontale circini proportionum, & FE verticale, ita eſſet DF ad FE, ſicut BC ad AB. Hic tamen uſus non eſt proprius circini proportionum; quo tantum commodè uti poſſumus ad obſervandum angulum ACB aut BAC, ad hoc autem unum illius latus ſtatuitur verticaliter ope perpendiculi, aliud vero ad verticem altitudinis propoſitæ dirigitur.

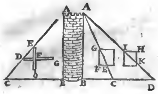
PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Tertius modus metienda altitudinis acceſſibilis.

Crux geometrica primò facilè angulum ACB metietur, eo modo quo omnes angulos metitur, ut jam diximus.

Secundò, ſi ejus brachia in partes æquales diviſa fuerint, tranſverſale ejus EF verticaliter ope perpendiculi ſtatue, & ita remove à puncto extremo D, donec linea DE dirigatur ad punctum A; clarum eſt ita eſſe DF ad FE, ut BC ad AB; ſiunt enim triangula ABC, DFE ſimilia.



Quadratum geometricũ eundem uſum præbet, ſtatuatur ergo verticaliter latus unũ geometrici quadrati, tũ ita moveatur allidada, ut vertex A per eius dioptras videatur; triplex autem caſus eſſe poteſt, vel enim allidada inſiſtet, & tunc diſtantia inſtrumenti à pede turris, eius altitudini æqualis erit.

Secundus

Secundus caſus erit cum allidada, ad ſummitatem turris directè ſecat E F latus quadrati horizontale, tunc autem clarum eſt ex ſimilitudine triangulorum ita eſſe EF ad FG, ſicut BC ad AB; quare regula trium altitudinem AB exhibebit.

Si vero allidada ſecet latus verticale HK, ita erit I H ad H K, ſicut BD ad AB, quod pariter (*per 4.6. Eucl.*) ex ſimilitudine triangulorum ABD, IHK concluditur.

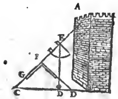
Eſt alius modus utendo quadrato, ſi eius unum latus inſtruatur pinnacidiis, & ex eius angulo perpendiculum pendeat, quo modo quadrante utimur in propoſitione ſequenti.

Pixis magnetica in altitudinibus metiendis inutilis eſt, eo quod acus in ſitu tantum horizontali ſuo fungatur munere.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Quadrante circuli, & ſquadra altitudinem acceſſibilem metiri.



Quadrante circuli altitudinem AB metieris. Si enim per dioptras ejus lateri affixas verticem A reſpicias, demittaſque perpendiculum donec pavimentum attingat in puncto D, & per eaſdem deorſum reſpicias, ut habeatur punctum C, manifeſtum eſt ex triangulorum ABC CDE ſimilitudine ita eſſe CD ad DE; ſicut BC ad AB.

Neque verò ad id quadrans neceſſarius eſt, quadratum enim, aut etiam quilibet aſſerculus pinnulis inſtructus idem præſtat.

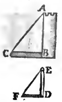
Pariter ſi normam, ſeu ſquadram, ut vides in figura, nempe ita ut reſpiciendo per latus C F, collimes in punctum A, & collimando per aliud latus habeas punctum D, erit triangulum rectangulum CFD, æquiangulum triangulo ABC, cum præter angulum rectum, habeant angulum C communem. Quare (*per 4. 6. Eucl.*) ita erit C F ad FD ſicut BC ad A B.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema

Ex umbra altitudinem acceſſibilem metiri.

Sit altitudo AB quæ ſole lucente umbram BC faciat. Quemcumque baculum D E notæ longitudinis verticaliter ſtatue, & utramque umbram tam turris AB, quàm baculi D E metire; dico ſi fiat ut umbra F D ad baculum D E, ita umbra BC ad quartum habebitur altitudo A B.



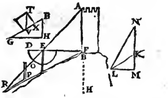
Demonſtratio. In triangulis ABC, EDF, anguli B & D ſupponuntur recti, & cum omnes radii à ſole ad terras ducti, ſint phyſicè paralleli, ob immenſam illius ſyderis diſtantiam, anguli ACB, EFD, æquales erunt, quare æquiangula erunt triangula ABC, EFD, & (*per 4.6.*) ita erit FD ad DE, ſicut BC ad AB, quod erat demonſtrandum.

Si eodem tempore elevationem Solis, & umbram B C obſerves, baculo opus non erit, fiat enim ut ſinus totus ad ſinum elevationis, ita umbra BC ad altitudinem A B.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Primus modus metiendæ altitudinis acceſſibilis cui ſubeſt planum inclinatum.



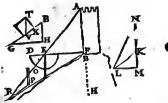
Non rarò altitudini verticaliter erectæ ſubeſt planum inclinatum, quod multipliciter poteſt accidere. Primò ſi declivitas exigua ſit, ita ut diſtantia in qua collocatur inſtrumentum, non abſumat ejus altitudinem, nihil erit in operationibus immutandum, quod in exemplo manifeſtum fiet.

Proponatur turris A B, cui ſubjectum planum inclinatum B C. Diſponatur ſemicirculus ut par eſt, hoc eſt, ejus latus DE horizontaliter ope perpendiculi ſtatuatur, tum reſpice ſecundum lineam DE, ut habeas in ipſa turri punctum F. Tunc autem pro linea quam metiri debes exapeda, aſſumes lineam E F, cætera fiant ut in præcedentibus propoſitionibus.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Secundus modus metiendæ altitudinis acceſſibilis, cui ſubeſt planum inclinatum.



Si planum inclinatum fuerit, aut declivius, aut longius, habenda eſt eius inelinatio, aut aliquis eius angulus; v. g ſi plano inclinato BR applicares latus DE ſemicirculi, & regula in centro infixa verticaliter erigeretur, haberetur angulus æqualis angulo ABR, ponatur eſſe 120 graduum, ſeu ſuperare angulum rectum gradibus 30. Obſetva item ut prius angulum DEO, ſeu AEF, à quo ſi auferas angulum DFR, 30 graduum teſtabit angulus ARB, tum metire exapeda lineam RB, quæ ſit v. g. 50 pedum. Duc in charta ſeparata lineam KL, quinquaginta partium ex ſcala deſumptarum, ſitque angulus LKN angulo ABR, & angulus KLN angulo ARB æqualis: dieo lineam KN tot partes ſcalæ continere, quod ſunt pedes in AB.

Demonſtratio. Triangula ABR, NKL ſunt æquiangula, ergo (*per 4. 6. Eucl.*) habent latera proportionalia; ergo ut RB ad AB, ita LK ad KN, ergo KN tot partes ipſius KL continebit, quot AB ipſius RB.

Angulum ABR facile circino proportionali conſequeris, ſi unum eius latus imponas plano BR, aliud verò verticale ope perpendiculi efficies, tunc enim circulus propo: ti n lis continebit angulum ABR.

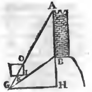
PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Tertius modus metiendæ altitudinis acceſſibilis, cui ſubeſt planum inclinatum.

Primò metire quadrato geometrico lineam horizontalem, plano inclinato ſubjectam, v.g. in ſuperiori figura, ſit planum inclinatum BG, linea GH ita invenitur. Huic plano impone quadratum geometricum, illiuſqoe allidadam quam in partes æquales diviſam ſuppono, verticalem ope perpendiculi efficito, ita ut ſecet latus XV. Dico ita eſſe TV ad TX, ſicut BG ad BH.

Demonſtratio. Cum triangula rectangula BHG, TXV, præter angulos rectos H & X, habeant angulos alternos TVB, VBH æquales, æquiangula erunt (*per 32.1.Eucl.*) ergo ut VT ad TX, ita erit BG ad GH. Si quæras lineam BH, fiat ut VT ad VX, ita BG ad BH.



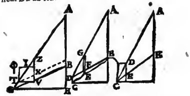
Cognitâ lineâ BH, facilè habebitur altitudo AH. Adhibeatur enim rurſus quadratum geometricum, ita ut unum eius latus OI verticale ſit, & allidada dirigatur ad punctum A, tunc erunt duo triangula OIK, GAH æquiangula atque adeo (*per 4. 6. Eucl.*) ita erit OI ad IK; ſicut GH iam cognita ad AH.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Quartus modus metiendæ altitudinis acceſſibilis cui ſubeſt planum inclinatum.

Proponatur altitudo AB figuræ mediæ cognoſcenda, cui ſubeſt planum inclinatum etiam inæquale BC. Infigatur baculus DC, item alius baculus verticalis EG, reſpice ex puncto D, puncta A & B, ſintque lineæ viſuales DA, DB, attingentes baculum EG in G & F, dico ita eſſe DF ad FG, ſicut DB ad AB.



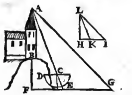
Demonſtr. In triangulo ADB cum linea FG, ſit baſi AB parallela, ita erit (*per 2. 6. Eucl.*) DF ad DB, ut FG ad AB; quod erat demonſtrandum.

Ad eandem praxin revocatur iſta. Quolibet aſſerculo rectangulo ſecundum unum latus verticaliter diſpoſito reſpice ſigna A & B, tertiæ figuræ, lineis CA, CB, ſitque linea DE verticalis: clarum eſt, ita eſſe CE ad ED, ſicut CB, ad AB.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Altitudinem omninò inacceſſam metiri.



Sit propoſita altitudo AF, ad cujus pedem non pateat acceſſus. Primò obſervetur quantitas anguli

guli ACD,ſeu AEF, ſemicirculo,quadrante, circino proportionum, cruce geometricâ, aut quolibet alio inſtrumento. Recedatur in directum quantùm libuerit, uſqoe ad punctum G, ibique turſus obſervetur quantitas anguli A G F, & exapedâ exploretur longitudo lineæ E G. Tum in charta ſeparata, aſſumatur linea I K, tot partium ſcalæ, qoot exapedarum, aut pedum fuerit E G; fiantqué anguli HKL, H I L angulis AFE, AFG æquales, & éx puncto L ad H I ducatur perpendicularis LH; dico tot exapedas, aut pedes contineri in AF,quot in linea LK inveniuntur particulæ ex ſcala deſumptæ.

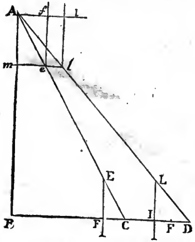
Demonſtr. Tam triangula AEG, LKI; quam AFE, LHK facta ſunt æquiangula: Igitur ita erit KI ad KL, ut EG ad EA, & ut KL ad LH, ita EA ad AF: ergo ex æquo ordinatè ita erit KI ad LH; ſicut EG ad AF;quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Secundus modus metiendi altitudinem inaccеſſam.

Cruce geometricâ laborem hunc deſcribendi trianguli ſublevabis.Sit enim altitudo inacceſſibilis AB, ſpectabilis ex puncto C, in quo ſtatues crucis geometricæ extremum C, ejus longiori brachio horizontaliter diſpoſito,& adduces tranſverſale donec per extrema C & E, ſummitatem A videre poſſis,notabis item punctum F. Recede in directum uſque in D, ibique collocatâ cruce geometricâ, horizontaliter ſecundum longiùs brachium adducito tranſverſale, donec turſus per puncta L & D videas ſignum A notato puncto I, dico ſi fiat ut I F, diſtantia punctorum in longiori brachio notatorum ad IL,medietatem tranſverſalis, ita CD, diſtantia ſtationum ad quartum habebitur longitudo AB.



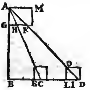
Demonſtr. Crux geometrica intelligatur ſtatui in loco ſuperiori, ſeu in puncto A, certum eſt triangula A e f, CEF; A i l, DIL eſſe omnino ſimilia & æqualia,quare erunt CF, A f, A i, D I æquales, & conſequenter, erit linea f e in ſuperiori loco æqualis lineæ F I, quam voluimus eſſe diſtantiam utriuſque puncti in longiori brachio notati. Ducta autem linea e l in ſuperiori loco clarum eſt ita eſſe lineam illam e l ad m A, ſeu f e medietatem brachii tranſverſalis, ſicut CD ad AB, quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO XL.

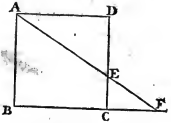
Problema.

Tertius modus metiendæ altitudinis inacceſſibilis.

Sit altitudo inacceſſibilis A B in puncto quolibet C, colloca quadratum geometricum ut par eſt, nempe ita ut allidada dirigatur ad punctum A, notetutque in latere quadrati punctum C in quod cadit allidada. Transferatur quadratum in D, noteturqne punctum D in quod cadit allidada, ad verticem A directa; dico ita eſſe diſtantiam horum punctorum in latere quadrati notatorum, ad latus quadrati, ſicut CD diſtantia ſtationum ad altitudinem AB; Collocetur idem quadratum in loco ſuperiori.



Demonſtr. Si quadrata GM, EC ſupponantur æqualia, clarum eſt latera GH, EC; GK, LD eſſe æqualia, atque adeo HK, eſſe diſtantiam punctorum lateris quadrati in quæ cadit allidada, in duplici illa ſtatione: ſed clarum eſt, ita eſſe HK ad GA latus quadrati, ſicut ſe habet C D diſtantia ſtationum, ad altitudinem A B, quod erat demonſtrandum.



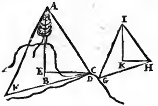
Poſſet eſſe difficultas ſi in una ſtatione allidada ſecaret latus inferius ſeu horizontale, & in ſecunda ſtatione ſecaret, latus verticale; tunc autem umbra verſa, in umbram rectam mutanda eſt. Sit ergo quadratum ABCD, ſitque allidada AE, ſecans latus verticale DC; quæritur in quo pun-

cto ſecaret latus horizontale BC ſi produceretur. Supponitur autem cognitum latus DE, in numero partium, fiat ut DE ad AD, ita AB ad BF; ſunt enim triangula rectangula ADE, ABF æquiangula, cum præter angulos rectos D & B, habeant angulos alternos DAF, AFB æquales. In genere ergo, ſi quadratum lateris dividas per ombram verſam, habebitur umbra recta, & viciſſim; hoc eſt ſupponatur quodlibet latus eſſe diviſum in 100 partes æquales, & DE contineret 66, divide 10000 quadratum centenarii per 66, habebis BF $151 \frac{34}{66}$.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Quartus modus metiendæ altitudinis inacceſſibilis



Sit altitudo AB cognoſcenda, ex puncto C metire angulum ACE, clarum eſt quod triangulo rectangulo ACE cognito, præter angulum rectum E, cognoſcatur angulus ACE, & latus AC, dabuntur reliqua. Latus autem AC acceſſibile eſt in puncto C, ideoque facile per praxes ſuperiores haberi poteſt; quare quodcumque ex recenſitis ſupra inſtrumentis ita apta in puncto C, verbi gratia ſemicirculum, ut per pinnulas eius diametro affixas videas ſignum A, & per allidadæ pinnacidia ſignum aliquod acceſſibile F, intucaris, ita ut innoteſcat quantitas anguli ACF; transfer ſemicirculum in punctum F, pariter quantitatem anguli AFC obſerva, tum exapedâ metire lineam FC.

Clarum eſt quod (*per 5. huius*) in triangulo ACF, dato uno latere CF, & duobus angulis AFC, ACF, dabitur latus AC; pariter in triangulo ACE, datis duobus angulis E & ACE, ona cum latere AC dabitur & latus AE, ſeu AB.

Praxis autem ita procedit. Aſſumitur linea GH tot partium ex ſcala deſumptarum, quot in CF, fuerint exapedæ, aut pedes fiantque anguli IHG, IGH angulis AFC, ACF æquales, quot in IH fuerint partes ſcalæ tot in AC erunt exapedæ, aut pedes. Pariter ſupra lineam IH fit angulus IHK æqualis angulo ACE, & ad lineam HK, ex puncto I ducitur perpendicularis IK; dico in IK tot eſſe partes ſcalæ quot in AB ſunt exapedæ, aut pedes.

Demonſtratio. Triangula AFC, IGH ſunt ſicut & triangula AEC & IKH; ergo ita eſt FC ad CA, ſicut GH ad HI, & CA ad AE, ut HI ad KI; ergo ex æquo ita eſt FC ad AE, ſicut GH ad IK, quod erat demonſtrandum.

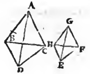
Trigonometria hoc problema facilè ſolvit, nam in triangulo AFC, datis duobus angulis ACF, AFC, datur tertius FAC (*per 32. 1. Eucl.*) fiat ergo ut ſinus anguli FAC ad ſinum anguli AFC, ita FC ad AC, (*per 1. 3. trigon.*) Pariter in triangulo ACB, fiat ut ſinus totus, ſeu anguli recti B ad ſinum anguli ACB, ita AC ad AB.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Quamcumque lineam omnino inacceſſibilem metiri.

Quia ſuperior operatio videtur non eſſe ſatis oniverſalis, eo quod in ea locus C requiratur æqualis cum puncto B altitudinis, univerſaliorem proponimus.



Sit ergo quæcumque linea inacceſſibilis AB, ſive horizontalis, ſeu verticalis, aut inclinata, parùm intereſt. Ex puncto quocumque C, metire angulum ACB ſub quo talis linea AB ſpectatur. Cognoſcenda præterea ſunt latera AC, BC quæ ſunt acceſſibilia in puncto C; ideoque metire angulos ACD, BCD, & metire exapedâ lineam CD. Pariter tranſlato ad punctum D ſemicirculo, aut quolibet alio inſtrumento, metire angulos ADC, ADB.

Primò in charta ſeparata ſupra lineam EF, tot continentem partes ſcalæ quot ſunt in CD exapedæ & pedes, fiant anguli GFE, GEF angulis ACD, ADC æquales, habebiturque linea GF lineæ AH homologa. Pariter ſi ſupra eandem EF, fiant anguli HFE, HEF, angulis BCD, BDC æquales, habebitur (*per 5. huius*) linea FH lineæ BC homologa. Denique ſi fiat angulus GFH angulo ACB æqualis, ſintque lineæ AC, BC longitudinis inventæ, habebitur (*per 6 huius*) linea GH, quæ tot continebit partes ſcalæ quot ſunt exapedæ aut pedes in linea AB.

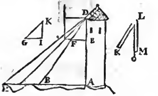
Trigonometria idem problema ſolvit, ſolvendo ſcilicet tria triangula, nempe in triangulo ACD cognoſcuntur anguli ACD, ADC, & conſequenter tertius DAC; fiat ergo ut ſinus anguli DAC ad ſinum anguli ADC, ita CD ad CA. Pariter in triangulo BCD, cognitis angulis BCD, BDC, cognoſcitur tertius DBC, quare ſi fiat ut ſinus DBC ad ſinum anguli BDC, ita latus CD ad BC. Denique in triangulo ABC, datis duobus lateribus AC, BC, & angulo ACB ab ipſis comprehenſo, quærenda eſt baſis AB, & ad hoc quærendi ſunt anguli CBA, CAB. Fiat ergo ut ſumma laterum BC, CA ad eorum differentiam, ita tangens ſemiſummæ angulorum CBA, CAB ad tangentem ſemidifferentiæ, quæ addita ſemiſummæ dat majorem angulum, & ab eodem ſubtracta, dat minorem. Cognitis autem angulis facile habetur baſis AB. Si fiat ut ſinus anguli ABC ad ſinum anguli ACB, ita AC ad AB.

PROPO

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Lineam horizontalem ex altitudi:e notâ inveſtigare.



Sit cognita altitudo A D, quæraturque longitudo A B, quadrato geometrico collocato ut par eſt in puncto D, dirige allidadam ad ſignum B. Si hæc ſecet latus infimum EF in puncto F, ita erit DE ad EF, ſicut DA ad AB. Si allidada incideret in angulum quadrati, linea quæſita altitudini AD æqualis eſſet propter eandem rationem.

Denique ſi allidada ſecaret latus verticale quadrati, ita eſſet umbra verſa ad latus quadrati ut AD ad A H.

Semicirculus exhibet angulum ADB, quare poteris ſupra lineam K I tot continentem partes ex ſcala deſumptas, quot ſunt pedes in AD, formare triangulum KIG triangulo ABD æquiangulum.

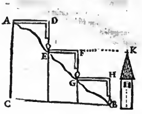
Eundem angulum B D A poterit dare circulus proportionalis eo modo diſpoſitus, quo vides in figura M L K.

Trigonometria pariter longitudinem A B notam faciet. Dato enim angulo ADB, ſi fiat ut ſinus totus ad tangentem anguli ADB, ita AD ad AB. Cautio in his adhibenda, nempe ut altitudo AD rationem ſenſibilem habeat, cum longitudine metienda AB. Nam ſi quis aſſumpta altitudine quatuor, aut quinque tantum pedum lineam aliquam trecentorum pedum metiri vellet, haud dubiè in erroris periculum incideret. Unde qui aſſumptâ ſua tantum altitudine, planitiem integram metiendam aggreditur, in hac materia ſe inexpertum & tyronem oſtendit.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Lineas horizontales ſub montibus latentes, cultellatione metiri.



Sit mons A B, ſitque propoſitum lineam horizontalem B C ſub eo latentem metiri. Squadra AD notæ longitudinis ope perpendiculi D E, horizontaliter ſtatuatur, noteturque punctum E, quod à perpendiculo attingitur, in quo rurſus ſtatuatur notato puncto G, & ita deinceps; clarum eſt à numero applicationum regulæ longitudinem horizontalem B C exhiberi, & à perpendiculis DE, FG, HB altitudinem verticalem AC.

Poteris hac praxi turrium non procul à montibus poſitarum altitudinem metiri. Ut turris KB altitudo æquatur perpendiculis GF, BH.

Facilius tamen tam perpendiculares, quam horizontales lineas ſub montibus latentes habebimus; ſi metiamur lineam rectam ſupra montis dorſum extenſam modò hiatus, & voragines id patiantur. Unde ſatius eſt viſu collimare quàm ſuſtentacula adhibere, & ad ſuperiores praxes recurrere, duplicem ſtationem adhibendo.

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

An in venditione agrorum declivium, inclinationis ſit habenda ratio.

Movetur quæſtio non contemnenda, an in venditione agrorum declivium, ſit habenda ratio inclinationis, hoc eſt ſuperficies inclinata ad horizontalem revocanda ſit. Ratio dubitandi ex eo petitur, quod cum in agrorum venditionibus, non quantitas ſeu area ſpectanda ſit, ſed utilitas, quæ major non percipitur in ordine ad fruges, aut ædes conſtruendas ex linea A B ſuperioris figuræ quam ex ſubjecta BC ad horizontale planum BC, revocanda videtur inclinata ſuperficies A B.

Certum eſt primo in ordine ad ædificia, quæ perpendiculariter aſſurgunt non plura conſiſtere in ſuperficie inclinata A B, quam in horizontali BC; nam in ſummitate montis turris FG, præcisè æqualis turri BD conſtrui poteſt, cum parietes parietibus reſpondeant: id tamen habent commodi ædes in monte extructæ quod ſibi invicem luminibus non officiant.

Idem de frugibus, & arboribus judicium ferendum eſt, cum enim arbores, & fruges non ſint cylindri æqualis ubique craſſitiei, in ſuperficie inclinata plures cenſeri poterunt, eo quod ſuperiorum rami, ſuprà inferiorum apicem ſe extendant, radices item non ſibi officiant.

Eadem quæſtio movetur de amphitheatris. Reſpondetur autem quod ſi homines eſſent cylindri perfecti, non plures in amphitheatro conſiſterent quàm in ſubjecto ſolo; quia tamen dum ſedent genua protendunt, plerumque accidit, ut ſuperiorum genua, ſupra inferiorum capita protendantur. Quod multò magis verum eſt in ſcholis, in quibus ad ſcribendum pulpita diſponuntur.

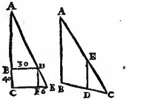
In praxi igitur cum non tantum de capacitate, ſed etiam de agrorum bonitate judicium feratur, agrimenſor ad ſolam ſuperficiei aream attendit, prout jacet ſive inclinatam, ſive horizontalem, ſine ulla reductione. Et circa bonitatem quod declive eſt, cæteris paribus deterius cenſetur.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

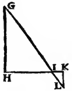
Varij modi metiendi lineas ſecundum quid acceſſibiles, ex Gemma Friſio.

Hæc affero ut diſcant Tyrones alias praxes proprio marte excogitare. Proponatur linea AB quæ ulterius in C produci poſſit. Fiant in punctis B & C quicumque anguli æquales ABD, ACE; ſintque BD, C F, æquales. Ponatur ſignum in puncto D, & quære in linea CF producta, punctum E, è quo videre poſſis ſigna D & A; dico ita eſſe E F ad FD, ſicut BD ad AB, aut CE ad AC.



Demonſtr. Triangula ABD, AC E, DFE ſunt æquiangula ob lineas parallelas BD, CF, BC, FD. Ergo *(per 4. 6.Eucl.)* ita eſt EF ad FD, ſicut BD ad AB, aut CE ad AC. Quod erat demonſtrandum.

Pariter ſi in ſecunda figura fierent anguli ABC, E D C æquales, ita eſſet DC ad D E, ſicut B C ad A B.



Denique fiant anguli alterni GHK HKL æquales, & ex puncto L reſpiciatur punctum G, notetur punctum I, in quo linea viſualis LIG ſecat lineam G H; clarum eſt ex ſimilitudine triangulorum IKL, IHG, ita eſſe IK ad KL ſicut IH ad GH.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

Profunditatem metiri.

Sit profunditas A B metienda. Accipiatur angulus BAC, cujus complementum eſt CAD, metire item latitudinem AD, fiatque in charta ſeparata triangulum ſimile triangulo C A D, cujus unum latus tot partes ſcalæ contineat, quot ſunt pedes in linea A D.

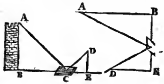


Vel fiat ut ſinus totus ad tangentem anguli CAD, ita AD ad DC.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Catoptricè lineas metiri.



Hæc praxis potius jucunda eſt, & ſcitu digna, quàm utilis Proponatur altitudo AB, ſitque ſuperficies ſpecularis C horizontalis, quales ſunt liquidorum ſuperficies. Ex puncto D, ſpectetur reflexè in ſpeculo faſtigium A, ſitque DE verticalis, ſeu perpendicularis ad C E planum horizontale productum; dico ita eſſe CE ad DE, ſicut BC ad AB.

Demonſtratio. Triangula ABC, DEC, habent angulos rectos in B & E, angulus item incidentiæ ACB æqualis eſt angulo reflexionis DCE; ergo *(per 4. 6)* ita eſt CE ad ED, ſicut BC ad AB.

Secundò ſi lineæ metiendæ fuerint horizontales, ſpeculum erit verticale ut in ſecunda figura, ita eſt CE ad ED ſicut BC ad BA.

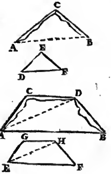
PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Quamcumque lineam ſub montibus latentem metiri.

Quæritur nonnunquam montis craſſities, verbi gratia, linea AB. Sitque caſus in quo, ex eodem puncto C videri poſſint duo eius extrema A & B, metire angulum ACB, & latera A C, BC, & *(per 6. hujus)* innoteſcet linea A B.

Secundus

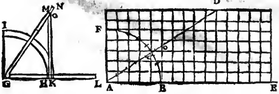


Secundus caſus erit cum puncta A & B ex eodem loco ſimul videri non poſſunt, tunc autem majoris facilitatis gratia, omnes ſtationes quæ fiunt, in eodem erunt plano, quia autem faciliùs eidem plano verticali inſiſtimus cum acu magnetica, aut perpendiculo ad id præſtandum dirigamur, in eodem plano verticali omnes erunt ſtationes.

Proponatur linea AB, ſecundæ figuræ. Ex puncto quocumque C, reſpice puncta A & D, in eodem circulo verticali exiſtentia, ita ut habeatur angulus ACD item ex puncto D reſpice ſigna C & B, habebiſque angulum CDB; metire item lineas AC, CD, DB.

Demonſtr. (*Per 6. hujus*) in triangulo A C D, cognoſces latus AD, & ſi velis angulum A D C, quo ſublato ex CDB reſtat ADB; pariter in triangulo ADB, datis lateribus AD, DB, & angulo ADB, innoteſcit (*per 6. hujus*) linea A B. In praxi, fiat angulus EGH, angulo ACD æqualis, & lineæ EG, GH tot partes ſcalæ contineant, quot ſunt pedes in AC, CD, fiat item in puncto H, angulus GHF angulo CDB æqualis, ducatúrque EF; hanc dico tot particulas ſcalæ continere, quot ſunt pedes in A B; quod ex triangulorum ſimilitudine facilè demonſtratur.

Eodem modo operandum eſſet ſi montem circuire poſſes, manendo in eodem plano horizontali.



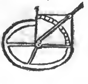
PROPOSITIO L.

Problema.

Lineam ſub montibus latentem per diverſa Plana metiri.

Nonnunquam ad duas extremitates lineæ propoſitæ pervenire non poſſumus niſi per varia plana inclinata, quæ ad horizontale revocanda ſunt, & pro linea declivi, horizontali illi ſubjecta utendum erit.

Duo igitur in qualibet linea inclinata ſunt quærenda, nempe inclinatio reſpectu horizontis & circulus verticalis in quo invenitur. Unico inſtrumẽto utrumque indicari poteſt. Tali inſtrumẽto utuntur nonnulli qui in fodinis laborant. Tale oſtenſum eſt mihi ab aliquibus Germanis non ab ſimile Torqueto. Conſtabat autem circulo quaſi horizontali, in acu magnetica ad directionem inſtructo, & plano verticali volubili repreſentante circulos omnes verticales. Hoc planum quadrantem circuli inſcriptum habebat, in ſuos gradus probè diviſum, ſuà allidadâ inſtructum, cui funis in pedes diviſus annexus erat. Atque ita circulo inferiore probè diſpoſito ope acus magneticæ, & perpendiculi, dum extrahitur funis ab una ſtatione in aliam tria cognoſcerentur, nempe verticalis, inclinatio lineæ, & ejus longitudo.



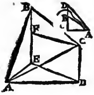
Aliud item inſtrumentum habebant quod reductionis vocare poſſumus, in quo quadrantis H I allidada in partes æquales erat diviſa, ſicut & regulæ GL & KO, quarum ultima currere poterat ſecundum longitudinem G L, inſiſtendò perpendiculariter.

Uſus facillimus eſt. Elevetur allidada ſecundum inclinationem inventam in priori inſtrumento, in eaque numeretur diſtantia inventa à puncto G verſus N. ad quod punctum transferatur regula KM. Linea G K dat horizontalem. Aliud ſimile inſtrumentum in charta ſine allidada, & regulis formari poteſt, conſtans quadrilatero in quadrata, & quadrante in gradus diviſo.

Sit ergo lineâ A B, cujus extrema A & B non niſi per circuitum, ſeu per lineas AC.BC conjungi poſſunt. Pono ſemicirculum in A & obſervo verticalem AD, quô procedendum eſt à puncto A ad C,

unde

unà cum angulo CAD, quem linea AC, cum ſibi ſubjecta horizontali comprehendit. Item metior exapedâ lineam A C; transfero circulum in C, pariterque obſervo verticalem in quo eſt linea CB, ſeu angulum ADE in plano horizontali, item angulum inclinationis B C F, & metiot lineam BC; cogiretur ex puncto F cadere linea verticalis, uſque ad planum horizontale puncti A.



Demonſtr. In triangulo ACD, cognita linea AC, angulo recto ADC, & angulo inclinationis CAD, vel (*per 5. hujus*) formando ſcilicet triangulum ſimile, vel per ſuperiora inſtrumenta innoteſcit linea horizontalis A D, & perpendiculum C D ſeu E F; Pariter in triangulo C B F innoteſcit linea horizontalis FC ſeu DE, & perpendiculum F B. Datur ergo tota B E; in triangulo horizontali ADE dantur latera AD, DE, & angulus A D E, quem duo verticales comprehendunt: ergo (*per 5. huius*) dabitur baſis AE. Denique in triangulo AEB dantur latera BE, AE unà cum angulo recto E: ergo (*per eandem*) dabitur baſis AB quæ quærebatur.

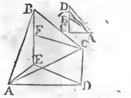
PROPOSITIO LI.

Problema.

Cuniculum ſubterraneum ita metiri, ut punctum reſpondens perpendiculariter eius capiti, foris aſſignetur.

Hujus propoſitionis uſus frequens eſt. Ex fodina metallica, anfractuoſa, & centum viginti circiter exapedas longa, difficile erat materiam educere. Quærebatur foris punctum perpendiculariter reſpondens capiti, ſeu extremo ejuſdem fodinæ, ut ibi perfoſſo monte facilior pateret exitus. In obſidione Montis Æmiliani in Sabaudia anno 1630, erravit ductor cuniculi; cum enim timeret, ne lacum qui eſt in ea parte arcis quam impugnabat, in cuniculum immitteret, ſi ulterius pergeret, longius abfuit à vallo, arcique potius profuit.

Modus ſolvendi problematis idem eſt qui ſuperioris propoſitionis; nam obſervatis omnibus flexibus, & inclinationibus, cum reductione ad lineas horizontales, concludo verticalem inclinationem, & longitudinem lineæ, quæ ab introitu cuniculi ad extremitatem ducta intelligitur. Tum dirigo inſtrumentum juxta planum verticale inventum, ducoque in aëre lineam ad paulo majorem inclinationem quam ſit ea quam habet linea propoſita.



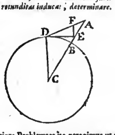
Ut ſi in figura parva præcedenti inveni longitudinem lineæ AB, ab initio cuniculi ad finem uſque ductæ, & intra montis craſſitiem latentis, necnon inclinationem B A C. In eodem verticali ſupra ipſum montem, hoc eſt foris ſigno aliam lineam DA, quæ majorem cum horizontali AC angulum comprehendat, cujus longitudinem determino; extremitas eius D reſpondebit perpendiculariter puncto B, & ex praxibus etiam quot pedes contineat linea BD, ſeu quanta ſit montis craſſities perfodienda.

Nonnulli acui magneticæ in fodinis ferreis non fidunt, modò tamen acus diſtet tantiſper à materia foſſili, non aberrabit.

PROPOSITIO LII.

Problema.

Quantum erroris, in altitudinum menſuris telluris rotunditas inducat; determinare.



Superiora Problemata ita peregimus, ut nullam rotunditatis terræ rationem habuerimus, eo quod conſuetæ, & vulgares menſurationes, longius non excurrunt, nec magnum telluris tractum ſibi vendicant, atque adeo telluris ſuperficiem quaſi planam ad ſenſum, poſſunt aſſumere. Si tamen de montium altitudine, longiorique tractu ageretur, aliquid telluris rotunditas poſſet influere, quare uno, aut altero exemplo rem totam expedio.

Sit mons AB onius milliaris quorum ſemidiameter BC continet 3600, qui ſpectetur ex puncto D, ſitque circumferentia B D trium milliarium, ſit D E perpendicularis ad C D, atque adeò horizon puncti D; eritque angulus D E C graduum 89, 57 min. & angulus DEA graduum 90, & trium minotorum, qui tamen aſſumatur ab imperito tanquam rectus. Ducatur FE parallela CD. Communis geodeſia pro altitudine A B, metitur tantum lineam EF, quæ minor eſt quam EA, quærimus defectum, & quanta ſit aberratio. Primò facile habebimus lineam BE; eſt enim C E ſecans anguli DCE trium minutorum, partiũ 10000000, qualium radius C B eſt partium 10000000, quare

B E

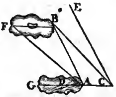
B E eſt partium 4, fiat ut 10000000 ad milliaria 3600,ſeu paſſus 3600000,hoc eſt pedes 18000000 ita 4 ad pedes $7\frac{1}{5}$ habemus ergo iam aliquem errorem. Secundò cum angulus AEF ſit trium minutorum, deſcripto ex E tanquam centro arcu ad intervallum EF, erit E A ſecans trium minutorum, ſi arcum A E ponatur unius milliarii ſeu paſſuum 1000, aut pedum 5000 vix A E ſuperabit lineam E F una linea. Quare defectus erit pedum $7\frac{1}{5}$.

Si arcus B D eſſet unius gradus longè major committeretur error nempe pedum 1665.

Docebimus in tractatu Geographico methodum metiendæ altitudinis montium & determinandæ ſemidiametri terræ,& in Aſtronomia aſtronomica aſtrorum diſtantias determinabimus.

PROPOSITIO LII.

Nubium à terra diſtantiam metiri.



Difficultas quæ in hoc negotio occurrit,ex nubium continuo motu oritur. Nubes igitur ſeligenda eſt, quæ ſenſibiliter non moveatur, & in ea punctum aliquod præcipuum ſeligendum. Sint ergo duo obſervatores A & C diſtantes ab invicem uno ſemimilliari, qui ſigno dato in idem nubis punctum colliment, & angulos in ſolo factos metiantur, generabitur triangulum in quo datis angulis BAC,ACB,& latere BC, cætera per 5 hujus innoteſcunt.

Secundò umbra limbi nubis incidat in punctum A, ex C puncto obſervetur tam angulus BCA, quàm angulus ECB elevationis Solis, cum lineæ E C, B A ſint phyſicè parallelæ, utpote ab eodem ſolo ductæ, anguli BAC,ECA erunt æquales, quare ſi præterea metiamur lineam A C, *(per 5.hujus)* innoteſcent latera AB, BC.

Tertia methodus erit ſi ex loco A angulos BAF FAG obſervemus,& umbram AG metiamur;nam in triangulo BAF habetur BF æqualis umbræ AG, angulus BFA, æqualis eſt alterno FAG. Quare in triangulo B A F cognoſcuntur duo anguli cum uno latere; ergo *(per 5.hujus)* dabuntur reliqua latera.

Eſt major difficultas in metienda Iridis altitudine, quia pro duobus ſpectatoribus fit diverſa, & è duobus locis ſpectari non poteſt;quare niſi ſupponatur eius diſtantia, quæ tamen varia eſt, & unum milliare non excedit, vix quidquam perfici poterit.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER SECVNDVS.

Planometria, ſeu dimenſio ſuperficierum.

POSTQVAM linearum dimenſionem ſuperiori libro perfecimus, ordo propoſitus exigit ut ſuperficierum capacitatem, ſeu areas, metiamur. Per ſuperficiem autem hic intelligimus quantitatem in longum, & latum extenſam, cujus ut capacitatem determinemus, non ſufficit ut eius longitudinem, & latitudinem ſimpliciter notam habeamus, ſed præterea utramque multiplicatione quaſi permiſcere requiritur, ut nova ſpecies quantitatis exurgat, & ad ſuperiorem gradum evehatur. Quemadmodum igitur, utimur longitudine nobis nota, quæ communis ſit omnium linearum menſura, ut lineas omnes metiamur; ita etiam ut alicujus ſuperficiei capacitas, ſeu area, nobis innoteſcat, eam ad aliquam ſuperficiem maximè notam revocamus, & cum quadratum longitudinem latitudini æqualem, omneſque angulos rectos habeat, lineaſque propterea breviſſimas, atque adeo faciliùs oculis ſubjiciatur, omnem ſuperficiem ad quadratum exigimus; eiuſque aream ſatis determinaſſe credimus, cum quadratum ipſi æquale exhibeamus. Quia tamen operoſum eſſet omnes figuras ad unicum quadratum revocare, ſatis nobis erit ſi numerus quadratorum certæ mugnitudinis in figura contentorum determinetur, verbi gratiâ, quot in ea ſint pedes quadrati, nempe quot quadrata quorum latus unum pedem adæquet, in ea reperiantur.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Area rectanguli æqualis eſt producto ex multiplicatione unius lateris per aliud.

Sit parallelogrammum rectangulum A B C D, cujus majus latus A B, ſeu longitudo, ſit 6 pedum, & latitudo A C ſit trium pedum, dico ſi multiplicentur ſex per tria, fieri numerum 18, æqualem areæ rectanguli ABCD; hoc eſt, numerum 18 indicare quot ſint quadrata unius pedis in rectangulo propoſito. Dividatur latus AB in 6 pedes, ducanturque lineæ lateri AD parallelæ. Pariter diviſâ rectâ AD in tres pedes, ducantur lineæ lateri AB parallelæ.

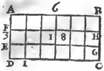
Demonſtr. Cùm anguli A, B, C, D ſint recti, ductæque ſint lineæ lateribus parallelæ, erunt (*per 29. 1. Eucl.*) omnes anguli parvulorum parallelogrammorum recti, eorum etiam latera recta ſunt, ut pote æqualia adverſis lateribus D I, aliiſque uni pedi æqualibus (*per 33. 1. Eucl.*) quare rectangulum diviſum eſt in parva quadrata; ſi linea DA eſſet unius pedis, qualis eſt DE, 6 eſſent quadrata ſupra lineam DC, nempe unus ordo 6 quadratorum; ſed linea DA eſt trium pedum, fiunt ergo tres ordines 6 quadratorum, ſeu octodecim quadrata.

Intelligitur etiam generari rectangulum ABCD, dum linea A D perpendicularis ad DC eam percurrit; ita ut quantitas illius motus, æqualis ſit illi areæ; pariter enim exurgit quantitas motus, dum mobile per lineam motus multiplicatur; ſic enim pro ſingulis partibus ponitur unum ſpatium percurſum, omnia autem illa ſpatia ſimul ſumpta, totam aream componunt.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Area Rectanguli per unum latus diviſa, dat aliud latus.



Sit cognitus numerus quadratorum, in rectangulo ABCD contentorum nempe 18, qui per latus AB 6 pedum dividatur, dico hujus diviſionis quotientem 3, eſſe latus AD; fient enim tot ordines 6 quadratorum, quot ſunt pedes in latere AD; ſed per diviſionem oſtenditur, quod ſint 3 ordines,

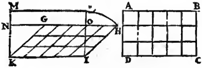
ordines, ergo indicantur eſſe 3 pedes in AD.

Notandum autem duo latera AB, AD debere cognoſci, ſecundum eandem menſuram, ut proba ſit multiplicatio aut diviſio; ſi enim linea AB eſſet 6 pedum, & linea AD, duarum ulnarum; ex multiplicatione ſex per duo, fierent 12 figuræ habentes unum latus unius pedis, aliud vero unius ulnæ; quod quia confuſionem pareret, ideo latera ſecundum eandem menſuram debent cognoſci.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Omnes figuræ ad rectangulum revocentur.



Quamvis omne parallelogrammum etiam obliquangulum, in alia parva obliquangula dividi poſſit, & per multiplicationem eorum numerus haberi; quia tamen eſſet ratio habenda anguli, cum inter parallelogramma æqualium laterum, ea minora ſint quæ angulos obliquiores habent, illud ſit omnium maximum, quod habet angulos rectos, ideo omnia revocanda ſunt ad rectangula.

Demonſtr. Supra idem latus KI, excitetur parallelogrammum rectangulum KL, & obliquangulum KH, priori æquilaterum, ita ut KM, KG ſint æquales productâ KG in N, cum angulus N rectus ſit, erit (*per* 18. 1. *Eucl.*) KG major quam KN, ſed KG æqualis lineæ KM, ergo KN minor eſt quam KM ſed (*per* 36. 1. *Eucl.*) parallelogramma KNOI, KGHI ſunt æqualia, ergo rectangulum KMLI, parallelogrammo KGHI majus eſt quod erat demonſtrandum.

Coroll. Ex hoc jam habes praxin metiendarum ſuperficierum paſſim occurrentium, nempe cubiculorum, aularum, parietum, murorum; cum enim hæ ſuperficies ſoleant eſſe rectangulæ, multiplicatio longitudinis per latitudinem, earum aream exhibet.

Pariter ſi ſcias quot lateres in longum, & in latum ad ſternendam aulam, aut quot regulæ tam in longum, quam in latum à tecto capiantur, multiplicatio numerum earum notum faciet.

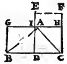
PROPOSITIO IV.

Theorema.

Rectangulum triangulo iſoperimetrum ſuper dimidiata eius baſi deſcriptum, eo maius eſt.

Hic primò errorem imperitorum detegimus; qui ex ambitu figuræ, ſeu perimetro, aream eius definiunt, quaſi areæ figurarum iſoperimetrarum æquales eſſent, quem errorem aliquibus propoſitionibus depellere conabor; ſic enim melius natura ſuperficierum, ſeu arearum innoteſcet.

Sit ergo triangulum quodcumque ABC, ſuper cujus dimidiata baſi DC excitetur rectangulum CDEF, triangulo ABC iſoperimetrum; dico rectangulum CDEF triangulo ABC maius eſſe. Per punctum A ducatur AG parallela BC, ad quam ſit perpendicularis BG.

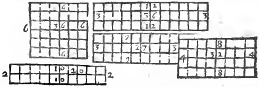


Demonſtratio. Cùm in triangulo ABG angulus G ſit rectus, erit (*per* 18. 1. *Euclidis*) latus AB majus latere GB, ſeu ID, pariter latus AC latere HC majus erit, quare rectangulum DCHI minorem habet ambitum, quam triangulum ABC; erunt igitur augenda latera DI, CH, ut ſimul ſumpta æqualia ſint, lateribus AB, AC; producantur igitur in E & F, clarum eſt rectangulum DCHI, minus eſſe rectangulo DCFE, ſed (*per* 41. 1. *Eucl.*) rectangulum DCHI æquale eſt triangulo ABC; ergo triangulum ABC rectangulo DCFE ſibi iſoperimetro minus eſt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Rectangulorum iſoperimetrorum, illud majus eſt quod latera magis habet æqualia.



Sint plurima rectangula iſoperimetra, dico illud cujus latera ſunt magis æqualia, ſeu ad

æqualitatem maximè accedunt, majus eſſe.

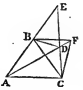
Sit enim quadratum cujus ſingula latera 6 pedum, perimeter erit 24 pedum, & area 36 pedum quadratorum; ſit aliud cujus unum latus 4 pedum, & aliud octo, perimeter erit pedum 24, & area 32. Tertium habeat latera 3, & 9, perimeter erit idem, area 27. Denique ſit rectangulum cujus latera 2 & 10, perimeter erit 24, area 20. Vides autem pro ut latera ab æqualitate magis recedunt, aream fieri minorem. Quæ omnia ideo attuli ut Tyronum imaginationi ſervirem.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Iſoperimetrorum triangulorum ſuper eadem baſi deſcriptorum, quod iſoſceles eſt, majus eſt.

Triangula ABC A D C deſcripta ſuper eadem baſi AC, ſint iſoperimetra, ſitque triangulum ABC iſoſceles; dico illud majus eſſe triangulo A D C. Producatur AB in E, ſintque A B, B E æquales, jungaturque E D.

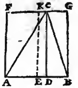


Demonſtratio A B, BE ſupponuntur æquales, ſicut AB, BC; ergo & BE, BC. Triangula ABC A D E ſupponuntur iſoperimetra, ergo AB, BC ſeu AE, æquatur AD, DC ſimul. In triangulo autem ADE, latera AD, DE, reliquo AE, ſeu lateribus AD, DC ſunt majora: ergo ablato communi AD, DE, major erit quam DC. Quare in triangulis EBD DBC, habentibus latus cōmune BD, & BE, BC æqualia, cum baſis DE major ſit baſi CD, angulus E B D major erit angulo D B C, atque adeo major erit ſemiſſe anguli totalis E B C, qui cum ſit externus reſpectu trianguli ABC, æqualis eſt duobus internis BAC, BCA, æqualibus inter ſe (*per* 5. 1. *Eucl.*) Erit ergo angulus BCA, ſemiſſis anguli E B C, ſed angulus EBD, maior eſt ſemiſſe ejuſdem; ergo major eſt angulo BCA. Fiat ergo angulus E B F æqualis eidem alterno BCA, ut ſint (*per* 29. 1. *Eucl.*) lineæ B F, A C parallelæ jungaturque BF, CF. Triangula AFC, ABC ſuper eadem baſi BC, & inter eaſdem parallelas conſtituta ſunt æqualia (*per* 37. 1.) ſed triangulum AFC, triangulo A D C majus eſt; ergo & triangulum ABC eodem ADC majus eſt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Area cujuſlibet trianguli æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub dimidiata baſi, & ſub perpendiculari ducta ab angulo ad baſin.



In triangulo A B C, ab angulo C ad baſin A B ducatur perpendicularis C D; dico aream trianguli æqualem eſſe, rectangulo comprehenſo ſub dimidiata baſi, nempe ED, & ſub perpendiculari D C. Ducatur G F parallela A B, diviſaque bifariam in E excitentur perpendiculares AF, EK, BG.

Demonſtratio. Rectangulum A B G F, duplum eſt trianguli ABC, (*per* 41. 1.) ſed etiam duplum eſt rectanguli AEKF (*per* 1. 6 *Eucl.*) igitur rectangulum A E K F comprehenſum ſub dimidiata baſi A E, & ſub perpendiculari E K, ſeu C D, æquale eſt triangulo ABC; quod erat demonſtrandum.

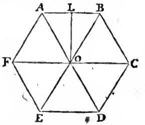
Coroll. Area trianguli æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub tota baſi, & ſub dimidiata perpendiculari quia illud, eſt ſemiſſis rectanguli A B G F.

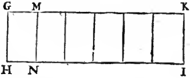
Si in ſolo proponatur trianguli ABC area metienda, metire baſin AB, dumque eam percurres; per applicationem ſquadræ, quære punctum D in quod cadit perpendicularis D C, eamque metire. Tum multiplica ſemiſſem baſis per totam perpendicularem, vel ſemiſſem perpendicularis per totam baſin, & producetur area trianguli.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Area polygoni regularis æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemiambitu, & ſub perpendiculari ducta à centro ad latus unum.





Sit polygonum regulare ABCDEF; dico eius aream æqualem eſſe rectangulo G H I K compre-

henſa

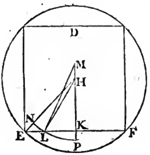
henſo ſub linea HI æquali,dimidio ambitui polygoni,& ſub linea GH quæ ſit æqualis, lineæ OL, perpendiculari ductæ à centro O ad latus A B.

Demonſtratio. Triangulum AOB (*per præcedentem*) æquale eſt rectangulo G N, quod ſuppono comprehendi ſub GH æquali ipſi OL , & ſub HN, æquali ipſi AL ſeu demidiatæ AB. Idem dico de reliquis triangulis in quæ reſolvitur polygonum, & quæ æqualia ſunt, ſi polygonum regulare fuerit; ergo area polygoni regularis æqualis eſt rectangulo totali GHIK, comprehenſo ſub dimidiato ambitu, & perpendiculari O L quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Iſoperimetrarum figurarum regularium quæ plura habet latera, major eſt.



Proponantur iſoperimetræ figuræ regulares, v. g. exagonum ABC, & quadratum DEF; dico exagonum quod plura nempe habet latera majus eſſe. Diviſis bifariam lateribus EF, BC, in K & I ducantur ex centris circulorum circumſcriptorum H & G, perpendiculares GI, HK; cum ergo ambitus utriuſque figuræ æqualis ſupponatur, ſitque BC ſexta ejus pars, & E F quarta erit, E F major quam GI.Sit KL ipſi BI æqualis,jungaturque LH, eritque ratio KE ad BI, ſeu KL ut quarta pars ad ſextam, ſeu ut $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{6}$ ſeu reducendo ad eandem denominationẽ ut $\frac{6}{24}$ ad $\frac{4}{24}$ ſeu ut 6 ad 4,aut 3 ad 2.

Demonſtratio. Ut KL ad KE ita eſt (*per 1. 6. Eucl.*)triangulum EKH ad triangulum LKH,ergo hæc erit ut 3 ad 2. Sed cum major ſit ratio trianguli E L H ad ſectorem E N H, quam trianguli LKH ad ſectorem HL P, cum prima ſit majoris inæqualitatis, ſecunda ſit minoris,erit componendo major ratio trianguli E K H ad triangulum LKH, quam ſectoris NHP ad ſectorem LHP, ut autem ſectores ita & angulus N H P ad angulum LHP (*per 37. 6.Eucl.*) ergo ratio anguli EHK ad angulum L H K, minor eſt quam 3 ad 2. Sed angulus EHK ad angulum BGI eſt ut 3 ad 2, nempe ut angulus ſemirectus 45 graduum ad angulum 30 graduum, nempe ad dimidium exagoni; ergo angulus EHK , majorem habet rationem ad angulum B G I quam ad angulum LHK, angulus ergo L H K major eſt angulo BGI, & conſequenter angulus K L H eius complementum, angulo B minor erit. Fiat angulus K L M angulo B æqualis cum triangula MLK, BIG habeant latera BI, KL æqoalia, & angulos K & I; HLK, & B æqualia erunt (*per 1.Eucl.*) latera MK, GI æqualia. Sed (*per præcedentem*) polygonum A B C, æquale eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemiambito,& ſub linea GI,ſeu MK,& polygonum DEF, æquale rectangulo comprehenſo ſub eodem ambitu,& ſub perpendiculari HK,quæ minor eſt,quam M K, ſeu G I: ergo polygonum A B C, polygono DEF majus eſt.

Coroll. Sequitur ex eo figurarum iſoperimetrarum, circulum maximum eſſe,circulus enim eſt quaſi polygonum infinitorum laterum.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Area trianguli rectanguli æqualis eſt dimidio rectangulo ſub cruribus comprehenſo.



Triangulum A B C ſit rectangulum in B; dico eius aream,eſſe æqualem dimidio ABCD ſub cruribus AB, BC comprehenſo.

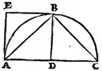
Demonſtratio. (*Per 34. 1.Eucl.*) rectangulum ABCD trianguli ABC eſt duplum.

Quare in praxi, ſi latus AB, per B E, mediam partem lateris BC,multiplices, exurget area trianguli A B C, vel ſi multiplices totum BC, per mediam partem lateris AB.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Trianguli rectanguli iſoſcelis area æqualis eſt quadrato dimidiæ baſis, vel quartæ parti quadrati baſis, vel dimidio quadrato cujuſlibet cruris.



Triangulum A B C ſit rectangulum in B, & crura AB,BC ſint æqualia, dico eius aream æqualem eſſe, quadrâto dimidiæ baſis. Dividatur baſis AB bifariam in D, ducaturque BD.

Demonſtratio. Cùm triangula A B D, B D C latera habeant æqualia ſingula,ſingulis,erunt primò anguli in D æquales,& recti. Erunt item anguli ABD, DBC æquales, & ſemirecti, & conſequenter (*per 32.1.Eucl.*) anguli ABD,DAB æquales erunt, & (*per 6. 1.Eucl.*) latera AD, DB erunt æqualia, quare ſub AD, DB comprehenſum erit quadratum ex AD, ſed illi æquale eſt triangulum ABC (*per 5.hujus*) ergo triangulum A B C eſt æquale quadrato dimidiatæ baſis.

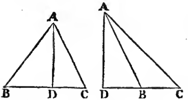
Cum autem quadratum dimidiatæ baſis æquale ſit quartæ parti quadrati totius baſis, cum quadrata ſint in duplicata ratione laterum (*per 20. 6.Eucl.*) erit rectangulum A B C æquale quartæ parti quadrati baſis.

Denique cum quadratum lateris A B, (*per 47. 1. Eucl.*) æquale ſit quadratis ex AD, DB ſeu duplum quadrâti ex AD, erit etiam duplum trianguli ABC, quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

In omni triangulo, ut ſinus totus ad ſinum cujuſcumque anguli; ita rectangulum ſub lateribus talem angulum comprehendentibus ad duplum trianguli.



Sit triangulum ABC, dico ita eſſe
ſinum totum
Ad ſinum anguli B
ut rectangulum ſub A B, B C,
ad duplum trianguli A B C.

Ex angulo A, ad baſin BC demittatur perpendicularis AD, ſive intra ſive extra triangulum cadat.

Demonſtr. In triangulo ABD, cum angulus D ſit rectus, ita erit (*per 1. 2. trigonometriæ*) ſinus totus ad ſinum anguli B, ſicut latus AB, ad perpendicularem AD. Ut autem AB ad AD, ita ſumptâ communi altitudine BC, rectangulum ſub AB, B C ad rectangulum ſub AD, BC, ſeu duplum trianguli, ergo ut ſinus totus, ad ſinum anguli B, ita rectangulum ſub AB, BC ad duplum trianguli; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Cognitis duobus trianguli lateribus & angulo ab ipſis comprehenſo, ejus aream inveſtigare.

Sit cognitus angulus B, unà cum lateribus AB, BC, fiat regula trium, in qua ſinus totus primum locum obtineat, ſecundum ſinus anguli B, tertio loco ſtatuatur rectangulum productus ex multiplicatione lateris AB per BC,factâ regulâ trium, quartus numerus duplus erit areæ trianguli.

Praxis logarithmica.

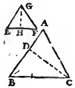
Adde { Logarithmum ſinus anguli ABC
Logarithmum lateris AB
Logarithmum lateris BC }

Et ex ſumma ſubtrahe logarithmum ſinus totius, reſtabit logarithmus dupli ipſius trianguli A B C.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Cognito uno latere cum angulis duobus trianguli, eius aream inveſtigare.



Sint trianguli A B C cogniti anguli B & C, cum latere BC,quæritur area. Primo quæratur latus AB, cognitis angulis B & C, datur & tertius A (*per 32. 1.Eucl.*) Fiat ergo ut ſinus anguli A ad ſinum anguli ACB,ita BC ad AC (*per 1. 3 trigon.*)

Fiat exinde
Ut ſinus totus,
ad ſinum anguli B,
ita rectangulum ſub AB, BC,
ad duplum trianguli.

Alio modò.

Inveſtiga perpendicularem CD. Nempe fiat ut ſinus rectus ſeu anguli D ad ſinum anguli B, ita BC ad CD (*per 1. 3.trigon.*) deinde inveſtiga latus AB, rectangulum ſub C D, & dimidiata A B, erit æquale triangulo.

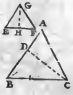
Tertiò

Tertiò ſine tabula ſinuum, in charta ſeparata fiat (*per 5 præcedentis libri*) triangulum E G F, triangulo A B C homologum, in quo duces perpendicularem GH, cujus ope ſcalæ longitudinem ſcalæ, ſi multiplices perpendicularem G H, per dimidiam baſin BC, productus numerus erit æqualis areæ trianguli.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Cognitis tribus trianguli lateribus, aream inveſtigare.



Fiat in charta ſeparata triangulum, propoſito triangulo homologum (*per 7 præcedentis libri*) tum ex quolibet deſcripti trianguli angulo, ad latus oppoſitum ducatur perpẽdicularis, cujus etiam longitudinem habebis ope ſcalæ. Si multiplices numerum partium ſcalæ, in perpendiculari contentarum per dimidium latus in quod cadit, habebis aream trianguli.

Alio modo.

In triangulo A B C in quo omnia latera ſupponuntur cognita, inveſtigetur (*per problema* 10. 3. *trigon.*) quicumque angulus B, & (*per* 12. *hujus*) cognoſcetur area trianguli.

Alio modo.

Deſcribe (*per 7 præcedentis libri*) triangulum propoſito homologum, & ope quadrantis cognoſces quemcumque volueris angulum, & per 12 hujus aream trianguli notam habebis.

Alio modo.

Cognito angulo B fiat ſumma laterum, quæ bifariam dividatur ut habeatur ſemiſumma, à quâ ſubtrahe latus AC, angulo dato B oppoſitum, reſtabitque eius differentia à ſemiſumma.

Fiat ut ſinus totus
ad tangentem ſemianguli B,
ita rectangulum comprehenſum ſub ſemiſumma, & ſub differentia lateris A C
ad aream trianguli.

Hæc analogia demonſtrata eſt propoſitione decima libri 3. trigonometriæ.

Alio modo.

Sine inventione anguli. Addantur ſimul tria latera, fiatque ſumma, & ſemiſumma, ut prius; à qua ſubtrahes ſingula latera, ut habeatur eorum differentia. Fiat rectangulum ſub ſemiſumma, & ſub differentia cujuſcumque lateris. Fiat item rectangulum ſub differentiis aliorum laterum, area trianguli erit media proportionalis inter ea rectangula (*per* 10. 3. *trigon.*) ideoque debent multiplicari, hæc duo triangula, & ex producto extrahi radix quadrata, quæ erit area trianguli.

Praxis logarithmica.

Logarithmi trium differentiarum, & ſemiſumma ſimul addantur, & hoc aggregatum bifariam dividatur, & habebis logarithmum areæ trianguli.

Demonſtratio cum enim ita ſit rectangulum ſub ſemiſumma ad aream trianguli, ut area trianguli ad rectangulum ſub reliquis differentiis. Logarithmus areæ trianguli bis ſumptus æqualis erit, logarithmis rectangulorum. Logarithmus autem rectanguli cujuſcumque logarithmis ſuorum laterum, hoc eſt ſi duo numeri ſe multiplicent, logarithmus producti æqualis eſt logarithmis numerorum ſe invicem multiplicantium, ſecundum regulas logarithmorum ſecundo libro logarithmorum traditas.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Parallelogrammorum aream metiri.

Poſt triangula ſequuntur figuræ quadrilateræ, inter quas, quæ rectum angulum habent jam ſolvimus, cum ex multiplicatione unius lateris per aliud; eorum producatur area. Quare parallelogramma rectangula hîc proponimus.



Sit ergo parallelogramum obliquangulũ ABCD multiplica unum eius latus AD per EF perpendicularem ab eo ad latus oppoſitum ductam, dico producendam hâc multiplicatione aream parallelogrammi A B C D. Demittantur ex angulis A, & D perpendiculares A G, D H, quæ parallelæ erunt, & æquales lineæ E F.

Demonſtratio. Moltiplicatione lineæ A D, per AG ſeu EF, producitur area rectanguli AGHD, ut explicuimus ſupra, ſed rectangulum AGHD, & parallelogrammum ABCD ſunt æqualia (*per* 35. 1. *Eucl.*) ergo hâc multiplicatione fit area parallelogrammi ABCD.

Vel tranſlatione trianguli ABG, in DCH, ex parallelogrammo, obliquangulo, fit rectangulum.

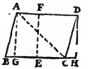
Si cui difficile videatur in ſolo ducere perpendicularem: modo cognoſcatur angulus obliquus ABG facile in charta poterit deſcribi parallelogrammum ſimile.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Alius modus metiendorum parallelogrammorum obliquangulorum.

Metire



Metire angulum ABC parallelogrammi ABC, unà cum lateribus AB, BC.

Fiatque ut ſinus totus ad ſinum anguli B,

Ita rectangulum comprehenſum ſub AB, BC ad parallelogrammum ABCD.

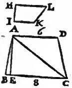
Demonſtr. In triangulo A B C ita eſt (*per 11. huius*) ſinus totus ad ſinum anguli B, ut rectangulum ſub AB, BC; ad duplum trianguli ABC, ſeu ad parallelogrammum ABCD.

Rhombum hic à Rhomboide non diſtinguo, cum ſit utriuſque metiendi eadem ratio.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Trapezij quod duo latera parallela habeat, Aream inveſtigare.



Trapezii ABCD latera AD, CB ſint parallela, ſitque A D 6 pedum, & B C 8; fiat eorum ſumma 14, quæ bifariam dividatur, habebunturque ſeptem. Ducatur perpendicularis AE, quæ ſit 5 pedum; multiplica 5 per 7, fientque 35, dico aream trapezii eſſe pedum quadratorum 35.

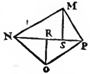
Demonſtr. Area trapezii ABCD componitur ex duabus areis triangulorum ABC, ADC. Sed (*per 5. huius*) area trianguli ABC, æqualis eſt rectangulo ſub AE, & dimidia BC, item area trianguli A D C æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub perpendiculari ducta à puncto C ad A D productam, (quæ perpendicularis eſt æqualis lineæ AE, cum latera AD, BC ſint parallela) & ſub dimidia AD, ſed (*per primam 2. Eucl.*) rectangulum comprehenſum ſub inſecta AE & ſub dimidia BC, & rectangulum comprehenſum ſub eadem AE, & dimidia AD, æqualia ſunt rectangulo comprehenſo ſub AE, & ſub ſemiſſe rectarum AD, BC; ergo area trapezii huic rectangulo æqualis eſt.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Trapezii cuiuſcumque aream inveſtigare.

Sit Trapezium quodcumque MNOP, ſive latera parallela habeat ſive non. Dividatur in duo triangula ducta ſcilicet lineâ N P, ad quam ex punctis M, & O ducantur perpendiculares M S, OR; multiplica dimidiam N P, per utramque perpendicularem, & habebis aream trapezii, MNOP.

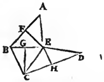


Demonſtr. (*Per 5. huius*) area trianguli æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub perpendiculari, & dimidia baſi, ergo per duplicem illam multiplicationem habetur area utriuſque trianguli, ergo (*per 1. 2. Eucl.*) jungendo ſimul utramque perpendicularem, per unicam multiplicationem earum per dimidiam baſin habetur area trapezii; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XX.

Problema

Cuiuſlibet polygoni aream inveſtigare.



Polygoni irregularis ABCDE area inveſtiganda ſit. Reſolvatur in quotcumque triangula, ducta realiter, aut per mentem intellectis lineis BC, CE, uempe appoſitis ſignis viſibilibus in punctis A,B,C,D,E; metire exapeda latus AB, illud ſcilicet percurrendo & quocumque inſtrumento angulum rectum continente, nota punctum F, in quod cadit perpendicularis E F, eamque metire. Pariter percurrendo lineas B E, C D, & notatis punctis G & H in quæ cadunt perpendiculares CG, EH, tum multiplicando ſingulas perpendiculares F E, C G, E H, per ſemiſſes baſium AB, BE, CD habebis (*per 5. huius*) aream ſingulorum triangulorum, & per additionem eorum in unam ſumma area polygoni.

Poſſet haberi area ſingulorum triangulorum ſine perpendicularibus, per ſola latera, (*ut docuimus*

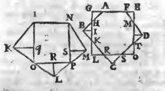
mus prop. 13.) vel cognitis duobus lateribus, & angulo ab ipſis comprehenſo (*per* 12. *hujus.*)

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Secundus modus metiendorum polygonorum irregularium.

Nonnulli viam operoſiorem ineunt; quam exactiorem exiſtimant. Propoſito enim polygono, rectangulum quam poſſunt maximum inſcribunt, deinde reliquas partes polygoni in triangula redactas praxi ſuperiori metiuntur.



Proponatur ergo polygonum irregulare IKLMN, ductis ad IN perpendicularibus IO, NP, ductâ item OP parallela IN, multiplicatur IN per IO, habeturque ut patet area rectanguli IOPN. Quærunt exinde areas triangulorum IKO, OLP, NMP.

Hujus praxeos demonſtratio per ſe patet. Non apparet tamen ratio, cur polygonum IKLMN non reſolvant immediatè in triangula; niſi quod exiſtiment menſurationem areæ trianguli, quam areæ rectanguli, in praxi magis eſſe erroribus obnoxiam; quod tamen ſine fundamento creditum exiſtimo.

PROPOSITIO XXII.

Tertia Praxis metiendi polygoni irregularis.

Vide figuram præcedentem.

Nonnulli propoſito polygono irregulari rectangulum ita deſcribunt, ut ſecundum quid ſit extra polygonum, & ſecundum alias partes prioribus æquales, ſit intra.

Ut, ſi proponeretur polygonum ABCDF productâ hinc inde lineâ AF, in E & G per puncta H, & M media ſcilicet laterum AB, FD, ducantur perpendiculares GL, EO, BI, ſitque IL æqualis IG; ducatur item LO parallela AF, dico rectangulum GLOE polygono ABCDF, æquale eſſe.

Demonſtr. Triangula AGH, BIH æqualia ſunt, cum habeant angulos G & I rectos, & angulos in puncto H ad verticem æquales, & latera AH, HB æqualia; pariter triangula BIK, KLR æqualia ſunt, modò tamen latera IK, KM æqualia ſint; idem oſtendam de reliquis.

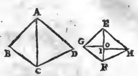
Vix tamen in praxi fieri poteſt, ut omnia ſuccedant ſitque perfecta æqualitas, quare adhiberi poteſt, ut polygonum, ſecundum quid curvilineum metiamur, præcipuè quando ad ultimas uſque minutias non eſt procedendum, quæ in uſu communi negliguntur.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Polygono propoſito ſimile in charta deſcribere.

Quia facillimum eſt in charta operari, paulò difficiliùs in ſolo ob eius inæqualitates, praxes aliquas deſcribendi in charta polygoni propoſito ſimilis explico.

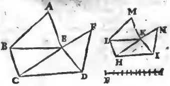


Sit ergò polygonum ABCD poſitis ſignis in punctis B, A, D, collocatóque in puncto C quolibet inſtrumento, metire angulos ACB, ACD unà cum linea CA; tum relicto ſigno in puncto C, tranſlatóque inſtrumento in punctum A, metire angulos BAC, DAC. Tum in charta ſeparata aſſumpta linea EF, tot partium ex ſcala deſumptarum, quot ſunt exapedæ, aut pedes in AC, fiant anguli EFG, EFH æquales angulis ACB, ACD; item angulos FEG, FEH æquales angulis CAB, CAD, fientque duo triangula GEF, FEH triangulis ACB, ACD ſimilia. In polygono in charta deſcripto facile perpendicularium GO, HI longitudinem metieris; quare multiplicatione perpendicularium per ſemibaſin FE, menſurationem abſolves.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Ichnographiam Polygoni in charta perficere per diagonales.



Secunda praxis deſcribendæ ichnographiæ, per diagonales procedit, ſi nempe non tantum latera polygonum

polygonum comprehendentia, ſed etiam diſtantiæ quæcumque cognoſcantur.

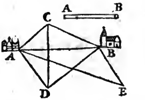
Ut ſi Polygoni ABCDEF metiamur omnia latera AB, BC, CD, DE, EF, FA, unà cum diagonalibus BE, CE, DE.

Demonſtr. Clarum eſt (*per 8. 1. huius*) quod ſupra lineam L K tot continentem partes ſcalæ quot ſunt pedes aut exapedæ in BE, formari poſſe triangula LMK, LHK triangulis ABE, CBE ſimilia; ita ut latera habeant proporoonalia (*per 5.6. Eucl.*) ergo linea HK tot continebit partes ſcalæ quot ſunt in C E exapedæ, & pedes. Poteris pariter ſupra lineam HK, deſcribere triangulum HKI, triangulo CED ſimile, (*per 8. 1. huius*) cum ſingula eius latera cognoſcas. Idem dico de triangulo K N I.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Chorographiam deſcribere per diſtantias.



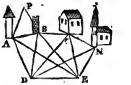
Chorographiæ à ſuperiori praxi vix differunt. Si quis enim regionis integræ deſcriptionem velit inſtituere. Primò ſciat diſtantiam unius urbis A, ab alia B. Factâ enim ſcala, ex ea aſſumet lineam propoſitæ diſtantiæ reſpondentem, hæc duo loca ſtatuet in ſuis locis. Sit datus alius pagus D, in charta collocandus, debet cognoſci eius diſtantia ab utraque urbe, tum aſſumpta intra circini pedes linea, tot partes ſcalæ quot à prima urbe ſunt milliaria, ex puncto A tanquam centro, intervallo illius diſtantiæ deſcribas arcum, idem facies ex puncto, intervallo diſtantiæ illius pagi D ab urbe ſecunda, nempe B, interſectio horum arcuum erit locus pagi D, atque ità per ſolas diſtantias totius regionis deſcriptionem abſolves.

Cautiones tamen duæ adhibendæ ſunt ei, qui accuratus eſſe velit. Primâ ut rectâ viâ ab uno loco in alium procedatur. Si quis enim regiones montuoſas eâ methodo delineandas ſuſcipiat, cum plerumque accidat propter montes aſperrimos, ſint duodecim milliaria conficienda, ut ab una urbe ad aliam quatuor tantum leucis via recta diſtantem, perveniatur, debebit flexuum rationem habere; ideoque non viâ regiâ, penes quam locorum diſtantia ſolet numerari, ſed rectâ lineâ procedendum eſſet. Secundò quod non vulgi tantum æſtimatione, ſed diligentiori methodo iter eſſet emetiendum.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Polygoni ichnographiam, per angulos in charta perficere.



Hæc praxis adhibenda eſt, quoties ex uno eodemque loco, plures ſimul polygoni anguli videri poſſunt. Sit ergo aut polygonum irregulare in chartam transferendum, aut regionis ſitus deſcribendus; ſintque in ea urbes, pagi, promontoria A, B, C, N. Seligantur duo loca D & E ſatis inter ſe diſſita, ex quibus pagi aut omnes, aut ſaltem duo, aut tres videri poſſint. Dixi ſatis diſſita, quò enim diſtantia inter D, & E fuerit major; eò minus erit erroris periculum. Collocato in puncto D quolibet inſtrumento metire angulos ADE, BDE, CDE, NDE. Percurre item exapeda lineam DE, tranſlato in locum E inſtrumento, relictoque ſigno in D, metire angulos AED, BED, CED, NED.

Lineam FG in charta conſtitues, tot partium ex ſcala deſumptarum, quot ſunt exapedæ, aut pedes in D E, angulos in puncto F conſtitues iis æquales, quod in puncto D obſervaſti; idem in puncto G efficies; punctum in quo lineæ ad eumdem pagum pertinentes concurrunt, eſt illud in quo collocandus eſt.

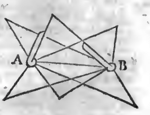


Demonſtr. Cum triangula ADE, HFG, angulos A D E, H F G; A E D, HGF æquales habeant, erunt (*per 31. 1. Eucl.*) æquiangula, & (*per 4. 6. Eucl.*) latera habebunt proportionalia, idem oſtendam de reliquis triaugulis. Quare ita erit AE ad HG, ut BE ad LG, & DE ad FG; eritque angulus AEB, æqualis angulo HGL. Igitur triangula AEB, HGL, quorum latera circa angulos æquales ſunt proportionalia, (*per 5. 6.*) æquiangula erunt, eritque ut AE ad H G, ita AB ad HL; ſed ut AE ad HG, ita vidimus eſſe AD ad HF; ergo ita eſt AD ad HF, ſicut AB ad HL. Quare oſtendam hæc duo polygona habere latera proportionalia & angulos æquales, ergo eſſe ſimilia; quod erat demonſtrandum.

Si punctum aliquod P videri non poſſit ex ſtationibus D & E, transfer ſemicirculum in A & B, & metire angulos BAP ABP, & conſtitutis æqualibus angulis MHL, MLH, habebitur punctum M.

Poſſunt

Poſſunt ſeligi circa arcem quatuor, aut quinque ſtationes, ut eius ichnographia perficiatur, ut docuimus in Architectura militari.



In tabella ſimplici hoc problema abſolvere poſſumus, ſi duas habeat allidadas eo modo quo diximus. Si enim ſimplices allidadæ ductus, in charta ſuppoſita notentur, concurſus linearum ad eundem pagum, aut angulum polygoni pertinentium, eum in charta exhibebunt.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Polygoni ichnographiam per eius ambitum perficere.

Sit polygonum A B C D E F, v.g. ager, ſylva, ædes, ita ut nec percurri poſſint lineæ diagonales, nec angulorum ex eodem loco proſpectus pateat.

Metire lineam AB, & angulos hinc inde ABC, BAF. Metire item angulos B C D, C D E, D E F, A F E, & reliqua latera BC, CD, DE, E P, AF. Multos modos metiendorum angulorum, in ſuperiori libro tradidimus.



Ducatur in chartâ linea H G, tot partium ex ſcala deſumptarum, quot ſunt exapedæ, aut pedes in A B; conſtituantur item anguli GHT, HGN æquales angulis ABC, BAF, fiantque lineæ HT, GN, lineis BC, AF proportionales, hoc eſt, tot particularum quot ſunt in iis exapedæ. Fiat angulus G N S angulo AFE æqualis, atque ita conſequenter donec totum circuitum abſolvas. Rectè autem operatus fueris, ſi totum ambitum perficiendo, ad idem punctum redeas à quo incepiſti.

Demonſtratio. Ea polygona ſunt ſimilia, quæ habent latera proportionalia anguloſque ſingulos ſingulis æquales.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Polygoni ichnographiam acu magnetica perficere.

Pixide magneticâ facilè polygoni cujuſcumque ichnographiam abſolves. Suppono autem pixidem magneticam ſatis magnam, in cujus fundo ſit circulus in ſuos gradus probe diviſus. Sit ergo propoſitum polygonum ABCDEF. Metire exapedâ ſingula latera polygoni; ſingulis applica idem latus pixidis magneticæ, & obſerva in ſingulis applicationibus, cui gradui acus inſiſtat. Quæ omnia ſcribere oportet, ne è memoria elabantur. Affige menſæ chartam in qua talem ichnographiam perficiendam ſuſcipis, ita ut loco non dimoveatur, donec perfecta ſit operatio. Tum impoſitam huic chartæ pixidem magneticam, ita colloca, donec acus eum gradum indicet, quem oſtendebat dum latus eius lineæ AB applicabatur; lineamque HG duces ſecundum latus pixidis, cui lineæ tot particulas ex ſcala deſumptas tribues, quot ſunt exapedæ aut pedes in AB. Rurſus eandem pixidem ſtatues in puncto G, eamque ita ſtatues, ut acus illi inſiſtat gradui, quem indicabat in A F, duceſque lineam ſecundum latus pixidis, cui tot partes tribues, quot ſunt in AF exapedæ, ita totum circuitum abſolves, & ichnographiam perficies.

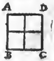
Demonſtratio eadem eſt.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Menſuratum comparatio.

Hic errorem vulgarem detego, quo nonnulli menſurarum ſuperficialium partes eo modo inter ſe comparant, quo menſurarum linearium, aut unicam tantum dimenſionem habentium; quamvis longe aliter comparari debeant, aliamque habeant rationem ad totum ſuum, quàm eorum appellationes præſeferre videantur. Difficultatem in exemplo proponam. Agebatur aliquando de aula lateribus ſternenda, cujus longitudo erat pedum 30, latitudo 20, atque adeo pedum quadratorum 600. Lateres autem quadrati erant, eorumque latus erat ſemipedis, atque adeo communi appellatione dicebantur continere ſemipedem quadratum. Quare qui huic operi præerat cùm ſciret aream aulæ eſſe 600 pedum quadratorum, mille ducentos lateres paravit, exiſtimans in pede quadrato duos tantum eſſe ſemipedes quadratos, cum tamen ſint quatuor.



Sit enim pes quadratus ABCD, ſeu quadratum cujus latus ſit ſemipedis, clarum eſt in eo eſſe quatuor quadrata, quorum latera ſunt æqualia ſemipedi.

Otgya ſeu octopeda, linearis in plutibus locis adæquat octo pedes; ſed octopeda quadrata 64 pedes quadratos continet. Exapeda linearis ſex pedes habet, ut quadrata 36, quæ omnia diligenter notanda ſunt,ne dum exactiores eſſe volumus, & ad menſuras minores deſcendimus exurgat error intolerabilis.

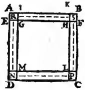
PROPOSITIO XXX.

Problema.

Murorum planorum ſuperficies metiri.

Quamvis hæc materia nullam peculiarem difficultatem continere videatur, ſuas tamen habet cautiones, & regulas. Duplex cum latomis pactum ioiri poteſt, vel ut in ſingulos pedes cubicos, aut octopedas, taota merces ſolvatur, aut tanta in ſingulos pedes, aut octopedas quadratas; & hæc ultima ratio communis eſt, nec ſine ratione. Id enim quod latomis faceſſit negotium, eſt facies extima, nempe ut ita lapides aptent ut nullus exorbitet, ſeu ex plana ſuperficie egrediatur; neque enim dum murus duplo craſſior eſt, propterea pretium duplum rependetur, eo quod eadem maneat utrinque extima ſuperficies. Habetur item ratio altitudinis muri, eum difficiliùs ſit in editiori loco operari, tam propter pontium conſtructionem, quàm propter materiæ comportationem. Solent tamen pro ratione ædificii, determioatum pretium paciſci, in ſingulas octopedas quadratas pro toto ædificio; exilitate muri in ſuperioribus eius altitudinem compenſante.

Reſtat ergo ſola ſuperficies inquireoda, methodo communi, nempe ut omnes figuræ ad rectangulas revocentur, & multiplicatione longitudinis muri per eius altitudinem numerus pedum quadratorum habeatur, & ſumma per 64 dividatur, ſi uteris octopeda quotiens erit numerus octopedarum quadratarum.



Cautio tamen quæ in hac materia adhibenda eſt, in eo poſita eſt, ne eadem muri pars bis computetur, & aliqua non computata relinquatur. Sit turris quadrata ABCD, cujus ſuperficies inquirenda proponatur; primò ut habeatur muri AB ſuperficies, eius altitodo per longitudinem multiplicanda eſt, longitudo autem vel exterior aſſumi poteſt,nempe AB, & tunc facta multiplicatione habetur ſuperficies muri ABFE. Si eodem modo multiplicetur longitudo muri AD pét eius altitudinem, exurget ſuperficies muri I D; idem dico de aliis; quare quadrata N,P,R,S bis computabuntur. E contra ſi murorum longitudo aſſumatur interius nempe GH, GM, ML, LH, facta multiplicatione quadrata N, P, R, S intacta remanebunt.

Quod in detrimentum latomi cedetet; duo ergo muri oppoſiti AB, CD ſecundum exteriorem ſuperficiem menſurentur, aliique duo ſecundum interiorem GM, HL.

Secunda cautio erit, ut craſſities muri computetur ſaltem in aliquibus caſibus; cùm enim communiter in ſingulas contignationes, ex craſſitie muri ſemipes detrahatur ſecundùm interiorem faciem, cum murorum longitudo interiùs ſumitur huic longitudini ſemipes utrinque addendus eſt in ſingulas contignationes, ideoque quoties ſunt tres contignationes, murorum internam longitudinem ſolent in medio intervallo metiri.

Tertiò conſiderentur anguli obtuſi, & acuti,in quibus eſt aliquid difficultatis, iſtæ tamen minutiæ communiter negliguntur.

Plerumque in ædificiis noſtris nulla ratio habetur feneſtrarum, & portarum, quia communiter in conſtruendo muro, tantum laboris impenditur, & temporis, in collocandis ad libellam,& perpendiculum quadrariis lapidibus, portam aut feneſtram componentibus quantum in conſtruendo muro æquali.

Nonnunquam tamen earum habetur ratio, ut cùm agitur de pariete inducendo, aut dealbando, tunc enim totius parietis ſuperficiem metimur, tum feneſtrarum,& portarum capacitatem ſubducimus, ut teſtet area ſola parietis inducti, aut dealbati.

De ſuperficiebus curvis agemus libro ſexto.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Triangulum quodcumque dividere, per lineas ab uno angulo ductas.



Triangulum A B C ſit dividendum in partes quaſcumque, & ſecuodum propoſitam rationem, ita tamen ut lineæ dividentes ducantur ab angulo A. Dividatur linea BC, (*per 9.6.Eucl.*) io ſimiles & totidem partes, in quas dividendum proponitur triangulum A B C; ut ſi in quatuor partes æquales dividendum ſit, erunt BD, DE, EF, FC æquales, ductis lineis AD,AE,AF; dico triangulum in partes æquales eſſe diviſum.

Demonſtr. (*Per 5. 6. Eucl.*) triangula A B D, ADE, AEF, AFC ejuſdem altitudinis ſe habent ut baſes; ſed baſes ex ſuppoſitione ſunt æquales: ergo & triangula ſunt æqualia quod erat demonſtrandum.

Eodem modo idem triangulum in partes,quamcumque rationem habentes, ſi baſin eius ſimili modo dividas (*per 10. ſexti Eucl.*) immò Arithmeticè id exequeris, ut ſi ſit triangulum dividendum in tres partes, quarum prima ſit ſecunda dupla & ſecunda tertiæ tripla; aſſumantur numeri

eam

Digitized by Google

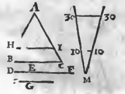
eam proportionem habentes, nempe 6. 3. & 1. Supponatur baſis BC eſſe octapedarum 50. fiat ſumma numerorum 6. 3. & 1. etitque 10. dicito ſi 10 dant 50 quid dabunt 6, & quotiens erit 30. pro ſecundo 15, pro tertio 5; ſi ergo aſſumas in linea BC octopedas, 30, tum 15, & 5, ducaſque ab angulo A, ad diviſionum puncta lineas rectas diviſum erit triangulum.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Triangulum dividere in duas partes ſecundum proportionem datam, per lineas uni lateri parallelas.

Triangulum ABC dividendum ſit in duas partes, quarum quæ ad baſin pertinet ſit alterius dupla aſſumantur duæ lineæ DE, EF ſitque EF, lineæ DE dupla, & inter totam DF, & DE inveniatur media proportionalis G, fiatque ut tota DF ad G, ita AB ad AH, ducaturque HI, baſi BC parallela, dico trapezium B C I H, trianguli AHI eſſe duplum.



Demonſtr. Triangula AHI, ABC ſunt ſimilia (*per 4. 6. Eucl.*) ſed (*per 19. 6. Eucl.*) triangula ſimilia ſunt in duplicata ratione laterum homologorum: ergo triangulum A B C ad triangulum HAI eſt in duplicata ratione lineæ AB ad AH, ſeu DF ad G; ſed DF ad DE eſt in duplicata ratione D P ad G, cum G ſit media proportionalis; ergo cum DF ſit tripla lineæ DE, erit triangulum A B C, trianguli A H I triplum. Ergo trapezium BCIH trianguli AHI duplum eſt, quod erat demonſtrandum.

Aliam praxin habemus in circino proportionis, de qua dicemus libro quarto.

COROLLARIUM.

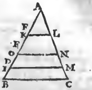
In praxi methodum habes augendi, aut minuendi figuras, modò ſemper aliæ ſimiles fiant. Ut in noſtro exemplo conſtruximus, triangulo ABC, aliud ſimile AHI, in data proportione, per inventionem mediæ proportionalis; quare eâdem methodo, ex dato quocumque polygono, aliud polygonum ſimile auferemus, quod datam quamcumque rationem, cum ſuo toto obtineat. Immò dato circulo, alterius circuli cum eo rationem quamcumque habentis diametrum inveniemus.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Triangulum in quotcumque partes, per lineas uni lateri parallelas dividere.

Triangulum A B C dividendum ſit in quatuor partes æquales, lineis baſi BC parallelis. Dividatur A B in quatuor partes æquales in punctis D, E, F. Tum inter AB & AD quæratur media proportionalis AI, inter AB & AE, media A O, inter AB & AF media AK; ducanturque per puncta I, O, K lineæ IM, ON, KL, baſi B C parallelæ. Dico triangulum ABC, in quatuor partes eſſe diviſum.



Demonſtratio. Triangulum A B C ad ſimilé AIM eſt in duplicata ratione lineæ AB ad AI, ſeu in ratione A B ad A D, nempe ut 4 ad 3. Idem ABC ad AON, ſe habet ut AB ad AE, nempe ut 4 ad 2, & ad triangulum A K L, in duplicata AB ad AK, nempe ut AB ad A F, ſeu ut 4 ad 1; ergo partes AKL, KLNO, ONMI, IMCB ſunt æquales; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

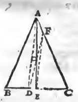
Diviſo latere AB in partes quamcumque proportionem obſervantes, & quæſitis mediis proportionalibus, dividetur triangulum in partes ſimilem proportionem obſervantes.

Arithmeticè media proportionalis invenitur, ſi lineas datas inter ſe multiplices, & ex producto radicem extrahas, hæc erit inter datas media proportionalis (*per 17. 6. Eucl.*)

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Per punctum in latere datum, triangulum biſariam dividere.



Triangulum ABC ſit biſariam dividendum, per lineam tranſeuntem per punctum D, in latere B C

 aſſumptum,

aſſumptum, latus BC bifariam dividatur in puncto E ductis lineis AE, AD, ſit EF lineæ AD parallela, denique ducatur DF; dico triangulum ABC, dividi bifariam à linea DF.

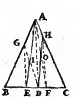
Demonſtratio. Triangulum A E B eſt media para trianguli A B C, (*per 1. 6. Eucl.*) ſed trapezium A B D F æquale eſt triangulo A B E. Nam triangula FEA, FDA, ſuper eadem baſi EF, & inter eaſdem parallelas D A, F E, conſtituta ſunt æqualia, (*per 37. 1. Eucl.*) à quibus ſi auferas commune triangulum E O F, reſtabunt æqualia triangula AOF, DOE, quibus ſi addas commune trapeſium AODB, fiet trapezium A B D F, æquale triangulo AEB: ergo trapezium ABDF eſt media pars trianguli ABC; quod erat demnnſtrandum.

PROPOSITIO XXXVI.

Prnblema.

Triangulum in quotlibet partes æquales dividere à quolibet puncto, in latere aſſumpto.

Triangulum A B C prnponatur dividendum in tres partes æquales à puncto D lateris BC. Dividatur idem latus B C in tres partes æquales in punctis E & F. Tum lineæ A D ducantur parallelæ EG, FH, denique jungantur DG, DH; dien ab iis triangulum in tres partes æquales eſſe diviſum, & primò nſtendo triangulum DHC eſſe tertiam partem trianguli ABC.



Demonſtratio. Triangulum AFC eſt tertia pars trianguli ABC, (*per 1. 6. Eucl.*) ſed huic æquale eſt triangulum D H C. Nam ut prius triangula FHA, AHD, ſuper eadem baſi AH, & inter eaſdem parallelas FH, AD ſunt æqualia (*per 37. 1. Eucl.*) quibus ſi addas commune triangulum FHC erunt duo triangula AFC, DHC æqualia: ergo triangulum D H C eſt tertia pars trianguli ABC. Ita oſtendam triangulum B G D eſſe tertiam partem ejuſdem trianguli ABC, quod conſequenter diviſum eſt in tres partes æquales à puncto D in latere aſſumpto quod faciendum erat.

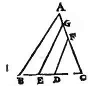
COROLLARIUM.

Hàc methodn ex qunliber triangulo imperatum fiet aliter dividendo lineam BC.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Triangulum dividere in plures partes æquales, ex duobus punctis, in latere aſſumptis.

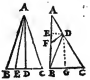


Triangulum A B C ſit dividendum in tres partes æqnales ex punctis E & D. Primò (*per Coroll. præcedens*) per punctum E auferatur tertia pars trianguli ABD ducta ſcilicet linea E G. Pariter ex puncto D, auferatur ejuſdem trianguli tertia pars, ductâ ſcilicet lineâ DF, ſecundum praxin præcedentis propoſitinnis: ergo triangulum ABC diviſum eſt ut prnpoſueramus.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Ex agro triangulari, auferre quotcumque jugera per punctum datum.



Sint auferenda quotcumque voluerimns iugera, ex agrn triangulari ABC per lineam ductam ab angulo A. Demittatur perpendicularis AD, cujus cognoſcatur longitudo, per hanc divido numerum exapedarum quadratatum, in iugeris propoſitis contentarum, quotiens duplicatus exhibet numerum exapedarum in linea BC aſſumendarum. Ut ſi eſſent 100 exapedæ abſcindendæ, ex triangulo ABC, ſit AD 25 exapedarum, divide 100 per 25, quotiens erit 4, qui duplicatus efficit 8. Dico ſi BE ſit octo exapedarum, triangulum A B E eſſe 100 exapedarum.

Demonſtratio. Omne triangulum æquale eſt rectangulo ſub perpendiculari, & dimidiatâ baſi. Sed perpendicularis eſt 25, dimidiata baſis eſt 4; ergo triangulum ABE, æquale eſt rectangulo cujus area eſt 100 exapedarum quadratarum, quod erat demonſtrandum. Prnponantur ſecundò ea jugera auferenda ex agro triangulari notæ capacitatis per lineam ductam, per quodcumque punctum D, in latere AC aſſumptum.

Ex puncto D, ducatur ad A B perpendicularis DE, per quam divides numerum 100, & quntientem duplicabis, abſcindn in linea AB æqualem numerum exapedarum; ponamus A F, æqualem eſſe huic quotienti, clarum eſt ducta linea D F, triangulum ADF, continere 1n0 exapedas quadratas.

Si verò in A B tnt pedes inveniri non poſſunt ſignum eſt triangulum ADB, eſſe minus area propoſita; quare ductâ linea DB, ex triangulo DBC auferendum

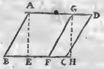
auferendum eſt id quod reſtat, ductâ nempe perpendiculari DG, atque ita habebis intentum.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Parallelogramma dividere.

Parallelogrammorum diviſio per lineas lateribus parallelas facilis eſt, ſi enim unum latus dividatur aut in quotcumque partes æquales, aut propoſitam rationem habentes, ducanturque per diviſionum puncta, lineæ alteri lateri parallelæ, diviſum erit parallelogrammum, in partes propoſitas (*per 1. 6. Eucl.*)



Si vero ab angulis dividendum ſit, parallelogrammum ductâ diagonali in triangula reſolvatur, tum (*per præcedentes propoſitiones*) dividatur.

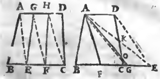
Denique ſi ex parallelogrammo quocumque ABCD, abſcindenda ſit area notæ capacitatis, ducatur quæcumque perpendicularis AE, per quam divides propoſitam aream. Verbi gratia ſint auferendæ centum exapedæ quadratæ ex parallelogrammo ABCD, ſit perpendicularis AE octo exapedarum. Divide 100 per 8, quotiens erit 12$\frac{1}{2}$; ſit B F exapedarum 12$\frac{1}{2}$, ducaturque F G parallela A B: dico parallelogrammum ABFG, eſſe 100. exapedarum quadratarum.

Demonſtratio. Ductis perpendicularibus AE, G H, rectangulum A E H G, comprehenſum ſub AE 8, & BF 12 $\frac{1}{2}$ eſt 100. exapedarum quadratarum: ſed huic æquale eſt parallelogrammum ABFG (*per 35. 1. Eucl.*) ergo pariter erit 100 exapedarum quadratarum.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Diviſio trapeziorum duo latera parallela habentium per diviſionem laterum.



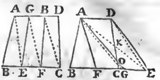
Trapezium ABCD, habens latera AD, BC parallela, dividendum ſit in partes æquales. Latera parallela AD, BC in partes æquales dividantur in punctis E, F, G, H, dico trapezia A B E G, G E F H, H F C D eſſe æqualia. Ducantur lineæ AE, GF, HC.

Demonſtratio. Triangula B A E, E G F, F B G baſes æquales habentia, ſunt æqualia (*per 38. 1. Eucl.*) æqualia item ſunt AEG, GFH, HCD; quare duo ſimul B A E, AEG, ſeu trapezium ABEG, duobus EGF, GFB, ſeu trapezio GEFB, æquale erit. Quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO XL.

Problema.

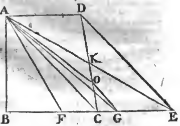
Trapeziorum latera parallela habentium diviſio per angulum.



Auferenda ſit tertia pars trapezii A B C D, ita ut linea illud dividens tranſeat per punctum A. Producatur latus BC, ita ut CE, AD ſint æquales, dividaturque BE in tres partes æquales in punctis ſcilicet F & G; dico triangulum A B F eſſe tertiam partem trapezij ABCD.

Demonſtratio. Cùm lineæ AD, CE ſint parallelæ, & æquales, erunt triangula A D K, C K E æquiangula, cum habeant angulos alternos DAE ACE æquales, ſicut & oppoſitos ad verticem in puncto K. Ergo (*per 26. 1. Eucl.*) æqualia erunt, quare ſi illis addas commune trapezium ABCK, fiet trapezium ABCD, æquale triangulo A B E: ſed triangulum A B F eſt triens trianguli A B E: ergo & trapezii ABCD; quod erat demonſtrandum.

Eſt major difficultas pro ſequenti triangulo AFG ſi incurrat in lineam CD tunc enim egreditur extra trapezium. Ducatur DE, & illi parallela GO, jungatur linea AO; dico trapezium AFCO eſſe tertiam partem totius trapezii ABCD.



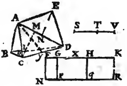
Demonſtratio. Triangulum A F G eſt tertia pars trianguli A B E, & conſequenter trapezii ABCD. Sed triangulũ AFG, & trapezium AFCO ſunt æqualia; nam habent commune triangulum AFG; quare ut probentur æqualia oſtendere debeo triangulum ACG triangũlo ACO eſſe æquale cum triangula ACD, CDE ſint æqualia (*per 34. 1. Eucl.*

1.*Eucl.*) ſicut C D E C A E (*per* 37. 1.*Eucl.*) ſed triangulum ACO ſe habet ad triangulum A C D, (*per* 1. 6.*Eucl.*) ut CO ad CD,ſeu (*per* 4.6.*Eucl.*) ut CE ad CG,cum DE, GO factæ ſint parallelæ: ſed ut CG ad CE, ita triangulum ACG ad triangulum CAE, ſeu ACD; ergo ita ſe habet triangulum ACG ad triangulum ACD, ſicut triangulum ACO ad idem triangulum ACO; ergo triangula ACO, ACG ſunt æqualia; quod reſtabat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLI.

Próblema.

Quocumque rectilineo in triangula diviſo, invenire rectas lineas triangulis proportionales.



Sit rectilineum ABCDE diviſum in triangula A B C, A C D, A D E, quæruntur iis tres lineæ proportionales. Conſiderentur duo quælibet triangula contigua, ut eandem baſin habeant v.g. ABC, A C D baſis communnis eſt A C, ad quam ſi ex angulis oppoſitis B & D, cadant perpendiculares DO, BI, clarum eſt (*per* 1. 6.*Eucl.*) ita eſſe triangulum A B C ad triangulum A C D, ſicut B I ad OD. Fiat ergo ſicut BI ad OD, ita FG ad GH, ducantur pariter ad eandem baſin A D perpendiculares. C M, E N, fiatque ut CM ad EN, ita G H ad HK, (*per* 9. 6.*Eucl.*) clarum eſt lineas FG,GH, HK eſſe triangulis A B C, ACD, ADE, proportionales.

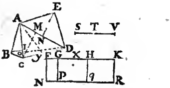
COROLLARIUM.

Perficiemus facilè rectangulum propoſito rectilineo æquale. Sit linea F G æqualis lineæ B I, & G H lineæ O D, ſitque F N dimidiæ baſi A C æqualis, dico rectangulum F N R K æquale eſſe rectilineo A B C D E, rectangulum enim FNPG comprehenſum ſub FG, ſeu BI, & FN ſeu dimidiata AC æquale eſt (*per* 5.*hujus*) triangulo ABC. Ut autem FG ad GH, ita eſt tam triangulum A B C ad triangulum ACD, quam rectangulum F P ad rectangulum Gq; ergo triangulum ACD, & rectangulum Gq ſunt æqualia. Idem probabo de rectangulo HR, & triangulo ADE.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Rectilineum dividere in partes determinatam rationem habentes.



Rectilineum ſuperioris propoſitionis ſit dividendum in duas partes eandem rationem habentes quam lineæ ST, TV. Diviſo rectilineo in triangula quærantur (*per præcedentem*) F G, G H, HK triangulis proportionales, tum tota F K dividatur in X, ſecundum rationem lineæ ST ad TV. Quia autem punctum X cadit in linea G H pertinentem ad ſecundum triangulum ACD, divide lineam CD in y, eo modo, quo diviſa eſt linea GH in puncto X, ducaturque linea Ay; dico lineam A y, dividere rectilineum ABCDE ſecundum rationem propoſitam.

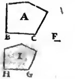
Demonſtr. Cùm totum rectilineum ABCDE æquale ſit rectangulo F R, & triangulum ACD rectangulo Gq; hæc autem (*per* 1.6.*Eucl.*) ſe habeant ut FK ad GH, totum rectilineum ABCDE, erit ad triangulum ACD, ut FK ad GH; ſed ut A C D ad A C y, ita C D ad C y, ſeu G H ad G X; ergo ex æquo ut totum rectilineum, ad A C y, ita tota FK ad GX; ſed pariter ut totum rectilineum ad triangulum ABC, ita tota FK ad FG, ergo ut totum rectilineum ad ABC & ACy ſimul, ita tota FK ad FX, & dividendo ut ABCy, ad AyDE, ita EX, XK, ſeu ST ad TV; quod erat demonſtrandum.

Alia problemata inveniri poſſent, quæ licet uſum frequentem non habeant, ei tamen inutilia non eſſent, qui dividendorum agrorum curam haberet.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Cuicumque rectilineo aliud ſimile conſtituere in data ratione.



Proponatur rectilineum A cui ſimile in certa proportione lineæ B C ad F conſtituendum eſt. Inter BC & F, (*per* 13. 6. *Eucl.*) inveniatur media proportionalis HG, ſuper quam (*per* 18. 6. *Eucl.*) deſcribatur rectilineum I, ſimile rectilineo A; dico ita eſſe rectilineum A ad rectilineum I, ut BC ad F.

Demonſtr. Cùm tres lineæ BC, HG, & F ſint continuè proportionales, erit ratio BC ad F, duplicata

plicata rationis BC ad HG; ſed (*per 20.6. Eucl.*) rectilineum A ad rectilineum I, duplicatam habet rationem lineæ BC ad HC: ergo rectilineum A ad rectilineum I, eandem rationem habet, ac linea BC, ad lineam F, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Hæc propoſitio valet, non tantum pro omnibus rectilineis, ſed etiam pro circulis, qui duplicatam rationem habent diametrorum, immo etiam pro quibuſlibet figuris curvilineis ſimilibus, ut Ellypſibus quarum diametri eandem habent rationem, & quibuſlibet aliis, quæ nempe ita reſolvi poſſunt in ſimilia rectilinea, ut quod relinquitur ſit omni quantitate minus.

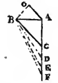
PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Cuicumque figuræ planæ aliam ſimilem duplam, triplam quadruplam, ſubduplam, ſubtriplam conſtituere.

Hæc propoſitio quæ communiter de quadratis proponitur, univerſalis eſt, omnibuſque figuris rectilineis ſimilibus, circulis, Ellypſibuſque ſimilibus aptari poteſt.

Proponatur quæcumque figura rectilinea, verbi gratia triangulum ABO; illius lateri AB, ducatur perpendicularis, & æqualis AC, ducaturque BC, ſupra quam (*per 18.6. Eucl.*) conſtruatur triangulum ſimile, triangulo ABO; dico illud ejuſdem trianguli ABO duplum eſſe.



Demonſtr. (*Per ultimam 6. Eucl.*) cum angulus BAC rectus ſit, erit rectilineum ſupra BC deſcriptum, æquale rectilineis ſimilibus, ſupra AB, AC deſcriptis, quæ cum æqualia ſint, eo quod lineæ AB, AC factæ ſint æquales, erit rectilineum ſupra BC, duplum rectilinei ſimilis ſupra AB deſcripti. Fiat AD æquale BC, erit rectilineum ſupra BD, triplum rectilinei ſupra AB. Eſt enim æquale rectilineis ſupra AB, AD, ſed rectilineum ſupra AD ſeu BC eſt duplum rectilinei ſupra AB, ergo rectilineum ſupra BD triplum eſt. Pariter ſi AE, ſit æqualis BD, erit rectilineum ſupra BE, quadruplum rectilinei ſupra BC, & ita conſequenter augebimus rectilineum ſupra AB quantum voluerimus.

Quia vero tam figuræ rectilineæ ſimiles, quam circuli (*per 20. 6. Eucl.*) & (*per 2. 12. Eucl.*) ſunt in duplicata ratione laterum, aut diametrorum; ſi AB ſit diameter circuli, ABC ſeu AD, erit diameter dupli, BD, ſeu AE tripli, BE, ſeu AF, quadrupli.

Poterat idem problema ſolvi per præcedentem propoſitionem; hoc eſt dato latere figuræ, ſi immediatè quærendum eſſet latus figuræ ſimilis, inter latus illud datum, & eius quadruplum, quæratur media proportionalis, hæc erit latus quæſiti rectilinei quadrupli, idem de circulorum diametris dicendum eſt.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Cuicumque figuræ aliam duplam, triplam, quadruplam &c. conſtituere Arithmeticè.

Proponatur latus cujuſcumque figuræ rectilineæ, aut diameter circuli, Ellypſis; quærendumque ſit latus figuræ ſimilis, aut circuli dupli, tripli quadrupli &c. verbi gratia ſit L linea 20 pedum, latus figuræ cujuſcumque, quærendum eſt latus figuræ quadruplæ. Primo quadratum 400, lateris 20, multiplica per 4 fietque 1600, hujus extrahe radicem quadratum 40, hæc erit latus figuræ propoſitæ.

Demonſtr. Tam quadrata, quam figuræ omnes ſimiles ſunt in duplicata ratione laterum homologorum, ſed quadratum lineæ 40, eſt quadruplum quadrati lineæ 20; ergo figura ſupra latus 40 deſcripta, octupla eſt figuræ ſimilis ſupra latus 20 deſcriptæ.

Vel lineam 20 pedum multiplica per 80 eius quadruplam, fiet idem numerus 1600, cujus ſi extrahatur radix quadrata, erit hæc latus figuræ quadruplæ.

Demonſtratio dum multiplicatur linea 20 per 80 eius quadroplam, fit 1600 rectangulum ſub 20 & 80 comprehenſum, cujus cum extrahitur radix quadrata 40 rectangulum ſub 20 & 80 eſt æquale quadrato lineæ 40; ergo (*per 17.6. Eucl.*) linea 40 eſt media proportionalis inter 20 & 80; ergo ratio 20 ad 80, eſt duplicata rationis 20 ad 40; ſed (*per 20.6. Eucl.*) figuræ ſimiles ſunt in duplicata ratione laterum; ergo figura ſupra 20 deſcripta ad figuram ſupra 40, eſt ut 20 ad 80, hoc eſt poſterior eſt prioris quadrupla, quod faciendum erat.

In praxi arithmetica ſæpe id accidit incommodi, quod radix exacta reperiri non poteſt, quoties nempe numerus ex quo extrahitur quadratus non eſt, tunc autem, ut exactior haberi poſſit numero propoſito, adde duo quatuor, ſex zero, & illius extrahe radicem quadratam quæ proveniet exacta, ſi ultimi characteres intelligantur tanquam decadicæ fractiones.

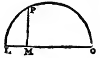
PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Cujuſcumque numeri etiam non quadrati, radicem non quadratam exactam geometricè reperire.

Quamvis numerus non quadratus, radicem quadratam quæ ſit numerus nullam habeat, quia nempe omnis numerus alteri numero commenſurabilis ſit, radix autem quadrata in tali, incommenſurabilis ſit lateri ejuſdem quadrati, ideo geometricè dari poterit linea, quæ poſſit illum numerum parallelogrammo rectangulo expreſſum. Proponanamur numerus 50, cujus quæritur radix quadrata, hæc eſt inter 7 & 8, ſed exacta haberi nequit in numeris. Si numerus ille compoſitus

eſt,quære numeros illum componentes, v. g. 50, eſt compoſitus productus multiplicatione 10 per 5. Sume in ſcala lineam O L, ſitque M O decem particularum ex ſcala deſumptarum, cui addes M L quinque particularum, quæratur media proportionalis M P inter O M, ML *(per 13. 6.Eucl.)* facto ſcilicet ſemicirculo ſupra O I, & ducta MP perpendiculari OI. Dico lineam LP eſſe radicem quadratam numeri 50.



Demonſtratio. Numerus 50 eſt rectangulum ſub O M decem, & ſub ML quinque particularum. Sed quadratum lineæ M P æquale eſt rectangulo ſub OM,ML *(per 17. 1.Eucl.)* ergo numerus 50, eſt quadratum lineæ M L.

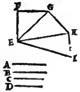
Coroll. Vides ſenſum in quo dicitur numerus quadratus, carere radice quadrata, & radicem eſſe quantitates ſurdas. Nempe quamdiu verſamur in numeris, nullus numerus poteſt eſſe radix quadrata numeri non quadrati, atque adeò hi numeri ſurdi ſunt chymerici. Si verò hunc numerum exprimamus rectangulo, inveniemus lineam quæ illum poſſit.

Si verò numerus eſſet primus verbi gratia 7. ſumatur linea 7 particularum cui addes unam particulam. Tum inter 7 & 1 quære medium proportionalem, hæc erit eius radix. Nam rectangulum ſub 7, & ſub 1. id eſt 7 æqualis eſſet quadrato illius lineæ.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

Datis quotcumque figuris ſimilibus unam exhibere, quæ omnibus ſimul ſumptis ſit æqualis.



Sint datæ figuræ quæcumque ſimiles, ſive rectilineæ, ut quadratæ, polygonæ ſive circuli quorum latera homologa ſint lineæ A, B, C, D, quæritur latus figuræ ſimilis, quæ omnibus illis ſimul ſumptis, ſit æqualis. Sit E F, æqualis lateri A factoque angulo recto EFG, fiat FG, æqualis lineæ B, tum ductâ E G, fiat angulus rectus EGH, & GH æqualis C, junctaque E H, & facto angulo recto EHI fiat HI æqualis lineæ D. Dico E I eſſe latus figuræ ſimilis æqualis omnibus ſimul ſumptis.

Demonſtratio. Cum angulus F rectus ſit. Erit *(per ultimam 6. Eucl.)* rectilineum ſupra E G, æquale rectilineis ſimilibus ſupra EF, FG, ſeu A & B. Pariter cum angulus EGF ſit rectus, erit rectilineum ſupra EH, æquale erit rectilineis ſupra EG, hoc eſt ſupra A & B,& rectilineo ſupra GH, ſeu C. Denique cum angulus E H I rectus ſit rectilineum ſupra E I æquale erit rectilineis ſupra EH, hoc eſt ſupra A,B,C, & rectilineo ſupra HI, ſeu ſupra D deſcriptis;quod erât demonſtrandum.

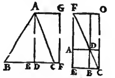
Arithmeticè idem faciliùs exequemur. Si enim ex areis omnium rectilineorum unam ſummã extrahamus. Extrahamus & primi v.g. ſupra lineam A extructi, ſi fiat ut radix rectilinei A ad radicem omnium rectilineorum, ita linea A ad quartum numerum, habebitur linea E I.

Demonſtratio. Cum extrahitur radix quadrata tam rectilinei A,quam omnium ſupponuntur quadrata, unum rectilineo A, aliud omnibus rectilineis æquale, cujus habentur latera, ſunt autem tam quadrata, quam rectilinea in duplicata ratione ſuorum laterum;ergo ut radix quadrati æqualis rectilineo A, ad radicem quadrati æqualis omnibus rectilineis, ita linea A, ad lineam EI; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Cuicumque rectilineo æquale quadratum conſtituere.



Si Proponatur triangulum ABC, ex puncto A, ad baſin ducatur perpendicularis A D, ſitque D F æqualis ſemiſſi baſis A C, perficiaturque rectangulum DG. Clarum eſt illud triangulo ABC eſſe æquale *(per 41. 1.Eucl.)* ſi lineis BF, FG quæras mediam proportionalem, illius quadratum rectangulo DG, ſeu triangulo ABC æquale erit *(per 17. 6.Eucl.)*

Si autem daretur rectilineum pluribus triangulis conſtans, ſingulis triangulis æquale rectangulum conſtituendum eſſet, & *(per 44. 1.Eucl.)* ad eandem lineam ſingula eſſent revocanda hoc modo, ut ſi rectangulum A B eſſet revocandum ad lineam B C, hoc eſt conſtruendum eſſet rectangulo AB, æquale rectangulum D O,cujus unum latus æquale eſſet lineæ DC. Ducatur linea CD,donec concurrat cum E A producta, perficiaturque rectangulum EO.dico rectangulum DO æquale eſſe, rectangulo AB *(per 43. 1.Eucl.)*

Arithmeticè faciliùs omnia exequimur, nam cujuſcumque rectilinei aream dividimus per latus, ſeu lineam datam, & exurgit aliud latus. Quod ſi inter hæc duo latera mediam proportionalem inveniamus, erit quadratum huic rectangulo, & conſequenter rectilineo æquale.

Item areas omnium triangulorum in numeris cognitas

cognitas in unam ſummam collige, & ex ea radicem quadratam extrahe, habebiſque latus quadrati, rectilineo æqualis.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Metiri ſuperficiem cubi Sphæræ inſcripti.



Suppono diametrum Sphæræ cognitam eſſe; dico quadratum diametri Sphæræ bis ſumptum æqualem eſſe ſuperficiei cubi.

Demonſtratio. Quandoquidem cubus AB ſupponitur ſphæræ inſcriptus, ſuperficies ſphæræ attinget omnes eius angulos. Ergo linea A B erit diameter ſphæræ; ſed quadratum ex A B triplum eſt cujuſlibet quadrati cubi; nam in triangulo CDB cum angulus D rectus ſit, erit *(per 47. 1. Eucl.)* quadratum ex BC æquale quadratis æqualibus laterum BD,DC, nempe erit duplum ſingulorum; ſed quadratum ex A B æquale eſt quadratis ex AC & CB; ergo triplum eſt quadrati ex A C, & bis ſumptum ſextuplum; ſed ſuperficies ſphæræ conſtat ſex quadratis æqualibus; ergo quadratum diametri ſphæræ bis ſumptum, æquale eſt ſuperficiei ſphæræ.

PROPOSITIO L.

Problema.

Tetraedri ſeu Pyramidis ſphæræ inſcriptæ, ſuperficiem metiri.

Supponitur diameter ſphæræ cognita, & inſcripta Pyramis quatuor triangulis æquilateribus comprehenſa, cujus quæritur ſuperficies. Primo quæratur latus tetraedri; duæ tertiæ quadrati diametri ſphæræ, erunt quadratum lateris tetraedri, (*per 13. 13. Eucl.*) Quadratum autem lateris trianguli æquilateri ſe habet ad quadratum perpendicularis ductæ ab angulo ad latus oppoſitum ut 4 ad 3. Quarè habebitur hæc perpendicularis, quæ ſi multiplicetur per dimidium latus tetraedri (*per 5. hujus*) habebitur area unius trianguli quæ multiplicata per 4, dat totam ſuperficiem tetraedri.

PROPOSITIO LI.

Problema.

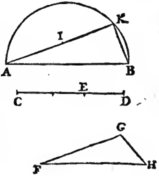
Superficiem octaedri ſphæræ inſcripti metiri.

Metire (*per præcedentem*) ſuperficiem tetraedri ſphæræ inſcripti, ſuperficies octaedri eidem ſphæræ inſcripti illius ſeſquialtera eſt (*per 14.14. Eucl.*)

PROPOSITIO LII.

Problema.

Icoſaedri ſphæræ inſcripti ſuperficiem metiri.



Icoſaedrum eſt figura 20 triangulis æquilateribus comprehenſa, cujus quæritur ſuperficies. Suppono autem cognoſci diametrum ſphæræ. Quæratur primò latus icoſaedri hoc modo. Sit AB diameter ſphæræ, proponaturque quæcumque linea CD, extremâ ac mediâ ratione ſecta in E (*per 30. 6. Eucl.*) fiat angulus FGH, ſitque F G æqualis C D & G H æqualis CE, junctâ lineâ FH, deſcriptoque ſupra lineam AB ſemicirculo; fiat angulus BAK angulo HFG æqualis; ducaturque BK; hanc dico eſſe latus Icoſaedri ſphæræ inſcripti, cujus diameter AB.

Demonſtr. Cùm triangula FGH, ABK ſint æquiangula, erit (*per 5.6. Eucl.*) ut FG ad GH, ſeu ut CD ad CE; ita AK ad KB, & facta A I, æquali ipſi KB, ita AK ad AI, ſed CD eſt ſecta extremâ, ac mediâ ratione: ergo (*per 2.14. Eucl.*) AK media, ac extrema ratione ſecta eſt, & linea AB, poteſt totam lineam AK, & majus eius ſegmentum AI, ſeu BK; (*ergo per 23. 14. Eucl.*) linea BK erit latus Icoſaedri in ſphæra deſcripti, cujus AB eſt diameter.

Cognito autem latere Icoſaedri, facilè ejus ſuperficiem determinabimus; cum enim in triangulo æquilatero, quadratum lateris ad quadratum perpendicularis ductæ ab uno angulo ad oppoſitum, ſe habeat ut 4 ad 3, ſi ex tribus quadrantibus quadrati lateris icoſaedri extrahas radicem quadratam, habebis hanc perpendicularem, quæ multiplicata per dimidium latus icoſaedri, (*per 5 hujus*) dat aream unius trianguli; hæc multiplicata per 20, dat totius icoſaedri ſuperficiem.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Dodecaedri ſphæræ inſcripti ſuperficiem metiri.

Dodecaedrum eſt figura duodecim pentagonis æquilate-

æquilateribus, & æqualibus comprehenſa, cujus ſuperficiem quærimus. Suppono autem diametrum ſphæræ cognitam eſſe.

Quæratur (*per præcedentem*) ſuperficies icoſaedri eidem ſphæræ inſcripti. quæratur & latus cubi, fiatque ut latus icoſaedri ad latus cubi, ita ſuperficies icoſaedri ad ſuperficiem dodecaedri, (*per 9. 14. Eucl.*)

GEOMETRIÆ PRACTICÆ

LIBER TERTIVS.

Stereometria, ſeu ſolidorum dimenſio.

CVM tres ſint quantitatis ſpecies, ut jam ſupra diximus, nempe linea, ſuperficies, & corpus; & de duabus primis ſpeciebus jam ſuperioribus libris ſufficienter egerimus, reſtat ut de tertia aliquid dicamus. Quia autem, tam de linearum, quàm de ſuperficierum menſuris primò diſſeruimus, debemus communem ſolidorum menſuram primò conſtituere. Dico ergo cubum eſſe aptiſſimam omnium ſolidorum menſuram; ſicut enim quadrato tanquam communi ſuperficierum menſura uſi ſumus, eo quod latera haberet æqualia, anguloſque rectos, ita etiam cubo ſoliditatem omnem metiemur, eo quod ſex quadratis comprehendatur, anguloſque omnes rectos habeat, & conſequenter lineis breviſſimis ſub unica tantum dimenſione, ſeu tribus nempe longitudine, latitudine, & altitudine æqualibus contineatur. Exiſtimamus igitur alicujus corporis ſoliditatem ſufficienter determinaſſe, ſi exhibeamus cubum ipſi æqualem, cujus notum ſit unum latus; ut ſi cognoſcamus ex materia alicujus ſolidi conſtrui poſſe cubum, cujus latus ſit octo pedum, ſufficienter innoteſcet illud ſolidum. Quia tamen nimis operoſum eſt, ut ſemper cubum ſolido æquale conſtruamus, ſæpe ſoliditatem determinamus per numerum pedum cubicorum, qui ipſam adæquent; pes igitur cubicus, ſeu cubus cujus longitudo, latitudo, & altitudo unum pedem adæquet ut ſoliditatis menſura adhibebitur.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Omnis Parallelepipedi rectanguli ſoliditas æqualis eſt producto ex duplici multiplicatione, nempe longitudinis per latitudinem, & producti per altitudinem.

Sit Parallelepipedum AH, cujus ſoliditas quæritur, nempe quot pedes cubici in eo inveniantur, dico quòd multiplicando A B per BD, ita ut fiat eius baſis AD, ſeu FH, multipliceturque hæc baſis per altitudinem AD, dico hoc ultimum productum æquale eſſe ſoliditati. Ut ſi AB ſit duorum pedum, & BD trium, per multiplicationem 2 per 3, fiunt 6, ſit altitudo BC 4, multiplicando 6 per 4, fiunt 24, dico ſoliditatem parallelepipedi AH, eſſe 24 pedum cubicorum.

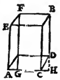
Demonſtr. Si altitudo B C eſſet tantum unius pedis, per primam illam multiplicationem ſupra baſin F C conſtituerentur 6 pedes cubici, ſeu 6 cubi unius pedis; hoc eſt unus ordo 6 cuborum in uno ſcilicet plano exiſtentium, ſed altitudo B C eſt quatuor pedum, ergo eſt capax 4 ordinum 6 pedum cubicorum: ergo ſoliditas parallelepipedi æqualis eſt producto per duplicem illam multiplicationem; quod erat demonſtrandum.

Quando proponitur parallelepipedum non rectangulum, & cujus baſis non eſt rectangula, debemus illam revocare ad rectangulum, ut totam ſoliditatem ad menſuras cubicas revocemus, quia anguli obliqui innumeri ſunt, ſoluſque rectus menſuris certis aptus eſt.

PROPOSITIO II.

Problema,

Parallelepipedi cuius baſis non rectangula & inſiſtentis recta ad baſin, ſoliditatem metiri.



Supponatur parallelepipedum A B habere baſin

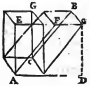
baſin AD obliquangulam, lineas tamen DB, AE baſi A D inſiſtentes, tectas eſſe ad eius planum; quæritut eius ſoliditas. Quætatur per praxes ſuperiotis libri area baſis AD, eam reducendo ad rectangulum GHD, hoc eſt latus AC, multiplicetur per DH perpendicularem, tum hæc area multiplicetur per lineam AD, dico his multiplicationibus parallelepipedi ſoliditatem producendam.

Demonſtr. Ductâ perpendiculari DH, etit rectangulum GHD æquale parallelogrammo obliquangulo ACD. Intelligatur ſupra rectangulum GHD excitatum parallepipedum ejuſdem altitudiois AE: Illud (*per* 32.11.*Eucl.*) æquale eſt parallelepipedo A B, ſed illius habetur ſoliditas multiplicando baſin G D per altitudinem A E, (*ex prima huius*) ergo & parallelepipedi AB habetut ſoliditas, ſi baſis eius per altitudinem multiplicetur; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Problema.

Parallelepipedi inclinati ſoliditatem metiri.



Sit parallelepipedum inelinatum AB, ſive baſin AC rectangulam, habeat ſive obliquangulam, proponaturque illius ſoliditas determinanda. Inveſtiga primò aream baſeos, tum ex quolibet puncto O ad planum baſis demitte perpendicularem OD, quæ erit veta eius altitudo, multiplica baſin AC, per altitudinem OD, dico producendam hâc multiplicatione ſoliditatem parallelepipedi AB. Intelligatur ſupra eandem baſin A D patallelepipedum rectangulum AG ejuſdem altitudinis.

Demonſtr. (*Per* 32. 11. *Eucl.*) parallelepipeda AB, AG ſunt æqualia, ſed parallelepipedi AG habetur ſoliditas, multiplicando baſin AC pet altitudinem AE, aut OD, ergo patallelepipedi AB producetur ſoliditas multiplicando eius baſin AC, per veram eius altitudinem OD; quod erat demonſttandum.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Priſmatis triangularis ſoliditatem metiri.



Sit priſma triangulare A B rectangulum, hoc eſt inſiſtat perpendiculariter ſuæ baſi AEC, ſeu lineæ AD, EB, CI, ſint rectæ ad planum baſis, dico ſi atea baſis A C E per altitudinem AE multiplicetur, productum iri priſmatis AB ſoliditatem. Perficiatur parallelogrammum ACEG, ſupra quod intelligatur excitatum parallelepipedum C F.

Demonſtr. Priſma triangulare A B eſt dimidia pars parallelepipedi C F, (*per* 26. 11. *Eucl.*) ſed (*per* 1. *huius*) ſoliditas parallelepipedi CF, producitur multiplicando eius baſin CG per altitudinem AD, ergo ſoliditas priſmatis AB producetur multiplicatione dimidiæ baſis C G, hoc eſt trianguli ACE per altitudinem A D; quod erat demonſtrandum.

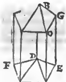
COROLLARIUM.

Cujuſlibet priſmatis inclinati triaogulatem baſin babentis ſoliditas producetur multiplicando baſin eius triangulatem per veram altitudinem, nempe per lineam ductam ab una baſi ad planum alterius rectam. Sume autem in hac propoſitione, plana parallela pro baſibus. Ratio eſt quia perfectis parallelepipedis oſtendam priſma eſſe mediam partem parallelepipedi; ſed (*per* 3. *hujus*) habetut ſoliditas parallelepipedi, multiplicando baſin eius parallelogrammam per veram altitudinem: ergo etiam ſoliditas priſmatis habebitut ſi eius baſis per veram altitudinem multiplicetur.

PROPOSITIO V.

Problema.

Cujuſcumque priſmatis ſoliditatem metiri.



Sit priſma quodcumque Polygonum AB, cujus ſoliditas quæritur. Inveſtigetur area baſis eius, eam reſolvendo ſi opus ſit in triangula, tum hæc area per altitudinem multiplicetur; dico hac multiplicatione producendam eius ſoliditatem. Diviſis enim baſibus adverſis in ſimilia triangula, dividetur totum priſma in totidem triangularia priſmata.

Demonſtratio. Singulorum priſmatum triangularium habetur ſoliditas ſi baſis per altitudinem multiplicetur (*per præcedentem*) ergo *per* 1. 2. *Eucl.*) habetur ſoliditas omnium priſmatum, ſi omnes baſes, ſeu baſis totius priſmatis, per altitudinem multiplicetur; quod etat demonſtrandum,

COROLLARIUM.

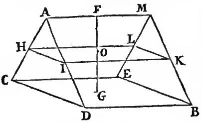
Hæc propoſitio univerſalis eſt, ſive priſma inſiſtat perpendiculariter ſuæ baſi, ſive quomodocumque inclinetur, modo pro verâ altitudine ſumatur linea ducta ab una baſi perpendiculariter in planum baſis oppoſitæ.

PROPOSITIO VI.

Problema

Per baſin parallelogrammam priſma triangulare metiri.

Proponatur pariter priſma triangulare AB, ita ut pro eius baſi ſumatur parallelogrammum CDBE. A puncto F ad planum baſis ducatur perpendicularis FG; dico ſoliditatem priſmatis producendam ſi baſis eius CDBE per dimidiam altitudinem multiplicetur, vel dimidia baſis per totam altitudinem. Intelligatur ſupra baſin BC perfectum eſſe parallelepipedum ejuſdem altitudinis.



Demonſtr. Parallelepipedum eſt duplum priſmatis (*per 26. 11.Eucl.*) ſed parallelepipedi ſoliditas producitur multiplicando baſin BC, per totam altitudinem; ergo priſmatis ſoliditas producetur multiplicatione baſis per demidiam altitudinem, vel dimidiæ baſis per totam altitudinem; quod demonſtrandum erat.

Aliter per methodum indiviſibilium de qua inferiùs, ſi baſis BG intelligatur diviſa in quotcumque partes æquales, per quas intelligantur plana baſi BC parallela, ea in priſmate efficient parallelogrammata ejuſdem longitudinis CE, aut D B, ſed quorum latitudo decreſcet arithmeticè. v. g. Sit tale parallelogrammum H I K L; longitudo I K æqualis eſt lineæ DB. Sed H I minor eſt quam CD; itaque ſe habet ad CD, ſicut AI ad AD, & (*per 1. 6.*) erit baſis CB ad parallelogrammum HIKL, ut CD ad H I. Quare cum totum priſma conſtet hujuſmodi parallelogrammis decreſcentibus arithmeticè uſque ad lineam A F, ſeu O, erit aggregatum omnium æquale medio toties ſumpto quot ſunt termini; ſed medium parallelogrammum eſt tantum media pars baſis BC. Ergo ſi dimidia baſis BC toties ſumatur quot ſunt diviſiones in perpendiculari F G hoc eſt multiplicetur, per lineam FG, exurget ſoliditas priſmatis; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Metiri fruſtum priſmatis ſecti per planum parallelum baſi parallelogrammæ.

Vide figuram præcedentem.

Supponatur priſma A B ſectum plano HIKL, parallelo baſi parallelogrammæ BC, ſitque propoſitum ſit inveſtigare ſoliditatem fruſti H K C comprehenſi planis parallelis HIKL & BC. Quærantur areæ planorum HIKL & BC, & in unam ſummam colligantur, quæ bifariam dividatur; hæc ſemiſſis per G O altitudinem perpendicularem fruſti multiplicetur; dico hac multiplicatione producendam ſoliditatem fruſti.

Demonſtratio. Intelligatur perpendicularis GO diviſa in quorcumque partes æquales, & per ſingulas concipiantur plana baſibus BC, HIKL parallela. Quæ cum decreſcant arithmeticè in eadem nempe ratione in qua decreſcunt latera eorum lineæ C D parallela, erit eorum aggregatum æquale medio toties ſumpto quot ſunt terminis. Medium autem inter terminos arithmeticos æquale eſt dimidiæ ſummæ extremorum, & tot ſunt termini in quot partes diviſa eſt perpendicularis GO; ergo ſi dimidiam ſummam baſium multiplices per G O perpendicularem; producetur ſoliditas fruſti; quod demonſtrandum erat.

COROLLARIUM I.

Ex his colliges coæquationem baſium inæqualium, per aſſumptionem intermediæ convenire terminis arithmeticè decreſcentibus, non autem aliis in aliqua alia ratione decreſcentibus, ut inferiùs explicabo.

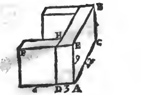
COROLLARIUM II.

Poterat faciliùs haberi parallelogrammum inter extrema B C, H I K L medium, addendo ſimul lineas CD, HI, & ſemiſſem multiplicando per I K.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Muri ſoliditatem metiri.



Sit murus AB, cuius craſſities AD trium pedum, longitudo, & altitudo AE 9 pedum; multiplica 9 per 3, fientque 36, quæ multiplico per 12, producunturque 324; dico in muro AB eſſe pedes cubicos 324, & in muro DF 162.

Demonſtratio eadem eſt ac primæ hujus.

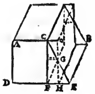
Eadem cautio adhibeatur, quæ in ſuperficiebus ſupra indicata fuit, ne circa murorum angulos, eadem

dem pars bis computetur, ut ſi quis parallelepipedum AH bis metiretur, ſemel metiendo murum AB, & ſemel metiendo murum AF, ideóque detrahenda eſt craſſities AD, & habeatur tantum murus D F.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Metiri murum inæqualis craſſitiei.



Quando muri craſſities non eſt eadem ſed ſenſim minuitur, mediæ quædam craſſities eſt uſurpanda; ut ſi proponatur muri AB ſoliditas, non eſt utendum craſſitie AC, neque DE, ſed mediâ, qualis eſt DH, quæ multiplicanda eſt per altitudinem AD, & productum multiplieandum per longitudinem CE, ut producatur ſoliditas muri AB.

Demonſtratio. Murus A B eſt fruſtum priſmatis triangularis ſecti plano baſi parallelogrammæ DB parallelo; ergo (*per coroll. 2. 7. hujus*) habetur parallelogrammum medium, addendo ſimul lineas parallelas AC, DE, & earum ſemiſummam multiplicando per E B.

PROPOSITIO X.

Problema.

Pyramides omnes metiri.

Sit quæcumque Pyramis recta, aut obliqua BDA, cujus ſoliditas quærenda. Demittatur ab eius vertice A linea AF ad planum baſis recta. Tum area baſis B D, per tertiam partem lineæ AF multiplicetur. Dico hac multiplicatione produci ſoliditatem pyramidis BDA. Intelligatur ſupra baſin BDE priſma ejuſdem altitudinis cum pyramide.

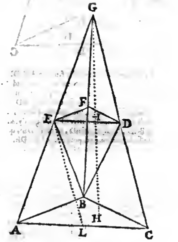
Demonſtratio. Omnis pyramis eſt tertia pars priſmatis, eandem baſin, & altitudinem habentis (*per 7. 12. Eucl.*) ſed priſmatis ſoliditas producitur multiplicatione baſis per totam altitudinem: ergo pyramidis ſoliditas producetur, ſi baſis eius, per tertiam partem altitudinis multiplicetur, vel tertia pars baſis per totam altitudinem.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Pyramidis fruſtum, per altitudinem eius totalem metiri.

Sit pyramidis detruncatæ fruſtum ABCDEF, cujus quærenda ſit ſoliditas. Producantur mente latera pyramidis, ita ut perficiatur pyramis. Tum fiat ut A L, exceſſus lineæ AC, ſupra ED ad ED ita H I, altitudo fruſti quam cognitam ſuppono ad GI altitudinem pyramidis DEFG. Multiplicetur baſis ABC per tertiam partem altitudinis GH, & habebitur ſoliditas totius pyramidis; multiplicetur baſis E F D, per tertiam partem altitudinis IG, & habebitur ſoliditas pyramidis DEFG, quæ ſubtracta ex tota pyramide ABCG, relinquit ſoliditatem.



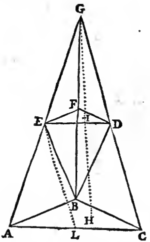
Demonſtratio. Primò cum ED, CL ſupponantur æquales, & parallelæ, erit E D C L parallelogrammum (*per 33. 1. Eucl.*) quare in triangulo GAC, EL erit baſi G D C parallela; ergo ita eſt AL ad LC ſeu ED, ſicut AE ad EG (*per 3. 6. Eucl.*) ſed ut AE ad E G, ita (*per 17. 11. Eucl.*) H I ad IG, cum plana A B C, D E F ſint parallela: ergo ita eſt AL ad ED, ſicut H I ad IG quod erat primum. Deinde quod pyramidum ſoliditas habeatur, multiplicando baſin per tertiam partem altid. id conſtat (*ex 7. 12. Eucl.*)

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Fruſtum triangularis Pyramidis dividitur in tres Pyramides continuò proportionales, in ratione, laterum homologorum baſium.

Sit



Sit triangularis pyramidis fruſtum ABCDEF, planis utique parallelis contentum, dico illud dividi in tres pyramides continuè proportionales, in ratione laterum homologorum AC, ED; ita ut extremæ pyramides, ſub altitudine fruſti, habeant baſes triangula ABC, EFD. Prima Pyramis eſt ABCD, ſecunda AEBD, tertia EFDB, quas dico eſſe in continua proportione AC ad DE.

Demonſtr. Triangula ADC, ADE, inter eaſdem parallelas (*per* 1. 6. *Eucl.*) ſe habent ut baſes, nempe ut AC ad DE, ſed ut triangulum ADC ad triangulum ADE, ita pyramis ABCD, ad pyramidem ADEB, ejuſdem altitudinis (*per coroll.* 1. *ſeptimæ* 12. *Eucl.*) aſſumpto punctò B pro communi vertice; ergo pyramis ABCD ad pyramidem ADEB ſe habet ut AC ad DE.

Secundò Pyramis AEBD, EFBD, aſſumpto pro communi vertice punctò D, ſe habent ut baſis AEB, ad baſin FEB; triangulum autem AEB ad triangulum FEB ejuſdem altitudinis, ſe habet ut baſis AB ad baſin EF, ſeu ut AC ad DE, ergo & Pyramis AEBD ad pyramidem EFBD, ſe habet ut AC ad DE, quod erat demonſtrandùm.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Omne fruſtum Pyramidis dividitur in tres Pyramides continuè proportionales in ratione laterum homologorum baſium; quarum prima, & tertia baſes habent eaſdem ac fruſtum & altitudinem communem.

Supponitur fruſtum Pyramidis Polygonæ; dico illud dividi poſſe in tres Pyramides continuè proportionales, in ratione laterum homologorum baſium, quarum prima inſiſtat majori baſi fruſti, cum eadem altitudine; tertia minori baſi ſub eadem altitudine.

Demonſtr. Cùm Pyramis Polygona, in triangulares dividi poſſit, fruſtum etiam in totidem fruſtra triangularia dividetur; ſingola fruſta (*per præcedentem*) in tres Pyramides continuè proportionales dividentur. Si omnes primæ conjungantor fieri poterit pyramis una totalis, habens omnes baſes pro ſua baſi, & eandem altitudinem. Idem dico de omnibus tertiis. Idem de aggregato omnium ſecundarum; fruſtum igitur Pyramidis polygonæ dividetur in tres Pyramides continuè proportionales in ratione laterum homologorum, quarum prima inſiſtet majori baſi, tertia minori, utraque ſub eadem altitudine; tertia erit media proportionalis.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Fruſti Pyramidis ſoliditatem metiri.

Vide figuram præcedentem.

Proponatur fruſtum pyramidis cujuſcumque ABCDEF, cujus cognoſcantur baſes adverſæ ABC, DEF; quibus quæratur media proportionalis, nempe multiplicando unam baſin per aliâ, & ex eâ extrahendo radicem quadratam; ex producto fiat ſumma harum trium baſium, quæ per tertiam partem altitudinis fruſti multiplicetur; dico hac multiplicatione producendam ſoliditatem fruſti.

Verbi gratiâ ſit baſis ABC 64 pedum quadratorum, baſis DEF ſit 36, & altitudo HI ſit 9 pedum; multiplica 64 per 36, fient 1204, cujus radix quadrata 48. Sunt igitur tres baſes 36, 48, 64, quorum ſi ſumma 148 multiplicetur per 3, tertiam partem altitudinis 9, habebitur ſoliditas fruſti pyramidis 444 pedum cubicorum.

Demonſtr. Si multiplicentur baſes 36 & 64 per 3, habebuntur duæ extremæ Pyramides in quas fruſtum pyramidis dividi poteſt; cum autem baſis 48 ſit media proportionalis inter baſes 36 & 64, & ſit multiplicata per eandem altitudinem 3, pyramis quæ per hanc multiplicationem producetur etiam inter Pyramides extremas media proportionalis erit: ergo per hujuſmodi multiplicationem verè habentur tres pyramides in quas fruſtum pyramidis eſt diviſibile.

COROLLARIUM.

Examinare poſſumus an praxis quæ circumfertur, & à multis proponitur, ſit legitima: ita autem ſoliditatem fruſti Pyramidis determinat. Sit fruſtum Pyramidis A B C D E F. Aſſumit latus utriuſque baſis 64 & 36, latera ſunt 6 & 8; quæ collecta efficiunt ſummam 14, hæc ſumma diviſa bifariam dat 7. Eſt ergo 7 latus baſis medium proportionale arithmeticum inter 6 & 8, & eius quadratum 49 erit baſis inter media ſeu coæquata, quæ ſi multiplicetur per 9 totam altitudinem, ut fiat priſma, habebuntur 441 pedes cubici, debebent autem haberi 444 deficiunt tres pedes. Praxis igitur quæ communiter adhibetur in doliorum capacitate metiendâ quæ ſunt fruſta conica, fallax eſt.

Videamus an aliter ſumpta poſſit ſuccedere, ſumpta pro baſi illa intermedia 48, quæ ſcilicet eſt media proportionalis geometrica inter 64 & 36, factâque multiplicatione per 9, exurgit ſoliditas 432. Deberet autem eſſe 444, defectus eſt 12 adhuc major.

Tertiò

Tertiò expendamus tertium modum, nempe ut ſumatur pro baſi priſmatis ad quod revocatur hoc fruſtum, media proportionalis Arithmeticè, inter 64 & 36, fiat ſumma 100 quæ diviſa biſariam dat 50 multiplicetur per 9 producetur ſoliditas priſmatis 450 pro 444 exceſſus eſt 6. Ex quibus concludo vulgatem illam praxin metiendotum doliorum, revocando fruſtum Pyramidis, ad priſma aut fruſtum coni ad cylindrum inter mediæ baſeos, quomodocumque uſurpetur fallacem eſſe, minus tamen deficere, ſi latera baſium coæquentur.

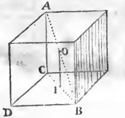
In hoc corollario baſes quadratas aſſumpſimus, ſed perinde eſt, licet in figura triangulares exhibeantur. Producitur tamen ſoliditas fruſti, quia licet mihi imaginari fruſtum pytamidis cujus adverſæ baſes ſint quadratæ, & altitudo eadem, & quod conſequenter, huic triangulari æquale eſſet.

Quia tamen praxis communis non multum deficit, præcipuè ſi baſes adverſæ ſint ferè æquales, puto in praxi uſurpari poſſe.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Cubi ſphera inſcripti ſoliditatem metiri.



Supponitur cubus ſphæræ inſcriptus, cujus quæritur ſoliditas. Supponitur autem ſaltem diameter ſpheræ cognita; qua erit A B, cujus quadratum triplum erit quadrati cubi. Cum enim triangulum ACB ſit rectangulum in C, erit quadratum ex AB, æquale quadratis ex AC & CB, ſed iam CB eſt duplum quadrati ex CD; ergo quadratum ex A B triplum eſt quadrati ex A C. Quare ſi quadratum diametri dividas per 3, extrahaſque ex quotiente radicem quadratam, habebis latus AC, & per duplicem multiplicationem eius ſoliditatem.

Vel, ex tertia parte quadrati ſemidiametri ſphæræ, nempe lineæ OB, extrahe radicem quadratam, & habebis lineam O I. Multiplica duplum, quadrati diametri ſphæræ, per tertiam partem lineæ OI, & habebis ſoliditatem cubi.

Demonſtratio. Intelligantur ex centro ſphæræ O, ad ſingulos cubi angulos ductæ lineæ ſectæ formabuntur, quatuor pyramides æquales, quatum altitudo erit æqualis lineæ O I, baſes autem ſex quadrata. Sed tribus quadratis æquale eſt quadratum diametri: ergo duplum quadrati diametri ſphæræ æquale eſt omnibus baſibus harum Pyramidum; ergo ſi duplum quadrati diametri ſphæræ multiplices per tertiam partem lineæ O I habebis ſoliditatem ſphæræ quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Tetraedri ſphæra inſcripti ſoliditatem metiri.

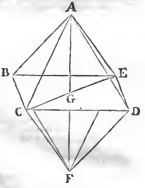
Tetraedrum eſt pyramis tribus æquilateribus triangulis comprehenſa cujus quæritur ſoliditas; ſuppono autem diametrum ſphæræ cognitam eſſe. Quæro ſoliditatem cubi in ſphæra deſcripti, hæc tripla erit ſoliditatis tetraedri in eadem ſphæra deſcripti (*per* 32. 14. *Eucl.*)

Vel (*per* 13. 13. *Eucl.*) habetur quod altitudo tetraedri contineat duas tertias diametri, ſphæræ cui inſcribitur & per eandem, quod ſphæræ diameter ſit potentia ſeſquialtera lateris tetraedri. Quare data diametro, ſi ex duabus tertiis quadrati eius extrahas radicem quadratam, habebis latus tetraedri, quadratum autem lateris trianguli æquilateri, ſe habet ad quadratum perpendicularis ductæ ab angulo ad latus oppoſitum, ut 4 ad 3, quare habetur hæc perpendicularis, per quam ſi multiplices dimidium latus tetraedri, habebis aream baſis tetraedri. Hanc ſi multiplices per tertiam partem altitudinis tetraedri, quæ eſt cognita, ſeu per duas nonas diametri exurget ſoliditas tetraedri.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Octaedri ſoliditatem metiri.



Sit octaedrum ABCDEF ſphæræ inſcriptum cujus ſoliditas inquiritur. Dimidium quadratum diametri ſphæræ, multiplica per tertiam partem diametri ſphæræ, & producetur ſoliditas octaedri.

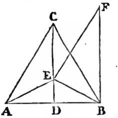
Demonſtratio. Cum angulus C B E rectus ſit, erit quadratum diametri, æquale quadratis ex CB, & ex BE, (*per* 47. 1. *Eucl.*) ſeu duplum quadrati ex BC, ſeu quadrati BCDE, ſi autem multiplices quadratum BCDE, per tertiam partem diametri G A, producetur ſoliditas pyramidis B C D F A; ergo ſi idem quadratum B C D E, multiplices per tertiam partem totius diametri producetur ſolidi-

tas duarum pyramidum BCDEA, & BCDEF, ſeu ſoliditas totius octaedri.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Icoſaedri ſphæra inſcripti ſoliditatem metiri.



Supponitur icoſaedrum ſphæræ inſcriptum cujus ſoliditas inquiritur, ſuppoſito diametro ſphæræ. Quæratur ut in propoſitione 47 præcedentis libri latus Icoſaedri, ſitque illud AB, ſupra quod intelligatur triangulum æquilaterum A BC, baſi Icoſaedri. Sitque centrum eius E. Ducantur A E, BE, EC, eritque angulus ABC 60 graduum, diviſus bifariam, eſt ergo angulus EBD triginta graduum, quare ſi B D dimidium latus Icoſaedri fiat ſinus totus erit BE ſecans anguli graduum 30 quæ conſequenter ex tabulis ſecantium habebitur. Supponantur ex centro ſphæræ F, ductæ lineæ FE, FB, eritque FE recta ad planum A B C, cum tranſeat per centrum E. Quare angulus B E F rectus erit, FB erit radius ſphæræ, ſi ergo ex quadrato radii B F, auferas quadratum ex B E, relinquetur linea F E, per cujus trientem ſe multiplices ſuperficiem Icoſaedri cognitam (*per 47. præcedentis libri*) habebis ſoliditatem Icoſaedri.

Demonſtratio. Supra ſingula triangula Icoſaedri inſiſtunt pyramides, communem verticem centrum ſphæræ habentes, quarum altitudo eſt linea F E, perpendicularis ex centro ad quodlibet triangulū; ergo ſi omnia triangula, ſeu ſuperficies Icoſaedri multiplicentur per trientem lineæ FE, producetur ſoliditas Icoſaedri, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Soliditatem dodecaedri in ſphara inſcripti metiri.

Quæratur (*per præcedentem*) ſoliditas Icoſaedri, fiatque ut latus Icoſaedri ad latus cubi, ita ſoliditas Icoſaedri, ad ſoliditatem dodecaedri.

Demonſtratio. (*Per* 11. 14. *Eucl.*) Ita eſt Icoſaedrum ad dodecaedrum, ſicut latus icoſaedri ad latus cubi.

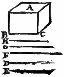
Quia hæc corpora regularia, vix unquam occurrunt, ideo non puto in iis metiendis eſſe diutius immorandum. Quare hæc ſufficiant.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Figuram quamcumque ſolidam quomodocumque minuere aut augere.

Iſtius propoſitionis ſenſus eſt, ut datâ quâcumque figurâ ſolidâ, ejuſque uno latere, aſſignetur latus figuræ ſimilis, certam rationem ad primam habentis. Hoc problema Deliacum vocatur, propoſitumque olim dicitur ab oraculo, à quo cum quæreretur, quid eſſet opus facto, ut ceſſaret peſtilentia, reſpondit vim mali ſedatum iri, ſi eius baſis quæ cubica erat, duplicaretur, hoc eſt, fieret cubus, qui baſis eius duplus eſſet. In ſolvendo hoc problemate incaſſum inſudarunt omnes Geometræ, tam veteres, quam recentiores, ſi ad rigorem geometricum ſpectes: referam tamen ex Eutocio, quid ſuper eâ re invenerint, practicè tamen ſine ullo ſenſibilis erroris periculo illud ſolvemus.



Sit igitur propoſita figura ſolida quæcumque A, cujus latus B C; quæritur latus figuræ duplæ, triplæ, quadruplæ, dimidiæ &c. In quo vides hoc problema eſſe univerſalius problemate Deliaco. Si ergo ſolidum A ad quæſitum eam rationem habere debeat quam habet linea D ad E; fiat ut D ad E, ita BC ad F, & inter BC, & E quærantur duæ mediæ proportionales H, & G, hoc eſt, ita ſit B C ad H, ſicut H ad G, & ſicut H ad G, ita G ad F, dico ſolidum ſimile deſcriptum ſupra H, ad ſolidum A eam habere rationem, quam F ad B C.

Demonſtratio. (*Per* 33. 11. *Eucl.*) parallelepipeda ſimilia triplicatam habent rationem laterum homologorum, quod etiam demonſtratur de priſmatibus, pyramidibus, cylindris, conis ſimilibus, de ſphæris item (18. 12. *Eucl.*) Ergo ratio ſolidi A ad ſolidum ſimile ſupra H, deſcriptum triplicatam habet rationem, rationis lineæ CB ad H, ſed ratio lineæ CB ad F triplicata eſt rationis C B ad H, cum CB, H, G, F ſint continuè proportionales; ergo ſolidum A ad ſolidū ſimile ſupra H deſcriptū ſe habet ut CB ad F quod erat demonſtrandum.

Deficit tamen hæc propoſitio quod nullam doceat methodum geometricam conſtituendi duas medias proportionales, inter datas C B & H.

Arithmeticè quidem id præſtare poſſumus, extractione radicis cubicæ, ſed methodus extrahendæ radicis cubicæ, ſi benè conſideretur geometrica non eſt, ſicut nec extractio radicis quadratæ; procedit enim per attentationem, quærendo ſcilicet quotientes, qui multiplicati numerum propoſitum adæquent, aut exhauriant. Adde quod ſæpe radix quæ quæritur, ſit quantitas ſurda, quæ numeris exactè non poteſt exprimi, propter incommenſurabilitatem cum prima linea propoſita.

Quamvis in rigore geometrico duas medias proportionales non inveniamus, in ordine tamen ad uſum communem quodcumque ſolidum in data ratione augere poſſumus. Ita ut defectus ſi quis ſit, penitus evaneſcat. Cum enim ita radicem cubicam extrahere poſſimus, ut ſimus ut voluerimus exacti, augendo ſcilicet numerum pluribus zero nempe tribus, ſex 9, &c. proveniet radix

cum

cum fractione decadicâ, ita exactâ, ut defectus ſi quis teſtet contemni facilè poſſit, ideoque quoad uſum communem ſolvitur hoc problema quod in rigore geometrico ſolutum non eſt.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Solidum quodcumque duplicare, triplicare, ſeu augere aut minuere Arithmeticè in data ratione.



Sit datum quodcumque ſolidum A, quod duplicandum, triplicandum, aut augendum proponitur in data ratione; ſi ſoliditas ſolidi A cognoſcitur, hæc duplicetur,triplicetur, aut quomodocumque augeatur, tum tam ſolidi A, quam numeri producti extrahatur radix cubica, ſi ſolidum datum fuerit cubus, eius radix cubica inventa, erit C B, & altera radix erit linea H; ſupra quam ſi excitetur cubus, is habebit ad cubum A rationem datam.

Demonſtratio facilis eſt. Cum enim cubi A extrahitur radix quadrata,habetur longitudo lateris eius C B, pariter dum extrahitur radix quadrata alterius numeri verbi gratia dupli, tripli, habetur etiam latus eius, neque aliud inquirimus ut dato ſolido A aſſignemus latus ſolidi dupli, aut tripli.

Quod ſi ſolidi A neſciamus ſoliditatem, habeamus tamen eius latus CB cognitum, volumuſque inquirere latus ſolidi dupli, tripli, quadrupli; latus datum C B multiplicetur cubicè, nempe multiplicetur per ſeipſum ut fiat, eius quadratus, tum hic quadratus per latus CB iterum multiplicetur, habebiturque eius cubus; hic cubus duplicetur, triplicetur,aut augeatur quomodocumque;& producti extrahatur radix cubica; dico quod ſi ſupra lineam expreſſam, hâc radice cubicâ, conſtruatur ſolidum ſimile ſolido A, ad illud ſolidi A duplum, triplum, quadruplum erit.

Demonſtr. Cubus lateris C B, ſemiſſis, aut tertia pars numeri producti, cujus nempe inventa eſt radix cubica, & ratio cubi lateris CB, ad cubum factum triplicata eſt rationis lateris C B, ad radicem inventam (*per* 33. 11. *Eucl.*) ſed non tantum cubi; ſed omnia ſolida ſimilia, habent rationem triplicatam laterum, ergo ſolidum A, ad ſolidum ſimile ſupra radicem cubicam inventam, habet eandem rationem, quam cubus ad cubum; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Hâc propoſitione inſcribimus in circino proportionum lineam ſolidorum nam aſſumptâ quacumque lineâ pro radice primi cubi, inſcribimus radicem cubi dupli; tripli, quadrupli, quintupli cæterorumque,ita ut poſteà cum opus eſt duplicare, triplicare &c. quodcumque ſolidum, id facilè hoc inſtrumento præſtare poſſimus, ſed de hoc inſtrumento dicam ſequenti libro.

COROLLARIUM II.

In hâc propoſitione fundatur regula diametrorum globorum ferreorum, quam communiter vocant regulam calibræ; aſſumunt enim pro prima menſura, diametrum globi ferrei unius libræ; quem diametrum in 100 partes æquales dividunt, tum inquirunt diametrum globi duarum, trium, quatuor,quinque librarum; nempe cubum lateris 100 partium efficiunt, qui erit 10000, cujus numeri radix cubica eſt 100; hunc cubum duplicant fit 20000, triplicant 30000, & ita conſequenter, omniumque horum numerorum radicem cubicam extrahunt, habentque tabulam omnium diametrorum; & quia omnia ſolida ſimilia, ſe habent ut globi,habetur tabula ſufficiens ad augendum quomodocumque omnia ſolida.

TABVLA LATERVM CVBICORVM.

Soliditas.	Latus.	Soliditas.	Latus.	Soliditas.	Latus.	Soliditas.	Latus.	Soliditas.	Latus.
1	100	21	275	41	344	61	393	145	525
2	126	22	280	42	347	62	395	150	531
3	144	23	284	43	350	63	398	155	537
4	158	24	288	44	353	64	400	160	542
5	170	25	292	45	355	65	402	165	548
6	181	26	296	46	358	70	411	170	553
7	191	27	300	47	360	75	421	175	559
8	200	28	303	48	363	80	430	180	564
9	208	29	307	49	365	85	438	185	569
10	215	30	310	50	368	90	448	190	574
11	225	31	314	51	370	95	455	195	579
12	228	32	317	52	373	100	464	200	584
13	235	33	320	53	375	105	471		
14	241	34	323	54	378	110	479		
15	246	35	316	55	380	115	486		
16	251	36	330	56	382	120	493		
17	257	37	333	57	384	125	500		
18	262	38	336	58	385	130	506		
19	266	39	339	59	388	135	512		
20	271	40	341	60	391	140	519		

PROPOSITIO XXII.

Uſus tabulæ cubicæ.

Primò quidem transfertur hæc tabula in circinum proportionum; nempe longitudinem unios brachii in 6 aut 4 partes. Divide hanc quartam partem in chartam ſeparatam, tranſlatam divide in 100 partes, nempe ſcalam perfice eo modo quo diximus initio iſtius tractatus, & divide otramque regulam compaſſi proportionum ſecundum cyphras iſtius tabulæ.

Uſus autem talis erit. Supponatur datus cubus, aut globus pendens ex quacumque materia, v. g. globus ferreus, exactè ſphæricus, peodens exactè quemcumque numerum librarum, ſine unciis, poteris autem limâ abradere aliquid, ut rotundum contineat librarum numerum ſine ullis fractionibus. Supponamus pendere tres libras, è regione ſoliditatis 3, habes pro latere 144. Diametrum illius globi in chartam exactè tranſlatam, divide in 144 partes æquales hoc modo divide hanc lineam in octo partes æquales, ſinguláque ſegmenta 18 partes continebunt; divide in 3, habebiſque pro ſingulis 6.&c. atque ita ſcalam efficies continuabiſque; dico in hac ſcala haberi omnes omnino diametros globorum ferreorum, ſecundum libram tuæ regionis; ut ſi velis diametrum globi 25 librarum, circino aſſume in tua ſcala 295 partes tuæ ſcalæ. Cæteri uſus dicentur ſequenti libro, cùm agemus de linea ſolidorum compaſſo proportionum inſcriptâ.

PROPOSITIO XXIII.

Datis lateribus duorum ſolidorum ſimilium & ſoliditate, aut pondere unius, ſoliditatem aut pondus alterius reperire.

Sint data latera duorum ſolidorum ſimilium, & ſoliditas, aut etiàm pondus primi, quæritur ſoliditas ſecundi.

Ponatur pro prima linea, latus ſolidi cogniti, pro ſecunda latus ſolidi cujus ſoliditas quæritur, & his duabus quære tertiam proportionalem (*per 11.6. Eucl.*) tum his tribus lineis, quære quartam proportionalem; dico ſoliditatem ſolidi cognitam, ad ſoliditatem quæſitam ſe habere, ut prima linea ad quartam.

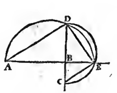
Demonſtr. Cùm ita ſit prima linea ad ſecundam, ut ſecunda ad tertiam, & ut prima ad ſecundam, hoc eſt ut ſecunda ad tertiam, ita ſit tertia ad quartam; hæ quatuor lineæ ſunt continuè proportionales. Ergo ratio primæ ad quartam erit triplicata rationis primæ ad ſecundam, hoc lateris ad latus, ſed (*per 33.11. Eucl.*) ſolida ſimilia ſunt in triplicata ratione laterum; ergo ſoliditas primi ad ſoliditatem ſecundi erit ut prima linea ad quartam; quod erat demonſtrandum.

Variæ antiquorum methodi, ad inveniendas duas medias proportionales.

Occaſione propoſiti ab oraculo problematis de duplicatione cubi, quam inventione duarum mediarum proportionalium vidimus propoſitione 20, variè ſolutionem eius tentarunt veteres geometræ. Quamvis autem in rigore geometrico illud non ſolverint, opera pretium erit eorum inventa hîc recenſere breviter. Referuntur autem ab Eutocio in Commentario in Archimedem.

PROPOSITIO XXIV.

Inventio duarum mediarum proportionalium ſecundum Platonem.



Proponantur duæ lineæ AB, BC, non tantum in proportione dupla, quod tantum requiritur ad ſolvendum problema Deliacum, ſed in quacumque alia ratione ut fiat ſolutio univerſalior. Hæ lineæ ad angulos rectos diſponantur, & utraque producatur in E & D, quantùm opus fuerit tum in linea BD, ita fiat angulus rectus ADE, ut facto in linea BE, angulo recto DEC, ultima linea EC, attingat præcisè punctum C; dico duas lineas BD, BE eſſe medias continuè proportionales inter lineas AB, BC.

Demonſtr. (*Per 8.6. Eucl.*) linea BD eſt media proportionalis inter AB & BE, pariter linea BE eſt media proportionalis inter BD & BC, eſt igitur ut AB ad BD, ita BD ad BE, & ut BD ad BE, ita BE ad BC quod erat propoſitum.

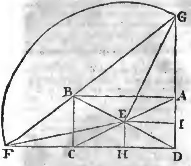
Deficit iſta praxis, quod nullus aſſignetur modus geometricus, angulos rectos ADE, DEC ita conſtituendi in lineis BD, BE, ut lineæ AD, EC attingant puncta A & C. Plato excogitarat inſtrumentum ſatis aptum; nempe ſquadram duplici brachio, ad angulos rectos conſerto inſtructam, in qua quartum latus ita à primo removebatur, ut ſemper angulos rectos efficeret; id etiam perficere poſſumus duabus ſquadris. Sit enim ſquadra ADE, cujus angulus rectus D ita lineæ BD imponatur, ut brachium AD puncto A inſiſtat, alteri vero DE producto, ita applicetur alia ſquadra in linea BE, ut eius unum latus EC attingat punctum C, tunc anguli recti ſquadrarum in lineis BD, BE ſignant puncta D & E. Vides autem opus eſſe attentatione, atque adeò praxin hanc deficere à rigore geometrico.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Praxis inveniendarum duarum mediarum proportionalium, ſecundum Heronem.

Proponantur



Proponantur lineæ AB, BC, inter quas quæruntur duæ mediæ continuè proportionales, Conjugantur ad angulum rectum in puncto B, perfectoque rectangulo ABCD, & productis lateribus DA, DC in G & F, & diagonalibus AC, BD ſe interſecantibus in puncto E, applicetur regula puncto B, ita ut EF, EG ſint æquales, quod conſequi poteris deſcribendo ex puncto E, tanquam centro, plurimos circulos concentricos, debes regulam ita movere circa punctum B, donec ejuſdem circuli circumferentiam attingat in punctis F & G, dico in tali caſu lineas AG, CF eſſe medias proportionales inter AB, BC, ita ut ſit AB ad AG, ſicut AG ad FC, & ita AG ad FC, ſicut FC ad BC. Ducatur EH perpendicularis ad CD, & EI perpendicularis ad AD, & jungantur EF, EG.

Demonſtratio. Patet lineas CE, DE eſſe æquales, & conſequenter DH, HC. Cum ergo linea DC, ſit diviſa bifariam in H, eique adjecta CF, erit (*per 6. 2. Eucl.*) rectangulum ſub DF, FC, una cum quadrato intermediæ CH, æquale quadrato ex HF. Addatur utrinque quadratum EH, erit rectangulum ſub DF, FC, una cum quadratis ex CH, HE, ſeu cum quadrato ex CE, ipſis æquali (*per 47. 1. Eucl.*) æquale quadratis ex FH, HE, ſeu quadrato EF aut EG. Pariter oſtendam rectangulum ſub DG, AG, unà cum quadrato EA æquale eſſe eidem quadrato EG, & ſubtractis æqualibus quadratis EA, EC, rectangulum ſub DG, GA æquale eſt rectangulo ſub DF, CF. Ponantur ergo ordine lineæ DF, DG, GA, CF, cum rectang. ſub extremis, æquetur rectangulo ſub mediis, lineæ proportionales erunt (*per 16. 6. Eucl.*) hoc eſt ita erit DF ad DG, ſicut GA ad CF, ſed ſicut DF ad DG, ita eſt (*per 3. 6.*) BA ad AG, & FC ad BC; ergo ita eſt BA ad AG, ſicut AG ad FC, & ſicut AG ad FC, ita FC ad BC quod erat demonſtr.

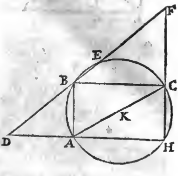
Praxis hæc geometrica non eſt, eo quod per attentationem inveniat puncta G & F per quæ tranſit idem circulus GF.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Praxis Philonis Byzantij, ad inveniendas duas medias continuè proportionales.

Proponuntur pariter lineæ AB, BC, angulum rectum comprehendentes. Perficiatur ut prius rectangulum ABCH, ductaque diagonali AC, diviſaque bifariam in K, deſcribatur intervallo CK, aut AK circulus qui tranſit neceſſariò per puncta B & H, (*per 31. 3. Eucl.*) Cum anguli B & H ſint recti, producantur lineæ HA, HC in D & F, appliceturque ita regula puncto B, ut lineæ DB, EF ſint æquales; dico ita eſſe BC ad CF, ſicut CF ad DA, & ita CF ad DA ſicut DA ad AB.



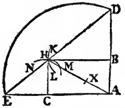
Demonſtr. Cum ex eodem puncto D ductæ ſint duæ lineæ DE, DH ſecantes circulum ABCH, erit rectangulum ſub DH, DA, æquale rectangulo ſub DB, DE, cùm utrumque æquale ſit quadrato lineæ tangentis quæ duceretur ex puncto D (*per 37. 3. Eucl.*). ſed rectangulum ſub BF, EF æquale eſt rectangulo ſub DE, DB, cùm per conſtructionem lineæ DB, EF, & conſequenter DE, EF ſint æquales; ſunt item æqualia rectangula ſub BF, EF, & ſub HF, FC, cum ambo æqualia ſint quadrato lineæ tangentis circulum, quæ ex puncto F duceretur; ergo rectangulum ſub DH, DA, æquale eſt rectangulo ſub HF, CF. Poſſunt ergo ita ordinari hæ lineæ DH, HF, CF, DA, & cum rectangulum ſub mediis æquetur rectangulo ſub extremis, erit ut DH ad HF, ita CF ad DA; ſed ut DH ad HF, ita (*per 3. 6. Eucl.*) eſt BC ad CF, & DA ad AB. Ergo ut BC ad CF; ita CF ad DA, & ut CF ad DA, ita DA ad AB; quod erat demonſtrandum.

Hæc praxis ferè cum ſuperiori coincidit, videturque ea difficilior.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Praxis Apollonij ad inveniendas duas medias proportionales.



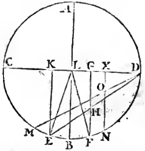
Inter lineas A C, AB ſint inveniendæ duæ mediæ proportionales. Conjungantur ad angulum rectum in A, perficiaturque parallelogrammum AB, H C, nempe ſi ex puncto B ut centro intervallo AC,deſcribatur arcus KHL, & ex C intervallo AB,arcus NHM ductis BH,CH,erit ABHC parallelogrammum. Cum triangula ABH, ACH habeant omnia latera æqualia, ducatur diameter AH, dividaturque biſariam in puncto X, ex quo ut centro circulus deſcribatur, ſecans lineas A B, A C productas, in punctis E & D, ita ut puncta D,H, E ſint in una linea recta; dico, ita eſſe AC ad BD, ſicut D B ad E C, & ita DB ad EC, ſicut EC ad AB.

Hæc praxis eadem eſt ac praxis Heronis, & Philonis, eodemque modo demonſtratur.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

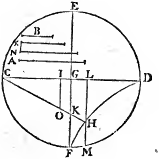
Praxis Dioclis ad inveniendas duas medias continuè proportionales.



Diocles primò præparat aliquod organum ad inveniendas duas medias proportionales. Deſcribit ergo circulum, ducitque duas diametros A B, C D ſe interſecantes perpendiculariter in puncto L, ſumptiſque hinc inde à puncto B, æqualibus arcubus EB,BF ducit lineam DE, duaſque EK,FG diametro AB parallelas. Oſtendit ita eſſe CG ad GF, ſicut GF ad GD,& ita GF ad GD, ſicut GD ad GH, atque adeo quatuor lineas CG, FG, GD, GH eſſe continuè proportionales.

Primò facilè demonſtrantur K E, G F æquales, cum in triangulis EKL, FGL anguli ſint æquales, & latera LE,LF, æqualia. Æquales item ſunt KL, LG, & conſequenter CG, KD, CK, GD. Eſt autem (*per 13. 6.Eucl.*) ut CG ad GF ita GF ad GD; ut autem C G ad GF, ſeu KE ad KD, ita G D ad DH; ergo ita eſt CG ad GF, ut GF ad GD, & ut GF ad G D, ita GD ad GH; quod erat demonſtrandum.

Oſtendit ſimili ratiocinio ſi ſumantur hinc inde à puncto B arcus æquales BN, BM, ductâ linea D M & N X parallela AB, lineas C X, N X, XD, XO eſſe continuè proportionales. Hoc modo quærit plurima puncta lineæ curvæ, quam ducit conjungendo puncta H & O,aliaque plurima quæ ſimili modo invenit. Supponatur in circulo deſcripta hujuſmodi linea FHD, proponanturque lineæ A,& B,inter quas conſtituendæ ſunt duæ mediæ proportionales,linea A transferatur in CI, ſitque I O æqualis lineæ B & perpendicularis ad CD, ducatur COH ſecans lineam in H, ducaturque MHL, dico ſi fiat ut CL ad ML, ita A ad N, & ut ML ad CD, ita N ad X; quod lineæ N & X erunt mediæ proportionales inter A & B.



Demonſtratio. Cum enim ſit C I ad IO ſicut CL ad L H, (*per 5. 6.Eucl.*) ratio autem C L ad LH ſit triplicata rationis C L ad LM, ſeu A ad N,ratio CI ad I O triplicata erit rationis A ad N, & pariter rationis N ad X: ergo N & X, erunt mediæ continuè proportionales inter CI & IO, ſeu inter A & B; quod erat demonſtrandum.

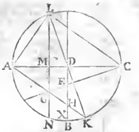
Quia tamen non habentur omnia puncta lineæ D H F, quod propterea geometricè deſcribi non poteſt, hæc methodus deficit à rigore geometrico.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Praxis Pappi in mechanicis introductionibus ad inveniendas duas medias proportionales.

Certum



Certum eſt quod ſi primam duarum mediarum proportionalium invenerimus, ſolutum erit problema. Hoc eſt cubus ſupra lineam datam deſcriptus ad cubum ſupra hanc inventam deſcriptus habebit eam rationem quam habet prima ad quartam. Sit ergo quærendum latus cubi, ad quem cubus ſupra B D deſcriptus eam habeat rationem quam habet BD ad DE, ſeu quæratur prima mediarum proportionalium inter BD & DE quæ ſit DH. Ex puncto D ut centro circulus deſcribatur intervallo BD; ducaturque per D, ADC perpendicularis ad B D, & ex puncto C, linea C E G. Tum ita moveatur regula circa punctum A, ut ejus ſegmenta G H, H K, intercepta ſcilicet inter CG & DB, & inter DB & circumferentiam circuli ſint æqualia; ducatur linea K D ad D L; ita KH ad HG, lineæ DB, LG parallelæ erunt (*per 2. 6. Eucl.*) & conſequenter LM perpendicularis erit ad AC. Deinde cum L A K ſit ſemicirculus erit angulus L A G rectus, ſicut & A L C (*per 31. 3. Eucl.*)

Demonſtratio. Cum anguli A L C, LAG ſint recti, erit ut CM ad ML, ita ML ad AM (*per 13. Eucl.*) & ut LM ad MA, ita MA ad MG; ergo ratio CM ad MG, eſt triplicata rationis MA ad MG, ſed ut CM ad MC ita CD, ſeu B D ad DE, (*per 2. 6. Eucl.*) & ut AM ad M G, ita per eandem AD, ſeu BD ad DH; ergo ratio BD ad DE, triplicata eſt rationis BD ad DH. Ergo cubus ex DB ad cubum ex D H, ſe habet (*per 35. 11. Eucl.*) ut BD ad DE. Quod erat demonſtrandum.

Hæc praxis ferè coincidit cum praxi Dioclis, nam pariter in utraque praxi arcus N B, B K ſunt æquales.

Praxis Spori vix differt à ſuperiori, ideóque illam non referam.

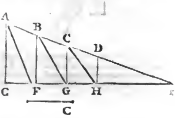
Praxis Menechmi ſupponit inſtrumentum quo deſcribatur ſectio conica, quod quia ab ipſo non refertur, ideò inextricabilis eſt ejus praxis. In genere tamen dicuntur ſectiones conicæ, ad hoc problema ſolvendum eſſe excogitatæ. Cum enim ex ſectione ſuperficierum, oriri non poſſit niſi unica media proportionalis, debuerunt advocari ſectiones ſolidorum, cum autem ſolida ſuperficiebus planis contenta, non eſſent ſatis æquabilia, ſectio autem ſphæræ ſolum circulum exhiberet. Ideò advocandæ fuerunt ſectiones conicæ, quia conus habet ſufficientem uniformitatem. Quia tamen ſectiones conicæ ita per puncta deſcribuntur, ut non habeantur omnia, aut organa exigunt valdè compoſita, ideò ſolutio hujus problematis, ope ſectionis conicarum, non cenſetur geometrica atque adeò licet Menechmus, & Archítas praxin aliquam tradant, in ſectionibus conicis fundatas, problema geometricè ſolviſſe non cenſentur. Horum praxin non referam eò quod intelligi non poſſit, niſi advocentur principia ſectionum conicarum quæ peculiarem ſibi tractatum vendicant.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Praxis Eratoſthenis, ad inveniendas duas medias continuè proportionales.

Eratoſthenes ſcribens ad regem Ptolemæi duplicem hujus problematis proponendi occaſionem. Dicit enim antiquum tragœdum introduxiſſe Minoa Glauco ſepulchrum extruentem, centum undique pedum: Cironem autem, illud nimis parvum judicaſſe, voluiſſeque ut duplum fieret. Erraſſe autem artificem, qui duplatis lateribus octuplum effecit. Ex tunc quæſita eſt methodus duplicandi cubi. Primuſque Hippocrates Chius notavit, quod ſi inter lineas quarum una eſſet alterius dupla, invenirentur duæ mediæ proportionales, haberetur ſolutio problematis. Addit quod poſtea Delii juſſi ab oraculo duplare quandam aram, idem problema propoſuerunt Geometris. Ita ut hoc problema non fuerit primò ab oraculo, ſeu dæmone propoſitum.



Sint ergo inter lineas AC, DH quærendæ duæ mediæ proportionales. Conſtituantur perpendiculariter ſupra lineam C K, jungaturque linea ADK, tum inter AC, DH ita ducantur duæ parallelæ BF, CG, ut lineæ AF, HC, BG ſint parallelæ, quod ope alicujus inſtrumenti à ſe inventi, non tamen ſatis expreſſi, ſe poſſe præſtare aſſerit. Supponatur ergo factum; dico B F, CG eſſe medias continuè proportionales inter AC, DH.

Demonſtratio. Ita eſt (*per 2. 6. Eucl.*) A K ad KB, ſicut CK ad FK, quia AG BF ſunt parallelæ. Et pariter ita erit AK ad K B, ſicut K F ad G K, propter parallelas A F, B G. Ergo ita eſt CK ad FK, ſicut FK ad G K. Eodem modo oſtendam ita eſſe FK ad GK, ut HK. Sunt ergo CK, FK, GK, HK continuè proportionales; iis autem proportionales ſunt AC, BF, CG, DH. Ergo inter A C, & D H invenimus duas medias proportionales; quod faciendum erat.

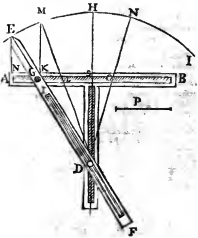
PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Praxis Nicomedis ad inveniendas duas medias continuè proportionales.

Nicomedes rejecta Eratoſthenis methodo, eo quod

quod inſtrumentum quod adhibebat, ita eſſet intricatum, ut praxin redderet impoſſibilem, aliud proponit ad deſcribendam lineam conchoidem quâ ad inveniendas duas medias proportionales utitur.

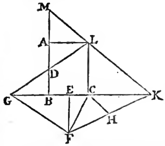


Sint duæ regulæ AB, CD firmiter ad angulos rectos copulatæ in ſuperiori quidem, ſeu AB ſit canalis excavatus in quo currere poſſit clavus teres. Sit tertia regula mobilis EF, in qua ſit clavus ſeu cylindrus G firmiter ei annexus qui per canalem AB currere poſſit. Sit item clavus D firmiter regulæ CD infixus, qui inſeratur in fiſſuram IF, regulæ EF. Clarum eſt quod ſi clavus G currat ſecundùm canalem lineæ AB, regula EF ſemper tranſeunte per punctum D, extremitas E deſcribet lineam incurvam E H I, quæ inter alias proprietates hanc habet mirabilem, quod ad lineam AB productam ſemper magis ac magis accedat, cum ea tamen nunquam conveniat. Vocat intervallum hujus lineæ conchilis, lineam G E, & polum eius punctum D.

Oſtendo autem facile quod linea conchilis HME ſemper magis ac magis accedat, ad lineam A B hoc eſt perpendicularem N E, minorem eſſe perpendiculari M K. Supponuntur autem lineæ LM, GE æquales, quod ex ipſa deſcriptione lineæ conchilis patet, nam etiam ſi regula moveatur manet tamen eadem linea EG.

Demonſtratio. Cum angulus externus N G D, angulo NLD ſit major, angulus reliquus N G E, angulo KLM minor erit. Quare ſi L M, ſeu G E, fiat ſinus totus, erit M K ſinus anguli majoris MLK major quam NE, quæ eſt ſinus anguli minoris N G E.

Præcipuus tamen uſus lineæ conchilis in ordine ad duas medias proportionales inveniendas, in eo conſiſtit, ut propoſitis duabus lineis angulum aliquem comprehendentibus, ex puncto dato, lineam ducamus, ita ut ſegmentum eius inter prædictas lineas interceptum æquale ſit lineæ datæ. Ut ſi proponantur lineæ AB, KN comprehendentes angulum NKB, Sit propoſitum ex puncto D ducere linea D N, ita ut eius ſegmentum O N ſit æquale lineæ datæ P. Id poterimus facile Nicomedis inſtrumento. Nam ſi ex puncto D ad lineam AB ducamus perpendicularem D S H, tum polo D, intervallo S H, quod æquale ſit lineæ P deſcribamus lineam conchilem ut docuimus, quæ ſecet lineam KN in puncto N, clarum eſt ex definitione, & deſcriptione lineæ conchilis lineam ON, lineæ SH, ſeu lineæ P eſſe æqualem.



Quibus poſitis ita duas medias proportionales inveniemus. Proponantur duæ lineæ AB, BC quibus duæ mediæ proportionales inveniendæ ſunt. Perficiatur rectangulum ABCL, diviſaque A B bifariam in D, ducatur L D G, eruntque triangula ADL, BDG, æqualia omnino, & AL, BG & BC æquales. Linea BC dividatur bifariam in E, ducaturque perpendicularis EF. Tum ex puncto C intervallo A D, deſcribatur arcus ſecans lineam E F, in puncto F, eritque C F lineæ AD æqualis. Ducatur GF, illique parallela DH tum ex puncto F ita ducatur (*per præcedentem uſum lineæ conchilis*) linea F K, ut ſegmentum H K ſit lineæ CF æquale. Jungatur linea KLM.

Demonſtr. Cùm linea BC diviſa ſit bifariam in E, eique adjecta CK, erit (*per 6. 2. Eucl.*) rectangulum BKC, cum quadrato EC, æquale quadrato EK, & addito communi quadrato EF, erit rectangulum BKC, cum quadratis EC, EF, ſeu eum quadrato CF, aut HK, aut AD, æquale quadratis EK, EF, ſeu quadrato FK. Rurſus ita eſt MA ad AB, ſicut ML ad LK (*per 2. 6. Eucl.*) & ſicut ML ad LK, ita BC ad CK; ergo, ita eſt MA ad AB, ſicut BC ad CK. Poſſunt ergo diſponi tres lineæ MA, AB, AD, & ex alia parte GC, BC, CK, in perturbata ratione, nempe ut prima ad ſecundam in primo ordine, ita tertia ad quartam in ſecundo; ut ſecunda ad tertiam in primo, ita prima ad ſecundam in ſecundo; ſit AD ſemiſſis AB, ſicut GC eſt ſemiſſis BC; ergo ita eſt MA ad AD, ſeu H F ſicut GC ad CK; ſicut autem GC ad CK, ita eſt FH ad HK, cum lineæ FG, CH ſint parallelæ; ergo ita eſt MA ad HK, ſicut FH ad HK: ſunt ergo F H & M A æquales, & MD, FK æquales; ſed quadratum M D, æquale eſt rectangulo BMA, & quadrato AD (*per 6. 2. Eucl.*) & quadratum FK æquale eſt rectangulo BKC, & quadrato CF, aut HK, aut AD: ergo rectangula BKC, BMA ſunt æqualia. Diſponantur ergo BM, BK, CK, MA, cum rectangulum ſub extremis, æquetur rectangulo ſub mediis, erit ut BM ad BK, ita CK ad MA, ſed ut BM ad B K, ita eſt tam LC, ſeu AB ad CK, quàm MA ad AL ſeu BC,

ergo

ergo ita eſt AB ad CK, ſicut CK ad MA, & ſicut CK ad MA, ita MA ad AL ſeu BC; quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Praxis vulgaris ad inveniendas duas medias continuè proportionales.

Sint propoſitæ duæ lineæ AB, AC, inter quas reperiendæ ſunt duæ mediæ proportionales. Circa majorem AC deſcribatur ſemicirculus AFC, exciteturque perpendicularis BE, tum ex puncto A tanquam centro deſcribantur quamplurimi circuli concentrici FI, KH; denique ita applicetur angulus ſquadræ lineæ BE, ut ei ſemper inſiſtat, ejuſque latus E F attingat aliquem arcum in circumferentia circuli AFC, & latus EI eundem arcum ſecet in diametro AC hoc eſt ſint AF, AI æquales; dico lineas AE, AF eſſe medias proportionales inter AB, AC; ducatur linea FC, eritque angulus AFC in ſemicirculo rectus, & cum angulus ſquadræ AEI ſit etiam rectus; erunt lineæ EI, FC, parallelæ.

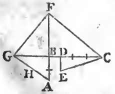
Demonſtr. In triangulis rectangulis, & æquiangulis ABE, AEI, ita eſt AB ad AE, ſicut AE ad AI, ſeu AF; ſed ut AE ad AF, ita AI ſeu AF ad AC, ergo ita eſt AB ad AE, ſicut AE ad AF, & ſicut AE ad AF, ita AF ad AC; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Falſa praxis duplicandi cubi.

Propoſuit nuper in celeberrimo mathematicorum conſeſſu, Advena quidam praxin aliquam duplicandi cubi, cujus in hac propoſitione falſitatem oſtendo.



Proponuntur duæ lineæ AB, BC in proportione dupla, dividatur BC in quatuor partes æquales, ſitque BD prima, excitetur perpendicularis DE æqualis BD, jungatur CE; hanc CE dicit eſſe primam mediarum proportionalium, ita ut ſi fiat BF, æqualis EC, jungaturque CF, ad quam ducatur perpendicularis FG, & ad FG alia perpendicularis GH, hæc attinget punctum A; oſtendo hoc non eſſe.

Demonſtr. Linea DC eſt trium partium cujus quadratum 9. DE eſt unius cujus quadratum eſt unitas; cùm angulus D ſit rectus, quadratum ex EC (*per* 47. 1. æquale quadratis ex DC, & ex DE, erit 10. Quare EC, ſeu BF, eſt radix quadrata 10. Quia autem eſt ut BC 4 ad BF radicem quadratam 10, ita BF ad BG. Quadratum ex BF, ſeu 10, dividatur per BC 4, provenietque $2\frac{1}{2}$; debent ergo quatuor hæ lineæ eſſe continuè proportionales 4, radix quadrata 10. $2\frac{1}{2}$ & 2. Quadrata igitur earum erunt etiam continuè proportionalia, nempe 16, 10, $6\frac{1}{4}$ 4, quare rectangulum ſub mediis æquabitur rectangulo ſub extremis. Multiplica 10 per $6\frac{1}{4}$ habebiſque $62\frac{1}{2}$, quem ſi dividas per 4, debet provenire 16; provenit autem tantum $15\frac{5}{8}$. Quare falsa eſt illa praxis, neque enim radix quadrata 10 eſt prima duarum mediarum continuè proportionalium inter 4 & 2.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER QVARTVS

De circino proportionum.

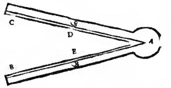
CUM circinus proportionum, ſeu melius regulæ proportionales, pleraque problemata geometrica contineant,ita ut jure poſſint dici compendium Geometriæ , ideò operæpretium me facturum exiſtimavi, ſi toto hoc libro, illius inſtrumenti fabricam, & uſus præcipuos explicarem. Conſtat autem ut iam dixi ſuprà duabus regulis circa idem centrum mobilibus,quibus variæ lineæ inſcribuntur, in eodem centro convenientes , aliæque multæ inſcribi poſſent , ut dicam inferiùs. Fuit olim magna altercatio inter Galilæum , & Baltazarem Capra , quiſnam eſſet Circini proportionum author ; nam anno 1607 Galilæus Galilæi nobilis Florentinus Profeſſor, olim Matheſeos in Univerſitate Paduana, & ſupraordinarius in Piſana, Primarius Philoſophus,& Mathematicus Ducis Etruriæ Italicè ſcripſit de Circino proportionum ſub titulo *Le operationi del compaſſo geometrico & militare*, cujus fabricam, & uſum latinum poſtea tradit. Objectum tamen fuit Galilæo à Baltazare Capra Mediolanenſi , quòd aliena inventa, ut ſua venditaret , & ſe eſſe authorem circini aſſereret, quamvis ab ipſomet Capra illius inſtrumenti. fabricam , & uſum didiciſſet. Huic objectioni reſpondet Galilæus,teſtimonio artificis,quo in conſtruendo tali inſtrumento, iam à decem annis uſus erat ideôque tractatum edidit Italicum , ſub hoc titulo : *Diffeſa di Galileo Galilei , contro alle calumnie & imposture di Baldeſar Capra Milaneſe, uſategli , ſi nella conſideratione Aſtronomica ſopra la nuova ſtella del 1604. come nel publicare come ſua l'invenzione, la fabrica, & gli uſi del compaſſo geometrico & militare.* Non erit forſitan difficile litem hanc dirimere,eam enim neque Galilæo, neque Baltazari Capra adjudicarem, ſed Philippo Horcher Berncaſtellano , Philoſophiæ & Medicinæ Doctori. Primò quia duobus annis anteà,nempe anno 1605. hic Horcher libros tres edidit de Circino proportionum. In primo eius conſtructionem explicat. Secundò docet quomodo quantitates omnes hoc circino augeri , & minui & radices omnes extrahi poſſint , aut radicibus datis ſolida inveſtigari. Tertiò exemplis cæteros uſus explicat. Secunda conjectura , deducitur ex ipſa figura. Nam inſtrumentum Horcheri circinus eſt, & circino quamſimillimus. Galilæanum autem circinus non eſt , ideoque potius regulæ proportionales,quam circinus dici poteſt ; unde Galilæus nomenclaturam ab Horchero verè impoſitam, videtur retinuiſſe , quamvis inſtrumentum in aliquo deformarit.

Aliundè tamen anno 1605. Levinus Hulſius tractatus nonnullos edidit ad Geodeſiam ſpectantes, inter quos Tertius continet uſum , & deſcriptionem circini proportionum Juſti Burgi cujus beneficio omnis ſuperficies , & ſolidum augeri & minui poteſt. Pauciſſimos tamen uſus profert huiuſmodi circini proportionum, quare eodem anno prodiere duo tractatus perquamſimillimi. Inquirendum reſtaret an Juſtus Burgus ſit Horchero antiquior,quod ignoratur.

PROPOSITIO I.

Problema.

Conſtructio circini proportionum.



Conſtruantur ex cupro, ligno , aliaque materia ſolida duæ regulæ A B, A C, quæ circa commune centrum A, ita circumvolvi poſſint, ut quemcumque angulum poſſint comprehendere. Regulæ utriuſque longitudo,quinque aut 6 digitorum eſſe poteſt, aut etiam pedem integrum adæquare, latitudo communiter unius digiti , ut nempe unicuique duplex linea à centro protenſa inſcribatur, cum ſuis cyphris & characteribus, ut ſingulæ diviſiones, facilè diſtinguantur. Chordarum lineis hinc inde communiter adduntur quatuor pinnulæ,ut per eas collimare liceat. Alterutri regularum affigitur genu , nempe globus , qui hemiſphærio concavo exceptus , in omnem partem circumvolvatur , omnemque ſitum inſtrumento tribuat. Debet & haberi circinus communis cujus cuſpides ſint acutiſſimæ , quibus exactè diſtantiæ omnes punctorum inſtrumenti transferantur. Et inter ſe comparentur , prout nempe à variis uſibus exigitur, cætera in decurſu dicentur.

PROPO

PROPOSITIO II.

Problema.

Lineam partium æqualium circino proportionum inſcribere.

Quatuor ut dixi linearum ſpecies regulis proportionalibus inſcribuntur, quarum prima partium æqualium dici poteſt cum hoc titulo ſimplici *Linea* Hoc eſt alterutri regularum ſuperficiei, ducantur duæ lineæ ſecundum illarum longitudinem extenſæ, & in centro communi convenientes. Quæ pro minoribus circinis in centum partes æquales, pro majoribus in ducentas dividantur. Hæc diviſio nihil habet peculiare, ſi in centum diviſio ſit inſtituenda. Primò tota bifariam dividatur, exinde ſingulæ partes bifariam, eritque tota linea in quatuor ſegmenta diviſa, quæ ſingula viginti quoque particulas contineant, ideoque in quinque partes ſubdividantur, & ſingulæ in quinas. Hæ lineæ partium æqualium, ſunt præcipuè uſui ad peragendas omnes regulas trium ſimplices, hoc eſt non affixas chordis ſeu ſubtenſis ſemicirculi, ut patebit in uſibus. Ad fabricam inſtrumenti utimur regula ærea; cui linea inſcribitur æqualis, lineæ partium æqualium in inſtrumento notatæ. Hæc autem linea pariter in 200 partes dividitur, quarum ſingulæ in decem ſubdiviſæ intelliguntur; quod quia commodè fieri non poteſt, ob earum particularum parvitatem, conſtruenda eſt ſcala eo modo quo docuimus (*libro primo hujus*) ut per tranſverſales, omnes minutiæ, ſeu particulæ meliùs diſtinguantur. Hanc ſcalam hîc non deſcribo, cum de illa iam ſupra dixerim docuerimque modum ſumendi in ea lineam quarumcumque partium, & determinandi exactiſſimè quot partes unaquæque linea contineat. Hæc ſcala poteſt etiam exactos reddere uſus circini proportionis.

PROPOSITIO III.

Problema.

Lineam planorum circino inſcribere.

Secunda ſpecies, linearum, quæ circino inſcribitur eſt linea planorum. Voco autem lineam planorum, lineam in qua exhibentur latera figurarum planarum ſimilium. Ita autem eam communiter inſcribimus. Ducuntur in eadem regularum facie, quæ jam lineam partium æqualium continet, duæ aliæ lineæ, in utraque ſcilicet regula una, hæ lineæ pariter in centro communi coeunt. Si longior eſſet circinus in decem partes divideretur; in prima diviſione apponeretur unitas, eſſetque latus quadrati pro unitate ſumpti; ſecundæ diviſioni apponeretur nota 4, nempe linea à centro ad ſecundam diviſionem eſſet latus quadrati quadrupli reſpectu primi; tertia diviſio haberet notam 9, nempe linea à centro ad hanc diviſionem eſt latus noncupli reſpectu primi, cum habeat latus triplum; quartæ diviſione apponitur nota 16; quintæ 25; ſextæ 36; ſeptimæ 49, octavæ 64, nonæ 81, decimæ 100. Latera intermediorum quadratorum poſſunt inveniri (*per* 39. 2. *hujus*) nempe primo quadrato, cujus latus eſt, linea à centro ad primam diviſionem, inveniendum eſt quadratum, duplum, triplum, quadruplum quintuplum, & ita conſequenter, uſque ad centuplum. In minoribus tamen circinis non excedimus ſexageſimum quartum, dividendo ſcilicet lineam in octo partes æquales.

Alio modo inſcribi poſſunt latera planorum ſimilium, ſupponendo regulam illam æream de qua ſupra, æqualem ſcilicet longitudini circini, ſeu unius eius brachij diviſam primo in 10, tum ſingulas in alias decem, & ſingulas ope tranſverſalium in alias decem; atque adeo totam regulam eſſe diviſam in 1000 partes. Si inſtrumentum fuerit minus, numerus 1000 dividatur in octo partes æquales, quotiens erit 125 latus primi quadrati; & quadratum eius 15625. Hic numerus duplicetur, triplicetur, quadruplicetur, & ita conſequenter, & ex productis extrahantur radices quadratæ, hæ dabunt latera quadrati, dupli, tripli, quadrupli, reſpectu ſcilicet illius cujus latus eſt octava pars totius circini. Hæc latera in regula mille partium aſſumi debent, & in lineas planorum transferri; ut quia numeri 31250, qui eſt duplus primi quadrati 15625, radix quadrata eſt 177, ſume in regula ærea 177 particulas, illudque intervallum transfer in lineam planorum, incipiendo ſemper à centro, latus tertij plani erit 217 partium, quarti 250, atque ita conſequenter; ita ut in illa constructione ſexageſimum quartum quadratum ſit 1000000, cujus radix quadrata eſt 1000, longitudo integra regulæ æreæ, quæ eadem ſupponitur, ac brachium quodlibet circini.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Lineam chordarum circino inſcribere.

In Altera facie regularum circini, duas alias ſpecies linearum inſcribimus, quarum prima dicitur chordarum, continetque ſubtenſas omnium arcuum circuli, cujus diameter æqualis eſt uni brachio circini. Jam dedi ſupra methodum inſcribendi geometricè hanc lineam, deſcripto ſcilicet in charta ſeparata hujuſmodi ſemicirculo, & in 180 gradus diviſo; in eo enim ſumere licebit chordam, ſeu ſubtenſam unius, duorum, trium, quatuor graduum pro ut libuerit.

Poſſumus tamen exactiùs procedere ope regulæ æreæ in 1000 partes diviſæ poſſumus enim uti tabulâ ſinuum hoc modo. Quia corda cujuſlibet arcus eſt dupla ſinûs arcus dimidii. Ut habeas ſubtenſam cujuſlibet arcus, ſume ſinum arcus dimidij in ipſa tabula ſinuum, & ut eam duplices ſume hunc numerum, in regula ærea quæ eſt in mille partes diviſa cum deberet eſſe diviſa in 2000 v.g. volo ſubtenſam graduum 60, quæro in tabula ſinum graduum 30, nempe 50000. 00. aufero tres ultimos characteres habeoque 5000, ſumo in regula ærea 500 particulas quas transfero in circinum incipiendo à centro. Pariter pro chorda graduum 70, quæro in tabula ſinuum ſinum graduum 35, nempe $573\frac{3}{5}$ deletis ſcilicet 4 characteribus ultimis, atque ita conſequenter.

Demonſtratio. Chorda graduum 70 æqualis eſt ſinui arcûs 35 duplicato, per definitiones libri primi trigonometriæ: ſed ſinus arcus graduum 35 eſt $573\frac{1}{5}$, qui duplicatur dum aſſumuntur $573\frac{4}{5}$

partes non ſemidiametri, ſed diametri integræ.

Coroll. Hinc vides in linea chordarum haberi lineam ſinuum, ita tamen ut diameter integra pro ſemidiametro ſumatur. Hoc eſt reſpectivè ad circulum cujus longitudo unius brachij erit ſemidiameter: ſed ſumendo ſemiſſem numeri per characteres expreſſi hoc eſt nota 80, indicat ſinum graduum 40.

PROPOSITIO V.

Problema.

Lineam ſolidorum circino inſcribere.

Lineam ſolidorum voco eam, quæ exhibet latera homologa ſolidorum ſimilium. Nempe ſupponitur corpus ſolidum quodcumqae v. g. cubus, deſcriptus ſupra aliquam lineam, tum quæritur latus cubi dupli, tripli, quadrupli, ſexrupli, & ita de cæteris; quæ latera huic lineæ inſcribuntur initio facto à centro. Primum latus quod quidem ad libitum aſſumitur poteſt eſſe majus, quam ſit latus primi quadrati prius in adverſa facie inſcriptum, eo quod minus creſcant latera ſolidorum, quam quadratorum, nempe in ſubtriplicatâ ratione ſolidotum, cum latera quadratorum, in ſubduplicatâ, eorumdem quadratorum augeantur, ideôque diviſiones primorum ſint crebriores, quàm ſecundorum.

Aſſumatur ergo quarta pars longitudinis circini pro latere primi ſolidi; ſecum autem longitudo eius ſit mille partium, latus hoc ſibi 250 vindicabit Diviſâ autem longitudine in quatuor partes prima diviſio exhibebit latus cubi 1. Secunda cubi 8, tertia cubi 27, tota linea erit latus 64. Ut latera cæterorum cuborum intermediorum lateris 250, cubum 15625000 duplica, triplica, atque ita conſequenter, & productorum extrahe radicem quadratam, habebiſque latus cubi dupli 322, 376, 400, atque ita de cæteris.

Dedimus tabulam horum laterum, ſuppoſito quod latus primi cubi ſit 100 partium. Quare ſi multiplices omnes numeros illius tabulæ per $2\frac{1}{2}$, habebis latera omnium cuborum, reſpectivè ad primum 250.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

De aliis lineis, quæ utiliter circino proportionum inſcribi poſſent.

Quamvis hæ tantum quatuor linearum ſpecies circino inſcribantur, aliæ tamen multæ inſcribi facilè poſſunt, & ſæpè à nonnollis inſcribuntur.

Primò quidem nonnulli inſcribunt latera omnium polygonorum; à triangulo æquilatero ad dodecagonum; quæ inſcriptio facilis eſt, ſi habeamus angulum centri cujuſlibet polygoni. Hunc autem facilè invenimus dividendo 360 per numerum laterum illius polygoni v. g. ſi dividas 360 per 5, habebis gradus 72, pro angulo centri, ideoque ſubtenſa ſeu chorda graduum 72, eſt latus pentagoni in circulo deſcripti, cujus ſemidiameter æqualis eſt chordæ graduum 60. Quare vides in ipſa linea chordarum haberi latera omoium polygonorum, non ſolum ad dodecaedrum uſque, ſed etiam reliquorum. Triangulum 120 gradus ſubtendit; quadratum 90, pentagonum 72, exagonum 60, Eptagonum $51\frac{3}{7}$, octogonum 45, enneagonum 40, decagunum 36, endecagonum $32\frac{8}{11}$ dodecagonum 30.

Inſcribitur à nonnullis linea metallorum, in qua nempe notantur latera ſolidorum ſimilium, & ejuſdem ponderis, ſed ex diverſis metallis; nempe ex auro, plumbo argento, ære, ferro, ſtamno ☉, ♄, ☽, ♀, ♂, ♃ facilè autem inſcribi poſſent. Dedimus autem in hydroſtatica, quam proportionem, ea corpora inter ſe obſervant.

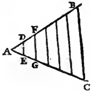
Nonnulli vellent inſcribere latera quinque corporum regularium, æqualium quo ad ſoliditatem ſphæræ, cujus diameter etiam notatur, quare ea corpora licet diverſas habeant diametros, ſunt tamen ejuſdem ſoliditatis, & conſequenter æqualia. Poſſet cum maxima utilitate inſcribi circino linea tangentium, & ſecantium; quia tamen eæ lineæ ſuperant integram diametrum, omnes notari non poſſent; nam tangentes tantum uſque ad ſexageſimum tertium gradum notari poſſent, & ſecantes ad ſexageſimum, niſi fieret longior circinus, excurreretque ultra lineam chordarum.

Logarithmi in proportionum circino notari non debent, niſi forſitan memoriæ causâ. Cum enim ideo reliquæ lineæ inſcribantur, quia ope huius inſtrumenti facilè regulam trium geometricam perficimus, quæ communiter circa eas uſurpatur, non autem circa logarithmos, qui regulam trium uſurpantur, ideo hæc linea bujus inſtrumenti propria non eſt.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Fundamentum circini proportionum.



Regulæ proportionales, ſeu ut vocant circinus, aut compaſſus proportionum ex qoarta propoſitione libri 6 elementorum Eucl. deducitur, eſtque univerſale inſtrumentum, cum enim in geometria per proportionum cognitionem freqoenter procedamus, omnis autem proportio in quatuor terminis poſita ſit; quorum ſi tres cognoſcantur, quartus per Arithmeticam innoteſcit. Id commodi in hoc inſtrumento nanciſcimur, quod ſine ulla arithmetices regula tribus cognitis numeris, aut quantitatibus, quarta proportionalis reperiatur.

Sint ergo duæ lineæ A B, A C, quemcumque angulum comprehendentes & ſimiliter diviſæ, hoc eſt ita ut diviſiones unius ſint omnino æquales diviſionibus alterius, & per diviſiones ſibi correſpondentes, aut ducantur aut intelligantur duci lineæ tranſverſales DE, FG, BC primô triangula AED, AGF, ABC ſunt Iſoſcelia ex ſuppoſitione, nempe

nempe latera AD, AE; AF, AG; AB, A C ſunt æqualia: ergo (*per* 5. 1. *Eucl.*) anguli ad baſes inter ſe æquales erunt,& cum angulus A ſit communis, erunt anguli ADE, AFG æquales, & (*per* 28. 1. *Eucl.*) lineæ DE, FG, BC parallelæ erunt.

Demonſtr. Cùm omnes lineæ tranſverſales AB, DE, FG, & reliquæ omnes ſint parallelæ, æquiangula erunt triangula, & (*per* 4. 6.) erit ut AE ad AG, ita DE ad FG, unde ſequitur quod ſi AE, ſit pars lineæ AG, linea DE ſit ſimilis pars lineæ FG.

COROLLARIUM.

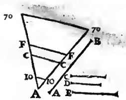
Si lineæ AB, AC diviſæ ſint ſecundum aliquam proportionem; lineæ etiam tranſverſales eandem proportionem obſervabunt, quemcumque tandem angulum lineæ AB, AC comprehendant. Cùm igitur regulæ ex qoibus componitur inſtrumentum, ita compinguntur, ut diduci, aut coarctari, hoc eſt omnem angulum formare poſſint; Infinitas in eodem inſtrumento ſeries linearum tranſverſalium virtualiter inſcriptas habes, linearum ſcilicet tranſverſalium, eandem inter ſe proportionem, ac lineæ regulis inſcriptæ obſervantium. Sicut ergo latera circini, diviſa ſunt in partes æquales ſecundum lineas partium æqualium, ita etiam habes innumeras tranſverſales extremas diviſas in partes æquales ab aliis tranſverſalibus. Pariter quia in linea planorum, habes latera homologa planorum ſimilium, inchoando ab uno ita aperto ſecundum varios angulos inſtrumento, habes innumeras ſeries laterum homologorum. Idem dico de linea ſolidorum. Denique quia linea chordarum exhibet chordas omnes circuli cujus diameter æqualis longitudini inſtrumenti, aperto quomodolibet circino, lineæ tranſverſales exhibent omnes chordas, circuli cujus diameter erit ultima, ſeu maxima tranſverſalis.

Vſus lineæ partium æqualium.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Lineam datam in partes æquales dividere, ſeu lineæ datæ partem quamcumque aſſignare aut numerum per numerum dividere.



Sit linea data AB, in ſeptem partes æquales dividenda, ſeu aſſignanda eius ſeptima pars. Circino communi aſſume lineam AB, itaque aperi compaſſum proportionis, ut hæc diſtantia interjiciatur à nota numeri qui dividi poſſit in ſeptem partes æquales, inſcripta in uno brachio ad ſimilem notam inſcriptam in alio brachio, tunc tranſverſalis quæ duci intelligitur à ſeptima illius parte in utroque brachio, etit ſeptima pars lineæ datæ. Ut ſi aperto compaſſo proportionum, lineam AB, interjicias à numero 70 ad 70; tunc intervallum quod erit à 10 ad 10, ſeptima ſcilicet parte numeri 70, erit ſeptima pars lineæ AB.

Demonſtr. Lineæ 10—10 & 70—70 ſunt parallelæ, ergo (*per* 4.6.) ut linea A—70 ad lineam A—10, ita linea 70—70, ſeu AB, ad lineam 10—10; ſed linea A—10 eſt ſeptima pars lineæ A—70;ergo & linea 10—10 eſt ſeptima pars lineæ AB; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Quamvis linea cujus ſeptima pars requiritur ducta eſſet in ſolo, atque adeo realiter in inſtrumentum tranſferri non poſſet, eius tamen ſeptima aſſignari poſſet.Ut ſi linea 140 pedum proponeretur, aſſume circino communi in linea partium æqualium 140 partes, & hanc lineam transfer, hinc inde in notas numeri qui per 7 dividi poſſit, verbi gratia à 70 in 70, intervallum à 10 in 10 circino acceptum, & tranſlatum in lineam partium æqualium exhibebit 20 numerum pedum, quem continet ſeptima pars lineæ propoſitæ.

COROLLARIUM II.

Habes in hac propoſitione methodum diviſionis. Proponatur enim numerus 140 dividendus in 7, acceptum hunc numerum ſupra lineam partium æqualium conſtitue inter duas notas ſimiles; in utroque ſcilicet brachio compaſſi numeri ſeptimam partem habentis,v.g. 70,linea 10 — 10 tranſlata in lineam partium æqualium exhibebit quotientem. Quod ſi numerus propoſitus eſſet major v. g. 553 abjiciendus eſſet unus character & ſumendus $55\frac{3}{10}$ & quotiens inventus augendus eſſet una cyphra.

PROPOSITIO IX.

Problema

Tribus datis lineis quartam proportionalem invenire.

Vide figuram præcedentem.

Sint tres datæ lineæ C,D,E, quibus quarta proportionalis invenienda eſt. Linea C transferatur à centro in lineam partium æqualium,ſitque AC. Ita aperiatur compaſſus proportionum, ut intervallum CC æquale ſit lineæ D, ſit item AF,æqualis lineæ E; dico intervallum FF æquale eſſe lineæ quæſitæ.

Demonſtr. Clara eſt, nam (*per* 4. 6. *Eucl.*) ita eſt AC ad CC, nempe ut C ad D, ita AF, ſeu E, ad FF.

COROLLARIUM.

Quod dixi in lineis, in numeris fieri poteſt, ſi pro numeris, accipiantur in linea partium æqualium, lineæ his numeris expreſſæ.

PROPOSITIO X.

Problema.

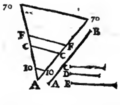
Tribus datis lineis aut numeris, quartum proportionalem inverſè reperire.

Sit exemplum. 60 homines intra 40 horas foſſam determinatæ longitudinis & latitudinis perficiunt, quot horæ requirentur ſi 48 homines adhibeantur; Hoc eſt primus per ſecundum multiplicandus eſſet, & productus per ultimum dividendus. Ideoque ita eſt 48 ad 60, ſicut 40 ad numerum quæſitum. Tribus lineis in partium æqualium linea acceptis, quarum prima ſit 48. ſecunda 60, tertia 40. Quæratur quarta proportionalis *(per præcedentem)* & habebis 50.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Duabus datis lineis aut numeris tertium proportionalem reperire.



In ſuperiori figura lineæ C & D ſupponantur æquales. Si tribus lineis E,C,D quarta proportionalis reperiatur, hæc erit tribus A C C tertia proportionalis; nam cum ita ſit E ad C, ſicut D ad FF, ita erit E ad C. Sicut C ad FF.

Vſus chordarum.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Ità compaſſum aperire, ut linea qualibet angulum determinatum comprehendant.

Proponatur quilibet angulus v.g. 30 graduum, itaque ſit aperiendus compaſſus proportionalis, ut lineæ chordarum angulum 30 graduum comprehendant. Circino communi aſſumatur chorda 30 graduum, quæ transferatur à 60 in 60, hoc eſt à nota 60 in uno latere ſumpta, ad notam ſimilem in alio latere; dico lineas chordarum comprehendere angulum 60 graduum.

Demonſtr. Chorda 60 æqualis eſt ſemidiametro circuli, cui omnes chordæ conveniunt. Supponatur hic circulus deſcriptus, in eumque transferri chordam 30 graduum; clarum eſt in tali caſu, duas illius circuli diametros, per extremitates chordæ 30 graduum ductas comprehendere angulum 30 graduum; applicatur autem chorda huic circulo dum transfertur à 60 in 60; ergo tranſlatâ chorda 30 graduum à 60 in 60 lineæ chordarum angulum 20 graduum comprehendunt; quod erat demonſtrandum.

Eadem methodus adhibenda eſt, dum proponitur ita aperiendus compaſſus, ut lineæ partium æqualium angulum 30 graduum efficiant, transferendo chordam 30 graduum à puncto 100 unius lateris, in punctum 100 alterius lateris.

Similiter ſi in utraque linea planorum ſumas à centro, lineam æqualem chordæ 60 graduum, & compaſſum ita aperias, ut hæc duo puncta diſtent ab invicem diſtantiâ æquali ipſi chordæ 30 graduum, tunc lineæ planorum angulum 30 graduum comprehendent, eodem modo operare circa lineam ſolidorum.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Aperto compaſſo invenire angulum quem qualibet lineæ comprehendunt.

Sit apertus quomodolibet compaſſus proportionalis, ſitque primò inveniendus angulus quem lineæ chordarum in eo notatæ comprehendunt. Extende pedes circini communis à puncto 60, unius brachii in punctum 60 alterius brachii, eamque diſtantiam transfer in lineam chordarum incipiendo à centro, nota ad quam alter pes circini perveniet indicabit numerum graduum illius anguli.

Eâdem praxi determinabis angulum quem lineæ partium æqualium comprehendunt, ſi nempe diſtantiam puncti medii unius lineæ, à puncto medio alterius lineæ transferas in lineam partium æqualium incipiendo à centro; nam alius pes circini cadet in characterem indicantem quot gradus contineat ille angulus.

Eodem modo operare circa lineas planorum, aut ſolidorum.

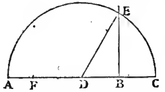
PROPOSITIO XIV.

Problema.

Inter datas lineas, aut numeros, medium proportionalem invenire.

Hoc problema pertinet ad lineas partium æqualium, non potuit tamen alio ordine tradi. Aperiatur ita compaſſus, ut lineæ partium æqualium angulum rectum comprehendant, tum lineæ datæ transferantur continuè in lineam partium æqualium, ita ut fiat linea totalis iis ſimul ſumptis æqualis verbi gratiâ ſit una linea partium 90, alia partium 40, quæ ſimul junctæ ſupra lineam partium æqualium perveniunt ad 130 partes hanc lineam divide per medium habebiſque 65, differentia inter 65 & 90 eſt 25, aſſume inter pedes circini communis 65 partes æquales, unumque pedem circini fige in puncto 25 notato in uno brachio alium pedem extende, in lineam partium æqualium, alterius brachii, in ea notabit 60, dico mediam proportionalem inter 40, & 90 eſſe 60.

Demonſtr.



Demonſtratio. Si benè conſideretur hæc praxis propoſitionis (13. 6. *Eucl.*) Sit enim A B 90 partium, B C 40; eas addimus, dividimuſque bifariam in D, ut habeamus lineam D B, 25 partium. Aperimus autem compaſſum ſecundum angulum rectum A B E. Sit centrum compaſſi proportionum punctum B, aſſumimus intra pedes circini communis partes 65 ſeu lineam DC, poſitoque in puncto D eius ono pede virtualiter deſcribimus circulum A E C, qui aliud compaſſi brachium B E ſecet in puncto E. Clarum eſt autem (*per 13. 6. Eucl.*) lineam B E eſſe mediam proportionalem inter AB, BC.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Lineam aliquam extremâ, & mediâ ratione ſecare.

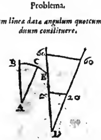
Ita aperiatur compaſſus ut lineæ partium æqualium, angulum rectum comprehendant. Ponantur eſſe BA, BE, in unum brachium inſtrumenti incipiendo à centro B; transfer lineam propoſitam. Supponatur eſſe BE & eius dimidiam quæ ſit BD, transfer in aliud, lineam D E transfer in BF; dico lineam D F eſſe majus ſegmentum lineæ B E extremâ ac mediâ ratione ſectæ.

Demonſtratio. Si bene comparetur hæc praxis, cum praxi propoſitionis undecimæ libri ſecundi Eucl. invenietur eſſe eadem; nam in ea exceſſus lineæ angulo recto oppoſitæ, ſupra dimidiam lineam propoſitam, dat latus quadrati majoris ſegmenti, quod æquale eſt rectangulo comprehenſo, ſub tota linea, & minori ſegmento.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Ad punctum lineæ datæ angulum quotcumque graduum conſtituere.



Ex puncto A lineæ datæ, quocumque intervallo deſcribatur arcus BE, quod intervallum transferatur in compaſſum proportionum, à puncto 60 unius lineæ chordarum, in oppoſitum 60 alterius. Compaſſo ita aperto, aſſume circino intervallum notarum anguli propoſiti, ut ſi proponeretur angulus 20 graduum faciendus; aſſume intervallum à 20 in 20 illudque transfer in B C; dico ductâ lineâ BC, angulum BAC eſſe graduum 20.

Demonſtratio. Ita eſt D 60 ad D 20. Sicut 60-60 ad 20-20 (*per 4. 6. Eucl.*) ſed D 60 eſt ſemidiameter circuli, cujus inſcriptæ ſunt chordæ, & D 20 eſt chorda 20 graduum; ergo ſi intervallum 60-60 ſit ſemidiameter circuli, ſeu æquale lineæ AB, erit intervallum 20-20, ſeu B C chorda 20 graduum, & conſequenter arcus BC, & angulus BAC 20 graduum; quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Determinare quot graduum ſit angulus datus.

Vide figuram præcedentem.

Variis modis poteſt proponi aliquis angulus. Primò quidem poteſt eſſe notatus in charta, qualis eſt angulus BAC. Quolibet intervallo AB fiat arcus B E, idemque intervallum transferatur à 60 in 60, tum intervallum BC transferatur in compaſſum ita apertum, ita ut conveniat duabus notis ſimilibus v.g. à 20 in 20, vel à 21 in 21, experiendo ſcilicet cui diviſioni conveniat. Clarum eſt (*ex ſuperiori demonſtratione*) quod ſi chorda B C æqualis ſit intervallo 20-20, angulus B A C erit 20 graduum.

Secundò ſi angulus propoſitus comprehendatur à duabus lineis non ductis realiter, ſed tantùm intellectis, ut in ſolo, in aëre. Collocato compaſſi centro, in linearum concurſu, ſi per eius pinnulas reſpicias duo ſigna in lineis angulum propoſitum formantibus poſita reſpicias; apertus erit compaſſus ſecundum talem angulum: Quare ſi intervallum à 60 in 60 circino acceptum transferas in lineam chordarum incipiendo à centro, habebis quantitatem illius anguli.

Ita ſydetum elevationes obſervabis, ſed faciliùs eſt obſervare complementum elevationis, ſeu diſtantiam ſyderis à vertice, ad quod præſtandum unum crus compaſſi debet verticaliter diſponi, ope perpendiculi.

Tertiò ſi angulum quem duo muri comprehendunt metiri velis, quia vix benè muro applicari poteſt compaſſus, poterunt duæ regulæ applicari muro, & inſtrumentum regulis, ita ut centrum eius conſtituatur in concurſu interno regularum, & lineæ chordarum ipſis regulis.

Item quia regulæ compaſſum proportionalem conſtituentes ſunt parallelogrammæ, ſi in limbo earum interiori aſſumas à centro, lineam æqualem chordæ graduum 60, ſi ſimpliciter muris angulum internum conſtituentibus applices, facile (*per 13. hujus*) invenire poteris quem angulum limbi interiores compaſſi comprehendant, eundem ſcilicet quem muri.

Si angulus exteriùs metiendus proponeretur, duæ regulæ muris applicentur quæ ultra angulum protendantur, atque adeò angulum ad verticem oppoſitum æqualem efficiant, his regulis multo faciliùs, quàm ipſis muris compaſſus poterit applicari, ut habeatur anguli quantitas.

Denique

Denique, muris applicentur regulæ, in quibus hinc inde abſcindantur lineæ æquales, v.g. ſingulæ ſint duorum pedum ſeu 14 digitorum. Aſſumatur item diſtantia horum punctorum, quæ ſit 18, exempli cauſa, digitorum 18; numera hinc inde in lineis partium æqualium 24 partes; ſumptiſque intra pedes circini 18 partibus, ita aperi compaſſum, ut à puncto 24 ad oppoſitum 24 ſit diſtantia partium 18; tunc lineæ partium æqualium, efficient angulum, æqualem illi quem muri comprehendunt.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Ad lineam in ſolo notatam perpendicularem ducere.

Aperi compaſſum proportionum, ita ut lineæ partium æqualium angulum rectum comprehendant. Tum centro eius in eo puncto collocato, in quo excitanda eſt perpendicularis per brachij unius pinnulas reſpice ſignum in linea propoſita collocatum, & per alterius brachii pinnulas in aliud quodcumque ſignum collima, inſtrumento ſemper angulum rectum comprehendente. Clarum eſt, lineam ductam ab hoc ultimo ſigno, ad centrum inſtrumenti perpendicularem eſſe, ad primam lineam.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Cuiuſcumque anguli ſinum reperire.

Pro ſinu cujuſcumque anguli, aſſume chordam anguli ſeu arcus dupli; verbi gratia, pro angulo 15 graduum, chordam graduum 30; pro 42, 84, pro 71, 142, atque ita de cæteris; hæc chorda erit ſinus, poſito quod linea integra chordarum; ſeu chorda 180, ſit ſemidiameter; quare ſi chordam graduum 54 transferas in lineam partium æqualium, invenietur continere partes $167\frac{2}{7}$; atque hâc methodo invenies angulorum acutorum ſinum rectum. Quia autem anguli obtuſi eundem ſinum habent ac acuti reliqui ad ſemicirculum. Si proponeretur angulus obtuſus 125 graduum, eum aufer ex duobus rectis, nempe 125 ex 180, reſtabitque angulus gradus 55; cujus ſi quæratur ſinus rectus, is erit etiam ſinus anguli obtuſi 125.

Si ſinum deſiderares reſpectu ſemidiametri 100, ſinus inventus hâc praxi dividendus eſſet bifariam.

Pariter dato ſinu alicujus arcûs, aut anguli, in partibus ſinus totius 200, inveniemus arcum, aut angulum; nam ſi talem ſinum in linea partium æqualium acceptum transferamus in lineam chordarum, ſemiſſis numeri indicati erit angulus acutus, cui talis ſinus competit.

Notandum autem in operationibus trigonometricis compaſſo proportionali peragendis, non eſſe ſemper neceſſarium ut valor talium ſinuum cognoſcatur, ſeu ut prædicti ſinus in lineam partium æqualium transferantur; ſed immediatè pro ſinubus, ſubtenſis angulorum duplorum utendum eſt.

Pariter ſinus verſus anguli acuti eſt reliquum ſublato ſinu ejus complementi à ſinu toto; quare ſi proponeretur anguli 42 quærendus ſinus verſus; eius complementum eſt 48, cujus duplum eſt 96; ſi aſſumas in linea chordarum diſtantiam hujus characteris 96 ad 180, habebis ſinum verſum anguli 42.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Cujuſlibet anguli, aut arcus, tangentem & ſecantem reperire.

Quia conſtat ex primo libro trigonometriæ ita eſſe ſinum complementi ad aliquem ſinum, ut ſinus totus ad tangentem arcus, regula proportionum inſtituenda eſt, in qua utemur pro ſinu toto, lineâ chordarum integra. Sit quærenda tangens anguli 42, cujus complementum 48, duplica hujuſmodi numeros, habebiſque 84 & 96, & aſſume 191 intra pedes circini communis chordam 84, eamque conſtitue à 96 in 96, intervallum à 180 ad 180, in lineam partium æqualium tranſlatum, exhibet tangentem graduum 42, pro ſinu toto 200 partium.

Demonſtr. Clarum eſt ex conſtructione, ita eſſe chordam graduum 96 ad intervallum 96, 96; ut chorda 180 ad intervallum 180, 180, ſed intervallum 96, 96 eſt chorda 84; ergo ita eſt chorda 96, 96 ad chordam 84, ut chorda 180 ad intervallum 180, 180; ſed ut chordæ ita ſinus angulorum dimidiorum, ergo ita eſt ſinus 48 ad ſinum 42, ut ſinus totus ad intervallum 90, ſeu ad tangentem 42.

Inventâ tangente invenitur ſecans. Aperiatur enim compaſſus ad angulum rectum, numeretur in uno eius brachio tangens inventa; tum circino accipiatur intervallum ab hâc tangente ad extremitatem alterius brachii, & habebitur ſecans; ſit enim triangulum rectangulum, cujus unum latus eſt ſinus totus, nempe linea chordarum integra, aliud latus eſt tangens inventa, ergo baſis, ſeu hypothenuſa erit ſecans quæſita.

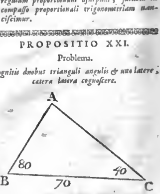
Trigonometria Rectilinea.

Quia omnes regulæ, & praxes trigonometricæ, regulam proportionum uſurpant, facilem in compaſſo proportionali trigonometriam nanciſcimur.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Cognitis duobus trianguli angulis & uno latere; cætera latera cognoſcere.



Sint in quolibet triangulo ABC, cogniti angulus

lus A 80, & angulus B 40 graduum, & latus BC; 70 pedum, aut exapedarum. Adde angulos 80 & 40; fientque 120, quibus ſublatis ex 180 ſeu duobus rectis, reſtat angulus A graduun 60.

Fiat in compaſſo ut ſinus anguli A 60,
ad ſinum anguli B 80,
ita BC 70;
ad latus BC.

Quod ut præſtes facilè duplica angulos A 60 & B 80, habebiſque 120 & 160, Aſſume intra pedes circini communis, in linea partium æqualium, 70 partes eaſque transfer à 120 in 120 intervallum à 160 in 160, invenietur partium $79\frac{4}{5}$ pro latere AC. In eadem apertura, intervallum inter 80 & 80, ſeu angulum C duplicatum exhibebit latus AB partium 52.

Demonſtr. Hæc analogia demonſtratur in trigonometria; illius spplicatio patet ex conſtructione hujus inſtrumenti (*in propoſ. 7 hujus.*)

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Cognitis tribus trianguli lateribus invenire angulos.

Vide figuram præcedentem.

Sint data trianguli ABC ſingula latera, nempe AB 52, AC $79\frac{4}{5}$, BC 70, quæraturque primò angulus A. Aſſume circino communi ex linea partium æqualium latus BC, angulo A quæſito oppoſitum. Numera item in linea partium æqualium, in uno brachio partes 52, in alio partes $79\frac{4}{5}$, & ita aperi compaſſum ut à puncto 52 unius brachij ad punctum $79\frac{4}{5}$ alterius, ſit intervallum partium 70. tunc lineæ partium æqualium angulum quæſitum comprehendent. Quare ſi accipias intervallum à 100 in 100 lineæ partium æqualium illudque transferas in lineam chordarum, habebis quantitatem illius anguli.

Eodem modo operandum eſt pro aliis angulis, ut pro angulo C, aſſumendum eſt intra pedes circini latus AB 52 illi oppoſitum, ex linea partium æqualium & transferendum ex 70 in $79\frac{4}{5}$.

Demonſtratio clariſſima eſt. Conſtruitur enim ſupra compaſſum triangulum, propoſito triangulo proportionali, ergo & æquilaterum.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Cognitis duobus trianguli lateribus & angulo comprehenſo invenire reliquum latus & reliquos angulos.

Trianguli ABC ſit cognitus angulus A, graduum 60 & latera AB 52, AC $79\frac{4}{5}$. Ita aperiatur compaſſus ut lineæ partium æqualium, angulum A 60 graduum comprehendant, tum numera in uno brachio partes 52, in alio $79\frac{4}{5}$, circino aſſume hoc intervallum à 52 unius, in $79\frac{4}{5}$ alterius, illudque in partes æquales transfer, invenieſque 70 pro latere BC. Cognitis autem tribus lateribus invenies reliquos angulos (*per præcedentem.*)

Demonſtratio. Hâc praxi formatur triangulum, quod habet unum angulum æqualem angulo propoſiti trianguli, & latera circa illum angulum proportionalia: ergò (*per 6. 6. Eucl.*) eſt illi æquiangulum habetque latera proportionalis.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

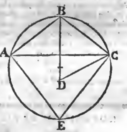
Cognitis duobus trianguli lateribus, & angulo alterutri oppoſito invenire aliud latus, & alios angulos.

Sint in triangulo ABC cognita latera AB 52, BC 70, cum angulo C graduum 40. Ita aperiatur compaſſus, ut lineæ partium æqualium comprehendant angulum C, nempe graduum 40, numera in linea unius lateris partes 70, & aſſumptis intra circini pedes partibus 52. circinum applica in puncto 70, eumque circumvolve, in alio latere aſſignabit latus quæſitum $79\frac{4}{5}$. In his quatuor propoſitionibus totam habes trigonometriam rectilineam.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Dato arcu, invenire ſemidiametrum circuli cujus eſt arcus.



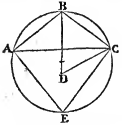
Proponatur arcus ABC perficiendus, & propterea quæratur linea BD circuli cujus ABC eſt arcus. Sumptis in arcu ABC tribus punctis A, B, C. Intelligatur triangulum ABC, cujus habentur ſingula latera, quare per 22 hujus cognoſci poterit angulus BAC. Ita aperiatur compaſſus proportionalis, ut lineæ partium æqualium comprehendant angulum duplum anguli BAC, hoc eſt (*per 20. 3. Eucl.*) angulum æqualem angulo BDC. Compaſſo ita aperto, aſſume circino lineam BC; eamque ita adapta, ut attingat linearum partium æqualium duos numeros æquales, v. g. hinc inde partes 40: dico quod linea DC erit partium 40.

Demonſtratio. Cum enim angulus à lineis partium æqualium inſtrumenti comprehenſus æqualis ſit angulo BDC, & reliqui duo ſint æquales; cum triangula ſint iſoſcelia, erit angulus in compaſſo formatus, triangulo BDC æquiangulus, & cum habeant latus BC commune latera reliqua lateribus DB, DC æqualia habebit; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Super datâ lineâ deſcribere ſegmentum circuli capiens angulum quotcumque graduum.



Sit data linea A C, ſuper quâ deſcribendum ſit ſegmentum circuli ABC, capiens angulum ABC 105 graduum. Supponatur eſſe factũ nempe triangulum ABC eſſe iſoſcelem & angulum A B C eſſe 105 graduum, ſi perficeretur quadrilaterum eſſet angulus illi oppoſitus AEC graduum 75 (*per* 22. 3. *Elem. Eucl.*) & angulus ADC illius duplus 150, quare apertiatur compaſſus, ita ut lineæ chordarum angulum 150 comprehendant aſſumptam lineam AC, intra pedes circini, ita colloca in compaſſo, ut hinc inde attingat in lineis chordarum, diſtantia horum punctorum à centro circini proportionum erit ſemidiameter circuli; quare ſi eo intervallo ex punctis A & C, duos arcus deſcribas, ſe in puncto D interſecantes, & ex centro D intervallo DA, aut DC circulum ABC. Dico angulum ABC eſſe 105 graduum.

Demonſtratio. Eadem eſt ac ſuperioris propoſitionis.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Dato circulo, invenire latus cujuſcumque polygoni regularis in eo inſcribendi.

Semidiametrum circuli dati transfer à 60 in 60, vel diametrum à 180 in 180, tunc intervallum graduum competentium lateri polygoni propoſiti exhibebit eius latus, ut ſi eptagonum inſcribendum eſſet, cujus latus ſubtendit gradus $51 \& \frac{3}{7}$ translato circuli dati ſemidiametro, à puncto 60 in 60, intervallum à gradu $51\frac{3}{7}$ ad $51\frac{3}{7}$ exhibebit latus eptagoni inſcribendi.

Demonſtr. Eadem eſt ac ſeptimæ hujus nempe quod tranſverſales ſeu baſes eandem rationem habeant ac latera, ſed chorda $51\frac{3}{7}$ eſt latus eptagoni reſpectu ſemidiametri ſeu chordæ 60 graduum; ergo & intervallum $51\frac{3}{7}$ ad $51\frac{3}{7}$ erit latus eptagoni, reſpectu ſemidiametri 60 in 60.

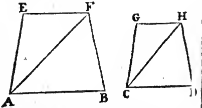
Pariter data lineâ pro latere cujuſlibet polygoni inveniemus ſemidiametrum circulo, in quo ſi applicetur, erit latus prædicti polygoni, ut ſi proponeretur qualibet linea pro latere eptagoni, aperi compaſſum ita ut diſtantia gradus $51\frac{3}{7}$ ab adverſo gradu $51\frac{3}{7}$ ſit æqualis lineæ propoſitæ, nam tunc apertura 60, 60 exhibebit ſemidiametrum circuli quæſiti; quare ſi à duobus punctis extremis prædictæ lineæ, intervallo ſemidiametri inventæ, duo deſcribantur arcus, eorum interſectio erit centrum circuli deſcribendi.

Si linea vel ſemidiameter propoſita, eſſent lineæ majores, quam ut in compaſſum proportionalem transferantur, pro iis accipiendæ eſſent & partes in linea partium æqualium, quot ipſæ continent pedes, aut exapedas.

Vſus lineæ planorum.

PROPOSITIO XXVIII.

Super data linea, deſcribere polygonum alteri ſimile.



Super linea AB, deſcribendum ſit polygonum, ſimile polygono CDHG, dividatur polygonum CDHG in triangula, ducta diametro CH, tum lineis CD, DH, AB, quæratur quarta proportionalis BF, item lineis CD, CH, AB quarta proportionalis AF; tum ex A ut centro intervallo AF deſcribatur arcus, item ex B ut centro, intervallo B F alius arcus priorem interſecans in puncto F, junctis lineis AF, EF, formabitur triangulum ABF cujus latera, erunt lateribus trianguli CDH proportionalia; ergo illi æquiangulum erit; eâdem praxi conſtruetur A F E, triangulo CGH æquiangulum; ita de reliquis, quare facile oſtendam polygona eſſe ſimilia.

Demonſtr. Triangula ABF, CDH, (*per* 5. 6. *Eucl.*) ſunt æquiangula. Ergo, &c.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Cuiuſcumque numeri radicem quadratam invenire.

Si numerus propoſitus ſit minor centenario, eius radix quadrata, unicum habebit characterem, quem memoria tenere debemus, atque adeò nullo inſtrumento ad eam inveniendam opus erit.

Si numerus propoſitus fuerit minor numero 6400, eius radicem quadratam 80, deſumpta ex linea partium æqualium, transfer à 64, nempe in characterum ultimi plani, in linea planorum inſcripti, tum ablatis duabus ultimis characteribus numeri propoſiti, ſumo aperturam reliqui, eamque transfer in lineam partium æqualium, ut eius valor habeatur. Ut ſi proponeretur radix quadrata numeri 4000, abjectis duobus ultimis characteribus,

ſtibus,reſtant 40. Sume diſtantiam à 40 ad 40,eamque transfer in lineam partium æqualium, & invenio $63\frac{1}{4}$.

Si verò duæ ultimæ figuræ quæ rejiciuntur non eſſent 00, ſed ſignificarent, in ſumenda apertura eorum eſſent habenda ratio. Ut ſi proponeretur numeri 5478 quærenda radix quadrata, aperto ſimiliter inſtrumento, ita ut à puncto 64 ad oppoſitum 64 interjiciatur linea 80 partium, aſſumenda eſſe apertura $54\frac{78}{100}$ ſeu $54\frac{1}{4}$ pro radice quadratâ quæ tranſlata in lineam partium æqualium exhiberet circiter 74 partes pro radice quadratâ numeri 5478.

Tertiò, ſi numerus propoſitus fuerit inter 6400 & 64000 qualis eſt numerus 7400 tranſlata pariter linea partiũ 80 inter 64 & 64 lineæ planorum, rejectis pariter ex 7400 ultimis cyphris, aſſumatur apertura,dimidiæ partis numeri 74, nempe 37. Hæc apertura quadruplicata exhibet radicem quadratam numeri propoſiti.

Demonſtratio. Primæ praxis facilis eſt. Cum enim numerus 80 ſit radix quadrata numeri 6400, ut autem 6400 ad 4000, ita 64 ad 40, & in linea planorum ſint poſita latera quadratorum, erit ut linea 64 ad lineam 40, ita latus quadrati 64 ad latus quadrati 40. Sed ut latus quadrati 64 ad latus quadrati 40, ita latus quadrati 6400 ad latus quadrati 4000. Apertura autem 64 ad aperturam 40, ſe habet ut linea 64 ad lineam 40, & apertura 64 eſt 80 radix quadrata numeri 6400, apertura 40 erit radix ſeu latus numeri 4000.

Demonſtr. Secunda praxis ita ſuadetur. Apertura 37 eſt radix quadrata numeri 3700, ſed radix numeri dupli eſt quadrupla. Cum quadrata ſe habeant in duplicata ratione laterum (*per 20. 6. Eucl.*) ergo apertura 37 quadruplicata exhibet radicem quadratam quæſitam.

Alio modo.

Proponatur numerus 56497 cujus quæritur radix quadrata. Aſſumatur linea 100 partium æqualium, quæ transferatur in puncta notata 10,nempe à 10 in 10 lineæ planorum; tum ex numero 56497 abjiciantur tres ultimæ cyphræ, fietque $56\frac{497}{1000}$ ſeu $56\frac{1}{2}$. Accipe hanc aperturam eamque transfer in lineam partium æqualium; invenieſque $237\frac{3}{7}$.

Demonſtratio. Ita ſe habet 10000 ad 56497; ſicut 10 ad $56\frac{1}{2}$, ut autem linea 10 in linea planorum notata ad lineam $56\frac{1}{2}$, ita radix quadrata numeri 10 ad radicem quadratam numeri $56\frac{1}{2}$, & ut radix quadrata 10 ad radicem quadratam $56\frac{1}{2}$; ita radix quadrata 10000 ſeu 100 ad radicẽ quadratam numeri 56497. In compaſſo autem (*per 7. huius*)ita eſt linea 10 ad lineam $56\frac{1}{2}$ ut apertura 10 nempe 100 ad aperturã $56\frac{1}{2}$. Ergo apertura $56\frac{1}{2}$ eſt radix quadrata numeri propoſiti;quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Aciem quadratam certò numero hominum conſtantem inſtruere.

Acies quadrata duobus modis inſtruitur: Primò ita ut nulla habeatur ratio campi, ſeu ſoli occupati, ſed tantum ipſorum hominum,quare propoſito numero hominum, quæritur quot in lon-

gum, & latum ſint ordinandi, ſeu quot in ſingulis ordinibus ſint collocandi. Si ergo inſtituenda ſit acies qoadrata hominum, ita ut tot in fronte, quot in lateribus ſint conſtituendi, numeri propoſiti extrahatur radix quadrata neglectis fractionibus, quæ in omni agmine ordinando negliguntur, hæc indicabit numerum ſingulorum ordinum; ut ſi proponantur 3000 milites, radix quadrata 54, indicat ſingulos ordines eſſe militum 54.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Aciem quadratam quoad campum; ex certò militum numero, inſtruere.

Quia ſingulis militibus ſeptem pedes in longum,tres tantum in latum, dum in acie conſiſtunt conceduntur; ideo acies quadrata hominum; campum quadratum non occupat. Sint igitur ita ordinandi 2400 milites,ut conſiſtant in agro quadrato. Quæratur numerus in linea planorum qui ſeptimam partem & tertiam habeat, is erit 21, cujus 7 eſt 3 pars, & 3 eſt ſeptima; is numerus intelligatur tanquam aliquod rectangulum, habens in fronte 7 milites, & in lateribus tres; ſic enim ſpatium quadratum erit; huic rectangulo quærendum eſt ſimile,cujus numerus ſit 2400. Ut invenias minus latus aſſume in linea partium æqualium 30 partes, quas transfer à 21 in 21; tum ex numero 2400 aufer duos ultimos characteres, reſtabitque 24. Sume aperturam à 24 in 24 invenieſque 32 ferè pro minori latere. Ut habeas majus, lineam 70 partium æqualium colloca, à 21 in 21,& apertura 24 exhibebit 75 pro fronte, ſeu majori latere.

Demonſtr. Eadem eſt ratio 21 ad 24 quæ 2100 ad 2400,& cum ſupponantur plana ſimilia, eorum latera homologa eandem rationem habebunt, quam latus 21 in linea planorum notatum, ad latus 24; ſed ut latus 21 ad latus 24, ita latus numeri 2100 ad latus homologum numeri 2400, item (*ex 7. huius*) ita apertura 21 ad aperturam 24; ſed apertura 21 eſt 30, latus numeri 2100; ergo apertura 24 erit latus homologum numeri 2400, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Inſtruere aciem cuius frons ſit lateris dupla.

Numerum hominum duplica, illiuſque duplicati extrahe radicem quadratam hæc erit numerus militum in fronte collocandorum, ejuſque dimidium erit numerus lateris; ut ſi proponatur hic numerus 1800, qui duplicatus exhibet 3600; illius radix quadrata eſt 60; ſi ergo in fronte colloces 60 milites, & in latere 30, habebis aciem quæſitam.

Demonſtr. Si ſit acies ordinata, ita ut unum latus ſit duplum alterius, ſi conjungatur æqualis & ſimilis acies, fiet acies quadrata, cujus radix quadrata, erit frons quæſita.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Aciem inſtruere cuius frons habeat certum numerum.

Ponatur numerus militum eſſe 1600, ſitque ita acies inſtruenda ut in fronte ſint 80 milites. Numeri propoſiti quæro radicem quadratam quæ eſt 40, tum operor in linea partium æqualium itaque aperio compaſſum, ut apertura 80 capiat lineam partium 40, tunc apertura 40 exhibebit latus aciei nempe 2.

Demonſtr. Cùm (*per 7. huius*) ita ſit linea 80 ad aperturam 80, quæ eſt 40, ut linea 40 ad aperturam 40, erit (*per 17. 6. Elem.*) rectangulum ſub extremis, æquale quadrato mediæ; ſed quadratum ex 40 eſt 1600, ergo rectangulum ſub 80, & ſub apertura 40 quæ invenitur eſſe 20 erit 1600; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Aciem ita inſtruere, ut frons ad latus datam rationem habeat.

Sit numerus 2450 militum ita ordinandus, ita ut frons, ad latus eandem habeat rationem ac 7 ad 5. Multiplica 7 per 5, fietque numerus planus 35, ſimilis aciei inſtruendæ, immo 3500 erit etiam numerus ſimilis. Ita aperio compaſſum ut inter 35 & 35, ſint 70 partes ex linea partium æqualium deſumptæ, & ex numero 2450. Deletis ultimis cyphris, ſumo aperturam 24 $\frac{1}{7}$ quæ dat 58 partes æquales, ſeu 58 milites pro fronte. Pariter ſi 50 partes capiat apertura 35, apertura 24, exhibebit pro latere 41.

Demonſtr. Eadem eſt ac proportionis 30.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Figuram planam minuere, aut augere ſecundùm rationem datam.

Si figura propoſita ſit regularis, verbi gratia, quadratum, pentagonum, circulus triangulum æquilaterum, ſufficiet invenire latus figuræ quæſitæ.

Proponatur ergo quadratum quodcumque augendum ſecundum rationem 4 ad 9. Latus quadrati propoſiti transfero ad aperturam 4—4 notatam in linea planorum, apertura 9—9 exhibebit latus quadrati, qui ſe habeat ad quadratum propoſitum ut 9 ad 4.

Demonſtr. (*Per 7. huius*) aperturæ ſeu tranſverſales eandem inter ſe rationem habent ac latera; ſed lineæ 4 & 9 ſunt latera quadratorum eadem rationem habentium ac 4 ad 9; ergo & aperturæ erunt latera quadratorum eandem rationem habentium.

Idem intelligendum eſt de omnibus figuris ſimilibus.

Quod ſi figura propoſita fuerit irregularis, ita ut requirantur plura latera ad deſcriptionem figuræ ſimilis, pro ſingulis lateribus, eodem modo operandum eſſet.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Invenire quam rationem habeant figuræ planæ ſimiles.

Ut nota fiat ratio quam habet figura plana quæcumque, ad aliam ſimilem comparari debent duo tantum latera homologa. Si enim latus utriuſque figuræ applicetur lineæ planorum, incipiendo à centro. Characteres quos attingent indicabunt quam rationem habeant prædictæ figuræ.

Vel ita aperi compaſſum, ut latus unius figuræ propoſitæ interjiciatur inter numeros eoſdem, v. g. in 30, apertura cui congruet latus alterius figuræ indicabit numerum, ad quem numerus 30 eandem rationem habebit, ac prima figura, àd ſecundam.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Datis quotcumque figuris planis ſimilibus, conſtruere figuram ſimilem omnibus ſimul ſumptis æqualem.

Ita aperto compaſſo, ut lineæ partium æqualium angulum rectum comprehendant, latera duarum figurarum transfer in lineas planorum, linea iis ſubtenſa erit latus figuræ ſimilis, & æqualis duabus primis. Pariter latus inventum transferatur in unam lineam partium æqualium, & latus tertiæ figuræ in oppoſitum, linea utrique ſubtenſa erit latus figuræ ſimilis, & æqualis tribus primis figuris. Hâc praxi uti poſſumus etiamſi latera transferri non poſſint in compaſſum, modo ſubſtituantur, pro pedibus, aut exapedis partes lineæ partium æqualium.

Demonſtratio petitur ex (31. *6. Elem. Eucl.*)

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Invenire latus figuræ ſimilis, æqualis differentiæ duarum figurarum ſimilium.

Proponantur duæ figuræ planæ ſimiles, v. g. duo quadrata, duo circuli, quæritur autem latus quadrati, aut circuli qui ſit æqualis earum differentiæ. Aperiatur compaſſus ita ut lineæ partium æqualium, angulum rectum comprehendant, tum latus minoris figuræ transfer à centro in alterutram lineam partium æqualium, tum circini aperti ſecundum latus majoris pedem ita in extremo primi lateris colloca, ut alius pes aliam lineam partium æqualium attingat, in ea enim, indicabit latus homologum figuræ ſimilis, quæ differentiam propoſitarum adæquet.

Demonſtratio petitur ex (31. *6. Eucl.*)

PROPO

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Datâ diametro circuli invenire lineam rectam eius circumferentiæ æqualem.

Suppono quod libro ſexto eſt demonſtratum rationem diametri ad circumferentiam eſſe ut 7 ad 22, aut exactiùs ut 63 ad 198; quare ſi diametrum circuli propoſiti adaptes aperturæ 63, apertura 198 dabit circumferentiam, & apertura 99 dabit ſemiſſem illius lineæ.

Demonſtratio. Aperturæ, ſeu lineæ tranſverſales, eandem rationem habent ac ipſæ lineæ, ſeu latera.

PROPOSITIO XL.

Problema.

Dato circulo, invenire latus quadrati, ipſi æqualis.

Inveniatur (*per præcedentem*) linea æqualis ſemicircumferentiæ circuli propoſiti, tum inter eam, & ſemidiametrum inveniatur media proportionalis (*per 14. hujus*) hæc erit latus quadrati, circulo æqualis.

Demonſtratio. Circulus, ut videbimus libro ſeptimo, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemidiametro, & ſemicircumferentia; ſed huic rectangulo æquale eſt quadratum, cujus latus eſt medium proportionale inter latera illius rectanguli (*per 17.6.Elem.*) ergo idem quadratum æquale eſt circulo; quod erat demonſtr. Vel conſtituatur ſemidiameter circuli ad aperturam 55 graduum, & min. 12. Apertura graduum 110 & min. 24, latus ejuſdem quadrati exhibebit.

Vſus lineæ ſolidorum.

PROPOSITIO XLI.

Problema

Radicem cubicam ex numero propoſito extrahere.

Supponuntur cogniti cubi decem primorum characterum, unitatis cubus eſt unitas; binarii eſt 8, ternarii 27, quaternarii 64, quinarii 125, ſenarii 216, ſeptenarii 343, octonarii 512, novenarii 729, denarii 1000; quare numerus propoſitus non debet eſſe minor numero 1000. Ponatur primò eſſe minor numero 64000 cujus radix cubica eſt 40, hæc ex partibus æqualibus deſumpta, ponatur ad aperturam numeri 64, in linea partium æqualium notati. Tum ex numero cuius radix cubica exquiritur v.g. ex 42905, auferantur tres ultimi characteres, reſtabitque 42, & habendo rationem figurarum ablatarum $42\frac{9}{10}$ apertura $49\frac{9}{10}$ in lineam partium æqualium tranſlata dat 35, & aliquid amplius.

Demonſtratio. (*Per 7.hujus*) ita ſe habent aperturæ, ſeu lineæ tranſverſales ſicut earum latera, linea 64 ad lineam $42\frac{9}{10}$ in linea ſolidorum, ita ſe habet ut latus cubi 64 ad latus cubi $42\frac{9}{10}$ ut autem latus cubi 64 ad latus cubi $42\frac{9}{10}$ ita latus cubi 64000 ad latus cubi 42905, cum cubi 64, $42\frac{9}{10}$ & cubi 64000, 42905, & eorum latera ſint in ratione triplicata. Ergo ut apertura 64 ad aperturam $42\frac{9}{10}$ ita radix cubica cubi 64000 ad radicem cubicam 42905, ſed apertura 64 exhibet veram radicem cubicam numeri 64000; ergo apertura $42\frac{9}{10}$ exhibebit radicem cubicam numeri 64905.

Si numerus propoſitus major eſſet, numero 64000, deletis tribus ultimis figuris, reliquus numerus dividendus eſſet bifariam, aut trifariam, aut quadrifariã, donec eius media pars, triens, aut quadrans minor eſſet numero 64, illiuſque radix cubica extrahenda, quæ iterum multiplicanda eſſet cubicè per numerum per quem diviſus eſt numerus. Proponatur numerus 159074, ablatis eius tribus ultimis characteribus 074 reſtat numerus 159, cujus accipio trientem nempe 53, cujus accipio aperturam, collocatâ nempe ad aperturam 64, radice cubicâ 40. Hanc aperturam numeri 53 transfero ad aliquod ſolidum, cujus triplum ſit notatum in compaſſo v.g. à 10. in 10. apertura numeri 30, in linea ſcilicet ſolidorum exhibebit radicem cubicam $54\frac{1}{2}$ quæſitam nempe numeri 159074.

Alio modo numeri majoris extrahere poſſum radicem cubicam. Sit propoſitus numerus 620103, ſumo in linea partium æqualium 50 partes eamque transfero $12\frac{1}{2}$ ad $12\frac{1}{2}$ in linea ſolidorum, tum ablatis quatuor ultimis cyphris numeri propoſiti reſtat 62, cujus aperturam transfero in lineam partium æqualium, & invenio $85\frac{1}{4}$.

Demonſtr. Radix cubica 50 habet pro cubo 125000, & ablatis ex eo quatuor cyphris fit $12\frac{1}{2}$, pariter ex numero 620103 ablatis quatuor cyphris reſtat 62; igitur hi numeri ſe habent ut priores cubi; ſed aperturæ compaſſi ſeu lineæ tranſverſales, ſe habent ut latera, latera autem $12\frac{1}{2}$ & 62, ſe habent ut latera cuborum $12\frac{1}{2}$ & 62, ſeu ut latera cuborum 125000 & 620103, ſed apertura $12\frac{1}{2}$ eſt 50 verum latus cubi 125000, ergo apertura 62 erit latus cubicum cubi 620103, quod erat demonſtrandum.

Denique ſi ablatis quatuor cyphris reliquus numerus eſſet major numero 64, tunc bifariam, trifariam, aut quadrifariam dividendus eſſet, donec fieret minor; cætera ut prius.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Inter duas lineas datas, aut numeros, duas medias continuè proportionales conſtituere.

Sint duæ lineæ prima partium 54, alia 16, inter quas duæ mediæ continuè proportionales ſint conſtituendæ, major linea 54 ex linea partium æqualium deſumpta ſtatuatur à 54 in 54 lineæ ſolidorum, tunc immoto manente inſtrumento; apertura 16, 16 exhibebit primam mediarum, ſeu 36; hanc aperturam 36 ſi transferas à 54 in 54, apertura 16 exhibebit aliam mediam proportionalem, nempe 24.

Demonſtr. Linea ſolidorum indicat rationem quam habent latera ſolidorum, ergo apertura ſolidi 54 ad aperturam ſolidi 16, ſe habet ut latus ſolidi 54 ad latus ſolidi 16; ſed latera ſolidorum, ſunt in ſubtriplicata ratione ipſorum ſolidorum:

ergo apertura numeri 54 ad aperturam oumeri 16 in linea ſolidorum eſt in ſubtriplicata ratione numeri 54 ad 16; ergo apertura numeri 16 eſt prima mediarum continuè proportionalium.

Si numeri eſſent nimis magni, poſſent ambo dividi bifariam, aut trifariam, & numeri ioventi eſſent duplicandi aut triplicandi, ut ſi ioter numeros 24 & 192 eſſent inveniendi duo medii proportionales, aſſumerem eorum trientes nempe 8 & 64, inter quos invenio 16 & 32, qui triplicandi ſunt fiuntque 48, 96, quare inter 24 & 192, medii continuè proportionales ſunt 48, 96.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Solidum quodcumque augere, aut minnere ſecundum datam rationem.

Sit cubus, ſphæra, parallelepipedum, pyramis, aut aliud qoodcumque ſolidum augendum ſecundum rationem 3 ad 5, ſeligo in linea ſolidorum, duos oumeros in data ratione, v. g. 3. & 5. 15. & 25 aut 30, & 50, tum latus primi ſolidi ex linea partium æqualium deſumptum transfero à 3 in 3, tunc apertura 5 & 5 in partes æquales tranſlata exhibebit latus homologum ſolidi ſimilis qui ſe habebit ad primum ut 5 ad 3, ſi lineæ ſint majores utendum erit oumetis majoribus ut 50, 30.

Vel linearum dimidiâ parte, triente, quadrante utendum, & habebitur ſemiſſis, triens aut quadrans lateris homologi.

Demonſtr. Aperturæ ſeu lineæ tranſverſales inſtrumenti, ſunt in eadem ratione ac latera (*per 7. huius*) ſed in linea ſolidorum inſcripſimus latera ſolidorum inſcriptorum; ergo lineæ tranſverſales habebunt eandem rationem ac latera ſolidorum.

Quotiès ſolida habent latera inæqualia, ut parallelepipeda, eadem operatio repetenda eſt pro ſingulis lateribus.

Hâc ſæpe regulâ utimur in Polemica, ut globorum æneorum ſoliditatem aut gravitatem metiamur; nam ope lineæ ſolidorum, in compaſſo proportionali inſcriptæ datâ diametro globi, cujuſcumque materiæ, & eius gravitate aſſignabimus omnes diametros globorum ejuſdem materiæ. Ut ſi in compaſſo proportionali B 1 ſit latus cubi primi; B 2, ſecundi; B 3 tertij; & ita deinceps, offeraturque globus verbi graiâ plumbeus trium librarum, eius diameter transferatur à puncto 3 in 3, intervallum 1—1 erit diameter globi unius libræ, 2—2 duarum, 4—4 quatuor, & ita deinceps.



Pariter datâ diametro cujuſcumque alterius globi plumbei, videbimus cui puncto conveniat, habebimuſque eius gravitatem.

Si globi ſint majores quàm ut in compaſſum transferri poſſint eorum diametri, ut ſi eſſet 20 pedum, pro 20 pedibus, aſſumendæ eſſent ex linea partium æqualium 20 partes, & in inſtrumentum transferendæ, vel linearum ſemiſſes, trientes, quadrantes, &c.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Determinare quam rationem habeant duo ſolida ſimilia.

Quotcumque latus majoris ſolidi transferatur in aperturam cujuſcumque numeri in linea ſolidorum notati, & attentando inveniatur numerus, cujus aperturæ congruat latus homologum minoris ſolidi. Dico ea ſolida eſſe inter ſe in ratione numerorum inventorum.

Demonſtrario. In linea ſolidorum, inſcripſimus latera, ſolidorum in ea notatorum, ut autem latera, ita & aperturæ (*per 7. hujus*) ergo ſolida habent rationem indicatam per numeros, quorum aperturis congruunt eorum latera homologa.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Datis quotcumque ſolidis ſimilibus aliud iis omnibus æquale conſtruere.

Conſtitue latus cujuſcumque ſolidi dati ad aperturam cujuſcumque numeri in linea ſolidorum notati. Tum adapta latera homologa reliquorum aperturæ numerorum cui congruere poterunt, omneſque numeros ſimul adde. Apertura numeri per hanc ſummam indicati, exhibebit latus homologum ſolidi ſimilis & æqualis omnibus ſimul ſumptis. Ut ſi latere primi conſtituto ad aperturam numeri 10, latus ſecundi congrueret cum apertura ſolidi 5, & terrij cum apertura numeri 3, facta ſummâ 18. Apertura numeri 18 exhiberet latus homologum ſolidi ſimilis æqualis omnibus numeris ſimul ſumptis.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Datis duobus ſolidis inæqualibus, invenire latus ſolidi ſimilis, quod eorum differentiam adæquet.

Latus majoris conſtituatur ad aperturam cuiuſcumque ſolidi v. g. decimi, & immoto inſtrumento, experire cui aperturæ conveniat latus minoris, ponamus congruere aperturæ ſexti. Differentia inter 6 & 10 eſt 4. Dico aperturam ſolidi 4 exhibere latus ſolidi, quod adæquet ſolidorum 10 & 6 differentiam.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

Dato parallelepipedo, invenire latus cubi ipſi æqualis.

Inter duo latera baſis parallelepipedi inveniatur media proportionalis (*per 14. hujus*) tum inveniatur mediarum proportionalium inter hanc inventam

ventum & altitudinem parallelepipedi, hæc erit latus cubi ipſi æqualis. Sit parallelepipedum cujus latera ſint 24, 54 & 63. Media proportionalis inter 24 & 54 eſt 36, prima mediarum proportionalium inter 36 & 63 eſt 43 $\frac{1}{4}$ latus cubi tali parallelepipedo æqualis.

Demonſtratio. Inventâ mediâ proportionali inter duo prima latera 34 & 54 invenitur latus baſis quadratæ, æqualis baſi parallepipedi. Supra quam ſi intelligatur cubus is erit ad parallepipedum, ut altitudo cubi ad altitudinem parallelepipedi (*per* 32.11.*Eucl.*) ſed cubus ſuprà lineam inventam conſtructas, ad cubum ſuprà primam mediarum proportionalium inter hanc, & altitudinem, ſe habet ut hæc linea ad altitudinem (*per* 33.11.*Elem.*) ergo cubus ſuprà hanc primam lineam, ad cubum ſupra primam mediarum conſtructum, ſe habet ut parallelepipedum: ergo hic ultimus cubus parallelepipedo æqualis eſt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Data ſphara diametro invenire latera quinque corporum regularium in dicta ſphara inſcriptibilium.

Diameter ſphæræ conſtituatur ad aperturam ſexageſimi plani, nempe in linea planorum. Apertura quadrageſimi exhibebit latus tetraedri. Trigeſimi latus octaedri. Vigeſimi latus cubi. Quod latus cubi tranſlatum ad apertutam cordæ 60 graduum. Apertura graduum 36, dat latus dodecaedri. Quod latus tranſlatum ad aperturam graduum 72 apertura chordæ 120 dabit latus Icoſaedri.

Viciſſim dato latere unius corporis regularis invenietur diameter ſphæræ cui inſcribi poteſt.

LIBER QVINTVS.

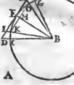
De lineis curvis.

LINEARVM curvarum menſuratio peculiarem continet difficultatem, præcipuè ſi ad communem rectarum linearum menſuram revocanda ſit. Indeterminatio enim quam curvitas invehit, qua varia eſſe poteſt, perplexitatem parit, redditque ſæpe praxin impoſſibilem. Occurrit autem primò circuli circumferentia, quam cum ejuſdem diametro comparamus, ut unius ad alteram habitudinem ſeu rationem certam inveſtigemus. Dabimus item quidquid ſuper ea antiqui authores excogitarint, quid etiam nova nobis ſuppeditet geometria; Clariſſimum autem eſt quod ſi geometricè lineam rectam circumferentiæ circuli æqualem exhiberemus circuli quadraturam haberemus; ut manifeſtum ex libro ſequenti fiet.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Poteſt circulo circumſcribi polygonum ordinarum cujus ambitus minor ſit propoſitâ lineâ ſuperante circumferentiam ejuſdem circuli.



Proponatur quæcunque linea major circumferentiâ circuli cujus centrum B, dico huic circulo circumſcribi poſſe polygonum, ordinatum ſeu æquilaterum, & æquiangulum cujus ambitus minor ſit propoſitâ lineâ. Sit enim BC ad BD ſicut circumferentia circuli ad propoſitam lineam, & ex puncto D ducatur (*per* 17.3.*Eucl.*) tangens DE, quæ producatur ita ot ſint DE, EF æquales. dividatur circumferentia in quatuor partes, octo, ſexdecim, & ita conſequenter donec occurrat arcus KO minor quàm CG, biſariam diviſus in E, eritque IH latus polygoni circumſcripti, & KO inſcripti, quæ perfecta intelligantur; aſſero polygonum circumſcriptum cujus ſcilicet latus IH, minorem habere rationem ad circumferentiam circuli, quam linea propoſita, & conſequenter ea minorem eſſe.

Demonſtr. Lineæ BI minor eſt quàm BD, cum angulus E rectus ſit, BIK acutus, BID obtuſus; igitur BI ad BK minorem habet rationem, quam BD ad BC, ſeu BK; ſed (*per* 2.6.) ut BI ad BK, ita IH ad KO, cum KO, IH ſint parallelæ ob angulos rectos M & E, ſed ut BI ad BK, ita reliqua latera circumſcripti, ad latera inſcripti, ſeu ita totus ambitus polygoni circumſcripti ad ambitum inſcripti; ergo minor eſt ratio ambitus polygoni circumſcripti ad ambitum inſcripti, quam lineæ propoſitæ ad circumferentiam circuli; ſed adhuc minor eſt ratio ambitus circumſcripti, ad circumferentiam circuli quæ major eſt, quam ad ambitum inſcripti, ergo multo minor eſt ratio ambitus polygoni circumſcripti, ad circumferentiam circuli, quàm lineæ propoſitæ, ad eandem

dem circumferentiam; ergo linea propoſita major eſt tali ambitu; quod demonſtrandum erat.

COROLLARIUM I.

Data quâlibet minimâ lineâ, poterit circulo circumſcribi polygonum ordinatum, cujus ambitus minus excedat circumferentiam circuli, quàm data minima linea.

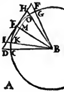
COROLLARIUM II.

Quò polygonum circumſcriptum fuerit plurium laterum, eò eius ambitus minùs ſuperabit circumferentiam circuli; nam ut ambitos evaderet minor linea propoſita, opus fuit ut circumferentia circuli ſubdivideretur.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Poteſt circulo inſcribi polygonum ordinatum cujus ambitus major ſit propoſitâ lineâ qua minor ſit circumferentiâ circuli.



Proponatnr linea minor circumferentiâ circuli B; dico poſſe illi inſcribi polygonum cujus ambitus major ſit propoſitâ lineâ. Sit ut propoſita linea ad circumferentiam circuli, ita BC ad B D, ductâque ut prius tangente DE, dividatur, & ſubdividatur circumferentia circuli donec occurrat arcus KO minor arcu C G, abſolvaturque conſtructio, ut prius.

Demonſtratio. Cum B I, minor ſit, quam BD; B C, ſeu B K, majorem habebit rationem ad B I, quam ad B D, ſeu majorem quam habear linea propoſita ad circumferentiam circuli; ſed ut B K ad BI, ita (*per* 2. 6.) KO ad IH, & ſingula latera polygoni inſcripti ad ſingula circumſcripti, hoc eſt totus ambitus inſcripti, ad ambitum circumſcripti ergo major ratio eſt ambitus polygoni inſcripti, ad ambitum circumſcripti, & multò major ad circumferentiam circuli quæ minor eſt; quam lineæ propoſitæ ad circumferentiam circuli; ergo ambitus inſcripti polygoni major eſt lineâ propoſitâ; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Quò polygonum inſcriptum erit plurium laterum, eò ejus ambitus minus deficit à circumferentia circuli. Oſtendimus enim eò quod linea BI, minor eſſet quam BD, ideò ambitum minorem habere rationem, ſed quò arcus minores ſunt, ſeu quò polygonum fuerit plurium laterum, eò minor eſt linea; ergo ambitus eo majorem habebit rationem ad circumferentiam circuli.

COROLLARIUM II.

Poſſunt inſcribi & circumſcribi polygona ſimilia, quæ ſenſibiliter non ſuperent, aut ſuperentur à circumferentia circuli.

PROPOSITIO III.

Problema.

Cognitâ diametro, & chordâ arcûs invenire chordam dimidii arcûs.

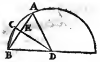
Hæc propoſitio potius in numeris proponitur, nam geometricè difficultate caret. Sit ergo datus radius ABD 100 partium, & chorda AB 90, cujus dimidium BE erit 45. Certum eſt (*per* 47.1.) quadratum ex BD, æquale eſſe quadratis ex BE, ED. Quare ſi ex quadrato BD, auferas quadratum ex BE, habebis quadratum ED, & conſequenter ipſam ED, quâ ſubtractâ ex DC, reſtat EC, & addendo quadrata BE, EC; habetur quadratum BC, & extrahendo radicem quadratam habetur chorda BC partium 46.

	quadratum ex BD	10000
	Subtrahe quadratum B E	2025
	Reſtat quadratum E D	7975
	Radix quadrati ED	89
	Reliqua EC	11
Adde	Quadratum EC	121
	Quadratum BE	2025
	Fiet quadratum BC	2146
	Chorda BC	46

PROPOSITIO IV.

Problema.

Invenire proximè rationem diametri circuli ad eius circumferentiam.



Proponitur invenienda ratio, quam habet AB diameter circuli, ad eius circumferentiam. Archimedes hanc viam init. Supponit circulo inſcriptum, & circumſcriptum polygonum ordinatum laterum 96, quæritque rationem diametri, ad utriuſque ambitum, eritque ratio diametri ad circumferentiam media inter utramque; ſed ad praxin veniamus.

Supponatur diameter AB eſſe diviſa in partes 20000000 ut exactior evadat calculus, eritque ſemidiameter partium 10000000, atque adeo tabulis ſinuum uti poterimus, ſubtenſa graduum 60, ſeu latus exagoni, æqualis eſt ſemidiametro, & per præcedentem invenies chordam arcus dimidii, ſeu 30 graduum, hoc eſt latus dodecagoni partium 5778380, & (*per eandem*) invenies latus polygoni 24 laterum, ſeu chordam arcûs graduum

duum 15 eſſe partium 261052 4, & ſubdividenda iterum erit chorda graduum 7 $\frac{1}{2}$, ſeu latus polygoni laterum 48 partium 1308062, denique eadem propoſitione innoteſcet latus polygoni inſcripti laterum 96, ſeu chorda graduum 3 $\frac{3}{4}$ 654380, quæ omnia haberi poſſunt per propoſitionem præcedentem.

Ut habeas latus polygoni circumſcripti: ſupponatur AD latus polygoni inſcripti, quo diviſo bifariam in I habebitur AI partium 327190, cujus quadratum ſi auferas ex quadrato radii AC, reſtabit quadratum lineæ IC, & extractâ radice quadratâ erit IC partium 9944493, fiat ut CI ad AI, ita radius CF ad FG, habebiturque FG, 327366. Habemus ergo latus polygoni circumſcripti 654732, & latus inſcripti 654380; quod ſi utrumque multiplices per 96, habebis 62854272 pro circumſcripto, & 62820480 eritque circumferentia inter utrumque media.

Diameter ergo eſt 20000000
& circumferentia 62871168

Secundum Archimedem.

Diameter eſt 7
circumferentia 21 major verâ
vel
Diameter 71
circumferentia 223
vel
Diameter 497
circumferentia 1562 major vera
circumferentia 1561 minor vera

Metius hanc aſſignat

Diameter 113
circumferentia 355.

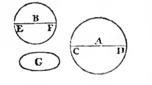
Ludovicus à Ceulen hanc tradit

Diameter 100000000000000000000
circumferentia 314159265358979323847 major vera
circumferentia 314159265358979323846 minor vera. Item ſumi poteſt
Diameter 10
circumferentia 31 minor vera
Diameter 100
circumferentia 314 adhuc paulò minor vera.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Circumferentia ad diametrum in omni circulo eandem habet rationem.



Sint duo circuli A & B, dico eandem eſſe rationem diametri C D ad circumferentiam circuli A, quæ diametri EF ad circumferentiam circuli B. Si enim hoc ita non eſt, ſit minor ratio diametri CD ad circumferentiam circuli A, quam diametri EF ad circumferentiam circuli A, igitur C D ad lineam minorem ſuâ circumferentiâ, eandem rationem habebit, ac diameter EF ad circumferentiam circuli B. Sit hæc linea circumferentia figuræ G quare (*per 2. hujus*) circulo A inſcribi poterit polygonum, cujus ambitus major erit, circumferentia G, & diameter C D ad ambitum hujus polygoni, minorem rationem habebit quàm ad lineam G, quæ minor eſt. Intelligatur circulo B inſcriptum polygonum ſimile.

Demonſtratio. Diameter EF ad ambitum polygoni inſcripti circulo B, eandem rationem habebit quam habet CD ad ambitum polygoni inſcripti circulo A, cum utrumque polygonum reſolubile ſit in triangula ſimilia, quæ (*per 5 6.*) habeant latera proportionalia, ſed EF ad ambitum polygoni circulo B inſcripti, majorem rationem habet, quam ad circumferentiam ejuſdem circuli B; ergo C D ad ambitum polygoni circulo A inſcripti, majorem rationem habet, quam ad lineam G; quod eſt abſurdum cum linea G ponatur minor ambitu polygoni. Non eſt igitur minor ratio, diametri CD ad circumferentiam ſui circuli, quam diametri EF ad circumferentiam ſui. Eodem modo oſtendam diametrum EF non habere majorem rationem ad circumferentiam ſui circuli, quam CD habeat ad circumferentiam ſui. Ergo eadem eſt ratio utriuſque diametri, ad circumferentiam ſui circuli.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Datâ diametro invenire circumferentiam, vel viciſſim.

Data ſit diameter circuli, quærimus lineam rectam æqualem eius circumferentiæ.

Fiat ut 71 ad 223, ita data diameter ad quartum, & habebimus lineam rectam æqualem circumferentiæ, detur v.g. diameter terræ 2292 leucarum, quæritur eius circumferentia.

Fiat ut 71 ad 223, ita 2292 ad 7200, dico terræ circumferentiam eſſe 7200 leucarum.

Viciſſim ſi quis ſciat circumferentiam terræ eſſe 7200 leucarum, & quærat eius diametrum, inſtituat regulam trium, nempe ſi 223 dant 71, quid dabunt 7200, & habebis 2292 leucas pro diametro terræ.

De linea quadratrice.

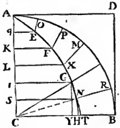
Hæc quidem ſufficiunt ad metiendam circuli circumferentiam, quantum ſcilicet opus habemus ad uſum communem, mathematici tamen methodos geometricas quæſiverunt, ut lineam rectam circumferentiæ circuli æqualem determinarent; operæpretium me facturum exiſtimavi, ſi eorum inventa præcipua, & alicuius momenti proferrem, omiſſis tamen multis inutilibus. Occurrit ergo primo linea quadratrix, quæ id præſtare videretur. Hæc à Nicoſtrato, & Nicomede pervetuſtis geometris excogitata, ut circulum ad quadratum ſeu communem menſuram revocarent. Hæc quidem linea, ſi via geometricè deſcriberetur, & nullibi deficeret, totum negotium abſolveret, celebremque, & toties decantatum circuli quadraturam exhiberet. Nam ſi haberi poſſet linea recta circuli circumferentiæ æqualis, facile conſtrueretur quadratum circulo quoad aream æquale, cum

ſtimus inferius oſtenſuri, triangulum rectangulum, cuius unum latus ſemidiametrum, aliud vero circumferentiam adæquet, circulo æquale eſſe, ideoque rectangulum ſemidiametro, & ſemicircumferentia comprehenſum circuli aream æquare, & conſequenter inter ſemidiametrum, & ſemicircumferentiam media proportionalis & latus quadrati quod quæſtioni ſatisfaciat; huius lineæ quadratricis naturam hic explico.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Deſcriptio lineæ quadratricis.



Deſcribatur primò quadrans ABC, & quadratum ACBD, cujus latus AD intelligatur æqualiter ferri motu recto, verſus C B, ita ut ei ſemper parallelum ſit: & tempore quo percurrit lineam AC, eodem diameter AC circa centrum C quadrantem AB percurrat; hoc ſi diviſus ſit quadrans in 6 partes, dividatur linea AC in totidem, & cum diameter fuerit in CO, linea AD, ſit in q O, hæ duæ lineæ concurrent in puncto E, quod ad quadratricem pertinet. Pariter dum ſemidiameter fuerit in ſecundo puncto P, latus perveniat in ſecundum punctum K, ſitque concurſus in F, atque ita ſemper concurſuum puncta notentur, quæ ſunt EFGN.

Poſſet quidem machina excogitari quæ talem lineam deſcriberet, ut ſi lineæ AC applicaretur regula, aliis duabus inſtructa regulis, unâ quidem in puncto C volubili aliâ verò currente ſecundum lineam AC, & graphium in puncto concurſus poneretur; communiter tamen per varia tantum, & diſcreta puncta, hæc linea deſcribitur, nempe diviſo quadrante in quotcumque partes æquales, diviſâ item linea AC in totidem, & ductis per ſingula diviſionum puncta lineis perpendicularibus; puncta concurſuum primæ perpendicularis, cum primo radio, ſecundæ cum ſecundo, & itâ de reliquis hanc lineam exhibent.

Quia autem perpendicularis C B cum radio, item CB congruit, punctum H haberi non poterit, quamvis illi quantumlibet vicina habeantur, per ſubdiviſiones, tam arcûs, quam lineæ. Illud tamen incommodi incurritur, quod verſus punctum H radii, ita obliquè lineas perpendiculares ſecant, ut difficillimum ſit punctum interſectionis præciſum aſſignare; ita ergo practicè punctum H inveniemus. Supponatur cognitum punctum G; abſcindatur linea CT, æqualis lineæ C G, ducaturque linea GT, quæ diviſa biſariam in N exhibet punctum N ad quadratricem pertinens.

Demonſtr. Ut punctum N ad quadratricem pertineat, requiritur ut ducto radio CNR anguli GCN, NGT ſint æquales, item quod ductâ perpendiculari S N, lineæ I S, S C ſint æquales; ſed in triangulis GCN, NCT omnia latera ſunt æqualia, ergo & anguli GCN, NCT ſunt æquales. Ducatur item perpendicularis GY in triangulo GTY cum linea SN ſit baſi YT parallela, hæc latera G Y, GT proportionaliter ſecabit, (*per* 4.6.) ſed lineam GT biſariam ſecat, ergo & lineam GY, & ipſi parallelam IG, biſariam ſecabit. Linea AC vocetur latus quadratricis, & CH illius baſis.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Ducto ex centro quadratricis ſemidiametro, arcus, & latus quadratricis proportionaliter ſecantur.

Vide figuram præcedentem.

In centro quadratricis ſuperiùs deſcriptæ ducatur radius C P, eam ſecans in puncto F, à quo ad latus A C ducatur perpendicularis F K; dico ita eſſe AP ad PB, ſicut AK ad KC.

Demonſtratio. Praxis deſcribendæ quadratricis injungebat, ut in tot partes æquales divideretur quadrans AB, in quot dividebatur latus A C, ſeu motus eodem modo procederent; ergo A K, eſt ſimilis pars lateris AC ac AP, quadrantis AB. Ergo ita eſt AK ad KC ſicut AP ad P B; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Arcum aut angulum in quotcumque partes æquales dividere.

Proponitur arcus A M, ſeu angulus ACM, in tres partes æquales dividendus, ducto radio C M, ſecante quadratricem in puncto X à quo ducatur perpendicularis XL, dividatur linea AL trifariam; excitentur perpenduculares qE, KF, & ducantur radii CEO, CFP; dico arcus AO, OP, PM eſſe æquales.

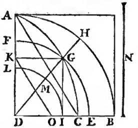
Demonſtratio. Ex generatione quadratricis, ita eſt arcus AO ad AB, ut Aq ad AC; pariter ita eſt quadrans AB ad AP, ſicut AC ad AK; ergo ex æqualitate ordinata, ita eſt AO ad AP, ſicut Aq ad ad AK, & dividendo, ita eſt AO ad O P, ſicut Aq ad qK. Sed Aq, & qK ſunt æquales; ergo AO & A P æquales erunt. Ita oſtendam O P & PM æquales eſſe; quod erat demonſtrandum.

PROPO

PROPOSITIO X.

Theorema.

Arcus quadrantis, latus, & baſis quadratricis ſunt continuè proportionales.



Proponantur quadrans A B, quadratrix AGC, latus quadratricis AD, baſis eius D C; dico ita eſſe AB ad AD; ſicut A D, aut DB ad DC. Si enim hoc ita non eſt, ita eſſet AB ad AD, ſicut DB ad majorem, aut minorem quàm DC. Sed neutrum dici poteſt. Non ad majorem DE. Deſcribatur ex D ut centro intervallo DE, quadrans DGF, ſecans quadratricem in puncto G, per quod agatur radius DGH, & ducantur GK, GI perpendiculares ad AD, DB.

Demonſtratio. Dicitur ita eſſe quadrans AB ad AD, ut DB ad DE, ſeu ut arcus A B ad quadrantem E F; ergo quadrans F E, & latus A D ſunt æqualia. Item ſicut quadrans AB ad quadrantem FE, ita eſt BH ad EG, & permutando ut AB ad BH, ita FE ad GE. Ut autem AB ad BH, ita ex generatione quadratricis AD ad KD, ergo ita eſt A D ad K D, ſicut F E ad GE, & cum A D ſit oſtenſa æqualis F E, erunt KD, ſeu G I & E G æquales, quod eſt abſurdum. Non ergo DB ad DE, majorem quam DC, Ergo habet eandem rationem, ac AB ad AD.

Sed neque ad minorem D I. Deſcribatur enim quadrans L I, & ex puncto I excitetur tangens IG, attingens quadratricem in G, ducaturque perpendicularis KG.

Demonſtratio. Oſtendam ut prius quadrantem L I, æqualem eſſe lateri AD, & ita eſſe quadrantem AB ad HB, ſicut LI ad MI, ut autem AB ad HB, ita ex generatione quadratricis AD ad KD, ſeu GI, ergo ita eſt AD ad GI, ſicut LI ad MI, & cum AD, & LI ſint oſtenſi æquales eſſent, MI, GI æquales; quod eſt abſurdum, nempe ut tangens G I, arcui M I ſint æquales. Si enim circulo circumſcriberetur polygonum ſequeretur eius ambitum, æqualem fore circumferentiæ circuli cui circumſcribitur.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Data circuli circumferentia æqualem rectam lineam aſſignare.

Vide figuram præcedentem.

In dati circuli uno quadrante AB, deſcribatur

quadratrix, tum quadraticis baſi DC, & lateri AD, quæratur N tertia proportionalis (*per* 11.6.) Hæc quater ſumpta erit æqualis circumferentiæ circuli.

Demonſtratio. Ita eſt AC ad AD, ſicut AD ad quadrantem AB, (*per* 10.) ſed pariter ita fecimus AC ad AD, ſicut AD ad lineam N, ergo linea N æqualis eſt quadranti AB, & quater ſumpta circumferentiam adæquat.

COROLLARIUM.

Quia in omnibus circulis eandem rationem habet ſemidiameter ad circumferentiam circuli ſufficiet habere ſemidiametrum circuli cujuſcumque, & lineam rectam, circumferentiæ æqualem, ad hoc ut propoſito quolibet alio circulo, determinemus lineam rectam, eius circumferentiæ æqualem.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Quadrans circuli intervallo baſis quadratricis deſcriptus, æqualis eſt ſemidiametro primi circuli.

Vide figuram præcedentem.

Sit baſis quadratricis DC. Intelligatur quadrans circuli ex D ut centro intervallo DC deſcriptus, dico illum æqualem eſſe ſemidiametro AD.

Demonſtr. Cum ita ſit (*per* 10.) quadrans AB ad AD, ſicut AD, aut DB ad DC, & ut DB ad DC, ita ſit quadrans AB ad quadrantem per punctum C deſcriptum, ita erit quadrans AB ad AD, ſicut idem ei quadrans AB, ad quadrantem per punctum C deſcriptum.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Invenire circumferentiam circuli, data linea rectæ æqualem.

Vide figuram præcedentem.

Lineam rectam propoſitam N divide in quatuor partes æquales, ſitque DK hæc quarta pars. Ducatur linea KO, parallela lineæ AC, erit DO radius circuli cujus circumferentia æqualis erit lineæ N.

Demonſtratio. (*Per* 11.) circumferentia circuli deſcripti per punctum C quadratricis, æqualis eſt lineæ AD quater ſumptæ. Ut autem AD ad DC, ita KD ad DO, ergo ſi KD, fiat latus quadratricis, & DO baſis, circumferentia circuli per punctum O deſcripti, æqualis erit lineæ DK, quater ſumptæ; quod erat demonſtrandum.

Ex his propoſitionibus nonnullæ deducuntur praxes ad quadrandos expeditè circulos, quæ ad ſequentem librum pertinent.

De helice ſeu ſpirali.

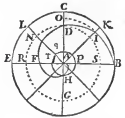
Hanc lineam ſpiralem adhibuit Archimedes ad plurimorum problematum geometricorum ſolutionem; libroque integro eius proprietates, & *ſymptomata*

ſympromata enucleavit, nos etiam hic quidem eius geneſin & affectiones nonnullas, ad inveniendam lineam rectam æqualem circumferentiæ circuli explicabimus, in ſequenti verò quæ ad circulorum aream inveniendam pertinent demonſtrabimus viâ multò breviori, & faciliori.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Deſcriptio helices, ſeu ſpiralis lineæ.



Hujus lineæ quam ſpiralem vocamus, ideam formabimus, ſi concipiamus lineam, quæ circa ſuam extremitatem immobilem, circumvoluta, circulum deſcribat, interea dum mobile motu æquabili aut à centro ad extremitatem lineæ deferatur, aut ab extremitate ad centrum perveniat, eodem tempore quo circulus abſoluitur,

Intelligatur enim linea AB, quæ circa centrum A, moveatur, interea dum mobile ex puncto B ad centrum tendit, abſolvanturque hi duo motus ſimul; nempe cum linea B, tranſlata fuerit in AK, & octavam partem circuli abſolverit, mobile ſit in I, & KI octavam partem radii, perfecerit, dum AB erit in AC, mobile ſit in D, nempe ita ut CD ſit quarta pars radii ſi igitur mobile delatum duplici motu, relinquat in plano ſui veſtigia, hanc lineam quam ſpiralem vocamus deſcribet; hanc deſcriptionem ſimiliter à centro poſſumus inchoare.

In ſecunda circulatione duplicatur ſemidiameter, nempe ut interea dum peragetur ſecunda circulatione, mobile percurrat, extra primum circulum, lineam ſemidiametro æqualem.

Deſcriptio geometrica hujus lineæ ita perficitur. Dividitur circumferentia circuli in plurimas partes æquales, cô exactior futura eſt deſcriptio, quò in plures diviſa fuerit. In totidem partes dividitur, tum in ductos ad ſingulas circumferentiæ diviſiones radios, transfertur conveniens diviſio, nempe primo prima, ſecunda ſecundo, atque ita deinceps, denique hæc puncta lineâ curvâ conjunguntur. Si ergo à centro incipias, ſpiralis ab eo ſemper recedit, ita ut duo quælibet eius puncta, inæqualiter à centro diſtent.

Ex his vides hujus lineæ deſcriptionem geometricam non eſſe, utpote ex duobus motibus compoſitam, unde quidquid ex ea ſequetur à rigore geometrico deficiet.

COROLLARIUM I.

Sequitur ex hâc deſcriptione; quod ſi ducantur ex centro ſpiralis lineæ plurimi radii qui æquales angulos comprehendant, ii æqualiter ſe ſuperabunt. Nam interea dum radius æquales circumferentias percurrit mobile, æquales partes radii perficit.

COROLLARIUM II.

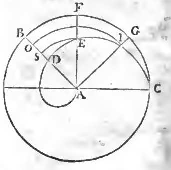
Si ſumas duos radios ab initio circulationis, eadem erit ratio linearum interceptarum inter circumferentiam primi circuli & ſpiralem, ac circumferentiarum, nempe ita eſt KI ad CO, ſicut BK ad KC, quod de reliquis etiam dicendum eſt, nam circumferentiæ circuli, & radius proportionaliter percurruntur, eodem modo. Si initium ducas à centro, erit eadem ratio radiorum ac circumferentiarum, nempe ita eſt AH ad AF, ſicut arcus SG ad arcum DSGR inter primi.

Si verò ſumantur radii ſecundæ circulationis ut AD, AI, eadem erit ratio totius circumferentiæ DSGRD ad DSGRDI, ac radii AD ad AI.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Angulum triſariam, & in quotcumque partes æquales dividere.



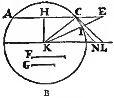
Proponatur quilibet angulus BAC ſeu circumferentia BC in tres partes dividenda; ducantur radii AD, AC, & ex centro A deſcribatur per extremitatem maioris radii AC circumſerentia CB, eritque DB, exceſſus majoris radii, ſupra minorem, hic exceſſus dividatur in tres partes æquales in punctis O & S, per quæ ex centro A, deſcribantur circumferentiæ SE, OI ſecantes ſpiralem in punctis E & I. Denique ducantur lineæ AEF, AIG; dico arcus BF, FG, GC æquales eſſe.

Demonſtratio. Partes circumferentiæ, proportionaliter cum partibus radii percurruntur; ergo ſi DS, SO, OB ſunt æquales, arcus BF, FG, GC æquales erunt; quod erat demonſtrandum.

LEMMA

LEMMA I.

Ad lineam minorem diametro, in circulo aptatam & extra circulum productam, duci poteſt linea, ita ut pars eius exterior quamcumque rationem habeat, ad chordam arcus intercepti, maiorem tamen, quam ſit ratio dimidiæ lineæ ad eius à centro diſtantiam.

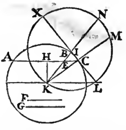


In circulo A B C aptetur linea AC minor diametro, quæ producatur, ſitque ratio data lineæ F ad G, major quàm ratio HC ad HK. Ducta tangente C L cum triangula H C K, K C L præter angulos rectos, habeant alternos H C K, CKL æquales, ita erit HC ad HK, ſicut K C ad CL; Major igitur eſt ratio F ad G, quàm KC ad CL. Sit ergo ut F ad G, ita CK ad I N, minorem utique quam C L. Poteſt autem ſic conſtitui I N, ut tendat in C, ducatur K E. Dico ita eſſe IE ad IC, ſicut F ad G.

Demonſtratio. Triangula CIE, KIN ſunt æquiangula. Ergo ita eſt KI ſeu KC ad I N, ut IE ad IC, ſed ita eſt KC ad I N, ſicut F ad G. Ergo ita eſt IE ad IC, ſicut F ad G; quod erat faciendum.

LEMMA II.

Si linea minor diametro circulo aptetur, & alia in eius extremo circulum tangat; poteſt à centro linea duci, ita ut intercepta inter primam lineam, & circumferentiam, ad tangentem habeat quamcumque rationem, minorem tamen eâ quam habet ſemiſſis aptatæ ad ſuam à centro diſtantiam.



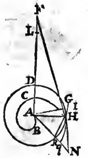
Sit AC minor diametro, & L C circulum tangat in puncto C. Dico poſſe duci lineam K I, ita ut eadem ſit ratio EB ad I C, quæ F ad G, modo tamen F ad G minorem rationem habeat, quàm HC ad HK. Ducatur diameter KL, parallela AC. Cum triangula CHK, C K L ſint æquiangula ita erit HC ad HK; ſicut KC ad CL, quare ratio KC ad C L major erit quam ratio F ad G. Fiat K C ad CX, ut F ad G, eritque CX major quam CL. Deſcribatur circulus per puncta L K X, quoniam XC major eſt quam C L, & angulus in C rectus eſt, poterit IN æqualis lineæ C M, quæ tendat ad punctum K. Ponatur id factum eſſe; dico in tali caſu ita eſſe EB ad IC, ſicut F ad G.

Demonſtratio. Rectangulum contentum ſub XI, IL ad contentum ſub KE, I L, eam haber rationem quam XI ad KE. Sed contentum ſub KI, IN (*per* 35. 3.) æquale eſt contento ſub X I, I L, ergo rectang. ſub KI, IN ad contentum ſub K E, I L eam habet rationem quàm X I ad K E. Item contentum ſub KI, IN, ſeu ſub X I, IL ad contentum ſub KI, CL, ſe habet ſicut IN ſeu CM, & ad CL, hoc eſt ſicut XC ad CK, ſeu KB, & ſicut X I ad KE; cum igitur ita ſit tota X C ad totam KC, ſeu KB; ut ablata XI ad ablatam KE, ita erit reliqua IC ad reliquam B E, ſicut tota X C ad totam KB, & invertendo ita erit EB ad IC, ſicut KC ad CX, hoc eſt ut F ad G; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Linea tangens ſpiralem in fine primæ revolutionis, abſcindit in diametro producta lineam rectam circumferentiæ circuli æqualem.



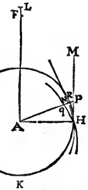
Linea HF tangat ſpiralem ABC in puncto H, termino primæ revolutionis, productaque ſit diameter AD, perpendicularis ad AH; dico tangentem HF abſcindere in diametro A D producta lineam AF, æqualem circumferentiæ circuli DGH. Nam linea AF, nec eſt major, nec minor circumferentia circuli propoſita. Sit enim major ſi fieri poteſt, I ſumaturque AL, minor quam AF, ſed adhuc major circumferentia circuli propoſiti. Ducatur ad lineam G H perpendicularis A I quæ ipſam dividet bifariam (*per* 3. 31.)

Demonſtratio. Triangula AIH, AHF ſunt æquiangula, cum præter angulos rectos habeant angulum AHF communem; ergo (*per* 5.6.) ita eſt HI ad AI, ſicut AH ad AF, ſed major eſt ratio AH ad AL minorem, quàm AH ad AF; ergo major eſt ratio AH ad AL, quàm HI ad AI; quare per Lemma ſuperius poterit duci linea AN ad lineam eductam GH continuatam utique, ita ut ſit eadem ratio NR ad HR, quæ HA ad AL. Et permutando erit N R ad AH aut AR, ſicut HR ad AL; ſed recta HR

 ad

ad lineam AL minorem habet rationem, quàm arcus H R ad ipſam A L, & adhuc multò minorem quam arcus HR ad circumferentiam circuli; Minor igitur eſt ratio lineæ N R ad R A, quàm arcûs HR ad totam circumferentiam circuli, & componendo minor etit ratio NA ad AR, quàm totius circumferentiæ ſimul cum arcu HR ad citcumfetentiam circuli, ſed ex generatione lineæ ſpiralis, ita eſt tota circumferentia ſimul cum arcu HR ad totam citcumferentiam, ſicut linea qA ad HA ſeu R A; ergo minor eſſet ratio AN ad NA quam qA ad A R, quod eſt abſurdum, cum NA major ſit quam qA.

Secundò oſtendo lineam AF minorem non eſſe circumferentiâ circuli. Si enim minor eſt circumferentiâ circuli aliquo utique exceſſu, poterit igitur ſumi linea A L major quidem quam A F, ſed minor circumferentiâ circuli. Ducatur linea HM, tangens citculum in puncto H.



Demonſtratio. Cum triangula FAH, AIH ſint æquiangula, erit ut HI ad AI; ita AH ad AF, ſed minor eſt ratio AH ad AL, quàm AH ad AF; ergo minor eſt ratio AH ad AL, quàm HI ad A I. Ergo (*per lemma ſuperius*) poterit ad tangentem H M, duci recta, ita ut recta R N, inter lineam propoſitam H I, & circumferentiam citculi ad lineam HP, habeat eandem rationem, quàm H A ad AL. Secet hæc linea AP circulum in R, & ſpiralem in q. Cum ergo ita ſit HA, ſeu R A ad AL, ut RN ad HP, erit permutando RA ad RN; ut AL ad H P, & invertendo erit eadem ratio R N ad RA, ſicut HP ad AL; ſed major eſt ratio rectæ HP ad AL, quàm arcus HR ad citcumferentiam, quæ major ſupponitur quàm AL: Ergo major eſt ratio NR ad AR, quàm arcus HR ad circuli circumferentiam, & per converſioné major erit ratio RA ad AN, quam circuli citcumferentiæ ad reliquam circumferentiam HKR, ſed ex generatione lineæ ſpiralis ita eſt citcumfetentia ad circumferentiam HKR, ſicut linea HA, ſeu AR, ad Aq; ergo major eſt ratio RA ad A N, quàm H A ſeu eadem RA ad Aq, minorem quàm A N, quod eſt abſurdum. Non ergo AF minor eſt circuli circumferentia.

Hæc praxis inveniendæ lineæ rectæ, quæ ſit æqualis circumferentiæ circuli, eſt quidem ingenioſa, parum tamen promovet circuli quadraturam. Cum enim Atchimedes non tradat ullam praxin determinatam ad ducendam lineam tangentem, nihil juvat ſcire quod linea tangens abſcindat lineam citcumfetentiæ æqualem. Ptobat quidem poſtea ſi linea tangat ſpiralem in quocumque puncto, quod abſcindet in diametro producta, lineam æqualem illi parti citcumferentiæ, quæ inter punctum contactûs, & initium ſpiralis intercipitur, ex qua ptopoſitione poſſemus cuilibet arcui, æqualem rectam lineam exhibete. Sed pariter deficit praxis, quod methodo careamus ducendæ lineæ tangentis; cæteræ proprietates hujus ſpiralis comptehenſis circa ſpatia intercepta, pertinent ad ſequentem librum, nempe ad ſuperficies.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Quamcumque lineam curvam practicè metiri.

Vide figuram præcedentem.

Quia infinitæ ſpecies curvarum proponi poſſunt, quarum non habetur certa notitia, neque methodus ineundæ menſurationis, eas tamen phyſicè, & ſenſibiliter metiemur, ſi in quotcumque partes æquales eas dividamus, ducamuſque aut ſubtenſas, aut lineas partim extrà, partim intrà poſitas ut ab iis, ſenſibiliter non aberrent; ſi harum rectarum meſurationem abſolvamus, phyſicè & ſenſibiliter curvas ipſas metiemur; quò autem exactiores eſſe volumus, eò in plura ſegmenta curvam ipſam partiemur.

GEOMETRIÆ LIBER SEXTVS.

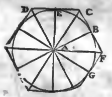
De figuris circularibus, & curvis ſuperficiebus.

QVANTA ſit in figuris circularibus ad menſuram communem, quadratum ſcilicet revocandis, celebre problema quadratura circuli, cui ſolvendo omnes penè inſudarunt Geometræ, ſatis ſuperque evincit; nos antiquorum nonnullorum conatus tantum afferemus, ſi enim recentiorum etiam ſuper ea re commentationes, aut commenta potiùs exhibere animus eſſet, integrum volumen ſatis inutiliter conſcribendum foret, cum certum ſit inutiliter hactenus ſuper ea re laboratum eſſe. Archimedis igitur tantummodo methodum referam, tum ſuperficies curvas quantum ſatis ad praxim, demonſtrativè explicabo.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Area polygoni circulo circumſcripti rectangulo ſub ſemidiametro, & ſemiambitu comprehenſo, æqualis eſt.



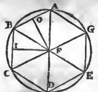
Circulo cujus centrum A ſit circumſcriptum polygonum, dico eius aream æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub circuli ſemidiametro AB, & ſub ſemiambitu polygoni. Reſolvatur polygonum in triangula, ductis ſcilicet à centro A ad ſingulos angulos lineis, ducantur lineæ ad puncta contactuum, quæ (*per 16. 3. Eucl.*) perpendiculares erunt ad ſingula latera.

Demonſtratio. Trianguli D A C area æqualis eſt rectangulo ſub AE, & dimidia DC, (*per 34. 1.*) aut (*per 5. 2. huius*) idem dicendum de triangulo C A F, quod æquale eſt rectangulo ſub A B, ſeu AE & dimidia CB. Idem de reliquis. Omnia autem rectangula habentia æquale latus, coaleſcere poſſunt in unum rectangulum cujus unum latus A E, aliud verò erit aggregatum ſemiſſium linearum DC, CF & aliarum; ergo rectangulum comprehenſum ſub ſemidiametro, & ſemiambitu, æquale eſt polygono; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Area polygoni regularis circulo inſcripti, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemiambitu, & perpendiculari à centro ad unum latus.



Dico polygonum regulare ABCDE circulo inſcriptum, æquale eſſe rectangulo comprehenſo ſub eius ſemiambito, & ſub F O perpendiculari ducta à centro F ad latus oppoſitum, reſolvatur polygonum in triangula.

Demonſtratio. (*per 5. 2. huius*) area trianguli ABF, & aliorum omnium æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub perpendiculari F O, & dimidia baſi AB, & cum polygonum ſupponatur regulare, ſingula eius latera erunt æqualia, & (*per 14. 3.*) perpendiculares FO, FI & reliquæ erunt æquales, cum ergo hæc rectangula omnia habeant latus æquale, coaleſcere poſſunt in unum rectangulum, comprehenſum ſub perpendiculari FO, & ſub ſemiambitu, quod æquale erit omnibus triangulis, hoc eſt polygono inſcripto; quod erat demonſtr.

COROLLARIUM I.

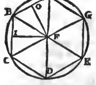
Area polygoni regularis inſcripti, æquale eſt triangulo rectangulo, cujus unum latus erit perpendicularis, & aliud ambitus totus. Pariter polygonum inſcriptum æquale eſt triangulo rectangulo cujus unum latus eſt ſemidiameter, & aliud erit totus ambitus.

PROPO

PROPOSITIO III.

Theorema.

In polygonis regularibus ità ſe habet ſinus totus ad ſinum dimidii anguli circumferentiæ, ut rectangulum ſub ſemidiametro, & ſemiambitu ad totius polygoni aream.



Sit polygonum regulare ABCD &c. cujus angulus circumferentiæ A B C dimidius ſit A B F; dico ita eſſe ſinum totum, ad ſinum anguli A B F, ſicut rectangulum comprehenſum ſub radio FA, & ſemiambitu ad aream polygoni.

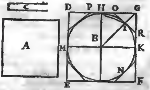
Demonſtratio. (*Per 1. hujus*) ita eſt in triangulo A B F, ſinus totus, ad ſinum anguli A B F, ut rectangulum comprehenſum ſub AF, A B ad duplum trianguli, idem dicendum de reliquis triangulis; ergo ita eſt ſinus totus ad ſinum anguli ABF, ut rectangulum comprehenſum ſub A F, & toto ambitu ad duplum polygoni, & conſequenter ita ſunt eorum dimidia, nempe rectangulum comprehenſum ſub A F, & ſemiambitu ad aream polygoni.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Si proponatur quantitas major circulo, poterit circulo circumſcribi polygonum majus eâ quantitate.

Supponatur quantitas A, major circulo B, dico eidem circulo B circumſcribi poſſe polygonum minus eâ quantitate. Sit quantitas C exceſſus quo quantitas A ſuperat circulum B. Circulo B circumſcribe quadratum D E F G (*per 7. 4. Eucl.*) quod ſi minus eſt quantitate A, factum eſt quod petitur, ſi verò adhuc majus eſt, dividantur arcus H K, H M cæterique biſariam in punctis I & N per quæ ducantur tangentes (*per 17. 3.*) fietque polygonum ordinatum; nam (*per 37. 3. Eucl.*) tangentes OH, OI æquales ſunt; ergo O P, OR



eorum duplæ, æquales etiam erunt. Quòd ſi octogonum minus non eſt quantitate A, ſubdiviſis lateribus fiat polygonum 16 laterum exinde 32. atque ita conſequenter contendo tandem deſcribendum aliquod polygonum minus quantitate A.

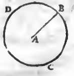
Demonſtratio. Ex figura mixta HIG, comprehenſa ſcilicet linea curva H I, & rectis OG, GI, auferendo triangulum O I G aufertur pluſquam dimidium, nam ducta linea HI in triangulo OIG, rectangulo in puncto I, latus OG majus eſt quam OI, ſeu OH. Triangula autem OIG, OIH ſe habent (*per 1. 6.*) ut baſes HO, OG, quare OIG eſt pluſquam media pars trianguli HIG; ergo multò magis, idem erit pluſquam media pars figuræ mixtæ HIG. Idem dicito de aliis figuris, quæ ſimul ſumptæ componunt exceſſum quadrati circumſcripti ſupra circulum, ex quo exceſſu facto octogono aufertur pluſquam dimidium. Pariter oſtendam facto polygono 16 laterum, auferri pluſquam dimidium exceſſus octogoni ſupra circulum, atque ita conſequenter. Cum ergo ab exceſſu quadrati ſupra circulum auferatur pluſquam dimidium, & ex reliquo item pluſquam dimidium, atque ita de reliquis, relinquetur quantitas minor quam C, hoc eſt deſcribetur polygonum, cujus exceſſus ſupra circulum minor erit quam C exceſſus quantitatis A ſupra eundem circulum, ſeu quod minus erit quantitate A; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Circulus æqualis eſt rectangulo, comprehenſo ſub ſemidiametro, & ſub circumferentia.

Dico aream circuli A æquale eſſe rectangulo comprehenſo ſub ſemidiametro AB, & ſub ſemicircumferentia B C D.



Demonſtratio. Rectangulum illud nec majus eſt circulo, nec minus. Non majus, quia poſſet circumſcribi circulo polygonum ordinatum minus illo rectangulo, quod tamen ſimul illo majus eſſet, nam (*per 1. hujus*) polygonum circumſcriptum æquale eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemidiametro circuli, & ſub ſuo ſemiambitu, qui major eſt ſemicircumferentia circuli.

Sed neque tale rectangulum minus eſt, alioquin ut oſtendimus (*in lemmate ad 2 propoſitionem 12. Eucl. noſtri*, poſſet inſcribi circulo polygonum ordinatum majus illo rectangolo, & quod ſimul minus eſſet; nam (*per 2. hujus*) tale polygonum eſſet æquale rectangulo comprehenſo ſub ſemiambitu eius, qui minor eſt circuli ſemicircumferentiâ & ſub perpendiculari à centro ad eius latus, quæ etiam minor eſt radio; ergo polygonum illud minus eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemidiametro, & ſub ſemicircumferentia, & ſimul majus eſt; quod eſt abſurdum.

COROL

COROLLARIUM.

Circulus æqualis eſt triangulo rectangulo, cujus unum latus æquale eſt ſemidiametro, aliud vero toti circumferentiæ; quia tale triangulum (*per* 41. 1.) æquale eſt rectangulo ſupra deſcripto.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Quadratum ad circulum cui circumſcribitur, ſe habet proxime ut 14 ad 11.

Proponatur circulus, dico quadratum diametri eius, ſeu circumſcriptum circulo, ſe habere ad aream circuli, ut 14 ad 11 proximè.

Demonſtratio. Rectangulum comprehenſum ſub ſemidiametro circuli, & ſub dupla diametro, æquale eſt quadrato circumſcripto, eſt enim ut dupla diameter ad diametrum, ita diameter ad ſemidiametrum; ergo (*per* 17. 6. *Eucl.*) quadratum mediæ, æquatur rectangulo comprehenſo ſub extremis. Sed rectangulum ſub dupla diametro, & ſub ſemidiametro, ad circulum, ſeu (*per præcedentem*) ad rectangulum ſub ſemicircumferentia, & ſub ſemidiametro, ſe habet (*per* 1.6.) ut dupla diameter ad ſemicircumferentiam, cum habeant eandem altitudinem, nempe ſemidiametrum; poſitâ diametro 7 & duplâ diametro 14, ſemicircumferentia eſt 11; ergo primum ad ſecundum ſe habet ut 14 ad 11. Vel quadratum diametri 7 eſt 49, & cum ſemidiameter ſit $3\frac{1}{2}$, & ſemicircumferentia 11, multiplica 11 per 3 & $\frac{1}{2}$ habebis 38 & $\frac{1}{2}$ quare quadratum circumſcriptum ad circulum ſe habet ut 49 ad $38\frac{1}{2}$ vel ut 98 ad 77, & dividendo utrumque numerum per 7, ut ad minimos numeros reducantur, fiunt 14 & 11.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Quadrare expeditè circulos.



Ducantur duæ quæcumque lineæ AB, AC, angulum quemcumque BAC comprehendentes in quorum alteram transferatur diameter circuli, quæ ſit verbi gratia AB in aliam vero transferatur latus quadrati ipſi æqualis nempe AE, jungaturque DE, clarum eſt quod ſi proponatur quicumque circulus quadrandus, cujus diameter ſit AB, latus quadrati ipſi æqualis erit AC.

Poſſet etiam transferri in compaſſum proportionalem, nempe tota linea partium æqualium eſſet diameter circuli, fieretque linea paulò minor, pro latere quadrati circulo æqualis; tranſlata quâlibet diametro, ad aperturam ultimi puncti partium æqualium, apertura ſecundæ lineæ inſcriptæ exhiberet latus quadrati æqualis.

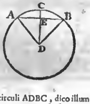
Ad hoc autem debet invenire latus quadrati circulo cuicumque æqualis; quære mediam proportionalem, inter ſemidiametrum, & ſemicircumferentiam, ſeu inter 11 & $3\frac{1}{2}$, & habebis latus quadrati, quod erit radix quadrata $38\frac{1}{2}$ nam (*per* 17. 6.) quadratum hujus mediæ proportionalis æquale eſt rectangulo ſub extremis, nempe ſub ſemidiametro, & ſub ſemicircumferentia, hoc eſt (*per* 6.) circulo.

Potes item propoſito quadrato æqualem circulum invenire, invertendo praxes.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Omnis ſector circuli, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub dimidio ejus arcu, & ſemidiametro.



Sit ſector circuli ADBC, dico illum æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub ſemiarcu eius AC, & ſemidiametro AD.

Demonſtratio. Sectores ſe habent ut arcus (*per* 28. 6. *Eucl.*) ergo & omnes ſectores ſimul ſeu circulus integer ad ſectorem ut tota circumferentia ad totum ſectoris arcum, & ut ſemicircumferentia ad ſemiarcum; ſed rectangulum comprehenſum ſub ſemidiametro, & ſemicircumferentia, ſeu circulus ad rectangulum comprehenſum ſub ſemidiametro, & ſemiarcu, (*per* 1.6.) ſe habent ut ſemicircumferentia ad ſemiarcum, ergo ſe habent ut circulus ad ſectorem; ſed primum rectangulum æquale eſt circulo, ergo & ſecundum ſectori.

PROPOSITIO IX.

Problema

Datâ ſemidiametro, & arcu metiri circuli ſegmentum.

Vide figuram præcedentem.

Supponitur cognita ſemidiameter AD, & angulus ADB, quæritur ſegmenti ACB, area comprehenſi ſcilicet linea AB, & arcu ACB.

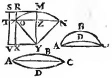
Primò datâ ſemidiametro habes totam circumferentiam circuli, & per regulam proportionum arcum ACB. Multiplica ſemidiametrum AD per ſemiarcum AC, & habebis (*per ſuperiorem*) aream

aream ſectoris ADB. Cognoſces item AE, ſinum ſemianguli ADE & ED ſinum complementi. Area autem trianguli ABD æqualis eſt rectangulo ſub AE, ED, ut patet; hanc ſi auferas ex ſectore relinquitur area ſegmenti ABC.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Area ſegmenti major eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemiarcu, & ſinu verſo.



Quia nonnulli volunt aream ſegmenti O N M æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub ſinu verſo ZM, & dimidio arcu nempe MO, oſtendo aream majorem eſſe, facta MS, æquali arcui MO, perfectiſque rectangulis, ut figura ſatis oſtendit.

Demonſtratio. Area ſectoris æqualis eſt rectangulo MV, comprehenſo ſub ſemidiametro YM, & ſub ſemiarcu MO, ſeu lineâ MS (*per præcedentem*) Area autem trianguli OYN æqualis eſt rectangulo ZX (*per* 41.1.*Eucl.*) ergo area ſegmenti ONM, æqualis eſt Gnomoni MTX, ergo major eſt rectangulo M T comprehenſo ſub ſinu verſo MZ, & ſemiarcu MO; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XI.

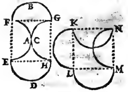
Problema.

Metiri figuras lenticulares, lunulas, aliaſque.

Vide figuram præcedentem.

Primò proponatur figura lenticularis ABCD, ductâ lineâ AC, metire (*per* 9.) ſegmenta ABC, ADC, & adde in unam ſummam habebiſque aream figuræ lenticularis.

Secundò proponatur ADGB, metire ſegmenta ABG, ADG, & hoc ultimum à primo ſubtrahe reſtabitque lunula ADGB.



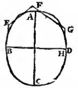
Aliæ figuræ ex ſegmentis conſtantes ſimili modo ſub menſurationem cadunt; hæ ſæpe ſolâ tranſpoſitione partium in figuras rectilineas tranſmutantur; ita figura FBGAEDHCG, æqualis eſt quadrato EG, nam ſi ſegmenta FAE, GCH, ex quadrato ablato transferas in lineas FG, EH, formabitur prædicta figura. Idem accidit in figura KLM. Plura hoc modo à multis proponuntur, quæ ſemper inutilia judicavi, quare hæc indicaſſe ſufficiant.

Hic locus videretur ea referendi, quæ ab antiquis authoribus circa circuli quadraturam dicta ſunt, melius tamen in fine huius libri referentur, ad alia enim utiliora properamus. Ex his videre potes, quod ſi ope quadratricis lineæ, vel ſpiralis exhiberetur geometricè linea recta, æqualis circumferentiæ circuli, haberetur quadratura circuli.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Figuras curvilineas metiri.



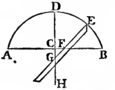
Proponatur figura curvilinea ABCD, ex puncto F, ducatur linea recta FG, quæ utrinque extra figuram produeantur, ducatur item linea FE, tum lineæ EB, GD, clarum eſt rectilineum BEFGD, ſemifiguræ BAD eſſe æquale. Optimum autem erit, ſi rectilineum quod formatur ſit regulare, ut ſi formaretur trapezium, cujus duo latera oppoſita eſſent parallela; ſic enim facilioris menſurationis capax erit. Si quis exactiùs procedere velit, plures ducat lineas, quæ minus à curva recedant.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Deſcriptio Ellypſis, ſeu ovalis figuræ.

Cum ovalis figura ſæpe in ædificiis, & domeſtica ſupellectile adhibeatur, jure in hoc tractatu locum ſibi vendicat aliquem, ideóque ab eius deſcriptione, & definitione initium duco, ex qua præcisè ſumpta, facile eius menſurationem perficio, nulla habitâ ratione, quod ex coni, aut cylindri ſectione oriatur. Sic enim tractatum hunc à ſectionum conicarū notitia independentem reddo



Proponantur ergo deſcribendæ Ellypſeos duæ diametri,

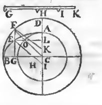
diametri A B, D H ſe ſe perpendiculariter interſecantes in puncto C. In regula quacumque GE, notentur duæ ſemidiametri GE major, FE minor. Tum ita moveatur hæc regula ut punctum F ſemper inſiſtat majori diametru, punctum vero G minori CH, punctum extremum E, aliquam lineam curvam deſcribet, nempe ADEB, quam voco Ellypſin; hic nulla demonſtratione upus eſt, cum de voce tantum agatur.

Fiunt quidem nonnulla inſtrumenta, quæ hanc figuram ſatis appoſitè deſcribunt, fit enim primo regula GK in ſequenti figura, in qua ſunt duæ cuſpides mobiles, in puncto vero G eſt graphium, ſeu calamus immobilis, habetur & Gnomon, ſeu ſquadra quæ ſingulis quadrantibus ſucceſſive applicatur, cui cuſpides H & I ita aptantur, ut eius crura ſeu brachia ſemper tangant, moveanturque ſecundum eorum lungitudinem, tunc graphium G uvalem ſeu ellypſin deſcribet.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Ellypſis omnes lineas applicatas diametro majoris circuli, ſecat ſecundum rationem majoris diametri ad minorem.



Sit quadrans Ellypſis AB, majur ſemidiameter CB, ejus circulus DB, ſitque FG ordinatim applicata, hoc eſt perpendicularis ad diametrum AB, aut potius parallela minori diametro AC, dico lineam F G ſecari ab Ellypſi in punctu E, ſecundum rationem majoris diametri, ad minorem ſeu ita eſſe F G ad E G, ſicut CB ad CA. Sit E I, æqualis radio CB, & HE, æqualis minori radio AC, ſecundum praxin ſupra traditam jungaturque FC.

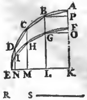
Demonſtratio. Cùm lineæ EI, FC ſint æquales, & EF, CI ſint parallelæ; erit EFCI parallelogrammum, neque enim alia duci poteſt parallela lineæ EI, præter FC; ſi enim duceretur alia ut FK, eſſet FEIK parallelegrammum & FK, EI eſſent æquales, ergo FC, FK æquales etiam eſſent, quod eſſe non poteſt, cùm angulus FKC ſit obtuſus. In triangulu igitur FGC, cùm EH ſit parallela baſi; ita erit (*per* 3.6.) FC ad EH, ſeu AC, ſicut FG ad EG; quod erat demonſtrandum.

Pariter ducatur LO parallela GC; dico ita eſſe LE ad LO, ſicut FC major radius ad OC minorem; ſunt enim triangula FGC, LOC ſimilia: ergo ita eſt GC, ſeu EL ad LO, ſicut FC ad OC, quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Polygonum ordinatum circulo majoris diametri inſcriptum, ad polygonum ordinatum Ellypſis, ſe habet ut maior diameter ad minorem.



Sit quadrans Ellypſis EF, quadrans circuli majoris diametri EA, cui polygonum ordinatum inſcribatur ABCDE, ductiſque lineis BL, CM, DN, conjungantur lineæ FG, GH, HI, IE, fiatque polygonum in ellypſi; dico polygonum circuli, ad polygonum ellypſis eſſe ut major diameter AK, ad minurem F K; ducantur P B, G O parallelæ E K.

Demonſtratio. Primò quidem per præcedentem, ita eſt BL ad LG, ut AK ad KF, ſed ut BL ad LG, ita rectangulum BK ad GK (*per* 1.6.) & cum ſit ut AK ad FK, ita BL, ſeu PK ad GL ſeu OK, ita etiam erit reliqua AP ad reliquam FO, ut tota AK, ad totam FK; ſed ut AP ad FO, ita (*per* 1.6.) triangulum ABP ad triangulum FGO, ergo ita etiam eſt triangulum ABP ad triangulum FGO, ut AK ad FK; ergo ita erit totum trapezium ABLK ad FGLK, ut AK ad FK; quod de aliis omnibus trapeziis, & conſequenter de totis polygonis demonſtrari poteſt.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Circulus maioris diametri ad Ellypſin ſe habet ut maior diameter, ad minorem.

Vide figuram præcedentem.

Sint ut prius quadrantes circuli, & Ellypſis, dico ita eſſe primum ad ſecundum, ut major diameter AK ad minorem FK.

Methodo indiviſibilium rem abſolvunt nonnulli, intelligantur ductæ omnes parallelæ, lineæ AK, ita ut totam impleant aream tam quadrantis Ellypſis, quam circuli, cum ſingulæ ſecentur ab Ellypſi, in ratione majoris diametri ad minorem omnes etiam ſimiliter ſecantur; Ergo omnes lineæ circuli ad omnes lineas Ellypſis, hoc eſt circulus ad Ellypſin eam rationem habebit, quam major diameter ad minorem.

Methodo tamen communi oſtendu ita eſſe circulum ad Ellypſin ut AK ad FK; ſi enim major eſſet ratio circuli ad Ellypſin, quam AK ad FK; quantitas minor circulo eandem haberet rationem ad Ellypſin, as AK ad FK; poteritque circulo polygo

polygonum illa majus inſeribi; inſeribatur & Ellypſi polygonum totidem alterũ methodo tradita.

Demonſtratio. Polygonum circuli, ad Ellypſin majorem rationem habet, quam hæc quantitas, ergo majorem quam AK ad FK; ſed idem polygonum ad polygonum Ellypſis eandem rationem habet ac AK ad FK (*per præcedentem*) ergo polygonum circuli majorem rationem habet ad Ellypſin quam ad polygonum Ellypſis; Ergo ellypſis minor eſt polygono ſibi inſcripto quod eſt impoſſibile.

Si vero circulus ad Ellypſin minorem rationem habeat, quam AK ad FK, ergo Ellypſis ad circulum majorem rationem habebit quam F K ad AK; & conſequenter quantitas minor ellypſi ad circulum eandem rationem habebit, ac FK ad AK; quâ quantitate majus polygonum inſcribi poſſe Ellypſi eodem modo demonſtrabo, quo in circulo id demonſtravi; deſcriptoque pulygono intra circulum polygonum Ellypſis majus quantitate propoſita ad Ellypſin majorem rationem habebit, quam hæc quantitas, hoc eſt quam FK, ad A K; ſed ut FK ad AK, ita eſt polygonum Ellypſis ad polygonum circuli; ergo polygonum ellypſis ad circulum majorem rationem habebit, quam ad polygonum circuli; ergo circulus minor eſt polygono ſibi inſcripto, quod eſt abſurdum.

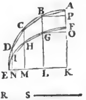
COROLLARIUM.

Circulus majoris diametri, Ellypſis, & circulus minoris diametri ſunt continuè proportionales in ratione majoris diametri ad minorem; Circulus ad circulum eſt in duplicata diametrorum.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Ellypſis æqualis eſt circulo, cujus radius inter ſemidiametros ellypſis medius proportionalis eſt.



Linea S, ſit media proportionalis inter AK, FK, dico circulum cujus linea S erit ſemidiameter, eſſe æqualem ellypſi.

Demonſtratio. Circulus cujus radius AK ad circulum cujus radius S, eſt in duplicata ratione lineæ AK ad S; hoc eſt ut AK ad FK, ſed pariter circulus cujus radius AK ad ellypſin eſt ut AK ad FK, ergo ellypſis, & circulus cujus radius S, ſunt æquales.

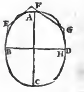
COROLLARIUM I.

Rectangulum comprehenſum ſub diametris ellypſis, ſeu circumſcriptum ellypſi, æquale eſt quadrato circumſcripto circulo S; quia nempe diameter circuli media proportionalis eſt inter diametros ellypſis; ergo (*per 16.6.*) rectangulum ſub extremis, æquatur quadrato medii.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Ellypſin metiri.



Quæritur area ellypſis ABCD, ſit AC 20, & BD quindecim. Multiplico 15 per 20 fiuntque 300 pedes quadrati fiant ut 14 ad 11, ita 300 ad $235\frac{6}{7}$ dico hanc eſſe aream ellypſis.

Demonſtr. Multiplicando AC per BD, habemus rectangulum circumſcriptum ovali, quod æquale eſt quadrato quod circumſcribitur circulo æquali ipſi ellypſi, ſed quadratum ſe habet ad ſuum circulum ut 14 ad 11, ergo & rectangulum ad ovalem.

COROLLARIUM.

Ellypſes ſe habent ut rectangula; quid quid ergo de rectangulis dicitur, ellypſibus applicatur.

1. Hinc Ellypſes quarum diametri reciprocantur ſunt æquales.

2. Ovales figuræ quarum diametri eandem habent rationem, ſunt in duplicata ratione ſuarum diametrarum homologarum.

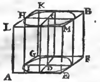
3. Ellypſes rationem habent ex rationibus diametrorum compoſitam.

4. Ellypſes quæ unam diametrum æqualem habent, ſe habent ut alia diameter.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Superficies priſmatis circumſcripti cylindro recto æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ambitu baſis priſmatis & axe, ſeu altitudine cylindri.



Sit priſma A B circumſcriptum cylindro recto cujus axis DC. Dico ſuperficiem priſmatis æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub axe CD, & ambitu baſis eius. Ut autem circumſcribatur debet tangere cylindrum ſecundum lineam H I, & alias, rectas ad planum baſis.

Demonſtr.

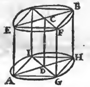
Demonſtratio. Tot ſunr rectangula in priſmate, quor ſunt latera in eius ambitu. Contendo autem ſingulorum altitudinem æqualem eſſe axi. Ducatur planum D H, illud erit ad planum baſis rectum; cum ergo planum AK ſupponatur ad baſin rectum, erir H G communis eorum ſectio ad baſin recta; (*per* 19. 11. *Eucl.*) quare parallelæ ſunt IH, CD; & cum plana baſium ſint etiam parallela, parallelæ erunt H C, I D. Ergo parallelogrammum eſt DH; ergo HI & DC æquales ſunt; & cum H I ſit recta ad planum baſis, erit angulus HIG rectus. Ergo H I eſt vera altitudo rectanguli A K. Oſtendam reliquorum rectangulorum altitudinem eſſe æqualem axi. Ergo ex iis coaleſcere poteſt unum rectangulum comprehenſum ſub ambitu baſis priſmatis, & ſub axe: quod erat demonſtr.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Superficies priſmatis inſcripti cylindro recto æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub axe cylindri, & ambitu baſis priſmatis.

Oſtendere tantum debeo lineas FG, BH & alias, perpendiculares ad planum baſis, & æquales axi cylindri.



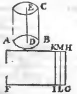
Demonſtratio. Planum A B tam rectum eſt ad planum baſis, cum ductum ſit per axem, quàm planum AF; ergo AE eſt recta ad planum baſis, & parallela axi CD (*per* 19. 11.) Pariter planum AB, ſecans plana baſium, quæ ſunt parallela facit ſectiones EC, AD parallelas; ergo AC rectangulum eſt, ſuntque CD, AE æquales; item angulus EAG rectus eſt. Eſt ergo AE æqualis axi vera altitudo rectanguli AF. Idem probatur de aliis; ergo ex omnibus fieri poteſt rectangulum comprehenſum ſub axe, & ſub ambitu baſis priſmatis; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Superficies cylindri recti æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub axe, & ambitu baſis.

Dico cylindri recti AC ſuperficiem curvam æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub axe eius ED, & ſub circumferentia circuli qui eſt baſis eius. Sit enim tale rectangulum F H, comprehenſum ſub linea FG, quæ ſit æqualis circumferentiæ baſis, & ſub G H æquali ipſi DE. Quod ſi æquale non eſt ſuperficiei cylindri, erit eâ majus, vel minus. Oſtendo primò non eſſe majus. Si enim majus eſt, ſit rectangulum F K, comprehenſum ſub



axe, & ſub linea F I, minore quam ſit circumferentia, æquale ſuperficiei.

Demonſtratio. Cum F I minor ſit quam circumferentia circuli CD, poterit illi inſcribi polygonum cujus ambitus major erit linea FI. Sit FL. Supra illud excitetur polygonum inſcriptum cylindro cujus ſuperficies (*per* 20.) æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub FL, & axe DE, ſeu rectangulo F M. Ergo major eſſet ſuperficie cylindrica quod eſt abſurdum, cum ab ea ambiatur.

Neque verò ſuperficies cylindri major erit rectangulo FH, alioquin fieri poſſet rectangulum comprehenſum ſub axe, & ſub linea majore quam ſit FG, quod æquale eſſet ſuperficiei cylindricæ: Poſſet igitur circumſcribi circulo polygonum, cujus ambitus minor eſſet quam ſit hæc linea, & excitato ſupra illud, priſmate tangente cylindrum, illius ſuperficies minor eſſet, rectangulo illo æquali ſuperficiei cylindricæ; ergo ſuperficies priſmatis circumſcripti minor eſſe ſuperficie cylindrica, quam ambit; quod eſt abſurdum.

COROLLARIUM I.

Superficies cylindrorum rectorum, æquè altorum ſe habent ut baſium diametri, cum eandem rationem habeant ac rectangula quibus ſunt æqualia, hæc autem ſe habent ut circumferentiæ, conſequenter ut diametri circulorum.

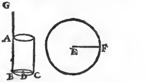
COROLLARIUM II.

Superficies cylindrorum æqualium baſium, ſe habent ut altitudines. Si altitudines & baſium diametri reciprocentur, ſuperficies æquales erunt. Cylindrorum ſuperficies ſunt in ratione compoſita altitudinum, & diametrorum baſium, hoc eſt ut ſua rectangula per axem. Cylindrorum ſimilium ſuperficies ſunt in ratione duplicata altitudinum vel diametrorum.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Superficies cylindri æqualis eſt circulo cujus radius medius eſt proportionalis inter altitudinem cylindri, & diametrum baſis.



Sit inter AB altitudinem cylindri, & B C diametrum baſis media proportionalis E F; dico ſuperficiem curvam cylindri æqualem eſſe circulo

cujus radius E F. Duplicetur altitudo A B in BG.

Demonſtratio. Cum EF ſit media inter AB & B C, erit eius quadratum æquale rectangulo comprehenſo ſub A B, BC; ſed rectang. ſub AB, BC æqoale eſt rectangulo ſub GB, BD; ergo & huic æquale eſt quadratum ex E F; ergo E F erit media proportionalis inter BD & BG. Cum ergo ſuperficies cylindrica æqualis ſit rectangulo comprehenſo ſub A B, & circumferentia circuli B C, erit etiam æqualis triangulo rectangulo cujus unum latus erit GB, & aliud circumferentia BCB. Circulus autem BCB æqualis eſt triágulo rectangulo, cujus unum latus eſt BD, aliud verò circumferentia BCB, ut oſtendimus; quare poſito radio B D pro altitudine. Erit circulus BCB ad ſuperficiem cylindricam ut BD ad BG, ſed idem circulus B C ad circulum E, ſe habet ut B D ad B G, nempe in duplicata B D ad E F, (*per* 2. 12.) ergo ita eſt circulus B C ad ſuperficiem cylindricam, ſicut ad circulum E: ergo ſuperficies cylindrica, & circulûs E ſunt æquales; quod erat demonſtrandum.

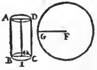
COROLLARIUM.

Baſis cylindri ad eius ſuperficiem curvam ſe habet ut radius ad duplam altitudinem.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Ita eſt ſuperficies cylindri ad circulum qui eſt baſis eius ſicut rectangulum per axem, ad quadratum ſemidiametri.



Dico ſuperficiem cylindri recti ita eſſe ad circulum BIC, ſicut rectangulum per axem, nempe AC ad quadratum radii B O. Sit FG media proportionalis inter A B, B C, eritque per præcedentem circulus F æqualis ſuperficiei cylindricæ.

Demonſtratio. Ut quadratum ex F G ad quadratum BO, ita circulus F, ſeu ſuperficies cylindrica, ad circulum B I C. Sed quadratum ex FG, æquale eſt rectangulo AC, (*per* 17. 6.) ergo ita eſt rectangulum AC ad quadratum ex BO, ut ſuperficies cylindri ad circulum B I C; quod erat demonſtrandum.

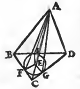
COROLLARIUM.

Ita eſt ſuperficies cylindri ad quemcumque circulum ut rectangulum per axem ad quadratum radii circuli. Cum enim ita ſit ſuperficies cylindri ad circulum BIC, ut rectangulum AC ad qoadratum radii BO. Eſt autem circulus B I C ad circulum v. g. F, ut quadratum ex B O ad quadratum ex FG, erit ex æquo ſuperficies cylindri ad circulum F, ut rectangulum AC ad quadratum ex FG,

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Superficies pyramidis circumſcripta cono recto, æqualis eſt rectangulo comprehenſo, ſub latere coni, & ſub ſemiambitu pyramidis.



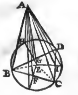
Ut probem pyramidem ABCD circumſcriptam cono recto, æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub AG latere coni, & ſub dimidio ambitu pyramidis, oſtendere debeo lineam AG eſſe perpendicularem ad CD, atque adeò eſſe veram altitudinem trianguli ACD.

Demonſtr. Coni axis A E, ſupponitur rectus ad baſin, ergo (*per* 18. 11.) planum trianguli AEG eſt rectum ad planum baſis. Et cum ad communem ſectionem EG, ducta ſit perpendicularis CG, quæ nempe circulum tangit in G, hæc (*per defin*. 4. 11. *Eucl.*) recta erit ad planum AEG, ergo angulus AGC rectus erit; quare AG eſt vera altitudo trianguli ACD. Eodem modo oſtendam AF, eſſe altitudinem trianguli ABC. Quod autem AF, AG ſint æquales clarum eſt cum triangula AEF, AEG ſint (*per* 4. 1.) in omni ſenſu æqualia; cum ergo quodlibet triangulum æquale ſit, rectangulo comprehenſo ſub dimidia baſi, & vera altitudine; erit ſuperficies totius pyramidis æqualis rectangulo comprehenſo ſub latere, & dimidio ambitu.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Superficies pyramidis ordinata cono inſcripta æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub dimidio eius ambitu, & linea, quæ eſt minor latere coni.



Sit pyramis ordinata, ABCD, cujus nempe latera æqualia ſint cono recto inſcripta, dico eius ſuperficiem æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub eius ſemiambitu, & ſub linea AF quæ ſit minor latere coni, nempe lineâ dividatur BC bifariam

fariam in F, ducaturque E F, quæ (*per* 1. 3.) erit ad BC perpendicularis.

Demonſtr. Cùm axis AE; rectus ſupponatur ad baſin, planum trianguli AEF, rectum erit ad planum baſis, (*per* 18. 11.) eſt autem ad communem ſectionem EF, ducta pendicularis FC: ergo (*per* 4 *definitionem*) erit FC recta ad idem planum, eritque angulus AFC rectus, & conſequenter AF vera altitudo trianguli ABC, idem oſtendam de aliis, nempe de AG, AI, quas oſtendam eſſe æqoales, eo qood (*per* 47.1.) tam quadrata ex AF, FC, quam AI, IC ſint æqualia quadrato AC, & ſublatis quadratis æqualibus FC, CI, cum latera integra ſupponantur æqualia, reſtant lineæ AF, AI, æquales; quare cum AF ſit vera altitudo trianguli ABC, & aliorum, erit rectangulum comprehenſum ſub AF, & dimidio ambitu, æquale omnibus triangulis, hoc eſt ſuperficiel pyramidis quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

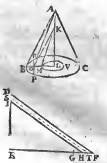
Superficies pyramidis circumſcriptæ cono æqualis eſt triangulo rectangulo, cujus unum crus æquale eſt toti ambitui baſis, alterum vero lateri coni.

Superficies verò pyramidis inſcriptæ, æqualis eſt triangulo rectangulo, cujus unum crus æquale eſt ambitui baſis, alterum vero lineæ minoris latere coni; quia rectangula prius deſcripta, his triangulis æqualia ſunt.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Superficies coni recti, æqualis triangulo rectangulo cujus unum crus æquale eſt circumferentia baſis, aliud vero lateri coni.



Dico coni recti A B C ſuperficiem curvam æqualem eſſe triangulo rectangulo DEF, cujus unum crus EF, æquale eſt circumferentiæ circuli BC, aliud vero DE, lateri coni nempe AB.

Si enim dicatur ſuperficies coni major eſſe, fiat triangulum DEG illi æquale.

Demonſtr. Cùm EF ſit æqualis circumferentiæ circuli B C & EG ſit major, poterit circulo circumſcribi polygonum cujus ambitus minor erit quam EG. Ponatur factum, perficiaturque pyramis circumſcripta cono; illius ſuperficies æqualis erit triangulo rectangulo cujus unum crus æquale erit lateri coni, nempe lineæ AB, ſeu DE, aliud vero ambitui ſuo; nempe lineæ minori quam EG, ergo ſuperficies illa minor erit triangulo DEG, ergo & ſuperficie coni, quod eſt abſurdum.

Secundò dicatur ſuperficies coni minor eſſe triangulo DEF; fiatque ut DEF ad ſuperficiem coni ita DF ad DG, ſitque DH media proportionalis inter DG & DF, ducatur HI, parallela DF eritque triangulum IDH, æquale ſuperficiei conicæ; nam triangulum D E F ad triangulum ſimile DIH ſe habet (*per* 19.6.) eſt in duplicatâ ratione DF ad DH, nempe ut DF, DG, id eſt ut idem triangulum DEF ad ſuperficiem conicam; ergo ſuperficies conica æquatur triangulo DIH. Fiat ut EF ad EH, ita LB ad LM, deſcribaturque circulus MV, ducaturque MK, parallela AB, denique inſcribatur polygonum ordinatum non attingens circulum MV, ſitque unum eius latus POR, diviſum bifariam in O; ducanturque OK, OA.

Demonſtr. Cùm ſit ut EF ad EH, ita DE ad IE, & ita facta ſit LB ad LM, & ut LB ad LM, ita ſit (*per* 3.6.) AB ſeu DE, ad MK, ita erit DE ad IE, ſicut AB ſeu DE ad MK: ſunt igitur I E, MK, æquales. Clarum item eſt propter angulum obtuſum KMO; lineam K O majorem eſſe quam MK, & AO majorem quàm KO; item cum ſit ut LB ad LM, ita EF ſeu circumferentia baſis coni, ad EH, & ita eadem circumferentia ad circumferentiam circuli MV, hæc erit æqualis lineæ EH: Perficiatur pyramis inſcripta cono ſupra polygonum cujus unum latus eſt PR: clarum eſt eam eſſe æqualem triangulo recto cujus unum crus æquale eſt ambitu, polygoni, qui major eſt circumferentiâ circuli MV, id eſt lineâ EH, & aliud æquale eſt lineæ AO, majori quam MK, ſeu E I, ergo hæc ſuperficies pyramidis inſcripto major eſt triangulo EIH, ſeu ſuperficiei conicæ, quod eſt abſurdum: ergo ſuperficies conica minor non eſt triangulo DEF; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIA.

1. Si coni latera æqualia habeant, ſe habent eorum ſuperficies ut diametri, aut ſicut circumferentiæ baſium.

2. Si habeant baſes æquales, ſuperficies ſe habent ut latera.

3. Conorum rectorum ſuperficies æquales reciprocant latera, & baſium circumferentias aut diametros.

4. Conorum rectorum ſimilium ſuperficies ſunt in duplicata ratione laterum, aut altitudinum, aut diametrorum.

5. Superficies conorum rectorum ſunt in ratione compoſita ex rationibus laterum & diametrorum baſis.

6. Coni recti ſuperficies eſt ad aream circuli baſis, ut latus coni ad ſemidiametrum baſis, quia ſuperficies coni æqualis eſt rectángulo ſub latere, & ſemicircumferentiâ. Circulus autem rectangulo ſub ſemidiametro, & ſemicircumferentiâ, quare ſumpta ſemicircumferentiâ pro altitudine ſe habebit ut latus coni ad ſemidiametrum baſis.

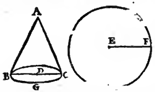
7. Superficies cylindri recti eſt ad ſuperficiem coni, eandem baſin, & altitudinem habentis ut latus cylindri, ad dimidium latus coni.

PROPO

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Coni recti ſuperficies æqualis eſt circulo cujus radius medius eſt proportionalis, inter latus coni, & ſemidiametrum baſis eius.

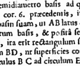


Sit EF, media proportionalis inter AB latus coni ABC & BD, ſemidiametrum baſis eius; dico circulum E æqualem eſſe ſuperficiei conicæ.

Demonſtr. Cùm circulus BC ſe habeat ad ſuperficiem cylindricam, ut radius BD ad AB latus coni, circulus autem BC ad circulum E, ſe habeat in ratione duplicata radii BD ad EF, ita hoc eſt ut BD ad AB, ita erit circulus BC, ad circulum E, ſicut idem circulus BC, ſe habet ad ſuperficiem cylindricam; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Superficies coni ad circulum quemcumque ſe habet, ut rectangulum comprehenſum ſub latere coni, & ſemidiametro baſis ad quadratum baſis. Nam per cor. 6. præcedentis, ita eſt ſuperficies coni, ad baſin ſuam, ut AB latus coni, ad BD ſemidiametrum baſis, & poſitâ ſemidiametro pro altitudine, ita erit rectangulum ſub AB, BD ad quadratum BD, ut ſuperficies coni ad baſis. Ut autem circulus B C ad circulum E, ita quadratum ex B D ad quadratum ex EF, ergo ex æquo ita erit ſuperficies cylindri ad circulum E, ut rectangulum ſub AB, BD ad quadratum ex EF.



COROLLARIUM II.

Superficies cylindrorum ſe habent ut eorum rectangula per axem. Nam ita eſt ſuperficies cylindri A C ad circulum B C, ut rectangulum ſub AB, BC ad quadratum B O, ſed ut circulus B C ad circulum EF, ita quadratum ex BO ad quadratum ex E P, & iterum ut circulus E F ad ſuperficiem cylindricam DE, ita quadratũ FI ad rectangum ſub DE, EF. Sunt igitur hinc inde quatuor quantitates nempe ſuperficies A C circulus B C, circulus EF, ſuperficies DF, ex alia parte rectangulum ABC, quadratum BO, quadratum EI, rectangulum DEF; ergo ex æquo ordinatè, ut ſuperficies AC ad ſuperficiem DF, ita rectangulum ABC ad rectangulum DEF

COROLLARIUM III.

Superficies conorum ſe habent inter ſe, ut rectangula ſub latere, & radio. Eadem demonſtratio quæ valet in cylindris, vim ſuam obtinet in conis.

COROLLARIUM IV.



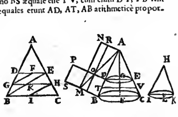
Superficies cylindri A C ad ſuperficiem coni LKM ſe habet, ut rectangulum per axem cylindri, nempe A C ad rectangulum comprehenſum ſub KL latere coni, & L I ſemidiametro baſis. Nam ſuperficies cylindri, baſis cylindri; baſis coni, ſuperficies coni ex una parte; rectangulum per axem cylindri, quadratum radii baſis eius, quadratum radij baſis coni, rectangulum ſub latere, & radio coni, ſunt ex æquo ordinatè proportionales; ergo ſubtractis in utraque ſerie duobus intermediis terminis, reſtat ita eſſe ſuperficiem cylindri ad ſuperficiem coni, ut A C rectangulum per axem ad rectangulum KLI.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Superficies fruſti coni, eſt ad ſuperficiem coni integri, ut rectangulum comprehenſum ſub fruſti latere, & ſub diametro circuli intermedii, ad rectangulum ſub latere coni, & radio baſis eius.

Sit fruſtum coni D B C E, dico ita eſſe eius ſuperficiem fruſti, ad ſuperficiem coni H I K ut rectangulum comprehenſum ſub latere DB, & ſub TV, diametro circuli intermedii ad rectangulum HI, IL. Sit BS perpendicularis ad A B S, ſitque BM æqualis, & MS, æqualis D G. Oſtendo primo BS æquale eſſe T V, cum enim D T, T B ſint æquales erunt AD, AT, AB arithmeticè propor-



tionales; ergo DE, TV, BC (*per 5. 6.*) ipſis proportionales, erunt in continua proportione arithmetica, ergo extremarum ſemiſſes DG, BF ſemiſſi intermediæ bis ſumptæ, ſeu lineæ T V æquales erunt; Ergo & lineæ BS. Ducatur linea AM, perficiaturque tota conſtructio ut figura indicat. Cum ita ſit AB ad BF, ſeu BM, ut AD ad DG, & ut AD ad DO, erunt DG DO æquales, & conſequenter D O, M S, debeo ergo oſtendere ita eſſe ſuperficiem fruſti DBCE ad ſuperficiem coni H I K, ut rectangulum BP comprehenſum ſub DB & BS, ſeu TV ad rectangulum ſub HI, IL.

Demonſtratio. Superficies coni ABC ad ſuperficiem coni A D E ſe habet, ut rectangulum ſub AB, BF ſeu BM, hoc eſt rectangulum BN, ad rectangulum ſub AD, DG, hoc eſt ad rectangulum D R; ergo dividendo ita erit ſuperficies fruſti D B C E ad ſuperficiem coni ADE, ut Gnomon DMR ad rectangulum D R. Sed complementum

O N,

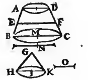
O N, complemento B O, & hoc rectangulo MP eſt æquale, igitur pro complemento O N repone rectangulum M P, ita erit ſuperficies fruſti DBCE ad ſuperficiem coni ADE, ſicut rectangulum BP ad rectangulum D R, ſed ſuperficies coni A D E ad ſuperficiem coni M I K ſe habet ut rectangulum DR ad rectangulum HIL, (*per Corol. præcedentis*) ergo ita eſt ſuperficies fruſti DBCE ad ſuperficiem coni HIK, ſicut rectangulum BP, comprehenſum ſub D B, TV ad rectangulum ſub HI, IL; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Fruſti conici ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ſemidiameter eſt media proportionalis inter latus eius, & diametrum circuli medii.

Proponitur fruſtum coni ABCDEF; eſt diameter circuli medii, ſeu compoſita ex ſemidiametris baſium AD, FC. Sit linea N media proportionalis inter AB, EF; dico ſuperficiem fruſti æqualem eſſe circulo cujus N eſt radius. Sit alius conus GHK, & linea O media proportionalis inter GH, HI.



Demonſtratio. (*Per præcedentem*) ſuperficies fruſti ad ſuperficiem GHK ſe habet ut rectangulum ſub AB, EF, id eſt quadratum ex N illi æquale (*per* 17. 6.) ad rectangulum G H I, ſeu quadratum ex O. Ut autem quadrata, ita & circuli (*per* 2. 12.) ergo ita eſt ſuperficies fruſti ad ſuperficiem coni, ut circulus radii N ad circulum radii O, ſed ſuperficies coni æqualis eſt circulo radii O (*per* 26.) ergo ſuperficies fruſti æqualis eſt circulo radii N; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIA.

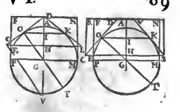
1. Superficies fruſtorum conicorum ſe habent ut eorum rectangula, nempe comprehenſa ſub eorum latere, & ſub compoſita ex radio utriuſque baſis.

2. Superficies fruſti ad ſuperficiem cylindri, aut coni, ut rectangulum eius ad rectangulum eorum.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Superficies conica, aut fruſti coni, producta à tangente circulum, diviſâ æqualiter in puncto contactûs, & inclinatâ ad axem, æqualis eſt cylindricæ ſuperficiei, generata à tangente axi parallelâ ejuſdem altitudinis.



Tangens DC bifariam diviſa in O puncto contactus, ſit inclinata ad axem AG. Sit item tangens PF, eidem axi parallela, ſintque EF, CD ejuſdem altitudinis; dico ſi tota figura circa axem A G circumvolvatur, ſuperficiem cylindricam productam à linea E F, æqualem eſſe ſuperficiei conicæ productæ à linea CD, ſi linea CD, attingat axem, ut in prima figura, vel ſuperficiei fruſti coni productæ à linea CD, non attingente axem AG. Pro primo caſu oſtendere tantum debeo, rectangula cylindri, & coni eſſe æqualia, nempe comprehenſum ſub F E, & duplâ E H, ſub diametro P M, æquale eſſe rectangulo ſub C D, C H. Ducatur OGT eruntque (*per* 16. 3) anguli in O recti, ducatur C V parallela G T, & cum (*per* 4. 6.) ita ſit D O ad D C eius duplam ſicut O G ad CV, erit CV dupla OG, ſeu æqualis diametro OT.

Demonſtratio. Triangula C V H, H C D ſunt æquiangula, (*per* 8. 6.) cum angulus DCV, trianguli DCV ſit rectus, & demiſſa ſit perpendicularis C H. Ergo (*per* 5. 6.) ita eſt CV, ſeu diameter PM, aut FN ad C H, ita CD ad DH ſeu E F. Ergo (*per* 16. 6.) rectangulum cylindri comprehenſum ſub extremis FN & EF, æquale eſt rectangulo coni comprehenſo ſub mediis CH, CD; ergo cylindrica ſuperficies, & conica ſunt æquales.

Pro ſecundo caſu in quo tangens C D non attingit axem, oſtendere debeo rectangulum cylindri comprehenſum ſub EF, & FN ſeu diametro, æquale eſſe rectangulo fruſti, comprehenſo ſub C D & OK. Ductâ enim ut prius lineâ OGT angulus in O rectus eſt, & anguli DOI, IOG unum rectum componunt, ſicut & anguli IOG & OGI; ergo DOI, OGI ſunt æquales.

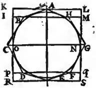
Demonſtratio. Anguli alterni R D O, D OI ſunt æquales; ergo & anguli R DO, OGI æquales erunt, quare cum triangula C R D, OIG, habeant angulos rectos in I & R, æquiangula erunt; ergo ita erit CR, ſeu EF ad CD, ſicut OI ad OG, & ſicut dupla OI, nempe OK ad OT nempe diametrum. Ergo rectangulum cylindri comprehenſum ſub extremis nempe EF, & diametro OT ſeu illi æquali F N, æquale rectangulo fruſti comprehenſo ſub mediis CD & OK; ergo eorum ſuperficies æquantur; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Superficies conicæ deſcriptæ à polygono ordinato circumſcripto, æquales ſunt ſuperficiei cylindricæ deſcriptæ à tangente ejuſdem altitudinis.

Sit Polygonum ordinatum circumſcriptum circulo, cujus latera ſint paria numero, dividanturque bifariam à punctis contactuum, & circumvolutione circa immotam diametrum generentur conicæ ſuperficies, hoc eſt ſu-



perficies coni integri, aut fruſtorum conicorum, ſiquę tangens parallela axi, & ejuſdem altitudinis, quæ cylindricam ſuperficiem producat: dico cylindricam ſuperficiem omnibus conicis ſimul ſumptis æqualem eſſe.

Demonſtravimus in præcedenti ſuperficiem conicam A B H, æqualem eſſe cylindricæ I K L M, nempe productæ à linea IK, fruſti coni BCGH ſuperficiem æqualem eſſe, cylindricæ IONM, atque ita de cæteris quotquot erunt: ergo cylindrica RL omnibus conicis æqualis erit.

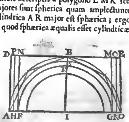
PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Superficies hemiſphærii æqualis eſt ſuperficiei cylindricæ ejuſdem baſis, & altitudinis.

Sit circumvolutione quadrantis AB deſcriptum hemiſpherium, & circumvolutione rectanguli ADBI productus cylindrus, eritque utriuſque eadem baſis & altitudo; dico ſuperficiem ſphæricam cylindricæ æqualem eſſe, ſeclusis baſibus.

Demonſtratio. Superficies hemiſpherii, nec major eſt, nec minor eſt cylindrica A E; ergo æqualis. Non eſt primò major. Si enim major eſſet, fiat ut ſuperficies hemiſpherii ad cylindricam AE, ita A F ad A D, cum etiam ita ſit ſuperficies cylindrica AG ad cylindricam AE, ut altitudo AF ad AD cum habeant (*per* 12.12. *Eucl.*) eamdem baſin; ergo ſuperficies cylindrica AG, & hemiſpherii æquales eſſent, quod tamen oſtendo falſum eſſe. Dividatur quadrans A B biſariam, & iterum biſariam quantum opus erit, donec IM ſit minor quàm IH. Ducaturque linea PR. Cylindrica AR æqualis eſt conicis deſcriptis à polygono L M K ſed conicæ majores ſunt ſpherica quam amplectuntur, ergo cylindrica A R major eſt ſphærica; ergo falſum eſt quod ſphærica æqualis eſſet cylindricæ AG.



Sit iam ſi fieri poteſt hemiſphærica ſuperficies minor cylindrica AB, fiatque ut cylindrica ad hemiſphæricam, ita AI ad IF. Ducta linea FN, cum conicæ ſuperficies ſe habeant ut rectangula per axem, ſuperficies A B ad ſuperficiem F M erit ut rectangulum A B ad F M, quæ cum eandem habeant altitudinem, ſunt ut baſis AO ad baſin FG, & ut dimidiæ baſes nempe ut AI ad F I; ergo ſuperficies hemiſphærica æqualis eſt cylindricæ F M, quod tamen oſtendo eſſe falſum. Quadranti AB inſcribe polygonum ordinatum non attingens quadrantem F R, cui inſcribatur alius quadrans HS. Ducaturque HP parallela A D & omnia circumvolvantur circa immotam BI.

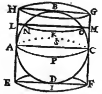
Demonſtratio. Superficies conicæ à polygono deſcriptæ æquales ſunt, cylindricæ AO (*per præcedentem*) ergo majores cylindricâ FM, ergo majores hemiſphæricâ quæ æqualis ponebatur cylindricæ FM, quod tamen eſt abſurdum, cum ſint intra illam. Ergo hemiſphærica, non eſt minor cylindricâ AB, ſed neque major eſt, ergo æqualis.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Superficies ſphæra quadrupla eſt maximi in ſphæra circuli.

Sit ſphæra A B G D maximus eius circulus APCS. Dico ſuperficiem ſphæricam eſſe quadruplam maximi circuli A P C S. Intelligatur cylindrus ſphæræ circumſcriptus, altitudinis ejuſdem.



Demonſtratio. Superficies cylindrica AG deſcripta ſcilicet à tangente A H æqualis eſt ſuperficiei hemiſphæricæ ABC, ſicut cylindrica AF, hemiſphericæ ADC; ergo tota cylindrica E G toti ſphæricæ. Sed cylindrica E G eſt æqualis circulo, cujus radius medius proportionalis inter H E, & HF (*per* 22.) media autē proportionalis inter æquales HE, EF, eſt iis æqualis, nempe diameter ſphæræ. Ergo ſuperficies ſphærica æqualis eſt circulo cujus diameter ſphæræ eſt radius ſeu ſemidiameter. Sed hic circulus eſt quadruplus eſt circuli maximi ſphæræ, cum habeat diametrum duplam. Circuli enim ſunt in duplicata ratione ſemidiametrorum. Ergo ſuperficies ſphæræ, quadrupla eſt maximi circuli; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Superficies cylindri ſphæræ circumſcripti, & ejuſdem altitudinis, comprratis baſibus eius, & ſuperficiei ſphæricæ ſeſquialtera, nam ſuperficies eius curva, æqualis ſphæricæ 4 circulos maximos adæquat, cum duobus efficiunt ſex.

COROLLARIUM II.

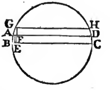
Superficies ſegmenti ſphæræ, æqualis eſt ſuperficiei cylindri habentis pro baſi maximum ſphæræ circulum, & altitudinem æqualem altitudini ſegmenti, v. g. ſegmenti N B O ſuperficies æqualis eſt ſuperficiei cylindricæ LMGH. Eadem

enim

enim poteſt adhiberi demonſtratio, ac hemiſphærio hoc eſt circumſcribendo polygonum, & oſtendendo ſuperficiem ſegmenti, nec majorem nec minorem eſſe ſuperficie cylindricâ.

COROLLARIUM III.

Superficies coronæ, ſeu zonæ, & æqualis cylindricæ ipſi reſpondentis, in cylindro circumſcripto, ut ſuperficies ACON eſt æqualis cylindricæ LACM. Cum enim hemiſphærica ſit ABC, æqualis ſit cylindricæ ACGH, & ſegmenti NBO, cylindricæ L M G H, his detractis utrinque reſtat ſuperficies cylindrica A C M L, ſuperficiei zonæ ACML æqualis.



COROLLARIUM IV.

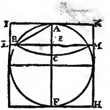
Superficies zonarum ſphæræ ſe habent ut portiones diametri. v.g. zonarum BD, AH ſuperficies ſe habent ut EF, FG, quia EF, FG ſunt altitudines ſuperficierum cylindricarum ipſis reſpondentium, ideò ſi altitudo zonæ multiplicetur per circumferentiam maximi circuli, habebitur ejus ſuperficies.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Superficies ſegmenti æqualis eſt circulo, cujus radius eſt linea ducta à polo ejus ad circumferentiam baſis ejus.

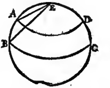
Sit ſegmentum ſphæræ A B C, cujus polus A, baſis circulus B C, ſitque linea A B, ducta à polo A ad circumferentiam circuli AC; dico ſuperficiem ſegmenti ABC æqualem eſſe circulo cujus radius A B.



Demonſtratio. Triangula A B E, A B F ſunt æquiangula (*per* 8. 6.) ergo ita eſt AF, latus maximum in magno triangulo ad AB in minori, ut AB in majori ad AE in minori. Ergo AB eſt media proportionalis inter A F, ſeu LM & AE, ſeu IL; ergo (*per* 22.) ſuperficies cylindri LK æqualis eſt circulo cujus radius eſt AB, & conſequenter eidem æqualis eſt ſuperficies ſegmenti; quod erat demonſtrandum. Pariter ſuperficies reliqui ſegmenti B C F æqualis erit circulo cujus radius B F.

COROLLARIUM.

Facilè omnium zonarum aream metiemur hâc propoſitione. Ut ſi proponeretur zona A B C D



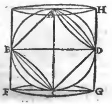
ſuperficies cognoſcenda, ductis polo E, lineis lineæ AE, BE, ſi ex eodem centro duos circulos intervallis AE, BE deſcribas, & minorem à majori ſubtrahas, reſtabit corona æqualis ſuperficiei zonæ.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Superficies ſphæræ eſt dupla cylindri quadrati ſibi inſcripti.

Sit ſphæræ inſcriptus quadratus cylindrus ABCD. Dico ſuperficiem ſphæricam ſuperficiei curvæ cylindri duplam eſſe.



Demonſtratio ſuperficies cylindrorum ſe habent ut eorum rectangula per axem (*per coroll.* 2. 21. *prop.*) ſed rectangulum cylindri circumſcripti, nempe quadratum circumſcriptum, eſt duplum quadrati inſcripti nempe rectanguli per axem, hujus cylindri inſcripti; ergo ſuperficies curva cylindri circumſcripti ſeu ſuperficies ſphærica illi æqualis, ſuperficiei cylindri quadrati dupla eſt.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Superficies portionis ſphæræ, ad ſuperficiem conicam ejuſdem baſis, & altitudinis, eam habet rationem, quam latus coni ad ſemidiametrum baſis ejus.

Dico ſuperficiem portionis ſphæræ BAC, eam

habere rationem ad ſuperficiem coni A B C, eandem baſin B E C F, & eandem altitudinem A D, quam habet latus A B ad ſemidiametrum BD. Habeatur media proportionalis inter AB, BD.

Demonſtr. (*Per* 23.) conica ſuperficies æqualis eſt circulo,cujus hæc media proportionalis erit radius, & ſphærica æqualis radio A B, *(per* 32.*)* Circuli autem ſunt in ratione duplicata radiorum, duplicata autem rationis radii AB ad mediam proportionalem, eſt ratio A B ad B D; ergo ita eſt ſphærica ſuperficies ad conicam, ut AB ad AD.

COROLLARIUM.

Superficies hemiſphærii MAH, eſt ad conicam ejuſdem baſis, & altitudinis, ut diameter quadrati ad latus eius.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Superficies coni habentis diametrum pro altitudine & baſin quadruplam circuli maximi ſphæra, ſe habet ad ſuperficiem ſphæricam, ut diameter quadrati ad latus eius.

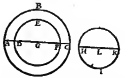
Conus ABC, habeat baſin quadruplam maximi circuli ſphæræ, nempe eius radius CD æqualis ſit diametro ſphæræ, & altitudo AD ſit diameter, dico conicam ſuperficiem ad ſphæricam, ita eſſe ut diameter quadrati ad latus eius, nempe ut AC ad C D.

Demonſtr. Baſis coni eſt æqualis ſuperficiei ſphæricæ, cum utraque ſit quadrupla maximi ſphæræ circuli; ſed conica ſuperficies (*per* 23.) æqualis eſt circulo, cujus radius medius proportionalis eſt inter AC & CD, & cum circuli ſint in duplicata ſuorum radiorum, erit conica ſuperficies ad baſin BC, ſeu ad ſuperficiem ſphæræ ut AC ad CD, hoc eſt cum AD, DC ſint æquales ut diameter quadrati ad latus eius; quod erat demonſtrandum.

L E M M A

Ità eſt corona ad circulum, ut rectangulum coronæ, ad quadratum radii ipſius circuli.

Sit corona comprehenſa circulis ABC, DEF, & circulus HIK, dico ita eſſe coronam ad circulum, ut rectangulum AD,DC, quod voco rectangulum coronæ, ad quadratum radii HL.

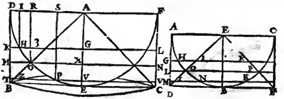


Demonſtr. Cùm linea AC ſit diviſa bifariam in G, & non bifariam in D, erit (*per* 5.2.) quadratum dimidiæ AG æquale rectangulo ADC, cùm quadrato DG. Cùm ergo totus circulus ABC, ſit ad ablatum circulum DEF, ut totum quadratum ex AC ad ablatum quadratum DEF(*per* 2.12) erit reliquum, nempe corona, ad circulum DEF, ut rectangulum ADC ad quadratum DG, ut circulus DEF ad circulum HIK, ita quadratum ex DG ad quadratum ex HL; ergo ex æquo ita erit corona ad circulum HIK, ut rectangulum ADC ad quadratum ex H L; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Si hemiſphærium, cylindrus circumſcriptus, & conus ejuſdem baſis & altitudinis ſecentur plano baſi parallelo, circulus in cono factus æqualis eſt coronæ inter hemiſphæricam & cylindricam ſuperficiem relicta; aut inter conicam, & cylindricam ubi deficit hemiſphærium.



Hæmiſphærium DEF, cylindrus DBCF, conus BAC baſium, & altitudinum æqualium ſecentur plano baſi parallelo, verbi gratia, planis KL,MN, TV, dico coronam KH, æqualem eſſe circulo cujus radius 3G, coronam MO circulo cujus radius OX, & coronam TZ circulo radii PV.

Demonſtr. Linea HI (*per* 13.6.*Eucl.*) eſt media proportionalis inter FI, ID, ſeu LH, HK, ergo quadratum lineæ HI, ſeu AG, aut etiam G 3 ipſi æqualia; cùm AE, EB ſint æquales; æquale erit rectangulo ſub LH, HK, ut autem rectangulum coronæ ad quadratum radii, ita corona ad circulum; ergo corona KH æqualis erit circulo cujus radius 3 G. Similiter erit corona MO æqualia circulo radii OX. Pariter cùm linea SP ſit media proportionalis inter FS, SD, ſintque SP, AV, VZ æquales erit corona T P, æqualis circulo radii ZV, & ablata communi corona Z P, erit corona TZ æqualis circulo radii P V.

COROLLARIUM I.

Huic propoſitioni innititur demonſtratio, quâ ſecundum methodum indiviſibilium probatur hemiſphærium

miſphærium eſſe duplum coni ejuſdem baſis & altitudinis; nempe hemiſphærium ABC, duplum coni DEF, cùm enim ductis quibuſcumque planis oſtendamus circulum diametri I K æqualem eſſe coronæ GH circulum OP coronæ LO, eruot omnes circuli partis coni EGB, æquales omnibus coronis figuræ mixtæ ADO, quibus ſi addas illud ſolidum quod generatur à ſectore AOE, dum circumvolvitur erit hemiſphærium æquale infundibulo producto à triangulo AED, nempe illi figuræ, ſi ex cylindro auferas conum; cùm autem cylindrus ſit triplus coni, ablato cono relinquuntur duæ tertiæ; ergo hemiſphærium continet duas tertias cylindri circumſcripti.

COROLLARIUM II.

Si methodus nonnullorum ſit vera, quod quoties figuræ in alias deſinentes, ſunt ſemper in eadem ratione, illæ in quas deſiouor ſint etiam in eadem ratione, cum coronæ inter ſuperficiem hemiſphæricam, & cylindricam contentæ, æquales ſint circulis in cono productis, & aſcendendo ex D in A, ſeu LO in A coronæ ſemper decreſcant, & in puncto A deſinant in circumferentiam circuli, in cono vero deſinant in punctum I, dicendum erit circumferentiam circuli æqualem eſſe puncto, quare iſtæ methodi debent intelligi cum grano ſalis, dicendum tamen cum punctum mathematicum non careat omni extenſione, ſed vero & realiter habeat aliquam, quomodocumque ſumatur in hoc caſu punctum A, majorem habebit latitudinem, quam circumferentiam circuli à puncto A deſcripti.

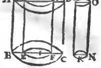
GEOMETRIÆ LIBER SEPTIMVS.

De ſoliditate corporum rotundorum.

ARCHIMEDES ſoliditatem ſphæræ per conicorum inſcriptionem aggreſſus eſt nos ut puto multò brevius per inſcriptionem cylindrorum eam expediemus, præmiſſis tamen nonnullis definitionibus;

DEFINITIO PRIMA.

Tubus cylindricus eſt id quod relinquitur ablato cylindro concentrico minori ex majore æquè alto. Ut ſi ex cylindro ABCD auferatur cylindrus concentricus æquè altus E F H G, relinquitur tubus AEFD; hunc voco tubum cylindricum.



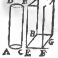
Definitio ſecunda rectangulum tubi, eſt idem ac rectangulum coronæ quæ eſt baſis eius, nempe rectangulum comprehenſum ſub eius craſſitie, & reliquâ lineâ ut rectangulum BEC.

PROPOSITIO I.

Problema.

Cylindri recti ſoliditatem metiri.

Proponatur ſoliditas cylindri recti A B inquirenda. Primò determinetur area circuli qui eſt baſis eius, quæ per altitudinem multiplicetur. Dico haberi ſoliditatem cylindri. Sit enim priſma EK, ejuſdem altitudinis, & ſoliditatis cum cylindro, ſed habens baſin polygoniam quam oſtendo æqualem eſſe circulo AC, atqoe adeò ſi multiplicetur circulus AC, per eandem altitudinem efficiet æquale productum, nempe ſoliditatem æqualem priſmati, atque adeò & cylindro.



Demonſtratio. Si circulus AC minor eſſet baſi E G, illi circulo circumſcribi poſſet polygonom minus baſi EG, ſupra quod ſi excitaretur priſma ejuſdem altitudinis, illud (*per 32. 11.*) minus erit priſioate E K, cum baſin habeat minorem; ergo minus etiam erit cylindro AB cui circumſcribitur quod eſt abſurdum. Si verò baſis EG eſſet minor circulo A C, eidem circulo inſcribi poſſet polygonum ordinatum majus baſi EG, (*per lemma ad 13. 12.*) excitatumque priſma ejuſdem altitodinis eſſet majus priſmate EK; ergo & cylindro A B, cui inſcribitur, quod eſt abſurdum. Igitur baſes EG & AC ſunt æquales, ſed multiplicando

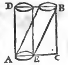
baſin E G per altitudinem exurgit ſoliditas priſmatis EK; ergo multiplicando baſin AC, per eandem altitudinem exurget ſoliditas æqualis nempe ſoliditas cylindri.

PROPOSITIO II.

Problema.

Metiri ſoliditatem cylindri obliqui.

Sit cylindri obliqui AB metienda ſoliditas, per demiſſam ex puncto B ad planum inferioris baſis perpendicularem BC. Multiplica baſin AE; dico productum ex tali multiplicatione æquale eſſe ſoliditati cylindri AB. Intelligatur ſuper eadem baſi AC cylindrus rectus, ejuſdem altitudinis.

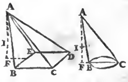


Demonſtratio. Habetur ſoliditas cylindri A B multiplicando baſin A E per altitudinem ſeu lineam perpendicularem ductam à baſi ſuperiori ad planum baſis inferioris (*per præcedentem*) ſed cylindri ED, AB ſunt æquales (*per* 11. 12.) ergo eadem multiplicatione habetur ſoliditas cylindri AB; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Problema.

Coni ſoliditatem metiri.



Ut habeatur ſoliditas coni A B C, demiſſâ à vertice A ad planum baſis DC perpendiculari AF, multiplica baſin B C per F I tertiam partem perpendicularis AF, producetur que ſoliditas coni.

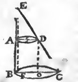
Demonſtratio. Multiplicatione baſis B C per totam altitudinem A F producitur ſoliditas cylindri ejuſdem baſis & altitudinis, ſed conus eſt eius tertia pars (*per* 10. 12.) ergo multiplicando baſin per tertiam partem altitudinis habetur ſoliditas coni; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Soliditatem fruſti coni metiri.

Sit fruſtum coni ABCD, cujus ſoliditas exquiritur. Producantur per intellectum eius latera donec perficiatur conus, cujus altitudinem facilè habebis. Si enim fiat ut OC exceſſus majoris baſis BC

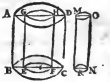


ſupra minorem AD ad minorem AD, ita D O, altitudo fruſti ad AE, altitudinem coni additi, adde ſimul DO, AE, ut habeas totalem altitudinem EF, multiplica majorem baſin B C per tertiam partem altitudinis EF, habebiſque ſoliditatem totius coni E B C. Multiplica item minorem baſin A D per tertiam partem altitudinis A E, habebiſque (*per præcedentem*) ſoliditatem coni ADE, quâ ſubtractâ ex ſoliditate totius coni B C E, reſtabit ſoliditas fruſti ABCD.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Soliditas cylindri eſt ad ſoliditatem tubi cylindrici, æquè alti, ut quadratum radii baſis cylindrica ad rectangulum coronæ ſeu baſis tubi.



Dico ſe habere, ſoliditatem cylindri MN eſſe ad ſoliditatem tubi cylindrici AEFD, ſicut quadratũ radii KN ad rectangulũ comprehenſum ſub CEC; quod ſupra vocavimus rectangulum coronæ.

Demonſtratio. Cum ita ſit totus cylindrus AC ad ablatum cylindrum E H, ut tota baſis B C ad ablatam baſin E F, (*per* 11. 12. *Eucl.*) ita erit totus cylindrus AC ad reliquum, nempe ad tubum AEFD, ut baſis B C ad coronam, B E F C. Sed ita eſt baſis B C ad coronam, ut quadratum ex B I ad rectangulum B E C, (*per* 36. *præcedentis*) ergo ita eſt cylindrus AC ad tubum, ut quadratum ex B I ad rectangulum BEC, ſed ita eſt cylindrus MN ad cylindrum AC, ut quadratum ex KN ad quadratum ex B I, ut vidimus; ergo ex æquo ordinato, ita erit cylindrus MN ad tubum AEFD, ut quadratum ex KN ad rectangulum BEC; quod erat demonſtrandum.

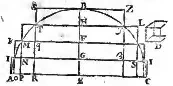
PROPOSITIO VI.

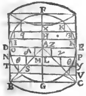
Theorema.

Hemiſphærio inſcribi poſſunt, & circumſcribi cylindri æquo alteri, ita ut eorum differentia ſit minor ſolido dato.

Dico

Digitized by Google





Dico hemiſphærio A B C inſcribi & circumſcribi poſſe cylindros æquè altos, ita ut exceſſus circumſcriptorum ſupra inſcriptos ſit minor ſolido D. Fiat ut circulus maximus ſeu baſis hemiſphærii ad baſin ſolidi D, ita altitudo ſolidi D ad lineam aliquam, tum ſemidiameter E B maximi circuli hemiſphærii dividatur bifariam, & quælibet medietas bifariam, atque ita deinceps, donec occurrat lineæ EG minor lineâ inventâ. Denique per ſingula diviſionum puncta ducantur parallelæ diametro AC, perficianturque rectangula tam inſcripta, quàm circumſcripta ſemicirculo ABC, intelliganturque tota figura circumvolvi circa axem immotum BE. Dico factum eſſe quod proponitur, nempe exceſſum cylindrorum circumſcriptorum ſupra inſcriptos minorem eſſe ſolido D.

Demonſtratio. Cylindrus ortus ex circumvolutione rectanguli AI, minor eſt ſolido D Si enim cylindrus AI haberet altitudinem æqualem lineæ prius inventæ, nempe eadem eſſet ratio baſis eius ad baſin ſolidi, quæ altitudinis ſolidi D ad altitudinem cylindri, cylindrus & ſolidũ D eſſent æqualia, (*per* 15. 12.) poſſet enim facilitatis gratia pro ſolido D aſſumi cylindrus; ergo cylindrus AI qui habet altitudinem minorem, minor erit ſolido D. Sed cylindrus A I eſt exceſſus circumſcriptorum ſupra inſcriptos. Nam hic exceſſus componitur ex coronis deſcriptis à rectangulis OI, NK, MT, & cylindro TZ, quibus omnibus ut patet æqualis eſt cylindrus rectanguli A I. Ergo exceſſus circumſcriptorum ſupra inſcriptos minor eſt ſolido D; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Dato ſolido minore quam ſit hemiſphærium, poterunt inſcribi cylindri æquales inter ſe altitudinis eo majores, hoc eſt quorum differentia ab hemiſphærio minor ſit eâ quâ tale ſolidum datum deficit ad hemiſphærio.

COROLLARIUM II.

Dato ſolido majore quam ſit hemiſphærium, poterunt hemiſphærio circumſcribi cylindri æqualis altitudinis inter ſe, propoſito ſolido minores; id eſt quorum differentia ab hemiſphærio minor ſit, quam exceſſus ſolidi ſupra hemiſphærium.

COROLLARIUM III.

Hæc demonſtratio applicari poſſet cuilibet ſphæroidi Ellypticæ quæ nempe generatur ex circumvolutione Ellypſis circa alterutrum axem.

PROPOSITIO VII.

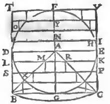
Theorema.

Hemiſphærium duplum eſt coni cujus baſis maximus ſphæra circulus & altitudo ſemidiameter.

Dico hemiſphærium D F E duplum eſſe coni ABC, cujus baſis circulus B C æqualis maximo ſphæræ circulo, & altitudo radius AG. Cum cylindrus DBCE ſit triplus coni A B C, ſi ab eo auferas conum reliquum ſeu infundibulum BDAEC, continebit duas tertias cylindri DBCE. Oſtendo autem hemiſphærium DFE æquale eſſe tali infundibulo; ſi enim infundibulum dicatur eſſe minus hemiſphærio, poterunt hemiſphærio inſcribi cylindri æquè alti, majores infundibulo (*per coro. 2. præcedentis*) Iis ergo inſcriptis, & in quot partes diviſa fuerit AF, dividatur AG, ductiſque parallelis perficiantur rectangula circumſcripta triangulo ABC, aut inſcripta triangulis ADB, AEC, tum ex circumvolutione figurarum circa diametrum EG generentur tubi cylindrici; oſtendo cylindros hemiſphærio inſcriptos, non eſſe majores infundibulo, ſed eſſe æquales tubis cylindricis inſcriptis infundibulo.

Demonſtratio. Linea H K media proportionalis eſt inter GH & HF, (*per* 13. 6.) ſeu DZ; ZE; ſunt enim AH, AL, LM æquales, ergo quadratum HK æquale eſt rectangulo DZE, (*per* 17 6.) ergo (*per* 5.) tubus PZ, DM æqualis eſt cylindro cujus radius AK; pariter linea X 3 media proportionalis eſt inter GX, XF ſeu N 𝔶, 𝔶 P; ergo ut prius cylindrus H 3 æqualis eſt tubo T𝔖; atque ita de reliquis; ergo cylindri hemiſphærio inſcripti æquales ſunt tubis infundibulo inſcriptis, ergo non ſunt majores infundibulo; ergo infundibulum minus non eſt hemiſphærio.

Sed neque hemiſphærio D F E infundibulum majus eſt, alioquin hemiſphærio circumſcribi poſſent cylindri æquè alti minores infundibulo. Supponantur deſcripti, & cono ABC totidem inſcripti, ejuſdem altitudinis; atque adeò totidem tubi circumſcripti infundibulo; quos oſtendo eſſe æquales cylindris circumſcriptis hemiſphærio, ideoque falſum eſſe cylindros circumſcriptos hemiſphærio majores eſſe infundibulo.



Demonſtratio. Primò cylindri ex DI & DK æquales ſunt; ſecundò cylindrus ex H O æqualis eſt tubo S M, quia linea N H eſt media proportionalis inter GN, NF, (*per* 13. 6. *Eucl.*) G N &

& NF æquales ſunt lineis KM,ML ; ergo ut prius erit cylindrus ex H O æqualis tubo ; idem oſtendam de cæteris, ergo infundibulum majus non eſt hemiſphærio, ſed neque minus eſt : ergo æquale, ergo hemiſphærium continet duas tertias cylindri, ergo duplum eſt coni ABC, & conſequentet tota ſphæra quadrupla ejuſdem coni ABC.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Cylindrus ſphæræ circumſcriptus illius eſt ſeſquialter, ſuperficie, & ſoliditate.

Mirabile eſt illud Theorema ab Archimede primò demonſtratum, eiuſque ſepulchro, tanquam eius operæpretium inſculptum.

Demonſtratio. Cylindri T B C V ſphæræ circumſcripti, pats dimidia DBCE coni ABC triplus eſt (*per* 10.12.) ergo totus cylicindrus erit coni ſextupla, ſed ſphæra eiuſdem coni quadrupla eſt, ergo ita eſt cylindrus, ad ſphæram ut 6 ad 4, ſeu 3 ad 2 huc eſt cylindrus eſt ſphæræ quoad ſoliditatem ſeſquialter. Oſtendimus item ſuperficiem curvam ejuſdem cylindri ſuperficiei ſphæricæ eſſe æqualem, ſeu quatuor maximis ſphæræ, & additis duabus baſibus, erit cylindri ſuperficies ſimul cum baſibus, ſuperficiei ſphæricæ ſeſquialtera.

COROLLARIUM I.

Soliditas ſphæræ æqualis eſt cono cujus baſis eſt ſuperficiei ſphæricæ, ſeu quatuor maximis circulis ſphæræ, hoc eſt quadrupla coni ABC, & altitudo æqualis radio AG, cùm enim coni æque alti ſe habeant ut baſes (*per* 11.12.*Eucl.*) conus propoſitus erit coni A B C quadruplus, ergo æqualis ſphæræ.

COROLLARIUM II.

Soliditas ſphætæ æqualis eſt cylindru, cujus baſis maximus eius circulus, & altitudo duos trientes diametri obtineat. Sic enim producetur cylindrus, cujus cylindrus ſphæræ circumſcriptus ſit ſeſquialter ; ſi ergo ſemidiamerer terræ ſit 1146 Leucarum,& ſemicircumferentia 3600; facta multiplicatione, erit area maximi terræ circuli 4125600 leucarum quadratarum. Quas iterum ſi multiplices per 1528, duas tertias diametri, erit ſoliditas terræ 6303916800 leucarum cubicarum.

COROLLARIUM III.

Infundibulum BDAEC æquale eſt hemiſphærio, ut oſtendimus.

COROLLARIUM IV.

Scutella quæ deſcribitur circumvolutione figuræ mixtæ DBG, æqualis eſt cono ABC ; nam ſi ex cylindro DBCE auferas hemiſphærium, ſeu duos trientes cylindri, reſtat ſcutella, ſeu alius triens, cui æqualis eſt conus.

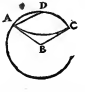
COROLLARIUM V.

Figura ſolida deſcripta à triangulo mixto DBX æqualis eſt parti ſphæræ à ſectore A X G deſcriptæ.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Sector ſphæræ æqualis eſt cono, cujus altitudo ſemidiameter ſphæræ & baſis æqualis ſuperficiei ſectoris.



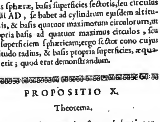
Dico ſectorem ſphæræ ABC æqualem eſſe cono, cujus altitudo eſt ſemidiameter ſphæræ, baſis æqualis ſuperficiei ſectoris, terminatæ circulo AC, ſeu cujus baſis eſt circulus radii AD. Supponatur conus cujus altitudo ſemidiameter ſphæræ, & baſis æqualis quatuor maximis ſphæræ circulis, qui ſphæræ æqualis erit (*per* 8.)

Demonſtratio. Sector ABC ſe habet ad totam ſphæram, ut ſua ſuperficies ad totam ſphæricam ſuperficiem, ſed pariter conus cujus altitudo radius ſphæræ, baſis ſuperficies ſectoris,ſeu circulus radii AD, ſe habet ad cylindrum ejuſdem altitudinis, & baſis quatuor maximorum circulorum,ut propria baſis ad quatuor maximus circulos, ſeu ad ſuperficiem ſphæricam;ergo ſector cono cujus altitudo radius, & baſis propria ſuperficies, æqualis erit ; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Segmentum ſphæræ æquale eſt cono habenti eandem baſin & altitudinem æqualem lineæ compoſita ex propria altitudine ſegmenti, & ex linea quæ quarta proportionalis eſt altitudini alterius ſegmenti propriæ altitudini, & radio.

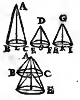


Sit diviſa ſphæra plano ADB in duo ſegmenta inæqualia AEB, ACB ; fiatque ut DE altitudo minoris ad DC altitudinem majoris ſegmenti ita radius FC ad CG ; atque adeo D G ſit compoſita ex DC & CG ; dico ſegmentum ACB æquale eſſe cono AGB.

Demonſtr. Cùm triangula tectangula C A E, CAD, ADE ſint æquiangula, erit ut AC ad DA. ita CE ad AE, & AE ad ED, (*per* 5. 6.) ergo ratio CE ad ED duplicata eſt rationis CA ad AD, ſeu ita eſt (*per* 2.12.) ut circulus radii AC, ſeu (*per*

(*per præcedentem*) ut ſuperficies ſegmenti ACB ad circulum radii AD, ſeu circulum AB. Aliunde quia fecimus ut DE ad DC, ut FC ad CG, ita erit componendo CE ad DE ut FG ad FC; ergo ita eſt FG ad FC ſicut ſuperficies ſegmenti ACB ad circulum AB; ſi ergo fiat conus cujus baſis ſuperficies ſegmenti & altitudo FC; item conus cujus A baſis circulus AB & altitudo FG, erit reciprocatio, quare hi duo coni æquales erunt, primus autem (*per præcedentem*) æqualis eſt ſectori ACBF, ergo & ſecundus; addatur his conus AFB de ſectore ACBF, fiet ſegmentum ACB æquale duobus conis, quorum baſis circulus AB, altitudo primi FG, altitudo ſecundi erit DF, ſed coni ejuſdem baſis ſe habent ut altitudines. Fiant ergo tres coni ſub eadem baſi AB, unus habeat altitudinem DF, ſecundus FG, tertius altitudinem DG, quæ cum ſit æqualis duabus primis, tertius hic conus ABG duobus primis hoc eſt ſegmento ACB æqualis erit quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

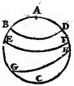


Si coni ABC, DEF, GHI habeant baſes æquales, & altitudo primi æqualis fuerit altitudinibus aliorum ſimul ſumptis, primus conus aliis duobus ſimul ſumptis, æqualis erit.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Soliditatem cujuſcumque portionis ſphæræ metiri.



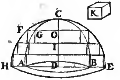
Sit ſoliditas portionis ſphæræ circulis BE, DF contentæ metienda; metire primo ſoliditatem totius ſegmenti AEF, ex qua auferes ſoliditatem ſegmenti ABD, reſtabitque ſoliditas portionis contentæ circulis BD, EF, & hoc ſive circuli paralleli ſint, ſive non.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Sphærois Ellyptica longa eſt ad ſphæram majoris diametri, in duplicata ratione minoris ad majorem diametrum.

Sit dimidia ſphærois ACB, & hemiſphærium AHCE, ſphæræ majoris diametri; dico ſoliditatem ſemiſphæroidis eſſe ad hemiſphærium in duplicata ratione minoris diametri AB ad majorem HE. Si enim inſcribantur, tam hemiſphærio quàm ſemiellypſi cylindri ejuſdem altitudinis, ſinguli ſemiſphæroidis ad ſibi correſpondentes hemiſphærii erunt ut baſes, baſes autem ſunt in duplicata diametrorum, diametri ſunt ut minor ad



majorem diametrum, v.g. cylindrus deſcriptus ex circumvolutione rectanguli GI, ad deſcriptum à rectangulo FI, eſt ut circulus radii GO, ad circulum radii FO, nempe in duplicata lineæ GO, ad FG, GO autem ad FO; ſe habet ut minor diameter ad majorem. Hoc igitur habemus cylindros ſphæroidis, ad cylindros ſphæræ eſſe in duplicata ratione minoris ad majorem diametrum; Ex quibus concludo, ſphæroidem ad ſphæram, eſſe in eadem duplicatâ ratione.

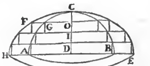
Demonſtratio. Sphærois ad ſphæram, nec majorem nec minorem habet rationem, quam duplicatam minoris ad majorem diametrum. Si enim majorem haberet, aliqua quantitas minor ſphæroide, haberet ad ſphæram duplicatam rationem minoris ad majorem diametrum. Quare (*per cor. 3. 6.*) inſcribi poſſent ſphæroidi cylindri majores illâ quantitate, & qui conſequenter ad ſphæram majorem habebunt, rationem haberent quam duplicatam minoris ad majorem diametrum, ſed ſi inſcribantur ſphæræ cylindri æquè alti, ad eos cylindri ſphæroidis haberent rationem duplicatam, minoris ad majorem diametrum; ergo haberent majorem rationem ad ſphæram, quam ad cylindros ſphæræ inſcriptos, quod eſt abſurdum.

Sed neque ſphærois ad ſphæram minorem rationem habet, alioquin ſphæra ad ſphæroidem majorem rationem haberet. Inſcriptiſque ſimiliter cylindris, ſequeretur cylindros ſphæræ habere majorem rationem ad ſphæroidem, quam ad cylindros ſphæroidi inſcriptos; quod eſt etiam abſurdum.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Sphæroïs lata ad ſphæram minoris diametri eſt in ratione duplicata majoris ad majorem diametrum.



Sit hemiſphærium ABC, & ſemiſphærois HCE, dico ſphæroidem ad ſphæram eſſe in duplicata ratione majoris diametri HE ad minorem AB. Cum enim omnes parallelæ lineæ HE, ut FO, ita ſecentur à circulo AC, ut ſit eadem ratio FO ad GO, quæ HD ad AD, ſeu HE ad AB, circuli autem ſint in doplicata ratione, ſuam diamettorum, erunt omnes circuli ſphœroidis ad omnes circulos ſphæræ in duplicatâ ratione HE ad AB; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Sphæra majoris diametri ſphærois lata, ſphærois longa, & ſphæra minoris diametri ſunt in continua proportione majori ad minorem diametrum.

A. B. C. D. Sint lineæ A, B, C, D, in continua propottione majoris ad minorem diametrum alicujus Ellypſis. dico ſphætam majotis diametri, ſphæroidem latam & ſpheroidem longam, & ſphætam minoris diametri eſſe continuè proportionales in ratione A ad B.

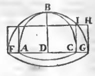
Demoriſtr. Sphæta majoris diametri sd ſphæroidem longam, eſt in duplicata A ad B (*per* 12.) ergo eſt ut A ad C. Eadem ſphæra ad ſphæram minotis diametri, eſt in ttiplicata ratione A ad B (*per* 18. 12) ergo eſt ut A ad D. Sphæra minoris diametri ad ſphæroidem lata, eſt in duplicata B ad A, hoc eſt ut D ad B, igitur ſphæra majoris diametri, ſphæra lata, ſphærs longa, & ſphæra minoris diametri ſunt ut A, B, C, D; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Soliditas ſphæroidis æqualis eſt cylindro, cujus baſis eſt eadem, & altitudo duos altitudinis trientes obtinet.

Dico ſoliditatem ſemiſphæroidis longæ ABC æqualem eſſe cylindro cujus baſis eſt circulus AC, & altitudo CI duos obtinet trientes altitudinis DB. Sit enim hemiſphærium FBG, cum cylindro FI, &c.



Demonſtratio. Hemiſphærium ad ſemiſphæroidem eſt in duplicata ratione lineæ FD ad AD, ſeu ut circulus radii FD ad circulum radii AD, ſed pariter cylindrus AH ad cylindrum AI ejuſdém altitudinis, eſt ut circulus radii FD ad circulum radii AD (*per* 11. 12. *Eucl.*) ergo ita eſt hemiſphærium ad ſemiſphæroidem, ut cylindrus ad cylindrum, ſed hemiſphærium æquale eſt cylindro FH; Ergo ſemipherois æqualis eſt cylindro AI; quod erat demonſtrandum.

Idem fit argumentum de lata.

COROLLARIUM.

Semiſphærois quæcumque dupla eſt coni eandem baſin & altitudinem habentis: cum ſemiſphærois obtineat duas tertias cylindri ejuſdem baſis & altitudinis, & conus unam tantum tertiam.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Segmentum ſphæroidis eodem modo ſe habet, ad conum ejuſdem baſis, & altitudinis, ſicut ſegmentum ſphæræ ad conum ejuſdem baſis, & altitudinis.



Sit ABC ſegmentum ſphæroidis, & BBE ſegmentum ſphæræ, ſintque coni BBE, ABC. Dico ita eſſe ſegmentum ſphæræ ad ſuum conum, ut ſegmentum ſphæroidis ad ſuum. Nam primò ſi utamur demonſtratione propoſitionis 12. oſtendam ſegmentum BBC ad ſegmentum ſphæroidis ABC eſſe in duplicata ratione majotis diametri ad minorem, ſeu ut circulus BE ad circulum AC. Sed coni ejuſdem altitodinis, ſunt ut baſes (*per* 11. 12.) ergo ut ſegmentum ſphæræ ad ſegmentum ſphæroidis, ita conus ſegmenti, ſphæræ ad conum ſegmenti ſphætoidis, & alternando ut ſegmentum ſphæræ ad ſuum conom, ita ſegmentum ſphætoidis ad ſuum.

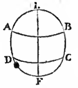
COROLLARIUM I.

Ex hac propoſitione colliges ſegmentum ſphæroidis æquale eſſe cono ejuſdem baſis; & altitudinem compoſitam ut ſupra in propoſitione 10. Hinc ſoliditstem ſegmenti ſphæroidis metieris; Si nempe conom efficiamus cujus erit baſis eadem, & altitudo compoſita ex propria altitudine, & ex quarta proportionali altiudmi alıetius ſegmenti,

propria

propriæ altitudini, & radio, multiplicemuſque baſin ſegmenti, per tertiam partem hujus altitudinis inventæ.

COROLLARIUM. II.



Truncum ſphætoideos eireulis ad axem rectis AB, DC comptehenſum metiemur ſi totius ſphæroideos ſoliditatem inquiramus, ex qua auferamus ſoliditatem ſegmentorum ALB, DFC. Quæ omnia uſum aliquem habere poſſunt in metiendis doliis, ſi quæ inveniantur quæ figuram Ellypticam imitentur. Debet enim per intellectum perfici ſphærois, ex qua ſubtractis hinc inde ſegmentis exterioribus, reſtaret ſola dolii capacitas.

Non puto diutius in his figuris Ellypticis, hyperbolicis, parabolicis aliiſque diutius immorandum cum rarò occurrant tales figuræ.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Numerum arenularum totâ tellure contentarum inire.

Cum aliquandò mota eſſet quæſtio, an numerus arenæ quæ jacet in littore maris infinitus eſſet, oſtendit Archimedes non tantum non eſſe infinitum, ſed facilè numerum arenæ quæ toto telluris, aut etiam firmamenti ambitu contineretur, iniri poſſe, & de ea materia librum compoſuit quem Arenarium nominavit. Hujus libri doctrinam hac propoſitione comprehendo, quod ut methodicè exequar,

Suppono primò de arenulis ita parvis non loqui, ut granum coriaudri ex mille hujuſmodi arenulis coaleſcar.

Suppono ſeeundò decem grana coriandri io directum poſita digitum efficere, & cum pedem faciant duodecim digiti, eſſe 120 grana coriandri. Paſſum autem geometricum quinque pedes ſibi vendicare, & conſequenter ſexcenta grana coriandri.

Milliare mille paſſus habet, ergo 600000 grana coriandri. In leuca 1800000 quæ ſi multiplices per 2200 leucas quæ diametro telluris tribuuntur, invenientur in terræ diametro 5720000000 grana coriandri.

Comparetur telluris diameter cum coriandri diametro, erit coriandri diameter 1, & telluris diameter 5720000000, ſed (*per* 18.12. *Eucl.*) ſoliditates ſphærarum ſunt in triplicata ratione diametrorum. Fiat ergo ut diameter coriandri ad diametrum telluris, ita 1000 ſeu ſoliditas coriandri ad numerum A, & iterum ut diameter ad diametrum; ita numerus A ad B. Denique ut diameter, ad diametrum, ita numerus B ad numerum C. Dico numerum C, eſſe numerum Arenularum totâ tellure comprehenſarum, ſi nempe tellus ex granis arenæ ita minutis componeretur, ut mille arenulæ in grano coriandri inveniantur.

A 5720000000000

B 22718400000000000000000

C 1299492480000000000000000000000000

Eâdem methodo determinabis numerum arenæ toto cœli ambitu contentarum, modo determines eius diametrum.

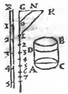
Demonſtratio. Facilis eſt eruiturque (*ex decimâ octavâ duodecimi elementorum Euclidis.*)

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Virgam ad metiendam doliorum capacitatem componere.

Ut dolia metiamur, debemus primò aliquam menſuram uſualem conſtituere, ad quam omnium doliorum capacitatem, ſeu ſoliditatem exigamus; ut verbi gratia cotylus, ſextarius. Quæ menſura, quia ut plurimum irregularis eſt, ad regulare corpus revocanda, & ſiquidem dolia noſtra quadratam baberent baſin, menſuram uſualem parallelepipedum quæreremus; quia autem cylindricam, aut etiam tantiſper conicam, menſura communis cylindrica aſſumatur.



Fiat ergo ex ſtanno, aut etiam ferro albo cylindrus AB, ſatis exactè compoſitus, in quem ſextarius vini, aut aquæ infundatur, aut ſi velis duos, aut tres, ut exactiùs procedat operatio, notenturque duo, nempe altitodo ad quam pervenit, & diameter baſis cylindri, verbi gratia ſi pars cylindri AD repleatur ſextario vini, erit AD altitudo, & AC diameter baſis. Tum duas virgæ facies notis & characteribus diverſis inſtrues.

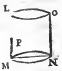
Primam altitudinibus metiendis deſtinabis, in eamque transferes altitudinem AD, quam repetes quoties contineri poterit, additis characteribus 1. 2. 3. 4. 5. &c. eritque ergo altitudinum linea, in partes æquales diviſa.

Secunda facies quæ baſium dicitur, dividetur eo modo quò linea planorum, proportionum circino inſcripta, nempe fiat angulus rectus IGK, ſintque lineæ GK, GI, ſingulæ æquales lineæ AC diametro baſis, transferatur linea IK in G 2 & 2 K, in G 3 & ita conſequenter, eritque G 2 diameter circuli dupli, G 3 tripli, G 4 quadrupli & ita deinceps. Ratio eſt cum enim GK, GI ſint æquales, erit (*per* 47. 1. *Eucl.*) quadratum ex KI æquale quadratis æqualibus GK, GI; ergo eſt duplum utriuſque, ſed ut quadrata ita & circuli (*per* 2.12.) ergo circulus ex KI, ſeu G 2, eſt duplus circuli GI, ſeu AC.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Vas cylindricum metiri.



Proponatur vas cylindricum L M N O. Primò metire baſin MN virgâ baſium. Ponamus diametrum MN æqualem eſſe lineæ G 3, baſis hujus vaſis cylindrici ut patet, erit tripla circuli A B metire altitudioem LM, virgâ altitudinum, ponatur continere 4 partes; multiplica tria per quatuor, habebiſque duodecim ſextarios pro capacitate vaſis cylindrici MO.

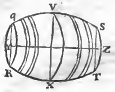
Demonſtr. Si vas M O, cujus baſis eſt tripla, lineæ AC ſuperioris figuræ haberet altitudinem M P æqualem lineæ AD, contineret tres ſextarios, ſed altitudo M L quadrupla eſt; ergo debet continere quater tres ſextarios, ſeu duodecim; quod erat demonſtrandum.

Si baſes MN, LO inæquales eſſent, aſſumenda eſſet baſis intermedia, ſaltem ſi exceſſus unius ſupra aliam ſit modicus, ſi enim eſſet ſatis magnus, committeretur error, ut jam oſtendimus tertio libro.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Doliorum capacitatem metiri methodo communi.



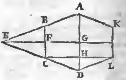
Dolii q R T S ſit capacitas exploranda; metire diametrum VX virgâ baſium, metire item baſin q R, quæ quia communiter minor eſt, ſumatur baſis intermedia, ut ſi prima V X æqualis eſſet lineæ G b & qR æqualis lineæ G ſ, ſumenda eſſet baſis æquata partium $5\frac{1}{2}$. Aſſumatur linea Y Z virga altitudinum, ſit verbi gratia inventa æqualis lineæ E 7, multiplica $5\frac{1}{2}$ per 7 fient $38\frac{1}{2}$; dico dolium qRTS eſſe capax ſextariorum $38\frac{1}{2}$.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Exactior doliorum menſuratio.

Superior praxis communis eſt, neque jure à viris ineruditis aliquid ulterius poſſumus requirere, deficit tamen nonnihil, eò quod æquatio quæ adhibetur præciſa non ſit, ſi quis ergo exactius velit procedere, dividat dolium in duo fruſta conica, quæ ſeparatim metiatur.



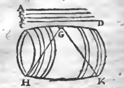
Proponatur ergo primò fruſtum ABCD. Metire primò virgâ baſium lineam A D, ponaturque eſſe, verbi gratia æqualis lineæ G 7, explorentur item lineæ AD, BC, ſecundum virgam altitudinum, habebiturque exceſſus unius ſupra aliam, & dimidius exceſſus H D. Metire item lineam FG, fiatque ut D H ad HC, ſeu FG, ita GD ad GE, habebiſque longitudinem totius coni; Fiat item ut DH ad HC, ita FC ad FE, cognoſceſque lineam F E: ſupponatur E G eſſe 24 partium, & EF 15, multiplica baſin AD 7 per 8 tertiam partem lineæ EG, habebiſque 42 ſextarios pro toto cono AED. Si perfectius operari velis; multiplica baſin BC quæ ſit v. g. 4 per 5 tertiam ſcilicet partem lineæ EF 15, & habebis 20 pro cono BEC, quo ſubtracto ex 42, reſtabunt 22 ſextarii pro fruſto ABCD; idem præſtandum ex alia parte.

Demonſtratio. Praxeon quibus lineæ EG, EF quæruntur, fundantur in propoſitione quarta libri ſexti Euclidis; ultima pars eſt undecima libri duodecimi ejuſdem.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

An unica virga ſine ulla multiplicatione dolia metiri poſſit.



Certum eſt quod ſi doliorum omnium eſſent figuræ ſimiles, hoc eſt eadem eſſet ratio longitudinis, ad utriuſque baſis diametrum facilè unicâ menſurâ, totam menſurationem abſolveremus.

Ponamus enim longitudinem alicujus dolii notæ capacitatis eſſe A, cujus capacitas ſit 240 ſextariorum;

tariorum; requiraturque longitudo dolii 260 ſextariorum. Dividatur linea A in 24 partes, aſſumanturque 26 pro linea CD, quærantunque inter A & CD duæ mediæ proportionales E & F, linea E erit longitudo dolii ſextariorum 260. Atque ita poſſemus facere tabulam, aut virgam quæ contineret longitudinem omnium doliorum: ſimilis diviſio habetur in circino proportionali, diciturque linea ſolidorum. Habemus item regulam calibræ, quæ hanc doctrinam globis ferreis tormentorum bellicorum applicat.

Alii pro longitudine dolii, volunt aſſumere lineas diagonales GK, GH, quia illæ diagonales augentur, ſive longitudo, ſive latitudo augeatur. Nihilominos etiam aſſumptis diagonalibus pro menſura dolii, nulla fieri poteſt virga quæ contineat capacitatem doliorum, propter diſſimilitudinem figurarum; poſſent enim fieri dolia eaſdem habentia diagonales quæ tamen inæqualis eſſent capacitatis.

GEOMETRIÆ
LIBER OCTAVVS.

Nova methodus geometrica.

ANTEQVAM ulteriùs in geometria progrederer, & rotundorum menſurationes attingerem, novas methodos hoc ſæculo inventas priùs explicandas cenſui, eò quod ſequentibus lucem aliquam affundere poſſent. Prima quæ occurrit eſt indiviſibilium methodus, quam Bonaventuræ Cavalerio Mediolanenſi ex Ieſuatorum ordine inſigni mathematico debemus, qui reſolutis in ſua quaſi elementa figuris quibuſcumque, ſive planis, ſive ſolidis obſcuriora Theoremata mirâ facilitate demonſtrat. Non omnibus tamen æqualiter accepta fuit hæc methodus; ipſo titulo nonnullis ſuſpicionem faciente, quod in quantitatem continuam indiviſibilia inveheret, aut ex eorum tantum ſuppoſitione, quam ut chymericam, & impoſſibilem inſectatur peripathetica ſchola, ſuas demonſtrationes perageret. Nonnulli fallacem crediderunt, nec ſine delectu, aut examine adhibendam, quòd nempe authoris mentem non ſatis perciperent, ſed in eius ſcriptis perſpicuitatem, & ordinem deeſſe jure meritò quererentur. Hanc primò methodum, meo modo explicandam, in ordinem redigendam, & in meliorem quem pati poterit ſenſum, detorquendam octavo libro ſuſcipio.

Nono verò doctrinam ſpiralis lineæ ſecundum indiviſibilium methodum breviter tradam.

Decimum librum ſibi vendicabit Patris à ſancto Vincentio Societatis Ieſu inſignis inter omnes Geometræ nobile inventum, à Pappo quidem ſubindicatum fuerat, ſed ita ſubobſcurè, ut nihil de hujus authoris gloria propterea detrahat, qui circa progreſſiones quaſcumque ita vias mirabiles init, ut non earum tantum terminos inter ſe, ſed integras progreſſiones, infinitis licet terminis conſtantes, aut inter ſe, aut cum quolibet earum termino comparet.

Vndecimo libro novum centri gravitatis uſum à Guldino pariter noſtro excogitatum, circa rotundorum generationem accommodatiſſimum referam. Hic mirâ facilitate figurarum, per circumvolutionem productarum menſurationes ita peragit, ut nihil accommodatiùs reperiri potuerit, & quod ad ulteriùs provehendam geometriam, viam & campum ubertorem aperiret.

DEFINITIONES.

DEFINITIO PRIMA.

Indiviſibile ſeu punctum mathematicum illud eſt cujus pars nulla. Nempe quod ita ſine partium diſtinctione concipitur, ut una ab alia, mente non diſtinguatur, ſive partes reverâ habeat, ſive non, parum intereſt. Hanc puto puncti mathematici germanam eſſe definitionem, quod à Zenonico benè diſtinguit mathesis, ne ſe difficultatibus, & opinionibus Philoſophicis inutiliter implicet. Non ergo puncta Zenonica admittit hæc methodus, quæ apertam ſecundum multos contradictionem involvunt, aut ex eorum ſuppoſitione aliquid demonſtrat, ſed tantum ex Mathematicorum punctorum ſuppoſitione, quæ nullus, ſi modò terminos penetret, negare poteſt, figurarum æqualitatem aut inæqualitatem concludit.

Punctum ergo Mathematicum eſt quæcumque quantitas, ita concepta, ut partem eius unam ab alia non diſtinguamus. Unde liberum cuique eſt, quamcumque quantitatem ut punctum Mathematicum aſſumere, benèque procedent Mathematicæ demonſtrationes, ſi factâ eâ ſuppoſitione, nulla committatur aberratio, quæ illud aſſumptum punctum adæquet.

Dicitur verbi gratia, globus perfectus planum

in puncto tangere. Quærent Philoſophi an detur globus perfectus, an tangat planum in parte diviſibili, Mathematicus de his ne verbum quidem, eò quod pro globo perfecto, eum intelligat, qui aſſumptâ aliquâ quantitare pro puncto, globum tanget in parte, quæ eâ quantirate quæ pro puncto aſſumitur major non ſit. Ideoque globus perfectus in una ſuppoſitione, in alia imperfectus erit. An verò globus dari poſſit qui in omni ſuppoſitione perfectus ſit, viderint Philoſophi, id enim tam forſitan implicat, quam dari quantitatem omnium minimam.

Senſus hic ſolus legitimus eſt, matheſeſque extricat difficultatibus continuis, alius quilibet ſenſus eſt ſpurius, omneſque Mathematicas demonſtrationes enervat, cum punctum, lineam & ſuperficiem impoſſibilem reddat.

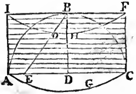
Linea finita, numerum certum punctorum continet in qualibet ſuppoſitione, quia tamen fieri poſſunt aliæ, atque aliæ ſuppoſitiones, in quibus partes minores, & minores aſſumentur, ideò poſſunt plura, & plura puncta cogitari.

Hæc explicatio praxi communi conformis eſt, cum enim ad praxin deſcendimus volumuſque aliquam v. g. ſuperficiem metiri, longitudine eius per latitudinem multiplicamus, eaſque in exapedas dividimus, & tunc exapeda quadrata nobis eſt punctum Mathematicum, ſufficitque nobis ut non aberremus unâ exapedâ. Si diligentiores eſſe volumus latera figuræ in pedes dividimus, & tunc pes quadratus nobis eſt punctum Mathematicum, pedem in digitos, digitum in lineas ſubdividimus. Si exactiori calculo procedendum eſt, tunc digitus, aut linea quadrata, puncti Mathematici vices obibunt.

In eo igitur ſenſu vocem indiviſibilis intelligo, nec inquiro an ſit vox propria nec ne, plures enim invenio, qui hujuſmodi methodi titulum reprehendant, ſed modò de re inter nos conveniat, facilè omnis de verbo controverſia dirimetur.

DEFINITIO II.

In eodem ſenſu accipiendæ ſunt iſtæ voces, *linea*, & *ſuperficies*; quæcumque enim longitudo cujus latitudo non conſideratur, aut non diſtinguitur in ſuas partes, dicitur linea mathematica, & fluxus puncti mathematici, majorem, aut minorem realiter obtinens latitudinem, prout punctum primo aſſumptum, majus aut minus fuerit; quod pendet ex operantis arbitrio, majorem, aut minorem, in ſuis operationibus accurationem exigentis.



In hac igitur methodo ſuperficies quæcumque ad modum telæ, parallelis filis contextæ, concipitur, atque ut hic paralleliſmus exactiùs obſervetur, una aliqua ſemper proponitur cui reliquæ omnes ſint parallelæ, atque hæc dicitur regula. Ut ſi figura plana ABCD, in ejuſque extremitate aſſumatur linea AC tanquam regula, cui reliquæ ſint parallelæ, tum I F illi parallela deorſum moveatur verſus AC, donec cum illa congruat, omnes deſignabit lineas, ex quibus figura componi intelligitur.

Numerus quidem harum linearum infinitus eſſe videtur, quia lineæ cum minori, & minori craſſitie aſſumi poſſunt; re tamen verâ in qualibet ſuppoſitione finitus eſt, & in praxi ita ſemper aſſumitur. Nam ſi proponatur parallelogrammum, eius latera inter ſe multiplicantur ut habeatur area, hæc autem multiplicatio fit ſemper in aliqua menſura quæ indiviſibiliter ſumpta, ſingularum linearum latitudinem determinat, hæc igitur latitudo ne inconcinne ſumatur, ſecundum perpendicularem BD, quæ dicitur linea recti tranſitus, determinatur, dum ſcilicet linea F I recta deſcendere ad lineam AC intelligitur. Linea verò B E, quæ obliqua eſt, diciturque linea obliqui tranſitus, non meretur congruè hunc acceſſum; poſſet tamen adhiberi lineæ obliqui tranſitus quorieſcumque compararentur duæ figuræ, in quibus dantur lineæ ſimiliter inclinatæ; ſatius tamen eſt craſſitiem linearum ad perpendicularem revocare.

DEFINITIO III.

Similem ſenſum admittit hæc vox (*ſuperficies*) quæ licet ſine ulla craſſitie intelligatur, nulla tamen de facto exiſtit, quæ ſuperficiem non habeat. Quare quodcumque propoſitum corpus ſolidum intelligere poſſum, in ſuperficies diviſú, uni certæ parallelas, craſſitiem quidem aliquâ habentes, ſed indiviſibiliter ſumptam, hoc eſt ulteriùs non diviſam. Tales ſuperficies in quolibet ſolido, plures, & plures cogitari poſſunt, prout ulterior earum diviſio poteſt inſtitui. Ut ſi ſuperior figura ABC intelligatur ſolida & ſuperficies ACG, nempe baſis eius intelligatur tanquam regula, cui aliæ ſuperficies figuram componentes debeant eſſe parallelæ, inter quas I B F, quæ per eius verticem tranſit, deorſum feratur verſus baſin, ita tamen ut à paralleliſmo nunquam diſcedat, percutiet hoc motu totum ſolidum, totque ſignabit ſuperficies, quot in linea DB licet cogitare puncta mathematica; Hic ductus ſuperficiei in lineam multiplicationi reſpondet, ut jam ſæpè monuimus, debet autem communiter linea motus illius, eſſe perpendicularis ad baſin, diciturque tunc linea recti motus. Poſſumus tamen nonnunquam uſurpare lineam obliquam, qualis linea EB, quæ dicitur linea obliqui motûs, modò in utraque figura linea ſimiliter inclinata adhibeatur, quamvis minus propriè; nam borum motuum acceſſus unius quantitatis ad aliam vera menſura eſt perpendicularis; obliqua autem eſt menſura motûs compoſiti ex duobus.

DEFINITIO IV.

Duplicem methodum diſtinguit Cavalerius, in priori per collectionem procedit, compararque aggregata omnium, ut vocat indiviſibilium, nempe concludit æqualitatem duarum verbi gratia figurarum planarum, eo quod aggregatum omnium linearum unius figuræ, æquale ſit aggregato omnium linearum alterius figuræ; omnes autem lineas intelligit ſemper uni certæ regulæ parallelas. Pariter duorum ſolidorum æqualitatem concludit, eò quod aggregatum ſuperficierum, uni certæ tanquam regulæ parallelarum æquale ſit aggrega-

to ſuperficierum alterius ſolidi; quare ſecundum hanc primam merhodum illæ figuræ planæ æquales erunt, quæ ſi dividantur in lineas certæ latitudinis, & uni regulæ parallelas, toramque earum aream implentes, aggregata harum linearum ſint æqualia, non tantum in una tali diviſione, ſed in omni. Idem dicendum de aggregato ſuperficierum, reſpectu ſolidorum.

Poſterior methodus diſtributivè procedit, oſtenditque unam lineam, in una figura, ſibi correſpondenti, in alia figura æqualem eſſe, quod ſi præterea ſupponantur æqualis altitudinis, facilè ex æqualitate ſingularum ad æqualitatem omnium ſimul procedimus. Quæ omnia debent ſemper intelligi juxta eamdem ſuppoſitionem, nempe quod lineæ æqualem habeant latitudinem, & ſuperficies craſſitiem; nam ex eo quod ſingulæ æquales ſint ſibi correſpondentibus, omnimodam æqualitatem concludimus, aut ſcientes quam rationem habeant lineæ, aut ſuperficies ſibi in utraque figura reſpondentes, quam etiam rationem habeant tota colligimus.

DEFINITIO V.

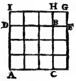
Duplex communiter diſtinguitur figurarum geneſis, prima quæ magis accommodata eſt menſurarionibus, per motum rectum peragirur, nempe ſi linea, aut figura genitrix motu recto moveatur, aliam figuram producet: ita linea ſitum ſemper parallelum obtinens, aliam rectam percurrat, parallelogrammum producet; ſi parallelogrammum ſitum horizontalem conſervans evehatur, ſeu aſcendat, hoc motu parallelepipedum generabit.

Secunda figurarum geneſis eſt circumvolutio, ita circulus fit per circumvolutionem lineæ rectæ, quieſcente eius uno extremo, ita ſi ſemicirculus circa immotum diametrum circumvoluatur ſphæram producet.

Tertiò figura genitrix dum motu ſuo aliam producit, nonnunquam eadem perſeverat, fiuntque priſmata,& cylindri, aliquando decreſcit,producuntur pyramidalia, & conica corpora, quæ decrementa variam proportionem obſervant, quæ omnia diligenter diſtinguenda ſunt.

Omnis quantitas per motum quaſi generari intelligitur, nempe dum movetur aliqua linea, aut ſuperficies, ſi concipiatur totum ſpatium,quod ſucceſſive occupat, quaſi in eo toties multiplicaretur quot ſunt puncta in linea motus, dicetur generari quantitas illi ſpatio æqualis. Quod ſi quantitas producta dividatur in partes illi quantitati æquales, per cujus motum generata eſt, dicetur reſolvi in ſua elementa, quæ per motum quaſi augmentum accepere; ſic lineam in puncta, ſuperficiem in lineas,ſolidum in ſuperficies reſolvimus; quare punctum non Zenonicum, ſed mathematicum motu ſuo genitor eſt lineæ. Dicitur tamen linea infinitis punctis conſtare ſi nempe non una tantum, ſed omnes ſpectentur ſuppoſitiones.

Hunc quantitatum motum ſeu ductum, ſæpe diximus multiplicationi æquivalere, ut ſi linea AI moveatur in linea AC, toties linea AI inveniatur in rectangulo AG quot ſunt puncta mathematica in linea IG; in quo vides pro puncto mathematico ſumi aliquam determinatam quantitatem, verbi gratia,pedem vel digitum, ſecundum quem utramque lineam menſi ſumus. Eodem modo intelligi poteſt ſuperficies duci in lineam mo-



tus, totieſque ſumi quot fuerint puncta in linea motus, quæ ut ſit menſura propria hujus multiplicationis, debet eſſe perpendicularis ad ſuperficiem generantem. Atque hæc modo ſufficiant, nam de productione quantitatum, per motum figuræ decreſcentis in certa ratione, dicemus meliùs in ſequenti methodo, ubi varia decrementa figurarum explicabimus.

PROPOSITIO I.

Theorema.

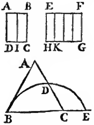
Æqualium linearum omnia puncta numero æqualia ſunt. Æqualium planarum figurarum omnes lineæ regulâ quâvis aſſumpta æquales ſunt. Et ſolidorum æqualium omnia plana ſecundum quamlibet regulam æqualia ſunt.

Senſus hujus propoſitionis intelligendus eſt, juxta traditas definitiones, nempe ut aſſumatur in qualibet ſuppoſitione quantitas determinata pro puncto mathematico, quod etiam lineam latitudinem,aut planorum craſſitiem metiatur. Si enim nulla determinetur ſuppoſitio cum numerus punctorũ infinitus cogitetur,collectio illa vix ſenſum ullum legitimum habere poterit. Incipiamus à lineis, dico primo quod ſi duæ lineæ rectæ ſint æquales, quæcumque pars pro puncto aſſumatur, & quæcumque diviſio inſtituatur, tot erunt puncta in una, quot ſunt in alia.

Demonſtratio. Si duæ lineæ rectæ ſint æquales; ſuperpoſitæ non ſe excedent,cum igitur nulla pars unius ſit extra partes alterius, neutra plura puncta ſeu partes determinatæ magnitudinis, continebit. Item ſi tot ſint puncta in una, quot in alia in omni omninò ſuppoſitione æquales erunt. Si enim una ſuperaret aliam aliquo utique determinato exceſſu, qui ſi pro puncto aſſumatur,plura erunt puncta in una quàm in alia, in ea ſcilicet ſuppoſitione, in quo ille exceſſus pro puncto ſumetur quod ſi in omni ſuppoſitione æqualis ſit,in utraque punctorum numerus,exceſſus omni quantitate aſſignabili minor erit, atque adeò nullus erit.

Idem dico de linea curva comparata cum recta; ſi enim utraque diviſa intelligatur in ſua puncta æqualia utique, ſintque lineæ æquales, tot erunt in una quot in alia, vel ſi eſſent plura in una, hæc eſſent exceſſus illius ſupra aliam, atque adeò inæquales forent. Dico ſecundò, quod ſi duæ ſuperficies æquales ſint, & diviſæ in lineas uni regulæ parallelas juxta quamcumque diviſionem omnes lineæ unius, omnibus lineis alterius æquabuntur Proponantur ergo tales figuræ A B C, BDE, quæ ſuperponantur aut ſuperponi intelligantur.

Demonſtr.



Demonſtratio. Vel in tali ſuperpoſitione una alteri omnino congruet, vel ex parte: ſi primum, omnes etiam lineæ unius,ſumptæ ſecundum unam regulam nempe parallelæ lineæ B C E, omninò congruent, quæ autem congruunt æqualia ſunt: ergo omnes lineæ unius, æquales ſunt omnibus lineis alterius. Si verò non congruunt ex toto, ſaltem congruent ex parte, ut accidit in figuris ABC B D E, quæ congruunt ſecundum partem B D C. Superponentur item reliquæ partes, quæ etiam congruent, ſecundum aliquam partem ſui, atque ita conſequenter per diverſas applicationes, exhaurietur utraque figura, ut nihil ſit in una, cui non reſpondeat æqualis pars in alia, alioquin figuræ eſſent inæquales, ſed figuræ planæ quæ congruunt ita ſe habent, ut omnes lineæ unius æquales ſint omnibus lineis alterius: ergo colligendo omnes lineas ſingularum partium omnes lineæ unius æquabuntur omnibus lineis alterius.

Tertiò, dico quod ſi duo ſolida ſint æqualia, quæcumque diviſio inſtituatur, in ſuperficies æqualiter craſſas non plures ſunt in uno quàm in alio, & viciſſim.

Demonſtratio. Componerentur enim duo ſolida, vel congruent omninò, vel ex parte, ſi primum, clarum eſt, quod non plures erunt ſuperficies in uno, quam in alio, ſi verò tantum ex parte, partes quibus ſe invicem excedunt, compenetrentur, atque ita conſequenter, utraque figura exhaurietur ut diximus in figuris planis.

COROLLARIUM.

Omnes lineæ alicujus figuræ planæ juxta unam regulam, æquantur omnibus lineis ejuſdem figuræ, ſumptis ſecundum aliam regulam: alioquin figura ſibi ipſi inæqualis foret. Vel aſſumatur alia figura æqualis cum qua comparetur cum hæc figura ſit alteri æqualis, ſi prior eius regula jaceat in directum cum regula alterius, omnes lineæ illius, æquales eſſe debebunt lineis alterius ſumptis ſecundum eandem regulam, Jam ſecunda regula primæ, jaceat in directum, cum eadem regula ſecundæ, debebunt, etiam in tali caſu, omnes lineæ primæ figuræ ſecundum hanc ſecundam regulam, æquales eſſe omnibus lineis ſecundæ figuræ: quæ ſunt autem æqualia uni tertio, ſunt æqualia inter ſe; ergo omnes lineæ ejuſdem figuræ ſumptæ ſecundum diverſas regulas, ſunt æquales. Idem dicito de ſuperficiebus ejuſdem ſolidi.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Figuræ omnes in eadem ſunt ratione ac earum omnia elementa juxta quamvis regulam

Proponantur quæcumque figuræ ejuſdem generis, hoc eſt planæ, aut ſolidæ; dico rationem primæ ad ſecundam, eandem eſſe ac omnium elementorum primæ juxta quamvis regulam ſumptorum ad omnia elementa ſecundæ, juxta quamvis etiam regulam ſumptorum.

Demonſtratio. Figura non diſtinguitur ab omnibus ſuis elementis juxta quamvis regulam aſſumptis; ergo eadem eſt ratio figuræ ad figuram, quæ omnium elementorum unius, juxta quamvis regula ſumptorum, ad omnia elementa alterius juxta quamvis regulam aſſumpta. Hoc eſt eandem rationem habebunt figuræ planæ ac earum omnes lineæ, alicui regulæ parallelæ. Et ſolidæ ac eorum plana alicui etiam regulæ parallela.

Alia demonſtratio exactior.



Sint duæ figuræ ABCD, EFGH, quarum E G diviſa intelligatur in quotcumque partes aliquotas, figura autem ABCD diviſa ſit in partes æquales partibus aliquoris figuræ E G, ſitque A I una earum.

Demonſtr. Cum figuræ AI, EK ſint æquales, erunt (*per præcedentem*) omnia elementa figuræ A I æqualia omnibus elementis figuræ E K, & quot in figura A C, erunt partes aliquotæ figuræ EG, tot in omnibus elementis figuræ A C, erunt partes aliquotæ omnium elementorum figuræ EG, ergo (*ſecundum defin. 5. 5. Eucl.*) eadem erit ratio figuræ AC ad figuram EG, quæ omnium elementorum figuræ AC ad omnia elementa figuræ EG; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Hæc propoſitio eſt quaſi fundamentalis; nam ſæpe facilè innoteſcit ratio omnium elementorum unius figuræ ad omnia elementa alterius, eo quod numerus elementorum ſit idem propter eandem altitudinem, & eandem ſingulæ ad ſibi correſpondentes rationem habeant.

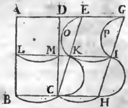
PROPOSITIO III.

Theorema.

Si duæ figuræ juxta quamvis regulam in eadem altitudine fuerint, & earum elementa in directum poſita proportionalia fuerint; erit ut unum elementum ad aliud, ita figura ad figuram.

Duæ figuræ ABCD, CEGH juxta quamvis regulam BH poſitæ eandem altitudinem habeant, cujus

cujus



cujus menſura ſit perpendicularis DC, & earum elementa eandem ſemper rationem habeant, dico ita ſe habere unum elementum ad aliud; ſicot figura ad figuram: Sint primò figuræ planæ, quarum elementa ſint lineæ parallelæ baſibus BC, CH, ſintque tot, in quot partes æquales placuerit lineam DC dividere; ſitque ut BC ad CH, ita quæcumque linea LM ad KI; dico ita eſſe figuram AC ad figuram EH, ut elementum BC ad CH, aut LM ad KI.

Demonſtratio. (*Per* 11. 5. *Eucl.*) ita eſt BC ad CH, ut omnes lineæ figuræ AC ad omnes lineas figuræ EH; ſed (*per præcedentem*) ita eſt figura AC ad figuram EH, ut omnes lineæ figuræ AC ad omnes lineas figuræ EH; ergo ita eſt figura AC ad EH, ut linea BC ad CH.

Eodem modo procedit demonſtratio, ſi figuræ fuerint ſolidæ, & pro elementis loco linearum haberent plana, ut ſi ſupra lineas BC, CH; LM, KI intelligerentur quadrata, aut circuli, aut quæcumque aliæ figuræ ſimiles, ex his reſultarent priſmata aut cylindri. Quia autem ut quadratum ex BC ad quadratum ex CH, ita ſingula ad ſibi correſpondens quadratum; ergo ut quadratum ex BC ad quadratum ex CH, ita omnia quadrata figuræ AC ad omnia figuræ EH, ſed ut omnia quadrata figuræ AC ad omnia figuræ EH, ita priſma v.g. quod coaleſcit ex quadratis figuræ AC ad priſma compoſitum ex quadratis figuræ EH; ergo ut quadratum ex BC ad quadratum ex CH, ita priſma AC ad priſma EH.

Coroll. Hæc propoſitio vera eſſet, etiamſi utraque figura decreſceret; modò ſimile ſit in utraque decrementum.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Figuræ ejuſdem altitudinis quarum elementa non decreſcunt ſe habent ut baſes, quæ eaſdem aut æquales baſes habent, ſunt ut altitudines.

Vide figuram præcedentem.

Comparentur duæ figuræ AC, EH, quarum elementa baſi BH parallela non decreſcant, ſitque earum altitudo eadem; dico figuras eſſe baſibus proportionales.

Demonſtratio. Cum ſit eadem altitudo, tot erunt elementa unius figuræ, quot alterius, juxta quamvis determinationem: nam altitudo CD metitur, tam linearum parallelarum baſi BH latitudinem, quam planorum craſſitiem, & cum elementa non decreſcant ſingula ad ſibi correſpondens eandem rationem habebunt, ac baſes quibus æqualia ſunt; ergo ut baſis ad baſim ita omnia elementa unius figuræ ad omnia alterius, & conſequenter (*per* 2. *hujus*) ita figura ad figuram.

Secundò ſi baſes æquales ſint dico figuras ſe habere, ut altitudines.

Demonſtr. Sint altitudines ambæ diviſæ in partes omnino æquales, quot erunt partes in altitudinibus, tot erunt elementa in ſingulis figuris omnino æqualia; ergo quot ſunt in una altitudine; partes aliquotæ alterius altitudinis, tot erunt elementa in una figura, æqualia elementis alterius figuræ, hoc eſt tot ſunt in una figura partes aliquotæ alterius figuræ; ergo ita ſe habet figura ad figuram ut altitudo ad altitudinem.

COROLLARIUM I.

Hac propoſitione comprehenduntur, primò omnia parallelogramma inter eaſdem parallelas, aut æqualiter diſſitas conſtituta; habent enim eandem, aut æqualem altitudinem, atque adeò ſe habebunt ut baſes. In quo notandum eſt ſitum linearum baſi parallelarum, non immutare areæ capacitatem ut in parallelogrammo CHGE, lineâ KI, baſi CH non directè immineat, hoc non immutat capacitatem figuræ, quia non dat majorem aut minorem elementorum numerum. Hinc fit, ut figura inter lineas curvas EOK, GPI comprehenſa, parallelogrammo EKIG ſit æqualis, modò omnes lineæ baſi parallelæ ipſi etiam ſint æquales, ad hanc etiam ſpeciem revocentur; quia ille motus baſi parallelus, quo linea, v.g. KI, receſſit à perpendiculari CD, ſecundum lineam MK, nihil confert ad figuræ capacitatem, quia partium earumdem ſitus, ſi nulla fiat acceſſio, figuram non auget.

COROLLARIUM II.

Ad eandem ſpeciem revocantur omnes cylindri, non tantum recti, ſed etiam obliqui, ſeu inclinati, immò & ſpirales, modò baſes ſint regulæ; diviſa enim altitudine in partes æquales, per quas ducantur plana, habebuntur circuli æquales baſi, qui quomodocumque diſponatur, modò ſitum baſi parallelum obtineant, ſive ita ut ſuperiores in unam ſemper partem retrahantur, ſive in ſpiram conformentur, modò idem circulorum numerus perſeveret, quem altitudo perpendicularis determinat, erit ſemper æqualis figura.

COROLLARIUM III.

Priſmata item omnia, ſive triangularia, parallelogramma, polygona, modò unum ex planis parallelis fiat regula. Cylindracea item quorum baſes non ſunt circuli, ſed quæcumque figuræ, modò plana baſi parallela non decreſcant. Habent item hanc proprietatem non tantum cylindri cum cylindris, ſed etiam cum priſmatibus comparati.

COROLLARIUM IV.

Hæ figuræ æquales erunt, ſi baſes cum altitudinibus reciprocentur: cum enim earum ſoliditas habeatur, ſi baſis per altitudinem multiplicetur; quia nempe altitudo indicat quod contineat elementa baſi æqualia, cum datur reciprocatio inter baſes & altitudines, æqualis ſoliditas habetur, per utramque multiplicationem. Ergò æqualis eſt figura, nam ſi ſit ut baſis A primæ ad baſim B, ſecundæ, ita altitudo C ſecundæ ad altitudinem D primæ (*per* 16. 6.) erit quaſi rectangulum ſub extremis A & D, æquale rectangulo ſub mediis B & C; hic numerus productus ex multiplicatione A & D, æqualis erit producto ex B in C.

COROLLARIUM V.

Hæ quantitares dum comparantur inter ſe,ſunt in ratione compoſita baſium & altitudinum. Cum enim quælibet figura exurgat, dum baſis per altitudinem multiplicatur, ut jam diximus, & certum ſit ex arithmetica, quòd quoties productus ex multiplicatione duorum numerorum comparatur cum producto ex multiplicatione aliorum, quòd ratio primi ad ſecundum eſt compoſita ex rationibus nomerorum multiplicatorum primi ad multiplicatores ſecundi,ut ſi 3 & 4 producant 12, & 2 & 5 producant 10, ratio 12 ad 10 erit compoſita ex ratione 3 ad 2, & ex ratione 4 ad 5. Supponatur enim alius tertius numerus comprehenſus ſub 2 & 4, numerus 12 ad numerum 8, ſe habet ut 3 ad 2, cum eandem babeant quaſi altitudinem 4, numerus 8 ad 10, eamdem rationem habet ut 5 ad 4, cum eandem quaſi altitudinem habeant 2. Cum ergo ſint tres numeri 12, 8, 10, ratio primi 12 ad ultimum 10, erit compoſita ex ratione 12 ad 8, & 8 ad 10, hoc eſt ex ratione 3 ad 2, & 5 ad 4; quod erat propoſitum.

COROLLARIUM VI.

Si duarum quantitatum ex recenſitis baſes eandem rationem habeant ac altitudines, erit ratio figurarum duplicata rationis baſium, aut altitudinum. Ratio enim compoſita ex rationibus æqualibus, ſingularum eſt duplicata.

COROLLARIUM VII.

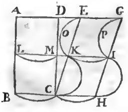
Si figuræ ſolidæ habeant baſes ſimiles, & altitudines lateribus baſium homologis proportionales. Se habebunt ad invicem in ratione triplicata laterum homologorum, nam baſes ſimiles ſunt in ratione duplicata (*per* 20. 6. *Eucl.*) & cum ratio altitudinum ſit æqualis, rationi laterum, at ratio compoſita ex ſimplici, & duplicata, triplicata eſt; ergo ratio figurarum ſolidarum triplicata eſt rationis laterum homologorum.

Alia multa proprietates harum quantitatum ex his principiis facilè deducuntur qua quidem in Euclide probata ſunt, qua earum menſurationem ſummè juvant.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Parallelogrammorum æquè altorum omnia quadrata, omnes circuli, & omnes figura ſimiles & ſolida ex his reſultantia, ſunt in ratione duplicata baſium.



Supponuntur duo parallelogramma æquè alta AC, EH, in quibus intelliguntur ductæ lineæ baſibus parallelæ, que totam eorum capacitatem expleant, vocanturque omnes lineæ talium parallelogrammorum regula baſi, ſupra quas ſi intelligantur ſingula quadrata erecta, hæc dicuntur omnia quadrata talium parallelogrammorum, quæ ſingula quadratis baſium erunt æqualia; dico ea omnia quadrata unius parallelogramni, ad omnia quadrata alterius, eſſe in ratione duplicata baſium linearum BC, CH.

Demonſtratio. Cum parallelogrammorum altitudines æquales ſint, tot erunt lineæ baſi parallelæ, & æquales in uno, quot in alio, quarum quadrata, ergo tot ſunt in utroque parallelogrammo quadrata, æqualia quadrato ſuarum baſium; ſed quadrata baſium ſunt in duplicata ratione baſium, & ut unum quadratum ad aliud; ita omnia ad omnia: ergo omnia quadrata unius parallelogrammi ad omnia quadrata alterius, ſunt in duplicata ratione baſium.

COROLLARIUM I.

Quia collectio quadratorum efficit priſma cujus baſis quadrata erit, ſi loco quadratorum intelliguntur triangula ſimilia deſcripta ſupra ſingulas lineas, generabitur priſma triangulare, ſi figuræ polygonæ ſimiles, exurget priſma polygonum, ſi circuli, exurget cylindrus, ſi Ellypſes ſimiles, cylindrus Ellypticus, ſi aliæ quæcumque figuræ, etiam curvilineæ ſimiles, fiet cylindraceus. Quæ omnes figuræ ſolidæ erunt in duplicata ratione baſium linearum BC, CH.

COROLLARIUM II.

Plæraeque ex ſuperioribus propoſitionibus & corollariis aliis efferuntur vocibus, videnturque differre. Licet non differant, earum nonnullas hic refero, ne aliquid non demonſtratum aſſumere videar.

1. Parallelogrammorum in eadem aut æquali altitudine exiſtentiũ omnia quadrata ſunt ut altitudines, quia nempe altitudines oſtendunt tam numerũ linearum omnium cujuſlibet parallelogrammi, quàm numerum quadratorum, ſupra hujoſmodi lineas deſcriptorum, quæ cum æqualia ſupponuntur, omnia quadrata unius, ad omnia quadrata alterius erunt ut altitudo ad altitudinem.

2. Omnia quadrata parallelogrammorum quorumcumque habent rationem compoſitam ex ratione quadratorum baſium, & ratione altitudinum.

3. Si parallelogrammorum qoadtata baſium, altitudinibus reciprocentur, omnia quadtata ſunt æqualia, & viciſſim ſi unius parallelogrammi omnia quadrata fuerint æqualia omnibus quadratis alterius parallelogrammi, quadrata baſium & altitudines erunt reciprocæ, quod eſt idem ac dicere, priſmata ſunt æqualia, quorum baſes, & altitudines reciprocantur.

4. Dum dicitur, ſimilium parallelogrammorum omnia quadrata ſunt in ratione triplicata laterum homologorum, eſt idem ac probare, priſmata ſimilia eſſe in triplicata ratione laterum homologorum; qood faciliùs per hanc methodum demonſtratur, quam per communem, eo quod priſmata in qoadrata ex quibus componuntur reſolvantur. Idem dicito de omnibus aliis figuris ſimilibus.

5. Si proponantur duo parallelogramma ejuſdã altitudinis, & ſupra omnes lineas unius parallelas baſi

deſcribantur

deſcribantur quadrata,& ſupta omnes lineas alterius deſcribantur quæcumque aliæ figuræ ſimiles, erunt omnia quadrata, ad omnes figuras, ut unum quadratum ad unam figuram. Quod eſt dicere omnia corpora columnaria ſeu cylindracea ejuſdem altitudinis ſe habere ut baſes.

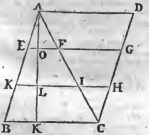
Ex his facilè concludere liceret omnes figuras planas ſimiles, eſſe in duplicata ratione laterum homologorum, & ſolidas in triplicata.

Hactenus conſideravimus figuras non creſcentes, ſed æquabiles ut ſunt parallelogramma, inter planas, & columnares inter ſolidas, iam figuras decreſcentes, ſeu in punctum deſinentes conſiderabimus. Quamvis autem earum ſit facilis menſuratio poſitâ doctrinâ Patris à S.Vincentio circa progreſſiones geometricas quam ſecundo loco propoſuimus, independenter tamen ab ea multa hîc demonſtrabimus.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Figurà deſinens in punctum & decreſcens, ſecundum rationem altitudinum ſeu arithmeticè, eſt tantum dimidia pars figuræ non decreſcentis ejuſdem baſis, & altitudinis.



Hæc propoſitio demonſtrat in parallelogrammo ductâ diagonali dividi parallelogrammum æqualiter in duo triangula æqualia, atque adeò parallelogrammum eſſe duplum trianguli, quod demonſtravit Euclides (*propoſitione* 34. *lib.*1.) oſtenditur tamen hîc univerſaliùs. Proponatur ergo triangulum A B C, cujus baſis B C. Intelligantur ductæ parallelæ quæ totam eius capacitatem repleant, eruntque eius elementa regula baſi, quæ ſenſim decreſcunt, ita ut KI ſit major, quàm EF, & figura deſinat tandem in punctum A. Dico triangulum eſſe dimidiam partem figuræ non decreſcentis ſeu parallelogrammi. Sumantur enim lineæ AE, CH, æquales ducànturque EG, KH, parallelæ baſi.

Demonſtratio. In triangulis AEF, CHI, anguli alterni E A F, I C H propter parallelas A B, C D ſunt æquales (*per* 29. 1.*Eucl.*) anguli item externus & internus EFA, KIF, ſeu oppoſitus ad verticem C I H ſunt æquales; ergo (*per* 26.1.) lineæ EF, IH ſunt æquales, ergo EF, KI ſimul uni lineæ KH parallelogrammi ſunt æquales. Quod de quibuſlibet aliis, æqualiter à punctis A & C diſtantibus, demonſtrare licet. Cum ergo tot ſint lineæ in triangulo, & in parallelogrammo, & duæ requirantur lineæ trianguli, ut adæquent unam lineam parallelogrammi, omnes lineæ trianguli adæquabunt dimidiam tantum partem linearum parallelogrammi; ergo omnes lineæ parallelogrammi duplæ ſunt omnium linearum trianguli; quod demonſtrandum erat.

Alia demonſtratio.

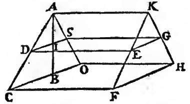
Si altitudo intelligatur dividi in partes æquales prout aſcenditur à baſi BC verſus A minuitur altitudo arithmeticè, hoc eſt decrementa fiunt, ſecundum partes æquales; ſed decrementa elementorum trianguli, ſeu linearum parallelarum baſi ſunt proportionalia decrementis altitudinis. Clarum eſt enim (*per* 2. 6.) quod in triangulis ABK, ACK, ita eſt AK ad AL; ſicut KC ad LI, & ſicut BK ad KL; ergo ita eſt AK, ad AL, ſicut BC ad KI. Decreſcunt igitur lineæ parallelæ baſi arithmeticè. Quoties autem datur progreſſio Arithmetica, bini quilibet termini æqualiter à medio, aut ab extremitatibus diſſiti, efficiunt aggregata æqualia. Sed primus terminus eſt baſis B C, ultimus punctum A ſeu O, qui æqualiter diſtant à medio; ergo binæ quæque lineæ trianguli à media æqualiter diſtantes ſunt æquales baſi, ſed parallelogrammum tot continet lineas æquales baſi, quot ſunt lineæ aut termini in triangulo, ergo omnes lineæ parallelogrammi duplæ ſunt omnium linearum trianguli; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Hæc propoſitio eſt univerſalis, nec tantum convenit triangulo & parallelogrammo, ſed etiam cuilibet figuræ cujus elementa decreſcunt, uſque ad punctum, in ratione, ut ſi circulus proponatur, & circumferentia tanquam baſis, ſemidiameter ut altitudo, per cujus ſingula puncta intelligantur circumferentiæ deſcriptæ, illæ erunt elementa circuli decreſcentia in ratione arithmetica, nempe eo modo quo decreſcit altitudo, atque adeò ſi detur cylindrus rectus habens altitudinem æqualem ſemidiametro circuli, & baſin æqualem eidem circulo licebit eius ſuperficiem conſiderare quaſi contextam circumferentiis circulorum æqualium, atque adeò hæc figura non decreſcit, eritque circulus media pars ſuperficiei cylindricæ. Hinc vides rationem cur in menſuratione circuli, eius radium per dimidiam tantum circumferentiam multiplicamus.

COROLLARIUM II.

Cylindrus item rectus conſiderari poteſt tanquam contextus ex ſuperficiebus cylindricis & concentricis, poſitáque ſemidiametro baſis eius, tanquam altitudine, decreſcent eius elementa in ratione altitudinum, hinc eius ſoliditatem habebimus, ſi dimidiam eius ſuperficiem extimam per radium multiplicemus. Quare cylindrus ſub hac conſideratione triangularis eſt. Conica ſuperficies triangularis etiam eſt, ſi eius unum latus pro altitudine ſumatur, & circumferentia baſis pro baſi. Decreſcunt enim circumferentiæ circulorum ex quibus coaleſcere intelligitur eius ſuperficies, eo modo quo decreſcit eius latus, quod altitudinis vices habet.

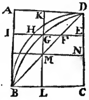


Priſma triangulare ſi unum ex parallelogrammis fiat baſis, ad hanc ſpeciem revocari debet; decreſcunt enim eius elementa ſeu parallelogramma in ratione decreſcentis altitudinis. Sit enim altitudo AB, ita eſt (*per* 2.6.) AB ad AI, ſicut CB ad D I, aut BO ad I S, ut autem CO ad DS, ita baſis C H ad parallelogrammum DG, (*per* 1. 6.) cum altitudines C F, D E, æquales habeant. Si benè conſideremus hoc priſma, ſimile eſt cylindro. Nam cylindri ſuperficies extima eſt æqualis rectangulo comprehenſo, ſub eius altitudine, & circumferentià baſis eius. Sit ergo tale parallelogrammum C H, ſitque FH circumferentia circuli, & C F altitudo, E G erit circumferentia alterius circuli. Quare ſi priſma A F intelligatur contextum parallelogrammis chartaceis & linea AK fiat axis circa quem circumvolvantur, hoc priſma evadet conus.

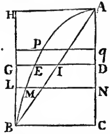
PROPOSITIO VII.

Theorema.

Fuſum parabolicum eſt dimidia pars cylindri ejuſdem, baſis & altitudinis.



Ut intelligatur hæc propoſitio ſupponenda eſt definitio parabolæ quam hîc breviter explico ne cogamur eam aliunde accerſere. Voco ergo parabolam lineam DGB, quæ talis eſt ut ſit eadem ratio ſagittæ C D ad ſagittam E D, quæ quadrati ex B C ad quadratum ex E G, nempe ita ſe habeant quadrata applicatarum BC, & aliarum ſicut ſe habent ſagittæ CD, ED, & aliæ, clarum eſt autem quod ſicut ſe habet DC ad DE; ita ſe habet BC, ſeu EI ad EF. Ergo ut EI ad EF, ita quadratum ex E I ad quadratum ex E G, ſed quadratum ex E I ad quadratum ex E G eſt in duplicata ratione EI ad EG; ergo ratio E I ad E F, eſt duplicatæ rationis E I ad E G; quare EG eſt media proportionalis inter E I, & E F. Dico ergo, quod ſi detur talis parabola A E B, cujus axis A C, baſis B C, ſitque rectangulum A C B H,



quòd circumvolvatur circa axem A C, rectangulum ut patet deſcribet cylindrum & parabola deſcribet figuram ſolidam, quam voco fuſum parabolicum; hanc aſſero eſſe dimidiam cylindri. Dividatur enim axis A C ſeu altitudo in partes æquales per quas intelligantur plana parallela, hæc in cylindro efficient circulos cujus radii æquales BC, in fuſo parabolico alios circulos cujus radii erunt MN, ED, Pq. Dico ergo omnes circulos cylindri, duplos eſſe omnium circulorum fuſi parabolici.

Demonſtr. Circuli fuſi parabolici nempe circuli radiorum MN, ED, Pq ſunt in eadem ratione, ac quadrata linearum (*per* 2.12.) ſed quadrata linearum ſunt in eadem ratione, ac altitudines AN, AD, Aq, *ut fert definitio parabolæ*, ergo decreſcunt elementa fuſi parabolici, in ratione decrementi altitudinum hoc eſt arithmeticè, elementa autem cylindri non decreſcunt; ergo per præcedentem cylindrus eſt duplum fuſi parabolici; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Id quod reſtat ex cylindro ablato fuſo parabolico, nempe ſolidum quod circumvolutione figuræ APBH, æquale eſt fuſo parabolico, & cum totidem conſtet elementis, elementa erunt æqualia, & decreſcent eodem modo, ſed contrario ſitu; cum enim quantùm decreſcit fuſum parabolicum tantum decreſcat ſolidum relictum & incrementa fiant per partes æquales, incrementa alterius per partes æquales fient; unde ſi lineæ LB Aq, ſint æquales corona producta ex circumvolutione lineæ LM, æqualis eſt circulo cujus radius Pq.

Alia Demonſtratio propoſitionis.

Cum oſtenderimus lineam ED eſſe mediam proportionalem inter GD & DI, erit (*per* 16.6. *Eucl.*) rectangulum ſub GD, DI, æquale quadrato ex DE, jam intelligatur ſupra AC, BH excitari perpendiculariter duo triangula æqualia triangulo ABC, fiet priſma triangulare, compleatur parallelipedum, eritque priſma media pars parallelepipedi, elementa autem priſmatis ſumpto pro baſi quadrato lineæ BC, erunt rectangula comprehenſa ſub BC & ſub I D, aliiſque elementis trianguli ABC. Intelligatur item ſupra ſingula elementa parabolæ, nempe ſingulas lineas baſi BC parallelas, facta quadrata, hæc erunt elementa ſolidi parabolici, conſtantis ex quadratis applicatarum, & cum ſingula elementa ſolidi hujus parabolici æqualia ſint ſingulis elementis priſmatis triangularis nempe rectangulum ſub GD, DI, quadrato ex DE, ſolidum hoc parabolicum erit dimidia pars parallelepipedi conſtantis quadratis æqualibus

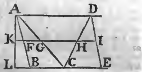
æqualibus ex BC. Jam verò pro quadratis ex BC ſubſtituantur circuli radii BC, & pro circulis applicatarum ſubſtituantur quadrata earumdem applicatarum, cum quadrata & circuli ſint in eadem ratione, omnes circuli cylindri erunt dupla omnium circulorum applicatarum, hoc eſt cylindrus fuſi parabolici duplus erit.

COROLLARIUM I.

Addo coronam deſcriptam circumvolutione lineæ LM, eſſe ad circulum MN, ut rectangulum comprehenſum ſub compoſita ex LN, & MN, & ſub LM, ad quadratum MN. Intelligatur enim linea LN addita illi in directum ad partes N, linea ipſi æqualis, eritque hæc totalis linea diviſa bifariam in N, & non bifariam in M, quare (*per* 5. 2.) quadratum dimidiæ ſeu LN æquale eſt rectangulo ſub compoſita ex LN & NM, & ſub NM, una cum quadrato intermediæ NM, ſed ut quadrati ita & circuli (*per* 2. 12.) ergo ſi auferatur quadratum MN, ex quadrato LN, relinquitur rectangulum ſub compoſita ex MN & LN, & ſub MN. Si verò auferatur circulus MN ex circulo LN, relinquitur corona LM, ergo ita eſt corona LM, ad quadratum MN, ut rectangulum ſub compoſita, ex MN & LN, & ſub LM ad quadratum MN; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM II.

Convenit quantitatibus hoc modo decreſcentibus, ut ſi habeant baſes æquales ſint ut altitudines, & viciſſim ſi altitudo eadem ſit, ſe habeant ut baſes; & quarum baſes & altitudines reciprocantur,eæ æquales ſint. Quod ſi baſes, & altitudines in eadem ſint ratione, figuræ ſunt in duplicatâ. Item quod figuræ ſint in ratione compoſita ex rationibus baſium & altitudinum; ſi baſes ſint figuræ ſimiles,eademque ſit ratio altitudinum, ac laterum homologorum baſium, figuræ ſint in triplicata ratione laterum homologorum.





COROLLARIUM III.

Si duæ quantitates ſimiliter decreſcentes arithmeticè, ſeu in ratione decrementi altitudinum eandem habeant altitudinem, elementa utriuſque figuræ æqualiter à baſi remota, in eadem ratione erunt ac baſes. Ut ſi proponantur duo triangula, ABC, CDE, ejuſdem altitudinis AL, ſintque elementa FG, HI, æqualiter remota à baſibus, dico ita eſſe FG ad HI, ſicut BC ad CE. Nam ductâ perpendiculari AL, ita eſt AL ad AH, ſicut LC ad KG, & ſicut LB ad KF, ergò ita eſt BC ad FG, ſicut AL ad AK. Eodem modo ductâ alia perpendiculari quæ æqualis eſſet ipſi AL,& ſimiliter diviſâ,oſtendam ita eſſe CE ad HI,ſicut ALC ad AK; ergo ita eſt BC ad FG, ſicut CE ad HI.

COROLLARIUM IV.

Priſmata omnia polygona reſoluta in ſuperficies concentricas ſub hac ſpecie continentur; cubus item, ſi intelligatur reſolvi in ſuperficies ejuſdem altitudinis non computatis baſibus, in eadem ſpecie invenitur; ſi enim intelligerentur plures cubi concentrici,decreſcerent eius elementa in ratione duplicata.

Superficies coni, & baſis eius ſimiliter decreſcunt, & cum circumferentia circuli qui baſis eſt, ſe habeat ut eorum baſis; ſe habebunt invicem ut latus coni, ad radium baſis eorum, ſi dimidia circumferentia, per latus vel per radium multiplicetur.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Fruſtum figuræ decreſcentis Arithmeticè, ſe habet ad figuram non decreſcentem ejuſdem altitudinis & baſis ut aggregatum majoris, & minoris baſis; ad duplum majoris.

Proponatur parallelogrammum ABCD, & trapezium BCDE, fruſtum trianguli BFC; cujus nempe elementa, ſeu lineæ parallelæ baſi, decreſcunt arithmeticè, dico parallelogrammum eſſe ad trapezium, ut dupla AD ad aggregatum ex BC & ED. Sit altitudo IK diviſa bifariam in L, intelliganturque ſegmenta IL, KL diviſa in totidem partes æquales, & ducta totidem elementa baſi BC parallela, quæ totam eius capacitatem expleant, quæ in trapezio decreſcent arithmeticè.

Demonſtratio. Trapezii elementa arithmeticè decreſcunt; ergo bina quæque æqualiter à medio ſeu à linea GH, qualia ſunt extrema BC, ED, æqualia aggregata efficiunt;ergo tot erunt aggregata æqualia aggregato ex BC, ED, quot in parallelogrammo ſunt aggregata ex duabus baſibus BC, AD. Ut autem ſingula aggregata, ita omnia ſimul, hoc eſt figura ad figuram: ergo ita erit parallelogrammum ad trapezium, ut BC, AD ad BC, ED; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Habemus methodum metiendi fruſti fuſi parabolici,ita enim ſe habet cylindrus fuſi parabolici, ad fruſtum fuſi parabolici, ut dupla baſis cylindri, ad utramque baſin ſimul fuſi parabolici.

COROLLARIUM II.

Poſſumus aliter metiri trapezium aut fruſtum parabolicum, nam ſemiſſis aggregati baſium, per altitudinem multiplicatum dat eius ſoliditatem; cùm enim aggregatum illud per ſemialtitudinem multiplicatum det ſoliditatem, ſemiſſis aggregati per eamdem multiplicatum eandem exhibebit.

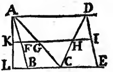
COROLLARIUM III.

Coronam metiemur ſi ſemiſſin aggregati utriuſque circumferentiæ, per intervallum inter eas interceptum multiplicemus.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Si figura plana lineæ omnes parallelæ baſi quomodocumque dividantur aliis lineis; quidquid dicitur de linearum ſectione in ſecundo libro Euclidis, de omnibus lineis figura dici poterit.





Sit figura quæcumque ABC ex lineis AE, AD ſive rectis, ſive curvis; dico quæcumque in ſecundo libro Euclidis, de ſectionibus linearum demonſtrantur, de his omnibus ſectionibus collectivè ſumptis dici poſſe. Quæ omnia ſingillatim percurro. Suppono autem elementa figuræ totam eius capacitatem obtinentia, ſeu lineas baſi parallelas ductas eſſe.

Ex *prima libri ſecundi*, ſit figura ABC, ſupponatur ut inſecta, & figura E C, ut diviſa per lineam AD. Quia rectangulum ſub inſecta BC, & tota EC, æquale eſt rectangulo ſub BC & ED, & rectangulo ſub BC, DC. Et pariter rectangulum ſub FI, GI, æquale eſt rectangulo ſub FI, GH, & rectangulo ſub FI, HI, & ſic in reliquis omnibus benè concludere poſſumus rectangula omnia comprehenſa ſub figura inſecta A B C I, & ſub ſecta AECI, æqualia eſſe rectangulis omnibus comprehenſis ſub ABCI, & ſub figuris AED, ADC.

Ex *ſecunda* habemus quadrata figuræ A B C I æquari rectangulis ſub eadem A B C I, & ſingulis partibus ABE, EAC.

Ex *tertia* rectangula ſub ABGI, ADCI, æquari rectangulis ſub ABDA, ADCA, plus quadratis ADCA, quia nempe in ſingulis diviſionibus rectangulum F I H æquale eſt rectangulo & quadrato ex H I.

Ex *quarta* ſi figura ABC onica linea A E dividatur, erunt omnia quadrara figuræ ABC, æqualia omnibus quadratis figuræ figuratum ABE, AEC, plus omnibus duplis rectangulis ſub figuris ABE, A E C.

Ex *quinta* ſi linea A E ſupponeretur dividere bifariam omnia elementa figuræ A B C & linea AE ea nun dividere bifariam, erunt rectangula omnia comprehenſa ſub inæqualibus ſegmentis, unâ cum omnibus quadratis intermediæ figuræ, æqualia omnibus quadratis dimidiæ figuræ.

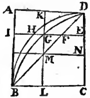
Ex *ſexta* ſi linea A E ſupponatur dividere bifariam omnia elementa figuræ ABD, addaturque figura ADC, erunr omnia rectangula comprehenſa ſub tota ABC, & ſub adjecta ADC cum omnibus quadratis dimidiæ AE D, aut A B E, æqualia omnibus quadratis figuræ compoſitæ ex dimidia & adjecta, ſeu figuræ AEC.

Ex *ſeptima* ſi ſupponatur figura ABC diviſa tantum ſemel lineâ AD, erunt omnia quadrata totius figuræ A B C, cum quadratis omnibus ſegmenti A D C, æqualia omnibus rectangulis ſub tota figura, & ſub utroque ſegmento, una cum quadratis omnibus alterius ſegmenti ABD.

Ex *octava* ſi figora A B D dividatur lineâ AE, addaturque figura A D C, cujus ſingula elementa æqualia, elementis figuræ AED, erunt rectangula omnia quater comprehenſa ſub tota ABD, & ſub ſegmento A E D, unà cum omnibus quadratis alterius ſegmenti A B E, æqualia omnibus quadratis figuræ ABC.

Ex 9 ſi linea A E dividat bifariam omnia elementa figuræ ABC, & linea AD inæqualiter, erunt omnia quadrata partium inæqualium ABD, ADC ſimul dupla omnium quadratorum dimidiæ figuræ ſeu A B E, & intermediæ AED.

Ex 10 ſi linea AE devidat bifariam omnia elementa figuræ ABD, addaturque figura ADC, erunt omnia qnadrata totius figuræ ABC unà cum quadratis figuræ additæ, dupla quadratorum dimidiæ figuræ ABE, & quadratorum figuræ compoſitæ ex dimidia, & addita, ſeu figuræ AEC.



Hactenus conſideravimus figuras decreſcentes arithmeticè, ſeu per decrementa æqualia, ſeu proportionalia decremento altitudinis. Sed dantur figuræ quæ decreſcunt in ratione duplicata altitudinum, v. g. ſi fiat ut DC ad D E, ſeu ut B C ad EF, ita EF ad aliam minorem, erit BC ad hanc minorem lineam in duplicata ratione illius, quæ eſt BC ad EF, ſeu DC ad DE, quare ſi ductis omnibus parallelis baſi, quærantur omnes tertiæ proportionales, quarum extrema conjungantur lineâ curvâ, hujus figuræ elementa decreſcerent in duplicata ratione altitudinum. Proprietas autem harum figurarum eſt ut ſint tertia pars figuræ non decreſcentis ejuſdem baſis & altitudinis.

Omnes pyramides & coni ſunt in hac ſpecie. Nam ſi ſupra omnia elementa trianguli A B C ſeu omnes lineas parallelas baſi excitentur quadrata ad rectos angulos plani ABC, hæc omnia quadrata component pyramidem. Si autem ſupra omnia elementa parallelogrammi A B C D intelligantur quadrata, hæc efficient parallelepipedum. Cujus elementa erunt quadrata æqualia, quadrato baſis BC. Cum autem quadrata ſint in duplicata ratione ſuorum laterum, quadratum ex B C ad quadratum ex EF, erit in duplicata ratione lineæ BC, ad lineam E F, ſeu in duplicata ratione altitudinis DC ad DE. Pariter ſi parallelogrammum ABCD, ſimul cum triangulo A B C, circumvolvatur circà immotam D C, elementa parallelogrammi deſcribent circulos æquales, componentes cylindrum, elementa trianguli conum deſcribent, cujus elementa decreſcunt in duplicata altitudinum, cum circuli (per 2. 12.) *ſe habeant in duplicata ratione ſuarum*

rum diametrorum. Pariter ſi ſupra elementa trianguli deſcribantur polygona ſimilia, exurgent polygona pyramides; quarum elementa baſi parallela decreſcunt in duplicata ratione altitudinum.

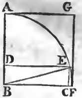
Sphæra item poteſt hoc modo conſiderari, ſi nempe ſuperficies extima fiat baſis, & radius altitudo, poterunt cogitari per ſingula ſemidiametri puncta ſuperficies concentricæ, quæ ſunt in duplicata ratione ſuarum ſemidiametrorum tanquam altitudinum. Pariter hemiſphærium, aut quilibet ſector ſphæræ ſeu ut vocant nonnulli conus ſphæricus hoc modò ſpectari poſſunt.

Omnia item polygona ſolida, ſeu polyedra, ita reſolvi poſſunt in ſuperficies concentricas. Coni item & pyramides ſi pro baſi aſſumatur earum ſuperficies, & pro altitudine radius propria baſis vel altitudo.

Quartò, ita decreſcere poſſunt figuræ ita ut elementa figuræ decreſcentis ſint complementa elementorũ figuræ decreſcẽtis in duplicata ratione altitudinum. Ita infundibulũ ſeu reliquum ex cylindro, detracto cono ex cylindro ejuſdem baſis, & altitudinis comparatum cum eodem cylindro, habet duas ejus tertiàs. Pariter ſi ex priſmate auferatur baſis ejuſdem altitudinis & baſis, id quod relinquitur, eſt complementum pyramidis, ad hoc ut adæquet priſma. Sphæra item ſeu hemiſphærium comparatum cum cylindro ejuſdem altitudinis ad hanc ſpeciem pertinet, eritque figura integra, ſeu non decreſcens, figuræ hoc modò decreſcentis ſeſquialtera.

Quintò conſiderari poſſent quantitates quæ decreſcunt in triplicata altitudinum, ut ſi in eadem figura fiat ut BC ad EF, ita EF ad tertiam, & tertia ad quartam, idemque fiat in omnibus elementis trianguli, tum harum quartarum proportionalium extrema conjungantur lineâ curvâ, erit hoc trillineum mixtum hujus conditionis, ita ut elementa illius, regulâ baſi decreſcant in triplicata altitudinum, eritque tantum quadrans figuræ integræ ſeu parallelogrammi. Excogitari poſſent aliæ figuræ, ut quæ decreſcerent in quadruplicata altitudinum, eſſentque tantum quinta pars figuræ integræ, ſi in quinduplicata eſſent ſexta pars. Sed hæc uſum non habent.

6 Alia multa ſpecies quantitatum diſtingui poſſunt tam planarum, quam ſolidarum; primò occurrit quadrans circuli, cujus elementa ita decreſcunt, ut eorum quadrata, minora fiant quadrato diſtantiæ à baſi.



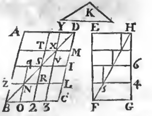
Sit enim quadrans ABC, cujus elementa ſint lineæ parallelæ baſi, clarum eſt quadratum lineæ DE, minus eſſe quam quadratum lineæ BF, quadrato lineæ DB; nam in triangulo rectangulo BDE, quadratum lineæ BE, æquale eſt quadratis linearum BD, DE; quare ſi linea AB divideretur in 10 partes, & per ſingulas intelligerentur lineæ parallelæ baſi, eſſent 10 lineæ æquales baſi AB, pro elementis quadrati ABFG earumque ſingula quadrata eſſent 10. harum linearum ſegmenta terminata ad arcum AEF, eſſent elementa quadrantis, prima linea BF, quadratum eſſet 100 ſecunda ſeu DE, eſſet 100 minus 1, tertia 100 minus 4, quarta 100 minus 9, quinta 100 minus 16, atque ita ſi ex 1000 auferas quadrata 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. habebis omnia quadrata quadrantis.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Omnia quadrata unius parallelogrami ad omnia quadrata ſui trianguli ſe habent ut omnia quadrata alterius parallelogrammi, ad omnia quadrata ſui trianguli.

Supponuntur duo rectangula, ductiſque diagonalibus facta eſſe duo triangula, fiant etiam baſes parallelogrammorum regulæ, juxta quas ſumantur lineæ, quæ ſint latera quadratorum, dico facta quacumque ſuppoſitione diviſâque utriuſque parallelogrammi altitudine, in quotcumque partes æquales, per quas intelligantur duci lineæ, quæ totam aream utriuſque parallelogrammi impleant; dico omnia quadrata unius parallelogrammi, ad omnia quadrata ſui trianguli, eamdem rationem habere, ac alterius parallelogrammi quadrata, ad ſui trianguli quadrata.



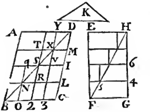
Supponantur talia parallelogramma ABCD; EFGH. Dico ergo quadrata parallelogrammi ABCD ad quadrata trianguli BCD, eſſe ut quadrata parallelogrammi EFGH ad quadrata trianguli FGH.

Si enim quadrata ABCD ad quadrata BCD, non habeant eamdem rationem, ac quadrata EFGH ad quadrata FGH, majorem aut minorem rationem habebunt. Habeant primò majorem; ergo ad aliquam quantitatem majorem omnibus quadratis DBC eamdem rationem habebunt omnia quadrata parallelogrammi ABCD quam habent omnia quadrata EFGH ad omnia quadrata FGH. Sit hæc quantitas, omnia quadrata quantitatis K, quæ excedent omnia quadrata trianguli BCD aliquo exceſſu determinato, dividatur DC bifariam in I, & IC iterum bifariam quantum libuerit, donec fiat parallelogrammum BL, minus exceſſo quô quadrata figuræ K ſuperant quadrata trianguli BCD, per ſingulas diviſiones LIM ducantur parallelæ lineæ BC, & ubi

ſecant

ſecant diagonalem BD ducantur parallelæ lineæ DC, fient parallelogramma circumſcripta triangulo, eritque exceſſus quô quadrata horum parallelogrammorum ſuperant quadrata trianguli BDC, minus quadratis parallelogrammi BL; atque adeo omnia quadrata parallelogrammorum minora erunt omnibus quadratis quantitatis K, nempe quorum exceſſus minor eſt. Oſtendo autem eorum exceſſum ſupra quadrata trianguli minorem eſſe omnibus quadratis rectanguli BL.

Primò linea N O dividit rectangulum BL in quadrata OZ, quadrata OL, & rectangula bis ſub ZO, NC, ergo figuræ inſcriptæ NC quadrata, ſuperantur à quadratis figuræ circumſcriptæ quadratis figuræ ZO, & rectangulis bis ſub figuris ZO, NC, pariter figuræ circumſcriptæ qL quæ æqualis eſt ipſi N C, omnia quadrata ſuperant quadrata SL, quadratis qR + rectangulo bis qR, SL, idem dico de TI. Denique figuræ circumſcriptæ YM quæ nullam habet inſcriptam quadrata, ſcipſis ſuperant quadrata inſcriptarum: ſi colligantur omnes iſti exceſſus, æquales erunt quadratis rectanguli Z C; nam quadrata Y M,



ſimul cum quadratis TV, & 2 rectangulis ſub TV, XI, æquantur quadratis TI, ſeu SL, ergo quadrata harum duarum partium æquantur quadratis SL, quibus ſi addas exceſſum competentem figuræ circumſcriptæ qL, nempe quadrata q R + rectangulo bis q R, LS; erunt omnes iſti exceſſus æquales quadratis rectanguli q L ſeu NC, cui ſi addas exceſſum competentem, erunt omnes exceſſus, æquales quadratis ZC; ſed quadrata figurarum circumſcriptarum, minus ſuperant quadrata trianguli, quam quadrata figurarum inſcriptarum; ergo exceſſus eorum ſupra trianguli quadrata, minor eſt quam quadrata BL; ergo quadrata figurarum circumſcriptarum minora ſunt quam quadrata figuræ K.

Intelligatur jam linea HG dividi in tot partes æquales, in quot diviſa fuit linea DC; & per diviſiones ducantur tot parallelæ lateri F G, ita ut fiant tot figuræ circumſcriptæ triangulo FGH, quot ſunt circumſcriptæ triangulo BCD.

Certum eſt ita eſſe DC ad LC ut HG ad 4G, ſunt autem omnia quadrata AC ad omnia quadrata BL, ut DC ad LC, ſeu HG ad G 4, & ut omnia quadrata EG ad omnia quadrata F4; ſunt autem omnia quadrata B L ad omnia quadrata N I, in duplicata baſium BC, NL cum ſint in eadem altitudine; id eſt, in duplicata C D ad LD, ſeu GH ad 4H, quare omnia quadrata BL, ad omnia quadrata N I, ſunt ut omnia quadrata F4 ad omnia quadrata 56, & ita de reliquis; quare ita ſunt omnia quadrata AC, ad omnia quadrata figurarum circumſcriptarum triangulo BCD; ſicut omnia quadrata parallelogrammi EG ad quadrata circumſcriptarum triangulo FGH, quibus poſitis.

Oſtendo facilè quadrata AC non habere majorem rationem ad quadrata BCD, quam quadrata EG ad quadrata FGH. Si enim haberent majorem rationem, eandem utique haberent rationem ad quadrata K quantitatem majorem quadratis BCD, eaque ſuperantem aliquo exceſſu nempe majore quadratis BL, oſtendo id non poſſe eſſe. Cùm enim quadrata figurarum circumſcriptarum minora ſint oſtenſa quadratis figuræ K, quadrata AC majorem rationem habebunt, ad quadrata figurarum circumſcriptarum triangulo B C D, quam ad quadrata K, ſed quam rationem habent ad quadrata K, eamdem habent quadrata EG, ad quadrata trianguli FGH, ergo major eſt ratio quadratorum AC, ad quadrata figurarum circumſcriptarum triangulo BCD, quam quadratorum EG, ad quadrata trianguli FGH. Sed ut quadrata AC ad quadrata circumſcriptarum BCD, ita quadrata EG ad quadrata circumſcripta FGH, ergo major eſſet ratio quadratorum EG ad quadrata circumſcriptarum, quam ad quadrata trianguli, F G H. Eſſent igitur quadrata circumſcriptarum minora quadratis trianguli, totum parte, quod eſt abſurdum; ergo q A C ad q, BCD non habebunt majorem rationem, quam q, EC ad q, FGH. Habeant, a minorem rationem; eo caſu q, EG haberent majorem rationem ad q, FGH, quam q, AC ad q, BCD; quod eſt impoſſibile per partem præcedentem; Ergo neque majorem neque minorem; ergo eamdem habebunt rationem Q. e. p.

COROLLARIUM I.

Triangulorum æquè altorum omnia quadrata regulæ baſi, ſunt in duplicata baſium, quia parallelogrammorum æquè altorum quadrata, hanc habent rationem, ut vidimus; ſed parallelogrammorum quadrata, ad quadrata triangulorum, ſuorum eôdem modo ſe habent, ergo alternando, triangulorum æquè altorum quadrata, ſunt ut quadrata baſium. Idem intellige de quibuſlibet ſimilibus figuris, ut circulis, &c. quæ ita ſe habent ut ſimiles figuræ baſium.

COROLLARIUM II.

Pyramidalia omnia in æqualibus baſibus ſe habent ut altitudines: componuntur enim pyramidalia, ex figuris ſimilibus baſi, & decreſcentibus, pro ut decreſcunt lineæ baſi parallelæ in triangulo.

COROLLARIUM III.

Pyramidalia rationem habent compoſitam ex ratione baſium & altitudinum & ea quorum baſes & altitudines reciprocantur æqualia ſunt.

COROLLARIUM IV.

Ea quorum eadem eſt ratio baſium, & altitudinum ſunt in duplicata baſium & altitudinum, quod ſi baſes ſint ſimiles, erunt in triplicata laterum, alia multa ſimilia deduci poſſunt.

PROPO

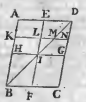
PROPOSITIO XI.

Theorema.

Omnia quadrata parallelogrammi ſunt tripla omnium quadratorum trianguli.

Comparaotur quadrata parallelogrammi, cum quadratis ſui trianguli, intelligendo baſin communem pro regula; dico ea eſſe tripla. Proponatur parallelogrammum ABCD, cujus latera dividantur bifariam ductis parallelis EF, GH, ſe interſecantibus in puncto I diagonalis BD. Ducatur quæcumque alia parallela K N certum eſt lineam E F dividere bifariam omnes lineas baſi parallelas.

Demonſtratio. Cùm linea E F dividat bifariam omnes parallelas lineæ BC, & linea DB eas dividat inæqualiter, exceptâ HG, erunt (*per 8. hujus. juxta 9. 2. Eucl.*) quadrata partium inæqua-



lium ſeu triangulorum ABD, DBC, dupla quadratorum dimidiæ figuræ ABCD, plus quadratis ſegmentorum intermediorum, nempe triangulorum B F I, E I D certum eſt enim quod quadrata K M, M N dupla ſunt quadratorum K L, L M (*per* 9.2.) & ita de aliis omnibus parallelis: ergo quadrata trianguli unius DBC æqualia ſunt quadratis figuræ AF, plus quadratis triangulorum BF I, E I D. Sunt autem triangula BDC, BIF ſimilia, quorum quadrata, ſunt in triplicata baſium BF, BC; quare quadrata trianguli B C D ſunt octupla, quadratorum BFI; ſi ergo quadrata trianguli BCD ponantur 8, quadrata trianguli B I F erunt 1 & quadrata triangulorum B I F, E I D erunt 2; ſed quadrata triangulorum BIF, EID ſimul cum quadratis AF ſunt æqualia quadratis BCD, ergo quadrata rectanguli AF, ſunt 6. ſed quadrata AC ſunt quadrupla quadratorum AF, ergo quadrata AC erunt 24. & quadrata trianguli BCD erunt 8, ergo prima ſunt poſteriorum tripla; quod erat demonſtrandum.

Poteſt eſſe difficultas in linea HC, eò quòd à diagonali DB, non dividatur inæqualiter; illi tamen convenit ea proprietas quam inquirimus; nempe quòd quadrata partium H I, IG ſunt dupla quadrati dimidiæ H I + quadrato ſegmenti intermedij quod nullum eſt.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Omnis quantitas cujus elementa decreſcunt in duplicata altitudinum, eſt tertia pars quantitatis integræ.

Superiorem propoſitionem probant nonnulli

per arithmeticam proponuntque primò ſeriem numerorum arithmeticè decreſcentium ut 10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. 0. & quæ ſeries repræſentet altitudinem figurarum. Proponantur item duæ figuræ æqualis altitudinis, una cujus elementa decreſcant in ratione duplicata altitudinum; erunt nempe 100. 81. 64. 49. 36. 25. 16. 9. 4. 1. 0. & alia cujus elementa totidem non decreſcant; ſed æqualia ſint maximo elemento 100. eritque figura integra 1100, collectis verò elementis decreſcentibus fit ſumma 385, quæ eſt paulo major quam tertia pars figuræ integræ; nam tertia pars eſt $366\frac{2}{3}$ quod ſi utramque figuram in plura diviſeris elementa eo ſemper minus & minus deficiet à juſta; in hoc exemplo figura decreſcens excedit trientem, quinquageſimâ tantum parte figuræ integræ. Si pauciora ſumerentur elementa, v. g. ſeptem, figura integra eſſet 252. figura decreſcens eſſet 91. quæ ter ſumpta efficeret 273. defectus eſt 21. nempe duodecima pars figuræ integræ ſi examines plurimos numeros; nempe figuras dividas in plura, & plura elementa; invenies ſemper magis ac magis accedere ad hanc rationem, & tandem ſi numeri ſint majores; defectus aut nullus erit aut inſenſibilis. Ratio autem cur talis defectus inveniatur, eſt quod fiat tranſitus ab unitate ad 0. Cum tamen multi realiter inveniantur numeri, intermedii quorum ratio non habetur.

COROLLARIUM.

Omne cylindricum, omnis conici ejuſdem altitudinis triplum eſt, quod enim probavimus de omnibus quadratis parallelogrammi & trianguli; intelligere poſſumus de omnibus figuris ſimilibus.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Figuræ decreſcentis in duplicata altitudinum habetur quantitas, ſi baſis in tertiam partem altitudinis ducatur.

Certum eſt cylindricum omne produci, immò & figuram quamcumque integram, ſeu cujus elementa non decreſcunt, ſi baſis in totam altitudinem producatur, & haberi eius tertiam partem, ſi eadem baſis in tertiam altitudinis ducatur. Sed figura decreſcens in ratione duplicata altitudinum, eſt tantum tertia pars figuræ integræ: ergo ejus habetur quantitas, ſi eius baſis in tertiam partem altitudinis ducatur.

COROLLARIUM.

Sequitur quod quoties detrahitur ex figura integra, figura ejuſdem altitudinis decreſcens in ratione duplicata altitudinis; quod reliquum fit duplum ablati, & figura integra ſe habeat ad ablatum, ut 3 ad 2. ſeu in ratione ſeſquialtera. Ut ſi ex cylindro auferatur conus, erit infundibulum duplum coni. Oſtendam autem poſtea, quod ſi elementa decreſcant in ratione ſubduplicata altitudinum, figura quæ generabitur erit duæ tertiæ partes figuræ integræ. Pyramis omnis etiam multilatera quamcumque tandem eius baſis figuram habeat, ſemper eſt tertia pars priſmatis eandem

P baſin,

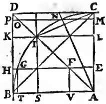
baſin, & altitudinem habentis & reliquum duæ tertiæ.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Scutella ſublato hemiſphærio ex cylindro ejuſdem altitudinis, æqualis eſt cono ejuſdem altitudinis & baſis.

Proponatur quadrans A B C, quadratum A D, triangulum A D C; circumvolvantur omnia circa lineam A C immotam, quadrans producet hemiſphærium, quadratum producet cylindrum



ejuſdem altitudinis & baſis, & triangulum ADC producet conum; dico ſi auferatur hemiſphærium ex cylindro, figura quæ relinquetur, erit tertia cylindri, & conſequenter hemiſphærium erit para duæ tertiæ cylindri. Intelligatur baſis BA eſſe regula, & ducta plana ipſi parallela, rctas figuras occupantia. Dico elementa componentia conum ADC eſſe æqualia ſingulis elementis, componentibus ſcutellam. Nempe coronam productam à linea HG, æqualem eſſe quadrato FE.

Demonſtratio. Quadratum ex G A, (*per 47. 1.Eucl*) æquale eſt quadratis GE, EA. Si ergo ex quadrato A G, aut H E illi æquali, auferas quadratum G E relinquitur quadratum A E, aut E F illi æquale. Sed ut quadrata, ita & circuli; ergo ſi ex circulo cujus radius H E, auferas circulum cujus radius GE, relinquitur circulus cujus radius EA, aut FE. Sed ſi ex circulo HE, auferas circulum G E relinquitur corona H G; ergo corona HG, æqualis eſt circulo FE. Pariter oſtendam ſi ex circulo AI, ſeu KL, auferatur circulus L I, relinqui circulum AL, qui æqualis eſt circulo LI, ſed ablato etiam circulo H I, ex circulo L K relinquitur corona K I; ergo corona K I, æqualis eſt circulo L I.

Denique pariter oſtendam circulum MO æqualem eſſe coronæ PN, ſed conus eſt tertia pars cylindri, ergo ſcutella æqualis cono, eſt etiam tertia pars cylindri illius, item elementa decreſcunt in duplicata altitudinum; ſequitur item hemiſphærium eſſe duas tertias cylindri.

COROLLARIUM.

Si ducatur linea BC, fiatque circumvolutio circa axem AC; fient tria ſolida æqualia, nempe conus B C A, ſolidum comprehenſum ſuperficie ſphæricâ, & ſuperficie conicâ, nempe quod deſcribitur à ſegmento BICB, & ſcutellâ BICD, quæ deſcribitur à trilineo BICDB.

Quod deſcribitur à triangulo BCD æquale eſt hemiſphærio, ſeu infundibulum quod relinquitur ex cylindro ſubtracto cono.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Hemiſphærium eſt tertia pars coni cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei hemiſphæricæ & altitudo radio.

Non tantum conus, aut ſcutella, pertinent ad hunc ordinem; ſed etiam hemiſphærium pro ut reſolvitur in ſuperficies concentricas. Hoc eſt ſi ſumatur ſuperficies hemiſphærij tanquam baſis, quæ ſit alicui circulo æqualis, ſupra quem intelligatur excitatus cylindrus cujus altitudo æqualis ſit radio, clarum eſt hemiſphærium eſſe tertiam partem illius cylindri. Nam hemiſphærium ita conſideratum, conſtat elementis decreſcentibus, in ratione duplicata altitudinum. Nam ita eſt ſuperficies hemiſphærii generati à quadrante B C, ad ſuperficiem hemiſphærii producti à quadrante SL, ut circulus radii CA ad circulum radii L A, id eſt, in duplicata radii CA ad radium LA. Quare habetur hemiſphærium ſi ſuperficies hemiſphærii, quæ eſt æqualis duobus maximis circulis ſphæræ, ducatur in tertiam partem radij, idem dico de tota ſphæra cujus ſoliditas habetur ſi quatuor maximi circuli ducantur in tertiam partem radii, vel duo maximi circuli ſphæræ in duas tertias radii, vel maximus circulus ſphæræ in duas tertias totius diametri.

Idem dicito de cono ſphærico, quatenus reſolvitur in ſuperficies ſphæricas concentricas.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Superficies hemiſphærica, æquatur ſuperficiei cylindri æquè alti.

Comparetur genitum à triangulo A B D circa axem A C, & à quadrante B I C, vidimus ea eſſe æqualia, nempe utrumque duas tertias cylindri æquè alti obtinere, fiat radius altitudo, & ſolidum A B D, reſolvatur in ſuperficies cylindricas concentricas, v. g. in ſuperficies deſcriptas à lineis BD, SI, quæ ſuperficies ſe habent in duplicata ratione altitudinum A B ad A S. Pariter quadrantes BIC, SL habent ſuperficies quæ ſunt in duplicata ratione linearum A B ad AS. Cum ergo ſolida ſunt æqualia nempe hemiſphærium & infundibulum, conſtentque elementis in eadem ratione decreſcentibus, & altitudines ſint æquales, neceſſariô baſes ſunt æquales, nempe ſuperficiea cylindrica & hemiſphærica, & cum ſuperficies cylindrica ſit dupla circuli qui baſis eſt eius, ut iam vidimus, ſeu maximi circuli ſphæræ. eo quòd producatur multiplicatione circumferentiæ circuli per radium, circulus autem ejuſdem circumferentiæ per ſemiradium, ſuperficies hemiſphærii erit dupla maximi circuli ſphæræ, & tota ſuperficiea ſphæræ quadrupla.

Colligere etiam potes ſuperficiem hemiſphæricam productam à quadrante BIC, item cylindri-

cam

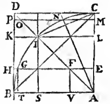
cam productam à linea DB, æqualem eſſe circulo ex BC. Quia nempe quadratum ex BC duplum eſt quadrati ex B A, ut autem quadrata, ita circuli ergo circulus cujus radius BC æqualis eſt ſuperficiei tam hemiſphæricæ, quàm cylindricæ, quia ſuperficies hemiſphærii dupla eſt maximi circuli, ſuperficies ſphæræ æqualis eſt circulo cujus radius æqualis eſt diametro ſphæræ, cum ſit quadruplus maximi circuli ſphæræ

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Partes cylindri circumſcripti ſphæra, ſunt ſeſquialtera ſectorum correſpondentium.

Non tantum cylindrus eſt ſeſquialter hemiſphærii eandem baſin & altitudinem habentis, ſed etiam ductis planis baſi parallelis erunt partes cylindri ſeſquialteræ ſectorum hemiſphærii correſpondentium, ut ſi ducatur parallela H E; dico cylindricum B E, eſſe ſeſquialterum ſectoris hemiſphærii qui fit ex revolutione ſectotis AGB.



Primò enim cum ut ſupra oſtendimus circulus ex FE, æqualis ſit coronæ HG, erit cylindrus VE, æqualis tubo cylindrico HT, cum eandem habeant altitudinem, & cum cylindrus VE, ſit ſeſquialter genito ex AVF, tubus cylindricus HT erit ſeſquialter geniti ex BTG.

Pariter cylindrus T E eſt ſeſquialter geniti ex A G T, huic cylindro adde tubum cylindricum H T, qui etiam eſt ſeſquialter geniti ex BGT, & hoc ultimum adde genito ex AGT, fiet totus cylindrus B E ſeſquialter geniti ex ſectore B G A; quod erat demonſtrandum. Idem in aliis exemplis demonſtrare licet ut cylindrus KA eſt ſeſquialter geniti à ſectore BIA.

Vides item genitum à rectangulo BG, triplom eſſe geniti à trilineo H G B, & ſeſquialterum geniti à trilineo B G T. Pariter genitum à rectangulo B K I S triplum eſt geniti à trilineo BKI, & ſeſquialterum geniti à trilineo B G T. Pariter genitum à rectangulo BKIS triplum eſt geniti à trilineo BKI, & ſeſquialterum geniti à trilineo BIS ita ut ſicut cylindrus V E, dividitur à ſuperficie deſcripta à linea A F, in partes quarum exterior ſeu remotior ab axe, eſt dupla reliquæ, ita etiam tubus cylindricus dividitur à ſuperficie ſphærica in duas partes, quarum interior eſt dupla reliquæ.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Superficies cylindri circumſcripti, & ſphæra, planis parallelis comprehenſa, æquales ſunt.

Non tantum tota ſuperficies hemiſphærii æqualis eſt toti ſuperficiei cylindri, ejuſdem altitudinis; ſed etiam quælibet partes utriuſque intetceptæ inter plana parallela baſi æquales ſunt; hoc eſt ſuperficies ſphærica BG æqualis eſt cylindricæ HB; ſphærica B I cylindricæ BK, ſphærica B N cylindricæ BN, & conſequenter ſphæricæ BG, GI, IN, NC, cylindricis BH, HK, KP, PD, ſingulæ ſingulis. Quod ita demonſtro. Cylindrus B E, quatenus reſolvitur in ſuperficies cylindricas concentricas, habet elementa decreſcentia, in ratione altitudinum, altitudo eſt radius. Eſtque media pars figuræ non decreſcentis, cujus eadem baſis nempe ſuperficies cylindrica, genitum ex ſectore A B G eſt ſeſquialter hujus cylindri; ergo eſt tantum tertia pars figuræ non decreſcentis, habetque eandem altitudinem nempe radium. Ut habeatur baſis debet dividi tota figura per tertiam partem altitudinis, ſed ſi tertia pars dividatur per tertiam partem altitudinis, eandem baſin exhibet, ac ſi figura integra per totam altitudinem dividatur; ergo baſes figuræ integræ, & geniti à ſectore ſunt æquales.

Vel exhibetur ſuperficies cylindrica poſita pro baſi; & radius AB pro altitudine ſi eius ſoliditas dividatur per dimidium radium, ſed habetur baſis geniti à ſectore A B G, ſi eius ſoliditas dividatur per tertiam partem radii, cujus tertiæ partis dimidius radius eſt ſeſquialter, ſed ſi duo numeri quorum unus eſt ſeſquialter alterius, dividantur per duos numeros, quorum unus eſt alterius ſeſquialter idem numerus producitur: ergo baſis cylindrica BH, & ſphærica BG, ſunt æquales.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Superficies ſphærica alicujus arcûs, initio facto à polo ſeu axe circumvolutionis æqualis eſt circulo cujus radius eſt chorda talis arcûs.

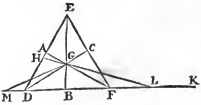
Superficies ab arcu C I deſcripta æqualis eſt ſuperficiei cylindricæ deſcriptæ à linea D K, & hæc circulo cujus radius medius eſt proportionalis intet DK, & diametrum, qualis eſt radius C I; quæ omnia ſunt demonſtrata in noſtra geometria.

PROPOSITIO XX.

Conus æquilaterus ad ſphæram inſcriptam ſe habet ut 9. ad 4.

Ex his principiis facilè comparabimus omnia pyramidalia inter ſe, aut cum aliis quibuſcumque corporibus, quod ut in aliquibus exemplis manifeſtum reddam. Primò proponatur ſphæra inſcripta cono æquilatero, nempe ſi triangulo

æquilatero D E F inſcribatur circulus, volvanturque ambæ figuræ circa immotum axem B E, quæritur, quam rationem habeat conus, ad ſphæram. Primô quæratur ratio radij A G ad G E; invenio G E eſſe duplam ipſius A G, cum enim angulus A E F ſit 60 graduum, angulus AEG erit graduum 30, ſuppoſito ergo quod EG ſit ſinus totus, erit AG ſinus graduum 30, ſemiſſis radij, cum ſubtenſa graduum 60, æquetur radio, cum ergo (*per 47.1.Eucl.*) qua-



dratum ex G E æquetur quadratis ex A G, & AE, ſitque quadratum ex GE quadruplum quadrati ex AG, erit quadratum ex AE, ſeu DB, triplum quadrati ex AG. Ut autem quadrata, ita & circuli, quare circulus cujus radius DB, eſt triplus circuli cujus radius AG ſuperficies ſphæræ eſt quadrupla maximi circuli, ergo ſe habet ad circulum ex DB ut 4 ad 3. Ut habeatur conus DEF multiplicandus eſt circulus ex DF per BG tertiam partem altitudinis AG. Ponatur AG eſſe 3, ſi circulus DB qui eſt 3, multiplicetur per BG 3, fient 9, ſuperficies autem ſphæræ quæ eſt 4, multiplicari debet per tertiam partem B G nempe 1; multiplica 4, per 1, fiunt 4; ergo conus æquilaterus ſe habet ad ſibi inſcriptam ſphæram ut 9 ad 4.

COROLLARIUM.

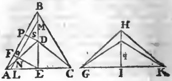
Clarum eſt conum D G F eſſe tertiam partem coni DEF; cum enim baſes ſint eædem, ſe habent coni ut altitudines eſt autem altitudo B E; tripla altitudinis BG; ideoque ſi BK ſit tripla lineæ BF & BL ſit media proportionalis inter BF & BK; erit conus factus ex revolutione trianguli LBG circa axem GB, æqualis cono DEF.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Conus ut conſtans ſuperficiebus conicis decreſcit in ratione duplicata altitudinis quæ eſt perpendicularis ad latus.

Poteſt conſiderari conus non tantum ſecundum plana baſi parallela; ſed etiam ſecundum ſuperficies ſuas; hoc eſt ut conſtans ſuperficiebus quaſi concentricis, quæ etiam decreſcunt in ratione duplicata altitudinum, ſed alia altitudo ſumenda eſt, quaſi menſura, quæ nempe metiatur numerum & craſſitiem hujuſmodi ſuperficierum conicarum. Proponatur enim triangulum A C B



ex cujus revolutione generetur conus, ex puncto E, ducatur perpendicularis FE, quæ cum ſit perpendicularis ad AB ſi circumvolvatur generabit ſuperficiem conicam quæ ad ſuperficiem AB erit ſemper perpendicularis, quot erunt puncta in linea EF, tot licebit cogitare ſuperficies conicas; concentricas, quarum numerum metiri non debemus, nec per lineam AE, nec per lineam EB, eo quod oblique inciderent; fiat alius conus GHK, cujus baſis GK æqualis ſit ſuperficiei coni ABC, & altitudo H I, æqualis lineæ F E, dico conum GHK æqualem eſſe cono ABC.

Demonſtratio. Superficies conicæ, coni ABC ſumptâ altitudine FE, decreſcunt in ratione duplicata altitudinum. Cum enim in triangulo ABE; ſit ut AE ad LE, ſeu ut FE, ad EO ita EB ad EM: erunt coni ſimiles quorum tam baſes, quam ſuperficies proportionales erunt; ſed baſis A E ad baſin BE, eſt in duplicata ratione AE ad LE, ergo ſuperficies erunt in duplicata ratione altitudinum. Cum ergo comparentur duo corpora, quorum elementa decreſcunt in eadem ratione, nempe coni ABC, GHK, & baſes nempe in ABC, ſuperficies ſumpta pro baſi, in GHK propria baſis, quæ ſunt æquales, altitudines item æquales ſint: nempe FE, HI, corpora erunt æqualia, nempe quorum ſoliditas generatur, ſi baſis per tertiam altitudinis multiplicetur.

Aſſumatur quodcumque punctum D, ductiſque lineis AD, CD, & perpendiculari DP fiatque I q æqualis DP, dico conum GqK æqualem eſſe infundibulo A D C B, & conſequenter conum A D C eſſe æqualem G q K H.

Demonſtratio. Ductâ lineâ AD, in triangulo ADB, ita eſt AD, ad ND, ſicut DB ad MD, & AB ad NM & PD ad SD; ergo pariter ſuperficies illæ decreſcent, in duplicata altitudinum, quare eadem demonſtratio applicabitur.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

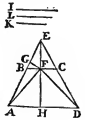
Fruſtum coni æquale eſt cono ejuſdem baſis & altitudinis, & cono cujus baſis eſt æqualis ſuperficiei fruſti & altitudo perpendiculari.

Proponatur fruſtum coni A B C D dico illud æquale eſſe cono AFD, + cono cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei fruſti, & altitudo æqualis perpendiculari FG.

Demonſtratio. Si ex cono AED, auferas conum AFD; reſtat infundibulum AFED, cujus habetur ſoliditas ſi ejus tota ſuperficies per ſubtriplam FG multiplicetur, ſed pariter coni BEC habetur ſoliditas, ſi ejus ſuperficies per ſubtriplam GF multiplicetur, ergo pariter habebitur ſoliditas geniti ex ABF, ſi eius ſuperficies per ſubtriplam GF multiplicetur.

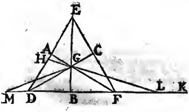
Quomodo

Quomodo autem habenda ſit ſuperficies fruſti dedimus in geometria noſtra, nempe quomodo ſit componendus circulus æqualis ſuperficiei fruſti. Supponatur eius radins eſſe linea I quare conus cujus baſis habebit radium I, & altitudinem æqualem GF erit æqualis genito ex ABF, ſi velis hunc conum reducere ad altitudinem FH, fiat ut FH ad GF, ita radius I ad K & inter I & K ſit media proportionalis L.



Dico conum ſub altitudine FH, & baſi cujus radius L, eſſe æqualem cono ſub radio I & altitudine GF, quia cum circuli I & L ſint in duplicata I ad L, erunt ut I ad K, ergo eſt reciprocatio baſium & altitudinum.

Denique ſi velis conum unicum æqualem his duobus conis, nempe huic ultimo & cono AFD, ex duabus baſibus fiat unica nempe ſi fiat, triangulum rectangulum cujus duo latera ſint AH & L, hypothenuſa erit radius circuli, æqualis duobus circulis & conſequenter cum altitudo FH ſit eadem, erit conus ſub hac ultimâ baſi, & altitudine FH æqualis fruſto ABCD.



Sequitur ex eo conum circumſcriptum ſphæræ, æqualem eſſe cono cujus altitudo erit radius ſphæræ, baſis verò æqualis propriæ baſi, + ſuperficiei: cum enim conus DEF æqualis ſit cono DGF, & genito trianguli DGE, quod vidimus æquale eſſe cono cujus baſis æqualis ſuperficiei coni DEF, & altitudo æqualis AG, ſeu GB, erit conus DEF æqualis cono cujus altitudo BG & baſis æqualis ſuæ baſi & ſuæ ſuperficiei.

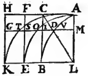
Conus æquilaterus habet ſuperficiem baſis duplam, quia productum ex aggregato baſis & ſuperficiei, in radium; æquatur producto ex linea BE quæ eſt tripla radij, in baſin DF; ergo ut perſtet æqualitas, debet aggregatum baſis & ſuperficiei eſſe triplum ipſius baſis ergo ſuperficies, eſt dupla baſis.

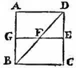
PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Fuſum Ellypticum eamdem rationem habet ad cylindrum ejuſdem altitudinis & baſis, quam habet ſphara ad cylindrum ejuſdem altitudinis.

Sit quadrans ellypticus ADB, & quadrans circuli AOE, & quadrans alterius ellypſis ASK; dico primò ſi omnia volvantur circa AL, fuſum ellypticum ADB eſſe duas tertias cylindri CBLA. Ductis enim planis baſi BL parallelis, cum oſtenderimus in geometria noſtra, ita eſſe EL ad BL, ſicut OM ad DM, etiam erit ut quadratum EL ad BL, ita quadratum OM ad quadratum DM, & ita de reliquis omnibus. Ergo eodem modo decreſcunt elementa fuſi ellyptici ſicut decreſcunt elementa hemiſphærij, ſed ita prima decreſcunt ut omnia ſimul ſumpta æqualia ſint duabus tertiis cylindri ſeu figuræ non decreſcentis: ergo & fuſum ellypticum erit duæ tertiæ cylindri ejuſdem altitudinis;





Sequitur genitum à trilineo CBDA eſſe tertiam partem ejuſdem cylindri, & eius elementa creſcere in duplicata altitudinum; ductâ item lineâ CL, cum conus genitus à triangulo CLA, ſit etiam tertia pars ejuſdem cylindri æquabitur genito à trilineo CBA, & quadratum ex VM æquale erit coronæ genitæ ab ID; ſequitur item ſemifuſum ellypticum genitum à quadrante ellypſis AVB æquari genito à triangulo LBC.

Non poteſt tamen ea comparatio inſtitui, quam ſupra fecimus nempe, quod genitum ex BCL reſolvitur in ſuperficies cylindricas concentricas ita ut altitudo ſit linea BL, ita etiam fuſum ellypticum dividatur in ſuperficies ellypticas concentricas, eo quod linea AL ſit major linea BL; quare ut ſemper fiant ellypſes proportionales debebit latitudo ellypſium eſſe major verſus A quam verſus B, quod incongruam reddit talem comparationem; ſunt & alia multa quæ impediunt quo minus poſſimus concludere ſuperficiem ſemifuſi ellyptici æqualem eſſe ſuperficiei cylindri ejuſdem altitudinis, & baſis.

Quod dixi de fuſo ellyptico AVBL intelligendum etiam eſt de fuſo ellyptico KSAL. Oſtendimus enim in geometria ita eſſe KL ad EL, ſicut TM ad OM ex quo principio deducuntur etiam reliqua omnia.

Reſiduum priſmatis à quo detracta eſt pyramis

ſic priſma triangulare dividitur in duas pyramides quarum una habet baſin quadrilateram, & eſt dupla alterius pyramidis, triangularem baſin habentis, ſi reſolvatur in plana baſi triangulari parallela, ad hanc ſpeciem reducitur.

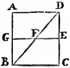
PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Si elementa alicujus figuræ decreſcant in triplicata ratione altitudinum, figura integra ejuſdem baſis & altitudinis illius erit quadrupla.

Difficilis eſt probatio hujus propoſitionis, hanc nonnulli arithmeticè tantum probant, eo quod vix habeamus aliquod genus quantitatis quod hoc modo comparari poſſit. Proponatur igitur parallelogrammum ABCD, & triangulum BCD in eadem baſi BC, quæ aſſumatur tanquam regula cui





primò ducantur lineæ parallelæ, ſitque G E, una inſtar omnium, certum eſt lineas trianguli decreſcere in ratione altitudinum. Oſtendimus ſuprà quadrata ejuſdem trianguli decreſcere in duplicata altitudinum, & omnia quadrata trianguli eſſe tantum tertiam partem omnium quadratorum parallelogrammi. Intelligatur ſupra ſingulas lineas tam parallelogrammi, quam trianguli deſcriptus cubus, cum lineæ trianguli decreſcant in ratione altitudinum, & cubi ſint in triplicata ratione ſuorum laterum; decreſcent cubi in triplicata ratione altitudinum, dico omnes cubos trianguli eſſe quartam partem, omnium cuborum parallelogrammi. Supponatur primô diviſa linea C D in quinque partes, ita ut cum baſi, fiant 6 incipiendo à D erunt lineæ 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. quibus reſpondebunt cubi in parallelogrammo æquales cubo numeri 6, nempe 216 fietque 1512. Sunt autem cubi trianguli 1, 8, 27, 64, 125, 216, ſumma eſt 441, quadrans autem numeri 1512, eſt 378, defectus eſt 63, quæ eſt pars vigeſima quarta figuræ integræ. Oritur autem ille defectus, quòd parallelogrammum, & triangulum non fuerint diviſa in ſufficientes lineas, fiatque tranſitus à 0 ad unitatem ſine ullis intermediis. Dividamus ergo lineam A D, ita ut fiant decem cubi, erunt omnes lineæ trianguli B C D 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, & omnes cubi earum 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, ſumma eſt 3025. Cubi parallelogrammi ſunt 11000, horum quarta pars 2777, exceſſus eſt 248 quæ eſt quadrageſima quarta pars majoris numeri, ſeu cuborum parallelogrammi; accedit ergo magis, quod ſi in adhuc plures lineas divideretur utraque figura, defectus eſſet proportionaliter minor, ſed oſtenſivè hanc propoſitionem demonſtremus. Ad hanc propoſitionem demonſtrandum ſuppono quod ſi linea aliqua ut GE dividatur in F; erit cubus totius lineæ æqualis cubis ſegmentorum GF, FE + tribus factis ex quadrato G F, in lineam FE, + tribus factis ex quadrato FE, in lineam GF quod in Algebra ſæpè explicuimus. Ut ſi ſegmenta ſint A & B, & linea ſit A + B erit cubus lineæ A + B æqualis A 3 † 3 A 2 B + 3 AB2 + B3. Hoc eſt omnes cubi parallelogrammi æquabuntur omnibus cubis utriuſque trianguli + tribus factis ex quadratis trianguli unius, in lineas alterius, + tribus factis ex quadratis alterius trianguli in lineas primi trianguli.

Demonſtratio. Quadrata parallelogrammi AC tripla ſunt quadratorum trianguli BCD; ergo ſi ambo multiplicentur per omnes lineas parallelogrammi, erunt omnes cubi parallelogrammi, qui nempe fiunt ex omnibus eius quadratis in omnes lineas, tripli, facti ex quadratis trianguli BCD, in omnes lineas parallelogrammi. Sed factum ſub omnibus quadratis BCD, & omnibus lineis ABD + facto ex iiſdem quadratis in lineas trianguli B C D, quod ultimum membrum æquatur cubis trianguli BCD: igitur omnes cubi parallelogrammi tripli ſunt omnium cuborum trianguli B C D + facto ex quadratis B C D in lineas ABD. Pro cubis parallelogrammi ſubſtitue eius partes, nempe omnes cubos trianguli A B D, omnes cubos trianguli BCD. Tria facti ſub quadratis ABD in lineas B C D, tria facti ſub quadratis BCD in lineas ABD, quæ omnia tripla ſunt facti ex quadratis BCD in lineas ABD + cubis BCD: ſunt autem tria facta ex quadratis B C D in lineas ABD, tripla facti ex quadratis B C D, in lineas A B D, quæ ſi auferantur, reſtabunt cubi A B D, + tria facta ſub quadratis ABD, in lineas BCD, + cubis B C D tripla cuborum B C D; & cum cubi BCD, & cubi ABD ſint æquales eo quod triangula ſint æqualia, erunt tria facta ex quadratis ABD, in lineas BCD æqualia cubis ABD, aut BCD. Sunt igitur quatuor hæc æqualia nempe cubi ABD tria facta ſub quadratis ABD in lineas BCD, tria facta ſub quadratis BCD in lineas ABD, & cubi BCD. Quare cubi parallelogrammi, qui hæc omnia complectuntur erunt quadrupla ſingulorum, ut cuborum trianguli; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Omnes cubi trianguli B C D nempe factum ex quadratis trianguli in ſuas lineas, eſt triplum facti ex iiſdem quadratis in lineas alterius trianguli quod eſt diligenter notandum.

COROLLARIUM II.

Si proponantur duæ figuræ ejuſdem baſis & altitudinis, & elementa primæ ſint omnia æqualia baſi; alterius verò elementa decreſcunt in triplicata ratione baſium figura non decreſcens, erit decreſcentis quadrupla.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Si ſint duæ figuræ ejuſdem baſis & altitudinis, & elementa primæ ſint omnia æqualia baſi, elementa verò alterius decreſcant in quadruplicata altitudinum, erit integra decreſcentis quintupla.

Proponatur idem parallelogrammum, & triangulum ſuper eadem baſi & altitudine tum intelligantur ſingularum linearum, tam parallelogrammi, quàm trianguli quadrato quadrata, & cum lineæ trianguli decreſcant in ratione altitudinum, & quadrato quadrata habeant rationem laterum quadruplicatam, elementa aggregati ex quadrato quadratis trianguli, in ratione quadruplicata ſuorum laterum decreſcent; ergo hæc elementa in ratione quadruplicata altitudinum decreſcunt. Suppono autem ex Algebra quadratoquadratum totius lineæ eſſe æquale ſequentibus corporibus $A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^3$.

Demonſtratio. Omnes cubi parallelogrammi A C ſunt quadrupli omnium cuborum trianguli BCD (*per præcedentem*) Multiplicentur ambo per omnes lineas parallelogrammi fient omnes qqti AC quadrupli factorum omnibus quadratis trianguli tam in omnes lineas ejuſdem trianguli, quam in omnes lineas alterius trianguli; ſed multiplicando cubos trianguli in ſuas lineas fiunt ejus quadratoquadrata; ergo quadratoquadrata parallelogrammi ſunt quadrupla quadratoquadratorum trianguli + facto ex cubis trianguli in lineas alterius trianguli. Pro quadratoquadratis parallelogrammi ponamus cubi partes, intelligendo per A triangulum ABD, & per B triangulum B C D. Habemus ergo quadratoquadratos parallelogrammi eſſe quadruplos $B^4 + AB^3$. Quod ſi pro quadratoquadratis parallelogrammi ſubſtituamus partes eorum, erunt $A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$ quadrupla $B^4 + AB^3$. quare habebitur æquatio $4B^4 + 4AB^3 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + AB^3 + B^4$.

Aufer $4AB^3$ ex una parte, & ex alia $3AB^3$, & $1A^3B$, ſunt enim æqualia AB^3, & A^3B remanebit æquatio $4B^4 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + B^4$. Reſtat oſtendendum hæc ablata nempe $3AB^3 + 1A^3B$ ſive $4A^3B$ æqualia eſſe uni B^4. Si enim hoc probavero, oſtendero omnes partes quadratoquadrati totius, ſeu parallelogrammi eſſe quintuplas B^4, ſeu quadratoquadrati trianguli ex penultima æquatione.

Oportet igitur probare $4AB^3$ æquari B^4, fit autem B^4 ſi B multiplicet proprios cubos nempe B^3. Sit autem AB^3 ſi lineæ alterius trianguli A multiplicent cubos B^3, oportet igitur ut quarta tantum pars producatur multiplicatione cuborũ tam per alienas lineas, quàm per proprias. ſic enim erit æquatio quam quærimus, nempe $4AB^3 = B^3$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, quibus reſpondeant cubi 1, 8, 27, 64, 125, quælibet ſuum multiplicet, fient quadratoquadrati 0, 1, 16, 81, 256, 625. ſumma eſt 979, eoſdem cubos multiplicent eædem lineæ ſed contrario ordine, nempe prima multiplicet ultimum nempe 0, 125 fiet 0, 1 multiplicet 64 fient 64 32 multiplicet 27, fient 56, 3 multipl. 8. fient 24, 4, multiplicet 1, fiet 4. & 5, multiplicet 0, fiet 0, 64, 56, 24, 4. fiet ſumma 141, quæ licet non ſit quarta pars ſummæ 979, quæ nempe deberet eſſe 245, quô tamen in plures lineas dividentur triangula, eò erunt defectus ſemper minores, & tandem in eam deſinent, ergo eſt æquatio inter $4AB^3$, & B^4, quod ultimum reſtabat probandum.

Aliæ poſſent percurri rationes, inveniremuſque ſi elementa decreſcant in ratione quintupla, figuram integram fore ſextuplam figuræ decreſcentis, quia tamen ulteriores conſiderationes vix ullum habent uſum, cum nulla ſpecies quantitatis hujuſmodi rationes obſervet, ideò ſupervacaneum puto in iis ulterius immorari.

COROLLARIUM I.

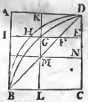
Ut omnia complectar hoc corollario, ſi elementa decreſcant in ratione altitudinum figura erit, integra decreſcentis figuræ dupla, ut accidit in parallelogrammo reſpectu trianguli ejuſdem altitudinis & complementa ejuſdem figuræ decreſcentis, eodem modo ſe habent: item fuſum parabolicum, reſpectu cylindri ejuſdem baſis & altitudinis, ita circuli aut ſectores circulorum, ſi nempe circumferentia ſit baſis, & radius altitudo: cylindri item ſi ſuperficies fiat baſis, & radius baſis altitudo.

Secundò ſi elementa decreſcant in duplicata altitudinum, figura decreſcens, in ſubtripla integræ, talia ſunt omnia pyramidalia, & eorum complementa ſunt ſubſequialtera figuræ integræ, ut ſunt coni reſpectu cylindrorum, complementa ſunt infundibula.

Idem de parabola ſeu potiùs de trilineo parabolico, cujus elementa uno tamen ſenſu accepta, nempe ſecundum lineas axi parallelas in duplicata altitudinum & conſequenter parabola reſtat duæ tertiæ parallelogrammi circumſcripti: ſcutella item hemiſphærica nempe id quod reſtat ex cylindro è quo detractum eſt hemiſphæricum, hujus ſcutellæ elementa nempe coronæ decreſcunt in duplicata altitudinum & conſequenter hemiſphærium duas tertias cylindri ejuſdem altitudinis obtinet: hemiſphærii elementa aliam obſervant rationem, nempe ſi ſumatur dupla altitudo decreſcunt ſinus in ratione ſubduplicata, ſegmentorum hujus altitudinis, quia ſinus eſt ſemper medius proportionalis inter ſegmenta diametri, ideoque decreſcunt ſinuum quadrata, ut rectangula ſub partibus diametri. Sphærois item ſeu uſum ellypticum etiam duas tertias obtinet cylindri æquè alti.

COROLLARIUM II.

Vix invenimus figuras quarum elementa decreſcant in triplicata, & quadruplicata altitudinum exceptis aliquibus ſectionibus conicis, aut ex ea reſultantibus, ut ſi detur rectangulum ABCD, in quo



ducatur diagonalis B D, vidimus ita eſſe altitudinem CD ad ED ut BC ad F E, item ita quadratum BC ad quadratum GE in parabola, quare tam genitum

genitum à parabola BGD, quam genitum à trilineo BGDA eſt media pars eylindri geniti à rectangulo ABCD; pouatut rectangulum AC eſſe quadratum & conſideretur genitum à trilineo BGDA ut conſtans ſuperficiebus cylindricis, ita ut baſis ſit ſupetficies cylindrica AB, & altitudo, radius AD erit ſuperficies cylindrica AB ad cylindricam KG in ratione compoſita AD ad KD ſeu altitudinum,& in duplicata LK ad MK, quæ duæ rationes triplicatam efficiunt. Quare ſub hac conſideratione geniti ab hoc trilineo elementa decreſcunt in triplicata altitudinum', quare genitum ab hoc trilinio eſſet quarta pars figuræ integræ nempe ſi extenderetur ſupetficies ex AB in parallelogrammum, excitaretutque ſuper illud priſma cujus altitudo æquaretur radio AD,hoc priſma eſſet duplum cylindri, & quadruplum trilinei.

Poſſunt cogitari lineæ curuæ quæ forment trilinea, quæ hoc modo ſe habeant in triplicata, aut quadruplicata altitudinum.

Atque hæc ſufficiant de hac methodo indiviſibilium, ad alia procedamus.

GEOMETRIÆ LIBER NONVS.

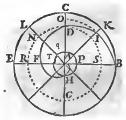
De quadratura circuli.

OSTENDIMVS quidem libro quinto, quomodo ex inventione lineæ rectæ quæ circumferentiæ circuli eſſet æqualis abſolveretur circuli quadratura, eo quod circulus æqualis eſſet rectangulo ſub ſemicircumferentia, & ſub ſemidiametro comprehenſo. Rectam autem æqualem circumferentiæ, quadratrice linea, & ſpiralibus quæſivere veteres. Quadratricis uſus ſufficienter ſupra explicuimus reſtat ut progreſſum doctrinæ ſpiralium perſequamur. Tentavit enim Archimedes ex ſpatiis lineæ ſpirali comprehenſis circulum quadrare, ſed infæliciter; nos eandem doctrinam tradimus, ſed viâ faciliori, nempe methodo indiviſibilium; ideoque hæc circa quadraturam tentamenta, quæ ad ſextum librum pertinere videbantur, hic attexere libuit.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si ſpatium comprehenſum inter ſpiralis convexitatem circumferentiæ circuli Primigenii, & radium in circulos concentricos reſolvatur; ita erit cujuſque circuli circumferentia ad arcum interceptum, ut totus radius ad partem radii eodem tempore percurſam.



Conſideramus ſpatium percurſum ſemidiametro AB, circumferentia circuli BECB, & convexitate ſpitalis BIDHP, quod deſcriptis citenlis concentricis, volo reſolvi in arcus, qui terminabuntur radio AB & ſpirali; dico ita eſſe circumferentiam integram cujuſcumque circuli verbi gratia circuli TPH,ad arcum PH,ſicut AB ad AP. Pariter ita erit tota circumferentia circuli D G R, ad arcum SRD ut AB ad AS.

Demonſtr. Ex definitione, & generatione ſpitalis lineæ, eadem pars circumferentiæ peragratur eodem tempore ac radii; ergo dum AB percurrit quadrantem circuli primigenii, mobile motum ſupra AB, percurrit eius quartam partem, ſed dum punctum B percurrit quartam partem circumferentiæ circuli primigenii, punctum P percurrit quartam partem ſui; ergo ita eſt AB ad AP, ſicut tota circumferentia circuli TPH, ad arcum PH; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

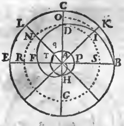
Theorema.

Si ſpatium convexitate ſpiralis, circumferentiâ circuli primigenii & radio comprehenſum in arcus concentricos reſolvatur; hi decreſcent in ratione duplicata radiorum.

Conſideramus ſpatium comprehenſum BIDHA, circumferentia circuli BCE, & radio AB, quod volumus teſolvi in arcus concentricos; facimuſque illius figuræ decreſcentis baſin circumferentiam integram circuli primigenii BCE, altitudinem vero radium; hi circuli concentrici ſi integri

pertinerent

pertinerent ad figuram decreſcerent in ratione altitudinum, efficerentque figuram quæ eſſet dimidia figuræ integræ; dico ergo arcus pertinentes ad hoc ſpatium, decreſcere in duplicata ratione altitudinum; decreſcunt enim, tum quia ſunt arcus minoris circuli, tum quia ſunt minor pars ſui circuli. Probo igitur circumferentiam circuli primigenii BCE, ad arcum DAS, eſſe in duplicata ratione radii AB ad AS.



Demonſtratio. Circumferentia circuli BCE ad totam circumferentiam DRSD, eſt ut radius AB ad AS, ſed circumferentia DRSD ad arcum DRS eſt etiam ut radius AB ad radium AS (*per præcedentem*) ergo circumferentia circuli BCEB, ad arcum DRS eſt in duplicata ratione radii AB ad radium AS; hoc eſt in duplicata altitudinum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Spatium comprehenſum convexitate ſpiralis, circumferentia circuli primigenii, & radio, continet duas tertias ſui circuli.

Proponatur eadem figura, & idem ſpatium, dico illud continere duas tertias circuli primigenii.

Demonſtratio. Supponatur figura non decreſcens, qualis eſſet ſuperficies cylindrica cujus baſis eſſet circulus primigenius, & altitudo æqualis diametro, illius figuræ non decreſcentis, hoc ſpatium eſſet tertia pars, ſecundum ea quæ in methodo indiviſibilium demonſtravimus, cum eius elementa decreſcant in ratione duplicata altitudinum: atque adeo ſi figura decreſcens ponatur ſex, ſpatium prius deſcriptum erit duo. Sed circulus eſt tantum media pars hujus figuræ non decreſcentis: ergo circulus erit tria; ergo ſpatium prius deſcriptum continet duas medias partes circuli primigenii; quod erat demonſtrandum.

In quo notare potes facilitatem methodi indiviſibilum, quod enim via operoſa exequitur Archimedes, & per reductionem ad abſurdum, id oſtenſivè demonſtrat hæc methodus.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Spatium comprehenſum concavitate ſpiralis linea, & radio, eſt tertia pars circuli primigenii.

Dico ſpatium comprehenſum concavitate ſpiralis lineæ AHFDB, & radio AB, eſt tertia pars ſpiralis lineæ.

Demonſtratio. Reliquum ſpatium comprehenſum convexitate ejuſdem ſpiralis, circumferentiâ circuli primigenii, & radio AB, continet duas tertias circuli primigenii; ergo reliquum erit tertia pars ejuſdem; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO V.

Theorema.

In prima circulatione ſpatium comprehenſum quacumque portione concavâ ſpiralis lineæ incipiendo à centro & lineâ rectâ, eſt tertia pars ſectoris circuli ſui.

Vide figuram præcedentem.

Dico ſpatium comprehenſum portione concavâ DFHA, & lineâ rectâ AD, eſſe tertiam partem ſectoris DRGS ſui circuli; intelligantur enim arcus concentrici, hos dico decreſcere in ratione duplicata radiorum.

Demonſtratio. Ut DA ad AP, ita arcus DRGS, ad ſimilem arcum qTHP, hic autem arcus qTHP ad arcum HP, ſe habet ut AD ad AP, ergo arcus DRGS ad arcum HP, eſt in duplicata ratione lineæ AD ad AP, ergo poſito arcu DRGS, tanquam baſi, & linea AD, tanquam altitudine, elementa ſpatii comprehenſi convexitate portionis DFHA, & arcu DRGS, & linea AB, continebit unam tertiã figuræ non decreſcentis qualis eſſet ſuperficies cylindrica, ſi ſupra arcum DRGS excitaretur cylindrus altitudinis radii. Sector autẽ DRSA eſt media pars hujus cylindricæ ſuperficiei, quandoquidem eius elementa decreſcunt in ratione altitudinum. Ergo hoc ſpatium continet duas tertias ſui ſectoris, ergo reliquum ejuſdem ſectoris comprehenſum concavitate ejuſdem portionis DFHA & lineâ AD erit tertia pars ſui ſectoris; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

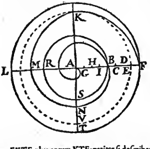
Reliquum ſpatium ADIB erit tertia pars coronæ circulis CEB, DRS comprehenſæ, & reliqui ſectoris DAS.

PROPOSITIO VI.

Spatium comprehenſum convexitate ſecundæ revolutionis, circumferentiâ circuli exterioris, & radio coronæ, ſe habet ad coronam, ut 5 ad 9, & ad circulum exteriorem ut 5 ad 12.

Sit FKMNB ſecunda revolutio lineæ ſpiralis, circumferentia ſecundi circuli FLT, radius coronæ BF, dico ſpatium comprehenſum inter ſpiralem FKMNB, circumferentiam FLT & lineam FB, ſe habere ad coronam ut 5 ad 9. Intelligantur ductæ circumferentiæ concentricæ totum replentes ſecundum circulum, certum eſt ex generatione ita eſſe BF ad BE, ut tota circumfe-

rentia EKTE ad arcum KTE, & addita ex una parte linea BA, æquali ipſi BF, & ex alia, circumferentia EKTE, ita erit AF ad AB, BE, ſeu AE ut dupla circumferentia EKTE, ad circumferen-



tiam EKTE, plus arcum KTE; pariter ſi deſcriberentur circulus radio AM, ita eſſet dupla circũferentia illius ad circumferentiam ſimul cum arcu MVD, ut AF ad AD, atque ita de reliquis, ut autem AF ad AE, ita ſunt peripheriæ circulorum FLT ad circumferentiam EKTE, & ita dupla circumferentia FLT, ad duplam EKTE. Eſt igitur ut dupla FLT ad duplam EKTE, ita dupla EKTE, ad EKTE cum arcu KTE; ergo ratio duplæ circumferentiæ FLT ad circumferentiam EKTE, cum arcu KTE eſt in duplicata ratione AF ad AE. Idem dicito de aliis omnibus, donec pervenias ad BRSB, clarum eſt autem quod dupla circumferentia FLT ad ſimplicem BRS, ſit in duplicata ratione AF ad AB. Probavimus autem ſupra, quod arcus intercepti inter primi circuli circumferentiam, & primam revolutionem ſunt in duplicata ratione altitudinum, ſeu rationum; ſi ergo fieret figura decreſcens in qua baſis eſſet dupla circumferentiæ FLT, aliæ vero eo modo decreſcerent quo indicavi; nempe poneretur circumferentia EKTE ſimul cum arcu KTE, atque ita deinceps uſque ad primi circuli circumferentiam, ita ut deinceps uſque ad punctum A ponerentur arcus ſine ulla repetitione circumferentiarum, haberemus figuram decreſcentem in duplicata ratione altitudinum. Figura autem integra eſſet verbi gratia cylindrica ſuperficies, cujus baſis eſſet dupla circumferentia EKTE & altitudo AF, quæ eſſet dupla ſuperficiei cylindricæ cujus baſis eſſet ſimplex circumferentia EKTE, & altitudo eadem AF; hæc autem ultima eſt dupla circuli FLT, cujus nempe elementa decreſcunt arithmeticè: ergo prima illa integra erit quadrupla circuli FLT. Ponatur ea eſſe partium 48, circulus FLT erit 12, figura decreſcens qualem deſcripſimus ſupra erit tertia pars primæ, eritque 16, ex qua primò auferenda eſt corona circulis FLT, BRS comprehenſa, eô quod in ſingulis terminis repetebantur circumferentiæ. Cum autem circulus FLT ſit 12, & circulus BRS ſit eius quarta pars 3, erit corona 9. Oportet autem auferre omnes arcus comprehenſos circulo RRS, & prima revolutione, quos probavimus eſſe duas tertias ſui circuli. Si ergo auferas 9, & duo ex 16 reſtant 5, igitur ſpatium illlud eſt ad coronam ut 5 ad 9; quod erat demonſtrandum, & ad circulum ſecundum erit ut 5 ad 12.

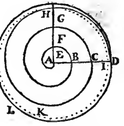
COROLLARIUM.

Spatium comprehenſum concavitate ſecundæ revolutionis circuli primi, circumferentia, & linea BF, erit ad coronam, ut 4 ad 9, eſt enim reliquum.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Spatium contentum primâ revolutione, & primâ lineâ eſt ſexta pars ſecundi ſpatii, ſecundum dimidia pars tertii, tertia pars quarti, quarta quinti &c.



Proponantur ſpiralis lineæ circumvolutione terminatæ lineæ AD; dico primum ſpatium AE terminatum concavitate ſpiralis lineæ, & prima linea AB, eſſe ſextam partem ſecundi ſpatii E, terminati lineis AB, BC & ſpatium G eſſe ſecundi duplum; quartum ſecundi triplum, quintum ſecundi quadruplum.

Demonſtratio. Vidimus in ſuperiori ſpatium comprehenſum convexitate ſecundæ revolutionis & circumferentiæ circuli ſecundi ſe habere ad totum circulum ſecundum ut 5 ad 12, quo ſubducto ex 12 reſtant 7. Subtrahendum eſt primum ſpatium quod vidimus eſſe tertiam partem primi circuli qui eſt 3, quare illud ſpatium erit 1 quo ſubducto ex 7, reſtant 6, eſt igitur primum ſpatium 1, ſecundum 6; quod erat primò demonſtrandum.

Ut demonſtretur ſecunda pars, nempe tertium ſpatium G, contentum ſecundâ & tertiâ revolutione & lineis BC, CD eſſe duplum ſecundi ſpatii F. Deſcribendus eſt circulus tertius DLD conſiderandumque ſpatium eius circumferentiâ, & convexitate tertiæ revolutionis DHKC comprehenſum quod primo probo ſe habere ad tertium circulum integrum, ut 8 ad 27, deſcriptis enim circumferentiis concentricis, ita ut totum ſpatium iis repleatur, ducatur linea AH.

Demonſtratio. Ex generatione lineæ ſpiralis ita eſt CD ad CI, ut tota peripheria IHKI ad arcum HKI. Addantur ex una parte, lineæ AB, BC æquales lineæ CD, & ex alia parte duæ circumferẽtiæ IHKI, ita erit AD ad AI, ſicut tres peripheriæ IHKI ad duas peripherias IHKI ſimul cũ arcu HKI, ſed ut AD ad AI, ita peripheria DLD ad circumferentiam IHKI, & ita tres circumferentiæ DLD ad tres IHKI; ergo tres circumferentiæ

DLD

DLD ad duas IHKI, cum arcu HKI, ſunt in duplicata ratione AD ad AI, quod intelligere debes de omnibus aliis circumferentiis uſque ad ſecundum circulum. Cum ergo ita ſit AD ad AC, ut tres circumferentiæ tertii circuli ad tres ſecundi, ſint item ut AD ad AC, ita tres peripheriæ ſecundi ad duas ſecundi, ita ratio trium peripheriarum tertiis ad duas ſecundi erunt in duplicata ratione AD ad AC. Oſtendimus autem in præcedenti duas circumferentias ſecundi ad ſingulas circumferentias contentas eius corona, auctas ſuis arcubus eſſe in duplicata ratione. Pariter oſtendimus circumferentiam primi circuli ad ſingulos arcus comprehenſos ſpirali, &c. eſſe in duplicata ratione altitudinum. Habemus ergo figuram decreſcentem in duplicata altitudinum. Figura autem non decreſcens eſſet v. g. cylindrica ſuperficies habens pro baſi triplam circumferentiam DLD, & altitudinem AD, quæ eſt tripla ſuperficiei cylindricæ cujus baſis eſſet ſimplex circumferentia DLD, & eadem altitudo, & hæc dupla eſſet circuli DLD; ergo prima illa ejuſdem circuli ſextupla eſt. Primus circulus erat 3, ſecundus 12, tertius erit 27; figura integra erit 162. figura decreſcens erit eius tertia pars nempe 54, ſed in tertia revolutione primo auferenda eſt bis corona comprehenſa primo & ſecundo circulo, quæ eſt 15, quia nempe repetuntur bis peripheriæ ſingulorum circulorum. Quare auferendo bis 15 ſeu 30 ex 54, reſtant 24, debet item ſubtrahi corona ſecundi circuli, quæ eſt 9, eò quod ſemel repetantur peripheriæ ſingulorum circulorum, ſubtrahendum item ſpatium comprehenſum convexitate ſecundæ revolutionis, & peripheria ſecundi circuli, quod vidimus eſſe 5, ſubtrahendum item ſpatium comprehenſum primâ revolutione, & circumferentiâ primi circuli quod vidimus eſſe duo. Quare reſtant 8 pro ſpatio comprehenſo tertiâ revolutione & circumferentiâ tertii circuli. Auferendo autem 8, ex 27 reſtant 19, auferendum item eſt ſecundum ſpatium quod vidimus eſſe 6, & primum 1, reſtabuntque 12 pro tertio ſpatio quod conſequenter duplum erit ſecundi ſeu 6.

Eodem progreſſu ſi examinaremus reliqua intervalla, inveniremus quartum eſſe 18, quintum 24, atque ita iſta ſpatia creſcere arithmeticè.

Videbatur hæc figura excogitata ab Archimede ad quadrandum circulum. Oſtendit enim hic author quod ſi in fine primæ revolutionis ducatur tangens, & ex centro perpendicularis excitetur ad primum radium, tangens abſcindet in perpendiculari lineam rectam æqualem peripheriæ primi circuli. Quia tamen neque hæc ſpiralis geometricè deſcribitur, neque ulla methodus datur, hujuſmodi tangentis ducendæ, ideò ſupervacaneum puto iis diutius immorari.

GEOMETRIÆ LIBER DECIMVS.

De progreſſionibus Geometrici.

HÆC progreſſionum doctrina inter præcipua hujus ſæculi inventa à multis reponitur, ut quod à Pappo indicatur tantum, tanquam ſummum aliquod geometriæ operepretium, nempe ut non progreſſionum tantum termini inter ſe comparentur, ſed ipſæ progreſſiones integræ, infinitis licet terminis conſtantes id ita præſtat Pater à S. Vincentio, ut omni difficultate careat. Videtur tamen nonnunquam minutias perſequi, & hoc opus nimis augere, quare conſilium inii ne huic noſtro curſui, tam utilis deeſſet elucubratio, totum hoc opus paucioribus propoſitionibus comprehendere, facillimumque reddere.

DEFINITIO PRIMA.

A C D E B
|—|—|—|——|

Geometrica ſeries eſt quantitas finita diviſa ſecundum continuationem cujuſcumque rationis datæ. Ut ſi linea AB ita dividatur, ut ſit eadem ratio, lineæ AB ad CB, quæ CB ad DB; & DB ad EB, & ita conſequenter hos terminos qui omnes intra lineam AB, ſeu primam quantitatem comprehenduntur, ſeriem vocamus.

DEFINITIO II.

Progreſſio geometrica eſt quotcumque terminorum ſecundum eandem rationem continuatio. Differt autem à ſerie, quòd ſeries dicat aliquem terminum ultra quem continuari non poſſit, quem progreſſio non invehit, ut ſi ſit ut AC ad CD ita CD ad DE; hæc progreſſio prout à ſerie differt interminata eſt, ſeries verò ut diximus terminum dicit.

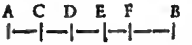
DEFINITIO III.

Terminus progreſſionis eſt ſeriei finis, ad quem nulla progreſſio pertinget licet continuetur quantum libuerit, ſed ad eum ſemper accedet.

PROPOSITIO I.

Theotema.

Contiuè proportionalium differentiæ in eadem ſunt ratione ac quantitates quarum ſunt differentiæ, & qualibet earum aggregata ſunt in eadem ratione.



Quoniam ita eſt A B ad C B, ut C B ad D B, erit dividendo ut A C ad C B, ita C D ad DB, & permutando ut AC ad CD, ita CB ad DB, ſeu AB ad CB; quod erat primum demonſtrandum. Dico ſecundo ſi ſit ut AC ad CD, ita CD ad DE, & DE ad EF, fore etiam ut AD ad CE, ita CF ad EF.

Demonſtratio. Cum ſit ut AC, anteeedens ad CD conſequens, ita CD antecedens ad DE conſequens, ita DE antecedens ad EF conſequens, ita erunt duo anteeedentes AC, CD ad duos conſequentes CD, DE, ſicut duo antecedentes CD, DE, ad duos conſequentes D E, E F; quod erat demonſtrandum. Poſſemus item intelligere ttes terminos, quatuor, quinque, &c.

PROPOSITIO II.

Theotema.

Datis aliquibus terminis ſeriei geometricæ, invenire magnitudinem quæ omnibus terminis illius ſeriei ſit æqualis.



Sint dati termini alicujus ſeriei repreſentati per lineas AB, B C, ſitque quærenda tota ſeries, ſeu punctum K terminus totius ſeriei, ita ut intra lineam A K continuari poſſint quotlibet termini in ratione AB ad BC. Supponitur autem A B eſſe major quam BC. In punctis A & B, ducantur duæ parallelæ AE, BF lineis AB, BC æquales, jungaturque linea E F, quæ producatur donec concurrat in K cum linea AC producta; concurret autem: cum AE ſit major quam B F. Dico intra lineam A K continuari poſſe quantum libuerit progreſſionem AB, BC.

Demonſtratio. (*Per 4. 6.*) ita eſt AE ad BF, ſeu AB ad BC, ut AK ad BK; alternando ita erit AB ad AK, ut BC ad BK & dividendo, ut AB ad BK, ita erit BC ad CK. Sit ut AB ad BC, ita BC ad L, quia igitur ita eſt ut AB ad BK, ita BC ad C K, erit alternando ut AB ad BC, ſeu ut BC ad L, ita BK ad CK, & alternando ut BC ad BK, ita L ad CK, ſed BC minor eſt quam BK, ergo L minor eſt quam CK. Ergo poteſt ſumi C D æqualis ipſi L in linea CK, ita ut ſit ut AB ad BC, ita BC ad CD; quia autem ut BC ad L ſeu ad CD, ita vidimus eſſe BK ad CK, erit invertendo ut BC ad BK, ita C D ad CK & dividendo, ut B C ad CK, ita CD ad DK. Sumpta autem alia proportionali DH, oſtendam illam eſſe minorem quam DK, & ſic in infinitum quantum voluerimus.

Addo quod ſi continuetur hæc progreſſio A B ad BC, licet nunquam perveniatur ad punctum K, ita tamen acceditur ad punctum K, ut relinquatur linea quavis data minor. Sit enim quantitas L M fiatque ut KB ad KA, ita LM ad MN, & MN ad NO, & continuetur hæc progreſſio minoris inæqualitatis, clarum eſt quod fiet quantitas major quam A K: nam N L exceſſus lineæ M N, ſupra LM aliquoties tantum in linea AK reperitur, ſed dum continuatur hæc progreſſio ille exceſſus non tantum multiplicatur, ſed etiam ſumuntur exceſſus ſemper majores, & majores. Ponatur ergo ex continuatione illius progreſſionis factam eſſe lineam M R majorem linea AK, tot continuentur termini in linea AK, quot ſunt in linea RM. Quoniam igitur ita eſt Mq ad MR, ſicut KB ad KA, ita erit AK ad BK, ut RM ad qM, & qM ad PM, ut BK ad CK, & ita conſequenter: ergo ex æqualitate ordinata ita erit AK ad TK, ut RM ad LM; ſed A K minor eſt quam tertia RM, ergo & ſecunda T K, quartâ LM minor erit; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Demonſtravimus in prima parte ex eo quod eſſet ut AB ad BK; ita BC ad CK, ita punctum K eſſe terminum progreſſionis A B ad BC. Idem etiam probavimus ex eo quod ita eſſet AB ad AK, ut BC ad B K, vel ut AB ad BC, ut B K ad C K. Idem etiam probatur ex eo quod ita ſit A K ad BK, ut BK ad CK.

COROLLARIUM II.

In eadem figura ita eſt E G exceſſus majoris quantitatis AB ſupra minorem BC ad GF, ſeu A B, ſicut EA ſeu AB ad AK, ut patet.

COROLLARIUM III.

Converſa etiam propoſitionis facilis eſt quod ſi AK, fuerit tota ſeries ita erit AB ad BK, ſicut BG ad C K,
ut AB ad AK, ſicut BC ad BK,
ut AK ad BK, ita BK ad CK,
AB ad BC; ut BK ad CK,
AB ad BC; ut AK ad BK.

COROLLARIUM IV.

Certum eſt ex eadem figura ita eſſe E G exceſſum primi termini ſupra ſecundum ad GF ſeu AB primum terminum, ut F B ſecundus terminus ad BK totam ſeriem excepto primo AB.

COROLLARIUM V.

Clarum item eſt in duabus ſeriebus ſimilibus A K, R M, ita eſſe totam ſeriem AK ad totam R M, ut primus terminus AB ad primum terminum Rq.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Series dupla proportionis; eſt primi termini dupla ſeries, tripla proportionis eſt primi termini ſeſquialtera, quadrupla ſeſquitertia, ſeu ut 3 ad 4, quintupla ut 4 ad 5, ſextupla ut 5 ad 6, & ita conſequenter.

Proponatur ſeries q.otcumque terminorum in proportione dupla it.. ut primus terminus ſit duplus ſecundi, nempe primus ad ſecundum ſe habebit ut 2 ad unitas; ergo exceſſus primi ſopra ſecundom erit 1, ſed ut exceſſus 1 ad 2 primum terminum, ita primus terminus ad totam ſeriem, ergo tota ſeries eſt dupla primi termini.

2. Proponatur ſeries proportionis triplæ, hoc eſt primus terminus ad ſecundum, ſit ut 3 ad 1, eritque exceſſus primi termini ſopra ſecundum ut 2 ad 3; ergo per precedentem erit proous terminus ad totam ſeriem, ut 2 ad 3.

3. In ſeriæ proportiones quadruplæ primus terminus ad ſecuodum ſe habet ut 4 ad 1, illumque excedit ternario, qoare exceſſus primi ſupra ſecundum, ad primum ſe habet ut 3 ad 4, ergo & primus terminus ſe habet, ut 3 ad 4. In proportione quintupla ut 4 ad 5, in ſextupla ot 5 ad 6.

COROLLARIUM.

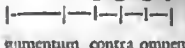


Clarum eſt quod ſi proponatur magnitudo A B, ſitque A C eius dimidia; & ſit ut AB ad AC, ita AC ad CD, & CD ad DE, atque ita conſequenter, dico hanc ſeriem finiri io D; cum enim A B ſit dupla AC, ſi AC fiat primus terminus progreſſionis duplæ, erit tota ſeries dupla primi termini.



Pariter ſi proponatur FG, ſitque FH eius tertia pars, & HI tertia pars ipſius FH, atqoe ita conſequenter, finietur tota progreſſio in puncto K medio lineæ FG; cum enim tota ſeries ſit ad primum terminum ut 3 ad 2, ſi FG ponatur 6, primus terminos FH, erit 2, & tota ſeries F K erit 3.

COROLLARIUM II.

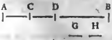


Ex præcedentibus propoſitionibus facile ſolvitur Zenonis argumentum contra omnem motum, nempe de Achille & teſtudioe; ſit enim Achilles in A, teſtudo io B, & motus Achillis duplo velocior quàm motus teſtudinis, quo tempore Achilles percurrit AB, teſtudo percurrit BC, & quo tempore Achilles percurrit BC, teſtudo percurrit CD, atque ita conſequenter in infinitum, ego Achilles nunquam conſequetur teſtudinem; ergo concedo totum antecedens; oego conſequentiam, nam infiniti termini in proportione dupla, tam in tempore quam in quantitate continua terminom habent; quia tam ſeries BC ad CD, & CD ad DE, quam ſeries AB ad BC, & BC ad CD, in eodem puncto D terminantur.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Datam magnitudinem dividere ut evadat ſeries data progreſſionis.



Proponatur magnitudo AB ita dividenda, ot primi duo termini AC, CD ſint in data ratione G ad H, & continuata eadem progreſſio terminum habeat in puncto B, fiat ut G ad H, ita AB ad CB; dico factum eſſe quod requiritur.

Demonſtr. Cùm enim ita ſit AB ad CB, ut G ad H, ita etiam erit AC ad CD ut G ad H, (*per primam huius*) quia autem ita eſt AC ad CD, ut AB ad CB, erit (*per 2.*) punctum B terminus ſeriei.

COROLLARIUM I.

Quælibet magnitudo poteſt evadere ſeries cujuſlibet progreſſionis.

COROLLARIUM II.

Si proponerentur tres rationes, dividendaque eſſet linea in tres partes quæ in eadem eſſent ratione ac primi tres termini earum rationum, ita ut ſingulæ earum partium eſſent ſeries integræ ſingularum rationum id facillimum eſſet. Nam ſi primi tres termini rationum propoſitarum in unam lineam colligantur, tum propoſita linea ſimiliter dividatur, tres eius partes in eadem erunt ratione, ac tres primi rationum termini; tuio per præcedentem ſi ſingulæ partes fiant ſeries integræ datarum rationum, factum erit quod requiritur. Alia ſimilia eodem modo perfici poſſunt.

PROPOSITIO V.

Problema.

Examinare quomodo ſe habeat ad datam magnitudinem ſeries integra, data proportionis, cujus primus detur terminus.



Proponitur examinandum quomodo ſe habeat ſeries integra ſecundum rationem C ad D, cujus primus terminus ſit EF, fiat linea AB ſeries rationis C ad D, (*per præcedentem*) ſitque AG primus illius terminus, erit EF ad AG, ut tota ſeries progreſſionis C ad D, cujus primus terminus E F, ad A B.

Demonſtratio clara eſt; ut enim ſe habent duæ ſeries ſimiles, ita ſe habent duo primi eius termini.

COROLLARIUM.



Clariſſimum etiam eſt quod ſi duarum ſerierum termini alternatim fuerint in eadem analogia, eas eſſe ſimiles, hoc eſt ſi fuerit ut A ad C, ita F ad H, ut B ad D, ita G ad I, nam cum ratio A ad C, & F ad H ſit duplicata rationis A ad B, & F ad G, ſi duplicatæ fuerint eædem, & ſimplices, æquales erunt.

PROPOSITIO VI.

Series majorum rationum ſub eodem primo termino minores ſunt.



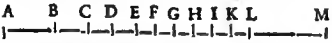
Proponatur ſeries quæcumque AG, progreſſionis AB ad BC, ſitque HK ſeries rationis AB ad CD, nempe ſit H I, æqualis ipſi AB, & I L ipſi CD; ſit item MO ſeries rationis AB ad DE, nempe ſit primus terminus M N, æqualis AB, & ſecundus N P, æqualis D E.

Demonſtratio. Cùm ratio AB, BC ſit majoris inæqualitatis; AB major eſt quam BC & BC, major quàm CD, & CD major quàm DE, quare major erit ratio AB ad BC quàm AB ad CD, ſeu H I ad I L, & hæc major quam AB ad DE, ſeu MN ad NP; ergo AB ſuperat majori exceſſu lineam DE, quam ſuperet lineam CD, aut BC; quare exceſſus quo AB ſuperat BC, minorem habet rationem, ad AB quam exceſſus quo ſuperat magnitudinem BC, ad eandem AB, ſed ut exceſſus iſti ad AB, qui in omnibus iſtis ſeriebus eſt primus terminus, ita AB ad iſtas ſeries, ergo major eſt ratio AB ſeu MN ad MO, quam AB ſeu H I ad N P, & hæc major, quam AB ad AG, ergo AG major eſt quam H P, & hæc major quam MO.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Si intra ſeriem aliquam ſumantur plurima ſeries in quibus per ſaltus comparentur termini, illæ ſimul ſumpta æquantur toti prima ſeriei.



Proponatur ſeries AM rationis AB ad BC; comparenturque termini per ſaltus, nempe ſit ſeries AB, DE, GH, KL, pariter ſeries BC, EF, HI, denique ſeries CD, FG, I K; dico has tres ſimul ſumptas ſeries æquales eſſe ſeriei A M.

Primò enim ſingularum ſerierum termini in continua ſunt analogiâ, nempe in triplicata ratione, illius quæ eſt AB ad BC. Secundo continuantur intra eandem ſeriem ABCD, omneſque terminos illius auferunt; ergo hæ tres ſeries, ſeriei ABCD ſunt æquales.

COROLLARIUM I.

Hinc ſi fiant tres ſeries, quæ ſint in ratione quadruplicata, rationis AB ad CD, quarum prima habeat pro primo termino, ſecunda BC, tertia CD, illæ erunt æquales ſeriei ABCD.

COROLLARIUM II.

Cum in ſuperiori exemplo ſeries AB, DE, GH, KL, ſeriei BC, EF, HI, &c. Et ſeries CD, FG, IK ſint in triplicata illius quæ eſt AB ad BC, illæ tres ſeries ſimiles erunt; ergo ita ſe habebunt ad invicem ut primi earum termini, nempe ut A B, B C, CD, ſed ſeries AB, BC, CD, &c. ipſis æqualis eſt; ergo ſe habebit ad primam nempe ad ſeriem A B, DE, GH, ut tres termini AB, BC, CD ſimul ad primum AB; ad ſecundam ut iidem tres termini ad BC, & ad tertiam ut iidem tres termini ad CD.

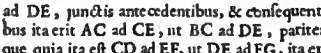
COROLLARIUM III.

Si ſeries una fuerit alterius ſubtriplicata, ad eam ſe habebit ut tres ejus primi termini ad primum alterius terminum; cum enim in ſuperiori exemplo, ita ſe habeat ſeries AB, BC, CD ad ſeriem AB, DE, GH, cujus eſt ſubtriplicata ut tres primi termini AB, BC, CD ad AB primum ſecundæ ſeriei, ſi detur tertiæ quæcumque ſeries, in ratione triplicata primæ, hæc erit in eadem ratione ac ſecunda, atque adeo ſecunda ad hanc ita ſe habebit, ut primus terminus ſecundæ ad primum terminum tertiæ. Ergo ex æqualitate ita ſe habebit prima ſeries ad tertiam, ut primi tres termini primæ ad primum terminum tertiæ; ſi vero prima ſeries eſſet in ratione ſubduplicata rationis tertiæ, prima ſe haberet ad tertiam ut duo primi termini primæ ad primum terminum tertiæ.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Si duarum rationum ſimilium termini alternatim contineantur, utriuſque continuatæ idem terminus erit.



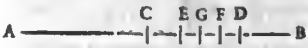
Sit ut AB ad CD, ita BC ad DE, continuenturque in infinitum hæ rationes, dico illarum eundem eſſe terminum.

Demonſtratio. Cùm ita ſit AB ad CD, ut BC ad DE, junctis antecedentibus, & conſequentibus ita erit AC ad CE, ut BC ad DE, pariterque quia ita eſt CD ad EF, ut DE ad FG, ita erit CE ad EG, ut DE ad FG, ſeu BC ad DE. Habemus igitur continuè proportionales AC, CE, EG, quæ ratio ſi continuetur, inveniaturque eius terminus K, cum termini aliarum ſerierum AB, CD, EF, & BC, DE FG ita contineantur intra terminos ſeriei AC, CE, E G, ut bini in uno contineantur, nullum aſſignabitur punctum inter A & K, in quo hæ ſeries finiantur.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Si magnitudo biſariam hinc inde continue dividatur, terminus progreſſionis duos trientes magnitudinis obtinebit.



Magnitudo AB dividatur biſariam in C, ultimumque ſegmentum C B iterum biſariam in D, tum CD biſariam in E, exinde ED biſariam in F, & EF biſariam in G, quem modum voco hinc inde; dico finem ſeriei eſſe ita in I, ut AI duos trientes obtineat totius AB, ſeu AB ſit magnitudinis AI ſeſquialtera.

Demonſtratio. AC eſt lineæ CD dupla, & CD dupla ipſius CE: ergo AC, eſt dupla ipſius CE, pariter CE eſt dupla ipſiua EF, & EF dupla EG: ergo habemua progreſſionem in ratione quadrupla, eritque (*per* 2.) tota ſeries AI, ad primi terminum AC, ut 4 ad 3: Si ergo AC ſit 3, ſeu AB 6, tota ſeries AI erit 4, nempe AB erit ſeſquialtera reſpectu AI; quod erat demonſtrandum.

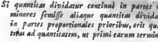
COROLLARIUM.



Ex hoc Theoremate videtur haberi arcus triſectio, ſi enim arcus AB biſariam dividatur in C, & CB biſariam in D, & CD biſariam in E, & hoc modo alternatim fiat, finis progreſſionis relinquet BI tertiam partem totius arcus AB: vel dividatur arcus AB, biſariam in BC, fiatque progreſſio quadrupla, cujus primus terminus ſit AC, finis progreſſionis I dabit arcum BI tertiam partem arcûs AB. Quia tamen non poſſumus in lineâ curvâ finem progreſſionis invenire, ideo hæc triſſectio anguli, non eſt geometrica.

PROPOSITIO X.

Si quantitas dividatur continuè in partes non minores ſemiſſe aliaque quantitas dividatur in partes proportionales prioribus, erit quantitas ad quantitatem, ut primi earum termini.



Sit AB ita diviſa in E & G, ut AE, non ſit minor dimidio AB, & E G non minor dimidio reliquæ EB; & pariter CD diviſa ſit in F & H, ſitque ut CF ad FH, ut AE ad EG, & hoc ſemper fieri poſſit, dico ita eſſe AB ad C D, ut AE ad C F.

Demonſtratio. Si enim non eſſet eadem ratio AB ad C D, quæ AE, CF, ponatur eſſe major, ergo AB ad minorem quantitatem, nempe ad CK, eandem haberet rationem ac AE ad CF. Quia autem ex CK auſertur C F, pluſquam dimidium, & ex reliquo FK, auſertur plus quam dimidium FH, & ita deinceps, tandem relinquetur quantitas OD, minor quam DK, erit CO major quàm CK, auſeratur ex AB pluſquam dimidium AE & EG pluſquam reliqui, ita tamen ut AE, EG ſint proportionales CF, FH &c. Cùm ergo ita ſit AB ad EG, ut CF ad FH, permutando erit ut AE ad C F, ita E G ad F H, & GI ad HO, quare ut una antecedentium ad unam conſequentium, ita omnes antecedentes ad omnes conſequentes, nempe ut AE ad CF, ita AI ad CO. Sed ut AE ad CF, ita AB ad CK; ergo ita erit AB ad CK, ut AI ad CO: ſed AB prima major eſt quam tertia AI; ergo & ſecunda CK, major eſt quam quarta CO; quod eſt abſurdum. Si vero dicatur AB minorem habere rationem ad CD; quam AE ad CF, CD ad AB majorem haberet rationem, quam CF ad AE; quare CD ad aliquam quantitatem minorem quam AE, haberet eandem rationem ac CF ad FE, fierique poſſet eadem ratiocinatio.

COROLLARIUM I.

Si iiſdem poſitis AE, CF æquales eſſent AB; C D eſſent etiam æquales.

COROLLARIUM II.

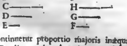
Si tres darentur quantitates eo modo diviſæ & primi earum termini in continua eſſent analogia, quantitates illæ in continua eſſent analogia.

COROLLARIUM III.

Si ex tribus magnitudinibus auferantur partes ſimiles, quæ ſint in continua analogia, ipſæ etiam quantitatea in continua erunt analogia.

PROPOSITIO XI.

Si proportio qualibet majoris inæqualitatis continuetur devenietur ad quantitatem datâ minorem.

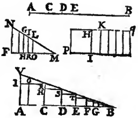


Continnetur proportio majoris inæqualitatis A ad B, dico tandem deveniendum eſſe ad quantitatem E minorem quantitate F: fiat enim ut B ad A, ita F ad G; & G ad H, & ita conſequenter devenietur tandem ad aliquam quantitatem majorem quam A, cum enim exceſſua magnitudinis G ſupra F, ſit determinatus, additus aliquoties lineæ F, magnitudinem efficiet majorem quam A, ſed poſitis proportionalibus G, H, I, K, adduntur exceſſus majores, qui nempè creſcunt proportionaliter: ergo aliqua ex proportionalibus erit major quam A. Sit hæc quantitas K, & quot ſunt termini à magnitudine K, uſque ad F, tot continuentur ab A uſque ad E, clatum eſt quod erit ex æqualitate ut A ad E, ita K ad F, & cum K ſit major quam A, F major erit quam E.

COROLLARIUM.

Similiter ſi lineæ in tres partes diviſæ duæ partes

tes ſumantur, quæ ſimiliter dividantur ut tota linea diviſa fuerat, pariterque abjiciatur una pars, & reliquæ eodem modò dividantur in tres partes, atque ita conſequenter tandem relinquetur quantitas minor datâ.



Hactenus de proportionibus in genere dictum eſt, reſtat ut doctrinam propoſitam peculiari materia applicemus, præcipuè verò ſimilibus figuris ſimiliterque poſitis. Notandum autem aliquas figuras ſimiles in directum poſitas unum magnitudinem totalem conſtituere, alias verò non id præſtare ut lineæ AC, CD, DE proportionales ſi continuentur, & perficiatur earum ſeries, unam lineam A B conſtituunt, ita trapeſia FG, HI, &c. unt triangulum, aut trapezium FNLO poſſunt conſtituere. Plurima parallelogramma unum totale parallelogrammum poſſunt conſtituere, plurimæ coronæ concentricæ unam totalem coronam conſtituere; in his omnibus ſi inveniatur terminus ad quem perveniet ſeries baſium, dabitur & quantitas iis omnibus ſimul ſumptis æqualis. Alia ſunt quantitates proportionales quarum in directum poſitarum licet inveniatur finis ſeriei, non tamen invenietur quantitas iis omnibus æqualis, ut ſi daretur ſeries AB, in ratione AC, CD, DE, ſi intelligerentur ſupra ſingulas lineas deſcripta quadrata, habetur eorum ſeries & finis, non habetur tamen magnitudo iis æqualis eo quod non coaleſcunt in unum figuram. Quare revocari debent, ad eas figuras quæ unum conſtituunt figuram quando in directum collocantur.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Omnes proprietates progreſſionum conveniunt progreſſionibus terminorum heterogeneorum.

Voco hîc terminos heterogeneos, qui non componunt unam totalem & continuam magnitudinem, ut progreſſio quadratorum, aut ſimilium figurarum, ſive planarum ſive ſolidarum, cui dico convenire omnes proprietates progreſſionũ ſupra recenſitas. Sit enim talis progreſſio quadratorum hæc facile reducetur ad figurã aliquam totalẽ. Nam ſi quadrato ex AC, æquale ſupponatur rectangulũ PH, fiatque ut quadratum ex A C ad quadratum ex C D, ita fiat P H ad I K, ita ut magnitudines PH, IK unam magnitudinem componant. Continuetur autem ratio PH ad IK, clarum eſt ſingulos hujus progreſſionis terminos æquales eſſe ſingulis quadratis, cum enim ſit ut quadratum ex A B ad quadratum ex CD, ita PH ad I K, cum prima & tertia ſint æquales; ſecunda & quarta æquales erunt, quare duæ progreſſiones æqualibus terminis conſtantes, æquales erunt, æqualemque quantitatem producent; ergo quæ de progreſſione Pq homogeneorum ſcilicet oſtenſa ſunt, progreſſioni AB heterogeneorum conveniunt.

COROLLARIUM.

Series AB, CB, D B intelligendo de ſeriebus quadratorum, aut ſolidorum continuè proportionales ſunt.

2. Si AO, ſit differentia primi & ſecundi quadrati, erunt AO, quadratum ex AC, & tota progreſſio quadratorum continuè proportionales. Pariter ut AI ad quadratum ex A C, ita quadratum ex C D ad totam ſeriem, dempto primo termino, ſeu quadrato ex AC.

3. Si detur una ſeries ſimilium figurarum, & alia ſimilium item figurarum inter ſe, licet non ſimilium figuris primæ ſeriei, ſintque ejuſdem progreſſionis, ſeries ſe habebunt ad invicem, ſicut primi earum termini.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Si detur continua progreſſio linearum, plana ſimilia ſuper iis conſtructa, in continuâ erunt proportione & viciſſim.

Supponitur progreſſio continua linearum, & ſupra ſingulas deſcriptæ figuræ planæ ſimiles, ſive quadrata, ſive triangula, ſive polygona, ſive circuli; dico illas figuras eſſe in continua proportione. Cum enim figuræ ſimiles ſint in duplicata ratione laterum homologorum, continuè proportionalium, erunt & ipſæ in continua proportione. Viciſſim ſi figuræ ſimiles lineas deſcriptæ fuerint in continua progreſſione, & ipſæ lineæ quæ ſunt in ſubduplicata ratione figurarum erunt etiam continuè proportionales.

Idem dicito de ſolidis ſimilibus quæ ſunt in triplicata laterum homologorum.

COROLLARIUM.

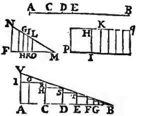
Sequitur ex eo quod ſi inveniatur ſeries integra baſium (*per 2. hujus*) invenietur & ſeries figurarum, ſimilium tam ſolidarum, quam planarum, & terminus ultra quem tales progreſſiones extendi non poterunt. Plana enim, & ſolida ſimilia, ſupra baſes conſtructa, ſunt continuè proportionalia, quare tam planorum, quàm linearum progreſſio pari paſſu procedent, eritque earum idem terminus.

PROPO

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Progreſſio tota planorum ſimilium & continuè proportionalium, eſt ad primum planum, ut ſeries baſium alternarum, ſeu imparium 1. 3. 5. 7. &c. ad primam baſin.



Sit ſeries baſium proportionalium A C, C D, DE terminata in B, ſit item ſeries planorum ſimilium ſupra ſingulas baſes deſcriptarum, quas oſtendimus eſſe in continna analogia. Dico ita eſſe ſeriem planorum ad primum quadratorum, ut ſeries baſium imparium AC, DE, F G, &c. ſeu primæ tertiæ quartæ, ad AB primam baſin.

Demonſtratio. (*Per 2. hujus*) ſeries planorum AB ad ſeriem planorum C B, eſt ut primum planum ad ſecundum, ſeu in duplicata ratione, baſis primæ ad ſecundam, ſeu ut AC baſis prima ad tertiam DE, ſed ut baſis prima ad tertiam, ita eſt baſium ſeries AB ad ſeriem D B; ergo ita eſt ſeries planorum AB ad ſeriem planorum C B, ae ſeries linearum A B ad ſeriem baſium D B; ergo dividendo ita erit ſeries planorum AB ad primum planum, ut ſeries baſium imparium AC, DE, FG ad primam baſin AC.

Duobus verbis ſeries planorum, ſunt in duplicata ratione baſium AC, CD, DE, EF, ſed ſeries baſium alternarum AC, DE, FG, FG eſt etiam in duplieata ratione baſium AC, CD, DE; ergo ſeries baſium alternarum, & planorum ſunt in eadem ratione, ſed ſimiles ſeries ſunt in eadem ratione ac primi eorum termini; ergo ita eſt ſeries ad ſeriem, ot primus terminus ad primum terminum, & alternando, ita eſt ſeries planorum ad primum ſuum terminum, ut ſeries baſium alternarum ad ſuum itidem primum terminum.

COROLLARIUM I.

Quia autem in omni ſerie differentiæ primi & ſecundi termini primus terminus, & tota ſeries ſunt continuè proportionales, tota ſeries planorum ad primum planum, ſe habebit ut primum planum, ad differentiam primi & ſecundi plani. Item erit tota ſeries planorum ad primum planum, ot tota ſeries baſium ad duas primas baſes AC, CD. Item erit tota ſeries planorum ad primum, ot prima baſis ad differentiam primæ & tertiæ baſis.

PROPOSITIO XV.

Thorema.

Tota ſeries quadratorum æqualis eſt rectangulo, comprehenſo ſub tota ſerie baſium imparium, & ſub prima baſi.

Vide figuram præcedentem.

Sit ſeries quadratorum A B, dico omnia illa quadrata ſimul ſumpta æqualia eſſe rectangulo comprehenſo ſub omnibus baſibus alternis ſeu imparibus AC, DE, &c. & ſub prima baſi AC.

Demonſtratio. Series quadratorum ſe habet ad primum quadratum, ut ſeries baſium imparium ad primam baſin AC. Aſſumpta autem communi altitudine A C, erit rectangulum ſub ſerie baſium imparium & ſub baſi AC ad quadratum baſis AC, ut ſeries baſium imparium ad baſin AC; ergo ita eſt rectangulum comprehenſum ſub ſerie baſium imparium ad quadratum baſis AC, ut tota ſeries quadratorum ad quadratum baſis AC; ergo (*per 8. 5. Eucl.*) ſeries qoadratorum æqualis eſt rectangulo eomprehenſo ſub ſerie baſium imparium, & ſub prima baſi; quod erat demonſtandum.

COROLLARIUM I.

Habetur facilè ſeries baſium imparium per Coroll. 3. ſeptimæ hujus nempe cum ſeries omnium baſium AC, CD, DE, ſit in ratione ſubduplicata, rationis baſium æqualium, ſe habebit ut duo primi termini A C, C D, ad primum alterius nempe A C.

COROLLARIUM II.

Quadratum omnium baſium imparium, ſumptarum per modum unius lineæ, ſeries omnium quadratorum AB, & quadratum A C ſunt continuè proportionalia; nam cum quadratum baſium imparium ſit ad ſeriem quadratorum ſeu ad rectangulum ſub baſibus imparibus, & ſub prima baſi ſumptas baſibus imparibus pro altitudine communi (*per 1. 6. Eucl.*) ut baſes impares ad primam baſin A C, ſeu ut ſeries quadratorum ad primum quadratum. Ita erit quadratum baſium imparium ad ſeriem omnium quadratorum, ut ſeries omnium quadratorum, ad primum quadratum.

COROLLARIUM III.

Si inter ſeriem baſium imparium, & primam baſin AC quæratur media proportionalis, habebitur quadratum æquale toti ſeriei quadratorum, quia erit æquale rectangulo comprehenſo ſub baſibus imparibus & prima.

COROLLARIUM IV.

Si fieret ut AC, CD ſimul ad AC, ita A B ad quartum, clarum eſt rectangulum comprehenſum ſub hac quarta linea, & ſub A C eſſe æquale toti ſeriei quadratorum.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Data ſeriei planorum ſimilium invenire planum ſimile & æquale.

In eadem figura propoſita ſerie planorum ſimilium quorumcumque quæritur planum ſimile æquale omnibus planis ſimul ſumptis. Fiat ut AD ſeu duæ primæ baſes, ad totam ſeriem baſium, ſic primum planum ad aliud ſibi ſimile, dico illud æquale eſſe toti ſeriei quadratorum.

Demonſtratio. Quia enim in corollariis prop. 14. vidimus ita eſſe totam ſeriem planorum ad primum planum, ut tota ſeries baſium ad duas primas baſes.

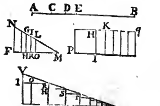
Pariter ſi fiat ut differentia inter primam & tertiam baſin ad totam ſeriem baſium, ſic primum planum ad aliud ſibi ſimile;

Vel ut prima baſis ad ſeriem baſium imparium, ſic primum planum ad aliud ſibi ſimile.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Si propoſitâ ſerie linearum excitentur in ſingulis diviſionum punctis, parallela baſibus proportionales, linea recta per earum extremitates ducta, punctum extremum ſeriei attinget.



Proponatur AB ſeries linearum, tum in punctis A, C, D excitentur lineæ parallelæ pro baſibus, nempe AV, CR, DS, dico lineam VB earum extremitates conjungere.

Demonſtr. Cum ita ſit AC ad CD, ut CD ad DE, ita erit ut vidimus AB ad CB ut CB ad DB; ſed ut AB ad CB, ita AV ad CR, & CR ad DS, ergo lineæ AV, CR, DS ſunt proportionales; ergo non aliæ proportionales duci poſſunt quàm quæ clauduntur linea BC.

COROLLARIUM I.

Linea VR conjungens duas ex parallelis proportionalibus ipſis baſibus, per punctum B finem ſeriei tranſit.

COROLLARIUM II.

Hæc eadem linea VR ducta per punctum R angulum unius figuræ, per ſimiles angulos figurarum tranſit, & hoc non tantum in quadratis, ſed in omnibus figuris rectilineis ſimilibus, immo ſi deſcriberentur circuli, conjungeret omnes diametros. Si tangeret unum circulum, tangeret & reliquos.

Clariſſimum etiam eſt quod ſi ex ſerie planorum hoc modo ſimilium, auferantur ſemper plana, relinquetur aliquid quovis plano minus. Cum enim auferendo plana, auferantur & baſes proportionales, fueritque demonſtratum relinqui ex hac ablatione lineam quâvis propoſitâ minorem, relinquetur & planum quovis propoſito minus, nam propoſito quovis plano cogitari poteſt æquale planum ſimile planis ſeriei, cujus baſis erit determinata. Si igitur per ablationem continuam baſium relinquitur linea minor eius baſi, relinquetur & planum minus propoſito.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Ex ſerie continua planorum ſimilium, auferre ſeriem planorum cum interruptione ſimili.

Vide figuram præcedentem.

Proponitur quæcumque ſeries planorum ſimilium A B, ex qua volumus auferre ſeriem planorum, cum interruptione ſumptorum; ut ſi ex ea vellemus auferrere ſeriem planorum AR, DT, atque ita conſequenter alternatim procedendo. Fiat pariter ut differentia primi plani AR, ſupra tertiam D T ad primum planum, ita primum planum ad ſeriem planorum alternorum quam auferes ex ſerie totali, ſeu planorum AR, CS, DT.

Poterimus etiam invenire planum illi æquale (*per* 16.) quod auferemus ex plano quod æquale eſt ſeriei datæ.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Si detur progreſſio quadratorum, ſitque linea attingens ſingulorum unum angulum, erit triangulum quod fiet, æqualis trapeziorum ſeriei; ſeu ſeriei quadratorum, & ſeriei triangulorum.

Vide figuram præcedentem.

Proponatur quadratorum ſeries terminata in puncto B, & linea V B attingat angulum ſingulorum quadratorum; dico triangulum A B V toti trapeziorum AVRC, C R S D, DSTE, ſeu utrique tam quadratorum, quàm triangulorum ſeriei.

Demonſtratio. Primò oſtendo trapezia eſſe proportionalia, cùm enim lineæ AC, CD, DE proportionales ſint, erunt item proportionales AB, CB, DB, EB; ergo etiam proportionalia erunt triangula ſimilia, ſupra baſibus proportionalibus, nempe ABV, CBR, DBS &c. ergo eorum differentia, nempe trapezia VC, RD, SE, erunt proproportionalia. Clariſſimum item eſt triangula ſimilia IRV, RHS eſſe proportionalia, cum baſes IR, HS ſint proportionales.

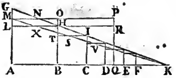
PROPO

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Si ducatur linea attingens ſingulorum quadratorum in ſerie continua poſitorum unum angulum, triangulum quod fiet, æquale erit rectangulo comprehenſo ſub ſerie baſium imparium, & ſub linea compoſita ex baſi primi quadrati, & dimidiâ baſi primi trianguli.

Sit ot priùs ſeries quadratorum terminata in puncto K, ſitque inventa linea Aq æqualis ſeriei baſium imparium AB, CD, EF, ducaturque linea GK, attingens angulos angulorum ſingulorum quadratorum diviſaque LG bifariam in puncto M, ducaturque M O P : dico rectangulum A P æquale eſſe triangulo GAK, ſeu triangulum LP æquale eſſe toti ſeriei triangulorum.



Demonſtratio. Clarum eſt G L H eſſe æquale rectangulo L O. Si enim perficeretur rectangulum ſub GL, L H, illud eſſet duplum trianguli GLH (*per* 41. 1.) & duplum rectanguli LO (*per* 1. 6.) cum baſes LM, MG ſint æquales. Ergo ita ſe habebit quadratum A H ad triangulum G L H, ut AL ad triangulum LO, ſeu ut AL ad LM, ſed cum tam quadrata quàm triangula ſint in duplicata ratione ſuarum baſium, ita erit primum quadratum ad primum triangulum ut omnia quadrata ad omnia triangula. Sed primum quadratum eſt ad primum triangulum ut AL ad LN, ſeu ut rectangulum AR ad rectangulum LP; & rectangulum AR æquale eſt omnibus quadratis; ergo rectangulum L P æquale eſt omnibus triangulis; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Rectangulum comprehenſum ſub A G, A L; tanquam unâ & ſub A q, æquale eſt rectangulo comprehenſo ſub AG, A K linea compoſita ex AL, AG dupla eſt lineæ AM; ergo rectangulum comprehenſum ſub AL, AC, & ſub Aq, duplum eſt rectanguli AP, ſeu trianguli AGK, ſed pariter rectangulum ſub A G, AK duplum eſt trianguli AGK (*per* 41. 1. *Eulc.*) ergo rectangulum ſub A G, AK æquale eſt rectangulo ſub AL, AG, ſeu dopla AM, & ſub Aq.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Si detur quadratorum ſeries, ducaturque linea dividens bifariam ſingulorum quadratorum latera ſuperiora, fiet triangulum toti ſeriei quadratorum æquale.

Vide figuram præcedentem.

Detur ut prius ſeries quadratorum proportionalium, ducaturque linea MXK, dividens bifariam latera ſingulorum quadratorum; dico triangulum AMK toti ſeriei æquale eſſe.

Demonſtratio. Triangula L M X, XHT, ſunt æquiangula, habentque ex ſuppoſitione latera LX, XT æqualia, ergo æqualia ſunt; ergo ſi triangulum XHT transferatur in MLX, erit quadratum AH æquale trapezio A T, idem dicito de aliis omnibus quadratis; ergò triangulum AKM compoſitum ex trapeziis æquale eſt quadratorum ſeriei; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Duæ ſeries planorum ſimilium ſunt in ratione compoſita ex ratione primarum baſium, & ex ratione linearum æqualium baſibus imparibus utriuſque ſeriei.

Primò quidem ſi proponantur duæ quæcumque ſeries quadratorum, cum ſingulæ æquales ſint rectangulo comprehenſo ſub prima ſua baſi, & ſub linea æquali ſeriei baſium imparium, ratio autem rectanguli ad rectangulum componatur ex rationibus laterum, ratio unius ſeriei ad aliam componetur ac ratione baſium primorum quadratorum; & ex ratione linearum æqualium baſibus imparibus.

Si verò proponantur aliæ duæ ſeries planorum ſimilium v. g. ambæ circulorum, vel ambæ quorumcumque polygonorum, cum illæ ſe habeant ut quadratorum ſeries, nam omnia plana ſimilia ſunt in ratione duplicata laterum homologorum; ergo pariter illæ ſeries erunt in ratione compoſita ex ratione baſium & ex ratione linearum æqualium ſeriei baſium imparium.

COROLLARIUM I.

Si ſeries quadratorum incipiant ab æqualibus quadratis erunt proportionales ſeriebus baſium æqualium.

COROLLARIUM II.

Si duæ ſeries ſimilium incipiant ab æqualibus planis, illæ ſe habebunt ad invicem, ut lineæ æquales baſibus imparibus.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Dato rectangulo ſeriem quadratorum æqualem conſtituere.

Vide figuram præcedentem.

Ex rectangulo A R quod alterâ parte longius eſſe ſuppono auferatur quadratum A H, lateris nempe minoris AL, fiatque ut Aq ad Bq, ita quadratum A H ad quadratum B I, determineturque tota ſeries AK ſecundum rationem quadrati AH, ad quadratum B I; dico illam æqualem eſſe rectangulo AR.

Demonſtr. Cum enim ſit ut Aq ad Bq ita quadratum AH ad quadratum BI, quadrata autem ſint in duplicata ratione laterum, ita erit AB ad CD, ut Aq ad Bq; ergo (*per* 2.) Aq erit æqualis toti ſeriei rationis AB ad CD; ergo ſeries A B, CD æqualis eſt rectangulo AR; quod erat demonſtr.

PROPOSITIO XXIII.

Ptoblema

Datis planis ſimilibus inæqualibus, exhibere ſeriem ſimilium planorum, æqualem majori plano, & incipientem à minori.

Sit planum quodcumque A majus; B minus, fiatque ut exceſſus plani A ſupra B, ita B ad aliquam quantitatem, cui fiat æquale planum C, & ſimile planis A & B. Tum perficiatur ſeries progreſſionis planorum B & C, cujus finis ſit punctum K, dico factum eſſe quod requiritur.

Demonſtratio. Ita eſt tota ſeries planorum B & C, ſeu ſeries B K ad reliquam C K ut planum B ad planum C, ſeu ut planum A ad exceſſum ipſius A ſupra B; quare per converſionem rationis ita erit ſeries BK ad planum B, exceſſum quo ſeries B K ſuperat alium terminum nempe ſeriem CK ut planum A, continens planum B quo nempe ſuperat illum exceſſum A ſupra B, ſeu alium terminum; ergo cum tota ſeries B K, & planum A, ac idem planum B eandem habeant rationem, æqualia erunt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Exhibere ſeriem quadratorum incipientem à determinato quadrato, & æqualem ſeriei datæ.

Proponitur ſeries quadratorum, cui æqualis conſtruenda eſt, incipiens à determinato quadrato, quod utique minus eſſe debet propoſitâ ſerie. Fiat propoſitæ ſeriei rectangulum æquale *per* 16.) quod utique majus erit dato quadrato, augeatur quadratum, donec in eadem altitudine adæquet rectangulum. Huicque quadrato facies ſeriem æqualem (*per* 22.) habebis ſeriem æqualem propoſitæ, & incipientem à determinato quadrato.

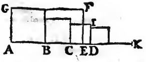
COROLLARIUM.

Alia multa problemata in hunc modum formari poſſunt.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

In ſerie quadratorum continuè proportionalium quadratum deſcriptum ſupra totam ſeriem baſium, ad ſeriem quadratorum erit in ratione compoſita, ex ratione totius lineæ ad primam baſim, & ex ratione primæ & ſecundæ baſis ad eandem primam,



Proponatur ſeries quadratorum cujus terminus ſit punctum K, intelligatur quadratum ex A K; dico illud eſſe ad ſeriem quadratorum in ratione compoſita ex ratione A K ad A B, & ex ratione AC ad AB. Fiat enim, ut AB ad BC, ita AE ad EK, eritque (*per cor.* 1. *decima quinta*) rectangulum AF, æquale toti ſeriei quadratorum.

Demonſtratio. Quia ita eſt AE ad EK ut AB ad BC, ita etiam erit AK ad AE aut AC ad AB, ſed quadratum ex AK ad rectangulum A F, eſt in ratione compoſita ex ratione altitudinis A K ad AG ſeu A B, & ex ratione AK ad A E, ſeu ut probavimus AC ad AB; ergo quadratum ex A K, eſt ad rectangulum AF, ſeu ad totam ſeriem quadratorum in ratione compoſita ex ratione A K ad AB, & AC ad AB.

COROLLARIUM I.

Cum plana ſimilia ſint in eadem ratione ac quadrata, nempe in duplicata baſium, ſi fiat ſupra totam lineam baſium planum ſimile, planis ſeriei, erit hoc planum ad totam ſeriem, in ratione compoſitè, ex ratione totius ſeriei baſium ad primam, & ex ratione primæ & ſecundæ baſis ad primam.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Si ſupra ſingula ſeriei alicujus quadrata extitentur cubi, dabitur ſeries cuborum proportionalium eundem terminum habens.

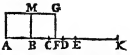
Demonſtratio. Cum enim quadrata ſint in duplicata ſuarum baſium, & cubi in triplicata laterum, ſi quadrata ſint proportionalia, latera eorum erunt proportionalia, & cubi qui ſunt in triplicata erunt etiam proportionalia, cum autem lineæ ita decreſcant ut quælibet data minor reſtet, quolibet etiam cubo minor aſſignabitur.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Seriei cubicæ æquale parallepipedum conſtruere.

Supponitur ſeries linearum continuè proportionalium, & extructa eorum quadrata, & ſuper quadrata extructi cubi, quæritur parallelepipedum æquale toti ſeriei cuborum. Fiat linea æqualis ſeriei rationis primæ lineæ ad quartam, nempe fiat ut differentia inter primam AB & quartam lineam DE, ita prima AB linea ad aliam, & habebitur linea AF quæ requiritur, ſi fiat parallelepipedum, ſuper primo quadrato cujus altitudo ſit æqualis huic lineæ inventæ, dico illud eſſe æquale toti ſeriei cuborum.



Demonſtratio. Cùm enim ſit tota ſeries cuborum AK ad BK in triplicata ratione AB ad BC, ſitque

ſitque pariter AB, DE in triplicata, erit AB ad DE, ut ſeries cuborum AK, ad ſeriem BK. Cum autem ita ſit exceſſus AB ſupra DE ad AB, ſicut AB ad AF, ita erit AF ad BF, ſicut AB ad DE, ſeu ſicut ſeries cuborum AK ad BK, ſed ut AF ad BF, ita totum parallelepipedum AO, ad parallelepipedum BO, ergo ut ſeries omnium cuborum AK ad BK, ita parallelepipedum AO ad BO, & per converſionem rationis, ut tota ſeries AK ad cubum AM, ita parallelepipedum AO ad eundem cubum AM, ergo parallelepipedum AO ſeriei cuborum æquale eſt.

COROLLARIUM I.

Hinc ſi dentur duæ ſeries cuborum, ſi fiant duo parallelepipeda illis æqualia, quia parallelepipeda habent rationem compoſitam ex ratione baſium, & ratione altitudinum, ſi prima quadrata utriuſque ſeriei pro baſibus ſumantur, & longitudo utriuſque parallelepipedi pro longitudine; erunt hæ duæ ſeries in ratione compoſita ex ratione primorum quadratorum, & ex ratione ſeriei rationis primæ lineæ ad quartam.

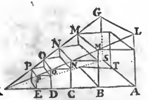
COROLLARIUM II.

Duæ cuborum ſeries, incipientes à cubis æqualibus eandem habent rationem, ac lineæ æquales ſeriebus rationis primæ ad quartam lineam.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Pyramide ex cubis compoſita intra veram pyramidem incluſâ, invenire utriuſque differentiam.



Inſcribi poſſe intra pyramidem quadratam, ſeriem quadratorum ut clariſſimum ſuppono. Quo facto quæro differentiam inter utramque. Fiat parallelepipedum æquale ſeriei cuborum (*per præcedentem.*) Exinde fiat ut quadratum ex AB ad quadratum AG, ita altitudo pyramidis AKG ad aliquam lineam q, erit pyramis ſupra quadratum AB in altitudine Q conſtructa, æqualis pyramidi AKG, (*per 9.12. Eucl.*) cum habeant baſes, & altitudines reciprocas. Denique ſuper quadrato ex AB in altitudine quæ ſit tertia pars lineæ q, fiat parallelepipedum, hoc erit æquale pyramidi conſtructæ ſupra quadratum AB, & in altitudine Q, & conſequenter æquale erit & pyramidi AKG. Quare differentia horum parallelepipedorum, eandem, baſin AB habentium, quæ erit eadem ac differentia altitudinum, erit differentia inter veram pyramidem & pyramidem cubicam.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Pyramidi cubicæ; ſupra dato quadrato veram pyramidem æqualem conſtruere.



Sit quadratum F, ſupra quod pyramis vera conſtruenda ſit æqualis, ſeriei cuborum ſeu pyramidi cubicæ, fiat ut quadratum F, ad quadratum ex AB, ita linea æqualis ſeriei rationis AB, DE ad lineam Q; dico pyramidem cujus baſi quadratum F, & altitudo tripla ipſius Q, æqualem eſſe pyramidi cubicæ.

Demonſtr. Parallelepipedum cujus baſis F altitudo Q, æquale eſt parallelepipedo cujus baſis quadratum ex AB, altitudo æqualis ſeriei rationis AB, DE, cum ſit reciprocatio, hoc ultimum æquale eſt ſeriei cuborum, primum æquale eſt pyramidi conſtructæ, ergo pyramis æqualis eſt ſeriei cuborum quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Si in ſerie cubica producatur primus cubus, fiatque ſuper eadem baſi parallelepipedum cujus longitudo adæquet totam ſeriem, dico illud eandem habere rationem ad ſeriem cubicam, ac tria prima latera ad primum latus.

Proponitur ſeries cubica, dico ſi primus ejus cubus producatur donec adæquet totam ſeriei longitudinem, hoc parallelepipedum eſſe ad totam ſeriem, ut tria prima latera ad primum latus.

Demonſtr. (*Per cor. 3. ſeptimæ hujus*) ita ſe habeat tota longitudo ſeriei, ad ſeriem rationis primæ lineæ ad quartam, ut tres primæ lineæ ad primam, ſed parallelepipedum baſin habens primum quadratum, & longitudinem totius ſeriei, ſe habet ad parallelepipedum ejuſdem baſis, & altitudinem habens lineam æqualem ſeriei rationis primi lateris ad quartum, ſeu ad ſeriem cuborum, ut longitudo totius ſeriei ad longitudinem æqualem ſeriei rationis primæ lineæ ad quartam; ergo hoc parallelepipedum ad totam ſeriem cuborum ſe habet, ut prima tria latera, ad primum latus.

COROLLARIUM I.

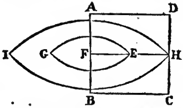
Si quis deſideret ſuperficiem æqualem omnibus ſuperficiebus cuborum totius ſeriei, faciat parallelogrammum æquale ſeriei quadratorum; illius enim ſextuplum æquale erit ſuperficiebus cuborum totius ſeriei.

Atque hæc ſufficiant in materia, quæ plus habet admirabilitatis, & ſubtilitatis, quam utilitatis.

GEOMETRIÆ
LIBER VNDECIMVS.

De novo uſu centri gravitatis.

INTER præcipua hujus ſæculi inventa meritò novus centri gravitatis uſus à Patre Guldino excogitatus recenſeri debet, quo nihil utilius proponi potuit ad geometriam promovendam, difficiliorꝭque eius nodos nullo negotio diſſolvendos. Hæc autem methodus in certa, & indubitata quantitatis rotundæ compoſitione, generatione, reſolutione, & inde orta cum quantitate in longum exporrecta, comparatione poſita eſt. Rotundam autem quantitatem vocat quæ motu circulari generatur; ejuſque motum rotationem; tales ſunt circumferentia circuli, circulus, cylindrica ſuperficies, conica, ſphærica conoidum, ſphæroidum, aliorumque corporum ſimilium. Corpora item ſolida plurima ſunt quæ rotunditatem habent, quæ omnia ita cum eorumdem corporum centro gravitatis connexionem habent, ut ex eius motu facile eorum dimenſiones innoteſcant. Regulam igitur generalem proponit, quâ oſtendit quamcumque quantitatem circulariter motam, rotundum producere, æquale corpori directo ſeu in longum extenſo, quod produceretur ſi prima quantitas motu recto lineam æqualem produceret, circumferentia circuli à centro gravitatis producti; quod ut in exemplo manifeſtum reddam. Rectangulum ABCD cujus centrum gravitatis E circumvolvatur circa axem immotum AB, produceturque hâc rotatione cylindrus, punctumque E deſcribet hac rotatione I circulum, cujus radius EF cujus circumferentia, via rotationis dicatur. Aſſerit quod ſi rectangulum AC moveretur motu recto, ſeu ſecundum lineam rectam æqualem viæ rotationis, ſeu circumferentiæ circuli EG; deſcriberet hoc motu recto parallelepipedum aut priſma, cujus baſis eſſet rectangulum AC, & altitudo æqualis lineæ motus ſeu circumferentiæ circuli EG. Hoc igitur priſma vult eſſe æquale cylindro, atque adeo ſicut ad menſurationem priſmatis, ejus baſin AC, per altitudinem multiplicamus, ita etiam cylindri ſoliditatem habebimus, ſi quantitatem genitricem, ſeu rectangulum AC, per circumferentiam EG à centro gravitatis deſcriptam multiplicemus.



Pariter ſi ſuperficiem ejuſdem cylindri, quæ à linea DC deſcribitur, metiri velimus, eandem lineam DC multiplicamus per circumferentiam HI deſcriptam utique ab eius centro gravitatis H; hoc eſt ſi fiat rectangulum comprehenſum ſub linea DC, & circumferentia circuli HI, illud erit æquale ſuperficiei cylindricæ, non computatis baſibus. Suam regulam non aliter probat Guldinus quàm inductione plurimorum exemplorum, nos eandem non exemplis ſed demonſtrationibus, ut ita dicam à priori, eaque ſemel ſtabilita, ulterius progrediemur, & quid ex ea emolumenti in rem geometricam tam ad ſuperficierum, quàm ad ſoliditatum menſurationes examinabimus, poſtquam nonnullas definitiones tradiderimus, quibus hic author utitur.

DEFINITIO I.

Poteſtas eſt quantitas producta motu alterius quantitatis, genetricis utique, ut in priori exemplo cylindrus dicitur poteſtas, rectanguli; rectangulum autem quantitas genitrix cylindri, eo quod cylindrus motu circulari rectanguli generetur;

Digitized by Google

tur ; nempe qnod rectangulum dum movetur ſucceſſivè, in toto ſpatio, à cylindro occupato, ita ut ſi loco motus, replicaretur, hoc eſt ſi locum ſemel occupatum non deſereret, molem cylindro æqualem efficeret. Hæc quantitatum generatio per motum communis eſt, diximuſque non ſemel eam multiplicationi Arithmeticæ reſpondere. Unde moles quantitatis genitæ videtur quaſi idem eſſe ac quantitas motus ; dum enim motum ad calculos revocamus, mobilis molem, aut pondus per motum multiplicamus. Sic dicimus pondus trium librarum, motum per duos pedes, & pondus duarum librarum motum per tres pedes, eandem quantitatem motus efficere ; quia multiplicando tres libras per duos pedes fiunt ſex, & pariter multiplicando duas libras per duos pedes, idem ſenarius efficitor. Unum tamen moneo quod in hac quantitatis motus determinatione, nihil refert an una pars mobilis in locum alterius ſuccedat, quod tamen in hac quantitatum productione vitare debemus. Cum enim molem ut ita dicam ſpatii conſiderare debeamus, ſi una pars quantitatis, in alterius locum ſuccederet non ita exereſceret ſpatium ; ac ſi quælibet pars viam ſeparatam iniret ; ſed de hoc dicam infra. Quia autem motus ſimplex, (compoſitos enim non conſideramus) duplex eſt, duplex etiam poteſtas diſtinguenda eſt, directa, & rotunda. Triplex autem utriuſque poteſtatis ſpecies aſſignatur, ea triplici poteſtatis ſpecie deſumpta. Puncti enim poteſtas eſt linea, lineæ ſuperficies, ſuperficiei ſolidum. In quo vides poteſtatem ooo ſemper gradu attolli, ſupra ſuam poteſtatem genitricem. Vides item rationem cur ſolidi poteſtas nulla ſit, quia impoſſibile eſt ut ſolidum moveatur, qnin una eius pars alterius partis locum ſubeat. Quamvis igitur quantitatem motus unius ſolidi determinemus, dum nempe eius molem, aut pondus, per lineam motus multiplicamus, quia tamen eadem eſt plurium eius partium linea motûs, ideo hæc conſideratio inepta eſt ad generandam novam quantitatis ſpeciem.

DEFINITIO II.

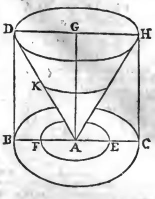
Poteſtas directa eſt quantitas producta motu recto, quantitatis genitricis ut linea recta ; quæ producitur motu recto puncti ; quadratum, rectangulum quod motu recto lineæ generatur ; cubus, parallelepipedum, quod ex motu recto quadrati, aut rectanguli exurgit. Quamvis autem nullas alias poteſtates directas Guldinus recenſeat, certum eſt priſma ſive triangulare, ſive polygonum, immo & cylindrum eſſe poteſtatem directam, dum nempe eorum baſes moveri ſecundum altitudinem intelliguntur.

DEFINITIO III.

Poteſtates rotundæ quæ nempe motu circulari ſuarum quantitatum genitricum producuntur plurimæ ſunt. Primóque occurrit peripheria circuli, quæ ſola poteſtas linearis agnoſcitur ; ſecundi vero gradus poteſtates infinitæ penè ſunt. Cum enim ex motu circulari unius lineæ oriantur, lineæ autem infinitæ ſint, nempe rectæ, circulares & mixtæ, & præterea ſitum varium habere poſſint, ideo variæ exurgunt ; quod etiam dicendum eſt de poteſtatibus tertii generis.

DEFINITIO IV.

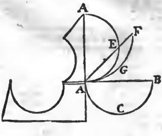
Varius ſitus quantitatis generantis in ordine ad viam rotationis poteſtatum rotundarum tam ſuperficialium, quam ſolidarum ſpecies, varias efficit. Cogitabimus autem viam rotationis quaſi horizontalem. Primô quidem cogitemus lineam eſſe quantitatem genitricem quæ primô in eodem plano horizontalis exiſtere poterit, qualis eſt linea AB, quæ uno extremo A centrum rotationis



attingit, & hoc modo rotata producet circulum quæ erit eius poteſtas juſta. 2. Si linea ſitum obliquum obtineat qualis eſt AD, quæ circa axem AG circumvolvitur, deſcribet ſuperficiem conicam ; hanc vocat Guldinus poteſtatem juſtâ minorem, ſed iſtæ appellationes ſunt nullius momenti.

3. Poteſt linea genitrix attingere lineam centri rotationis aliquo puncto medio, ut ſi linea E B proponatur, in tali caſu poteſtates compenetrantur, quod vitari debet, ne ſit confuſio, linea A E generabit circulum EF, & linea AB circulum BC, qui quia minores ſunt, quam eſſet circulus à tota ſola linea BE producendus, ſi circa unum extremum volveretur, ideo has poteſtates vocat juſtâ minores.

4. Si linea propoſita diſtet à centro rotationis, qualis eſt linea BF, generabitur corona, quæ major eſt poteſtate juſtâ, nempe major eſt circulo, qui ab eadem produceretur ſi circa punctum F volveretur. Idem dicendum de linea DG. Idem eſt de linea DK, quæ majorem ſuperficiem deſcribit, quam ſi attingeret centrum rotationis A, aut aliud punctum axis.



Idem intelligere poſſumus in linea curva, aut mixta, ut ſemicirculus ABC, cujus ſi diameter AB rotetur circa punctum immobile A, generabitu

tur figura quaſi annulus. Idem circulus A E D, producit ſphæram, ſi circa lineam AD rotetur; idem ſemicirculus FGA aliam figuram producet. Idem cogitare poſſumus de aliis omnibus lineis curvis, ut Ellyptica, parabolica Ellyptica, aliiſque.

DEFINITIO V.

Rotatio eſt motus ſimplex, & perfectè circularis, circa centrum, aut immotum axem qui axis rotationis dici poteſt.

DEFINITIO VI.

Radius Rotationis eſt linea recta horizonti parallela, à centro gravitatis quantitatis genitricis, ad axem rotationis ducta, eſtque propterea radius illius circuli, cujus circumferentia à centro rotationis deſcribitur.

DEFINITIO VII.

Via Rotationis eſt circumferentia circuli, à centro gravitatis, quantitatis genitricis deſcripta.

DEFINITIO VIII.

Cylindrus circularis, qui fit ex motu recto circuli, nempe dum ſectus plano ad baſim parallelo, ſemper circulum exhibet. Rectus autem erit, ſi linea motus fuerit ad circulum genitorem ſeu ad baſin recta.

Figura cylindracea eſt quæ ex motu recto alicujus figuræ curvæ producitur, ut ſi ellypſis, parabola, hyperbola moveatur per lineam rectam, perpendicularem ad eius planum, fiet cylindrus, ellypticus; parabolicus, hyperbolicus.

DEFINITIO IX.

Cylindrus cavus, ſeu tubus cylindricus, eſt ſolidum quod remanet detracto minori cylindro ex majori.

SUPPOSITIONES.

Cum hîc agatur de centro gravitatis, nonnulla ſupponenda ſunt ex ſtatica, ſine quibus propoſitam à Guldino regulam ſtabilire non potero, quam tamen in noſtris præcipuè principiis facilè demonſtrabo.

SUPPOSITIO PRIMA.

I. Momentum eſt propenſio ad motum deorſum, quæ tum in gravitate corporis, tum in diſpoſitione ad motum oritur. Eſt igitur aggregatum ex corpore,& motu producendo ſeu potius eſt quantitas motus alicujus corporis. Ea igitur corpora ſunt æqualia momentorum quæ ita connectuntur, ut ſi moverentur æqualem quantitatem motus haberent; illud vero eſt majoris momenti, quod ita connexum eſt cum alio, ut major ipſi in tali diſpoſitione motus quantitas conveniat; illud vero minoris erit momenti cui in tali connexione minor motus quantitas conveniat. Ita in ſtatera bachiorum inæqualium una libra diſtans à puncto ſuſpenſionis duobus pedibus,eſt in æquilibrio cum duabus libris remotis uno tantum pede à puncto ſuſpenſionis, quia in tali ſitu, ſi una moveatur deorſum, æqualem habebit quantitatem motus deorſum, quantitati motus ſurſum quam in adverſo pondere producet. Ita primum principium mechanices conſtituimus, ut potentia quæ majorem habet motum reſpectivè, ad pondus, majores etiam vires acquirat. Ratio eſt quod potentia immota nihil moveat ſed per motum ſuas exerat vires. Pariter omne pondus, aut per motum reſiſtat, aut ſaltem majori motui magis reſiſtat; major enim requiritur ad majorem in pondere quantitatem motus producendam, ergo quoties ita comparabitur pondus cum pondere, ut in pondere minor in eo ſequatur motus quantitas, quam in potentia, hæc prævalebit; ideóque ſequetur æquilibrium quoties ex tali connexione corporum,æqualis in utroque ſit producenda motus quantitas.

SUPPOSITIO II.

Suppono ſecundo centrum gravitatis,per quod ſi ducatur planum, dividet corpus in partes æqualium momentorum; unde ſi per illud ſuſpendatur corpus grave, manebit in æquilibrio, neutrâ parte prævalente; hoc eſt partes hinc inde ſint æquiponderantes, hoc eſt ita ut ſi moverentur circa hoc centrum gravitatis, haberent æqualem motus quantitatem.

Hanc definitionem multi perperàm intelligunt, nempe quod ſi corpus grave per centrum gravitatis divideretur, partes repoſitæ in lancibus ſtateræ brachiorum æqualium eſſent in æquilibrio; quod falſiſſimum eſt; nam pars minor magis diſtans à centro gravitatis poteſt facere æquilibrium cum alia majore, ſed minus diſtante. Ita videmus dum corpus incurvamus, ſæpe nos pedem extendere, longiuſque removere à puncto cui innitimur, ut nempe ex tali remotione pes majus momentum acquirat. Sic bolis unius libræ facit æquilibrium cum 100 libris, eo quod longius diſtet, & tunc centrum gravitatis eſt in puncto ſuſpenſionis.

SUPPOSITIO III.

Datur aliquod centrum gravitatis in qualibet quantitate.

Omne grave toto niſu ita fertur ad centrum univerſi, aut ad centrum terræ ut ſublato omni extrinſeco impedimento ad illud tendat, & in eo quieſcat; ſed nunquam quieſcere poteſt niſi detur in eo aliquod centrum gravitatis, quod cum centro gravium coincidat. Si enim punctum illud quod cum centro gravium aptatur, tale ſit ut ex una parte majus ſit momentum quam ex alia, pars quæ majus momentum habet, aliam pellet è ſuo loco. Igitur ſi tandem quies in centro univerſi, aut terræ obtineatur, dabitur in eo corpore centrum gravitatis. Hæc demonſtratio poteſt ſufficere ad præſens inſtitutum.

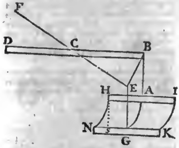
SUPPOSITIO IV.

Idem eſt in ſtatera appendere corpus grave, in aliquo puncto ſcapi ac ſi centrum gravitatis eius in eodem puncto collocaretur, immo ac ſi omnia eius puncta in eodem compenetrarentur.

Sit corpus grave A appenſum liberè in puncto B libræ B D, dico illud ita appenſum ita momentum habere, ac ſi aut centrum gravitatis eſſet in B, aut potius ſi omnia eius puncta ſuam propriam gravitatem retinendo compenetrarentur in puncto B. Intelligatur enim virga trutinæ inclinari in FE, pondus A deſcendet in G eruntque

Digitized by Google

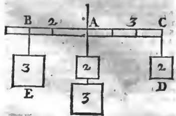
eruntque BA,ſeu DI & EG æquales; ergo ablatâ communi EI, erunt OE, IG æquales.



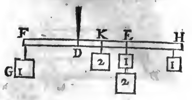
Demonſtratio. Idem pondus æqualem motum deorſum habens, æquale habet momentum, juxta primum mechanices principium; ſed pondus A appenſum liberè hoc modo, eundem motum deorſum habet, ac ſi eſſet in puncto B ſecundum omnes partes, ergo idem momentum habet. Nam ſi fuiſſet in puncto B, deſcripſiſſet arcum BE, ejuſque verus deſcenſus eſſet linea E G; ſed dum eſt in A, deſcribit arcum AG arcui BE, omnino ſimilem, & æqualem, ejuſqoe verus deſcenſus eſt linea AG, æqualis E G. Immo eius ſingulæ partes eundem habent motum, ac ſi omnes in puncto B, eſſent poſitæ; nam hâc ſcapi inclinatione punctum H transfertur in N, ejuſque verus deſcenſus eſt linea HS, lineæ A G, ſeu EG, æqualis; ergo omnia ponderis liberè appenſi puncta idem momentum & æqualem motum habent, ac ſi omnia compenetrarentur in puncto ſcapi è quo dependent.

SUPPOSITIO V.

Idem eſt duo pondera appendere in eodem ſcapi puncto, ac ea appendere in reciproca diſtantia circa idem punctum.



Sit trutina cujus anſa A, appendauturque duo pondera 2 & 3 in puncto A, clatum eſt quod ibi conſiſtent; dico ſi ſumantur hinc inde duæ diſtantiæ AB, A C, quæ ſint reciprocæ ponderibus, nempe ſit ut diſtantia A B ad diſtantiam AC, ita ſit pondus D ad E; erit in utroque caſu æquilibriũ nam ſi deſcenderet pondus B, arcus quem deſcriberer, ad arcum à pondere D deſcriptum, ſe haberet ut radius A B ad radium AC. Quare ſi arcus ponderis E eſſet duorum digitorum, arcus ponderis D eſſet trium. Quare ſi multiplices tres libras ſeu pondus E per duo, habebis quantitatem motus 6. Pariter ex alia parte multiplicando pondus C ſeu 2, per AC, 3 fiunt 6. Ergo hinc inde eadem eſt quantitas motus. Quia autem (*per præcedentem*) dum pondus eſt appenſum in E, idem eſt ac ſi omnes eius partes eſſent in E, & dum pondus D eſt appenſum puncto C, idem eſt ac ſi omnes partes eſſent in C, & quando ita ſunt idem ac ſi omnes partes eſſent in A, iam habemus quod quoties circa idem punctum A hinc inde ponuntur corpora reciproca diſtantiis, perinde eſt ac ſi omnia compenetrarentur in puncto A.



Secundò, ſit ſtatera FH, cujus punctum ſuſpenſionis ſit D, ſintque duo pondera 1 & 2 appenſa in puncto E; dico ſi eadem pondera; reciprocè circa punctum E appendantur, nempe in K, & H, idem omninò momentum habitura, quod habebunt in puncto E. Sit enim DF, æqualis ipſi DE, appendaturque in puncto F pondus G æquale duobus ponderibus 1 & 2 ſimul ſumptis.

Demonſtratio. Momentum ponderum 1 & 2 ex puncto E dependentium, æquale eſt momento ponderis G, ſed etiam æquale eſt eidem momento ponderis G, dum ponuntur circa punctum E in diſtantiis reciprocis, hoc eſt modò eadem ſit ratio ponderis 2 ad pondus 1 quæ diſtantiæ E H ad diſtantiam E K, hoc eſt modò pondera 1 & 2 faciant æquilibrium circa punctum E, ſeu modo punctum E ſit eorum centrum gravitatis. Supponatur KE eſſe media pars lineæ DE, ſeu DF, eritque EH dupla ipſius EK, æqualis ipſi DE, & conſequenter D H dupla erit ipſius DE aut D F. Ponatur DF eſſe octo partium, multiplicando pondus G per diſtantiam F D, quæ eſt menſura motus eius, utpote ſemidiameter arcus deſcribendi circa jugum D, haberetur pro momento 24. Sed momentum ponderis 2 in diſtantia DK, quæ eſt 4, erit 8, & momentum ponderis 1, in diſtantia DH, quæ eſt 16, erit etiam 16, multiplicando ſcilicet diſtantiam D H ſeu 16 per pondus 1, ſed 16 & 8 efficiunt 24, ergo tam eſt equilibrium cum pondere G, ſive pondera ſint in puncto E, ſive diſponantur in diſtantiis reciprocis, hoc eſt momentum habent æquale momento ponderis G in puncto F dependentis. Alii multi caſus hujus propoſitionis eſſe poſſunt in quibus idem omnino efficitur.

COROLLARIUM.

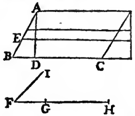
Cum igitur centrum gravitatis corpus dividat in partes æqualium momentorum ſeu quæ circa illud punctum hinc inde æqualia momenta habent, hoc eſt quæ ſunt diſpoſitæ in diſtantiis reciprocis, corpus illud totale idem momentum habebit, hoc eſt æqualem quantitatem motus, ac ſi omnes eius partes eſſent in eius centro gravita-

tis; ideoque benè motus centri gravitatis, erit menſura motus totius corporis.

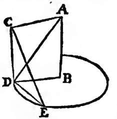
PROPOSITIO I.

In productione quantitatum per motum motus obliquus ad perpendicularem revocetur.

In hac prima propoſitione aliquibus erroribus occurro, quæ in hanc quantitatum generationem per motum irrepere poſſent. Dico ergo neceſſarium eſſe ut motus ad quantitatem genitricem obliquus, ad perpendicularem revocetur.

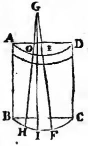


Sit primò linea A B, quæ per lineam B C ad ipſam obliquè incidentem moveatur, dico hunc motum ad perpendicularem revocari debere. Cum enim pars eius DE non deſcribat hoc motu quantitatem ſibi proportionatam, nec quantam produceret; ſi perpendiculariter moveretur, aut potius non majorem deſcribat quam linea AB quæ tamen minor eſt, ideò ad motum perpendicularem obliquus revocandus eſt. Nam ſi daretur linea FG, quæ moveretur in F H, hoc motu non appoſitè quantitas generaretur, eo quod ſingulæ partes lineæ FG, indiſtinctas lineas motus habent, ſed ut ita dicam motus hi compenetrantur, hoc eſt lineæ à ſingulis partibus deſcriptæ compenetrantur, ſeu repetitur hæc linea. Unde quia eadem à ſingulis percurritur: nihil hic in ordine ad quantitatem extenſam producendam conducendum conferre poteſt hic motus. Eadem linea F G detorqueatur in F I, quamvis ſingulæ partes videantur ſingulas lineas decurrere, non tamen ſatis adhue extra ſe poſitas, ſed quaſi adhue communicantes.



Idem obſervandum eſt in motu circulari. Sit enim rectangulum A D, quod circa immotum axem A B moveatur, linea D C deſcribet ſuperficiem cylindricam, eritque hæc linea perpendicularis ad omnes circumferentias circulorum, quas partes eius deſcribunt. At verò ſi proponeretur linea obliqua C E, quamvis eſſet major, quia tamen obliquè incideret in circumferentias, quas eius puncta deſcriberent; ideò non eſt menſura ſuperficiei deſcriptæ, unde haberetur ſuperficies major juſtâ, ſi multiplicaremus lineam CE, per circumferentiam circuli DE, multiplicatio igitur, quæ fieri debet, erit lineæ D C per eamdem circumferentiam.

Notandum tamen non quamlibet obliquitatem rejici debere, ſed obliquitatem reſpectu linearum motus. Sic linea AD, obliqua licet reſpectu baſis B D E, ſi moveatur circulariter circa axem A B, deſcribet ſuperficiem conicam cujus erit menſura, quia nempe perpendicularis eſt ad ſingulas circumferentias quas eius partes deſcribent. Notandum item eſt circumferentias circulorum eſſe tantũ parallelas inter,ſe dum æquali intervallo diſtant, ſecundum lineas perpendiculares, ideoque tunc tantum pro parallelis haberi,quando ſunt concentricæ, quod diligenter animadvertendum eſt,præcipuè in transformatione figurarum. Sit enim parallelogrammum ABCD,clarum eſt figuram mixtam AEDCFB, illi eſſe æqualem, & conſtare totidem lineis curvis parallelis, quot duci poſſunt in



parallelogrammo lineæ parallelæ ipſi AD aut BC. Sed hæc diſpoſitio linearum curvarum ioeoncinna eſt,nam lineæ AED,BFC, in eodem plano exiſtentes, non ſunt æqoidiſtantes, quia linearum diſtantia ſecundum lineas perpendiculares ſumi debet. Sit enim punctum G centrum circumferentiæ A E D; ducanturque lineæ G E F, G O H quæ ad circumferentiam A E D perpendiculares erunt, lineæ OH, EF inæquales erunt, nempe OH erit minor, quare inconcinna eſt hæc diſpoſitio, in ordine ad tranſmutationem figurarum, & comparationem quæ inſtitui poſſet unius figuræ cum alia.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Omnis figura rotunda, motu ſcilicet circulari quantitatis perpendicularis ad lineam motus generata, æqualis eſt producto ex multiplicatione ejuſdem quantitatis genitricis, per lineam circularem à centro gravitatis deſcriptam.

Sit quæcumque quantitas, linea ſcilicet, vel ſuperficies, quæ ita ſit perpendicularis ad lineas motus

tus à ſingulis eius partibus deſcriptas, ut ſint omnes extra ſe quantum eſſe poſſunt; dico haberi qoantitatem hoc motu productam, ſi quantitas genitrix multiplicetur, per circumferentiam circuli à centro gravitatis deſcriptam.

Demonſtratio. Si ſumatur punctum fixum, circa qood ille motus circularis peragitur pro jugo ſtateræ. Corpus illud ita motum circulariter idem momentum, ſeu eandem quantitatem motus efficit, ac ſi omnes eius partes eſſent in centro gravitatis poſitæ, *(per ſuppoſitioaem quintam,)* ſed ſi omnes eius partes eſſent in centto, ſingulæ deſcriberent circuli circumferentiam æqualem, circumferentiæ deſcriptæ à centro gravitatis, haberetur que motûs quantitas, multiplicando eius partes, per hanc lineam; ergo ſi quanritatem genitricem multiplices per centri gravitatis ſemitam, ſeu per viam rotationis multiplices, habebitur quantitas rotunda per talem motum generata.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Quantitas rotunda motu circulari generata, æqualis eſt quantitati directa producta ab eadem quantitate genitrice, mota ſecundum lineam rectam æqualem via rotationis.

Supponuntur duæ quantitates productæ ab eadem quantitate genitrice, utrobique perpendiculari ad lineam motus, una ſit rotunda, ſeu producta motu circulari, alia vero producta motu recto; ita tamen ut hæe linea motûs recti, æqualis ſit circumferentiæ circuli, à centro gravitatis deſcripti: dico quantitates productas æquales eſſe.

Demonſtratio. Quantitas rotunda habetur, ſi quanticatem genitricem multiplices per viam rotationis; *(per præcedentem)* ſed pariter quantitas directa habetur ſi quantitatem genitricem multiplices per lineam motûs, quam ſupponimus, perpendicularem eſſe ad quantitatem genitricem; nam hujuſmodi multiplicatione toties ſumitur qoantitas motus, quot ſunt puncta in linea motûs. Ergo quantitas rotunda, & directa æquales erunt; quod erat demonſtandum.

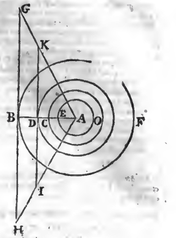
Meliùs autem eluceſcet veritas harum propoſitionom, dum hæc regula generalis peculiaribus materiis applicabitur, & quaſi ad praxin revocabitur.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Circuli Area habebitur, ſi radium eius, ſeu ſemidiametrum multiplices, per circumferentiam circuli, ab ejuſdem radii centro gravitatis deſcripti.

Sit linea A B ex cujus circumvolutione circa nnum eius extremum A deſcribatur circulus BF, ſitque punctum C, medium illius lineæ ſeu centrum gravitatis eius, quod motu ſuo deſcribat circumferentiam C O: dico aream eius circuli haberi, ſi linea A B, multiplicetur per viam rotationis C O.



Demonſtr. Linea A B habet pro centro gravitatis punctum C; ergo idem momentum habet, hoc eſt eandem motus quantitatem, dum circumvolvitur, ac ſi omnes eius partes eſſent in puncto C, centro gravitatis illius, ſed ſi omnes eius partes eſſent in puncto C, haberetur quantitas motus, multiplicando illas partes per viam rotationis C O; ergo habetur area circuli, ſi linea AB multiplicetur per viam totationis C O: ergo habetur area circuli, ſi linea A B, multiplicetur per viam rotationis C O; quod erat demonſtrandum.

Alia demonſtratio.

Supponatur linea A B diviſa in partes æquales, ſeu in puncta mathematica cujuſcumque magnitudinis, ſumanturque E & D æqualiter à puncto medio C, & conſequenter ab extremitatis A & B remotæ, quia ita eſt AE ad A C, ſicut circumferentia circuli à puncto E deſcripti, ad circumferentiam CO, & ita AC ad AD, ut circũferentia CO, ad circumferentiam circuli à puncto D deſeripti, linea autem A B, diviſa in partes æquales, procedendo ab A, verſus B, creſcir arithmeticè, ſeu per incrementa æqualia; ergo & circumferentiæ circulorum, quæ in eadem ſunt ratione, ac ſemidiametri creſcent árithmeticè. Sed quoties datur progreſſio aritbmetica, termini hinc inde æqualiter diſtantes, ſimul juncti adæquant medium bis ſumptum; ergo componendo omnes circumferentias binas, & binas, illæ ſimul ſumptæ tot efficient circumferentias æquales mediæ, quot ſunt termini, ſeu quot ſunt puncta in AB; ergo ſi linea AB multiplicetur, per viam rotationis C O, habebuntur omnes circumferentiæ circulorum ex quibus coaleſcit area circuli B F.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Circulus æqualis eſt triangulo, cujus baſis æqualis eſt circumferentia eius & altitudo radio.

Ut diſcamus figuras transformare, dico circulum BF, æqualem eſſe triangulo AGH. cujus baſis

G H æqualis ſit circumferentiæ B F, & altitudo AB eſt radius, per ſingula puncta lineæ AB; ducantur parallelæ baſi GH; hæ totam aream trianguli AGH adæquabunt, ſed illæ omnes ſimul ſumptæ æquales ſunt omnibus circumferentiis circulorum, ex quibus eſt circulus B F.

Demonſtratio. Cum KI ſit parallela baſi G H, ita erit (*per* 4. 6.) AB ad AD, ſicut HG ad KI, ſed ſicut AB ad AD, ita circumferentia BF ad circumferentiam circuli à puncto A deſcriptam; ergo ita eſt GH ad KI, ut circumferentia BF ad circumferentiam à puncto D deſcriptam: ſed GH ſuppoſita eſt æqualis circumferentiæ BF; ergo KI æqualis eſt circumferentiæ circuli à puncto D deſcriptæ; ita probabo reliquas parallelas eſſe æquales ſingulis circumferentiis.

COROLLARIUM.

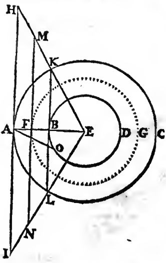
Hinc vides circulum æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub AB, & ſub circumferentia lineæ quæ ſit æqualis rectæ viæ rotationis.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Corona area producitur, multiplicatione latitudinis eius, per viam rotationis.

Sit corona cujus latitudo A B, comprehenſa circulis concentricis AC, B D, ſitque eorum centrum E, dividatur A B bifariam in F, erit F centrum gravitatis lineæ A B, & circumferentia F G via rotationis; dico eius aream haberi, ſi linea AB multiplicetur per viam rotationis FG.



Demonſtr. Cùm punctum F ſit centrum gravitatis lineæ AB, motæ circa punctum E, idem omnino momentum habebit, ſeu eandem quantitatem motûs, ac ſi hæc linea appenderetur in puncto F, ſed ſi appenderetur liberè in puncto F, aut omnes eius partes cõpenetrarentur cùm puncto F, ſingulæ deſcriberent viam rotationis FG; ergo area coronæ æqualis eſt producto ex multiplicatione lineæ AB latitudinis eius per viam rotationis.

Poſſet adhiberi ſecunda demonſtratio oſtendendo circumferentias circulorum, ex quibus componitur area coronæ, creſcere arithmeticè, atque adeo binas quaſque æqualiter à media remotas, æquales eſſe mediæ bis ſumptæ, & conſequenter omnes terminos ſimul ſumptos æquales eſſe, mediæ toties ſumptæ, quot ſunt termini in tota progreſſione.

COROLLARIUM I.

Poſita H I, æquali circumferentiæ AC, ductaque KL parallela HI erit corona comprehenſa circulis AC, BD, æqualis rombo H I L K.

COROLLARIUM II.

Corona quæ eſt quantitas rotunda, æqualis eſt quantitati directæ ſeu rectangulo producto, ſi eadem linea AB moveretur per lineam MN, æqualem viæ rotationis ſeu corona æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub AB, & ſub MN.

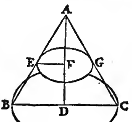
COROLLARIUM III.

Notandum autem latitudinem veram coronæ ſumendam eſſe ſecundum lineam AB, ductam ad centrum, & conſequenter perpendicularem ad omnes circumferentias; hinc linea obliqua AO, non eſt latitudo coronæ, cujus area non exhiberetur multiplicatione lineæ AO, per viam rotationis eius.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Superficies coni æqualis eſt producto multiplicatione lateris coni, per viam rotationis eius.



Coni ABC ſuperficies producatur circumvolutione lineæ AB, circa axem immotum AD, ſitque punctum E, centrum gravitatis lineæ AB, quod deſcribat viam rotationis EG; dico hanc ſuperficiem conicam haberi, ſi AB multiplicetur per viam rotationis E G.

Demonſtr. Cùm punctum E ſit centrum gravitatis lineæ AB, ſi circa immotum punctum A, linea

nea AB deſcriberet circulum, omnes circumferentiæ ſimul ſumptæ æquales eſſent viæ rotationis puncti E circa punctum deſcriptæ, toties ſumptæ, quot ſunt puncta in linea AB, *(per 5 huius)* ſed circumferantiæ circulorum ab iiſdem punctis lineæ AB deſcriptæ, circa immotum axem AD in eâdem ſunt ratione, ac primæ illæ circumferentiæ. Nam ſi deſcriberetur circulus à linea AB ita eſſet AE ad AB, ut circumferentia deſcripta à puncto E, ad circumferentiam deſcriptam à puncto B; ſed ut AE ad AB, ita EF ad BD, ut autem EF ad BD, ita circumferentia E G ad circumferentiam BC. Idem de aliis omnibus circumferentiis probatur; ſed omnes circumferentiæ deſcriptæ à linea AB circa punctum A, ſunt æquales circumferentiæ mediæ toties ſumptæ, quot ſunt puncta in AB; ergo & circumferentiæ omnes ab eâdem AB deſcriptæ circa immotam AD, æquales eſt erunt viæ rotationis EG, toties quot ſunt puncta in AB; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Oſtenderem facilè ſi fieret triangulum cujus baſis æqualis eſſet circumferentiæ BC, & altitudo AB, illud æquale eſſe ſuperficiei cylindri, eodem prorſus modo quô probavi *(in 5.)* circulum æqualem eſſe triangulo cujus baſis æqualis eſt circumferentiæ, & altitudo radio.

COROLLARIUM II.

Superficies cylindri ſe habet ad baſin ſuam, ut A B latus cylindri ad B D radium baſis. Cùm enim tam ſuperficies cylindri, quam baſis ſint æquales triangulis, quorum baſes ſunt circumferentia BC, ſe habebunt ut altitudines AB, BD.

COROLLARIUM III.

Superficies cylindri quæ rotunda eſt, æqualis eſt quantitati directæ, ſeu rectangulo quod produceretur, ſi latus AB, moveretur per lineam rectam æqualem viæ rotationis, hoc eſt rectangulo comprehenſo ſub AB, & via rotationis.

COROLLARIUM IV.

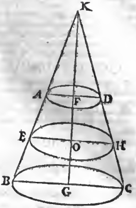
Hinc cylindrorum habentium latus æquale ſuperficies ſunt in ratione viarum rotationis, & cylyndrorum quorum latera ſunt reciproca viis rotationis, idcòque ſuperficies æquales ſunt.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Superficies fruſti conici æqualis eſt producto multiplicatione lateris eius per viam rotationis.

Proponatur ſuperficies fruſti conici A B C D, deſcripta à linea A B, cujus centrum gravitatis E, circa immotum axem FG; dico ſuperficiem eius æqualem eſſe producto multiplicatione lineæ A B per viam rotationis EH. Producantur lineæ B A, G F, donec concurrat in K, hoc eſt perficiatur conus. Supponatur item linea KB, deſcribere circulum, circa punctum B. In tali caſu linea A B deſcriberet coronam, quæ æqualis eſſet hoc eſt omnes eius circuli ſimul ſumpti æquales eſſent circulo deſcripto à puncto E, toties ſumpto quot ſunt puncta in AB,



Demonſtratio. Singulæ peripheriæ circulorum coronæ deſcriptæ à linea AB circa punctum K, ſe habent ad invicem ſicut circumferentiæ circulorum, componentes ſuperficiem conifruſti ABCD. Nam ita eſt circumferentia coronæ deſcriptæ à puncto A ad circumferentiam deſcriptam à puncto E, ut K A ad K E; ſeu ut A F ad E O, ſed ut radius AF ad radium EO, ita A D ad circumferentiam EH, quod de reliquis omnibus probari poteſt; ergo omnes circumferentiæ circulorum componentes ſuperficiem fruſti conici A B C D ſunt æquales circumferentiæ E H, toties ſumptæ; quot ſunt puncta in linea AB; ergo multiplicando AB, per viam rotationis EH, habetur ſuperficies fruſti conici.

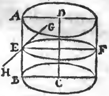
COROLLARIUM.

Superficies fruſti conici æqualis eſt rectangulo cujus baſis latus fruſti, ſeu A B, altitudo æqualis viæ rotationis EH.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Cylindri recti ſuperficies æqualis eſt producto multiplicatione lateris eius, per viam rotationis.



Sit cylindrus productus rotatione rectanguli A B C D circa immotum axem C D; ſitque centrum gravitatis lineæ AB, in puncto E, & conſequenter circulus EF via rotationis; dico rectangulum comprehenſum ſub A B, & via rotationi

nis E F, æquale eſſe ſuperficiei curvæ cylindricæ hoc eſt non computando baſes.

Demonſtratio. Quot ſunt puncta in A B, tot deſcribuntur circumferentiæ, viæ rotationis æquales ex quibus coaleſcit ſuperficies curva cylindrica; ergo benè multiplicatur A B per viam rotationis E F, ut habeatur hæc ſuperficies.

COROLLARIUM I.

Quare in genere, quomodocumque inclinetur linea, modò eius centrum gravitatis, deſcribat eandem circumferentiam, ſitque ipſa linea in plano axis, æqualem ſemper ſuperficiem deſcribat. Sic linea H G æqualis A B, deſcribet ſuperficiem æqualem.

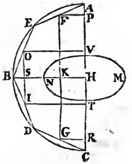
COROLLARIUM II.

Superficies cylindri recti ſe habet à rectangulum genitorem ABCD, ut radius BC ad circumferentiam baſis.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Superficies ſphæræ æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ſemicircumferentia maximi circuli, & ſub via rotationis ejuſdem.



Proponatur ſemicirculus ABC, qui circa immotum A C circumvolvatur ejuſque circumferentia A B C hac circumvolutione deſcribat ſuperficiem ſphæræ: dico hanc ſuperficiem æqualem eſſe rectangulo comprehenſo, ſub circumferentia ABC & via rotationis NM. Dividatur enim circumferentia ABC, in partes æquales, ſecundum aliquem numerum quem quaternarius metiatur v.g. in quatuor junganturque lineæ AE, EB, BD, DC, quæ dividantur bifariam in punctis F, O, I, G, ut ſingularum habeatur centrum gravitatis, junctiſque lineis FG, OI, clarum eſt duarum AE, DC centrum gravitatis eſſe in puncto K, centrum autem gravitatis linearum EB, BD eſſe in puncto I. Quare dividendo lineam K S bifariam in puncto N, erit punctum N centrum gravitatis circumferentiæ polygoni AFEOBIDGC. Oſtendam autem facile ſuperficiem à prædicto ambitu deſcriptam æqualem eſſe, rectangulo comprehenſo ſub eodem ambitu, & ſub via rotationis NM.

Demonſtratio. Conicæ ſuperficies deſcriptæ à lineis AE, C D, æquales ſunt (*per 7.*) rectangulo ſub iiſdem lineis, & ſub circumferentia circuli deſcripti à radio FP, aut G K H, & ſuperficies fruſtorum conicorum deſcriptæ à lineis E B, B D, æquales ſunt rectangulo comprehenſo ſub lineis EB, BD, & ſub circumferentia circuli radio OV, aut IT, ſeu HS deſcripti. Cum autem hæc duo rectangula habeant latus unum æquale nempe primum haber pro uno latere E A, D C, aliud verò lineas EB, BD. Conjungi poterunt in unum rectangulum habens pro uno latere lineas EA, DC, & pro alio circumferentias circulorum radiis KH, SH deſcriptorũ; ſed hæ duæ circumferentiæ ſimul ſumptæ æquales ſunt circumferentiæ N M, bis ſumptæ. Quia enim linea K S diviſa eſt bifariam in puncto N, radii HK, HN, HS erunt arithmeticè proportionales, atque adeò & eorum circumferentiæ; ergo circumferentia media bis ſumpta, adæquabit circumferentias extremas ſimul junctas; ergo rectangulum comprehenſum ſub lineis AE, D C junctis, & ſub via rotationis N M bis ſumpta æquale eſt ſuperficiei polygoni AEBDC. Sed huic rectangulo æquale eſt illud quod comprehenditur ſub lineis A E, EB, BD, D C ſimul junctis, & ſub via rotationis N M ſemel ſumpta; ergo ſuperficies quas deſcribit polygonum, æquales ſunt rectangulo comprehenſo ſub eius ambitu, & via rotationis N M. Quod ſi divideretur ulterius circumferentia in plures partes fieretque polygonum plurium laterum ſemper magis, ac magis ac magis ad illam accederetur, ita ut polygoni circumferentia tandem cum illa coincidat phyſicè; ergo circumferentia A B C deſcribit ſuperficiem æqualem rectangulo comprehenſo ſub eadem peripheria, & via rotationis; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Habes in hac propoſitione methodum metiendi quamcumque ſuperficiem generatam à figura plana quacumque axem habente, hoc eſt quæ æqualiter ſita eſt circa lineam perpendicularem ad axem circumvolutionis, ut hic ſemicirculus ABDC, æqualiter poſitus eſt circa lineam BH, dividentem bifariam omnes lineas parallelas axi AC.

COROLLARIUM II.

Omne polygonum regulare per revolutionem, deſcribit ſuperficiem æqualem ſuperficiei priſmaticæ, genitæ ex motu eius recto, per lineam æqualem viæ rotationis, ſic polygonum AEBDC deſcribit ſuperficiem æqualem prædicto rectangulo, hoc autem rectangulum æquale eſt ſuperficiei cylindraceæ, quam eius ambitus deſcriberet, ſi ſurſum aſcenderet per lineam æqualem viæ rotationis. Hoc ſi daretur priſma, cujus baſis eſſet polygonum AFBDC, & altitudo æqualis viæ rotationis, hæc eſſet æqualis ſuperficiebus conicis à polygono deſcriptis.

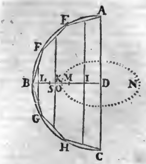
PROPOSITIO XI.

Theorema.

Rotunda ſuperficies genita à quocumque ambitu curvilineo axem habente perpendicularem ad axem revolutionis & cavo ad eundem, æqualis eſt ſuperficiei rectæ, producta ex ductu ejuſdem ambitus, in viam rotationis.

Sit ambitus figuræ cavus verſus axem revolutionis AC, qui producat ſuperficiem quamcumque.

que



que. Dico hanc ſuperficiem æqualem eſſe ſuperficiei cylindraceæ, cujus haſis idem ambitos A B C, & altitudo æqualis viæ rotationis Inſcribantur figuræ ABC lineæ æquales AE, EF, FB, BG, GH, HC, numero pari, quibus diviſis bifariam, conjungantur oppoſitæ, ut habeantur binarum centra grsvitatis I, K, L. Quare ſuperficies conica à lineis AE, HC æqualis eſt (*per 7.*) rectangulo comprehenſo ſub EA, HC, & ſua circumferentia deſcripta à puncto I, & conica ſuperficies linearum F E, G H æquales rectangulo comprehenſo ſub FE, GH, & circumferentis circuli à puncto K deſcripti. Pariter BF, BG babent punctum L. Dividatur lioea KI bifariam in M, etitque punctum M commuoe centrum grsvitatis quatuor rectarum AE, EF, HC, GH. Dividatur item LM, ita ut LO, ſit dupla lineæ O M, nempe ita ſint 4 lineæ A E, EF, H C, GH ad duas FB, B G, ut reciproco L O ad OM, eritque punctum O, ſecundum principia ſtatices centrum gravitatis commune omnium linearum. Dico omnes ſuperficies conicas harum linearum æquales eſſe rectangulo comprehenſo ſub illis omnibus lineis ſimul junctis, & via rotationis O N.

Demonſtratio. Hoe iam habemus (*per 7.*) quod omnes conicæ ſuperficies ſunt æquales tribus rectangulis comprehenſis ſub AE, HC, & ſub circumferentia circuli à puncto I deſcripti, item rectangulo ſub E F, GH, & ſub circũferentia circuli puncti K, ũẽ rectangulo ſub BF, BG, & ſub circũferentia circuli puncti L. Hæe autẽ rectangula hsbent unum latus æquale, fierique poterit unom rectangulũ ex omnibus, quare rectangulum comprehenſum ſub lineis EA, HC, & ſub omnibus circumferentiis circulorum à punctis I, K, L æquale erit omnibus conicis ſuperficiebus. Quia autem radii ID, MD, KD ſont arithmeticè proportionales, circumferentia puncti M, erir dimidia pars circumferentisrum à punctis I & K deſcriptarum. Dividatur OL bifariam in S, eruntque MO, O S, SL æqoales, atque adeò radii DM, DO, DS, DL, & eorum circumferentiæ arithmeticè proportionales; ergo mediæ æquales ſunt extremis, ergo circumferentiæ DM, D L æqoales ſunt circumferentiis radiorum DO, DS; ſed circumferentia DM bis æqualis eſt circumferentiis DI, DK; ergo circumferentiæ DM, DO, DS æquales ſunt circumferenriis radiorum DI, DK, DL; ſed circumferentia DO bis æqualis eſt extremis DM, DS cùm ſint arithmeticè proportionales; ergo circumferentia DO, ter æqualis eſt circumferentiis radiorum DI, DK, DL; ergo omnes ſuperficies conicæ æquales ſunt rectangulo comprehenſo ſub lineis AE, HC, & ſub via rotationis O N ter ſumpta. Ergo rectangulum ſub lineis A E, H C ter ſumptis, ſeu ſub habitu totali polygoni, & ſub via rotationis ter ſumpta, æquale eſt ſuperficiebus conicis à polygono inſcripto deſcriptis. Quia autem id ſemper evenit, quódcumqoe polygonum inſcribatur, & quò inſcribitur polygonum plurium laterum eò magis accedit ad circumferentiam circuli, ita ut ab ea deficiat minus, quam quacumque quantitate vel minima; ideò ſuperficies curva æqualis erit ſoperficiei directæ, ſub ambitu & ſub vis rotationis; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

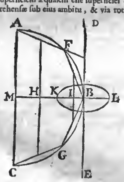
Hæc demonſtratio vera eſt in qoacumque figura v.g. ſemiellypſi, parsbolâ, byperbolâ aliiſque figutis, quæ axem hsbent.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Superficies rotunda genita à figura axem habente perpendicularem ad revolutionis axem, & convexa verſus eundem, æqualis eſt ſuperficiei directa, producta ex ductu ambitus in viam rotationis.

Eadem ferè demonſtratio adhibetur huic propoſitioni ac in ſoperioribus. Sit enim figura quæcumque curvilinea ABC convexa verſus axem revolutionis D E, quæ pariter circomvolutionem producat figuram quamcumque rotundam; dico eius ſuperficiem æqualem eſſe ſuperficiei directæ comprehenſæ ſub eius ambitu, & via rotationis:



Volo autem ut figura axem habeat BM, perpendicularem ad D E axem revolutionis; inſcribatur ut prius polygonum AFBGC, laterum æqualium numeroque quem quaternarius metiatur, diviſiſque pariter lineis omnibus bifariam; ducantur lineæ conjungentes puncta adverſa; ut habeantur centra gravitatis H & I, tum diviſâ lineâ HI bifariam in K, erit punctum K centrum gravitatis ambitus AFBGC. Dico circumferentias conicas ab ambitu AFBGC deſcriptss, æquales eſſe ſuperficiei directæ contentæ ſub ambitu AFBGC, & circumferentia K L.

Demonſtratio. Habemus (*per 7.*) conicam ſuperficiem A F æqualem eſſe rectangulo comprehenſo ſub A B, & circumferentia circuli, à puncto H deſcripta, idem dicitò de C G; ergo duæ ſuperficies conicæ à lineis A F, C G deſcriptæ æquales

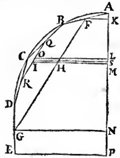
æquales ſunt rectangulo comprehenſo ſub lineis A F, C G ſimul junctis & circumferentiâ à puncto H deſcriptâ, idem dicito de ſuperficiebus conicis BF,BG,& circumferentiâ puncti I. Sed cum hæc rectangula habeant unum latus æquale,unum totale rectangulū poſſunt componere:ergo rectangulum comprehenſum ſub lineis AF, CG & ſub circumferentiis circulorum à punctis H & I deſcriptorum, æquale eſt omnibus ſuperficiebus conicis à linearum AF, FB, BG, GC. Sed circumferentia KL eſt dimidia, circumferentiarum à punctis H & I deſcriptarum; ergo rectangulum ſub AF,CG, & ſub circumferentia KL eſt tantum ſemiſſis ſuperficierum conicarum; ergo rectangulum ſub AF, FB, BG, CG & ſub eadem circumferentia K L æquale erit prædictis ſuperficiebus; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Rotunda ſuperficies genita à quacumque figura etiam axem non habente, æqualis eſt figuræ directa comprehenſa, ſub ejus ambitu,& via rotationis centri gravitatis ejuſdem.

Proponatur figura quæcumque ABCD, etiam axem non habens, aut ſaltem non rectum ad A P axem revolutionis; dico ſuperficiem deſcriptam à figura A B C D E æqualem eſſe figuræ directæ comprehenſæ ſub eadem linea curva ABCDE, & ſub via centri gravitatis,ejuſdem lineæ curvæ.Dividatur figura curva ABCD,eique aptentur lineæ rectæ æquales AB, BC, CD, DE quæ dividantur bifariam, conjunganturque puncta media F & G, lineâ F G, quæ item dividatur bifariam, eritque punctum H medium lineæ FG, centrum gravitatatis linearum AB, D E, conjunctis pariter punctis mediis q & R, erit punctum O medium lineæ q R centrum gravitatis linearum B C, C D. Ductâ item linea I H diviſâque per medium in puncto I; erit punctum I,centrum gravitatis omnium linearum propoſitarum. Primò oſtendo ſuperficies conicas, à lineis AB, BC, CD, DE deſcriptas circa axem immotum AI, æquales eſſe rectangulo comprehenſo ſub iiſdem lineis, & ſub circumferentia circuli cujus radius I S.

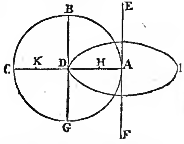


Demonſtratio. Superficies conica lineæ A B æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub AB, & ſub circumferentia circuli,cujus radius FK,(*per* 7.) Pariter conica ſuperficies lineæ D E, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub linea DE,& ſub circumferentia circuli G H, quæ rectangula, cum unum latus æquale habeant, poterunt unum rectangulum componere comprehenſum utique ſub AB, & ſub circumferentiis circulorum F K, G N, quibus æqualis ut patet circumferentia circuli radii HM, cum radii FK, HN ſint arithmeticè proportionales ut facilè demonſtrari poſſet ſi producerentur GF, PA ut perficeretur triangulum. Ergo rectangulum comprehenſum ſub AB, & ſub circumferentia circuli ex HM bis ſumpta, æquale eſt circumferentiis linearum AB,DE. Similiter rectangulum comprehenſum ſub B C, & ſub circumferentia circuli ex OL bis ſumpta, æquale eſt ſuperficiebus conicis linearum BC, CD. Circumferentiis autem circulorum radiorum O L, H M, æqualis eſt circumferentia circuli I S bis ſumpta, cum tres lineæ OL, IS, HM ſint continuè proportionales; ergo circumferentia circuli radii I S quater ſumpta æqualis circumferentiis circulorum ex OL, HM bis ſumptis; ergo rectangulum comprehenſum ſub AB ſeu CD, & ſub circumferentia circuli ex I S, æqualis eſt ſuperficiebus conicis linearum AB, BC, CD, EF; ergo etiam rectangulum comprehenſum ſub quater linea A B, hoc eſt ſub lineis AB, BC, CD, DE, & ſub circumferentia circuli ex IS ſemel ſumpta iiſdem ſuperficiebus æquale erit. Cum autem omni polygono inſcripto idem accidet, poſſitque polygonum tot laterum inſcribi ut à linea curva A B E, quantumlibet minimo exceſſu ab ea deficiat, ſuperficies deſcripta à linea curva ABE,æqualis erit rectangulo comprehenſo ſub eadem linea, & ſub via rotationis; quod erat demonſtrandum.

Poterat idem demonſtrari fingendo hinc inde æquales curvas, debereque eſſe æqualis via rotationis ſi hæc figura perficeretur, ac dum media tantum circumvolvitur.

PROPOSITIO XIV.

Superficies cujuſcumque annuli deſcripti à figura clauſa axem habente perpendicularem ad axem rotationis, æqualis eſt rectangulo ſub eius ambitu, & via rotationis comprehenſo.



Sit annulus genitus à figura clauſa æquabili,v.g. circulo, aut ellypſi habente axem A D C rectum ad axem rotationis E F; dico ſuperficiem quam hac circumvolutione deſcribet,æqualis erit rectangulo comprehenſo ſub eius circumferentia ABCG, & via rotationis deſcripta ſcilicet à centro eius D.

Demonſtratio. (*Per* 12.) ſuperficies deſcripta à ſemicir

ſemicircumferentia BAG æqualis eſt rectangulo ſub circumferentia circuli deſcripta à puncto H, centro gravitatis ejuſdem ſemicircumferentiæ, eodem autem modo quo ſupra oſtendimus, quod quoties ſemi-ellypſis BCG erat contigua axi revolutionis, tunc ſuperficies ab ea deſcripta, erat æqualis rectangulo comprehenſo ſub eius ambitu, & ſub circumferentia circuli deſcripta à puncto K, centro gravitatis ejuſdem circumferentiæ. Idem oſtendemus quando remota eſt ab illa; valet enim eadem demonſtratio, ergo tota ſuperficies annoli æqualis eſt rectangulis comprehenſis ſub ſemi ambitu figuræ genitricis, & ſub duabus circumferentiis circulorum quorum radii AH, AK, quæ unum componunt rectangulum; quia autem AH, AD, AK ſunt arithmeticè proportionales, cum DH, DK ſint æquales. Supponitur enim figura eſſe regularis, circumferentia ex AD bis ſumpta æqualis circumferentiis ex AH, AK ſimul ſumptis, ergo rectangulum comprehenſum ſub ſemiambito & ſub peripheria DI, bis ſumpta æquatur ſuperficiei annuli: ergo & rectangulum comprehenſum ſub dupla ſemiambitus, ſeu ſub ambitu toto, & ſub peripetipheria DI ſemel ſumpta adæquat ſuperficiem annuli; quod demonſtrandum erat.

COROLLARIUM I.

Se habet ſuperficies interior deſcripta à ſemiambitu DAG, ad exteriorem deſcriptam à peripheria BCG, ſicut AH ad AK.

COROLLARIUM II.

Superficies annuli æqualis eſt ſuperficiei cylindri, baſim habentis figuram genitricem & altitudinem æqualem viæ rotationis; quòd ſi fieret comparatio ſuperficiei annuli cum ſuperficie cylindri ejuſdem baſis, ſed diverſæ altitudinis, ſuperficies annuli ad ſuperficiem cylindri eandem rationem haberet, ac via rotationis ad altitudinem cylindri.

COROLLARIUM III.

Si ſit reciprocatio inter peripheriam figuræ genitricis annuli, peripheriam baſis cylindri & inter altitudinem cylindri, & viam rotationis, erunt ſuperficies cylindri, & annuli æquales.

COROLLARIUM IV.

Superficies annuli ad ſuperficiem cylindri habet rationem compoſitam, ex ratione peripheriæ figuræ genitricis ad peripheriam baſis cylindri, & ex ratione viæ rotationis ad altitudinem cylindri.

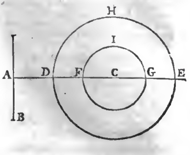
PROPOSITIO XV.

Theorema.

Superficies annulorum à concentricis circulis deſcriptorum ſe habent ut diametri circulorum.

Sint concentrici circuli DHE, FIG, qui rotati circa axem AB deſcribant annulos; dico ſuperficies annulorum, eam inter ſe rationem habere, quam diametri DE, FG.

Demonſtratio. Cùm enim ſuperficies annulo-



rum ſint æquales rectangulis comprehenſis ſub via rotationis, ſeu circumferentia deſcripta à puncto C, & ſub circumferentiis circulorum; cum eadem ſit altitudo rectangulorum nempe via rotationis ſe habebunt, ut circumferentiæ circulorum, ſed illæ ſe habent ut diametri, ergo & ſuperficies ita ſe habebunt.

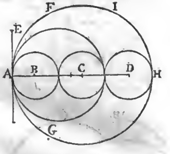
COROLLARIUM.

Ab æqualibus, & ſimilibus figuris deſcripti annuli ſe habent ut rotationis viæ.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Annulus patens ſibi contiguè & clauſi deſcripti à ſimili, & æquali figura, triplus eſt ſuperficie, & ſoliditate.



Voco annulum clauſum cujus figura genitrix tangit axem revolutionis, qualis eſt à circulo B deſcriptus; Apertum verò cujus figura genitrix diſtat ab axe revolutionis, relinquitque ſpatium vacuum, qualis eſt à circulo C deſcriptus, quem dico eſſe præcedentis triplum; Cum enim figuræ ſint ſimiles & æquales, ſe habebunt annuli, ut viæ rotationum, & hæ ut ſemidiametri. Clarum eſt autem ſemidiametrum AC eſſe ſemidiametri AB triplum, & diameter AD, quintoplus, atque ita conſequenter ſi plures darentur, ſecundum numerorum imparium progreſſionem.

COROLLARIUM I.

Angulus clauſus deſcriptus à circulo AFC ſe-

cundum ſuperficiem, cum circumferentia AFC, ſit dupla & circumferentiæ circuli B, & ſemidiameter A I duplus, habebit ſuperficiem quadruplam. Cùm autem area circuli AFG, ſit quadrupla, & via rotationis dupla, octuplam habebit ſoliditatem.

COROLLARIUM II.

Annuli AFG ſuperficies æqualis eſt ſuperficiebus duorum annulorum incluſorum B,C; nam illa eſt quadrupla ſuperficiei annuli B, & ſuperficies annuli C ejuſdem B tripla eſt; ergo ſuperficies annuli à circulo AFG deſcripti, utrique æqualis eſt, & ſuperficies annuli AIH, tribus ſuperficiebus annulorum contentorum æqualis eſt.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Omnis annuli circularis ſuperficies æqualis quadrato mediæ proportionalis, inter viam rotationis & peripheriam circuli genitoris, vel circulo cujus radius eſt media proportionalis, inter viam rotationis, & diametrum circuli genitoris.

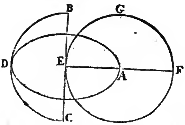
Prima pars clariſſima eſt, cum enim annuli circularis ſuperficies æqualis ſit rectangolo comprehenſo ſub via rotationis, & ſub circumferentia circuli, & hoc rectangulum æquale ſit quadrato mediæ proportionalis, eidem erit æqualis ſuperficies annuli.

Secunda pars probatur; nam ſuperficies annuli æqualis eſt ſuperficiei cylindricæ cujus altitudo æqualis viæ rotationis, & baſis circulus genitor; hæc autem ſuperficies demonſtratur æqualis circulo, cujus radius proportionalis inter altitudinem, ſeu latus cylindri, & diametrum baſis ejus; ergo eidem æqualis eſt ſuperficies annuli.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Annuli clauſi ſuperficies, ad ſuperficiem ſphæricam circuli genitoris, eam habet rationem, quam circumferentia ad diametrum.



Proponatur annulus clauſus circularis deſcriptus à circulo A, circa axem BC, ſit item ſphæra ejuſdem circuli genitoris, deſcripta à ſemicirculo BDE, ita ut BC, EF æquales ſint, dico annuli clauſi ſuperficiem ſe habere ad ſphæricam ut circuli A circumferentia, ad diametrum EF.

Demonſtratio. Annuli ſuperficies æqualis eſt ſuperficiei cylindri, cujus baſis eſt circulus genitor; altitudo via rotationis DA, quæ æqualis eſt circumferentiæ EGF, ſed demonſtravit Archimedes, & nos demonſtrabimus poſtea independenter ab his, ſuperficiem ſphæræ æqualem eſſe ſuperficiei cylindricæ, cujus baſis maximus eius circulus, ſeu circulus EGF, & altitudo diameter; ſuperficies autem cylindrorum ejuſdem baſis ſunt ut altitudines, ergo ſuperficies annularis ad ſphæricam erit, ut circumferentia EGF ad diametrum.

COROLLARIUM I.

Cùm viderimus ſuperficiem ſphæræ æqualem eſſe ſuperficiei ſemicylindricæ cujus baſis ſemicirculus BDC, & altitudo via rotationis, debebit circumferentia circuli deſcripti à centro gravitatis ſemicirculi, eſſe dupla diametri.

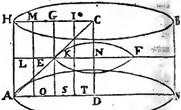
COROLLARIUM II.

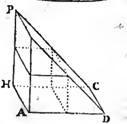
Annuli patentis circularis ſuperficies, ad ſuperficiem ſphæricam circuli genitoris ſe habet ut via rotationis, ſeu circumferentia à centro eius deſcripta, ad diametrum circuli genitoris.

De Soliditatibus.

PROPOSITIO XIX.

Cylindrus ex circumvolutione rectanguli procreatus æqualis eſt parallelepipedo, cujus baſis eſt idem rectangulum, & altitudo æqualis viæ rotationis.





Sit cylindrus AB ex circumvolutione rectanguli AC, circa immotum axem CD procreatus; dico parallelepipedum ſuper eodem rectangulo, altitudinem habens æqualem circumferentiæ EF, deſcriptæ à centro gravitatis E, ſeu viæ rotationis, illi eſſe æqualem. Sumatur duæ lineæ EL, EK, hinc inde à centro gravitatis æqualiter diſtantes, ducanturque.

Demonſtr.

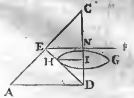
Demonſtr. Superficies conica deſcripta à linea I T ad deſcriptam à linea GS, aut MO, ſe habet ut circumferentia à puncto K deſcripta, ad circumferentias à punctis E, aut L deſcriptas, ſeu ut radius NK ad radium NE, aut NL, ſed hi radii ſunt arithmeticè proportionales: ergo & ſuperficies deſcriptæ à lineis IT, GS, MO arithmeticè proportionales erunt: ergo duæ extremæ, mediæ bis ſumptæ æquales erunt. Cùm ergo totidem ſint lineæ, latere hinc inde à linea GS, per centrum gravitatis E, tranſeunte, ita ut binarum ſuperficies ſimul junctæ adæquent ſuperficiem mediam bis ſumptam, tot erunt ſuperficies in cylindro ſuperficiei mediæ æquales, quot poſſunt duci lineæ in parallelogrammo AD, axi CD parallelæ; ſed ſi quot ſunt lineæ in parallelogrammo AC, tot excitentur ſuperficies planæ quarum baſis linea GS, & altitudo æqualis viæ rotationis EF, ſeu æquales ſuperficiei mediæ, generabitur priſma cujus baſis rectangulum AC, altitudo æqualis viæ rotationis; ergo cylindrus prædicto priſmati æqualis eſt quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Si ſupra lineam AH excitaretur rectangulum, cujus baſis AH altitudo æqualis circumferentiæ baſis cylindri, eſſent hæc æquales extimæ ſuperficiei cylindri ut vidimus; quod ſi ſupra MO excitaretur rectangulum cujus baſis MO, altitudo æqualis circumferentiæ circuli cujus radius DO, & GS, aliud cujus altitudo circumferentia circuli à puncto S deſcripti, exurgeret priſma triangulare ut vides in DP quod æquale eſſet priſmati ſeu parallelepipedo ſupra AC deſcripto, cùm habeat duplam altitudinem. Eſt etiam cylindro æquale eo quod contineat totidem ſuperficies planas, quot cylindrus continet cylindricas, ſingulíſque æquales.

PROPOSITIO XX.

Conus æqualis eſt priſmati, cujus baſis eſt idem triangulum, altitudo via rotationis.



Triangulum ADC ſuperioris figuræ repetatur ſitque illius centrum gravitatis punctum H, quod deſcribat circumferentiam HG; dico priſma triangulare cujus baſis triangulum ADC, altitudo æqualis viæ rotationis HG, æquale eſſe cono, deſcripto à triangulo A D C circa immotum axem CD.

Demonſtr. Conus deſcriptus à triangulo ADC eſt tertia pars cylindri ſuperioris (*per* 10. 12.) ergo & tertia pars parallelepipedi ſupra deſcripti, cujus baſis rectangulum AC, altitudo circumferentia EF, ergo idem conus continebit duas tertias priſmatis ſupra triangulum ADC deſcripti, & ha-

bentis eandem altitudinem E F, ſeu circumferentiam deſcriptam à radio E N præſentis figuræ; ſed demonſtratur in centrobarycis, diviſo bifariam quocumque trianguli latere AC, in puncto E, ductáque linea DE, centrum gravitatis trianguli eſſe in H tertia parte lineæ DE, ita ut EH; ſit tertia pars totius DE; ergo HD ejuſdem DE; duas tertias continebit. Ut autem DE ad DH ita E N ad H I (*per quartam* 6.) ergo via rotationis HG continet duas tertias circumferentiæ EF ſuperioris figuræ; quare ſi fiat priſma ſuper triangulo ADC, altitudinem habens circumferentiam HG, illud continebit duas tertias priſmatis eandem habentis baſin, & pro altitudine circumferentiam EF. Sed conus continebat etiam illius priſmatis duas tertias partes ut oſtendimus, ergo conus eſt æqualis priſmati habenti pro baſi idem triangulum genitorem, & altitudinem æqualem viæ rotationis HG, quod erat demonſtrandum.

Poterat adhiberi alia facilior demonſtratio, dum hoc modo movetur triangulum A D C idem momentum habet, ſeu eandem motûs quantitatem, ac ſi omnes partes eſſent compenetratæ in centro ejus gravitatis, ſed ſi eſſent compenetratæ in centro gravitatis; omnes deſcriberent viam rotationis, ergo area trianguli per viam rotationis multiplicata, exhibet ſoliditatem coni; ſed ſi exciterur priſma triangulare ſupra idem triangulum genitorem, in altitudine æquali viæ rotationis, multiplicandum erit idem triangulum per viam rotationis, ergo habebitur eadem ſoliditas: ergo ſoliditas coni æqualis eſt ſoliditati priſmatis; quod erat demonſtrandum.

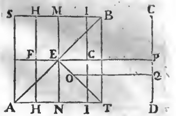
COROLLARIUM.

Cylindrus ad priſma ſuper eodem rectangulo ſe habet ut via rotationis ad altitudinem priſmatis. Conus pariter.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Tubus cylindricus eſt æqualis parallelepipedo habente pro baſi rectangulum genitorem, & pro altitudine viam rotationis.



Rectangulum AB circa axem CD deſcribat tubum cylindricum, ſeu coronam cylindricam, ſitque E centrum gravitatis rectanguli, quod deſcribat circumferentiam circuli cujus radius EP; dico coronam cylindricam æqualem eſſe parallelepipedo, cujus baſis eſt rectangulum AB, & altitudo æqualis circumferentiæ radii E P. Sint enim lineæ MH, MI æquales, ducanturque lineæ HH, II, MN, illæ deſcribent ſuperficies cylindricas æquales primæ HH rectangulo comprehenſo

ſub HH, & ſub circumferentia radii FP, MN rectangulo comprehenſo ſub MN, & ſub circumferentia circuli radii EP, & linea I, rectangulo comprehenſo ſub II, & ſub circumferentia circuli radii GP, & cum lineæ EG, EF æquales ſint, erunt radii GP, EP, FP arithmeticè proportionales, & conſequenter peripheriæ circulorum, & rectangula, (*per* 1. 6.) ſeu ſuperficies cylindricæ; ergo extremæ ſunt æquales mediæ bis ſumptæ; ergo cum intelligi poſſint tot lineæ ex una parte lineæ MN quot ex alia quæ ita ſe habeant, ut ab æqualiter diſtantibus deſcriptæ ſuperficies cylindricæ, æquales ſint ſuperficiei mediæ, à linea MN deſcriptæ, tot erunt ſuperficies comprehenſæ ſub linea M N, & ſub circumferentia circuli, à radio E P deſcripta. Hæ autem ſuperficies ſupra omnes lineas parallelas lineæ MN, in rectangulo AB, conſtituent parallelepipedum cujus baſis idem rectangulum AB, altitudo via rotationis, quod coaleſcit ex his ſuperficiebus; ergo corona cylindrica ſeu tubus cylindricus æqualis eſt parallelepipedo cujus baſis eſt rectangulum quod generat coronam, altitudo æqualis viæ rotationis.

COROLLARIUM I.

Etiamſi parallelogrammum deſcribens figuram, non eſſet rectangulum, ſed obliquangulum, eôdem modo procederet demonſtratio, niſi quòd pro ſuperficiebus cylindricis deſcriberentur ſuperficies fruſti conici.

COROLLARIUM II.

Poſſent diſponi omnes ſuperficies cylindricæ prout deſcribuntur, ſine reductione ad mediam, hoc eſt ita ut ſupra ſingulas lineas conſtituerentur illæ quæ à ſingulis deſcribuntur, verbi gratia, ſupra A S conſtitueretur rectangulum cujus baſis AS, altitudo æqualis circumferentiæ deſcriptæ à puncto R, ſupra HH, rectangulum habens pro altitudine circumferentiam deſcriptam à puncto F, atque ita deinceps formaretur trapezium ſolidum æquale cylindro.

COROLLARIUM III.

Poſſet item aliter probari hæc propoſitio, dividendo coronam cylindricam, in coronas, hoc eſt dividendo totum rectangulum genitorem in lineas parallelas lateri S B, nam à ſingulis deſcriberetur corona, æqualis rectangulo, comprehenſo ſub linea genitrice, & ſub via rotationis, quæ eſſet æqualis circumferentiæ deſcriptæ à puncto E. Si ergo ſingulæ conſtituantur ſupra lineas genitrices, formabunt parallelepipedum, baſin habens idem rectangulum, & altitudinem viæ rotationis.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Corona deſcripta à triangulo æqualis eſt priſmati, cujus baſis eſt triangulum generans, & altitudo via rotationis.

Triangulum BAT circumvolvatur circa axem CD, & centrum gravitatis O deſcribat circumferentiam circuli cujus radius O q, dico coronam hanc circularem, æqualem eſſe priſmati, cujus baſis idem triangulum ABT, altitudo circumferentia prædicti circuli.

Demonſtr. Cùm enim triangulum idem momentum, ſeu eandem quantitatem motus habeat, ac ſi omnes eius partes eſſent in centro gravitatis O, omnes lineæ quas eius omnia puncta deſcribunt, æquales ſunt viæ rotationis toties ſumptæ: ergo ſi multiplices totum triangulum, per viam rotationis, habentur omnes lineæ quas deſcribunt, eius omnia puncta, ex quibus coaleſcit figura ſolida ab eo triangulo deſcripta: ſed pariter priſma habetur ſi triangulum multiplicetur per viam rotationis; ergo hæc figura priſmati æqualis eſt.

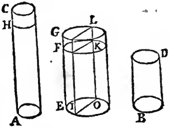
COROLLARIUM I.

Hæc corona triangularis eam rationem habet ad dimidium coronæ ſui rectanguli, quam linea q O, ad lineam PE; nam priſma ſupra triangulum ABT, cum altitudine æquali, circumferentiæ ex PE, eſt dimidium coronæ rectanguli: ſed rectangulum ſuper eodem triangulo in altitudine circumferentiæ radii O q, ſe habet ad illud ut circumferentia ad circumferentiam, ſeu ut radius O q ad radium E P.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Si dentur duo ſolida inæqualium altitudinum & baſium, detúrque altitudo media, ita ut exceſſus & defectus altitudinum fuerint baſibus reciproci, ſolidum ſupra utrâque baſi conſtitutum, in altitudine media, æquale eſt duobus ſimul ſumptis.



Sint duo ſolida AC, BD, inæqualium baſium, & altitudinum, ſitque altitudo media EG, ſitque ut C H ad G F, ita reciprocè baſis B ad baſin A, dico ſi baſis E æqualis ſit, utrique A & B, ſolidum EG in altitudine media æquale eſſe duobus ſimul ſumptis.

Demonſtr. Dividatur baſis EO in duas partes I & O, baſibus A & B æquales, hoc eſt ſint baſes A & I, ſicut B & O æquales; clarum eſt ſolida IG, AH; item BD, OK æqualia eſſe, cum habeant baſes & altitudines æquales; ſunt autem ſolida HC, KL, etiam æqualia; cum ita ſit altitudo HC, ad altitudinem KL ſeu FG, ſicut baſis B ſeu K, ad baſin A; ergo ſolidum totale EG æquale eſt duobus AC, BD; quod erat demonſtrandum.

COROL

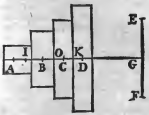
COROLLARIUM.

Pariter ſi ſolidum EF, habens baſin I O æqualem baſibus A & B, fuerit æquale duobus, erunt exceſſus altitudinum baſibus reciproci, quia pariter erunt AH, EL æqualia ſicut BD, OK; ergo & CH, KL, ſunt æqualia, ergo habent baſes, & altitudines reciprocas (*per* 15. 12.)

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Omnis figura ex rectangulis compoſita axem habens ad axem revolutionis perpendicularem, æqualis eſt figuræ directæ, cujus baſis eſt eadem figura genitrix altitudo æqualis viæ rotationis.



Sit figura quæcumque ABCD, ex pluribus rectangulis compoſita, quæ axem habeat, hoc eſt ita ut ſingula rectangula dividantur bifariam, ſitque commune centrum gravitatis O, dico rotundum ab hujuſmodi figura, circa axem EF circumducta deſcriptum, æquale eſſe figuræ directæ, cujus eadem eſſet baſis, altitudo æqualis viæ rotationis deſcriptæ à puncto O.

Demonſtr. Si rectangulorum A & B centra gravitatis A & B erunt parallelepipeda ea pro baſibus habentia, hæc rectangula, & altitudinem æqualem viis rotationum, hæc æqualia erunt cylindris eorum. Sit punctum I centrum gravitatis commune, hoc eſt ita ſit A ad B, ſicut B I ad I A, eruntque BI, IA, exceſſus radiorum GA, GI, qui exceſſus ſunt reciproci baſibus; ut autem exceſſus radiorum, ita exceſſus circumferentiarum ſeu altitudinum: ergo (*per* 23.) ſolidum deſcriptum ſupra utramque baſin in altitudine media, nempe circumferentiæ à centro gravitatis deſcriptæ, æquale eſt duobus deſcriptis ſuper iiſdem baſibus, in altitudinibus æqualibus, iis circumferentiis quas centra gravitatis A & B deſcribunt. Pariter oſtendam ſi rectangulorum C & D centra gravitatis ſint A & C, elatum (*per* 22.) eorum cylindros, aut coronas cylindricas; æquales eſſe, ſingulis parallelepipedis eaſdem baſes habentibus, & altitudines æquales viis rotationum. Sit K centrum gravitatis commune, hoc eſt ita ſit C ad D, ut DK ad KC, lineæ autem DK, KC, ſunt exceſſus radiorum GC, GK, GD; ut autem exceſſus radiorum, ita exceſſus circumferentiarum, ſeu altitudinum: ergo ſi fierent ſupra baſes C & D parallelepipeda habentia pro altitudinibus vias rotationum, exceſſus altitudinum eſſent baſibus reciproci: ergo pariter ſolidum ſupra eaſdem baſes excitatum cum altitudine media, ſeu via rotationis æquale eſt duobus ſolidis prædictis. Denique ſit centrum commune totius figuræ, punctum O, hoc eſt ita ſint A & B ſimul ad C & D ut reciprocè KO ad IO, oſtendam ſolidum ſupra totam figuram excitatum, ad altitudinem viæ rotationis puncti O, æquale eſſe ſolido ſupra A, B ad altitudinem circumferentiæ puncti I, & ſolido ſupra C D ad altitudinem viæ rotationis puncti K, & conſequenter tale ſolidum omnibus cylindricis coronis æquale eſſe.

Quod dixi de coronis cylindricis, deſcriptis à rectangulis, applicari poſſet omnibus parallelogrammis, quæ deſcriberent, coronas conicas.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Quæcumque figura etiam curvilinea axem habens perpendicularem ad axem circumvolutionis, generat rotundum æquale ſolido directe, eam habente pro baſi, & altitudinem æqualem viæ rotationis.

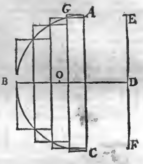


Figura quæcumque ABC, axem habens BD; hoc eſt à quo dividatur hinc inde in partes ſimiles & æquales, & perpendicularem ad EF axem circumvolutionis, rotetur circa eundem axem EF, dico generari rotundum, æquale ſolido directo, cujus baſis ſit eadem figura ABC, altitudo æqualis viæ rotationis, ſeu circumferentiæ circuli à centro gravitatis deſcriptæ; inſcribantur enim, & circumſcribantur figuræ, rectangula æqualis altitudinis, & ordinatim applicata ad axem B D, à quo ſecabuntur bifariam, & conſequenter ſingulorum centra gravitatis erunt in linea BD. Sit inſcriptorum commune centrum gravitatis punctum O.

Demonſtr. Omnes cylindri à rectangulis deſcripti, æquales parallelepipedo, cujus rectangula baſis erunt, & altitudo via rotationis puncti O; (*per* 24.) Cùm igitur id ſemper contingat & rectangula inſcripta, à circumſcriptis differant tantum rectangulo CG, quod poterit ſumi qualibet quantitate propoſitâ minus, tam parva poterunt inſcribi rectangula, ut à figura A B C minus deficiant, quam qualibet quantitate propoſita, nam ea differunt minus à figura ABC, quàm à rectangulis circumſcriptis; deſinunt ergo in figuram A B C, hoc eſt ab ea differre poſſunt

quâlibet quantitate vel minimâ, & conſequenter eorum centrum gravitatis ſemper accedit magis ac magis, ad centrum gravitatis figuræ ABC; cùm ergo ſempet id accidar in rectangulis ut rotundum ab iis deſcriptum æqnale ſit ſolido directo, cujus baſis ſint omnia rectangula, & altitudo via rotationis centri gravitatis, idem etiam eveniet figuræ propoſitæ, eodem enim ratiocinio demonſtravimus plures propoſitiones libri duodecimi Euclidis, ideóque non puto eſſe diutius immorandum in explicanda vi hujus demonſtrationis.

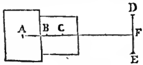
COROLLARIUM.

Sub hac demonſtratione comprehenduntur ſphæra, ſphærois ellipriça, lata, & longa, fuſum parabolicum hyperbolicum, & alia hujuſmodi, quæ facilè metiri poterimus, ſi figurarum genitricum areas metiamur, & centra gravitatum inveniamus.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

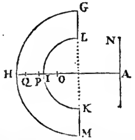
Si rotundum à tota figura productum æquale fuerit ſolido directo quod fit à tota figura ut baſi in altitudinem æqualem via rotationis communis centri, & rotundum deſcriptum ab illius una parte, æquale ſit ſolido cujus ipſa fuerit baſis, & altitudo via rotationis particularis centri, erit & alterius partis rotundum, æquale ſolido eam habenti pro baſi, & altitudine æquale via rotationis particularis centri.



Sit figura A B C, cujus ſint partes A & C, centra gravitatis particularia A & C, commune punctum B, fiatque revolutio, ita ut rotundum genitum circumvolutione totius figuræ AC æquale ſit ſolido directo, cujus AC fuerit baſis, & altitudo æqualis viæ rotationis communis centri gravitatis B: ſit item rotundum figuræ A, æquale ſolido cujus baſis fuerit figura A, & altitudo æqualis viæ rotationis puncti A; dico etiam rotundum figuræ C, æquale eſſe ſolido cujus baſis C, & altitudo via rotationis puncti.

Demonſtr. Rotundum totale æquale eſt omnibus ſuis partibus, ergo æquale eſt tam rotundo A, quam rotundo C, ſed ut planum A ad planum C, ita reciprocè linea BC ad lineam AB, ex communibus legibus centri gravitatis, ſeu ita exceſſus radii F B, ſupra C F ad AB, exceſſum radii AF, ſupra BF, ſeu ita exceſſus viæ rotationis B, ſupra viam rotationis C, ad exceſſum viæ rotationis A, ſupra B; quæ viæ rotationis, ſi fiant altitudines, erit (*per* 23.) ſolidum ſupra baſes A, C, in altitudine viæ B, æquale ſolido ſupra baſin A, in altitudine viæ rotationis A, & ſolido baſis C, in altitudine viæ C. Sed dicitur ſolidum ſupra baſes A & C, in altitudine viæ B æquale rotundo totali, & rotundum partis A, æquale ſolido baſis A in altitudine viæ A, ergo & reliquum rotundum baſis C æquale erit ſolido ſupra baſin C in altitudine viæ rotationis C quod erat demonſtrandum

COROLLARIUM.



Si detur figura plana deficiens circa axem ſuum, illius rotundum pariter æquale erit ſolido, ſupra illam in altitudine viæ proprii centri gravitatis excitato, ut ſi proponeretur figura GHMKIL diſpoſita quidem æqualiter circa axem, ſed non plena, ita ut LIK, ſit defectus, oſtendo rotundum deſcriptum à figura GHMKIL æquale eſſe ſolido cujus baſis eadem figura, & altitudo æqualis viæ centri gravitatis q, ſupponatur enim ei addita figura LIK, cujus proprium centrum gravitatis, ſit O, & centrum gravitatis duarum ſimul junctarum ſit P.

Demonſtr. Totius figuræ GHMKL rotundum æquale eſt ſolido cujus baſis eſt eadem figura, & altitudo via centri communis P, (*per* 25.) pariter rotundum plani L I K æquale eſt ſolido directo cujus baſis eſt idem planum L I K, & altitudo æqualis eſt viæ centri O, cùm utraque figura perfecta ſit; ergo (*per* 26.) rotundum plani deficientis GHMKL, æquale eſt ſolido directo cujus idem planum fuerit baſis, & altitudo æqualis viæ proprii centri q.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Cujuſcumque figuræ, etiam axem non habentis rotundum æquale eſt ſolido directo, quod ab eadem in viam ſui centri gravitatis ducta procreatur.

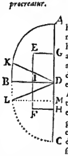


Figura plana AB axem non habeat aut non perpendicularem, hoc eſt, non ſit diſpoſita, hinc inde æqualiter circa axem, perpendicularem ad axem circumvolutionis A C; dico rotundum ab hac figura circa axem circumvolutionis AC in orbem acta procreatum, æquale eſſe ſolido directo, eadem figura in via ſui centri gravitatis productum. Fiat enim circa lineam BD perpendicularem ad AC, figura BC ſimilis & æqualis, & ſimiliter poſita ac linea AB, & tota ABC, habebit axem B D perpendicularem ad A C, ſi puncta E & F centra gravitatis particularium figurarum, quæ erunt ſimiliter poſita, ut demonſtratur in centrobarycis

baryceis, cùm figuræ ſint ſimiles, æquales, & ſimiliter poſitæ, atque adeo perpendiculares EG, FH æquales erunt, junctáque E F, erit centrum communne totius figuræ in puncto I.

Demonſtr. Rotundum totius figuræ *(per 23.)* æquale eſt ſolido directo procreato ex ductu totius figuræ in viam centri I, ergo rotundum dimidiæ figuræ ABD, erit æquale ſolido procreato ex ductu ejuſdem dimidiæ figuræ, in via centri I; ſed via centri I eſt æqualis viæ centri E, cum radii EG, I D ſint æquales; ergo rotundum figuræ ABD, æquale eſt ſolido directo procreato ex ductu ejuſdem figuræ ABD in viam centri I, quod erat demonſtrandum.

Poſſet eſſe, difficultas ſi figura data non eſſet perfecta uſque ad axem, ut ſi proponeretur figura AKD, ſed tunc poſſet perfici uſque ad axem BD, nam non ſolom tota ABC axem haberet, ſed etiam KDL, quare ſubductis partibus ſemper in fine relinqueretur linea AKD, cujus rotundum æquale eſſet ſolido directo, ex ductu ejuſdem figuræ, in viam proprii centri procreato.

COROLLARIUM I.

Quæcunque de ſolidis rectis, priſmatibus, cylindris rectis, à geometris demonſtrantur, etiam ſolidis rotundis conveniunt, accepta figura genitrice pro baſe, & viâ centri gravitatis acceptâ pro altitudine, ideóque ſi viæ centrorum fuerint æquales, rotunda ſe habent ut figuræ genitrices, vel viciſſim ſi figuræ genitrices fuerint æquales rotunda ſe habent, ut viæ centrorum. Si rotunda fuerint æqualia, figuræ genitrices, & viæ reciprocantur, & viciſſim rotunda rationem habent compoſitam, & ex ratione viarum, & ex ratione figurarum genitricum; ſi figuræ genitrices, & viæ fuerint proportionales, ſolida habebunt rationem duplicatam rationis figurarum, aut rationis viarum, &c.

COROLLARIUM II.

Cùm demonſtratio generationis coni à triangulo, ſuperius appoſita, non videatur ſatis geometrica, poteſt illi applicari communis, quæ per inſcriptionem, & circumſcriptionem rectangulorum procedit.

COROLLARIUM III.

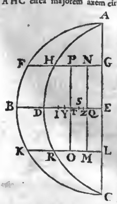
Poſſunt revocari ea ferè omnia quæ diximus de ſuperficiebus annulorum, & applicari eorum ſoliditatibus, nam cum figuræ uniformes, & clauſæ, idem habeant centrum gravitatis ſuæ circumferentiæ & totius figuræ, quod in figuris non clauſis duplex eſt, ſi ducas figuram genitricem, in viam centri gravitatis procreabitur ſolidum directum æquale rotundo.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Sphærois Ellyptica longa ad ſphæram ambientem eſt in duplicata ratione axis majoris ad minorem.

Semicirculus ABC, & Ellypſis ADC, circumvolvantur circa axem AC, ſitque minor axis A D E, dico ſoliditatem ſphæræ ad ſoliditatem ſphæroidis ADC eſſe in duplicata rationis majoris axis AC ad minorem ED. Suppono autem definitionem ellypſis, cujus hæc eſt eſſentia ut eadem ſit ratio ad DE, ac FG ad HG, & KL ad PL; atque ita de omnibus aliis applicatis, quæ proprietas nõ debet probari, cũ per ellypſin non intelligamus aliud niſi figuram hujuſmodi. Dico ſi ellypſis A HC circa majorem axem circumvolvatur & circa eundem circumvolvatur ſemicirculus rationem ſphæræ ad ſphæroidẽ duplicatam eſſe rationis axis AC, ſeu BE ad DE. Dividatur bifariam linea BE in puncto I, illud erit centrum gravitatis lineæ B E, ſicut diviſa DE bifariam in I, erit centrum S centrum gravitatis lineæ DE, dividantur



duæ lineæ FG, KL, hinc inde æqualiter à linea BE diſtantes bifariam in P & O, ducta linea PO, erit punctum T earum commune centrum gravitatis; ſicut diviſis lineis HG, PL, bifariam in N & M, erit punctum q centrum gravitatis linearum HG, PL.

Demonſtr. Cùm ita ſit FG ad HG; ſicut BE ad DE, ita erit dimidia PG ſeu TE ad NG, ſeu q E, ſicut IE ad SE, & permutando ita erit IE ad TE, ſicut SE ad q E, quare ſi linea IT dividatur reciprocè ut ſe habet linea BE ad duas FG, KL ſimul ſumptas ut inveniatur inter I & T commune centrum gravitatis linearum BE, FG, KL, nempe Y, dividaturque pariter linea S q reciprocè ſecundum rationem quæ eſt lineæ DE; ad duas HG, PL, ut habeatur punctum Z centrum gravitatis linearum DE, HG, PL eadem erit ratio YE ad ZE, quæ lineæ BE ad DE. Pariter oſtendam ſi aliæ duæ lineæ hinc inde æqualiter à linea BE diſtantes, aſſumantur ut inveniatur commune centrum gravitatis omnium, eandem ſemper rationem eſſe. Quare collectis omnibus lineis & inventis communi tam ſemicirculi quam ellypſis centris gravitatis, quæ ponantur eſſe Y & Z, ita erit BE ad DE, ſicut YE ad ZE, ſicut autem BE ad DE, ita FG ad GH & KL, ad PL, & ductis omnibus parallelis, ita ſingulæ lineæ ſemicirculi ad ſingulas ellypſis, & ita omnes ad omnes, hoc eſt ita ſemicirculus ad ellypſin. Ut autem YE ad ZE, ita viæ centrorum Y & Z, ergo ita ſemicirculus, ad ellypſin, ſicut via centri ſphæræ ad viam centri ellypſis; ergo cum ſolidum directum æquale ſphæræ, eſt ad ſolidum directum æquale ſphæroidi, ſit in compoſita ratione circuli ad ellypſin, & viam centri ſemicirculi, ad viam centri ſphæroidis, quæ eadem eſt erit in duplicata, ſemicirculi, ad ellypſin, hoc eſt in duplicata axis majoris ad minorem, ergo ſphæræ, ad ſphæroidem longam, eſt in duplicata ratione axis majoris ad minorem, quod erat demonſtrandum.

Poterat faciliùs demonſtrari, nam ſingulæ lineæ ſemicirculi, ad ſingulas ellypſis ſunt ut BE ad DE, ſeu ut axis major ad minorem, facta autem circumvolutione ſingulæ lineæ ſuos deſcribunt circulos qui ſunt in duplicata ratione ſuorum radiorum, ergo omnes circuli deſcripti à lineis ſemicirculi ad omnes deſcriptos à lineis ellypſis ſunt

in

in duplicata tatione axis majoris ad minorem.

COROLLARIUM I.

Si circa ſemidiametrum minorem D E deſcriberetur ſphæra, cum ſphæra radii BE, ad ſphæram radii DE, ſit in triplicata ratione radii BE, ad minorem DE, (*per* 18.12.) ſphæra autem major ad ſphæroidem ſit in duplicata, ratio ſphæroidis longæ ad minorem ſphæram, erir ur axis major ad minorem, ſi enim ex ratione triplicata, auferas duplicatam, reſtat ſimplex.

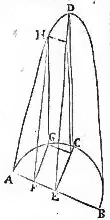
COROLLARIUM II.

Si ellypſis volveretur circa minorem axem, fieretque ſphærois lata, oſtenderem eodem modo eam eſſe ad ſphæram minoris axis, in duplicata ratione majoris, ad minorem axem, & ad ſphæram majoris axis in ratione ſimplici minoris ad majorem axem.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Portio cylindri cujus altitudo æqualis eſt circumferentia ſua baſis, æqualis eſt tam ſuperficie, quam ſoliditate ſphara ejuſdem baſis.



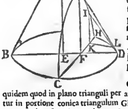
Omittere non poſſum unã propoſitionem quaſi fundamentalem doctrinæ de ſectionibus cylindrorum Patris Tacquet, quæ haud dubiè licet inutilis videatur eò quòd rarò occurrãt in uſu cõmuni tales ſectiones metiendæ, viam tamen aperire poteſt, ad alias ſectiones cylindrorum, aut etiam conorum metiendas, quibus indigemus. Neſcimus enim metiri ſuperficiem cylindricam, illius portionis quæ genetatur, dum duo compluvia ſibi invicem occurrentia, teſtudinem illam efformant quam decuſſatam nominamus, quæ tamen communis eſt, & in ædificiis alicujus momenti uſurpatur, tales ſæpe ſunt templorum teſtudines, quæ licet cylindricæ, non habent unicam ſuperficiem, ſed ex multis decuſſatis coaleſcunt. pariter dum doliorum capacitatem metimur, ſi partem aliquam vacuam habeant, nulla datur methodus geometrica illius defectus metiendi; ſi tamen attentiùs omnia perpendamus, inveniemus dolia noſtra, aut ellyptica eſſe, aut conica, idcóque ſi poſſemus metiri portionem coni, plano axi parallelo ſecti, hunc defectum haberemus, facileque praxes aſſignaremus ad id præſtandum idoneas, ſed ad propoſitionem veniamus. Sit porrio cylindri ABC comprehenſa dimidia baſi ACB, plano ADC, & ſuperficie cylindrica ACBD, ſit DC altitudo perpendicularis illius portionis æqualis circumferentiæ baſis, ſeu circulo cujus radius EC, dico portionem illam cylindricã eſſe & ſuperficie, & ſoliditate æqualem ſphæræ, cujus radius EC, planum trianguli ECD, per centrum E tranſeat, & cum linea DC ſupponatur recta ad planum baſis ACB, totum planum ECD, ad illud rectum erit (*per* 18.11. *Eucl.*) ſit linea FG perpendicularis ad AB, & GH parallela CD, eritque planum FGH, parallelum planum DCE. Cum ergo plana parallela CDE, FGH eodem plano ACB ſecentur; erunt (*per* 16.11.) communes ſectiones FH, E D parallelæ, ſed lineæ GF, CE, ſupponuntur etiam parallelæ; ergo (*per* 15.11.) anguli DEC, GFH ſunt æquales, & cùm anguli G & C ſint recti, erunt triangula DEC, æquiangula: ergo (*per* 5.6.) erit eadem ratio FG ad GH, ac EC ad CD. Sed quæ eſt ratio EC ad CD, eadem eſt EC ad circumferentiam circuli cujus EC eſt radius, cùm CD ſupponatur æqualis illi circumferẽtiæ, & quæ eſt ratio EC ad circumferentiam ſui circuli, eadem eſt & radii FG ad circumferentiam ſui circuli, ergo GH eſt æqualis circumferentiæ circuli, cujus FG eſt circulus. Quòd autem probavi de GH, id pari modo probari poteſt de alia quavis parallela; ergo ſi ductæ intelligantur omnes parallelæ lineæ EC, quæ totam capacitatem ſemicirculi ACB replcant, haberemus in portione cylindrica ADB, omnes circumferentias circulorum ſuperficiem ſphæræ componentium; cùm autem præterea, tam circumferentiæ eorum circulorum, quam hæ lineæ parallelæ in portione cylindrica eundem ordinẽ obſervent, eandemque obliquitatẽ quam ipſis tribuit circũferentia baſis cylindri, erit ſuperficies portionis cylindricæ, æqualis ſuperficiei ſphæricæ.

Præterea triangulum rectangulum ECD, comprehenſum ſub radio EC & CD, æquali toti circumferentiæ circuli, æquale eſt areæ circuli; pariter triangulum FGH æquale eſt areæ circuli, cujus FG eſt radius, atque ita de reliquis omnibus, ergo cùm ſphæra componatur ex omnibus his circulis ſimul junctis; ſicut portio cylindrica ex omnibus his triangulis ſimul junctis, erit ſphæra quó ad ſoliditatem huic portioni æqualis.

COROLLARIUM I.

Si proponatur quæcumque portio cylindrica, ita ut planum tranſeat per centrum baſis, illa ſe habebit ad ſphæram baſis, ut eius altitudo, ad peripheriam maximi circuli ſphæræ.

COROLLARIUM II.



Eſſet optabilius cognoſcere ſoliditatẽ portionis coniæ cõprehẽſæ plano axi parallelo, ut ſi proponeretur conus ABCD, cujus axis AE, planum axi parallelum CGH, clarũ quidem quod in plano trianguli per axem formetur in portione conica triangulum GFD, in aliis vero partibus ſi cogitetur planum IKL triangulo per axem parallelum, linea IL eſſet hyperbolica; ſicut CGH ſi haberetur ſoliditas hujus portionis comprehenſæ ſcilicet planis CGH, CDH, & ſuperficie conicâ, metiremur facilè defectum liquoris cum dolia non ſunt plena, qui defectus viâ geometricâ, adhuc cognoſci non potuerunt.

TRACTATUS

TRACTATUS OCTAVUS.

MECHANICA.

TRACTATUS hic inter omnes Matheſeos partes utiliſſimus eſt; ex quo nempe innumeræ fluxerunt artes, inſtrumentorumque varia ſupellex duxit originem. Unicum habet principium, univerſaliſſimum, ſi quod eſt in rerum natura, ex quo ſcilicet motuum omnium, tam à gravitate; quam à virtutibus motricibus animatis prodeuntium cognitio pendet. Hoc principium phyſicum eſt, quamvis illud benè multi ex figuris; mathematicisque placitis pendere voluerint.

Primò libro, principium univerſaliſſimum motûs explicare conabor, quod quia ut dixi phyſicum eſt, non ſatis intelligi poteſt, niſi aliqua de motus natura præmittantur. Multas quæſtiones phyſicas circa motum, præcipuè vero circa continuationem, cauſam ejus productivam & impetum agitabo.

Secundo libro, idem principium vecti applicabo.

Tertio, axi in peritrochio.

Quarto, Troclearum vim demonſtrabo.

Quinto, cocleam ſeu ſpiram explicabo.

Sexto, cuneum, & percuſſionem directam.

Septimo, elaterium & percuſſionem reflexam.

Hunc tractatum gravitati telluris addico, cum gravium motus; & virtus ſine hoc principio, nec intelligi, nec conſtitui ſatis poſſit.

MECHANICES

LIBER PRIMUS.

De vera cauſa, & principio augmenti potentiæ per machinam.

VAria opiniones in quas abeunt communiter Philoſophi circa materias phyſicas, quanta in iis ſtabiliendis difficultas occurrat; ſatis ſuperque evincunt, conjecturiſque potius ut plurimum agendum eſſe, quam demonſtrationibus teſtantur. Quarè mirum non eſt quod antiquæ ſectæ repullulent identidem, & ex Epicuri aut Democriti cineribus antiquata jam diu opiniones, in nova philoſophia placita coaleſcant. Quæcumque ex his ruderibus eruta, nomen aliquod ſibi facere his temporibus conata ſunt, contraria licet inter ſe, in hoc tamen placito conveniunt, quod motum localem, tanquam præcipuum mutationum principium agnoſcant; Mirum tamen quam altum de motus localis natura, & proprietatibus ſilentium, ita ut vix tradita adumbrata ejus notione, nullum continuationis motus principium aſſignet. In hunc præcipuè lapidem videtur impegiſſe Carteſiana hypotheſis, quæ cum materiam uniformem & ejuſdem ubique rationis, atque adeo ad motum, & ad quietem indifferentem ſtatuat, eique in cubos diviſa motum circularem à Deo imprimi velit cum ea ſtabili lege, ut eadem motus quantitas in mundo perſeveret, nec in uno corpore motus deſinat quin alteri communicetur, non aſſignato ullo hujus continuationis principio, omnia denſiſſimis tenebris obvolvat. Hujus hypotheſis circumſtantias omnes non expendo, nempe an materia prius dividi poſſit quam moveatur, an aut inter partes materia ſubtilis intercurrat, ut moveri poſſint cubi qui recedere ab invicem debeant, ut liberum angulis tranſitum præbeant, materiaque ſubtilior nondum ſuppoſita enatas vacuitates occupet. Naturam hujus motus non moror, neque an eo potius cylindri quam ſphæra enaſcantur. In hac tantum voce examinanda inſiſto, Deus materiæ motum imprimit, eandemque motus quantitatem conſervat.

PROPOSITIO I.

Phyſica.

Deus ut conſervans motum, non eſt principium ſufficiens continuationis motûs.

Motus localis eſt mutatio cootinua loci, aliqui addunt ad exigentiam alicojus intrinſeci. Dieitut autem continua potius ratione loci, quam alterius alicujus. Ne autem diſcedamus ab iis quos in hac propoſitione impugnamus, motus erit tranſlatio mobilis, ex vieinia corporum quæ illud immediatè contingunt, & tanquam quieſcentia ſpectantur in viciniam aliorum. Quâ admiſſa definitione ut legitimâ, quamvis mille inſtantiis impugnari poſſitatque, illis ſuppoſitis,

Dico non aſſignari ſufficiens principium continuationis motûs, ſumpti pro ea tranſlatione, quod Deus concurſu ſuo generali, motum jam productum eandemque motus quantitatem conſervet.

Probatur. Ad hoc ut productio alicujus ſit conſervatio, quæ ſoli concurſui divino generali tribuatur, debet eſſe eadem numero entiras, non æqualis, aut ſimilis tantum; ſed non poteſt eſſe eadem entiras motus hodierni cum heſterno, nec eadem numero quantitas motus, ſed tantum æqualis, aut ſimilis; ergo productio motus hodierni tam veram & realem exigit productionem, & non ſolam conſervationem, quam motns qui primus extitit in rerum natura.

Probatur major. Si deus ſtatuiſſet eundem ſemper hominum numerum in mundo exiſtere, unoque moriente alium ſubſtituerer, hujus ſecundi productio conſervatio non diceretur, ſed vera, & realis prima illius productio, quamvis voco tenus diceretur hac productione eundem, ſeu æqualem hominum numerum conſervare.

Pariter ſi Deus hortum certo florum numero ornatum creaviſſet, addito tamen decreto ut hortus æqualem habeat florum numerum, ſi pereunt, & in dies marceſcunt flores, & novi pullulant, an ſufficienter à me corum cauſa aſſignabitur ſi aſſeruero naturam in nihilum non tendere, ſed quæ ſemel exiſtunt determinata eſſe ut exiſtant, ſicut è contra quæ non exiſtunt ſibi-ipſis exiſtentiam non tribuunt, ſed egent extrinſeco agente à quo producantur, node ſic argumentor. Ex his principiis non ſequitur quod hic hortus vi tantum conſervativi concurſus æqualem florum numerum habere debeat, eò quòd ſemel habuerit talem ſtatum; ſed de ſingulis floribus verè dici poteſt quod cum prius non exiſterent, ſint determinati ad non exiſtendum, & egere agente & cauſa ut producantur.

Probatur minor. Motus hodiernus non eſt eadem entitas cum externo, nec applicatio mobilis ad unum corpus eſt applicatio ad aliús, & tranſlatio ex vicinia corporis A ad viciniam corporis B eſt eadem cum tranſlatione ejuſdem ex C in D, iſtæ enim tranſlationes exiſtunt diverſis temporibus, unâque exiſtente alia non exiſtit, multô minus motus mobilis A, qui voce tenus dicitur communicari corpori B, eſt eadem entitas cum motu corporis B. Nam motus etiam de iſtorum anthorum ſententia ſtatus quidam eſt mobilis, ſeu modus exiſtendi illius, eſſentialiter affixus ſuo mobili, ita ut ab eo divelli non poſſit; ergo tam impoſſibile motum eundem numeto communicari, ſeu ab uno corpore in aliud tranſire, quam repugnat me quiete alienâ quieſcere, aut motu alieno moveri.

Vox igitur communicationis motus non debet rigorosè intelligi, quaſi idem numero motus exiſtat. Neque valet comparatio quietis cum motu, neque ex eo quod illud corpus quod quieſcit, nunquam ab ea quiete dimovebitur, niſi ab aliquo extrinſeco dimoveatur, (quod tamen adbuc falſum eſt.) Non potes, inquam, concludere id quod movetur motum cohibere non poſſe, niſi in aliquem obieem occurrat; apparet enim manifeſta diſparitas, quod quies ſit tota ſimul, motus vero ſit fluentis naturæ, ſaltem ſi motum pro illa tranſlatione ſumamus.

PROPOSITIO II.

Phyſica.

Deus ſolus non producit omnem motum, nec ſolus eſt cauſa continuationis motûs.

Quia videor in hac voce (*conſervatio*) vim facere, ſolumque modum loquendi arguere, qui productionem novarum partium motus, conſervationem appellet, eò quòd impoſſibile ſit conſervari, quod inſtantaneum eſt, aut fluentis naturæ cum novæ partes, primum exiſtant, ne hæc controverſia in quæſtionem de voce quæ parvi foret momenti degeneret, ſed ut totam hypotheſin oppugnem. Quæro utrum Deus productâ ſemel ab initio certa motûs quantitate, ita influat in motus qui de novo fiunt, ut ſolus agat, cauſæque ſecundæ nihil omninô operentur, an verò hi motus à particularibus cauſis pendeant. Si hoc ſecundum admittitur, ergo dum corpus ad motum indifferens movetur, non tanquam primum principium aſſumi debet, quod motus hic ceſſare non debeat, ſed aſſignandum erit principium particulare, à quo novæ partes motus quæ nunquam in rerum natura extiterunt producantur. Puto autem tale principium in hypotheſi Cartheſiana aſſignari non poſſe; cùm enim materiam admittat ejuſdem ubique rationis, & conſequenter ad motum, & quietem indifferentem, ſolaque corporum differentia ex magnitudine, & figura conſiſtat quæ duo non ſint motus productiva, ſed tantum ſuſceptiva, nulla erit ratio cur aliqua entia motum etiam incboatum, per productioné novarum partium motus continuent: Id forſitan benè aſſereretur in hypotheſibus Atomorum Democriti, & Epicuri, quas ex natura ſua ad motum producendum determinatas cenſuerunt, ita ut cum primum ab aliis corporibus quibus implicabantur liberæ eſſent, motum & inchoarent, & inchoatum continuarent.

Si primum dicatur nempe Deum omnem motum de novo producere; cùm nihil de novo niſi motus, aut per motum prodireatur, Deus omnia producet, creaturis merè paſſivè ſe habentibus.

Quare in id tandem recidit hæc opinio, quod cauſæ particolares nihil efficiant, nulla ſit eorum virtus, ſed Deus omnia producat. In hunc ergo ſcopulum impingit hæc hypotheſis, quem tanquam inſcitiæ perfugium vitarunt omnes Philoſophi, nempe ut cauſam primam in ſingulis effectibus producendis advocarent. In caſſum igitur

effectuum

effectuom quotumcumqoe cauſas inquireremus, falsò diceretur ignis calefacere, ſol illuminare, aut aliquid hujuſmodi.

Si vero reſpondeas actionem dei tribui creaturis, quod ab his ad producendum motum determinetur. Quæram enim àn hujuſmodi determinationes, ſint aliquid à motu diverſum, vel ſint etiam ipſæ aliqui motus; ſi hoc ſecundum, ergo motus à cauſis creatis producitur; ſi ſint aliquid aliud, ergo de novo aliquid aliud producitur quam motus.

Si verò hæ determinationes ſint tantum formales, nempe quod ad eorum præſentiam, Deus aliquid producat, nempe quod Deus ſtatuerit ubi ignis alicui corpori fiet vicinus, in eo talem motum producere, id oon minùs abſurdum erit, qoam enim alienum ſit à cõmuni ſenſu nemo non videt.

Quare concludo aſſumi non poſſe tanquam priucipium per ſe notum, quod motus ſemel inchoatus continuari debeat, niſi aſſignetur cauſa particularis quæ in eum influat, novaſque eius partes producat.

PROPOSITIO III.

Phyſica.

Aliquis motus eſt ab intrinſeco, incipit nullo alio motu deſinente, aut deſinit nullo alio incipiente, neque ſemper eſt eadem motûs quantitas.

Hæc aſſertio ſecundum omnes partes eſt contra Carteſium.

Dico ergo primò motum aliquem eſſe ab intrinſeco.

Probatur. Motus quo moveor eſt ab intrinſeco, ergo aliquis. Probatur. Motus ille eſt in mea libera poteſtate, moveor enim cùm volo moveri, & non moveor cùm nolo moveri; ſed ſi eſſet ab extrinſeco, non eſſet in mea libera poteſtate. Probatur minor. Si motus quo moveor eſſet ab extrinſeco, & eſſet in mea libera poteſtate, deberet illud extrinſecum determinari à mea volitione; ſed inexplicabile eſt quomodo mea volitio determinet aliquod corpus ad movendum brachiom, aut pedes meos, cùm enim volitio ſit ſpiritualis, inexplicabile eſt quem influxum habere poſſit in corpora. Si enim dicantur ſpiritus qui ſunt in corpore, & qui perpetuò moventur, determinari ad hoc ut in unam partem moveantor, & ſecum deferant brachium, aut pedem, mánet tamen tota difficultas, nempe per quid determinentur, non per aliud quam per aliquem motú ab anima productum, ergo aliquis motus eſt ab intrinſeco. Quod igitur quietum erat, poteſt deſtruere illum ſtatum quietis, & producere ſtatum oppoſitum motus. Falſum igitur eſt, quod cuncta eundem ſtatum obtineant, quamdiu à cauſa extrinſeca ab eo ſtatu non dimoventur.

Dico ſecundò aliquem motum incipere alio non deſinente, atque adeo falſum eſſe quod nullus de novo producatur motus, ſed tantum ab extrinſeco communicetur.

Probatus. Motus quo moveor incipit de novo, cum anteà non moverer, ſed hic motus non communicatur ab extrinſeco, neque aſſignari poteſt ullum corpus, quod deſinat moveri ex eo quod movear. Non ſpiritus intra corpus meum contenti, qui potius per hunc meum motum agitantur, non aër vicinus qui cum anteà quietus eſſet, incipit & ipſe moveri, & circulationes peragere, ut mihi locum faciat, & relictum locum occupet, non aliqua materia ſubtilis, cujus motui non officio, etiamſi moveor.

Pariter aliquis motus deſinit nullo alio motu producto, quod ita demonſtro. Dum duo corpora mollia, & elaterii incapacia, ponamus ſive ex mollitie, & indifferentia ad omnem figuram, ſive quod nullo modo figuram mutent, ſibi invicem occurrunt cùm velocitatibus æqualibus, omnis eorum motus perit, ſed non producitur alter motus, ergo aliquando motus unus perit altero non producto. Non igitur tantum perit motus in ono corpore, quod occurrendo alteri corpori, illi communicari debeat, ſed multô magis eò quòd motus ſibi invicem ſint contrarii, ita ut dum corpora mota in ſe invicem adverſis motibus occurrunt, pereat uterque motus, nec reſtituatur niſi ab elaterio.

Ex quibus ruit omninô totum illud commentum, quod in rerum natura eadem aut æqualis perſeveret motus quantitas. Quare ſi ponatur materia ſubtilis habere motum continuum, cum illa ſit omnis elaterii incapax, utpote ad replendum omne ſpatium producta, cum plurimæ eius partes adverſis motibus ſibi invicem occurrant, & in tali caſu utriuſque motus pereat, qui ab aliis partibus reſtitui non poteſt, niſi tantumdem de ſuo amittant, tandem ceſſabit omnis motus, & tota illa materia ſubtilis quieſcet, niſi habeat in ſe motus principium, cum non tantum recipere poſſit ab extrinſeco, ſed etiam de novo producere. Qualem hypotheſin formarunt antiqui.

Ex his puto ruere totam hypotheſin Carteſianam, quæ multos motus fingit in materia ſubtili, nec tamen aſſignat illius motus ullam cauſam particularem ſed ſolum Deum, qui ab initio mundi, in materia certam motus quantitatem produxit.

PROPOSITIO IV.

Phyſica.

Motus motum non producit, nec eſt cauſa continuationis motûs:

Aſſero in hac propoſitione motum, à motu effectivè non pendere, atque adeo non continuari motum, eò quòd una pars motus ſequentem producat.

Sumo autem motú præcisè pró tranſlatione corporis, ſeu mutatione loci aut ſi vélis applicatione ſucceſſivâ mobilis, ad diverſa corpora.

Probatur. Omnis cauſa dum actu agit, exiſtit; & quod non exiſtit, omni virtute activa caret; ſed cum ſecunda pars motus producitur; prima non eſt; ergo talis productio non eſt à prima parte motus. Pariter dum corpus percutit aliud, deſinit motus in percutiente, incipit in percuſſo, certum eſt motum percuſſi, non poſſe produci à motu percutientis. Quia eò inſtanti quo primum eſt & producitur motus in percuſſo, deſinit eſſe in percutiente, nec ſimul unquam eſt uterque motus, certum eſt autem, quod cauſa & effectus ſaltem uno inſtanti ſimul exiſtere debeant:

PROPOSITIO V.

Phyſica.

Cauſa continuationis motûs in corporibus ad motum, & quietem indifferentibus, non eſt materia ſubtilis, ad motum producendum determinata.

Cùm præcipua continuationis motus difficultas petatur ex eius ſucceſſione, quæ ſemper præſentem cauſam productivam exigat, ex Antiquioribus nonnulli in motu præter hanc ſucceſſivam ad diverſa corpora applicatiooem, aliquid pennanens in eo admiſerunt, quod conſequenter ſolo egeret influxu conſervativo, & ſe haberet ut cauſa reſpectu ſucceſſivi. Admiſerunt ergo certa corpuſcula ab aliis cotporibus non tantum qnoad figuram & molem, ſed etiam ſubſtantialiter diverſa, quæ eſſent motûs productiva noo tantum in ſeipſis, ſed etiam in aliis corporibus, cùm quibus vis eorum activa ſufficientem haberet proportionem. Hæ entitates poterant ab uno in aliud ſubjectum migrare, atque adeo communicatio motûs benè poſſet intelligi, pariter quod initio Deus certam quantitatem motus aut corpuſculorum motivorum creaverit.

Motus ſemel inchoatus in hac hypoteſi non ceſſabit, quia ſi hæc corpuſcula ſemel mobilis poros ſubeant, nunquam à motu in eo producendo ceſſabunt, donec in obicem incurrant, in quem ſcilicet tranſeant, atque ita benè explicatur quomodo tantum de motu in primo mobili decedat, quantum alteri communicatur. In hac item hypotheſi explicatur ſatis appoſitè, primum mechanicæ principium, quod præcipuè in hoc libro intuemur, nempè illud majores vires habere, quod habet majorem motum, nempè quia majorem haberet horum ſpirituum copiam. Atque ita motum, non ut cauſam alterius motus intueremur, ſed tantum ut ſignum plurium ſpirituum.

Dico tamen hujuſmodi ſpiritibus tribui non poſſe continuationem motùs corporum ad motum, & quietem indifferentium, ſeu lapidem à projiciente ſeparatum non moveri ab hac ſubtiliori ſubſtantia. Vel enim hæc ſubſtantia de novo producitur, vel aliundè adducitur. Si primum vel per creationem, vel per eductionem; non primum cùm nulla creatura creari poſſit. Si vero educatur, aſſignanda eſſet materies è qua educeretur, non lapis qui jam habet formam ſubſtanrialem, quæ non perit. Idem dico de aëre.

Non etiam aliundè advehitur; quâ enim arte advocaretur, & in lapidem introduceretur. Improbabile enim eſt hanc materiam mobilem, & ad omnem motum indifferentem ubiqne occurrere, ita comparatam, ut ubi motus aliquis inceperit occurrat illicò pro menſura motûs, quantum ſcilicet neceſſarium eſt, ut æqualis motus cootinuetur, ita ut motus ſit conditio ut ſe ſe inſinuet. Quare dum globum malleo percutio, ex ipſo aëre erumperet hæc materies, non ex ipſo malleo cùm tamen tantum de ſuo motu amittat, quantum eſt motus globo impreſſus.

Deinde ut hæc materies in poros corporis ſe ſe inſinuaret, ejiciendus eſſet aër, qui cùm non ejiciatur niſi per motum, alia materia opus eſſet ad eum movendum.

Secundô dum homo pedem movet; vel id præſtat ſine hujuſmodi materiâ, vel indiget eius influxu. Si primum, ergo ſine interventu talis materiæ ſicut motum inchoare potui, eundem continuabo ſine illo; ergo jam habemus aliquem motum ſine interventu talis materiæ perfici, & continuari poſſe. Si verò ſine hujuſmodi corpuſculis motum iochoare non poſſim, videndum quâ arte determinentur à mea voluntate ad hunc motum inchoandum.

Tertiò, cùm duo corpora mollia omniſque elaterii expertia adverſis motibus ſibi invicem concurrunt, ceſſat omnis motus. Quæro quò abeat illa materia, & an movere deſinat. Non videmus corpora vicina magis moveri, quam ſi hæc corpora vim elaſticam obtinerent, in hoc caſu regrederentur, ſuamque materiem conſervarent.

Hanc motricem materiem igneam fecerunt nonnulli, eò quòd velociſſimus motus, & calorem, & ignem accenderet, ſed multi ſunt modi in ſingulis hypotheſibus ad explicandam hanc connexionem motus cùm calore, qui ex motu tantum ſequitur, ob latentes in ſingulis corporibus ſpiritus igneos. Aliæ in aliis afferuntur.

PROPOSITIO VI.

Phyſica.

Simplex recurſus medii fluidi, in quo motus peragitur non eſt cauſa continuationis eius.

Hic modus explicandæ continuationis motus, in projectis, ſcilicet à principali motore ſeparatis, per recurſum medii nempè aquæ, aut aëris in quo perficitur, à multis Ariſtoteli tribuitur, dupliciqne modo defenditur.

Primus ſimplicem aëris recurſum ut continuationis motus adæquatam cauſam conſiderat.

Secundus præterea vim elaſticam aëris advocat, quâ compreſſus ſe ad priſtinum ſtatum reducit. In hac propoſitione primus modus impugnatur.

Medium in quo perficitur motus projectorum, eum continuare noo poteſt, quin ipſum moveatur, toto illo tempore, ergo quin ejuſdem medii continuetur motus; ergo pariter aſſignari debebit cauſa continuationis motus eius, ſed nulla aſſignari poteſt, non agens principale, verbi gratia, manus, quia hæc quieſcere ſupponitur, non aër qui tam eſt ad quietem, & motum indifferens, quam lapis, non aliud medium, ne detur progreſſus in infinitum.

Neque juvat quodquam quod aër dicatur à tergo recurrere, nam eodem tempore quo lapis A movetur antrorſum in B, aër qui erat in B aliò migrat, nempe in C; & qui in C, in D; & ita conſequenter, ſi nulla detur coodenſatio abſolvitur tota circulatio, recurſus igitur aëris exiſtit eodem tempore quo lapis movetur ex A in B, ſive recurrat ad replendum vacuum; ergo dum replevit ſpatium A relictum à lapide, quod eodem tempore fieri oſtendi, nulla erit cauſa continuans motum aëris. Neque recurrere potes ad metum vacui, qui metus ceſſat, ubi aër occupavit ſpatium à corpore relictum.

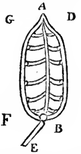
Secundò, tanta eſt reſiſtentia in aëre anteriore, ad impediendum motum lapidis quanta poteſt eſſe vis activa aëris à tergo recurrentis: vis enim activa aëris componitur ex eius entitate, & motu, reſiſtentia pariter aëris anterioris

componitur

componitur ex eius entitate, & motu, ſeu velocitate, utrobique eſt æqualis entitas, & æqualis velocitas; ergo vis activa aëris recurrentis æqualis eſt reſiſtentiæ aëris anterioris, ergo eſt æquilibrium quoad hoc, ſed præterea motus producendus eſt in mobili.

Tertiò, dantur aliqui motus perſeverantes, etiam ceſſante motore principali in quibus nullus eſt recurſus medii, ergo continuatio motus tribui non debet medio. Probatur antecedens. Turbo, aut rota quæcumque circa centrum volubilis ita movetur, ut ſpatium quòd ab una parte deſeritur, ab alia occupetur, ita ut nullus detur recurſus medii, hi tamen motus ceſſante causâ principali continuantur. Neque dici poteſt una pars movere aliam; primò quia reſiſtentia unius, æqualis eſt reſiſtentiæ alterius; ſecundò quia quæri poteſt quis continuet motum partis impellentis.

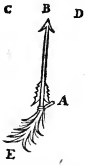
Quartò, optimè diſtinguit Joannes Alphonſus Borelli duo genera motuum quæ in medio fieri



poſſunt. Primum erit eorum corporum quæ vehuntur in medio fluido tranſlato, ut navicula quæ ſecundum curſum fluvii defertur, habetque hanc proprietatem ut ſi temo B E in partem unam F detorqueatur, prora A in D, ſeu in contrarias partes, abeat. Cùm enim remo BE à fluido impellatur, ſecundum lineas lineæ A B parallelas, detorquebitur verſus F, & conſequenter prora A reſpiciet punctum D; tota tamen navicula eundem curſum tenebit, procedétque per lineas lineæ A B parallelas, hoc eſt ſitus ejus obliquus erit, non tamen curſus. Alia moventur in fluido quieſcente, à vi aliqua interna, aut ab externo impulſore, diſtincto à medio, ut piſces in aqua, naves in mari à vento impulſæ, hæc autem mobilia ita ſe habent, ut ſi temo ſeu gubernaculum inflectatur in F, prora A non feratur in D; ſed in G. Cùm enim gubernaculum incurrat in aquam, perinde erit ac ſi aqua in ipſum incurreret; ſed ex G in F, ſeu contrarium haberet curſum, ex quibus videtur demonſtrari projecta deferri, non à fluido, ſed à vi aliqua interna.

Cùm enim projecta non habeant proprietates primorum mobilium, ſed ſecundorum, in eorum claſſem referri debent. Probatur autem antecedens experientiis. Dum navis à ventis impulſa ſublatis velis continuat motum, ſi id fieret à medio fluido, obverſo temone non obliquaret curſum, & prora non tenderet ad eaſdem partes ac gubernaculum, hoc eſt ad partes G temone obverſo ad F, quod tamen facit, & eſt adeo verum ut ſi gubernaculum diutiùs in eodem ſitu detineatur, navicula totum circulum abſolvat, contrariumque curſum ineat.

Idem argumentum fieri poteſt de ſagitta AB, cui ſi adjungatur palmula A E in unam partem,



cuſpis A feretur in C, immo circulariter movebitur, eodemque fere modo quò pyrobolum, cui ſimilis adhibeertur palmula. Certum autem eſt pyrobolum à virtute ignis ipſi indita moveri, ergo pariter ſagitta, non à medio fluido, ſed à virtute ipſi indita movetur.

Quintò, ſi projectorum motus eſſet à medio fluido, quo gravius eſſet mobile, eo citiùs ceſſaret eius motus, cùm tamen contrarium experiamur. Antecedens probatur. Corpus gravius difficiliùs movetur quàm minus grave, ergo idem aëris recurſus difficiliùs movebit corpus gravius, quod conſequenter citiùs quieſcet; Experimur tamen corpora graviora ſemel mota diutiùs moveri, & ad majorem diſtantiam ferri, ita ut reſiſtentia medii minorem vim habeat.

Sextò poſſet ſecludi recurſus medii in aliquo corpore, verbi gratia, ſi vectores qui cimba vehuntur, ſtent in cubiculo clauſo & ceſſante motu cimbæ, eò quod ad littus appellat, ulterius provehuntur & proni cadunt, ſignum erit demonſtrativum, continuationem motus, non medio ſeu aëri recurrenti tribuendam eſſe, ſed virtuti quæ mobili inſit.

Septimò ſi in parte poſteriori ſagittæ, aut alterius projecti, annectatur corpus aliquod flexibile, & leve, ut capilli, ſi continuatio motus procederet ab aëre recurrente, corpus illud flexibile adhærere deberet ſagittæ, & ad illam impelli, cùm prius ab aëre impellantur, quàm ipſa ſagitta, contrarium tamen experimur, nempe capillos fluitare, & ſequi ſagittam à qua trahuntur; ergo aër non recurrit, aut recurſus eius ſagittam nullo modo promovet.

An elaterium medii ſit cauſa continuationis motûs.

PROPOSITIO VII.

Phyſica.

Virtus elaſtica motum aliquem continuat motuſque velociſſimi ab ea procedunt.

Cùm expendendum ſuſcipiamus an virtus elaſtica medii, motum projectorum continuare poſſit,

 aliqua

aliqua circa virtutem elaſticam præmittenda cenſui. Dico ergo virtutem elaſticam continuare poſſe motum, licet ſit ipſa effectus ipſius motus; arcus enim non tenditur niſi per motum, arcus tamen, ita tenſus motum producit diſtinctum quidem ab eo; quo adducitur, ei tamen non imparem ex quo fit, ut ſit ſatis legitima ea ſuſpicio, an nempè medio talis virtus inſit, quæ licet à primo mobilis motu ortum ducat, eum tamen continuare poſſit.

Primò quidem arcus adductus dum ad ſtatum, & ſitum naturalem ſe reducit ſagittæ motum velociſſimum imprimit. Horologium automatum ſola vi elaterii intra tympanum incluſi animatum per 24 horas movetur, horas indicat & pulſat.

Motus quo ſilex in tudiculam illiditur ab elaterio procedit.

Corda ærea, aut ex animalium inteſtinis confecta, ſi bene tendatur, illiſum in ea globum, ad æqualem fere diſtantiam remittit, eadem dum impulſa redit, conciſis oſcillationibus movetur & ſimilemque tremorem aëri imprimit.

Omnia ſonora vi elaſtica prædita ſunt, quum impulſa aliquandiu vibrantur.

Aër ipſe undulatur, ſeu per vices dilatatur, & comprimitur, & in hac undulatione, multi ſonum poſitum eſſe cenſent.

Addo inſuper, quod ſi ſub nomine elaterii eam vim præſertim liquidorum ut rareſiant, majoremque locum occupent intelligamus, vehementiſſimos motus ei virtuti eſſe tribuendos. Ita ventis, turbines fulmina, tonitruaque cæteræque tempeſtates, à rarefactione ortum habent. Exiguus pulvis de repentè inflammatus maximum fragorem in tormentis bellicis edit.

Moderatiùs agit Æolipila, quæ aquæ in vaporem, & ventum mutatæ, tam diuturnum motum imprimit. Aër pariter in ſclopeto pneumatico compreſſus glandem plombeam magno impetu emittit.

Ex quibus concludere licet vehementiſſimos motus ab elaſtica virtute procedere.

PROPOSITIO VIII.

Phyſica.

Argumenta quæ probant continuationem motûs projectorum tribuendam eſſe elaterio medii.

Non inquiro in hac propoſitione naturam elaterii, ſed eam ſum in fine hujus tractatus fuſiùs explicaturus. Suppono igitur elaterii majores vires non eſſe à virtute, quæ ad illud adducendum, aut inflectendum impenditur, atque adeo ab eo majorem motûs quantitatem produci non poſſe, ea quæ in eo producendo impenditur. Suppono item Elaterium agere in illam partem ex qua minus illi reſiſtitur.

Dico ergo primò. Corpus durum, in aëre motum, aliquam condenſationem & dilatationem in eo producere.

Probatur. Aliquod mobile in aëre libero condenſationem producit: ergo omnis motus idem præſtat. Sonus in opinione quæ etiam apud plurimos Peripateticos invaluit, aut à tremore corporis ſonori, aut ſaltem cùm illo conjunctus eſt, qui tremor non ſine condenſatione, & dilatatione ejuſdem aëris perficitur, vel nulla poſſet afferri ratio, cur non in inſtanti, ſed cùm aliquo tempore ſonus propagaretur. Si enim prima pars aëris ſequentem impellit, & ita conſequenter, ſonus ad quamcumque diſtantiam in inſtanti propagabitur; quod tamen experientiæ repugnat. Admiſsâ autem vel modicâ condenſatione, facilè ſucceſſionem explicabis. Prima enim pars ſecundam impellit eamque condenſat, hæc dum reſilit, & ad ſtatum naturalem ſe reducit, tertiam impellit, atque ita deinceps. Hujus rei exemplum aliquod habemus in pluribus globis eburneis ordine diſpoſitis, & ſe tangentibus, quorum ſi primum percurias flectuntur omnes, & reſiliunt, ſoluſque ultimus motum concipit; quæ omnia licet ſucceſſivè fiant, non advertitur tamen hæc ſucceſſio, eò quòd pauci ſint illi globi, & elaterium habeant incitatum, ſeu promptum. Secundò, dum mobile movetur, primamque aëris partem impellit, niſi ſecunda ſtatim loco cedat, ſed aliquantulum reſiſtat, neceſſariò ſequetur aliqua condenſatio; ſed clarum eſt reſiſtere, niſi enim reſiſteret, nulla eſſet ratio cur potius ad latera recederet, quam ſecundum lineam rectam moveretur: recedit igitur quia tot partes in directum poſitæ huic impulſui reſiſtunt, quare intervenit aliqua reſiſtentia; ergo & condenſatio. Hujus compreſſionis, & dilatationis etiam alternæ, & per vices, exemplum manifeſtum habemus in Pyraulicorum organorum follibus. Quoties enim nimium à fiſtulis, ſeu à principali machina diſtant, per vices in canalibus dilatatur, & condenſatur aër, tremoremque inducit, quo fiſtularum ſonus, mutabilis evadit, & per vices acutior, & gravior redditur.

Ratio à priori eſt imperfecta aëris liquiditas, partes enim eius intricantur nec facilè disjunguntur ut loco cedant, & circulationem perficiant. Exinde defatigamur ambulando, difficultatemque experimur, invenitur ergo reſiſtentia. Quare ſi partes ſtatim non cedunt loco, ſequetur neceſſariò condenſatio in aëre præſertim, qui tam facilè comprimitur, ut aliquando vix centeſimam partem ſpatii conſueti occupet. Hujus reſiſtentiæ ſignum habemus in rotulis puerorum, quæ ab aëre reſiſtente, dum currunt in orbem moventur.

Quartò, quoties aliquis à nobis paulò diſtans, velociter movetur, ſentimus aliquem ventum, poſtquam pertranſiit, ſed hic motus aëris ceſſante motore, non poſſet aliam cauſam habere quam dilatationem aëris ſe ad connaturalem ſtatum reducentis, ergo tale mobile in aëre condenſationem produxit.

Quintò, improbabile videtur ut dum ventus maximum aëris tractum commovet, id præſtare poſſit, ſine ulla condenſatione, ex ea forſitan provenit, ut ventus non continuò, ſed quaſi per vices ſpiret, aëre per vices condenſato & moto. Hæ venti interruptiones aliter explicari non poſſunt; nam ſi ventus à vaporum, aut exalationum rarefactione oriatur, cùm hæc ſenſim, & ſine ulla interruptione perficiantur, nulla eſſet harum interruptionum cauſa, niſi aliqua condenſatio interveniat.

PROPOSITIO IX.

Phyſica.

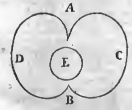
Rationes quæ probant, continuationem motûs projectorum elaterio medii tribuendam eſſe.

Corpus durum ſeu ſolidum, motum à potentia

quacumque

quacunque, cui conjunctum erat in aëre produxit aliquam condenſationem, qui virtute ſua elaſticâ, ſe ad priſtinum ſtatum reducit, addo quod hæc virtus præcipuè ad partes poſteriores illius mobilis exerceatur, illudque impellat.

Omne enim elaterium in eam præcipuè partem exercetur, in qua minorem offendit reſiſtentiam, ſed minorem offendit reſiſtentiam verſus partes poſteriores, mobilis ergo verſus eas præcipuè exercetur. Probatur antecedens elateria liquidorum talia ſunt ut non magis in unam partem determinata ſint, ſed in eam præcipuè agant, quæ minùs reſiſtit. Ita aër intra folliculum violenter intruſus, erumpit quâ exitum nanciſcitur; ita elateria etiam rarefacta, unâ parte adducuntur & aliâ agunt. Probatur minor. Aër dilatatus minus reſiſtit quam compreſſus, ſed aër ad partes poſteriores dilatatus eſt, eò quòd mobile illi loco ceſſerit, ergo verſus eas partes elaterium partium aëris compreſſarum præcipuè ſuas vires exerit, fit ergo aliqua aëris circulatio. Nempè corpus E moveatur verſus A, eas partes condenſat, locum-



que facit partibus B ut dilatentur. Dum vero partes A dilatantur à vicinis ad circulandum determinantur, eò quòd cæteræ reſiſtant, partes vero B non ita. Modus hic agendi per circulationem novus non eſt in natura; nam primo in aëre omnes circulationem admittunt. Simile exemplum in gravitatione liquidorum animadvertimus. Si enim in aquam demergatur corpus gravitatis minoris quam aqua, ab ea quaſi reflexè gravitante attolletur.

Probo igitur poſitivè aërem poſſe continuare motum corporis impellentis. Omne elaterium ferè motus quantitatem producere poteſt æqualem ei à qua in ſtatum violentum reductum eſt, ſed aër per motum mobilis compreſſionem paſſus eſt, habetque vim elaſticam; ergo ferè æqualem motùs quantitatem producet ei quæ contra illum impenſa eſt; ſed præcipuus eius impulſus eſt ad partes poſteriores mobilis, ergo poteſt in eò æqualem fere motus quantitatem producere.

Confirmat hanc propoſitionem vis elaterii cujuſcumque, quæ tanta eſt, ut deſtructo motu directo, reflexum ei circiter æqualem producat; ita folliculus in corpus durum impactus, compreſſionémque paſſus reſilit: ergo continuatio motus in mobili non eſt effectus ſuperans virtutem elaterii: tota differentia eſt quod elateria corporum duriorum determinata ſint ad agendum ſecundum unam lineam. Virtus autem liquidorum niſum habeat in omnem partem, in eamque ſuam vim exerat quæ minus reſiſtit.

Secunda ratio peti poteſt ex rejectione aliarum opinionum, quam hic repetere non debeo.

Tertia ratio peti poteſt ex motibus maximè violentis, quæ ex rarefactione oriuntur, ex ſoni item propagatione quam in aëris tremore & undulatione poſitam multi volunt. Hæc autem undulatio ſenſibilis propagatur, tormenti enim bellici bombus vitreos cancellos ſuccutit, immo ad tubæ, & tympani ſonum ædificia tremere notamus, vis enim maxima eſt elaterii. Ita dum digito terimus labra ſcyphi vitrei, ſubſultat, tremit totus liquor, multæque guttulæ exiliunt. Pariter ſi ſcyphus menſæ imponatur, leviterque percutiatur, ut dignoſcatur eius tonus: ſi peritus muſicus ad duplicem octavam aſcenderit ſcyphus diffringetur.

Optimè item hoc elaterio aëris explicabitur gravium decidentium acceleratio, ut videbimus cùm de motu gravium agemus.

PROPOSITIO X.

Phyſica.

Rationes quibus rejicitur vis elaſtica medii, ut cauſa continuationis motûs.

Ex motibus circularibus petitur prima ratio, propter quam rejicitur vis elaſtica medii, tanquam cauſa continuationis motûs. Aſſumatur in exemplum rota, quæ circa axem ita volvitur ut partes quælibet in locum aliarum ſuccedant. In tali caſu datur continuatio motus, ſine ulla medii compreſſione, & conſequenter, ſine ullo eius elaterio. Neque enim aër impellitur, ſed ſimpliciter una pars rotæ in alterius locum ſuccedit.

Reſponderi poſſet, rotam non eſſe ita levigatam, ut ab aëre non ſtringatur, adhærente ſcilicet, eò quòd undique ab alio aëre gravitante comprimatur, quare à rota circumacta avehitur, & cùm partes eius irregulares ſint, in ſe invicem incurrunt, & compreſſionem patiuntur.

Sed reponi poteſt, quod ſi hoc eſſet, motus eò foret minus diuturnus quo rota exactius foret tornata, & minus ſcabra. Quod tamen eſt contra experientiam, politura enim magis adjuvat diuturnitatem motus.

Secundò, objicitur. Si continuatio motûs à medii virtute elaſtica oriretur, medium cujus elaterium fortius eſſet, diuturniorem motum redderet, ſed aër craſſior habet vim elaſticam majorem, ergo in eo motus eſſet diuturnior, cùm tamen notent authores rei tormentariæ, globum æneum incurrentem in aërem vapidum, ita retundi, ut ictus evadat multis partibus debilior. Ita pendulum intra machinam Boylanam incluſum, poſt eductum multum aërem, diutius in motu perſeverat.

Quamvis reſponderi poſſit huic inſtantiæ, elaterium aëris craſſioris in aëre craſſiore vires majores non habere, quàm rarioris in rariore, præcipuè cùm aliunde circulatio difficiliùs perficiatur.

Objicitur tertiò. Ponamus duos globos æqualis molis, ſed gravitatis inæqualis, æquali velocitate motos eſſe, verbi gratia ligneum, & metallicum, idem erit elaterium aëris ab utroque motu productum; ſed qui à ligneo globo productus eſt, motum æqualem in ligneo globo continuare poteſt, ergo æqualem in globo metallico non producet, cùm major virtus requiratur ad producendum motum in corpore graviore; ex quo ſequeretur motum gravioris globi eſſe minus diuturnum, quod eſt contra experientiam.

Idem

Idem dico de globo metallico intus vacuo, qui eandem in aëre compreſſionem efficiet.

Hoc argumentum mihi videtur efficax. Reponi quidem poſſet quod ſi duo globi ejuſdem molis, nempe ligneus, & metallicus, eâdem velocitate feruntur, quod metallicus majus in aëre elaterium producet, ſicut majorem ictum efficeret in clavum. Sed contendo non debere neque majorem ictum efficere in clavo, aut majus elaterium producere in aëre, niſi quia ſingulæ partes habeot aliquid quod agit, & in clavum, & in aërem.

Objiciunt quartò. Poſtquam mobile ſeparatum eſt ab agente principali, aër non habet ſufficientes vires ad continuandum eius motum, & ad producendam virtutem elaſticam in alio aëre; debet enim utrumque præſtare, nam reſiſtentia ſecundi aëris ne comprimatur, æqualis eſt virtuti elaſticæ primi aëris; ergo ex eo capite jam eſt æquilibrium & præterea continuare debet motum mobilis; Reſpondent nonnulli, propterea imminui ſenſim motum projectorum. Hæc tamen reſponſio non infringit vim argumenti.

PROPOSITIO XI.

Phyſica.

Qualitas impreſſa, ſeu impetus, ut cauſa continuationis motus adſtruitur.

Peripateticorum plerique in hoc præcipuè puncto Ariſtotelem ſoli medio, continuationem motus tribuentem deſerentes, aliquid permaneus in ipſo motu introduxerunt, qualitatem ſcilicet quæ in projectis à cauſa principali ſeparatis producetet. Qualitateio atomis ſupra relatis duplicem ob cauſam prætulerunt. Prima fuit quod cùm in mobili nullam diviſionem adverterent, nulloſque poros quibus hæ atomi introducerentur, facilè ſibi perſuaſerunt, ſi aliquid de novo adveniret illud eſſe accidens, quod nempè cùm eo compenetraretur. Secunda ratio fuit quod hæc qualitas facile poterat ab agente principali produci, hoc eſt educi ex mobili, atque adeo non eſſet, aliundè advocanda. Ita benè explicabatur actio projicientis in projectum, tanquam vera productio.

Ut explicem, ſuppono quod jam ſupra probavi, motum ſumptum pro ſimplici entitate ſucceſſiva, ab alio motu anteriori effectivè non pendere, atque adeò cauſam continuationis motûs à motu ita ſumpto diverſam eſſe. Eam item diverſam eſſe oportet ab agente principali, quod ſæpè quieſcit, & ab omni actione ceſſat, projecto motum continuante.

Probatur igitur Aſſertio. Lapis à manu emiſſus magnâ velocitate fertur per aëra, etiam contra naturalem propenſionem quâ gravia ad centrum terræ feruntur; debet igitur aliquid in ea admitti quod prius non habebat, quod neque ſit motus ſumptus ei modo, nec aliquod ſucceſſivum, ſed permanentis naturæ; illud vocabimus qualitatem impreſſam.

Illud permanens receptum in mobili diverſimodè à multis conſideratur, aliqui enim volunt ut hæc qualitas impreſſa motum producat, ſeu ubicationes fluentes, aut applicationes ad diverſa corpora. Alii verò exiſtimant hanc qualitatem eſſe tantum exigitivam diverſarum ubicatioonum, aut applicationum.

Alii verò hanc qualitatem volunt motum eſſe, ita ut in motu nihil ſit niſi entitas permanens, quæ quandiu eſt in mobili, illud formaliter per ſe moveat, ita ut hæc applicatio ad diverſa corpora, ſit tantum reſultantia, & per accidens ſe habeat ad motum. Ego vero in hac propoſitione diverſos iſtos modos explicandi non expendo, modo in motu admittatur aliquid permanens compenetratum cùm mobili, neque quæro an ſit qualitas vera, & abſoluta, vel modus, perinde mihi eſt; neque enim probari poteſt poſitivè quod ſit qualitas. Volo ergo ut iſtud ſe habeat, per modum cauſæ, aut quaſi cauſæ reſpectu illius quod ſucceſſivum in motu conſideratur, ſi verè tale datur.

Ratio igitur præcipua petitur à motu qui non ceſſat, etiam abſente, aut quieſcente cauſâ principali, ut accidere in projectis animadvertimus triremem Videmus ex præconcepto impetu aliquandiu velociter per aquas decurrere, ceſſantibus licet remigibus, & remos attollentibus. Ita rotæ, aliæque machinæ ſimiles non ſiſtuntur ubi potentiæ actio deſinit: ergo aliquid eſt permanens in hoc motu, cùm ſucceſſivum quodlibet ſubitò deſinat, & ab alio ſucceſſivo eſſe non poſſit.

Secunda ratio quæ qualitatem impreſſam demonſtrare videtur, petitur à gravium decidentium accelerato motu. Certum eſt enim gravium decidentium velocitates augeri, ita ut ſi primò quocunque tempore percurrant aliquod ſpatium, verbi gratia, unum pedem, ſecundò triplum, tertiò quintuplum perficiant, & ita conſequenter ſecundum ſeriem arithmeticam numerorum imparium, quæ omnia ſunt in confeſſo apud omnes, certiſque & indubitatis experimentis comprobantur. Unde ſic argumentor, Hæc acceleratio ſoli gravitati tribui non poteſt, quæ cùm eadem perſeveret, æqualem motum, & non velociorem producet.

Neque verò ſolveretur difficultas etiamſi admitteretur gravitatio fieri ab impulſu materiæ ſubtilioris, deſuper incumbentis, & cootinuis ictibus corpora gravia percutiẽtis. Contendo enim continuos & repetitos ictus motum non augere, niſi in motu aliquid producatur, quod ſit permanẽtis naturæ. Nam recentiores philoſophi cenſent, quod ſi corpus quod jam movetur, impellatur, ſeu percutiatur, augebitur eius motus; quod quidem experientia probatur; ſed ab his authoribus ratio noo exquiritur. Volo igitur hac experieotia egregiè adſtrui qualitatem impreſſam; explicari enim aliter non poteſt cur per impulſus æquales augeatur motus, niſi admittatur aliquid permanens ſingulis ictibus produci. Rejicio enim ut homine philoſopho indignam eam hypotheſin, quæ in rebus phyſicis ad ſanctuarium tanquam ad azylum ignorantiæ recurrit, aſſeritque Deum decreviſſe ut quoties motus alicujus corporis obicẽ offenderet, toties tantumdem motûs in ipſo obice produceret.

Proponatur ergo globus A certà velocitate delatus, qui à globo B percutiatur, clarum eſt quod ſi nihil ſit permanens in motu, hoc eſt nihil perſeveret ex priori motu, impulſus ille majorem in globo motum non producet quam ſi idem globus immotus fuiſſet, dum percuſſus eſt. Ut igitur eam experientiam cui inniteris explices, aliquid in motu quod ſit permanens, & quod novo impulſu augeatur, ſit modus; ſit qualitas parum intereſt.

Tertiò, ſi malleo clavum percutiam, quò longius erit eius manubrium eo altiùs infigetur clavus,

vus, ideò ſanè, quia tunc velocior eſt motus, ſed niſi daretur qualitas impreſſa, hæc major velocitas ad majorem percuſſionem nihil conferret. Nam motus motum ſubſequentem non producit, cùm ergo tunc infigatur clavus, cùm malleus ceſſat à motu, immò cùm jam regreditur, dicendum à majori impetu mallei, impetum permanentem eſſe productum, qui perſeveret ipſo malleo regrediente.

Quartò, alias ſimiles experientias ad idem ſpectantes congerere poſſumus. Tam velocem motum, initio producere non poſſum, quàm poſteà ac quando motum conceperit, ſed ſi motus omni ex parte ſucceſſivus eſſet, incapax eſſet omnis intenſionis, hoc modo cùm tempore auctæ. Si enim omnia quæ ſunt in motu, talia ſunt ut ſequenti tempore non ſint quod antè fuerint, nihil juvabit præſentem productionem motûs.

Experimur item ut validior evadat percuſſio, neceſſarium eſſe ut brachium altiùs elevem, removeamque à corpore percutiendo, item ut retrocedam aliquantulùm, ut detur ſpatium aliquandiu movendæ manus, antequam fiat percuſſio, quæ alioquin infirmior erit, etiam quocunque adhibito conatu.

Pariter campanam ſenſim ad motum maximum adduco, modo in ſingulas eius vibrationes aliquid addam, ergo aliquid ex præcedenti motu perſeverat.

Si animalis cujuſcumque currentis pedes ſiſtantur, cadet illud animal, eò quòd reliquæ partes ex præconcepto impetu, ulteriùs ferantur. Equi ad curſum incitati difficillimè ſiſtuntur, & inhibentur, ſolentque pedes anteriores attollere ut contrario motu, conceptum impetum retundant, & deſtruant.

Dum cimba velociter fluens in littus etiam molliter appellit, vectores ita in partes anteriores inclinantur ut difficillimè caſum cohibeant.

Si eadem eſſet ſemiplena aqua; in ipſo appulſu aqua ulteriùs excurreret. Globus in triremi velociter decurrente, ex ſuprema antennæ pinna demiſſus, non deſcendit perpendiculariter, ut alia gravia, ſed parabolicam lineam decurrit, mixtam ſcilicet ex motu perpendiculari, quem à gravitate accipit, & ex motu horizontali, quem ut conjunctus triremi habuerat, & quem ſeparatus conſervat; ergo aliquid perſeverat de motu illo horizontali.

Revocari poteſt ratio à Borello excogitata, & ſupra relata. Nempe quâ oſtendit mobilia quæ à virtute interna aguntur, ita ſe habere, ut quâcumque directione corpus obvertant, ſecundum eam curſum peragant, & motum perficiant, & viciſſim quæ mutatâ directione axis, mutant etiam lineam motus, eâ impellantur à virtute intrinſeca. Sed clarum eſt projecta ita ſe habere ut ſi caſu aliquo, detorqueatur axis directionis, hunc viam arripiant, mutentque lineam ſui motûs: ergo feruntur à principio intrinſeco, & non ab aliquo extrinſeco. Major patet inductione. Piſces in aqua, volucres in aëre, quocumque obvertantur eò feruntur. E contra navis in fluvio delata etiamſi prora in unum litus obvertatur, priorem tamen directionem ſequitur. Navis dum velis utitur vento obſequi cogitur. Complicatis autem velis, quamcumque directionem arripuerit, eam ſequetur, non aliam ob cauſam, niſi quia à virtute ſibi intrinſeca, nempe ab impetu præconcepto movetur.

PROPOSITIO XII.

Phyſica.

Qualitas impreſſa impugnatur.

Objicitur primò. Si daretur impetus, eſſet cauſa motus, ſed non eſt cauſa motus, ergo non datur. Major videtur certa. Ideo enim tantum admittitur ut abſente principali agente motum producat, & continuet. Probatur prima minor. Nullum corpus quietum impetum producit, ſed neceſſarium eſt ut prius moveatur, quam ut reddatur potens producere impetum. Immò videtur eius motus eſſe menſura ſuæ virtutis.

Reſpondeo Impetum poſſe dici cauſam motus ſumpti pro ſucceſſivo, ſi tamen illud ſucceſſivũ eſt aliquid aliud quã mera reſultantia, nempè ſi detur aliquid ſucceſſivum, quiſque ſecundum ſua principia philoſophetur. Nullus igitur datur motus ſine impetu. Agens quietum nempè quod quieſcebat, in ſe producit impetum quo movetur. Quia autem non producit impetum in alio ſubjecto, niſi in quantum ſuo motui obſiſtit, ideò in alio impetum non producet quin moveatur, non quod motus eius ſit cauſa impetus, ſed potiùs impetus quem habet, impetum in alio corpore non producet, quin ipſi occurrat, & impediat eius finem nempe motum, vel ſi vis, eius effectum formalem, nempè fluxum.

Objicitur ſecundò. Si impetus eſſet vera qualitas, primo inſtanti totum ſuam haberet intenſionem; omnia enim agentia quæ ſunt qualitatum carentium contraria productiva, eis in inſtanti totam ſuam intenſionem tribuunt. Ita videmus lumen non augeri per gradus, idem in ſpeciebus intentionalibus, idem in ſono; nulla eſt enim ratio cur hæc ſola qualitas cùm tempore augeatur. Certum eſt enim quod mobile initio tam celeriter moveri non poſſit, ſed motum ſuum quaſi per gradus augeat; potentia enim, ut volunt, certum tantum effectum producere poteſt, certo, & determinato tempore verbi gratia unum gradum qui cùm ſit permanentis naturæ, & non deſtruatur niſi obicem offendat, à quo impediatur eius effectus, totus perſeverat, cui ſecundò tempore alius gradus ſuperveniet. Ita etiam dum in alio mobili repetitis ictibus adduntur novi gradus impetus.

Reſpondeo multa dici à nonnullis de qualitatibus iſtis carentibus contrario, quæ non ſunt uſque adeo certa. Nullas qualitates intentionales à lumine diſtinctas volunt, nec ſonum à motu. Quare tota difficultas petitur à lumine. An luminoſum dum accenditur, totum in inſtanti in ſeipſo lumen producat, an per gradus, hoc neſcitur, in alieno verò ſubjecto dubitatur. Certum eſt enim quòd lapis Bononienſis ſoli expoſitus aliquandiu lumen conſervat, & diutius quò fuerit ſoli expoſitus per majus tempus.

Secundò, Impetus habet contrarium ſaltem ex accidente, ſicut dantur motus contrarii qui ſunt incompoſſibiles in eodem ſubjecto, & ratione eorum videntur impetus habere aliquam contrarietatem. Secundò impetus ſuperaodam habet medii reſiſtentiam.

Objicitur ſecundò. Si daretur hujuſmodi qualitas quæ poſſet à potentia augeri cùm tempore, ea in infinitum augeri poſſet, præcipuè verò in vacuo in quo nulla eſſet difficultas ſuperanda.

X Reſpondeo

Reſpondeo primò. In aëre in quo movemur non ſequi tale augmentum quia nempè, cùm augetur motus, augetur & medii reſiſtentia, quæ talis eſſe poteſt, ut tantumdem impetûs ſingulis inſtantibus deſtruat, quantum de novo accedat. Quid verò accideret in vacuo, eſt quæſtio nullius momenti. Dico quidquid volueris. Forſitan potentia eſt determinata ad recipiendum certum numerum graduum ultra quos nullus produecere poteſt.

Objicitur ſecundò. Nulla cauſa à ſuo effectu dependet, ita ut pereat, dum eius effectus produci non poteſt; ſed impetus deſtruitur, cùm motus produci non poteſt: ergo impetus non eſt cauſa motus. Major probatur inductione aliarum cauſatum, ut ignis non propterea extinguitur, etiamſi in aliquo ſubjecto calorem producere non poſſit. Minor probatur, quia grave ſuſpenſum licet ſingulis inſtantibus in ſe impetum producat, quia tamen non ſequitur motus, deſtruitur talis impetus, & eſt ratio propter quam non augetur talis impetus; augetur tamen dum cadit. Dum rupem impello etiam ſi impetum in ea producam, non perſeverat, quia nullus ſequitur motus.

Reſpondeo. Quamvis ſubſtantiæ quæ non ſunt entis ens, ſed ſunt propter ſe, conſerventur etiam ſi effectum hic & nunc producere non poſſint, debent enim eſſe principium ſtabile, & firmum ſuarum operationum, & proprietatum, non ſequitur quod qualitas, quæ eſt propter motum, debeat conſervari pluribus inſtantibus, quando motus produci non poteſt.

Objicitur tertiò. Nullum agens agendo imminuitur, ſed qualitas impreſſa ſi datetur agendo imminueretur, ergo non datur, nec agit. Major probatur inductione. Ignis enim dum agit, nullo modo imminuitur. Probatur minor. Si mobile in corpus quietum incurrat, in illo motum & qualitatem impreſſam communicabit, ita ut ſi utrumque careat virtute elaſticâ, ſimul ferantur velocitate minore, ſitque ante & poſt percuſſionem, eadem motus quantitas perſeveret, ſed communicata. Hoc enim detrimentum ſignum eſt communicationis, ut accidit in odoribus, quæ dum communicantur, tantumdem in corpore odorifero imminuuntur. Ignis cineribus tectus diu conſervatur, qui ſi liber eſſet diſſiparetur, eò quòd ſpiritus ſubtiliores avolarent.

Reſpondeo. Ideo imminui qualitatem impreſſam in mobili, quia ei reſiſtitur. Si igitur reſiſteretur totaliter, totaliter etiam periret; quia autem reſiſtitur ei tantum ex parte, perit tantum ex parte. Cùm ergo qualitas impreſſa nunquam agat ad extra, niſi quia ipſi reſiſtitur, nempè ut auferat impedimentum ſui motus, nunquam agit, niſi imminuatur. Si ergo agit quantum ei reſiſtitur, & perit quantum ei reſiſtitur, tantum perit quantum agit; igitur mirum non eſt ſi ante, & poſt percuſſionem eadem reſtet motus quantitas, quia decrementum æquale eſt incremento.

Objicitur quartò. Nulla qualitas remiſſa producit qualitatem in gradu intenſiori, ſed ſi datetur qualitas impreſſa, hæc produceret aliquando qualitatem in gradu intenſiori; ergo non datur. Major communiter admittitur, neque enim calor ut quatuor producit calorem ut 6 Minor probatur. Dum mobile majus incurrit in corpus quieſcens minus, ei velociorem motum communicabit, quam habeat.

Reſpondeo hunc motum & hanc qualitatem majorem intenſivè, non procedere à ſola qualitate percutientis, ſed ab elaterio corporum, id enim tantum accidet in corporibus elaterii capacibus. Quod autem elaterium poſſit producere qualitatem, id ſatis manifeſtum eſt.

Objicitur quintò. Dum mobile æquale, in aliud quietum incurrit, ei motum ſuo æqualem imprimit, & ipſum ſiſtitur, ſeu omni motu deſtituitur, ergo dum corpus quod priùs quieſcebat, moveri incipit, corpus percutiens ampliùs non movetur, ergo nullum habet impetum. Ergo qualitas quæ dicitur produci in percuſſo, non eſt effectus qualitatis inexiſtentis percutienti. Nam eo primo inſtanti quo incipit impetus in percuſſo, debet eſſe motus, quod ſi pro eodem inſtanti eſſet in percutiente ſimul moverentur quod eſt contra experientiam. Hæc difficultas ſolvitur per elaterium, nam ſecluſo elaterio ſimul moverentur.

Eſt eadem difficultas quando corpus percutiens, ſiſtitur, & multo major quando regreditur.

Reſpondeo in his caſibus corpus percuſſum inflecti utpote elaſticum, atque adeo ſimul cùm corpore percutiente moveri eius ſuperficiem, quæ quia elaſtica ſupponitur, regreditur in corpus percutiens, illudque aut ſiſtit ex parte, aut ex toto, aut etiam in partes oppoſitas impellit.

Objicitur quintò. Si darentur ſpecies impreſſæ, vel darentur ſpecie differentes & ſibi invicem contrariæ, vel eſſent omnes ejuſdem ſpeciei, ſed neutrum dici poteſt, ergo nulla datur hujuſmodi qualitas. Probatur non poſſe admitti qualitates ſpecie differentes. Si darētur hujuſmodi qualitates contrariæ, maximè quia deferrent ſua mobilia ad partes diverſas; ſed hæc ratio nulla eſt, primò quia tot eſſent diſtinguendæ, quot puncta in horizonte diſtinguuntur, ſed infinita puncta diſtingui poſſunt; ergo infinitæ ſpecies qualitatum admittendæ eſſent. Secundò qualitas eadem, ſi caſu aliquo detorqueatur mobile, aliam directionem ſequitur, ergo de ſe, & ex natura ſua non eſt determinata ad unam lineam, quod manifeſtum eſt in motibus circularibus. Si dicatur hæc qualitas indifferens eſſe ad motum orientalem aut occidentalem, quærendum erit à quo determinetur, ut potius hanc præ illa directionem ſequatur, non à motu prævio, qui non exiſtit modo, immo ille motus prævius ab hac qualitate procedit.

Reſpondeo. Licèt impetus ſit ex natura ſua indifferens ad plures lineas, poſſe tamen determinari ad unam potius eligendam. Et primò quidem impetus naturalis quo gravia deorſum feruntur, videtur ex ſua natura determinatus eſſe ad lineam perpendicularem quantum eſt de ſe, modò tamen nullum ſit impedimentum, quia ſi ſit aliquod impedimentum, defert ſuum mobile per lineam perpendiculari proximam, poteſt tamen ex obice, ferre ſuum mobile ſurſum, ut in funependulis obſervamus, quæ deſcendendo per quadrantem circuli, acquirunt impetum, quo alium quadrantem decurrant contrario modo. Potentia igitur motrix determinat impetum, ad unam potius lineam quàm aliam; ab obice item aliquo, ab alio impetu, multiſque aliis modis. Fateor tamen rem eſſe difficillimam, & quàm puto non benè ſolvi.

Dico ergo quemlibet impetum ex ſe determinatum eſſe, ut deferat ſuum mobile ſecundum lineam rectam continuatam, ſecundum quàm ultimô motum eſt ſuum mobile. Et quamvis de præcedenti motu nihil reſtet, eſſe tamen eius naturam,

titam, ut faciat ſuum mobile continuare eam lineam rectam, quàm jam incepit currere. Unde potentia naturalis comitatur aliquandiu projectum illudque determinat ad talem lineam. Dum autem illud relinquit, ſequitur lineam ultimi motus quem habuit, & ita quod ſi ab obice detorqueatur, cogaturque aliam lineam inire hanc ſequetur, & ita conſequenter. Iſta mutatio directionis mihi ſemper viſa eſt difficilis, & melius explicari per elaterium medii, & propter hanc præcipuè inclinare in illud elaterium. Poteſt item directio mutari ab alio impetu ſuperveniente.

Determinatur item impetus aliquando ab elaterio, ut accidit in percuſſione cùm enim elateria ad unum motum ſint determinata, ex peculiari textura partium, movent etiam mobilia in eam partem; cùm autem impetus ut dixi determinatus ſit ut eum motum continuet quem iniit, illum proſequitur. Hæc tamen ut verum fateat non mihi uſque quaque ſatisfaciunt.

PROPOSITIO XIII.

Phyſica.

Cætera proprietates impetus.

Prima difficultas quæ occurrit eſt an impetus eò primò inſtanti quo eſt, moveat ſuum mobile: Videtur non movere. Suppono autem tempus conſtare indiviſibilibus, ne in difficultates quantitatis ingrediamur. Si enim producitur impetus, in uno loco producitur; non poteſt autem intelligi, quod eò tempore mobile mutet locum, quia mutatio dicit duo tempora, unum quo fuerit in uno loco, & aliud quo fuerit in alio loco. In priori autem tempore non habebat adhuc impetum, ergo ſi in ſecundò tempore fuit alibi, id non fuit factum ab impetu. Igitur impetus talis eſt ut ſuum ſubjectum, pro ſequenti inſtanti aliò transferat. Hæc tranſlatio eſt ad intra.

Impetus ad extra alium impetum producere poteſt, ut nempè tollat impedimentum motus localis ſui mobilis, quia verò impedimentum motus reſiſtit ipſi impetui eundem impetum imminuit. Impetus intenſus remiſſum quidem producit, & remiſſus intenſum. Quoties autem in percuſſis corporibus ſequitur motus velocior, ſemper intervenit elaterium.

2. Impetus eſt intenſionis capax, nec puto explicari poſſe velocitatem; aut tarditatem motus niſi per impetûs intenſionem. Id tamen quod mirabile eſt in hac qualitate, intenſio extenſioni æquivalet. Et remiſſior impetus ſed extenſus, ſeu in pluribus partibus ſubjecti receptus, intenſiorem, ſed in paucioribus partibus receptum producit, eique æquivalens eſt. Eademque cauſa quæ poteſt motum velocem in minori corpore producere, poteſt & minus velocem in majori corpore, modo tamen eadem utrobique motus quantitas inveniatur: quod clariùs infra explicabimus tanquam univerſaliſſimum mechanices principium. Quæritur autem ratio cur in cæteris qualitatibus extenſio non videatur intenſioni æquivalere, ſaltem calor ut quatuor licet in ſubjecto extenſo receptus, nunquam calorem ut ſex producet, etiam in ſubjecto exiguo.

Reſpondeo poſſe afferri diſparitatem aliquam; nempe calor, frigus cæteræque qualitates quæ ſunt diſpoſitiones ad formam ſubſtantialem; ideò dantur, ut in paſſo formam ſubſtantialem illudque agenti aſſimulent. Sequeretur autem diſſimilitudo ſi paſſum 6 gradus haberet agens autem quatuor, & ſæpè eveniret ut diſpoſitio introduceretur ad formam diverſam ab ea quæ eſt in agente.

2. Dubito an cæteris qualitatibus ſaltem carentibus contrario, extenſio intenſioni æquivaleat. Videmus radios ſolares collectos intenſiores eſſe, idemque agens, quòd in magno ſpatio unum tantum gradum poterat producere, ſi ex peculiari determinatione uniatur eius actio, & quaſi coarctetur ad minus ſpatium, poterit in eò ſex gradus luminis, & caloris producere; ita ut etiam in tali caſu intenſio, extenſioni æquivaleat.

Videmus item non ſolum intenſiora, ut ita dicam, agentia, ſed etiam extenſiora majorem habere vim, majoremque ignem magis eſſe activum; quam minorem.

Pariter ſi duæ qualitates contrariæ comparentur inter ſe, ſæpè accidet ut minus intenſa, ſed recepta in ſubjecto majore, debellet majorem, quia nempè prima plures habebit partes extra ſphæram activitatis alterius quæ damna reſarcient.

Tertiò, quamvis in reliquis qualitatibus extenſio, intenſioni non æquivaleret, in iſta tamen æquivalere deberet. Cùm enim hæc qualitas non ſit tantum inſtituta ad producendum motum in ſuo ſubjecto, ſed etiam ad tollendos obices, hoc eſt ad producendum motum, ſeu impetum in aliis corporibus, iſti autem obices aliquando ſint magni, aliquando ſint parui, debuit non tantum in parvis, ſed etiam in majoribus poſſe producere qualitatem impreſſam, ſed minorem in magis extenſo, majorem in parvo, ergo debuit eadem virtus utrumque æqualiter poſſe.

3. Quando impetus agit ad extra omnes partes impetus quæ ſunt in mobili agunt, quaſi actione communi,

Probatur experientia. Actio enim fortior eſt ſive motus mobilis ſit velocior, hoc eſt, ſive impetus ſit intenſior, ſive mobile ſit majus, hoc eſt, ſint plures partes ſubjecti, & conſequenter plures partes quaſi extenſivè ſumptæ. Dixi quaſi extenſivè ſumptæ, nam in hac materia, non tam conſideranda eſt extenſio externa ſubjecti quàm quantitas materiæ. Hoc eſt ſubjectum extenſum ſed rarum, non habebit majores vires quam minus extenſum ſed æquè ponderans. Unde in hac materia, potius ſpectandæ partes materiæ entitativè ſumptæ, quàm in ordine ad extenſionem illam externam. Unde potius gravitas abſoluta ſpectanda eſt, & ſumenda pro extenſione.

4. Impetus non agit ad extra niſi impediatur motus ſui mobilis, unde formatur iſtud paradoxon. Cauſa impedita agit, non impedita non ceſſat ab actione; quia autem quo minus impeditur motus, eo impetus minus agit ad extra, & quo magis impeditur motus, magis agit; quo autem magis impeditur motus, ſeu reſiſtitur, perit impetus; ideò quò magis agit impetus ad extra, eô magis minuitur in proprio mobili ut jam dixi ſupra.

Ex his facilè poſtea omnes proprietates percuſſionum explicabimus, tam corporum mollium, quam elaſticorum.

5. Ut impetus dicantur ſimiles, debent ſpectari non tantum in eadem intenſione, ſed etiam cùm directione per eandem lineam. Quamvis enim im-

petus entitativè ſumpti non ſint diſſimiles, cùm idem ad omnem lineam poſſit ſuum mobile deferre, fiunt tamen ratione ſui effectus diſſimiles, & aliquo modo contrarii, quia ſe invicem impediunt, & deſtruunt. Si ſpectentur duo impetus ſimiles etiam in linea directionis & in intenſione; non poſſunt ſe intendere, quia eorum mobilia feruntur eâdem velocitate; atque adeò non ſe impedient. Si verò pertineant ad diverſas lineas, etiam impetus ut duo poterit intendere impetum ut unum.

6. In motibus rectis impetus producitur æqualis in ſingulis partibus, quia cùm motus ſit æquè velox in omnibus, debet impetus æqualis eſſe perfectionis in ſingulis.

In motibus verò circularibus diverſus impetus in diverſis producitur minor prope centrum, & major, ſeu intenſior in partibus à centro remotioribus.

Qui explicant vires quas acquirit potentia, dum vecte utitur per variam productionem impetus in diverſis partibus vectis, non intelligunt primum mechanices principium; ideóque ſive potentia ſit in circumferentia vectis, ſive propior centro ſtatuatur, ſemper major producitur impetus in partibus à centro remotioribus, quia ſemper eſt velocior motus. An verò majus pondus attollere poſſit quò ponitur centro propior, examinabimus infrà.

Quærunt hîc nonnulli; An in tota rupe quæ ab aliqua potentia moveri non poteſt producatur aliquis impetus, an verò nullus. Nonnulli volunt nullum produci impetum quia hic impetus eſſet fruſtra. Alii verò dicunt produci, quia idem producitur in rupe à potentia aliqua, quando aliæ coagunt, ac quando non coagunt; ſed quando plures potentiæ ſimul in rupem, ſeu magnum lapidem agunt, producunt impetum, cùm lapis ille moveatur, ergo cùm unica tantum potentia agit, etiam aliquid producebat, ſed inutile, ſeu impar tanto oneri movendo. Quæritur ergo cur rupes non moveatur ab aliqua potentia motrice? Reſpondetur facilè quia potentia debilior eſt, hoc eſt quia non poteſt in ſingulis partibus illius rupis aliquem impetum producere. Cùm ergo totum illud corpus continuum ſit, nec una eius pars ſine alia propter continuitatem moveri poſſit, ſi potentia conſiderata cùm motu quem habet, in ſingulis partibus illius mobilis aliquid motus non producit. Quòd ſi potentia adhuc nullum motum habet, debet tam in ſe quam in ſingulis partibus illius mobilis aliquem gradum impetus producere. Utrum autem licèt rupem non moveat aliquid in partibus vicinis producat. Videtur ſaltem aliquando id contingere, quoties ſcilicet comprimi poſſunt, aut earum unio tanta non eſt, quæ per impetum productum non ſolvatur. Hæc tamen ratio quod ideo nullus motus producatur, quod potentia in ſingulis partibus mobilis ſingulos impetus producere non poſſit, difficultate non caret, niſi benè intelligatur. Quare dicendú eſt: Quamvis poſſibilis ſit impetus minor, & minor forſitan in infinitum, quales producuntur in motibus circularibus, & quibus partes centro viciniores habent motum minorem & minorem. Probabile tamen eſt non poſſe in mobili quaſi ſeparato naturaliter motum ita parvum produci, immò nec in ipſa potentia; quare datur aliquis impetus determinatus quo minorem non producet in ſe potentia. Pariter probabile eſt potentiam non poſſe producere minorem: multo magis probabile eſt potentiam ita ſe ipſa non poſſe niſi determinatum impetum producere, qui eſt limitatæ virtutis, atque adeò ſi hic impetus talis ſit, ut non poſſit in ſingulis partibus mobilis, producere impetum æqualem minimo, nullus producetur motus. Intellige autem potentiam conjunctam cùm mobili, ita ut tantumdem moveatur quantum pondus.

Poſui autem impetum in potentia, qui in mobili, produceret impetum ad extra, quia ſcilicet probabile eſt potentiam per ſe, immediatè non operari, ſed tantum per impetum in ſe productum. Cùm enim videam nullam potentiam immotam, producere motum in alio ſubjecto, habeo conjecturam probabilem aſſerendi motum illum productum ad extra non ab ipſa, ſed à motu, aut potius ab aliquo conjuncto cùm motu procedere. Pono autem potius impetum quàm motum; primò quia motus videtur non eſſe operativus, tum quia in potentiis præſertim exeritur ille conatus, qui ſolam potentiam velociſſimè moveret. Quia autem ſecum debet movere aliquod magnum pondus, ſequitur minimus motus. Cum hoc conatu explicatur facilè quid ſit ille conatus nempè impetus, qui ſi producat eodem inſtanti in mobili impetum ſufficientem ut ſit motus ſaltem æqualis minimo, datur ſequenti inſtanti motus, & perſeverat aliquis impetus in potentia, pro ratione illius motus.

Vides ergo quod licèt ſingulæ partes rupis à potentia applicata loco moveri poſſint, omnes tamen ſimul junctæ, hoc eſt ut unitæ, ſeu quatenus una pars ſine alia moveri non poſſunt, reſiſtunt tali potentiæ debili, quia plures partes impetus requiruntur quàm quæ à tali potentia prodire poſſunt.

Cùm hæc quæ dicta ſunt de impetu non ſint omnia demonſtrativa, ita concluſiones noſtras mathematicas demonſtrabo, ut ab his propoſitionibus non pendeant, ſed in omni omninò opinione vim ſuam obtineant.

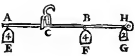
PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Explicatio difficultatis, cur potentia motrix per machinam ad majus pondus extendatur.

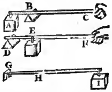
Variæ ſunt machinæ quibus ſi utatur potentia, mirum in modum ſuas augebit vires, ut quæ erat, apta ad vincendam reſiſtentiam verbi gratiâ centum librarum; jam ad mille, ad bis mille, & plures trahendas fiat ſufficiens. Exponam hâc propoſitione, quid toto hoc libro quæratur; nec meliùs id præſtare potero, quàm ſi ſimpliciter oculis machinas ſubjiciam quibus potentiæ cujuſlibet motricis vires augentur, ut ex comparatione omnium, & quaſi convenientiâ, eruamus tandem, rei tam mirabilis germanum, & verum ſi poſſit principium. Oſtendemus autem in communibus machinis quid experientia comprobet, & quia omnes ferè authores, ad libram cæteras revocant: à libra incipiendum erit. Per libram intelligimus virgam ferream, in medio aliquo puncto, quantum poterit fieri, liberè ſuſpenſam, quod vocetur jugum. Effectus autem quem experientia quotidiana comprobat eſt iſte. Si duo pondera æqualia puta 4. librarum, appendantur in punctis A & B, ita

ita ut lineæ AC, CB ſint æquales, erunt in æquilibrio. ſi verò pondus F tantiſpet removeatur à



jugo C, ita ut linea BC fiat longior linea AC, pondus F vincer, & elevabit pondus E. Quæritur, cur ex majori illa diſtantia à jugo, vires illi accreſcant. quod adeò verum eſt, ut tam valeat augmentum diſtantiæ, quam ponderis; hoc eſt ſi ſint duo pondera inæqualia nempe E & G, ſitque eadem ratio ponderis E ad pondus G, quæ diſtantiæ C H ad diſtantiam AC; ita ot pondus H, compenſet, ut ita dicam in diſtantia, id quod illi deerat in gravitate, adhuc manent in æquilibrio. Quæritur ergo quare diſtantia à jugo, vires illi ſubminiſtret ſufficientes ut poſſit ponderi duplo majori reſiſtere. Quod eſt oſque adeô verum ut ſi divideretur linea ſeu virga C H, ulteriùs producta in certas diviſiones, idem pondus verbi gratia unius libræ, poſſet pro variis diſtantiis æquiponderare ponderi cuilibet appenſo in puncto A. & hoc eſt in uſu apud omnes. Utimur enim eo genere libræ, quam Romanam vocamus. Unum tantum moneo quod in omnibus machinis notate licet, nempe quoties augentur vires potentiæ per machinam, toties etiam augeri eius motum reſpectivè ad motum ponderis; ut in exemplo allato dum pondus G eſt in diſtantia CH duplâ diſtantiæ AC; ita diſpoſita eſſe omnia, ut ſi moveatur pondus E uno pede, pondus G duobus pedibus moveatur, cum deſcribat arcum duplo majorem ſeu duplo majoris circuli.

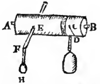
Secunda machina quæ proponitur eſt vectis. Vectis autem nihil eſt aliud niſi corpus firmum in longum extenſum, verbi gratiâ ferrea virga ſatis firma; in qua ſemper tria diſtinguere licet, nempe potentia motrix, pondus, & punctum quo vectis ſuſtentatur; quod dicitur hypomoclion, ut in libra tria diſtinximus, nempe pondera duo & jugum. Ex quo fit ut communiter vectis ad libram revocetur. Quia autem poteſt hypomoclion vel medium locum occupare inter potentiam, & pondus, vel unam extremitatem obtinere, & hoc dupliciter, oempe vel ita ut pondus medium locum occupet, aut tandem potentia ſit in medio, ideo tria ſunt vectium genera.



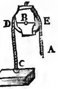
Primum genus vectis habet pondus in uno extremo A, potentiam in alio extremo C, & hypomoclion in medio, nempe in puncto B. Accidet autem ſi potentia æqualiter diſtet ab hypomoclio, cum pondere, atque adeò æqualiter in tali diſpoſitione moveatur, ſi potentia poſſit movere ſeipsâ & ſine machina 100 libras, & pondus A ſit præcisè centum librarum; illud movere poterit, & nihil aliud. Si verò diſtantia B C major eſſet diſtantiâ AB, verbi gratiâ, dupla; atque adeò in tali diſpoſitione, dum pondus per unum pedem moveretur, potentia C duos pedes perficeret, tunc eadem potentia in C poſita, ducentas libras in A conſiſtentes vinceret.

Idem proportione quâdam dicendum eſt, in ſecundo genere vectis. Quia enim diſtantia DF ſuperat diſtantiam DE, ideo potentia in F poſita ſecundum eam rationem, nempe lineæ DF, ad lineam DE augebitur.

Tertium genus vectis non auget vires potentiæ, ſed potiùs auget vires & reſiſtentiam ponderis, & potentiæ virtutem adimit; quia diſtantia potentiæ H ab hypomoclio G, minor eſt diſtantia G I ponderis ab eodem hypomoclio; & conſequenter in tali diſpoſitione, potentia minùs movebitur, quam pondus. Quæritur hujus augmenti virium ratio vera.

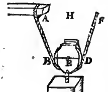


Axis in peritrochio variè adhiberi poteſt, & hâc figurâ ſatis exprimitur. Potentia erit in puncto F pondus in puncto D. ad vectem primi, aut ſecundi generis facilè revocatur; nam axis eius AB habet vicem hypomoclij. Et quia pondus eſt in D, diſtantia eius erit C D, diſtantia autem potentiæ in F applicatæ erit E F; Augebitur ergo virtus activa potentiæ ſecundum rationem lineæ E F ad CD, hoc eſt, ſi E F ſit quadrupla ipſius CD, & potentia ſine machina attollere poſſit 100 libras; adjuta tali machinâ; libras 400 trahere poterit. Hic nullam rationem affero, ſed præcisè effectum, & experientiam propono. In quo unum monere velim diſtantiam præcisè ab hypomoclio, non conferre iſtud augmentum ſed eam diſtantiam ex qua ſequatur major motus in potentia, reſpectivè ad motum ponderis. Hoc eſt ſi potentia H traheret per funem F H, non eſſet attendenda diſtantia H E, ſed tantum F E, quia etiamſi creſcat longitudo funis, & conſequenter diſtantia HE, ex illa tamen diſtantiâ non ſequitur quod interea dum pondus movebitur per unum pedem; potentia pluribus quam quatuor moveatur.

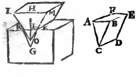


Trochea ſimplex vires non auget revocatur autem ad vectem, ita tamen compoſitum, ut diſtan-

tiæ tam ponderis, quam potentiæ ſint æquales, ſunt autem iſtæ diſtantiæ DB, BE, à puncto B immobili, cum nullum troclea motum habeat, niſi circa punctum B immotum; ideo non augentur vires; ſi conſtitutum eſſet principium quod inquirimus, quia tam movetur potentia, quàm pondus. Commoditatis igitur tantum cauſâ adhibentur trocleæ in hâc diſpoſitione nempe, ut faciliùs potentia applicetur, ſecundô ut vitetur illa reſiſtentia, quæ poſſet per accidens contingere, eò quòd funis circa lignum immobile circumvolueretur & attereretur.

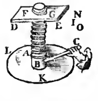


Alio modo diſponi poteſt troclea, nempe ita ut rota moveri poſſit, funiſque unâ extremitate ſit religatus, verbi gratiâ, in A, pondus ſit G, potentia ſit F. Revocatur communiter ad ſecundum genus vectis: nam hypomoclion cenſetur eſſe in B, pondus G eſſe in E, & potentia F eſſe in D, ideóque dupla eſt potentiæ diſtantia, ab hypomoclio; & dum pondus G aſcendet verbi gratiâ in H, neceſſarium erit potentiam H ad duplo majorem diſtantiam moveri. Sufficiat iſta ionuere: neque enim troclearum combinationes omnes huc afferre neceſſarium eſt, ſed tantum oſtendere in hoc caſu, duplicari virtutem potentiæ, & quæ antea centum libris æqualis erat, ducentis fieri per hanc diſpoſitionem non imparem.



Cuneus eſt inſtrumentum ex materia ſolida confectum in cuſpidem aliquam deſinens, quale eſt ABCDEF. Laborant authores ut illud ad vectem revocent; de quo non multum ſollicitus ſum. Videtur autem cuneus eſſe vectis duplex ſecundi generis, in quo hypomoclion eſſet in linea GH, pondus in R & K, potentia in L & M. ſed quàm malè inferiùs videbimus. Quidquid autem ſit, certum eſt in cuneo acutiori augeri vires potentiæ, eò quòd dum corpora quæ habent vicem ponderis, recedunt ab invicem per lineam RK, cuneus movetur ſecundum lineam 10. addo quod potentia dum verberat cunei caput, motum maximum fecit, multumque illo motu acquiſivit impetum,

Cochlea eſt potentiſſima machina, eſtque cylindrus circa quem excavantur Spiræ; quæ variè conſtitui & complicari poſſunt. Non tentabo illum ad vectem revocare. Certum eſt autem,



unum hominem qui ſolus poteſt centum libras trahere, poſſe hác machinâ nonnunquam 10000 movere. Sit enim pondus DG, potentia C, interea dum pondus movetur ſecundum diſtantiam quæ eſt inter duas ſpiras cochleæ; neceſſarium eſt ut potentia in puncto C poſita circulum integrum abſolvat. Sit ergo diſtantia inter duas ſpiras æqualis lineæ NO, quæratur quoties linea NO inveniatur in circumferentia circuli CKL ſi invenitur centies, motus potentiæ erit centuplo major, motu ponderis; experientiâ compertum eſt potentiam ope talis machinæ. poſſe pondus eo centuplô majus movere. & hujus quæritur ratio.

PROPOSITIO XV.

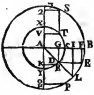
Theorema.

Ariſtotelis ratio cur potentia motrix per machinam ad majus pondus extendatur, refellitur.

Primus omnium Ariſtoteles eorum quæ per machinas fiunt, reddere rationem conatus; ſi tamen hic liber Ariſtotelis eſt, de quo dubitant nonnulli, cùm jejunus ſit admodum hic tractatus, quem legi ſæpius, neque unquam primum machinarum principium invenire potui. Solam libram intuetur, vectemque ad libram cæteras machinas ad vectem revocat. Duo igitur ſuſcipio facienda, primò ea quæ de libra dicuntur, examinanda mihi erunt. Secundò perpendendum mihi erit an ea quæ de libra dicuntur, benè vecti cæteriſque machinis applicentur.

Supponit primò Ariſtoteles gravitatem quantum eſt de ſe, tendere ad centrum terræ, & eò impellere corpora gravia per lineam rectam; quia autem corpus in libra appenſum cogitur deviare à tali rectitudine, hujuſmodi vires minores habet, & quo major erit eius deviatio, eò majus erit decrementum virium; ſed pondus quod in libra vicinius eſt jugo, ſeu principio retentivo, magis deviat à linea perpẽdiculari: ergo plus de ſuis viribus amittet, quod verò magis diſtabit à jugo minus deviabit, majoreſque cæteris paribus vires habet. Minorem autem ita oſtendit. Linea AB repreſentet libram; jugum, ſeu punctum circa quod movetur, ſit A. Appendatur grave in puncto B, quod motu ſuo deſcribat arcum BH, & pondus C moveatur per CDY arcum minorem quam BH. Pondus B majores vires habet, quam pondus C, ſi dum movetur deorſum æquè ac pondus C, minus deviet à perpendiculari quam pondus C. Aſſumantur ergo lineæ rectæ FE, GR, metientes motum illorum corporum, deviatio corporis B erit FB,

F B, deviatio corporis C, erit CG; ſed clarum eſt lineam CG, majotem eſſe linea BF: ergo ſub

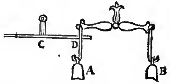


æquali deſcenſu corpus C magis deviabit,& conſequenter minores habet vires.

Primò oſtendo hanc rationem nullam eſſe. Si enim admixtio motus præternaturalis eſſet cauſa dectementi virium, ubi vires duplô decreſcerent, deberet eſſe dupla admixtio motus præternaturalis: ſed hoc falſum eſt. Nam licet in puncto B grave duplas habeat vires, illarum quas idem pondus habet in puncto C, ſecundum nempe hunc modum explicandi, falſum tamen eſt lineam GC, duplam eſſe lineæ FB; immò ſi aſſumantur diverſi motus deorſum & comparentur inter ſe, hoc eſt ſi aſſumantur pro lineis FE, GR aliæ majores aut minores, non eſt eadem proportio linearum CG, BF quæ metiuntur motum præternaturalem: ergo hæc admixtio præternaturalis motus non eſt cauſa dectementi virium. Illa igitur non eſt cauſa, quæ nullam habet proportionem cum effectu, ita ut dum effectus duplus eſt, cauſa tamen non ſit dupla.

Probatur ſecundò. Admixtio præternaturalis motûs non eſt cauſa decrementi momentorum, ſi momēta non decreſcant,etiamſi ſit admixtio præternaturalis motûs, ſitque majus decrementum virtutis, ubi minor eſt admixtio præternaturalis motûs; ſed in parte inferioris quadrantis ita ſe res habet: ergo hæc non eſt cauſa effectûs propoſiti. Probatur minor. Abſcindantur lineæ æquales KY, OH, quæ metiantur motus perpendiculares,ducanturque horizontales KR, OP, quæ metiantur motus præternaturales: certum eſt lineam OP majorem eſſe quam KR.Ponantur ergo pondera in R & P. certum eſt quod pondus P majores habebit vires quàm pondus R, ſed pondus P plus habet de motu præternaturali, quàm pondus R:ergo falſum eſt ideo vires decreſcere in pondere minus diſtante à jugo quia plus habet de motu præternaturali. Nam in omni diſtantia pondus habet præternaturalem motum admixtum proportionalem ſuo motui deorſum, ſi nempe totus quadrans, cùm toto quadrante comparetur.

Probatur tertiò. In punctis B & C nulla eſt adhuc admixtio præternaturalis motus, quia circumferentia utraque phyſicè congruit cum linea perpendiculari: ergo momentum ponderis C, non deberet eſſe minùs, quàm momentum ponderis B. Si enim admixtio præternaturalis non ſit ſenſibilis, neque etiam decrementum virium ſenſibile erit. Et de facto vires utriuſque ponderis abſolutè non decreſcunt, ut accidit quoties admiſcetur motus præternaturalis. Probatur. Vires ponderis B & C ſunt eædem ſi eadem virtus requiratur ad ſuſtentandum pondus B aut C, quæ requireretur ad ea ſuſtentanda in aëre libero; ſed ſi quis manum ſupponat ponderi B in libra appenſo eandem impreſſionem ſentiet:ergo ex eo quod appendatur in libra nullas vires amittit, quod tamen ſupponebat ratio Ariſtotelis, quæ volebat vires ponderis infringi ab admixtione contrarii, quaſi aliquis niſus corporis impenderetur contra jugum. Demonſtro autem integras vires, ſeu nihil de ſuis viribus amittere etiamſi in diverſis punctis libræ appendatur. Sit enim pondus A in æquilibrio cùm pondere B, ita ut in ſtatera brachiorum



æqualium æquiponderet cùm pondere B. Appendatur pondus A in diverſis punctis ſtateræ C D, habebit eaſdem vires, ſi ſemper æquiponderet eidem ponderi B: ſed ſemper id efficiet; ergo nihil amittet abſolute de ſuis viribus. Quare iſta decrementa momentorum, & virium abſolutè ſumenda non ſunt, ſed tantum reſpectivè, ut explicabo poſteà.

Probatur quartò. Illud non eſt cauſa univerſalis decrementi momentorum, quod non invenitur ubicumque invenitur decrementum momentorum; ſed talis eſt admixtio præternaturalis motus. Nam etiam in vecte invenitur tale decrementum momentorum; ſed in vecte ſæpe nullus eſt præternaturalis motus, ſi in punctis A & B apponan-



tur duæ potentiæ animatæ, quæ circulariter moveantur, nullus erit præternaturalis motus, cùm potentia æqualiter moveat in omnem loci differentiam, erit tamen incrementum, aut decrementum momentorum, pro variis ab hypomoclio diſtantiis.

In aliis item machinis difficillimè reperitur præternaturalis motus, ut in trocleis, ſpitis, cuneo, in quibus nullum eſt veſtigium motus præternaturalis; immò cæteræ potentiæ difficillimè ad vectem revocantur, faciliùſque illi principium univerſale inferiùs tradendum applicatur, quam medio vecte.

PROPOSITIO XVI.

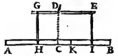
Theorema.

Refellitur Archimedis ratio cur in libra ſit æquilibrium dum pondera & diſtantiæ reciprocantur.

Archimedes propoſitione 6. æquiponderantium, & alii multi poſt eum tentarunt ſtabilire tanquam primum machinarum principium quod in libra, ſi pondera, & diſtantiæ eorum à jugo reciprocè ſe habeant, fiat conſiſtentia & ſit æquilibrium.

Referam

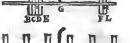
Referam primò quomodo hoc à R.P. Leotaudo ſtabiliatur, & quam vim obtinere poſſit eius

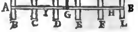


demonſtratio. Sit virga A B, homogeneæ ubique gravitatis, diviſa bifariam in C. Intelligatur per centrum gravitatis C ducta linea perpendicularis CD. Per punctum D ducatur virga ferrea DE quæ ita homogeneæ ſit gravitatis ut conſideretur omni carens gravitate; ſitque DE minor dimidiâ CB, fiatque GD, æqualis ipſi IB & HK æqualis lineæ AH. Cùm lineæ C I, additæ ſint I B, HC æquales, erunt HI, CB æquales, atque adeò H I, erit æqualis dimidiæ CB, & reliquæ AH, IB, ſimul æquales reliquæ dimidiæ; & quia AH, HK ſunt æquales ablatæ ex duobus aggregatis æqualibus HK, KI; AH, I B; erunt lineæ KI, IB, æquales. Sint duo fila HG, I E ſuſpendentia virgam AB, & annectatur virgæ GE, in puncto D, quod reſpondet centro gravitatis C. ſpartum; à quo ſuſpendatur. Cum linea perpendicularis DC, reſpondeat centro gravitatis C, manebit AB in æquilibrio.

Demonſtr. Dividatur realiter virga AB in puncto K hoc eſt ſolvatur unio. Primò cum AH, HK ſint æquales, neutra alteri præponderabit; pariter cum KI, IB ſint æquales neutra alteri prævalebit, quare adhuc manebunt in æquilibrio. Manebit ergo tota linea eodem modo, quo antea; ſuſpenditur item ex eôdem puncto D: igitur adhuc erit æquilibrium totius lineæ: ſed ita eſt diſtantia HC, ponderis AK à jugo ad C I diſtantiam minoris ponderis KB, ab eodem jugo; ſicut pondus KB ad pondus AK: nam ita eſt AK ad KB, ſicut eius dimidia HK aut CI, illi æqualis ad KI, aut HC illi æqoalem: igitur babemus hic æquilibrium eſſe dum ita eſt totum pondus AK ad pondus KB, ſicut diſtantia IC ad diſtantiam HC reeiprocè quod demonſtrandum erat.

Expendam inferiùs an hæc demonſtratio convincat, nihilque aſſumat ut jam probatum, quod tamen demonſtrandum eſſet.





Archimedes paulò aliter idem probare conatur, ſupponitque virgam ferream AB à cujus gravitate abſtrahit, quæ ſuſpendatur in puncto medio G, appendantur 6 pondera æqualia, hinc inde tria, in diſtantiis æqualibus. clarum eſt conſtare æquilibrium: ſupponit enim ea omnia pondera eſſe æqualia & æqualiter diſtare inter ſe. Item ſupponit pondera quæcumque eodem modo gravitare, & operari quamdiu retinent idem centrum gravitatis commune.

Demonſtr. Clarum eſt in caſu quo diſtributa eſſent poodera ſecundum diſpoſitionem priùs explicatam, quod commune centrum gravitatis omnium ſimul eorum ponderum erit in G. Conſiderentur autem quatuor pondera BCDE, quorum centrum gtavitatis erit in pucto I, ponderum autem F L gravitatis centrum eſt in H; quare eodem modò gravitabunt pondera quomodocumque diſponantur, modò ſuum conſervent centrum gravitatis in eodem puncto H. Conjungantur ergo in puncto H, pondera F & L & quatuor BCDE conjungantur in puncto I. aut ita circa punctum I ut centrum gravitatis eorum ſit punctum I; eodem modò gravitabunt omnia hæc pondera in tali diſpoſitione, ac in priori; ſed in priori erat æquilibrium; ergo & in hâc ſecundâ erit æquilibrium: ſed in ſecundo caſu, ita eſt pondus BCDE, ad pondus FL, ſicut diſtantia GH ad diſtantiam G I: ergo erit æquilibrium, cùm ita erit pondus ad pondus, ut diſtantia ad diſtantiam reciprocè.

Ingenioſiſſimæ ſunt hæ demonſtrationes, ſed quæ jam ſupponant principium machinarum quod quæritur, nam primò in utrâque demonſtratione fit mentio centri gravitatis. Neſcitur autem quid ſit tale centrum, & probari tale centrum gravitatis vix poteſt, niſi conſtituto machinarum communi principio. In prima quidem licèt videatur ſatis clarum, quod factâ diviſione in puncto K lineæ AK, KB, in directum jaceant: eò quòd tam partes AH, HK; quam KI, IB, ſint æquales. Non mihi tamen videtur ſatis manifeſtum, quòd eodem modo ponderent factâ diviſione, ac anteà: nam pars CK, ante diviſionem, ſuam exercebat gravitationem cum reliquâ parte KB, & ut ita dicam ab eius ſtabat partibus. Solutâ verò unione, jam exercet ſuam gravitationem ſimul cum reliqoa parte AC; unde licèt antea eſſet æquilibrium, non ſequitur perſeveraturum tale æquilibrium.

Idem dico de Archimedis demonſtratione. Neque enim illi concedere cogor, pondera eodem modo ſe habitura, & eandem habitura gravitationem reſpective ad aliud pondus, quoties non mutant centrum proprium gravitatis. Si in uno caſu unum eorum invenitur ex una parte jugi, & in alio ad alteram jugi partem vergat: hoc eſt dubitatur an pondus E, tranſlatum in I cum alia pondera BCD in idem punctum I adunantur, eandem habeat vim, & non majorem aut minorem.

Ut autem oſtendam peti principium, definitio centri gravitatis hæc communiter datur nempe punctum dividens corpus grave, in duas partes, æqualium momentorum, momentum autem non eſt ſimpliciter pondus corporis, ſed coaleſcit ex pondere, & diſtantia: igitur jam ad intelligentiam centri gravitatis ſupponitur conſtitutum principium cujus rationem quærimus, nempè, cur pondera pro majori à jugo diſtantia, majorem etiam habeant vim ad movendum.

PROPO

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Vera ratio cur potentia motrix per machinam ad majus pondus extendatur.

Suppono primò vires potentiæ cujuſque non eſſe tantum ſpectandas ſecundum entitatem illius, ſed etiam ſecundum motum quem habet, ſic lapis capiti impoſitus non multum nocet, ſi tamen ex altiori loco demittatur, majores habet vires. Duo igitur concurrunt ad determinandas vires alicujus potentiæ, & entitas ipſa ſeu numerus partium, & velocitas motus, ſeu ut meliùs dicam quantitas motus. Quantitas autem motus habebitur, ſi multiplicetur numerus partium per velocitatem, & quia velocitates non cognoſcimus, nec metimur niſi per ſpatium quod percurritur aliquo tempore determinato, ideo multiplicandus eſt numerus partium per ſpatium quod percurritur ut habeatur quantitas motus. Ponamus enim eſſe 20 partes, verbi gratia, digitales quæ moveantur per unum pedem, ſingulæ percurrent priſma digitale unius pedis longum, atque ita poſſimus cogitare quantitatem motus, quaſi aliquod ſolidum, nempe tanquam ſpatium percurſum à toto mobili. Quod autem majores ſint vires quando quantitas motus eſt major, probatur. Si idem malleus percutiat clavum, quò velocitas erit major, eò major erit percuſſio. Non propter aliam cauſam, niſi quia eſt major motus. Pariter cùm malleus major, etiam ſub eadem velocitate, percutiet, major erit ictus: In utroque autem caſu eſt major quantitas motus, ergo ubi eſt major quantitas motus, major erit virtus. Quiſque in hac materia ſecundum ſua principia philoſophetur, qui impetum admittet facilè dicet, dum in uno mobili major erit quantitas motus, plures erunt partes impetus, intenſivæ quidem, dum major erit velocitas, extenſivæ dum majus erit corpus. Qui verò elaterium aëris admittet, pariter dicet ubi eſt major motus, eſſe productum majus elaterium aëris.

Suppono ſecundò, pondus aliquod dum fertur deorſum, poſſe aliquod pondus elevare ex alia parte, & producere in alio corpore motum ſurſum, ſi nempe ita diſponantur, ut motus deorſum fieri non poſſit, niſi producatur in illo corpore motus ſurſum. Ita videmus lignum ab aqua ſurſum extrudi, oleum item expelli ſurſum ab aqua, ita in ſtatera minus pondus, à majori elevatur.

Suppono tertiò, huic motui ſurſum gravitatem reſiſtere, ita ut major virtus requiratur ad majorem quantitatem motus producendam, ſive hæc ſit major propter molem corporis, ſive ſit major propter eius velocitatem.

Dico ergo ideo vires potentiæ extendi ad majus pondus, quia minuitur quantitas motus in pondere, vel augetur in potentia.

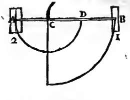
Probatur extendi potentiam ad movendum pondus quod ante non poterat, eſt potentiam poſſe vincere reſiſtentiam ponderis quam antea vincere non poterat, ſed per hoc præcisè, quod perſeverante eodem motu potentiæ ſit minor, quantitas motûs in pondere, Potentia poterit vincere reſiſtentiam ponderis cùm antea non poſſet, ergo per hoc præcisè extenditur ad majus pondus.

Probatur minor. Tunc poteſt vinci reſiſtentia ponderis, ſi perſeverante eâdem vi potentiæ, minuatur reſiſtentia ponderis, ſed cùm perſeverat idem motus potentiæ, perſeverat illius eadem vis activa, & cùm minuitur ponderis motus, minuitur eius reſiſtentia, aut, ſi vis, minuitur effectus producendus à tali potentia, ergo poterit ita minui, ut jam poſſit illum producere, cùm minorem producere non poſſet. Ponamus rem in exemplo. Sint, verbi gratia, mille libræ quas elevare non poſſum, nec in iis producere motum æquè velocem ac in mea manu. Nempè dum manus movetur per unum pedem, non poteſt cùm hoc motu & cùm virtute proveniente ex tali motu, movere ſurſum mille libras, hoc eſt tantam motus quantitatem producere, nempè mille motus pedales ſingulos unius libræ. Pariter ſi moveatur potentia per duos pedes, & conſequenter per hunc motum augeatur eius vis, augeretur & motus ponderis, qui æqualiter cùm ea moveri debet: ergo ſi primum non poſſit, non poterit & ſecundum. Jam ponantur hæ mille libræ in vecte, itáque diſponantur, ut dum movetur manus per unum pedem, hæ mille libræ moveantur per ſemipedem, jam quantitas motûs in his mille libris, eſt duplo minor; ergo licet ſine machina moveri non poſſent mille libræ à manu, poterunt in machina moveri.

Hoc eſt, dum movendæ erant mille libræ ſine machina, impedimentum quod occurrebat meo motui, & mihi auferendum, erunt mille libræ movendæ per unum pedem, at verò dum ponuntur in machina, non impediunt meum motum ut mobiles per unum pedem, ſed tantum per ſemipedem. Ergo etiamſi non poſſim primum impedimentum tollere, potero tamen ſecundum.

Ut autem meliùs hoc principium eluceſcat proponamus libram, in qua nempè ſint duo pondera æqualia, ſed unum paulô magis diſtet à jugo, quam aliud; dico primum poſſe elevare ſecundum. Primum pondus poterit elevare ſecundum ſi in eo minorem quantitatem motus producat quàm ipſum habeat: ſed id eveniet: ergo. Major probatur. Motus quantitas eſt menſura virtutis actualis in uno, motus quantitas in alio ſe habet per modum reſiſtentiæ, quia eſt effectus producendus ad hoc ut elevetur, ergo ſi ita diſpoſita ſint pondera ut major ſit motus quantitas in primo quàm in ſecundo, penes primum ſtabit victoria.

Si verò ſint duo pondera A & B in ſtatera AB ita conſtituta, ut ſequatur eadem in utroque mo-



tus quantitas, erit æquilibrium. Non enim eſt potior ratio cur unus motus vincat alium motum, nam motus corporis A denotat eius vim activam; motus in B producendus indicat eius reſiſtentiam; ſed quoties vis activa æqualis eſt reſiſtentiæ, toties eſt æquilibrium: ergo quoties ita diſpoſita ſunt pondera, ut ſi A moveretur, deorſum

æqualis ſequeretur in B motus ſurſum; ille motus produci non debet, quia id quod reſiſtit huic motui æquale eſt vi activæ ex tali motu in potentia ortæ. Toties igitur erit æquilibrium ponderum quoties talis eſt diſpoſitio ut in utroque ſequatur eadem motus quantitas.

Aliter poteſt probari aſſertio. Nempè ideo potentiam extendi ad majus pondus, quia per machinam minuitur ponderis motus.

Proponatur potentia quæ mota per unum pedem, poſſit movere 100 libras per unum pedem, non poſſit autem ducentas; itaque aptentur in machina ducentæ libræ, ut ſub eodem potentiæ motu moveantur tantum hæ 100 libræ per ſemipedem; dico potentiam poſſe movere has ducentas libras.

Probatur. Ideo hæc potentia poteſt movere 100 libras per unum pedem, quia hæc motus quantitas non ſuperat eius vim activam, ſed in ducentis libris mobilibus per ſemipedem eſt eadem motûs quantitas ac in centum libris motis per pedem integrum, ergo poterit, & hanc motus quantitatem producere. Probatur min. Quæ ſunt ejuſdem dimidia ſunt inter ſe æqualia, ſed motus quantitas ducentarum librarum per ſemipedem, & centum librarum per pedem integrum, ſunt ſingulæ dimidia pars motûs quantitatis ducentarum librarum per unum pedem; ergo prædictæ motus quantitates æquales ſunt, eademque virtus quæ poteſt unam producere, poterit & aliam. Vides ergo machinam nihil aliud efficere, quam minuere motum ponderis, quod perinde eſt ac ſi minueretur ipſum pondus; cùm per imminutionem velocitatis imminuatur motus quantitas, qui eſt effectus à tali potentia producendus.

Quia hæc materia eſt magni momenti, operæpretium erit illam in omnem partem verſare. Quare ſi velis conſiderare machinam non ut minuentem motum ponderis ſed ut augentem motum potentiæ id etiam potes, ſed in idem recidit nempe quod machina id præſtet ut eidem motui potentiæ reſpondeat minor motus ponderis, vel quod eidem motui ponderi reſpondeat major motus potentiæ.

Quæro igitur dum duo homines inæqualiter moventur, unus verbi gratia duplo velociùs quam alter, quid ſit in uno quod in alio non inveniatur. Certum quidem eſt ſemper motum unius duplum eſſe motûs alterius, ita ut quodcumque tempus aſſignetur, plures ſint partes motûs in uno, quam in alio, ergo ſi motus conferat ad vires potentiæ, dum potentia majorem motum habebit, majorem in oppoſito pondere motum producet, ex quocumque capite id oriatur. Ex quo formari poteſt argumentum.

Potentia ſuam exerit virtutem per motum, ergo dum duplo velocius movetur, æquivalebit duplici virtuti; ſed duplex virtus ad duplo majus pondus ſe extendere poteſt, ſub eadem velocitate ponderis.

Antecedens primùm probatur. Potentia enim quamtumlibet applicata non movebit niſi moveatur, ergo ubi eſt major potentiæ motus, majores erunt vires. Qui impetum admittunt ſimul cum motu majori, impetum majorem agnoſcunt. Sicut ergo dum potentia libera minimum exerit conatum non movebit pondus, ſi majorem adhibeat, conatum illud mover, quia nempe majorem producit impetum, ergo ſi cùm majori motu major producatur impetus, potentia duplo velociùs mota, ſufficiens erit ad movendum pondus duplo majus.

Quod verò potentia duplo velociùs mota æquivaleat duplici potentiæ, potentia enim quæ duplo majorem conatum adhibet, æquivalebit duabus potentiis ſingulis dimidium tantum conatum adhibentibus: Ita equus ſi multum conetur, trahet aliquod pondus quod cùm duplo minore conatu trahet ſi alius equus illi adjungatur. Cùm ergo velociùs movetur potentia, majorem conatum & impetum producat, duplici potentiæ æquivalebit, in ordine ad pondus, modo pondus ſuum motum non augeat.

Totum igitur artificium machinæ in eo poſitum eſt, ut major potentiæ motus comparetur cùm minore ponderis motu, & pro ratione illius exceſſus augebuntur vires potentiæ, eò quod non exerat ſuas vires niſi dum movetur, atque adeò duplo velociùs mota, duplo majorem producat impetum & etiam ſi nullus impetus producatur, certum eſt velocitatem eſſe aliquam perfectionem motûs, ſive ſit intenſio aliqua, ſive aliquid aliud.

Dices: Si potentia redditur potens ad vincendam reſiſtentiam, non eſſet potens antequam moveretur, ergo non poſſet inchoare motum. Prioſquam enim producat motum debet eſſe potens in actu primo; ſed non eſt potens in actu primo, ſi per motum ipſum redditur potens. Reſpondeo potentiam eſſe potentem in actu primo per ſuam entitatem, ut producat motum, modò tamen ex tali motu non debeat ſequi motus contrarius ponderis nimis magnus; ſeu potiùs; potentia non eſt potens producere talem motum in ſe, & ſimul in pondere oppoſito tam magnum motum; quoties igitur cùm tali motu potentiæ connexus eſt tantus motus ponderis, ipſi motus ſuus eſt impoſſibilis. In quo non eſt major difficultas ac quando comparatur potentia cùm majori pondere. Facilè concipimus quare etiam ſi illud movere non poſſit, quia nempe non poteſt in ſe motum producere, qui tollat hoc impedimentum, ſi pondus ſit minus poterit produci ab eo motus, qui hoc impedimentum ſuperet. Sed dum pondus majus eſt in diſpoſitione ad minorem motum, habet rationem minoris impedimenti, qui à tali motu poſſit ſuperari, ergo tunc motus ſit illi poſſibilis, cùm antea non eſſet poſſibilis, etiam antequam motum producat. Quare dum pondus unius libræ ponitur in diſtantia à jugo duplo majori quàm ſit diſtantia duarum, ſit illi motus poſſibilis, quia cùm eius motu verbi gratia unius pedis, connexus eſt motus duarum librarum per ſemipedem; idem motus eſſet impoſſibilis à tali potentia ſi cùm illo ponere deberet majorem motum. Diſpoſitio igitur machinæ connectens motum majorem potentiæ cùm motu minori ponderis, atque adeò efficit ut talis motus ſit poſſibilis, cùm in aliis circumſtantiis impoſſibilis eſſet.

Non igitur potentia in actu primo conſtituitur ſimpliciter per ſuam entitatem, ſed etiam per applicationem, ſaltem ſicut per conditionem. Pariter pondus non eſt conſiderandum ſimpliciter, ſed ſecundum applicationem ſuæ reſiſtentiæ. Virtus igitur minor poteſt incipere ſuum motum ſi huic motui pondus oppoſitum non poſſit reſiſtere quantum neceſſarium. Cohibetur autem eius reſiſtentia per machinam, eò quod determinet motum in eo producendum, qui cùm minor ſit quàm in machina, minor virtus illum poteſt producere.

PROPO

PROPOSITIO XVIII.

Machina vires potentiæ non auget.

Etiamſi potentia adhibendo machinam majus pondus moveat, quod ſine machina movere non poſſet, dico tamen vires potentiæ non augeri.

Probatur primò ratione. Machina eſt indifferens ad motum, nullamque habet virtutem producendi motum, ergo eam non poteſt alteri tribuere. Quamvis autem in libra, verbi gratia, quæ ferrea eſt, ſit gravitas, ita tamen duo eius brachia in æquilibrio ponuntur, ut eam conſiderare poſſimus ſine ulla gravitate. Cùm in motum ponderum nihil influat. Idem dico de aliis machinis. In aliquibus tamen caſibus aliquando gravitas machinæ aliquid efficit, quod tamen plerumque ita parvum eſt, ut facilè negligi poſſit.

Probatur ſecundò. Ut machina augeret vires, deberet efficere ut potentia ſub eodem ſuo motu majorē motus quantitatem produceret, ſed id non efficit: ergo machina non auget vires potentiæ. Probatur. Quod enim ſub majori ſuo motu majorem motus quantitatem in adverſo pondere producat, hoc habet omnis potentia ſine ullo ſuo augmento, ſed tantum eo quod coacerventur impetus, fiatque eius motus velocior, ſeu perfectior. Probatur autem minor. Potentia tantum minuit motum ponderis, hoc eſt efficit ut idem motus potentiæ reſpondeat motui ponderis minus veloci, ſed hoc non eſt augere quantitatem motus, ſeu effectus producendi, ſi quantum augetur pondus, tantum imminuatur eius velocitas; eadem enim perſeverat quantitas in motu.

Probatur 3. Oſtendimus ſuprà contra Ariſtotelem pondus in quacumque parte libræ appendatur, eodem modo gravitare, ita ut ſuppoſitâ manu eadem ſentiatur gravitatio. Quare dum majus pondus collocatur in libra, in minori diſtantia quàm minus pondus, ita ut ſit æquilibrium; dico gravitationes inæquales eſſe, ita ut ablato minore pondere, ſuppoſitâ manu majori, plus ſentiat ſe gravari, quam dum ablato majore, eadem ſuſtentat minus; ſunt tamen hæ gravitationes inæquales in æquilibrio, quia ob ſitum illarum gravitationum in libra, æqualis utrobique ſequeretur motus quantitas.

Ut autem id clariùs videamus, ſupponamus in duo brachia inæqualia libræ cadere duos globos inæquales ex eadem altitudine, ita ut major cadat in brevius brachium, minus in longius, poterit eſſe æquilibrium, ſi brachiorum longitudines ſint globis reciprocè proportionales. Non eſt autem dubium quin major globus majorem efficiat percuſſionem, & minor minorem; quia tamen diſpoſitio efficit ut motus velocior ſit ex parte minoris percuſſionis, erit adhuc æquilibrium. Percuſſiones igitur ſe habent in hoc caſu quaſi pondera abſoluta, quibuſcùm velocitates reſpectivæ, ortæ ſcilicet ex diſpoſitione libræ, ipſis percuſſionibus ſunt reciprocæ, adhuc perſtabit æquilibrium.

Idem dicendum eſt de duabus percuſſionibus inæqualibus, propter diverſam altitudinem; nempè ſint globi æquales, ſed qui cadant ex inæqualibus altitudinibus, erunt item percuſſiones inæquales; ſed ſi percutiant libram in diſtantiis inæqualibus ita ut major percuſſio ſit in minori diſtantia, & reciprocè ſe habeant. Conſiderandæ igitur partes percuſſæ cum impetu quem à percuſſione recipiunt quaſi pondera inæqualiter gravitantia. Quia tamen ſi eſſent pondera gravitantia ſequeretur eadem motus quantitas, utrobique perſtabit adhuc æquilibrium. Sed hæc comparatio iſtarum percuſſionum cum ponderibus meliùs ſub finem hujus tractatus explicabuntur.

Pariter ſi duæ potentiæ motrices inæquales applicentur in libra, in diverſis diſtantiis à jugo, poterit eſſe aliquandô æquilibrium. Sint verbi gratia duo equi æqualium virium & æqualiter trahentes, ſed per puncta libræ inæqualiter à jugo diſtantes. Ille vincet qui magis à jugo diſtabit, alium vincet, & ſuperabit. Non quod aliquid amittant de ſuis viribus abſolutis, ſed ut ita dicam, reſpectivis, eò quod dum equus ſunus movetur per unum pedem, motum contrarium in alio producit per ſemipedem; alter vero dum moveretur per unum pedem, produceret in oppoſito motum duorum pedum. Plus ergo reſiſtit qui eſt in majori diſtantia. Sed de hoc ultimo in ſequenti libro.

Quare concludo machinam abſolutas vires ponderum, aut potentiarum, nec augere nec minuere, ſed tantum reſpectivas in ordine ad pondus ſimpliciter ſumptum.

Dices. Potentia vires majores habet, quæ cùm antea pondus movere non poſſet, modo illud idem movere poteſt, ſed id efficit machina; ergo efficit ut pondus majores vires habeat.

Reſpondeo diſtinguendo majorem. Potentia quæ antea non poterat pondus movere, producendo nempè in eo motum æquè velocem ad ſuum, & modò poteſt illud movere producendo in illo motum minus velocem ſuo, majores vires habet; Nego majorem. Si in utroque caſu debeat ſequi motus æque velox; Concedo majorem.

PROPOSITIO XIX.

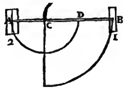
Theorema.

Ea mobilia ſunt æqualia in viribus quorum magnitudines, & velocitates ſunt reciprocæ.

Cùm ſuprà viderimus vires alicujus potentiæ, aut ponderis ſaltem reſpectivas non eſſe ſpectandas præcisè ſecundum eorum entitatem, ſed etiam ſecundum velocitates quas habent, ita ut quantitas motus, momenta, vires reſpectivè ſint ferè idem, benè univerſaliter proponimus ea mobilia hic & nunc habere vires reſpectivas æquales, ſeu ut vocant momenta æqualia, ſeu eſſe æquilibrium, & virtutem activam unius eſſe æqualem, reſiſtentiæ actuali alterius, quæ magnitudines, & velocitates habent reciprocas. Hoc eſt quantum una magnitudo excedit aliam, tantum viciſſim velocitas ſecundi ſuperet velocitatem primi, hoc eſt mobile minus compenſet ſuâ velocitate, id quod illi deeſt in magnitudine. Intelligenda autem eſt magnitudo numerus partium entitativarum, nam in ponderibus verbi gratia ex materiis diverſis gravitas abſoluta ſpectanda eſt, non moles illa externa.

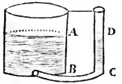
Hanc propoſitionem facile demonſtramus in ponderibus. Sint enim pondera A & B, quæ ita ſe habeant ut ita ſit A & B, ſicut diſtantia C B ad diſtantiam AC, cùm in tali diſpoſitione, Arcus

quos eodem tempore deſcribunt ſe habeant ut ſemidiametri AC, CB, velocitates & ſpatia eodem



tempore decurſa ſe habebunt reciprocè ut pondera, hoc eſt ita erit ut A ad B, ita ſpatium decurſum à pondere B, ad ſpatium decurſum à pondere A. Ut autem habeatur quantitas motus ponderis A, multiplicandum eſt ipſum pondus A per ſpatium decurſum, ſicut ut habeatur quantitas motus ponderis B multiplicandum eſt per ſpatium quod ab eo percurritur. Quoties autem quatuor numeri proportionales ſunt, numerus productus ex multiplicatione primi & ultimi, æquale eſt numero producto ex multiplicatione ſecundi, & tertii: ergo quantitas motus in pondere A, æqualis erit quantitati motus ponderis B, ergo erit æquilibrium, nec eſt potior ratio cur unum alteri prævalcat.

In liquidis pariter res eſt manifeſta. Sint enim duo tubi inæqualis craſſitiei AB, CD, communicantes, liquores erunt in æquilibrio cùm altitudo CD æqualis erit altitudini A B. quamvis aqua quæ in A B continetur ſit centupla aut millecupla aquæ C D: ſed C D diſpoſitionem ad ve-



locitatem reciprocam habet, ita ut ſi aqua deſcenderet una linea in AB, aqua aſcenderet centum aut mille lineis in CD. Eſt ergo ut aqua AB ad aquam C D, ita reciprocè velocitas in C D, ad velocitatem in AB. nam ſi aqua in AB deſcenderet una linea, hæc aqua linearis transferretur in C D, & cùm tubus ſit centuplo minor, eſſent centum lineæ aquæ ſibi invicem incumbentes, ergo aqua in CD velocitatem habet centuplam. Sed de hoc puncto agemus in hydroſtatica.

Addo ulteriùs non tantum in machinis hanc propoſitionem veram eſſe ſed etiam in mobilibus quibuſcumque, nam mobile ut unum cum velocitate ut duo, idem poterit ac mobile ut duo cùm velocitate ut unum. Utrobique enim invenitur æqualis quantitas motus, & conſequenter totidem gradus impetus, in majori mobili pauciores in qualibet parte, in minori plures.

Probatur autem quia nulla eſt potior ratio cur dum in machina ita connectuntur, ut æqualem habeant motus quantitatem. Quæ omnia ad percuſſionem determinandam ſpectant.

MECHANICES
LIBER SECVNDVS.
De Vecte.

QUIA in mechanica potius de potentiis animatis agimus, quam de ponderibus, ideò operæ pretium erit, eas ad certam menſuram revocare. Exiſtimo autem pondus quod elevari poteſt à potentia animata, ita ut æquè velociter eum moveat, ac ipſa movetur, eſſe menſuram convenientem potentiæ. verbi gratia. Sit homo qui poſſit attollere 100 *libras, ſed majus pondus non poſſit attollere, menſura illius potentiæ, erit pondus* 100 *librarum, idemque poterit hæc potentia mota majori velocitate, ac poſſet pondus* 100 *librarum eâdem velocitate motum.*

DEFINITIONES.

DEFINITIO Prima. Vectis, Græcè μόχλος, eſt oblongus palus ex materia ſolida, quo ad elevanda, aut movenda pondera utimur: In quo tria diſtinguenda ſunt; Potentia movens; pondus; & fulcrum, quod Græce ὑπομόχλιον dicitur, quòd vecti ſubjiciatur.

Secunda. Hypomoclion eſt fulcrum, cui innititur vectis, & circa quod tanquam circa centrum, vectis extremitates moventur.

Tertia. Vectis primi generis ille eſt, in quo hypomoclion medium locum occupat; potentia & pondus, in extremitatibus conſiſtunt, ut ſi potentia fuerit in C. hypomoclion in B. pondus in A.

Quarta

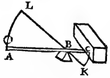
Quarta. Vectis ſecundi generis ille eſt, in quo pondus medium locum occupat, potentia, & hypomoclion, in extremitatibus conſiſtunt ut ſi potentia fuerit in F, pondus in E, hypomoclion in D.

Quinta. Vectis tertij generis, potentia in medio ſtatuitur; hypomoclio, & poodere extremitates occupantibus, ut ſi hypomoclion fuerit G, potentia H, pondus I. Vide figuras ſuprà.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si in vecte potentia ita ſe habeat ad pondus, ut diſtantia utriuſque ab hypomoclio reciprocè; erit æquilibrium, ſeu potentia pondus ſuſtinebit, non tamen elevabit.



Sit potentia A ad pondus C, ſicut diſtantia BC ad diſtantiam AB; dico fore æquilibrium, & potentiam poſſe ſuſtinere pondus C, non tamen elevare & vincere. Ut autem meliùs propoſitio intelligatur, ſupponatur pondus C eſſe 100 librarum, & potentiam A eſſe potentem ſine vecte ſuſtinere libras 25. atque adeò ſicut potentia A æquivalet præcisè quartæ parti ponderis, ita etiam linea BC ſit quarta pars lineæ AB: dico fore æquilibrium.

Demonſtr. Potentia augetur in eadem ratione in qua augetur illius motus ſupra motum ponderis; ſed in tali diſpoſitione motus potentiæ ſe habet ad motum ponderis, ut ad 4. unum; ſi enim intelligatur vectis elevatus in L, ita ut potentia deſcripſerit arcum AL; pondus deſcripſerit arcum KC; arcus autem ſunt ſimiles, eò quòd anguli ABL, CBK ſint æquales, utpote oppoſiti ad verticem, arcus autem ſe habent ut ſemidiametri, nempe ut AB ad BC, ſuppoſuimus autem AB eſſe quadruplam ipſius BC; igitur in tali diſpoſitione (*per primum principium hujus tractatus*) virtus A quadruplicatur; ergo æquivalet virtuti ut 100, ſed virtus 01 100, eſt in æquilibrio cum pondere ut 100; igitur ſi ut potentia A ad pondus C; ita diſtantia CB ad diſtantiam AB; quod eſt reciprocè, erit æquilibrium; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Si major ſit ratio potentiæ, ad pondus, quam diſtantia ponderis ad diſtantiam potentiæ ab hypomoclio; potentia pondus elevabit, & vincet.

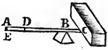
Sit major ratio potentiæ A ad pondus C quàm diſtantiæ BC ad diſtantiam AB; dico potentiam A, in tali diſpoſitione ſuperaturam pondus C.

Demonſtr. Supponatur alia potentia quæ ad pondus C eandem habeat rationem quam habet diſtantia BC ad diſtantiam AB, hæc potentia erit in æquilibrio cum poodere (*per præcedentem*) ſed potentia A major eſt, quam illa potentia, (*per 10. 5. Eucl.*) ergo potentia A major eſt quam illa quæ erit in æquilibrio cum pondere C: ergo vincet pondus C illudque elevabit; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Si ſit major ratio diſtantiæ potentiæ ab hypomoclio; ad diſtantiam ponderis ab hypomoclio; quam ponderis ad potentiam, pondus vincetur, & elevabitur à potentiâ.



Sit major ratio AB ad BC, quàm ponderis C ad potentiam A: dico potentiam ſuperaturam pondus C.

Demonſtr. Sit enim alia potentia D æqualis ipſi A, applicata in puncto D, ita ut ſit ut pondus C ad potentiam D, ita DB ad BC; eritque (*per 10. 5. Eucl.*) DB minor, quam AB & *per primum hujus*) potentia D applicata in puncto D erit in æquilibrio cum pondere C: ſed potentia A æqualis ipſi D, ſi applicetur in puncto A, majorem motum efficiet, reſpectivè ad motum ponderis C: ergo per primum priocipium majores habebit vires quam potentia D, quæ eſt in æquilibrio cum pondere C; quare illud elevabit & vincet; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Si major ſit ratio ponderis, ad potentiam, quam diſtantiæ potentiæ, ad diſtantiam ponderis; aut ſit major ratio diſtantiæ ponderis, ad diſtantiam potentiæ, quam potentia ad pondus; potentia pondus nec elevare nec ſuſtinere poterit.

Sit primò major ratio ponderis C, ad potentiam A; quam diſtantiæ ad diſtantiam BC, dico potentiam A, minorem eſſe, quam ut faciat æquilibrium cum pondere C. Ponatur enim potentia E ad quam pondus C eandem habeat rationem, quam AB ad BC, & conſequentet minor erit ratio ponderis C ad potentiam E, quam ejuſdem ponderis C ad potentiam A; & (*per 10. 5. Eucl.*) potentia E major eſt quam potentia A: ſed (*per primam hujus*) potentia E, applicata in puncto A, eſt in æquilibrio cum pondere C: igitur potentia A minor eſt quam ut ſit in æquilibrio

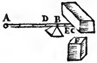
cum pondere C : ergo illud nec elevare immo nec ſuſtinere poterit; quod erat primum.

Sit ſecundò major ratio diſtantiæ B C ad diſtantiam AB quàm potentiæ A ad pondus C; dico victoriam fore penes pondus C. Ponatur enim potentia E ita ut ſit ſicut BC ad AB, ita E ad C. eritque major ratio potentiæ E ad pondus C quàm potentiæ A ad idem pondus C;& (*per* 10. 5. *Eucl.*) potentia E major erit, quam A, ſed (*per primum bujus*) potentia E applicata in puncto A, eſt in æquilibrio cum pondere C; igitur potentia A minor eſt eâ quæ in eodem puncto vectis applicata eſt in æquilibrio cum pondere C, igitur non poterit potentia A pondus C ſuſtentare, quod erat demonſtrandum. Quamvis in figura poſuerim tantum vectem primi generis, iſtæ propoſitiones tribus vectis ſpeciebus æqualiter conveniunt, cùm in omni ſpecie tam potentia quam pondus circulos deſcribant.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Potentia tot æquivalet potentiis ſibi æqualibus in virtute, quoties eius diſtantia ab hypomoclio diſtantiam ponderis ab eodem, continebit.



Sit potentia quæcumque A apta ſuſtinere ſine vecte pondus 100 librarum. Ita diſponatur in vecte, ut diſtantia illius A ab hypomoclio, contineat verbi gratiâ quater B C diſtantiam ponderis ab eodem hypomoclio; dico potentiam eandem in puncto A æquivalere quatuor potentiis ſibi virtute æqualibus, atque adeo poſſe ſuſtinere in hac machinæ diſpoſitione pondus librarum 400.

Demonſtr. Quoties diſtantia AB continet diſtantiam B C, tantum motus potentiæ motum ponderis continebit; ſed (*per primum principium*) machinatum, quantum motus potentiæ creſcit ſupra motum ponderis, tantum habet virium: igitur ſecundum rationem AB ad BC augebuntur vires potentiæ: ſed ex ſuppoſitione AB, eſt quadrupla BC, ergo potentia in puncto A applicata quatuor potentiis ſibi virtute æqualibus æquivalebit.

Vel potentia A æqualis 100 libris, æquivalebit 4 potentiis ſibi virtute æqualibus, ſi poſſit ſuſtinere pondus 400 librarum: Poteſt autem illud ſuſtinere (*per primum hujus*) ſi ſit ut potentia A ad pondus librarum 400. ita diſtantia BC ad diſtantiam AB; quod per ſe patet.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Poſitâ eâdem potentiæ diſtantiâ ab hypomoclio; quò magis pondus hypomoclio admovebitur, eò majores erunt potentiæ vires.

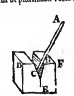
Sit primò pondus C diſtans ab hypomoclio B, diſtantiâ BC. ſitque potentia in A : dico ſi ſemper potentia ſit in puncto A, & pondus admoveatur hypomoclio B; verbi gratiâ, in puncto E; quod quò minor erit B E, eò majores erunt vires potentiæ, in ordine ad ſuſtinendum, aut elevandum, pondus poſitum in E; hoc eſt ſi potentia applicata in puncto A, poſſit ſuſtinere pondus librarum 400 poſitum in puncto C: dico ſi pondus C admoveatur hypomoclio, ſtatuaturque in puncto E, fore ut ſicut ſe habet B E ad BC, ita ſe habeat pondus quadringentarum librarum, ad illud quod potentia A ſuſtinere poterit.

Demonſtr. Sit enim ut BE ad BD; ita pondus C ad pondus F: dico pondus F collocatum in puncto E eſſe in æquilibrio cum potentia A. nam cùm ſit ut potentia A ad pondus C, ita diſtantia BC ad diſtantiam AB. Ut autem BE ad BC, ita pondus C ad pondus F. ergo ex æqualitate perturbata (*per* 23. 5.*Eucl.*) erit potentia A ad pondus F, ſicut diſtantia BE ad diſtantiam AB, ergo (*per primam hujus*) erunt A & F in æquilibrio; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Ex hac propoſitione rationem reddes innumerabilium praxium, quas naturaliter, aut experientiâ ſolâ duce adhibent communiter artifices, ad hoc ut pondera moveant; aut quamcumque corporum reſiſtentiam vincant. Neque enim in ſuperanda ſola ponderum gravitate hæc doctrina adhibetur, ſed etiam in ſecandis corporibus, divellendis ab invicem, ſuperandáque quacúmque reſiſtentiâ, quæ breviter tantum indico, ut ex iis ad cæteras materias traducantur.

Primò quicumque lapides ex lapidicinis extrahunt; utuntur ut plurimum vecte ferreo. Quo-

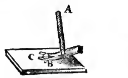


ties autem multum reſiſtit lapis, ſive propter magnitudinem, ſive eo quod divelli non poſſit ab aliis, quibus adhuc adhæret, hypomoclion quam proximè ponderi admovent, ut facilius moveant, quod ſuo idiomate vocant (*faire aigre*) pro hypomoclio autem utuntur quocumque ſuſtentaculo verbi gratiâ lapide; vel ſæpè quoties duo lapides ab invicem ſejungendi ſunt unus reſpectu alterius habet rationem hypomoclij. ut ſi lapis E F ſit divellendus à lapide DE, ſi DE ſit firmus erit hypomoclion in puncto C & pondus in B, eritque vectis ſecundi generis, & tunc diſtantia po-

tentiæ

tentiæ erit linea AC, diſtantia ponderis erit BC. Quoties igitur BC erit in AC; tot potentiis ſibi æqualibus æquivalebit potentia in puncto A applicata.

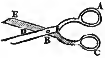
Si autem pondus B ita receſſiſſet à corpore CE, quod hypomoclij rationem habet ut diſtantia CB fieret major. interſereretur inter illa duo corpora aliquod corpus durum, ut nempe minueretur diſtantia CB, & vires potentiæ magis, & magis augerentur.



Pariter dum avellendus eſt clavus ope mallei quò clavus qui vicem ponderis obtinet fuerit propior hypomoclio C, eò faciliùs cæteris paribus educetur; unde quando jam tantiſper avulſus eſt, atque adeò extremitas mallei C non poteſt amplius inſiſtere tabulæ ſubjectæ, aut parieti, è quo educendus eſt clavus, ſolemus aliud corpus interſerere, ut minima ſit diſtantia.



Pariter in forcipibus duplex eſt vectis primi generis, quorum unum eſt hypomoclion, clavus nempe B, circa quem uterque ramus volvitur, quò autem minor erit diſtantia BD, & major diſtantia AB, aut BC, eò validiùs ſtringet. Quod dicendum etiam eſt de forficibus; in quibus hoc



notandum eſt faciliùs operari dum magis aperti ſunt, quam dum minus ſunt aperti; eo quod dum magis aperti ſunt, corpus ſecandum ſit propriùs hypomoclio B, verbi gratiâ, in puncto D; at verò dum clauduntur ulteriùs, id quod ſecandum eſt erit verbi gratia in puncto E. unde major eſt ratio diſtantiæ ponderis ab hypomoclio ad diſtantiam potentiæ ab eodem hypomoclio. Similiter quò longiora erunt brachia AB, CB, eò etiam cæteris paribus vires potentiæ augebuntur. atque ita videmus forficibus longioribus artifices, quæcumque metalla ſecare. Alia multa inſtrumenta congerere poſſemus quæ hoc principio facilè explicantur.

Dum ſeras clave aperimus; ſi difficultatem experimur, baculum in clavis annulum inſerimus, ſic enim longiori utimur vecte.

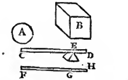
Cùm portas aperimus, ſi eas longiùs à cardinibus impellimus, faciliùs loco dimovemus. Ex his etiam rationem reddes, cur haſta longior plus ponderet, ſi per extremitates arripiatur, cur haſta longior faciliùs curvetur quàm brevior, aut frangatur.

Rationem etiam reddes cur validiùs dentibus molaribus, aliquid comprimamus, quam anterioribus. Multa in decurſu ad vectem revocabimus, ut in navigatione, remigationem, gubernaculum &c.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Quavis potentiâ, quodlibet pondus vecte primi, & ſecundi generis movere.



Sit datum quodcumque pondus B, potentia quantulacumque A; dico moveri poſſe pondus B, à potentia A, vecte primi generis, vel ſecundi. Pondus enim B cum infinitum non ſit, rationem aliquam habebit ad pondus, quod moveri poſſet à potentia A. Dividatur, ergo vectis CD, fiatque ſicut pondus B ad potentiam A; ita linea CE ad lineam ED. Supponatur in puncto E hypomoclion, & pondus applicetur in puncto D, & potentia A in puncto C; dico fore æquilibrium.

Demonſtr. Cùm enim ita ſit potentia A ad pondus B, ut diſtantia ED, nempe ponderis ab hypomoclio, ad diſtantiam CE, nempe potentiæ ab eodem hypomoclio, (*per primam hujus*) erit æquilibrium. Quod ſi hypomoclion vel tantillum admoveatur ponderi; jam potentia ſuperabit pondus, illudque vincet.

Vecte ſecundi generis idem perficiemus. Sit enim ut B ad A, ita FH longitudo totius vectis, ad GH, ſitque hypomoclion in extremitate H, potentia in alia extremitate F, & pondus in puncto G, adhuc (*per primam hujus*) erit æquilibrium. Si verò pondus hypomoclio admoveatur tantillulum, jam potentia pondus elevabit, & vincet.

Vecte autem tertij generis ad id præſtandum uti non poſſumus. Cum enim pondus unam extremitatem obtineat, & hypomoclion alteram, potentia quæ medium locum occupat, ſemper minus ab hypomoclio diſtabit, quàm pondus; atque adeò tantum abeſt, ut machina aliquid conferat, ad augendas potentiæ vires; quinimmò multum nocebit, pondusque potiùs ex tali machinæ diſpoſitione ſuam augebit reſiſtentiam. Nam loquendo in genere quotieſcumque ex machinæ diſpoſitione augentur vires potentiæ; toties ſi potentia,

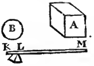
potentia, & pondus locum mutent imminuentur vires potentiæ, & tantumdem ponderis reſiſtentia augebitur.

Atque hoc eſt Archimedis problema magnificum, quo ſe terram loco dimoturum jactabat ſi modò locus hypomoclij ſtabilis concederetur. Quod quidem ſpeculativè veriſſimum eſt, in praxi ſæpè impoſſibile. Quis enim practicè vectis longitudinem in quamcumque rationem poſſet dividere. Præcipuè ſi aſſignetur verbi gratiâ pars lineæ millies milleſima, fit enim ita parua ponderis, à jugo diſtantia, ut impoſſibile ſit, hypomoclij ſedem, à ponderis diſtantia diſtinguere.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Pondus in vecte ita ſtatuere ut nulla potentia finita, quantumlibet magna, illud vincere poſſit.



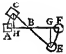
Sit pondus quantulumcumque A. potentia quæcumque æquivalens ponderi B. dico ita hæc ſtatui poſſe, ut potentia B. quæcumque illa ſit, tali ponderi A elevando ſit impar. fiat enim ut potentia B ad pondus A, ita diſtantia KL, ad diſtantiam LM, & potentia B in puncto K, pondus A in M collocetur. Per primam hujus erit æquilibrium, unde ſi hypomoclion L, tantiſper potentiæ in K conſiſtenti admoveatur, hæc tanto ponderi elevando impar erit. Immo datum vectem ita ſuppoſito hypomoclio dividere poſſumus ut quæcumque potentia, uni extremitati inſiſtens alteram attollere non poſſit. Si nempè vectem KM ita dividamus, ſuppoſito hypomoclio L valde vicino potentiæ in puncto K conſiſtenti, fieri poterit ut potentia licet valida, elevare non poſſit partem vectis LM.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Quando centrum gravitatis ponderis eſt in ipſa vectis linea, eadem ſemper ad illud movendum virtus requiritur, quemcumque tandem ſitum obtineat; modo virtus deorſum tantum aut ſurſum moveat.

Ea quæ de vecte ſuperioribus propoſitionibus demonſtravimus ſunt univerſaliora; neque varias circumſtantias notatu tamen dignas explicant, quæ hîc expendere debemus. Certum autem eſt, quod potentia vivens quæ ut plurimum vecte utitur, cum ſit ad omnem motum indifferens, tam deorſum, quam in tranſverſum moveat. Pondera verò quæ ſolâ gravitate vim ſuam exerunt, ſolum motui ſurſum reſiſtunt, ideoque non tam motus illorum circularis ſpectandus eſt, quàm ſimpliciter perpendicularis. Quæ omnia ut ſingillatim perſequar, varios caſus exponam. Et primò potentiam ſpectabimus quaſi deorſum tantum impellentem; Sic poteſt comparari diverſimodè pondus cum vecte. Vel enim ponderis centrum gravitatis, ſed quaſi medium eſt in ipſo vecte, & quod idem eſt, appenditur liberè in vecte; vel eſt ſupra vectem, vel infra vectem. In hac propoſitione centrum gravitatis ſtatuemus in ipſo vecte.



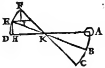
Sit ergo ponderis A centrum gravitatis in vecte, dico ſi potentia deorſum tantum impellat, eadem potentia requiretur ad ſuſtentandum pondus in quocumque ſitu exiſtat.

Demonſtr. Tam pondus quàm potentia deorſum impellunt, quare ſive conſiderentur motus circulares tam potentiæ quam ponderis, illi erunt proportionales diſtantiis, cum arcus ſimiles ſint proportionales ſemidiametris circulorum, ſive ſpectentur motus perpendiculares GE, CH, illi etiam proportionales erunt, eò quod triangula CBH, BGE ſint proportionalia. Unde ſi potentia deorſum tantum moveat, eadem requiretur virtus ad ſuſtentandum aut movendum pondus, ſive vectis ſitum horizontalem ſive obliquum obtineat.

PROPOSITIO X.

Potentia movens æqualiter in omnem loci differentiam, facilius movet pondus cujus centrum in vecte in ſitu obliquo, quàm in horizontali.

Sit potentia A æqualiter potens movere pondus in omnem loci differentiam, ſitque pondus D cujus centrum in vecte. dico ſi elevetur vectis in E, fore ut potentia faciliùs moveat idem pondus, quam ſi vectis ſitum horizontalem AD obtineret.



Demonſtr. Pondus, ſeu quodcumque grave reſiſtit tantum motui ſurſum; igitur perpendicularis linea eſt menſura eius reſiſtentiæ. Moveatur ergo primò pondus ſecundum arcum DE, reſiſtentia erit linea EH; moveatur ſecundum alium arcum

arcum æqualem E F, reſiſtentia erit ſecundum perpendicularem F I. Clarum autem eſt lineam F I minorem eſſe linea E H. igitur licet eadem potentia moveat per arcum CB,æqualem ipſi AB, atque adeo tantumdem virtutis exerat, (*ſecundum primum principium*) invenier minorem reſiſtentiam in E, quam in D; faciliùs igitur movebit, dum vectis ſitum obliquum obtinebit; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

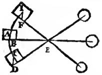
Sequitur ex eo quod in ſitu obliquo potentia eſt io æquilibrio cum pondere, etiamſi non ſit reciprocè eadem ratio potentiæ, ad pondus, quæ diſtantiæ ponderis, ad diſtantiam potentiæ ab hypomoclio. Quia nempe motus ponderis ſecundum quem ſuam exercet reſiſteotiam, non eſt arcus verbi gratia E F, ſed linea perpendicularis F I, licèt potentiæ motus, ſecundum quem exercet ſuam activitatem,ſit arcus BC. Arcus autem BC, & perpendicularis F I, non ſunt proportionales diſtaotiis KB, KE.

In ſitu tamen horizontali DA, quia perpendicularis phyſicè coincidit cum circulo DH,debent obſervari regulæ communes.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Si ponderis centrum fuerit ſupra vectem: faciliùs attolletur pondus, ſupra horizontalem lineam quam infra, à potentia deorſum tantum impellente.



Sit pondus A, cujus centrum ſupra vectem, cum pondus ſemper urgeat deorſum, ſecundum lineam perpendicularem; in ſitu elevato, deorſum ponderabit ſecundum lineam IF; & tunc vera diſtantia erit linea FE, in ſitu verò horizontali diſtantia vera erit B E, in ſitu depreſſo erit D E. Certum eſt autem DE, majorem eſſe quam BE, & hanc majorem quam FE, atque adeò reſpectu potentiæ in vecte ipſo applicatæ, & deorſum tantum impellentis, difficilior erit motus in C quàm in A, & in A quam in I.

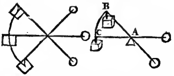
Dixi autem reſpectu potentiæ moventis ſimpliciter deorſum; quia ſi moveret æqualiter, in omnem loci differentiam, eſſet etiam habenda ratio doctrinæ *propoſitione* 10. traditæ.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Quando pondus habet centrum gravitatis infra vectem, in ſitu depreſſo minor requiritur virtus quam in horizontali, & major in ſitu elevato.

Poſitâ ſuperioris propoſitionis probatione, hæc ſatis per ſe patet nec indiget ulteriori explicatione, cum in ſitu depreſſo perpendicularis mino-



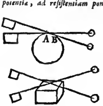
rem abſcindat diſtantiam quam in horizontali, in ſitu elevato majorem, eadem item cautio adhibenda eſt.

Quando, verò pondus liberè ex vecte dependet, eôdem prorſus modô ſe habet, ac ſi centrum gravitatis ponderis, in ipſo vecte inveniretur. Nam ſemper eadem manet diſtantia ad hypomoclio, ſaltem virtualiter. quia tam movetur pondus, ac ſi verè exiſteret,in puncto vectis in quo appenditur.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

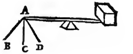
Si propter figuram hypomoclii, punctum cui vectis inſiſtit mutetur, mutabitur etiam proportio virtutis potentiæ, ad reſiſtentiam ponderis.



Poteſt figura hypomoclii eſſe varia, atque adeò fieri poteſt ut in ipſo motu, aliud atque aliud vectis punctum hypomoclii vires getat, ex quo fiet ut diſtantiæ tam potentiæ, quàm ponderis non ſint eædem; atque adeò tota virtutis potentiæ,ad ponderis reſiſtentiam ratio mutetur. Ut ſi hypomoclion eſſet ſphæricum, & vectis, in ſitu horizontali illud tangeret in puncto A, in ſitu verò elevato illud attingeret in puncto B. Idem dico ſi hypomoclion oblongum eſſet.

PROPOSITIO XIV.

Motus potentiæ ad vectem obliquus, minus potens eſt, quàm rectus.



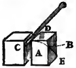
Sit potentia A quæ vectem impellat ſecundum lineam AB obliquam; dico; hunc motum minus eſſe potentem, quam ſi eâdem vi impelleret vectem ſecundum lineam perpendicularem A C.

Demonſtr. Ille motus non tam impenditur in pondere elevando quam in retrahendo vecte ab hypomoclio, ſicut motus AD urget vectem contra hypomoclion, & conſequenter potiùs illi reſiſtit hypomoclion quàm pondus.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Motus ita impreſſus ponderi, ut illud urgeat obliquè ad lineam ſecundum quam moveri poteſt, minus eſt potens.

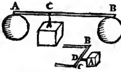


Sit pondus A quod tantum poſſit moveri ſecundùm lineam AB; ſitque vectis cujus hypomoclion in C attingens pondus in puncto D, illudque impellens ſecundùm lineam DE, dico difficiliùs motum iri tale pondus, quàm ſi impelleretur ſecundùm lineam AB, nam motui impreſſo ſecundum lineam DE, ut compoſito ex duplici, nempe quaſi ex perpendiculari & horizontali, illi inquam quatenus perpendicularis eſt, reſiſtit ſubjectum planum, atque adeò pars illius impetus, inutiliter in vincenda hâc reſiſtentiâ abſumitur.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Dum duæ potentiæ in extremitatibus vectis conſiſtentes pondus appenſum ſuſtinent: quæ eſt ponderi propior, majorem ponderis partem ſuſtinet, quæ remotior, minorem, proportionaliter ad diſtantias reciprocè.



Sint duæ potentiæ A & B, in vectis extremitatibus conſiſtentes, idemque pondus C ſuſtinentes; dico potentiam A majorem ponderis partem ſuſtinere quam B. Hoc eſt. Sit pondus C librarum 60. ſitque B C dupla ipſius AC. dico potentiam A ſentire tantum pondus librarum 40. & potentiam B, ſuſtinere tantum pondus librarum viginti, ſeu ut potentiæ poſſint ſuſtinere pondus C, ſufficere in B potentiam æqualem ponderi librarum viginti, & in A potentiam æqualem libris quadraginta.

Demonſtr. Potentia A reſpectu potentiæ B, ſe habet ſicut hypômoclion; igitur ut ſit æquilibrium debebit eſſe ut A C diſtantia ponderis ab hypomoclio A ad AB diſtantiam potentiæ, ab eodem hypomoclio; ita potentia B ad pondus C reciprocè (*per primam hujus*) ſed AC ex ſuppoſitione eſt tertia pars lineæ AB; igitur requiretur in B potentia æqualis tertiæ parti ponderis; nempè libris viginti. Pariter quia reſpectu potentiæ A, potentia B ſe habet per modum hypomoclij, ita erit CB diſtantia ponderis ab hypomoclio ad AB diſtantiam potentiæ ab eodem, ſicut potentia A ad pondus C reciprocè (*per primam hujus.*) Sed CB ſupponitur continere duas tertias partes totius lineæ AB; igitur & potentia A, erit æqualis duabus tertiis partibus ponderis C. nempè libris quadraginta; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Si pondus ſit præcisè in medio vectis, utraque potentia mediam tantum partem ſuſtentat.

COROLLARIUM II.

Utraque potentia ſimul ſumpta, æqualis eſſe debet illi potentiæ quæ ſine vecte pondus poſſet elevare.

COROLLARIUM III.

Ex eo determinare poterimus an hypomoclion ſit aptum ad ſuſtentandum pondus, illi enim ſemper aliqua pars ponderis competit, ſaltem in vecte ſecundi generis.

COROLLARIUM IV.

In vecte autem primi generis hypomoclion ſuſtinet tam pondus, quàm potentiam, debetque illius reſiſtenria, utrique ſimul ſumpto eſſe æqualis.

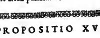
COROLLARIUM V.

Dum duæ potentiæ in vectis extremitatibus conſiſtentes pondus in medio poſitum ſuſtinent, facilè determinabimus quantum illius ponderis quælibet potentia ferat; diviſo ſcilicet toto pondere ſecundum rationem quam habent potentiæ cum pondere reciprocè. Quod dixi de vecte reſpectu ponderis ſuſtinendi, intelligi etiam poteſt de pondere trahendo, ut ſi duo trabant & ſit pondus A annexum non in medio vectis BC; modò vectis mobilis ſit circa punctum D.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Potentiæ in vectis extremitatibus conſiſtentes, pondus longiori vecte, non ferent faciliùs, quam breviori.





Sint potentiæ A & B vecte quôcumque AB, ſuſtinentes pondus C; ſint & aliæ duæ potentiæ D & E, longiori vecte idem pondus aut æquale

le ſuſtinentes ; dico longitudinem vectis DE, nihil facilitatis addere. Sit enim eadem ratio AC ad CB ; quæ DF ad FE ; oſtendam in utroque caſu eandem partem ponderis ſuſtineri à potentia B, quæ à potentia E ſuſtinetur, eandem à potentia A, quæ à potentia D.

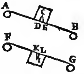
Pariter *ex coroll.2.* oſtendam in utróque caſu potentias ſimul ſumptas æquales eſſe ponderi. unde majori vecte nihil efficitur quam minori.

Neque hoc mirum videri debet cum longitudo vectis nihil addat virium : hoc eſt ſi duo ſint vectes inæquales in longitudine, ſed ſimiliter diviſi ab hypomoclio, hoc eſt in utroque ſit eadem ratio diſtantiarum : ſimilis ſequetur effectus in utroque.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Dum duæ potentiæ pondus ſuſtinent, cujus centrum eſt ſupra vectem, in ſitu declivi : potentia inferior, majus pondus ſentiet.



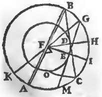
Sint duæ potentiæ A & B ; ſitque pondus ſupra vectem cujus centrum C, ſitque perpendicularis CD : dico potentiam B majus pondus ſuſtinere, quam ſi vectis ſitum horizontalem obtineret. Pondus enim agit ſemper per lineam perpendicularem ad horizontem, ſeu in hoc caſu per lineam CE ; cum antea ageret per CD ; igitur pondus fit propius potentiæ B : quare potentia B majus pondus experitur (*per præcedentem.*)

Si verò pondus eſſet infra vectem contrarium accideret ut in ſecundo exemplo, in quo pondus innititur vecti per lineam IK, quæ pondus admovet potentiæ F. atque adeò in tali caſu potentia F majus pondus ſentiet quam in ſitu horizontali. denique ſi pondus liberè penderet, non mutaret ſitum, & conſequenter neutra potentia, ex declivitate vectis pateretur.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Dum potentia trahit per lineam, ad vectem obliquam, eius vera diſtantia eſt perpendicularis ab hypomoclio ad lineam directionis.



Sit vectis AB & potentia trahat per lineam BC, obliquam ad vectem, ad quam ex hypomoclio F, ducta eſt perpendicularis FD. dico veram diſtantiam potentiæ ſecundùm quam virtutis augmentum aut decrementum ſpectandum eſt, eſſe lineam FD.

Demonſtr. Supponatur potentia conſiſtere in puncto D, quæ funem ex D in E adducat ; ducaturque linea FE. interea vectis deſcenderit in punctum G, ducatur linea EG, & quia in triangulis FDB, FEG, latera FG, FB ; item FD, FE, & longitudo chordæ BD, GE eadem eſt. (*Per* 8. 1.) omnes anguli æquales erunt : igitur BFD, GFE æquales erunt ; & ablato communi GFD ; remanent anguli GFB, DFE æquales & conſequenter arcus BG, HI, æquales. Arcus autem DE ſecundum quem mota eſt potentia ita ſe habet ad HI, aut BG, aut AK motum ponderis ſicut FD ad AF : igitur vera diſtantia ſecundùm quam creſcit aut decreſcit motus potentiæ, eſt linea FD, perpendicularis ad lineam directionis. quod erat demonſtrandum.

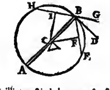
Si verò potentia eſſet in puncto C, & moveretur ſupra circumferentiam MC, oſtendetur facilè arcus MC, æqualis eſſe arcui BG ; & conſequenter in tali caſu videtur vera diſtantia, ſecundùm quam eius virtus ſpectanda eſſet, eſſe linea FG vel FC, quod eſſet contra præcedentem propoſitionis partem : ſed cogitandum eſt lineam CB eſſe flexibilem in puncto B, atque adeò potentiam in C poſitam moveri poſſe circa punctum B, tanquam circa centrum, licet vectis FB immotus maneat. Supponatur ergo ex puncto B tanquam centro deſcribi arcum CO, ita ut linea BO, quæ cogitari poteſt ſit æqualis lineæ BC, trahatur funis à puncto O uſque in M ; ita ut interea extremitas vectis, transferatur à puncto B, in punctum G, eritque OM, verus motus potentiæ, quem æqualem eſſe aſſero lineæ DE, cum enim tam DC ſeu DO ſit dimidia pars lineæ CB ; quam EM dimidia pars lineæ MG, erunt DO, EM æquales ; & ablatâ communi EO, erunt DE, MO æquales, quare potentia in illa extremitate lineæ non plùs mota eſt, quàm ſi applicata fuiſſet in puncto D ; ergo eius vera diſtãtia erit FD, quod erat demonſtrandũ.

COROLLARIUM I.

Si linea BC non eſſet flexibilis, neque in puncto B, neque in alio ; ſed firmiter adhæreret puncto B, aliter ſe res haberet. Nam ſi applicaretur potentia in puncto D, eius diſtantia ſecundum quam examinandum foret incrementum, aut decrementum virtutis ; eſſet DF, ſi verò applicaretur in puncto C, eius vera diſtantia eſſet linea FC & motus eius verus, ſecundùm quem moveret, non eſſet tantum linea MO, ſed totus arcus MC.

COROLLARIUM II.

Linea directionis quæ eſt perpendicularis ad vectem, eſt aptiſſima ad movendum, & per eam potentia maximas habet vires, quas in ex-

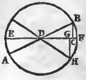


tremitate illius vectis habere poteſt. Sit enim vectis AB, hypomoclion C, ſitque linea direc-

ctionis BD perpendicularis ad vectem AB : dico in quacumque alia directionis linea, potentiam eſſe minùs potentem. Sit enim alia linea BE quæ faciat angulum acutum CBE, & quæ conſequenter cadat intra circulum; ad eam ducatur perpendicularis CF. quæ (*per præſentem*) eſt vera diſtantia potentiæ, & minor quàm C B; qoare minores habebit vires, dum trahet vectem per lineam BE, quam per lineam BD. Sit deinde alia linea directionis B G, ſitque angulus obtuſus CBG, eritque conſequentet reliquus angulus CBH acutus, & B H ingredietur circulum, quâ diviſâ bifariam in I, erit (*per 3.3.*) C I perpendicularis ad BH; eademque C I erit vera diſtantia potentiæ : quæ cum ſit minor, quam C B, minores etiam vires habebit potentia.

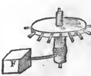
COROLLARIUM III.

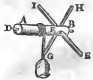
Ponderum quæ per ſolam gravitatem trahunt vera diſtantia, eſt ſegmentum vectis borizontaliter poſiti inter hypomoclion, & perpendicularem. Sit vectis AB pondus per gravitatem deorſum trahens in B : cogitetur linea EF in ſitu ho-



rizontali, ducaturque perpendicularis BC : dico veram diſtantiam ponderis B eſſe DC, omne enim grave trahit per lineam verticalem, ad quam perpendicularis eſt, horizontalis linea DC. Idem dico ſi pondus exiſteret in puncto H, vera diſtantia eſſet DG. uode ſequitur qood pondus dependens ex vecte horizontaliter diſpoſito maximas habeat vires, ſed de his fuſiùs in Statica.

MECHANICES
LIBER TERTIVS.
De Axe in Peritrochio.





AXIS in peritrochio, quem Latini ſuculam, Græci ὄνον, Galli Tornum, *un Tour*, Itali Ergatan nominarunt, conſtat primò cylindro, ſeu Tympano AB, cui infixus eſt axis FD, habet item ſcytalas ſeu radios tympano infixos; circa tympanum circunvolvitur funis cui pondus annexum eſt, aliquando axis F D eſt horizonti parallelus, ut in prima figura; poteſt item eſſe verticalis ut in ſecunda, variè autem efformari poteſt, immutatâ tamen eius eſſentiâ, & eodem potentiæ augmento perſeverante. Sive enim ſcytalæ infixæ ſint immediatè tympano, ut in primo exemplo, ſive infixæ ſint circumferentiæ rotæ majoris parum intereſt, vera enim radii longitudo, eſt diſtantia extremitatis eius ab axe.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Axis in peritrochio, eſt vectis.

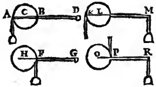
Sit baſis cylindri AB, centrum illius, ſeu communis ſectio baſis, & axis ſit punctum C; quod cum ſit immobile, vicem habet hypomociij. Dependeat pondus ex puncto A ſitque potentia in D, dico ibi inveniri vectem primi generis, licet enim ſcytala BD; non ſemper ſit infixa in eodem plano in qoo invenitur pondus A, æqualem tamen circulum deſcribit illi quem percurreret, ſi in eodem plano exiſteret, atque adeò invenitur vectis primi generis; eædemque propoſitiones quas de vecte fecimos; huic machinæ applicandæ ſunt. Cùm idem ſit augmentum motûs potentiæ ſupra motum ponderis; ergo (*per primum principium*) idem eſt augmentum virium. In ſecundo verò caſu, in quo poodus dependet ex puncto F, hypomoclion eſt in H, & potentia in G, invenitur vectis ſecundi generis.

Si verò potentia eſſet in puncto K, hypomoclion in L; pondus dependeret ex puncto M adhuc inveniretur vectis primi generis ſed minuereotur ex tali diſpoſitione vires potentiæ.

Denique ſi hypomoclion eſſet in puncto O, potentia in P; pondus in R, inveniretur vectis

tertii

tertii generis, in quo ponderis vires augentur, minuitur potentia; non inutilia tamen diſpoſitio



quoties potentia longo intervallo pondus ſuperat, ſed augendus eſt motus ponderis.

COROLLARIUM I.

Si ita ſe habeat potentia ad pondus, ut ſemidiameter tympani ad longitudinem ſcytalæ, ſeu radij; potentia in tali diſpoſitione erit in æquilibrio cum pondere. Suppono autem potentiam in extremitate radii applicari & impellere ſcytalam ſemper perpendiculariter. Ratio clara eſt, quia tunc eſt æquilibrium per primum principium machinarum quoties ita eſt potentia ad pondus, ut motus ponderis ad motum potentiæ reciprocè. Sed ponderis motus ita ſe habet ad motum potentiæ, ut diſtantia eius ab axe, ad diſtantiam potentiæ ab eodem axe. Dum enim potentia, unum circulum circa axem abſolvit, funis etiam circumvolvitur ſemel circa tympanum, & pondus motum abſolvit æqualem uni circumvolutioni, ſeu uni circulo tympani: Circuli autem ita ſe habent, ac radii: igitur ſi ita ſe habeat ſemidiameter tympani ad ſcytalæ longitudinem ut potentia ad pondus erit æquilibrium, & potentia poterit pondus ſuſtinere: quod erat demonſtrandum.

Ut autem vires iſtius machinæ meliùs concipiantur, ſumatur ſemidiameter tympani; comparetur que cum ſcytalæ longitudine quæ ſumitur, ab axe ad illud punctum cui potentia applicatur; quoties ſemidiameter tympani in ſcytalæ longitudine. invenietur, toties multiplicabitur potentia hoc eſt, ſi homo qui ſit in æquilibrio cum 100 libris & tympani ſemidiameter decies inveniatur in ſcytala: dico eundem hominem poſſe hâc machinâ mille libras ſuſtinere.

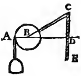
COROLLARIUM II.

Si verò ſit major ratio potentiæ ad pondus, quam ſemidiametri tympani ad longitudinem ſcytalæ, potentia pondus elevabit, major enim requiritur virtus ad movendum pondus, & vincendam eius reſiſtentiam quam ad eam adæquandam.

Pariter ſi ſit major ratio longitudinis ſcytalæ, ad ſemidiametrum tympani, quam ponderis ad potentiam, potentia ſuperior erit pondere cjuſque reſiſtentiam ſuperabit.

COROLLARIUM III.

Si potentia moveat ſcytalam per lineam non perpendicularem ad illam. Eius vera diſtantia ab axe, ſeu hypomoclio minor erit. Ut ſi ſit ſcytala BC potentia trahat per lineam CE obliquam; vera diſtantia potentiæ ſecundum quam eius augmentum metiri debemus, erit perpendicularia BD, (*ut oſtendimus propoſitione* 19. *de vecte.*)

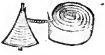


COROLLARIUM IV.

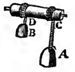
Si funis ita circumvolvatur cylindro, ut ſpiræ ſpiris imponantur, ſit major trahendi difficultas, ſeu augentur vires ponderis; cum enim tympani ſemidiameter augeatur, ſit minor ratio longitudinis ſcytalæ ad ſemidiametrum tympani. (*per* 10. 5. *Eucl.*) ſeu ut clariùs loquar ſemidiameter tympani, non toties invenitur in longitudine ſcytalæ. Ex quo capite in horologiis automatis, quæ ponderum gravitate animantur; ſi accidat ut tympanorum cylindri non ſint ſatis longi, ad omnes ſpiras excipiendas, ſed neceſſarium ſit unam ſpiram alteri ſuperponi, cum illâ ſpirarum ſuperpoſitione neceſſariò augeatur tympani ſemidiameter inæquales idem pondus vires habebit; citiùſque horologium movebit; ex quo ſequitur primas horas eſſe inæquales & breviores. Quod ſi vellet aliquis tertiam, verbi gratiâ, horam aliis eſſe breviorem, ſub ſpira quæ tali reſpondet horæ augendus eſſet tympani cylindrus & haberetur intentum.

COROLLARIUM V.

Ex hac propoſitione intelliges quare in minoribus horologiis, quæ non ponderibus ſed elateriis animantur, quare inquam, tympanum circa quod funis circumvolvitur non ſit cylindricum; ſed conicum, ut in hâc figura, cum enim elateria initio ſint magis tenſa, quàm in fine; ideoque cæteris paribus majorem vim habeant, initio trahere debent, per apicem coni, hoc eſt tunc eſt parva diſtantia ab axe, in fine verò trahunt per baſin coni in qua parte major eſt diſtantia ab eodem axe, nempe ut major vis trahens ex minori diſtantia, ſeu in parvo motu, ſit æqualis virtuti minori trahenti ex majori diſtantia. Sit enim virtus elaterii initio tractionis, nempè quando, maximè tenditur, æqualis ponderi unius libræ, & in fine æqualis ponderi quatuor unciarum, ſeu quadranti libræ, debebit ſemidiameter circuli coni, in quo funis annectitur initio tractionis eſſe quarta pars ſemidiametri baſis coni, ſecundum quam ſit tractio in fine, ſic enim æqualis erit virtus in utroque caſu: & uniformiter trahet,



COROLLARIUM IV.



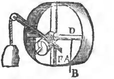
Facilè ex his ſolves quæſtionem ſæpius mihi propoſitam ſcilicet ; an idem pondus dependens ex longiori fune plus virtutis habeat quam ſi dependeret ex breviori fune, ſeu utrum ſit difficiliùs trahere pondus A, quam pondus B, quæ ſuppono æqualia eſſe. Ratio difficultatis videtur peti ex eo quod pondus A magis diſtet ab axe cylindri, quàio pondus B, atque adeò majores vires habere videatur. Dicendum igitur eſt non quamlibet diſtantiam ab axe eſſe menſuram incrementi virtutis ; ſed eam tantum ex qua ſequitur major motus : cum ergo ſive pondus exiſtat in A , ſive io B, dum ſemel circunvolvitur cylindrus ; aſcendit pondus ſecundum lineam quæ ſit æqualis circumferentiæ cylindri ; ergo in utroque caſu æqualiter movetur pondus ; ergo æqualiter gravitat. Secludo tameo gravitatem funis.

Si autem pondera illa non liberè penderent, ſed lineæ DB, AC eſſent ex materia rigida, & inflexibiles : quia dum circumvolvitur cylindrus, pondus A majorem circulum deſcriberet , quam pondus B, ideo pondus A majores habere vires, quam pondus B. pro ratione diſtantiarum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Dum potentia vi ſolius gravitatis agit, augmentum potentia non ſemper peti debet ex diſtantia ab Axe.

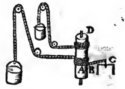


Quamvis jam iſtam propoſitionem attigerimus ſuprà: placet tamen hunc machinæ peculiari adaptare, eò quòd ſit jam pervulgata, & in communi latomorum uſu. Hanc Græci γέρανον ſeu Gruem vocavere. Galli autem eandem appellationem retinuerunt. Machina conſtat rotâ ſatis magnâ , quam homines ingrediuntur , & in qua ambulant , tympano circa quod circumvolvitur funis , & collo oblongo in cujus extremitate eſt troclea ad dirigendum nempe pondus. Quæritur an vires potentiæ moventis & in extrema rota applicatæ , augeantur ſecundum rationem ſemidiametri rotæ , ad ſemidiametrum tympani. Reſpondendum eſt non ita ſe rem habere : cum enim homo ambulans in Rota, & movens per gravitatem , nempe per lineam tendentem ad centrum terræ in diverſis partibus rotæ applicetur, immo ſæpè ferè ſit ſub axe : eius vera diſtantia non eſt deſumenda ſecundum ſemidiametrum, ut ſi homo verſaretur in puncto A, cum moveat per lineam AB ; eius vera diſtantia eſt AD , ut oſtendimus *propoſitione* 19.

PROPOSITIO III.

Theorema.

De ſuculâ verticaliter poſitâ.

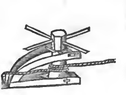


Licet ſuculæ ſitus non multum faciat , id tamen habet peculiare ſucula cujus axis verticalis eſt , ut ſolis animalibus adhiberi poſſit , eò quòd ſola animalia motum propriè loquendo horizontalem habere poſſint, licet etiam aliqua fiant molendina , in quibus aqua ſuculam verticalem moveat,immò & ventus ut oſtendemus. Miratus ſum ſæpiſſimè , quòd ita raro inter ædificandum hæc ſpecies ſuculæ adhibeatur , cum illius ope unicus equus majorem copiam lapidum, arenæ, & calcis in ſuperiores ædificij partes conveheret , quam quatuor aut quinque homines; immò puto ergatæ verticalis uſum non adeo periculoſum eſſe , ac Gruis noſtræ, in qua ſi funis rumpatur quod nonnunquam accidit,qui rotam agitant maximum vitæ adeunt periculum.Tanto enim impetu ut plurimum circumvoluitur rota , ut eos excutiat. Quare ſuculæ verticali adhiberi poteſt jumentum, & circa cylindrum duplex circomvolvi funis, contrario modo, ut interea dum unus , pondus elevat, alter demittat inſtrumentum.Vis iſtius machinæ maxima erit , cum enim equus ut plurimum trecentas libras ferre poſſit multò plures, quaſi trahere, ſeu elevare trahendo , ponamus quingentas. Creſcat autem eius virtus ſecundum proportionem AC ad AB Continebit autem ut plurimum AC decies lineas AB, ex quo fiet ut equus ſolus libras 5000. poſſit elevare. Si verò pondera non debent eſſe ita magna , ſatiuſque videtur plura minora pondera repetitis vicibus elevare quam ſimul & ſemel maximum pondus attollere , ne ſcilicet funes rumpantur, tunc augeatur cylindrus AB, quo ad craſſitiem. Tunc enim minuentur vires potentiæ , & citiùs attolletur pondus.

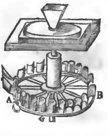
Quia tamen in hâc machina id videtur incommodi quod elevato pondere debet ergata contrario modo circumvolvi , ſitque aliquod temporis diſpendium, ut equus in partem contrariam aptetur, primô certum eſt quod ſi homines huic ergatæ applicentur ceſſabit tale incommodum. Si verò adhuc jumento utendum eſſet fiat compoſita

machina

machina ex duabus ſuculis adhibitis duobus tympanis dentatis quibus ſucula verticalis aliam horizontalem movere poterit, ita ut ſi tympanuio inſeratur denticulis tympani in unam partem moveatur cylindrus; ſi verò incurrat in aliud tympanum, moveatur cylindrus contrario motu, facilè autem modò uni tympano, modò alteri admovebitur cylindrus ope vectis mobilis circa cardinem.



Hâc ergatâ verticali communiter utuntur nautæ in majoribus præcipuè oavigiis, tam ut pondera majora in navim inferant, quam ut anchoram majorem extrahant, ad quod præſtandum maximæ requiruntur vires, tum propter pondus, tum maximè ot eximatur, & avellatur à terra quam momordit. Io quo unum notandum eſt, quia rudentes ut plurimum ita craſſi ſunt ut ſi circa tympanum circumvolverentur, & ſpiræ ſpiris imponerentur in maximam molem excreſcerent, redderentque machinam inutilem, ideo tres tantum ſpiras, aot ad ſummum quatuor cylindro excipiunt, ita dum una ſui extremitate nauticus funis circumvoluitur, alterâ evolvatur. Ut autem ſemper in medio conſiſtat, nec totum percurrat cylindrum, tympanum in extremitatibus fit latiua ad modum coni. ut in figura ſatis exprimitur, ſic nim funis in medium ſemper relabitur.



Ad axem in perittochio verticalem revocantur minora piſtrina aquea, in quibus aqua palmulas in orbem diſpoſitas ita impellit; ot horizontaliter rota iooveatur, & eius axis verticaliter. Hâc machioâ utimur quoties magna aquæ copia non ſuppetit, quò autem rota fuerit major, eò majores erunt aquæ vires ſecundum rationem diametri rotæ ad diametrum molæ, ſed in eadem proportione decreſcit velocitas motus in mola. Nam ſingulis circumvolutionibus rotæ reſpondent ſingulæ circumvolutiones molæ, ex quo fit ut cautione maximâ utendum ſit, ne major fiat rota quam par ſit, tardior enim ſequetur motus in mola & parum utilis reddetur machina. Si fiet item rota minor quam exigat reſiſtentia molæ, nullus fiet motus.

Ad eandem machinam revocatur alia rota, quæ vento quomodocumque expoſita ſemper volvitur. Nam cuicumque vento ex una parte concavitatem palmularum obvertit, ex alia convexitatem ut ſi ventus directè flaret ſecundum lineam AB, ventus palmularum AGB concavitatem attingeret; & convexitatem palmularum BA. Cum autem majorem impreſſionem faciat dum incurrit in concavitatem quàm dum in convexitatem, eo quod tunc facilè elabatur; voluetur hæc rota ex A per G in B. Poſſet autem facilè etiam impediri impreſſio venti in palmulas A, & tunc vehementiùs adhuc rotaretur, ſi nempè apponatur aliquod obſtaculum.

Hoc genere ſuculæ utendum eſt, quotieſcumque animalibus utimur præcipuè verò jumentis, ut machinas agitemus, talia ſunt molendina, ſive ea quibus frumentum molimus, ſive ea quibus nuces, aut olivas terimus, ut oleum extrahamus, omitto innumeras alias machinas quæ ſecundum aliquam ſui partem ad hoc genus ſuculæ revocantur.

PROPOSITIÒ IV.

Theorema.

De duplici Axe in peritrochio.

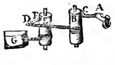


Pleræque machinæ vulgares non ſunt ita ſimplices, quin ſæpè duplicem ejuſdem ſpeciei machinam continent. Non immoratus ſum compoſitioni quæ fieri poſſet ex duplici aut triplici vecte, quia ut plurimum talis compoſitio inutilis eſt, unde prima compoſitio quæ utiliter adhiberi poteſt eſt ſuculæ duplicis, & aliquando triplicis, pro ut res exiget. Quia autem ut diximus ſucula ad vectem revocatur eumque perpetuum, ideo non erit inutile breviter notare quam mirabile ſit potentiæ augmentum duplici vecte utentis. Sit enim vectis AB cujus hypomoclion C, ſit item AC ad CB, ut 10 ad 1. certum eſt potentiam puncto A applicatam decem potentiis ſibi æqualibus æquivalere, Applicetur illius vectis DF, ita ot EF ſit ad DE, ut 10 ad 1, potentia in F poſita, 10 potentiis ſibi æqualibus æquivalebit reſpectu ponderis in D conſtituti. Si verò vectis DF impellat vectem AB, potentia F 100, potentiis ſibi æqualibus æquivalebit in ordine ad pondus in puncto B conſtitutum.

Ratio autem clariſſima eſt, punctum F decuplo majorem motum habet quàm punctum D, cum autem punctum D conjunctum ſit puncto A, eundem motum facient, ſed punctum A decuplò majus ſpatium percurrit quam punctum B, igitur punctum F ceotuplò magis movebitur quàm punctum B; igitur (*per primum principium*) in tali machinæ diſpoſitione potentia in puncto F conſtituta, centum ſibi æqualibus æquivalebit reſpectu ponderis in puncto B conſtituti.

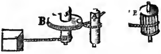
Quæ doctrina applicanda eſt ſuculis, ſi eodem modò

modò aptentur, ut ſi ſcytala AB, ſit decuplò major, ſemidiametro cylindri, B. & funis cylindro B annexus, moveat ſuculam E, per extremitatem

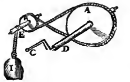


ſcytalæ DE, quæ etiam ſit decupla ſemidiametri cylindri E, dico potentiam A centuplò creſcere reſpectu ponderis G; quæ omnia manifeſta ſunt.

Quia tamen in hac diſpoſitione cylindrus E dimidiam tantum circumvolutionem poteſt abſolvere,



ideo redditur hæc machina inutilis ad pleroſque effectus præſtandos. Quæritur ergo diſpoſitio in qua vectis DE ſemper trahere poſſit Hæc autem erit ſi fiat funis ut vocant perpetuus, circa cylindrum A circumvolutus, in cylindro D rotam BC circumdans, atque hæc machina utiliſſima eſſe poteſt præcipuè cum duo cylindri A & D magno inter ſe intervallo diſtant. Id tamen etiam incommodi habet quòd ſæpè accidat ut cylindrus A ſolus moveatur, nec tamen funem trahat, ideoque cylindrum A, cavitatibus aſperant, funique nodulos aut globulos inſerunt, qui in cavitates ſubingreſſi, ita cylindrum ſtringunt, ut ſolus moveri non poſſit ut in figura E ſatis apparet.



Eâdem machinâ utimur, ſed contrario modo, quotieſcumque potentia longo intervallo ponderis reſiſtentiam ſuperat, ſed motus velociſſimus quæritur. Ut ſi ſit Rota major A circa quam circumvolvatur funis, & circa rotam minorem B cujus diameter, in majoris diametro decies contineatur. Certum eſt ſingulis circumvolutionibus majoris, reſpondere decem minoris circulationes; ſed in tali diſpoſitione potentia minuitur. Hoc eſt ſi potentia ut unum, applicata manunubrio C, poſſet determinatum aliquod pondus appenſum cylindro D elevare, requireretur decuplô major potentia ad illud attollendum, ſi in cylindro E appendatur. Hæc tamen machina utiliſſima eſt, quia ſæpè potentia magno exceſſu ſuperans reſiſtentiam paſſi, aliter commodè applicari non poteſt, ita qui cultros, ſecures, aliaque inſtrumenta ad molam acuunt, vires habent majores, quam ut vincant eam reſiſtentiam, quâ ferrum reſiſtit motui molæ, dum illi imponitur, ſoluſque requiritur motus velociſſimus, qui à potentia ſimiliter produci non poſſet; eò quòd impoſſibile ſit, tam velociter movere brachia; in hoc caſu machina adhibenda eſt, quæ motum augeat, licèt vires potentiæ imminuat. Hæc machina facilis eſt, & maximo in uſu. Et primò à mulieribus adhibetur communiter dum nent, pariter dum fila ſerica aut educuntur, aut duplicantur, ab iis qui pretioſos lapides poliunt, à tornatoribus, & aliis innumeris; & miror quod adhuc non à pluribus adhibeatur.

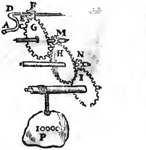
PROPOSITIO V.

Theorema.

De Rotis dentatis.

Rotæ dentatæ ad axem in peritrochio revocantur, faciléque per vectem perpetuum explicantur. Mirabile eſt potentiæ augmentum, tali machinâ utentis; cùm enim facillimum ſit ut dum rota una decies volvitur, alia ſemel tantum circumvoluatur, fit ut ſingulis rotis creſcat in proportione decupla, atque adeo cum alibi demonſtratum ſit numerum quinquaginta cyphris arithmericis conſtantem, majorem eſſe numero arenæ quæ toto firmamenti ambitu contineri poſſet, numeri autem ſingulis cyphris adjecti creſcunt in proportione decupla. Inde ſequitur potentiam quæ ſeipsâ arenæ granulum movere poſſit, qualis eſt in formica, quinquaginta rotis adjutam, poſſe non tantum totam molem terraqueam movere, ſed etiam totum firmamentum, etiamſi tota eius capacitas arenâ conſtaret.

Demonſtr. Sit potentia in A, quæ poſſit 100 libras ſeipſa trahere, ſitque CD decupla ſemidia-



metri EF, ſintque tot denticuli in rota G, ut EF decem orbes deſcribat interea dum rota G unam circumvolutionem abſoluit; pariter G decies volvatur interea dum rota L unam abſolvit circumvolutionem, & ita deinceps; dico potentiam ut 100 poſitam in A, poſſe alevare pondus 100000 librarum.

Nam cum potentia in A decies majus ſpatium decurrat quam rotula EF, rotula EF decies quam

rotula

rotula M & rotula M decies magis quam N, & hæc iterum decies magis quam cylindrus GH, potentia A. decies millies majus ſpatium decurret quam pondua P; ſed augetor potentia ſecundum rationem, quâ motus ejus ſuperat motum ponderis: (*per primum principium mechanices*) igitur potentia A reſpectu ponderis P æquivalet decies mille potentiis, ſibi æqualibus. Sed A ſupponitur poſſe ſeipsâ trahere 100; ergo æquivalet decies mille potentiis quæ poſſunt ſingulæ trahere 100; ſed decies mille tales potentiæ trahere poſſunt decies centies mille ſeu 1000000. Igitur potentia in A trahere poteſt ope iſtius machinæ 100000; quod erat demonſtrandum.

E contrà verò pondus tantumdem amittit de ſuis viribus; unde ſi loco ponderis P, poneretur potentia quæ poſſet 100000 libras elevare, & pondus in puncto A; poſſet tantum elevare pondus unius libræ; diſpendium autem quod patitur potentia A, eſt in tempore; debebit enim mille circumvolutiones perficere intereà dum cylindrus I unam abſolvit.

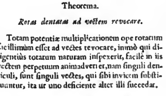
Invertitur enim hæc machina quotieſcumque virtua in potentia exuberat; requiritur autem motus in pondere velociſſimus quæ ex ſuperiùs dictis facilè intelliguntur. Nempè ſi manubrium eſſet in axe I certum eſt quod axis DE mille circumvolutiones abſolveret, intereà dum I ſemel tantum rotaretur.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Rotas dentatas ad vectem revocare.

Totam potentiæ multiplicationem ope rotarum facillimùm eſſet ad vectes revocare, immò qui diligentiùs totarum naturam inſpexerit, facilè in iis vectem perpetuum animadverter, nam ſinguli denticuli, ſunt ſinguli vectes, qui ſibi invicem ſubſtituuntur, ita ut uno deficiente alter illi ſuccedat.



Ut autem eandem in vectibus multiplicationem animadvertas ſint tres vectes AB, DE, IH, ſitque AC ad CB, ſicut 1 ad 10; pariter DF ad FE & EI ad IH; dico potentiam ut unum in H reſpectu ponderis A æquivalere mille potentiis ſibi æqualibus.

Demonſtr. H decuplô magis movetur quam E: E autem decuplô magis, quàm D aut B; B decuplô magis, quam A; ergo motus potentiæ in H, eſt millecuplus motus ponderis in A. Si eſſet autem unicus vectis K M res non ità ſe haberet, nam vectis L M eſſet tantum trigecuplus partis KL, atque adeô potentia in M; triginta tantum ſibi æqualibus æquivaleret.

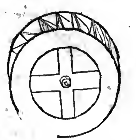
Ad hoc genus revocantur omnes ferè machinæ alicujus momenti, quibus communiter utimur, & quas ſequentibus propoſitionibus explico. Quarum vires ſi expendere quis velit, in genere me-

tiatur tam ponderis, quam potentiæ motum, eoſque inter ſe comparet.

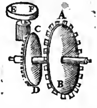
PROPOSITIO VII.

Theorema.

De machinis ab aqua motis.



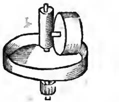
Utiliſſimæ inter alias ſunt illæ machinæ, quæ potiùs à rebus inanimatis moventur, quam quibus animalia adhibentur, eò quòd res inanimatæ, nullo egeant nutrimento, nunquam defatigentur; res autem inanimatæ, quæ machinas animare poſſunt, ſunt etiam illæ omnes quibus competit motus, ut aqua, ventus, fumus, pondera quæcumque, elateria, in hac propoſitione breviter perſtringam eas machinas hujus ſpeciei quæ ab aqua moventur. Invenio autem aquam duplici modo poſſe movere machinam, vel impetu acquiſito, qui percuſſioni æquivalere poteſt, vel ſimpliciter gravitate, ita fiunt aliquæ rotæ, quæ ex una parte aqua onerantur in quibus licet agnoſcere præcisè rationem axis in peritrochio: ita ut pondus aquæ præcisè habeat rationem potentiæ, liceatque eius vires metiri, ex diſtantia ab axe, quæ in tali caſu gerit vices ſcytalæ. Quando verò aqua decurrens non tam vi gravitatis quam impetus acquiſiti machinam movet, id fit vel quod aqua per planum maximè inclinatum delata, incurrat in alas ſeu palmulas, uter autem modus ſit præſtantior examinabimus cum de machinis hydraulicis agemus.



Certum eſt autem majorem rotam majores etiam vires habere, quoties enim in ſucula, longiori ſcytalæ admovetur potentia, toties etiam eius vires augentur, ſed augetur etiam tempus requiſitum. Unde invenio ſæpè in piſtrinis communibus expenſas fieri inutiles, nempe fiunt majores rotæ alatæ, in quas impingit aqua, exinde quia tardior ſequeretur motus, in mola addimus

majotem totam denticulatam quæ in minotem incurrat; ita ut dum major unam citcumvolutionem abſolvit mola octo eircumvolutiones faciat. Satiùs erat primam totam AB palmulis inſtructam dimidiô mioorem facere, rotam item C D dimidiô minorem, ita ut EF, qoatuor tantum circumvolutiones abſolveret, in ſingulas rotationes, totæ majoris AB. Nam tantundem virium haberet aqua reſpectu molæ EF, movendæ per quatuot tantum circumvolutiones, & aqua tam citò bis volueret totam AB dimidiô minotem: & boc ſi omnia expendamus præcisè, & ſecundum regulas mathematicas, immò idem omnìnò eſſet ſi tota A B octuplò minor eſſet, item CD octuplò minor eſſet, ita ut ſingulis eircumvolutionibus rotæ alatæ reſponderent ſingulæ circumvolutiones molæ E F.

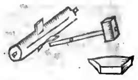
Quæ ut dixi veta ſunt, præcisè loquendo, expendendum tamen eſt unum nempè quod majores rotæ quia minùs à linea recta recedunt ideô diutiùs, earum palmula ab aqua impellitor in minoribus autem rotis ſiogulæ palmulæ ciriùs elevantur, unde in iſtis omnibus ſervanda eſt aliqua mediocritas.



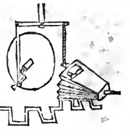
Non tantùm piſtrina, ſed etiam quam plurimæ aliæ machinæ, immò ferè omnes, quæ io aquis fiunt ad hanc ſpeciem revocantur, qualia ſunt. Primò piſtrina omnia ſive quæ fiunt in fluminum ripis, ſive quæ fiuot in oaviculis, & in mediis fluminibus, ſive aliæ machinæ quæ ad conterendas nuces, milium, cannabum, calamos ſaccaraceos, carbones ad pulverem pyrium &c. Item machinæ papyraceæ in quibus cylindrus ligneus ſatis magnus extantibus palmulis inſtructus ligneos malleos attollit, qui telæ fragmenta contundant & comminuant machinæ pulveris pyrij, ſimili cyliodro conſtantes, palmulis item ſimilibus inſtructo, quæ mortariolorum piſtilla attollant. In iis enim omnibus animadvertitur axis in peritrochio tam in rota, quam aqua impellit, quàm in eylindro & palmulis eius, piſtilla, aut malleolos attollentibus.



Item moletrinæ fertariæ, in quibus eylindrus patiret palmulis inſtructus, ferreum malleum ſatis grandem attollit, & demittit.



Hæc autem ſunt diverſi generis prout diverſa exiguntur artefacta, nam aliqua ſunt majora, alia verò minora, aliqua crebriùs impelluntur, alia verò ooo item.



Serræ item, quæ attolluntur, aut deprimuntur ope manubrij. Eſt etiam alia ſerræ pars quæ ad aliud genus petinet nempe ad eochleam. Machinæ quibus folles agitantur, quæ eodem modò ad motum ſurſum, aut deorſum ſpectant; quod ſi quatuor folles fuerint ſimul agitandi: debet fieri axis, quatuor modis oppoſitis inflexus, ut cum aliquo ordine, & in ſiogulos quadrantes moveantur.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

De machinis ponderum gravitate animatis.

Pondetibus idem, & vi gravitatis machinæ moventur, ut ſunt horologia noſtra, in genere tamen dicam eas omnes machinas aptas aſſe non ad potentiæ vires augendas, ſed ad compendium temporis: nempè, ut intra tempus breviſſimum fiat id quod toto die fieri deberet. Hoc eſt ſit movendus index horarum toto die, appoſitè ut horas indicet; ſi homo id ſine machina ſuſciperet, totus dies impendendus eſſet; ſubſtituatur pondus, rantumque virium in attollendo pondere exerat, homo intra minutum boræ faciet quantum ad movendam acum per totum diem neceſſarium eſſet.

Idem dico de machinis ad veru voluendum idoneis; quæ nibil habent peculiare niſi motus tetardationem de qua ſuis locis dicemus. Fiunt autem quatuot modis iſtæ machinæ, pondetibus, clateriis, fumo, & animali quocumque intra rotam ambulante. De ponderibus & elateriis nihil mihi dicendum eſt: Certiſſimum enim eſt in iis nihil aliud niſi rotas dentatas inveniri. Atque adeô axes in peritrochio animalia autem quæ adhibentur ut plurimum ſunt canes, meliùs autem anſeres, diutiùs enim laborem perferunt ita ut

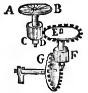
ſi

ſi fuerit opus per 12 horas continuas labori incumbant.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Machina fumo mota.

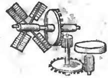


Machina quæ ad fumum volvitur, ſatis benè oſtendit quantum accreſcat virium per axes in peritrochio, quæ enim vis poteſt eſſe minor, ad impellendum, & movendum pondus; quam fumus, hic tamen dum verbi gratiâ incurrit in rotulam alatam AB, cujus omnes alæ detortæ ſunt in eandem partem; ſi ita aptentur rotulæ, ut dum CD. 4. aut 5. facit circumvolutiones, rota E unam abſoluat, & pariter dum rota E, aut illi annexa F quater, aut quinquies volvitur rota G ſemel tantum circumvolvatur AB, 25 circulationes faciet interea dum G nempe veru unam abſoluit; ex ea inquam multiplicatione motus in potentia; nempe in fumo, aut in rota in quam fumus incurrit, augetur vigeſies quinquies vis impulſiva fumi reſpectu reſiſtentiæ veru in puncto G poſiti, neque video aliud in hac machina quod ſit notatu dignum.

PROPOSITIO X.

Theorema.

De machinis vento animatis.



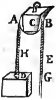
Non eſt diſpar ratio molæ vento animatæ, in qua pariter alæ in eandem partem detortæ ſunt, neque enim vento directè opponuntur, ſed in unam eandemque partem ſingulæ non nihil obliquantur, eo ſerè modo quo pueri Chartaceas rotas, arundini aptant; ita ut dum currunt & in aërem impingunt facilè volvantur. Quia autem ventorum vis, & impetus eſt validiſſimus, mola plures circumvolutiones perficit, quam rota alata contrario modo, ac in præcedenti machina. Poſſet autem eadem fieri quæſtio de iſtius modi piſtrinis; quæ fit de communibus; nempe an poſſint compendioſiùs componi, quàm communiter conſtruantur. Cùm enim per rotarum multiplicationem augeatur motus molæ, an non fuiſſet ſatiùs alas minores adhibere, ex quo fieret ut citiùs prima rota ſuam circumvolutionem peragerer, atque adeô opus non eſſet tantâ rotarum multiplicatione, ut eundem motum prima mola obtineret. Nihilominus conſideratione dignum eſt, quod non in uno tantum loco ventus applicatur ſed ferè in tota ala, atque adeô quò major erit ala, non tantum majores vires habebit ventus, eò quòd majorem in extremitate motum perficit reſpectivè ad motum molæ, ſed etiam major copiâ venti adhibetur, unde puto ſatiùs eſſe alis longioribus uti quam brevioribus.

Reſtaret loquendum de velificatione; ſed aptior erit in tractatu de navigatione locus de illa agendi.

MECHANICES LIBER QVARTVS.

De Trochlea.

DEFINITIO.



TRochlea eſt machina conſtans uno, aut pluribus orbiculis, ſeu rotulis circa axes ſuos verſatilibus; in quibus circumducto circa orbiculum fune pondera trahimus, aut elevamus. Puto opus non eſſe longiori explicatione cum nullus ſit qui hujuſmodi machinas non viderit. Licet pauciſſimi ſint qui illarum vires probè norint; aut cur adhibeantur. Solet autem nonnunquam unicus tantum orbiculus adhiberi, & tunc vocatur monoſpaſtos, vel duplex, diciturque diſpaſtos, triplex vel multiplex vocatur polyſpaſtos.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Simplex trochlea immobilis, vires nec addit, nec minuit.

Sit ſimplex trochlea AB immobilis, ita ut ſolus orbiculus circa ſuum axem volvatur, loculamentum autem ſit immobile, hoc enim intelligo. dico illam trochleam ooo augere vires potentiæ propriè loquendo, ita ut totum emolumentum quod ex tali machina hauritur, petatur ex eo quòd funis non atteratur, viteturque illa difficultas, non quæ præcisè ex pondere, ſed ex attritu funis oritur.

Demonſtr. Tunc machina non juvat potentiam, quando æqualis eſt motus potentiæ, & ponderis; ſed in caſu propoſito ſemper æqualis eſt motus potentiæ motui ponderis quod ita oſtendo. Intelligatur primò pondus in D & potentia in E, trahatur funis, & potentia trahens extremitatem funis, deſcendat in punctum G, & interea pondus D aſcendat in H, quia in utroque ſitu non mutatur longitudo funis, erit DAE æqualis funi HAG, & auferendo ſegmentum commune HAE, reſtabunt lineæ DH, EG æquales; ſed E G eſt motus potentiæ, HD motus ponderis; ergo motus ponderis, & potentiæ ſunt æquales, quare nec augetur, nec minuitur pondus, tantaſque vires potentia ſe ſolâ haberet; quia, ſi per ſeipſam nullâ interveniente machinâ ponderi jungeretur; tantum moveretur, quantum pondus: ergo ex eo capite nihil ex tali machina accreſcit virium; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Per ſimplicem trochleam immobilem faciliùs applicatur potentia.

Sint duæ potentiæ verbi gratiâ homines, æqualia pondera elevantes, quorum utatur trochlea, alter verò nullo tali inſtrumento ſit inſtructus, dico primum faciliùs vires ſuas poſſe tali ponderi applicare; quàm ſecundum. Vel enim pondus illud erit, infra hominem conſtitutum, vel ſupra. Si primum: erit connitendum, ita ut vis tractiva hominis in tali caſu in eo ſit poſita, quòd homo tantiſper incurvatus poſſit vi nervorum, ſe ad conſuetam rectitudinem reſtituere, vel impedire talem incurvationem, ideoque quando eſt hoc modò pondus attollendum, ſæpè connitendum eſt genibus, & toto corpore. vel pondus, in ſuperiori loco poſitum, elevandum eſt & tunc pariter recurrendum eſt ad vim nervorum. At verò dum trochleâ in ſuperiori loco ſuſpensâ utimur, præter hujoſmodi nervorum vim, poſſumus præterea gravitatem corporis applicare, ſæpè ſine ullo conniſu nervorum ideoque non eſt tanta defatigatio.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Trochleæ majores ſunt utiliores.

Quamvis ut oſtendi propoſitione primâ, trochlea una cujus loculamentum immobile, non augeat, nec minuat vires potentiæ; nihilominus etiam diximus conferre facilitatem, eo quod vitetur attritus funis, ſed invenitur nonnulla licet

parua

parua reſiſtentia in axe trochleæ, qui circumvolvi debet, dico hanc difficultatem eò minorem



eſſe; quò trochleæ orbiculos major fuerit, tunc enim ſemidiameter trochleæ ſe habet per modum ſcytalæ, & ſemidiameter axis, per modum cylindri in peritrochio, quò autem major eſt ratio ſcytalæ ad cylindrum eò facilior eſt motus, ut qoia major eſt ratio lineæ GD ad radium axis quam lineæ G B, faciliùs vincetur reſiſtentia, quæ fit in axis circumferentia dum circa illam volvitur trochlea.

Eſt item aliud commodum in majoribus trochleis, nempe quod funis non ita complicetur, & conſequenter non ita atteratur. Suppono autem ſemper trochleas mobiles eſſe circa axem, ſi enim immobiles eſſent aliter in aliquibus ratiocinandum eſſet.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Simplici trochleâ immobili pondus ſe gravius homo poteſt attollere.

Propoſita mihi fuit non ſemel hæc quæſtio, an homo poſſet attollere trochlea ſimplici, & immobili, (intelligo ſemper loculamentum immobile) poſſit inquam attollere pondus ſe gravius: ſeu an homo centum quinquaginta libras pendens, poſſit attollere pondus ducentarum librarum. Caſum autem divido; Nempè vel homo ità ſimpliciter ſtabit ut vi ſolius gravitatis pavimento inſiſtat vel ita connitetur genibus & toto corpore ut vi illius niſus, alicui corpori adhæreat; ſi hoc ſecundum accidat poterit homo pondus ſe gravius elevare; quia nempè præter gravitatem hominis quæ tota applicari poteſt, poteſt præterea contra niti ob nervorum reſiſtentiam, ita ut dum ſemel vellem polyſpaſto plures homines attollere, aliqui genu conitendo ita ſcamnis adhæſerunt ut ſimul cum illis ſcamna ſuſtulerint; onde ex tali connìſu facta fuit unio ſcamnorum cum hominibus; quod ulteriùs explico. Ponamus hominem pedibus ſuis appendiſſe quinquaginta libras, & utraque manu firmiter apprehendiſſe funem, in ſuperiori loco; ſi pondus ex alia parte ſit valdè magnum; poterit homo inſiſtendo funi pedes attollere; & elevare pondus quinquaginta librarum, in quo caſu præter pondus ſibi æquale, libras quinquaginta poterit elevare.

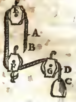
Si verò ſimpliciter inſiſtat ſolo, experientiâ conſtat quod tantum 150 libras elevabit.

Aliter autem philoſophandum de tractione ponderis, inſiſtentis ſolo, au plano inclinato; cum enim pondera præcisè non reſiſtant motui horizontali, vix certa haberi poteſt regula; dependet enim ex æquabilitate corporis cui inſiſtit pondus.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Innumeræ Trochleæ immobiles nec augent, nec minuunt vires potentiæ.



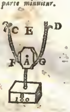
Sint plures trochleæ E, F, G, quarum loculamenta ſint immobilia, dico etiamſi illis ſimul utamur, vires potentiæ, nec imminuendas, nec augendas. Sit enim potentia in A & pondus in C, trahatur funis in B, & pondus aſcendat in D.

Demonſtr. Tunc nec minuuntur, nec augentur vires potentiæ per machinam, quando æquabilis eſt motus potentiæ motui ponderis; ſed in tali caſu hoc accidit, cùm enim funis AEFGC, ſit idem ex ſuppoſitione, ac funis BEFGD erunt AEFGC, BEFGD æquales, & ablato ſegmento communi AEFGD, remanebunt DC, AB æquales; ſed AB eſt motus potentiæ, & DC motus ponderis: igitur motus potentiæ & ponderis ſunt æquales, atque adeò non augentur vires potentiæ, nec etiam minuentur; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Trochlea mobili appenſum pondus, mediâ ſui parte minuitur.



Sit trochlea A cujus loculamentum mobile ſit & huic appendatur pondus & potentia in D. dico pondus immioui mediâ ſui parte. Supponatur potentia ita mota fuiſſe ut trochlea A in E aſcenderit.

Demonſtr. Ad hoc ut trochlea A ponatur in E, debuit potentia mota fuiſſe quanta eſt longitudo chordarum CF, GD; nam à puncto C ad D, eſt tantum diſtantia æqualis illi, quæ eſt inter F & G; ſed CF, GD; ſimul ſumptæ, duplæ ſunt ſpatij AE; cui æquale eſt ut patet motus ponderis B; igitur motus potentiæ, eſt duplus motus ponderis; ſed (*per primum principium mechanices*)

 quotiescun

quotieſcumque motus potentiæ duplus eſt motûs ponderis; toties vires potentiæ duplicantur; igitur in noſtro caſu potentiæ vires duplicantur in ordine ad tale pondus, ſeu quod idem eſt minuitur] pondus mediâ ſui parte; quod erat demonſtrandum.

Si verò loco unici C adderetur una potentia, quæ æqualiter moveretur cum potentia D: mediam tantum ponderis partem experiretur. Eodem modo ac ſi duo æqualiter diſtantes pondus vecti appenſum portarent.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Trochlea mobili applicata potentia, mediâ ſui parte minuitur reſpectu ponderis in unâ funis extremitate appenſi.

In eàdem figura ſi loco ponderis B appenſi, potentia eidem trochleæ applicaretur, & pondus appenderetur funi D, dico potentiæ vires mediâ parte imminuendas.

Demonſtr. Ut priùs oſtendam motum ponderis fore duplum motus potentiæ, atque adeò (*per primum principium mechanices*) minuentur vires potentiæ; & augebuntur vires ponderis: quod etiam dicendum eſt de duobus ponderibus, nempè ut cum pondere B centum librarum fiat æquilibrium in puncto D, aut quocumque funis GD requirerentur libræ 50.

COROLLARIUM.

Sequitur ex eo trochleam immobilem eſſe vectem primi generis æqualium brachiorum; mobilem verò vectem ſecundi, aut tertii generis pariter æqualium brachiorum.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Si ad movendas horologii rotas per 12 horas requiruntur libræ 50. & pondus deſcendat per 20 pedes, ut ſervato eodem deſcenſu pondus horologium moveat per horas 24, 100 libræ requirentur.

Hæc propoſitio quæ facilè per corollarium ex ſuperiori propoſitione deduci poterat propter uſum communem quem habet, hoc modo proponi potuit. Supponatur horologium commune automaton, ad quod animandum, pondus librarum quinquaginta requiritur; ſupponatur haberi locus ad ponderum deſcenſum pedum 20 tantum, & hunc deſcenſum ſufficere ad horas 12. Volumus autem ſervato eodem deſcenſu, ut pondus ſufficiat ad 24, horas, quæritur magnitudo ponderis; dico requiri pondus 100 librarum.

Demonſtr. Supponatur enim motus horologii, & eius reſiſtentia ſe habere per modum motûs alterius ponderis: certum eſt ex ſuppoſitione reſiſtentiam horologii per horas duodecim eſſe minorem quàm pondus librarum quinquaginta ut mobile per 20 pedes; ſed motus horologii per horas 24, eſt duplus illius qui fit per horas duodecim & pariter pondus 100 librarum, ut mobile per 20 pedes, eſt duplum ponderis librarum quinquaginta ut mobilis per idem ſpatium, ergo motus horologii per 24, erit minor; quam pondus 100 librarum mobile per 20 pedes eodemque exceſſu ſuperabitur.

Facilis autem eſt modus quo aptari poterit illud pondus, ſi enim præcisè requiritur, ut moveat per tempus duplum illius quod movebat: id ope trochleæ nullis impenſis præſtari poterit, eò modo quo in 7 propoſitione, ſi nempe funis unâ extremitate religetur firmiter, alterâ vero ad horologii cylindrum pertingat.

Si verò alia minor proportio requiretur nempe ut 2 ad 3, aut 3 ad 4, minuenda eſſet diameter cylindri in quo circumvolvitur funis in horologio ſecundum datam proportionem reciprocè. Hoc eſt, ſi verbi gratiâ requireretur, ut pondus horologium animaret per horas octodecim, cum antea per 12 tantum illud moveret, minuendus eſſet cylindrus, ſecundùm tertiam partem ſuæ diametri, ſi verò requireretur proportio quadrupla: duæ trochleæ mobiles adhibendæ eſſent. Si denique multo major proportio requiratur, addatur horologio una rota.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

In diſpaſto ſi funis trochlea mobilis orbiculo tantum circumvolvatur, nec annectatur eius loculamento aut ponderi, ſed puncto immobili, duplicatur tantum potentia, qua per aliam extremitatem trahit.



Quia multi ſont modi quibus trochleis funes circumduci poſſunt, ex quibus varia ſequuntur potentiæ augmenta, hunc primò explicandum ſuſcipio; nempe ſi funis ADCE uno ſui extremo annectatur puncto A immobili, vel cuicumque alteri puncto, ut puncto B, & circumvoluatur circa trocleam D, tum circa trochleam C, trahaturque per extremitatem E; dico vires potentiæ in E poſitæ reſpectu ponderis ex D pendentis, duplicatas eſſe.

Demonſtr. Punctum E, æqualiter movetur cum puncto F (*per primam hujus*) ſed punctum F duplo movetur velociùs quàm pondus in D appenſum (*per 7.*) ergo punctum E duplò velociùs movetur, quam pondus D: ſed E, eſt locus potentiæ; igitur potentia duplô velociùs movetur quam pondus, & (*per primum principium mechanices*) potentiæ E, vires duplicantur; quod erat oſtendendum.

Sit ſecundò extremitas E annexa firmiter, ſeu puncto immobili E; trahaturque funis ſurſùm à potentiâ

potentiâ conſtitutâ in puncto A ; dico pariter vires potentiæ duplicandas, & trochleam C inutilem eſſe.

Demonſtr. Cùm ſegmentum funis ECF, in tali caſu ſit immobile ; idem erit ac ſi funis religatus eſſet in puncto F ; & unica tantum trochlea adhiberetur, ſed (*per 6. hujus*) trochlea unica, eo modo conſtituta duplicat potentiæ vires : igitur etiam in hoc caſu vires potentiæ duplicantur ; quod oſtendendum erat.

COROLLARIUM.

Sequitur ex eo, quòd ſi potentia eſſet D & pondus in E, annexâ extremitate funis in puncto A, quod inquam in tali caſu cum ponderis motus duplicetur, vires potentiæ minuentur.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Si in diſpaſto extremitas funis religetur loculamento mobili, & ejuſdem orbiculo funis circumvolvatur, triplicabitur potentia.



Sit funis cujus extremitas religetur in puncto I, loculamenti mobilis ; deinde circumvolvatur circa oibiculum loculamenti B immobilis : & iterum circumvolvatur circa orbiculum loculamenti I mobilis, ſitque potentia in puncto C trahens funem ſurſum ; dico vires potentiæ triplicandas.

Demonſtr. Supponatur potentia C ita mota fuiſſe, ut trochlea I tangat trochleam B, in tali caſu relinquetur tantum ex fune quantum requiritur, ad amplectendum utrumque orbiculum, nempe quanta eſt portio FBE & GIH, & motus potentiæ trahentis ex G eſt æqualis reliquo funi ſeu partibus AE, FG, HC ; ſed partes illæ ſimul ſumptæ, ſunt triplæ motus ipſius ponderis, nempè lineæ I E ; igitur motus potentiæ triplus eſt motus ponderis ; igitur vires potentiæ triplicantur ; quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

In triſpaſto, ſi duæ trochleæ ſint immobiles, & una tantum mobilis triplicantur potentia.

Sit triſpaſtum in quo duæ trochleæ A & B ſint immobiles, ſeu in loculamento immobili, ſitque funis religatus in puncto C. deinde circumvolvatur circa ſingulos orbiculos, ptout figura exhibet ; ſitque pondus D ; potentia in E : dico potentiam eſſe triplicandam.



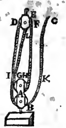
Demonſtr. Punctum E non magis movetur quam punctum F, atque adeo cochlea B commoditatis gratiâ tantùm adhibetur ; ſed punctum F (*per 10. hujus*) triplô velociùs movetur, quam pondus D ; ergo in tali diſpoſitione triplicatur potentia ; quod erat oſtendendum.

Neque verò poterit extremitas funis C, loculamento ſuperiori annecti alioquin una ex trochleis ſuperioribus inutilis eſſet.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

In triſpaſto ſi duæ trochleæ ſint in loculamento mobili quadruplicatur potentia.



Sit triſpaſtum in quo duæ trochleæ AB inferiores ſint mobiles ; dico potentiam C in tali caſu quadruplicandam.

Demonſtr. Intelligatur potentia C, ita mota fuiſſe trahendo funem, ut loculamentum AB tangat loculamentum E, reſtabunt circa trochleas ſegmenta funis æqualia ſegmentis DEF, IBK, GAH ; reliqua tracta ſunt à potentiâ, metiunturque motum potentiæ, ſed ſegmenta DI, LG, FH, CK. quadrupla ſunt, ſpatij LG : igitur potentiæ motus quadruplus eſt motus ponderis ; quod oſtendendum erat.

Quia tamen iſte modus trahendi ſurſum incommodus eſt, addenda eſſet trochlea in loculamento ſuperiori, & tunc fieret tetraſpaſtum cujus vis quadrupla eſt, trochlea enim ſolum additur commoditatis causâ.

PROPO

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Si loculamentum inferius ſit mobile, & potentia ſurſùm trahat, toties multiplicabitur potentia, quot ſunt chordarum ductus.

In figurâ præcedentis propoſitionis ſit loculamentum AB mobile, & potentia C trahat ſurſum; ſeu ut fiat propoſitio univerſalior trahat contra loculamentum immobile, tunc toties multiplicabitur potentia quot ſunt ductus chordarum. Quia tunc vel extremitas chordæ annexa eſt in ſuperiori loco, & ductus erunt pares, duplô plures quam trochleæ inferiores; trochleæ autem inferiores duplicant potentiam; & ex demonſtratis ſi fuerit una inferior nulla erit opus ſuperiori, ut oſtendimus *propoſ.6.* pro ratione ductuum, duplicabiturque virtus. Si fuerint duæ inferiores & una ſuperior, oſtendimus propoſitione præcedenti quadruplicari potentiam, & ita de reliquis.

Si verò funis extremitas annexa ſit loculamento inferiori, oſtendam pariter ut in *propoſitione* 10. toties multiplicari potentiam quot ſunt ductus chordarum.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Si loculamentum inferius ſit mobile, & potentia deorſum trahat, toties multiplicabuntur vires potentiæ quot erunt chordarum ductus, uno dempto.

In antepenultima figura oſtendimus tantam eſſe vim potentiæ in F ac in E, ſed ſi potentia eſſet in F, multiplicatentur eius vires pro numero ductuum, nempe triplicarentur, & in E, additur unus ductus chordæ; ergo hic ductus chordæ qui additur non auget vires; ergo computari non debet.

PROPOSITIO XV.

Si loculamentum inferius ſit mobile, & funis annexus ſit loculamento mobili; qualibet inferior trochlea duplicat potentiam, & una tantum ſuperior potentiam æqualem reddit ponderi.

Sit quicumque polyſpaſtos, in quo loculamentum inferius ſit mobile, cui annectatur funis extremitas, dico ſi una ſit ſuperior trochlea, potentia eſt æqualis ponderi. Si una addatur inferior vi illius duplicabitur potentia; atque adeo potentia triplicabitur, cæteræ autem ſuperiores nihil addent, hoc eſt ſi ſint duæ ſuperiores; manebit potentia ſui ipſius tripla. Si addatur alia inferior erit quintupla, atque ita deinceps. Quæ omnia ſuperioribus propoſitionibus ſingillatim demonſtrata ſunt.

PROPOSITIO XVI.

Si loculamentum inferius ſit mobile, & funis annectatur ſuperiori; quot erunt inferiores trochleæ, toties potentia geminabitur, ſuperiores commodi tantum gratia adhibentur.

In quocumque polyſpaſto in quo funis annectitur loculamento immobili, potentia toties geminabitur, quot erunt inferiores trochleæ, ſeu in loculamentu mobili. Hoc eſt ſi unica ſit in loculamento mobili potentiæ vires duplicabuntur, ſi duæ quadruplicabuntur; ſi tres æquivalebit ſex potentiis; atque ita deinceps, ita ut nulla haberi debeat ratio ſuperiorum trochlearum, ſeu exiſtentium in loculamento immobili.

Demonſtr. Oſtendimus *propoſitione* 6. in monoſpaſto id evenire, *in propoſitione* 9. in dyſpaſto id accidere. Nempè potentiam in utroque caſu duplicari. *in propoſitione* 12. in triſpaſto & tetraſpaſto idem eſſe, & in aliis ſimili ratione demonſtrari poterit.

Quæcumque autem oſtenſa ſunt reſpectu ponderis ſurſum attollendi, intelligendum eſt, de quocumque motu ſive horizontali, ſive quocumque alio cui pondus reſiſtit, pariter de quacumque reſiſtentia, quam ope polyſpaſti vincendam ſuſcipimus.

Sicut item potentiam cum pondere comparavimus, potuimus pariter duo pondera inter ſe comparare. Item ſi potentia locum ponderis ſubeat, & viciſſim pondus locum potentiæ obtineat, augebitur pondus reſpectu talis potentiæ, aut potentia minuetur, quæ omnia ſunt ſynonima, locum autem ponderis potentia motrix obtinere poteſt, quotieſcumque vires ſunt abundantes; ſed motus velociſſimus in pondere producendus eſt, qui ſimpliciter à potentia produci non poſſet, ſine machina, eo quod potentia non poſſit tantâ velocitate ſe movere, quod principium in omnibus machinis intelligendum eſt.

PROPOSITIO XVII.

Trochleas ita diſponere ut pro numero Trochlearum, potentia ſemper augeatur continuò in proportione dupla.

Augmenta potentiæ ope trochlearum hactenus recenſita videntur proceſſiſſe tantum ſecundùm proportionem arithmeticam, ita oſtendimus *propoſitione præcedenti* ſecundum numerum trochlearum in loculamento mobili poſitarum vires potentiæ duplicari; nunc aliam diſpoſitionem inſtituimus, in qua ſi unica ſit trochlea vires potentiæ duplicantur: ſi duæ quadruplicantur; ſi tres, ſint octuplæ, ſi quatuor, potentiis ſexdecim æquivaleant, & ita de reliquis.

Sit igitur pondus elevandum quod annexum ſit Trochleæ mobili B, ſit autem funis una ſui extremitate firmiter adhærens puncto G. ejuſdem autem funis alia extremitas pertineat ad loculamentum C, pariter ſit alius funis FCD religatus firmiter in F, & aliâ extremitate annexus ſit loculamento D; ſit tertius funis EDH, cujus una extremitas firmiter adhæreat puncto E, & potentia ſit in H. dico potentiam in H ſeipsâ æqualem ponderi,

deri, in tali diſpoſitione eſſe ponderis octuplam.

Demonſtr. Oſtendi (*propoſitione 6. hujus*) potentiam in H, duplò velociùs moveri, quam loculamentum D, loculamentum D duplo velociùs quam C, & C duplò velociùs quam B, igitur H octuplò velociùs movebitur quam pondus, & (*per primum principium mechanices*) octuplò majores vires habebit, reſpectu ponderis; igitur ſufficiet potentia ſuboctupla ponderis ut ſit in æquilibrio cum pondere.

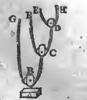
Aliter demonſtratum per vectem quælibet enim trochlea hoc modo diſpoſita eſt vectis ſecundi generis, in quo pondus præciſè eſt in medio potentiæ, & hypomoclii.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Trochleis quodlibet pondus à qualibet potentia moveri poteſt.

Primò quidem ſi potentia major ſit, tantiſper quam pondus facilè quâlibet trochleâ, quæ ſolum applicationem juvet, moveri poterit. Si verò ſit æqualis trochleâ ſecundo modo diſpoſitâ



pondus facilè movebitur. Si verò potentia ſit minor ut ſi ſit ad pondus, ut 8 ad 1, octo trochleis hoc ſecundò modò diſpoſitis vel octo trochleis in duo loculamenta diſpoſitis facilè tota ponderis reſiſtentia ſuperabitur. Si nempè major ſit ratio motus potentiæ ad motum ponderis, quam ponderis ipſius ad potentiam.

MECHANICES
LIBER QVINTVS.
De Cochlea.

DEFINITIO COCHLEÆ.



COCHLEA eſt cylindrus in unam, aut plures ſpiras, ſolidas, & exuberantes elaboratus, ut in figura apparet.

Uſus autem illius communis eſt; inditur enim alteri cylindro concavo in ſpiras pariter, concavas tamen, efformato; ita ut convexæ prioris cylindri helices, concavis quam appoſitè quadrent. Concavus cylindrus nonnunquam ſtabilis eſt, & immotus, & in tali caſu cochlea præter motum circularem habet etiam motum rectum; quo totus eius cylindrus progreditur, aliquandò cochlea immobilis eſt, ſoluſque cylindrus concavus movetur. Communiter cochleæ cylindrus ſimplex additur cui inſeritur ſcytala, ut in AB, adjecta eſt ſcytala BC; ut faciliùs in orbem moveatur. Authores hactenus cochleam ad cuneum revocarunt, & hunc ad vectem; vel ad motum ponderis ſupra planum inclinatum. Ut ſi DE intelligatur eſſe pondus, moveaturque in orbem ita ut aſcendat ſecundum ſpiras cochleæ, ad horizontem inclinatas, vel ſi immoto tigno DE, ipſa cochlea volvatur, quæ per modum ponderis conſideretur, aſcenſus illius erit per planum inclinatum ſpirarum cylindri concavi FG; ſed iſtæ conſiderationes ſuperfluæ ſunt & inutiles, cum tam immediatè, ex primo machinarum principio, vires cochleæ metiri poſſimus; quam per talem reductionem.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Vires cochleæ explicare, & metiri.

Sit cochlea AB, inſtructa ſeu ſcytala BC, nam etiam in minoribus cochleis, ferreis quæ ad ſtringendum aliquid adhibentur, additur caput fiſſura inſtructum; ut inſeri poſſit ferrum quodcumque

quod vicem ſcytalæ obtineat. ſitque potentia applicata in puncto C; intelligaturque fieri una circumvolutio, ſeu deſcribi circulus CKL, interea pondus aſcendet, ab una ſpiræ circumvolutione in aliam, quanta nempè eſt linea NO, æqualis intervallo inter duas ſpiras comprehenſo. Linea NO inveniatur centies in circumferentia CKL; dico ut ſit æquilibrium requiri tantum potentiam ponderis ſubcentuplam, hoc eſt ſi pondus ſit centum librarum, requiri tantum potentiam uni libræ æqualem.

Demonſtr. Tunc eſt æquilibrium cum ità eſt motus potentiæ ad motum ponderis, ut pondus ipſum ad potentiam; ſed in noſtro caſu motus potentiæ eſt centuplus motus ponderis, & pondus centuplum ipſius potentiæ: ergo eſt æquilibrium. Unde ſi potentia, ſit paulò major quam unius libræ, ponderis reſiſtentiam ſuperabit.

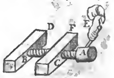
COROLLARIUM.

Si potentia applicaretur tigno DE, ita ut moveret deorsùm per lineam rectam; & non circulariter, cogeret tamen cochleam moveri circulariter, & pondus eſſet in C, requireretur potentia ponderis centupla ad illud movendum. Si verò circulariter moveretur tignum DE, & pondus rectà ſurſum aſcenderet cum cochleâ; ut ſi fingatur ponderis eſſe B; comparanda eſſet tota circuli à tignò deſcripti circumferentia, cum linea NO, quæ metitur ponderis aſcenſum in ſingulas circulationes.

PROPOSITIO II.

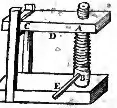
Theorema.

Varii cochlearum ſimplicium uſus.



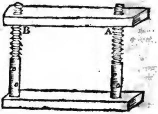
Uſus cochlearum varii ſunt, & ad ſtringendum ut plurimum adhibentur, ut in prima figura apparet, in qua cochlea AB, inſeritur in foramen B, ſuis pariter ſpiris inſtructum, foramen verò C ſimplex eſt, & nullis conſtat ſpiris. Dum caput cylindri pervenit in C, & volvitur cochlea, neceſſariò tigna BD, CF ad invicem accedunt; viresque potentiæ augentur ſecundum rationem circuli ab extremitate ſcytalæ AE deſcripti, ad intervallum ſpirarum.

Idem autem ſequitur effectus ſive tignum BD fingatur immobile, atque adeò tignum C F ad illud accedat, ſive è contrà tignum CF mobile ſit.



Secundus modus erit ſi cochlea ſit in una extremitate, tignum autem cui inſeritur, in alia extremitate ſit immobile; tunc autem erit potentia mixta, nempe ex cochleâ, & vecte. Ut in hac figura, ſi cochlea AB inſeratur tigno AC, in puncto A, trabs autem cui inſeritur, ſit immobilis in puncto C. & pondus, ſeu id quod preſſioni reſiſtit ſit in puncto D, erit CA vectis ſecundi generis.

Ut autem metiatis vim, hujus machinæ. ſit verbi gratia prælum vinarium, ſitque trabs CA æqualis quo ad pondus ducentis libris; hoc eſt ſi incumbat racemis, eandem compreſſionem faciat, quam ducentæ libræ efficerent. Sit autem cochlea ita efformata; ut ſingulæ ſpiræ ab invicem diſtent digito, & ſcytala BE ſeptem pedum, ita ut eius integra circumvolutio ſit pedum 22. ſeu digitorum 264. ſintque hominis prementis vires æquales centum libris. Dico hominem ſolum hoc prælo tantam vim habere ad premendas uvas, quantam haberent 52800 libræ. Ratio clariſſima eſt. dum enim homo percurrit pedes 22 ſeu digitos 264. trabs A deſcendit ſolum uno digito, & pondus D quod eſt in medio vectis A.C ſolum movetur ſemidigito, igitur augetur vis potentiæ ſecundum proportionem, quæ eſt 264 ad $\frac{1}{2}$ ſeu 528. ad unum, potentia autem eſt 100. igitur vires hominis hoc prælò utentis æquivalebunt libris 52800. quod erat oſtendendum.



Tertius modus erit ſi duæ adhibeantur cochleæ, quæ ſimul aut ſucceſſivè moveantur, una autem reſpectu alterius habeat rationem hypomoclii: ut ſi moveatur cochlea A, immotâ cochleâ B, punctum B erit hypomoclion, reſpectu vectis AB, qui ad ſecundam vectis ſpeciem pertinet.



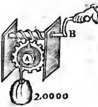
Ad hujuſmodi potentiam revocantur forcipes quibus utuntur fabri ferrarii, item helices quas adhibent typographi, & alia ſexcenta inſtrumenta quarum vires, ex iiſdem principiis metiri poterimus.

PROPO

PROPOSITIO III.

Theorema.

De cochleis compoſitis.



Cochleam compoſitam voco eam cujus cylindrus conveaus non inſeritur in correſpondentem ſibi concavum, ſed cum aliis potentiis commiſcetur. Et primò qoidem ſi helices cochleæ inſerantur io rotæ denticulos, vocatur cochlea infinita, ſeu in infinitum movens. Hujus potentiæ vires ſunt mirabiles; ſupponatur enim rota conſtate 50 denticulis, ſit etiam tympanum A circa quod funis circumvolvatur, & manobrium BC ſe habeat ad tympani ſemidiametrum, ut 4 ad 1, & potentia hominis ſit æqualis centum libris; dico hominem tali machinâ inſtructum, eſſe in æquilibrio cum poodere 20000 librarum; eumque hominem ducentis hominibus æquivalere.

Demonſtr. Manubrium BC quinquaginta circumvolutiones debet abſolvere, dum rota unicam perficit, eò quòd ſingulis circumvolutionibus cochleæ, unicus tantùm denticulus impellatur: igitur dum manubrium BC quinquagies circulatur, tympanum A ſemel tantum circumvolvitur. Circulatio autem manubrij ſe habet ad circulationem tympani ut 4 ad 1, igitur motus potentiæ in C applicatæ ſe habet ad motum ponderis ut 200 ad 1; igitur ut fiat reciprocatio, potentia ut 1. erit in æquilibrio cum pondere ut 200, ſeu ut 100 ad 20000; quod erat demonſtrandum.

Quod ſi loco tympani A, alia adhiberetur cochlea cui rota totidem denticulorum reſponderet, unicus homo 10000 hominibus æquivaleret. Si tres eodem tenore, & ordine adhiberentur cochleæ; cum rotis ſibi correſpondentibus, unicus homo 100000. hominibus æqualis eſſet.

Ne tamen unquam machinæ ita potentes fiant. in praxi enim fiunt inutiles eò quòd vel funes rumpantur, vel ſuſtentacula quibus innituntur, vel omninò diſſiliunt.

Hæc machina utiliſſima eſt, quotieſcumque motus minuendus eſt, ut cum verbi gratiâ habetur rota in horologio quæ ſingulis horis, ſemel circumvolvitur: ſi deſideretur motus duodecuplô lentior, hujus primæ rotæ axis trochleam habeat, cujus ſpiræ denticulis inſerantur alterius rotæ, quæ duodecim habeat denticulos, & habebitur motus duodecuplô lentior. Ita ſi in horologio habeas rotam aut axem qui bis in die circumvolvatur, qui cochlea inſtruatur reſpondeatque rotæ 59 denticulos habenti, hæc ſecunda intra 29 dies cum dimidio, quæ eſt periodus Lunaris, ſemel circumvolvetur, & ita de cæteris.

Qui plura volet de cochlea conſulat Guidubaldum.

Non loquor hîc de cochlea concava, quæ una eſt inter hydraulicas machinas, & quæ propriè ad plana inclinata pertinet de quâ ſuo loco. Commoda cochleæ ſunt iſta. Primò compendium nempè quod tam minuatur motus ponderis; unicâ lineâ ſpirali, quam pluribus rotis dentatis. Secundò ſine ullo retinaculo etiamſi relinquatur potentia, vix fieri poteſt ut pondus recidat, atque adeò quieſcere poteſt.

Quò plures in cochlea erunt helices, & obliquiores, & longiora fuerint manubria, eò pondus facilius movebitur; quò verò in cylindro concavo, ſeu matrice plures erunt helices, eò minus cochlea patietur, cum enim ſunt plures helices in illas pondus diſtribuetur, quod in unicam totam incumberet.



Ad hanc machinam referre libuit inventum quoddam ſatis obvium; non quidem quò ad augendas potentiæ vires in ordine ad motum uti poſſimus; ſed tantùm ad ſuſtinendum pondus.

Si enim circa cylindrum quemcumque excavetur ſpira, circa quam circumducatur funis, ſi funem vel leviter attingas, aut premas contra cylindrum; ſiſtetur pondus cylindro adjectum etiamſi maximum. Hæ ſtriæ utiliſſimæ ſunt ut quis ex altiſſimis turribus deſcendat ſine periculo, idque velociùs, vel tardiùs pro ut libuerit.

Ad cochleas referuntur terebræ, quæ faciliùs ſubingrediuntur dum acumen in cochleam efformatur, ut experientiâ edoctus ſum, in majori terebrâ ad fontium canales terebrandos, quæ maximâ facilitate id exequebatur, quia eius apex cochleæ figuram exprimebat, ſuâ enim ſponte lignum ſubibat, ita ut impulſu non eſſet opus.

MECHANICES,

LIBER SEXTVS.

De Cuneo.

DEFINITIO.

QUAMVIS Cuneus, ſimpliſſimum ſit inſtrumentum, atque adeò quod à nonnullis vix in machinatum numerum ſeferatur, nihilominus tantæ ſunt eius vires, ut meritò hic locum inveniat.

Cuneus igitur eſt priſma triangulare cujus duo rectangula, in communem lineam rectam deſinunt.

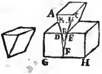
Debet autem ut ſit utilis in materia ſolida efformari, ut in ligno, ferro cæteriſque.

Uſus illius eſt in findendis lignis, divellendis lapidibus, aliiſque corporibus fiſſilibus dividendis, factâ in corpore rimâ intruditur cunei apex, vehementique additâ percuſſione adiigitur cuneus.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Vires cunei explicare.



Variæ afferuntur rationes virium cunei. & primò ab Ariſtotele *qu.*17. revocatur cuneus ad duplicem vectem primi generis. Hoc modo, nempè ſit cuneus ABC, intelligit Ariſtoteles lineam AB tanquam vectem primi generis cujus hypomoclion ſit D, potentia in A, pondus in B, nempè in extremitate, ſeu cuſpide cunei. pariter BC, ſit alius vectis cujus hypomoclion ſit in E, potentia in C. pondus in B.

Hæc tamen explicatio eſt omninò contraria rationi vectis. Nam quo major eſt diſtantia potentiæ ab hypomoclio, eò cæteris paribus major eſt vis potentiæ: ſed in hoc caſu id non accidit, ſi enim decurtetur cuneus, ſitque potentia in KL non in A; eædem tamen erunt vires cunei, idem dico de vecte CB.

Secundò falſum eſt quod cuneus attingat corpus dividendum cuſpide ſuâ, quia ut plurimum attingit tantum extremitatibus D & E, neque ut metiamur vires cunei attendimus ad rationem quæ invenitur inter AD & DB; ſed quò acutior eſt cuneus, ſeu minorem continet angulum eò facilius dividit.

Unde. Guidubaldus in mechanicis exiſtimat; ſi cuneus, ad vectem revocandus ſit, per duplicem vectem ſecundi generis eſſe explicandum, cujus commune hypomoclion ſit in cuſpide B, potentia in A & C. Sed occurrunt eædem inſtantiæ, quæ ſuperiùs factæ ſunt, addo ulteriùs cuneum carere poſſe cuſpide, & nihilominus eſſe ita aptum ad dividendum, quam erat antea; modò remaneat eadem inclinatio planorum, in punctis in quibus corpus findendum attingitur.



Quare alij cuneum ad planum inclinatum revocant, ut ſi eſſet corpus A, attollendum cui ſubjiceretur cuneus B. moveretur corpus illud ſupra planum inclinatum, perinde enim eſt, ſive corpus trahatur ſupra planum, ſive planum moveatur ſub illo, tantumdem enim cogitur aſcendere. Sunt ergo in cuneo, duo plana inclinata. hæc conſideratio non eſt abſona, contendo tamen totam reſtare difficultatem, nempe totam doctrinam planorum inclinatorum æque eſſe difficilem, immò eodem niti principio. quare.

Dico rationem cur augeantur vires potentiæ per cuneum, eſſe quia potentia multùm, pondus parùm movetur; ſeu major potentiæ motus, cum minore ponderis motu comparatur, & connectitur.

Quod ut in figura oſtendam ſit cuneus ABC valde acutus qui unâ vel plurimis percuſſionibus intra lignum percurrerit ſpatium BF, interea dum partes ligni à ſe invicem receſſerunt ſecundum ſpatium DE, ſi cuneus minorem angulum comprehendat 60 gradibus major erit BF quam DE, mota autem eſt potentia ſecundum lineam BF, & pondus ſecundum lineam DE, quare ſeclusâ quâcumque percuſſione, ſi potentia ſimpliciter impelleret cuneum, eius vires augerentur ſecundum rationem lineæ BF ad lineam DE.

PROPO

PROPOSITIO II.

Theorema.

Cunei acutiores majores potentiæ vires addunt.

Sint duo cunei quicumque quorum unus alio ſit acutior, dico acutiorem majores potentiæ vires conferre. Quò enim major eſt motus potentiæ ſupra motum ponderis, eo majorem habet reſpectu talis ponderis: ſed acutior cuneus talis eſt, ut requiratur major motus potentiæ, reſpectu motus ponderis. Nam in duobus triangulis æqualem baſin habentibus, illud quod acutiorem habet angulum baſi oppoſitum, longiora habebit latera: ſed in cuneo baſis metitur motum ponderis, & latera motum potentiæ: acutiores, igitur cunei potentiores ſunt.

COROLLARIUM.

Cunei quorum angulus major eſt angulo ſexaginta graduum; potius minuunt, quam augent vires potentiæ.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Varia cuneorum genera.

Omnia fere inſtrumenta quibus artifices ad diviſionem; aut ſciſſionem utuntur ad cuneum revocantur, omnes cultri, acinaces, enſes, ſcapelli, clavi, dolabræ, ſecures ſunt cunei, neque enim eſt de eſſentia cunei, ut percuſſione alterius corporis adigatur intra corpus dividendum, poteſt enim vel ſimpliciter impelli, vel ex concepto impetu, ex motione prævia, illud dividere, terebræ item cuneum continent.

MECHANICES, LIBER SEPTIMVS.

De Percuſſione.

ARISTOTELES *quæſtione 19. attingit illam vim quæ ex percuſſione oritur: eam tamen ulteriùs non explicat, ſolamque ut ita dicam difficultatem proponit, nempè quod licet ſecuri, aut cuneo magnum pondus imponatur, nihil tamen aut parum ad fiſſionem conducat, ſi verò magnâ velocitate impacta ſecuris deferatur, multum efficiet. Multa ergo circa percuſſiones quærenda ſunt. Primò comparandæ ſunt percuſſiones inter ſe. Secundò examinanda communicatio motus ex percuſſione orta. Tertiò comparanda percuſſio cum pondere immoto, ſed gravitante. Quartò determinandum centrum percuſſionis.*

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si duo corpora, æquali velocitate tranſlata in aliud immobile incurrant; percuſſiones erunt ut corpora.

Demonſtratio ſecundùm primum principium mechanices, virtus activa unius agentis, æqualis eſt quantitati motus quem habet ſi moveatur, vel quam habere poteſt reſpectu alterius, ſi cum eo comparetur, ſed quantò velocitates ſunt æquales, quantitates motus ſunt ut corpora, quæ ſupponuntur æqualia, & cum incurrant in corpus omninò immobile, excipietur tota percuſſio. Ergo percuſſiones erunt ut ipſa corpora.

Aliter probatur. Vis percuſſionis petitur ab impetu, ſed dum velocitates ſunt æquales impetus ſunt ut corpora, nam velocitates æquales, æquè intenſum dicunt in ſingulis partibus, ergo omnis inæqualitas petitur ab extenſione ſeu à numero partium.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Si corpora æqualia inæquali velocitate in corpus ſtabile incurrant, percuſſiones erunt velocitatibus proportionales.

Suppono corpora æqualia inæqualibus velocitatibus delata, incurrere in corpus ſtabile, nempè quod totam percuſſionis vim excipiat; dico percuſſiones, & effectus percuſſionem conſequentes ſe habebunt ut velocitates. Iſtæ enim percuſſiones, ſe habebunt ut momenta corporum, ut impetus, ut motus quantitates, ſed hæc omnia ſe habent ut velocitates, cùm ſupponantur æqualia corpora; ergo velocitates & percuſſiones ſunt proportionales.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Si corpora inæqualia inæqualibus velocitatibus incidant in corpus ſtabile, percuſſiones rationem habebunt, ex velocitatibus & magnitudinibus compoſitam.

Suppono duo corpora inæqualia, inæqualibus velocitatibus ferri, in corpus omninò ſtabile, dico percuſſiones, & effectus cum percuſſione connexos eſſe ad invicem in ratione compoſita ex rationibus corporum.

Demonſtr. Cùm enim ſe habeant percuſſiones ut momenta, aut impetus, aut quantitates motus, hæc autem omnia habeantur dum multiplicatur moles corporis per velocitates, aut per ſpatia æquali tempore peragrata, quoties autem fiunt hujuſmodi multiplicationes, comparaturque unum productum cum alio, dicitur unum ad aliud habere rationem compoſitam ex rationibus terminorum multiplicantium. Ut cum dicimus parallelogramma æquiangula habere rationem compoſitam, ex rationibus laterum. Hoc eſt ad hoc ut benè comparentur percuſſiones debet ratio haberi tam velocitatum, quam ipſorum corporum, cum augeantur tam auctis velocitatibus, quam ipſis corporibus.

COROLLARIUM.

Si corpora percutientia fuerint velocitatibus ſuis reciprocè proportionalia erunt percuſſiones æquales.

Quare ut vis percuſſionis in corpus ſtabilè factæ habeatur, non tantum ratio habenda eſt velocitatis eius; ſed etiam molis ipſius corporis, quod experientiis congruit. Videmus enim non ſolum à majori malleo, eâdem velocitate delato, majorem ictum incuti.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

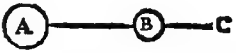
Corpus incidens in aliud amovibiliter quieſcens, in eo percuſſionem aliquam efficit.

Hæc propoſitio experientiâ primò probatur. Dum manus vel pes folliculum percutit, verè in corpus amovibile incurrit, ſed in tali caſu fit aliqua percuſſio, quâ folliculus comprimatur; ergo non tantum quando corpus incurrit in aliud quietum ſtabiliter, ſed etiam in quietum amovibiliter fit aliqua percuſſio, & etiam compreſſio. Pariter dum percutimur baculo, pugno, lapide, verè ſumus corpora amovibilia, ſentimus tamen percuſſionem & contuſionem patimur. Pariter globus ex molliori gleba compactus, & in aëre pendulus, ſi ab alio impellatur, comprimetur quâ parte impetitur. Quænam autem ſit menſura illius preſſionis videbitur ſuo loco.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Si mobile in aliud quietum incurrat ſintque ſine elaterio; ambo poſt impulſionem movebuntur, velocitate communi; quæ ſe habebit ad priorem velocitatem ut primum mobile, ad aggregatum.



Proponuntur duo corpora elaſticæ virtutis expertia, ſive ſint mollia, ſive inflexibilia, mobileque A feratur æquabiliter, ita ut intra minutum ſecundum percurrat lineam AB, incurratque in corpus quietum B, dico quod poſt percuſſionem ambo ſimul procedent, decurrentque intra idem tempus lineam BC quæ ſit ad AB, ut mobile A ad aggregatum A & B. & cum lineæ AB & BC percurrantur eodem tempore, erunt menſuræ velocitatum.

Hæc propoſitio eſt conformis experientiis atque adeo debet in omni hypotheſi explicari.

Demonſtratur. Impetus mobilis A, non agit in corpus B, niſi quantum ei reſiſtitur. Reſiſtitur autem ſemper donec ſit æqualis velocitas in utroque corpore, ſed quantum reſiſtitur impetui mobilis A, tantum de illo deperditur, ergo tantum decedit de impetu corporis A, quantum producitur in B, ergo tot ſunt partes impetus poſt percuſſionem, quot erant antea, ſed quæ toti aggregato diſtribuitur. Sed quoties idem numerus per diverſos dividitur, quotientes ſunt in ratione reciproca numerorum dividentium, ergo numerus graduum impetus in ſingulis partibus corporum poſt percuſſionem, ad numerum graduum impetus qui erant in ſolo mobili A ante percuſſionem, ſe habebit reciprocè ut mobile A ad aggregatum ex A & B. ergo velocitates ſe habebunt ut BC ad AB; quod erat demonſtrandum.

Facilè demonſtratur hæc propoſitio in hypotheſi tribuente continuationem motûs elaterio aëris.

Cùm idem elaterium aëris impellat corpus A, & poſtea deferat aggregatum ex A & B, ſitque eadem vis elaterii, determinata ad eandem motus quantitatem producendam; æqualis erit motus quantitas in aggregato, ei quæ prius erat in ſolo mobili A. Dum autem motus quantitas dividitur, per molem corporis exurgit velocitas, quare ſi æqualis motus quantitas, dividatur per ſolum corpus A, tum per aggregatum ex A & B, quotientes ſeu velocitates, erunt reciprocè ut numeri dividentes, ergo velocitas BC, erit ad velocitatem AB, ut aggregatum ex A & B ad A.

Carteſiana hypotheſis hunc effectum tribuit voluntati divinæ, decernenti ut eadem ſemper eſſet in mundo motus quantitas.

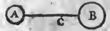
Quæ vero hypotheſis atomis tribuit continuationem motus, hanc experientiam ita explicat, quod eædem atomi, quæ ſolum mobile A movebant ob occurſum mobilis B, totum aggregatum deferant.

PROPO

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Si duo mobilia æqualia, elaterii expertia; velocitatibus æqualibus in ſe invicem incurrant; ceſſabit utriuſque motus.



Supponantur ſicut priùs duo mobilia A & B æqualia aut omninò inflexibilia, aut ità mollia ut eam quam ex percuſſione figuram accipiunt, retineant, nec ad priſtinam ſe reſtituant, quæ ſibi occurrant contrariis, & æqualibus velocitatibus, ita ut eodem tempore quo mobile percurrit lineam AC, mobile B feratur per BC, dico poſt occurſum ceſſaturum omnem motum.

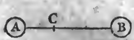
Demonſtr. Cùm mobilia A & B ſint æqualia, habeantque velocitates æquales eadem erit quantitas motus, totidemque gradus impetus in utroque, qui ſibi invicem adverſantur, ergo eodem modo ſe habent, ac ſi darentur duo impulſus æquales ſibi contrarii, ergo neuter prævalebit.

Hæc propoſitio contraria eſt hypotheſi Carteſianæ, quæ vult nunquam motum ceſſare in uno corpore, niſi alteri communicetur.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Si duo mobilia ſibi invicem occurrant cum velocitatibus, quæ ſint ipſis corporibus reciproca, ceſſabit utriuſque motus.



Proponantur duo globi molles, aut omnino inflexibiles; ſeu omnis elaterii expertes, quæ ita contrariis motibus ferantur, ut corpora, & velocitates ſint reciprocæ, hoc eſt ita ſit mobile A ad mobile B, ut velocitas BC ad velocitatem AC: dico poſt occurſum, ceſſaturum omnem eorum motum.

Demonſtr. Eadem ſupponitur eſſe ratio A ad B, quæ lineæ BC ad lineam AC; ergo (*per* 13.6.) productum ex multiplicatione primi termini A per quartum AC, ſeu quantitas motus corporis A, æquale erit producto multiplicatione ſecundi termini B, per tertium BC, ſeu quantitati motus corporis B; ergo ſicut prius ſunt hinc inde motus contrarii æquales, ergo pariter erit æquilibrium, & neutrum prævalebit, nam mobile B compenſat ſuâ velocitate, id quod deerat in mole.

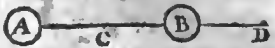
Aliter cùm corpora, & velocitates reciprocè ſe habeant, erunt percuſſiones æquales, ut ſuprà vidimus, ergo nulla eſt ratio, cur una alteri prævaleat.

Pariter elateria utris hinc inde æqualia producentur.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Si corpora inæqualia non elaſtica, velocitatibus æqualibus in ſe invicem incurrant, erit velocitas poſt occurſum ad utramque velocitatem; ut ſemidifferentia ponderum, ad eorum aggregatum.



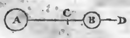
Proponantur mobilia inæqualia, non elaſtica A & B quæ velocitatibus æqualibus AC, BC ſibi mutuò occurrant in puncto C, dico quod poſt concurſum moveantur versûs mobile minus, verbi gratia B, velocitate BD, quæ ſe habeat ad utramque velocitatem ſeu ad AB; ut ſemi differentia mobibum, A & B ad aggregatum eorum.

Demonſtr. Cùm velocitates AC, BC æquales ſint, percuſſiones ſe habebunt ut corpora, & cùm ſint inter ſe contrariæ, & ſe invicem deſtruant ſola reſtabit earum differentia. Cùm igitur ſingulæ percuſſiones ſe habeant ad invicem ut corpora, ità erit earum aggregatum ad earumdem differentiam, ut aggregatum corporum ad eorum differentiam. Sed ut fiant velocitates amborum corporum dividuntur ſingulæ percuſſiones per ſingula corpora, & ſumma additur quæ ſemper dupla eſt illius, quæ exurgeret ſi percuſſiones dividerentur per aggregatum corporum. Ut autem fiat velocitas reſidua, dividitur reliquum percuſſionis, ſeu quantitatis motus per idem aggregatum, ergo velocitas reſidua eandem rationem habebit ut differentia corporum ad duplum aggregati corporum, ſeu ut ſemidifferentia ad aggregatum corporum; quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Si duo mobilia æqualia, & non elaſtica velocitatibus inæqualibus delata ſibi mutuò occurrant, velocitas reſidua poſt occurſum, erit ſemidifferentia velocitatum:



Sint duo mobilia A & B æqualia, & non elaſtica, quæ ſibi mutuò occurrant in puncto C velocitatibus inæqualibus AB, BC; hoc eſt eodem tempore quo mobile A percurrit AC mobile B, percurrat BC; dico quod poſt concurſum ferentur ambò ad partes B, velocitate verbi gratia BD, quæ erit æqualis ſemidifferentiæ velocitatum.

Demonſtr. Cùm corpora A & B ſint æqualia, quantitates motus erunt ut velocitates, & cùm motus ſibi invicem ſint contrarii, ſola reſtabit eorum differentia, ut autem habeantur velocitates, debent dividi ſingulæ percuſſiones per dimidium

aggrega-

by Google

aggregatum corporum, & quotientes addi, & hoc modo exurgit ſumma quæ eſt dupla illius quæ fietet ſi ſumma percuſſionum per aggregatum corporum divideretur. Ut autem habeatur velocitas poſt concurſum, dividenda eſt differentia motuum per aggregatum, ergo velocitas quæ reſtat, ſe habet ad præcedentes, ut differentia eatum ad duplum percuſſionum, ſeu ut differentia percuſſionum ad earum ſummam.

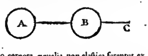
COROLLARIUM.

Vidimus in utroque caſu ſuperiori quantitatem motus poſt occurſum æqualem eſſe eorum differentiæ.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Si duo corpora æqualia non elaſtica ad eaſdem partes ferantur, ita ut velocius in tardius incurrat. Eadem erit motus quantitas quæ antea, & velocitas æqualis dimidio velocitatum.



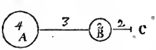
Duo corpora æqualia non elaſtica ferantur ex A & B velocitatibus inæqualibus AC, BC, ita ut mobile A conſequatur mobile B in puncto C, dico eandem eſſe motus quantitatem poſt concurſum, quæ erat antea, & velocitatem eſſe æqualem dimidio aggregato priorum.

Demonſtr. Motus cùm in eandem partem ferantur contrarii non ſunt, ergo non deſtruuntur, ergo eſt æqualis quantitas motus. Secundò mobile A non amittit de ſuo motu, niſi in quantum illi reſiſtitur, ſed in quantum illi reſiſtitur producit motum in mobili B: ergo tantumdem producit, quantum amittit: ergo eadem eſt quantitas motus. Quod ſi eandem quantitatem motus dividamus per aggregatum mobilium, habebitur dimidium aggregatum velocitatum. Cùm enim dividebatur quantitas motus AC, habetur velocitas AC, haberetur autem tantum ſemiſſis eius. Idem dico de motu BC, diviſo per B, qui dabit velocitatem duplam illius quæ haberetur, ſi eadem motus quantitas divideretur per A & B, ſeu per duplum ipſius B.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Si duo mobilia inæqualia, non elaſtica in eandem partem ferantur, ita ut mobile majus aſſequatur minus, velocitas poſt concurſum, major erit dimidio aggregato priorum velocitatum.



Mobilia inæqualia A & B ferantur ad partes C ita ut majus A aſſequatur minus in C, dico velocitatem communem poſt concurſum non eſſe dimidio velocitatum priorum.

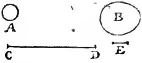
Demonſtr. Primò ut priùs oſtendam æqualem eſſe motus quantitatem ac antea quæ diviſa per aggregatum mobilium. Per hujuſmodi diviſionem ſi A & B æqualia eſſent, haberet velocitas æqualis dimidio velocitatum priorum: cùm A majus ſit quam antea, minus retardatur a mobili B, ergo velocitas erit major.

Si è contra minus mobile in majus incurrat, velocitas reſidua major eſſet dimidio velocitatum priorum.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Si motus in infinitum tardus dari poſſit, Quilibet corpus à quaclibet virtute motiva moveri poteſt.



Supponatur corpus B quàm vaſtum voluimus, in quod incurrat corpus A delatum velocitate CD, dico ſi poſſit dari motus in infinitum tardus, corpus B movendum eſſe. Fiat ut aggregatum ex A & B ad A, ita velocitas CD ad velocitatem E, dico aggregatum ex A & B movendum velocitate E.

Demonſtr. Impetus qui eſt in A delato velocitate CD, tantum producit in B quantum ipſi reſiſtitur, ergo æqualis eſt quantitas motus, ſed ſi ſit aggregatum ex A & B ad A, ita CD ad E, æquale erit productum multiplicando A per CD, aut A & B per E. ergo movebitur aggregatum A & B velocitate E.

Vel motus quo aggregatum ex A & B movetur velocitate E, non ſuperat vim activam mobilis A delati velocitate CD, cùm ſit æqualis motus quantitas, & non major.

Pariter elaterium productum ab A delato per CD, poſſet continuare eandem motus quantitatem, ergo & æqualem, qua A & B feruntur velocitate E.

Addidi tamen limitationem, nempè quod motus infinitè tardus dari poſſit. Si enim hæc ſuppoſitio falſa ſit, nullus motus ſequetur. Immo ex multis accidentibus impediri poteſt. Nam hactenus locuti ſumus de ſola communicatione motus, quæ fit in percuſſione, nullam autem ſpectavimus aliam reſiſtentiam, ut gravitatis, quam nempè corpus per gravitatem adhæreat aliquo modo plano ſuſtentanti. Fit item abſtractio à reſiſtentia medii. Supponitur item corpus omninò inflexibile. Sunt & aliæ multæ circumſtantiæ, quæ infringunt vires percuſſionis.

Ex eo malè concludunt nonnulli corpus B omninò non reſiſtere, quod à qualibet minima virtute concipiat motum, quia tamen in eo non producitur motus quantumlibet velox, malè concluditur nullam in eo eſſe reſiſtentiam.

PROPO

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Percuſſio horizontalis infinita non eſt.

Percuſſionem horizontalem ideò nonnulli infinitam eſſe volunt, quod corpus quodcumque etiam vaſtiſſimum, ſed modò probavimus corpus vaſtiſſimum, carens elaterio quâcumque percuſſione movendum eſſe: probabitur item inferius corpus elaſticum multô meliùs movendum eſſe, modô nullus ſit obex ſuperandus, aut motus ſursùm producendus.

Nihilominus dico percuſſionis horizontalis vires infinitas non eſſe. Primò quia quemcumque obicem non ſuperant, & quemcumque motum non producunt, ſed certam tantum & determinatam eius quantitatem. Quod enim ſe exteodere poſſit ad majus, & majus corpus movendum, non eſt eſſe infinitam, ſi majori corpori minorem velocitatem tribuat, nec majorem in magno, quam in parvo motûs quantitatem producat.

Quamvis igitur in percuſſione qua corpus grave ſursùm pellitur, videatur gravitatio eſſe ſuperanda, & percuſſio horizontalis nullam gravitationem ſuperandam habeat, eò quod motus horizontalis gravitationi contrarius non ſit: ad hoc tamen ut horizontalis percuſſio ad omne corpus ſe extendat ſupponitur ut dixi diviſibilitas in infinitum, tam quantitatis, quam motus. Si enim impetus non eſſet diviſibilis in infinitum, & quantitas continua conſtaret punctis, percuſſio horizontalis ad quodlibet corpus non ſe extenderet. Ponamus enim globum conſtantem 100 punctis ſive zenonicis ſive extenſis, qui moveatur, ſintque 10 gradus impetus in ſingulis, eruntque mille gradus impetus. Hic globus incurrat in majorem conſtantem bis mille punctis, in eo nullus motus ſequetur, quia nempè mille gradus indiviſibiles impetûs diſtribui non poſſunt bis mille punctis. Probabile eſt impetum non eſſe in infinitum ita diviſibilem, ut ſub qualibet parvitate intenſiva exiſtere poſſit.

Addo eſſe ſemper aliquem obicem, vel quod aër ſit condenſandus, vel aliquis motus ſursùm per accidens producendus.

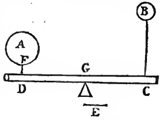
PROPOSITIO XIV.

Theorema.

An percuſſio, cum gravitatione ſimplici ponderis ſit comparabilis.

Quamvis ſimus explicaturi in ſtatica actum gravitationis, ne tamen doctrinam percuſſionis ſeparemus, hanc quæſtionem inſtituo, an gravitatio ſit comparabilis cum percuſſione, ſentimus enim manum gravari à pondere ſuperimpoſito, cujus contactus cum manu otioſus non eſt, ſed habet aliquem niſum, qui explicari poteſt hoc modo; nempè quod gravitas producat primum impetum ſingulis inſtantibus qui quia non producit motum ſequenti inſtanti deſtruitur. Quæritur an ille niſus comparari poſſit cum percuſſione verbi gratia facta à corpore decidente. Videntur enim comparari poſſe cùm ſint ejuſdem ſpeciei.

Difficultatem tamen facit primum principium mechanices; cùm enim corpora quæ reciprocè ſe habent cum ſuis velocitatibus ſint in æquilibrio, videtur quodlibet minimum corpus cùm velocitate, quacumque, aut per deſcenſum, aut alio quovis modo acquiſita majores vires habere quam gravitatio cujuſlibet ponderis etiam vaſtiſſimi.



Demonſtr. Corpus A iotelligatur quieſcere ſupra planum in D. ſit corpus B decidens ex B in C & percuſſionem faciens, ſitque ut B A ad B, ita velocitas acquiſita per lineam BC ad velocitatem acquiſitam per F D. Deberet ergo fieri ut A ad B, ita CD ad E, & E ad FD, ut explicabitur ſuo loco. Cùm eadem ſit quantitas motus in A & B erunt percuſſiones BC & FD æquales: ſed dum corpus A ſine motu quieſceret in D, minores haberet vires, quam dum caderet ex F in D, ergo percuſſio BC majores habet vires, quam gravitatio montis integri. Elevaretur ergo mons ille ſaltem inſenſibiliter.

In praxi tamen tota vis illius percuſſionis in flectenda virga impenderetur, ſentiremuſque propterea aliquem fremitum.

Confirmari videtur experientiis hæc demonſtratio, nam primò percuſſio exigui malleoli ingentem trabem concutit, eique tremorem aliqoem inducit, lateres ictibus mallei non reſiſtunt, cùm ingentia ferant ædificia integri. Fundamenta arenoſa aliquandiu ſuſtinent ædificia, donec aliqua commotione gravitatio augeatur.

Nihilominus contra hujuſmodi demonſtrationem clamat ipſa quotidiana experientia, Nullus eſt enim qui non ferat potius ictum lapilli decidentis, ex altitudine unius pedis, quam gravitationem integri montis; quæ & majorem dolorem, & membrorum diſtractionem produceret. Non ſolvitur autem difficultas licet afferatur aliquod diſcrimen inter gravitationis & percuſſionis actionem, quod gravitatio eodem ſemper tenore agat, etiamſi ei reſiſtatur; at verò percuſſionis actio ſit quaſi inſtantanea, ita ut quantum impetus producat in corpore percuſſo, tantum deperdat, nec poſſit illud detrimentum reſarcire. Pondus vero ſuperpoſitum non tantum dum contingit, ſed etiam in toto progreſſu eodem ſemper tenore operetur. Dicunt item vix adhiberi poſſe gravitationem quin admiſceatur aliquis motus, ſeu aliqua percuſſio; quæ quantulacumque fuerit juvat pondus, hoc eſt pondus illud non amplius conſideratur, ut ſimpliciter gravitans; ſed etiam ut habens aliquem motum.

Reſpondeo igitur ad primam demonſtrationem, & dico eam procedere, quod tempus & motus in infinitum ſint diviſibiles, & cùm hanc diviſibilitatem falſam eſſe exiſtimem, cùm reſpondeat difficultatibus, per verba quibus nullus ſenſus ſubjacet,

cet, ſolaqne Atiſtotelis authoritas eam ſuadeat, non majotem demonſtrationi vim tribuo, quam fundamento cui innititur. Puto igitur motum in cotpore ſepatato non poſſe dari minotem, & minorem in infinitum, immò eo etiam admiſſo, puto dari aliquem gtadum impetus à quo incipit acceleratio, qui idem ſemper perſeverat, aut æqualis illi ſubſtituitur. Immò hæc demonſtratio ſe induit in difficultates diviſibilitatis partium, dicit tamen aliquid huic diviſibilitati prorſus contrarium. Qui enim admittit quantitatem continuam, diviſibilem in infinitum; dicit etiam conſequenter primam eius partem verbi gratia id quod immediatè tango, non poſſe ſeparari ab eo omni quod mediatè tango. Quare ſi impetus qui accelerationem efficit, eſt ejuſdem rationis, cùm eo quod accelerationem perficit, impoſſibile eſt ut prima eius pars, quaſi petmanentet in corpore gravi reſideat: quare ſi tempus ex inſtantibus conſtet, evaneſcit demonſttatio. Cùm enim dicetur fiat ut A ad B ita motus BC ad motum F, dicam hoc fieri non poſſe quia motus BC diviſibilis non eſt in tot partes, in quot diviſibile eſt corpus A.

Dico ergo dati aliquem impetum in corpore gravi, qui ſit determinatæ magnitudinis, poſſitque inchoare motum deorsùm cùm determinata velocitate: ideóque ſi percuſſio quâ grave ſurſum impellitur tam levis ſit, ut non æqualem impetum in ſingulis corporis partibus producere poſſit, nihil fiet, nec corpus ſursùm impelletur.

Quod autem impetus gravitationis ſit determinatus, ita oſtendi poteſt. Nullus datur motus ſine determinatâ velocitate, ergo incipere non poteſt motus ſine determinatâ velocitate. Neque enim datur velocitas, quæ ſit infinitè parva, aut omnium minima, nam velocitas quâ grave perpendiculatiter decidens moveri incipit, major eſt eâ quâ incipit moveri in plano inclinato, eſt enim dupla, tripla, quadrupla prout plana magis aut minus ſunt inclinata.

Oſtendo poſitivè aliquam percuſſionem minorem eſſe aliquâ gravitatione.

Percuſſio quâ corpus liquidum verbi gratia aqua, aut aër incurrit in corpus durum eſt vera percuſſio, ſed hæc aliquando major eſt vi gravitationis: ergo aliqua percuſſio & major & minor eſt gravitatione, ergo comparabilis cùm ea: ità torrens repagula & aggeres disjiciet, quos levis mallei percuſſiuncula non disjiciet. Pariter ſi ſit corpus ſuſpenſum in quod incurrat ſaliens ſi quælibet percuſſio quacumque gravitatione major eſſet, hæc ſaliens quodcumque pondus elevaret, quælibet enim gutta percutiens vinceret gravitationem, & cùm aliæ atque aliæ guttæ ſibi ſuccedant ſine ulla interruptione, illud corpus nunquam cadete deberet, quod eſt contrà experientiam,

Quare illud corpus quietum licet conſiderandum non eſt, quaſi careret omni velocitate, hæc enim prima gravitatio idem præſtat, ac aliqua velocitas quia eam produceret niſi impediretur. Idem dico de aqua deſcendente in lancem alicujus bilancis hæc enim non elevat quodlibet pondus.

Tota difficultas petitur ab acceleratione quæ videtur eſſe continua & cùm tempus ſit indiviſibile in infinitum quantumlibet parva pro prima ſumi poteſt. Reſpondeo hoc ipſo nomine rejici poſſe temporis diviſibilitatem infinitam, quod ex ea ſequatur aliquid, contra manifeſtam experientiam.

Puto igitur in his omnibus diviſibilitatibus infinitis latere hallucinationem aliquam ortam ex ſenſuum præjudicio. Cùm enim ſenſus noſtri ad ultimam diviſibilitatem non pervenerint, ſed experiantur majori adhibita diligentia ea quæ indiviſibilia videbantur; ulteriùs dividi poſſe, putamus ulteriùs ſemper dividenda &c.

Concludo autem in ordine ad effectus phyſicos percuſſionem cùm gravitatione eſſe comparabilem.

PROPOSITIO XV.

Theotema.

Percuſſio in genere infinita non eſt.

Hanc propoſitionem adjicio ut ſolvam difficultatem, quæ ex ſuperioribus oritur. Suppono autem aliqua corpora fiſſioni, ſeu diviſioni reſiſtere ita ut majori diviſioni magis reſiſtant, ita cùm difficultate clavus parieti, palus terræ infigitur: hæc autem difficultas vel ex partium intricatione, vel ex compreſſione quæ inde oritur, vel quia partes collaterales disjiciendæ ſunt. Huc partium vinculum nonnunquam totum ſimul ſuperatur aliquando per partes, immò invenitur clatetium ita ut cuneus ſæpè ejiciatur.

Hæc difficultas ſuperari poteſt, vel impoſito pondere, & ſimplici gravitatione vel percuſſione. Supponamus duos clavos immittendos in corpora æqualiter reſiſtentia, utrumque jam immiſſum ad aliquam altitudinem, unum per gravitationem ingentis ponderis, alium vero percuſſione mallei; videntur in tali caſu percuſſio, & gravitatio æquari, eo quod æquentur reſiſtentiæ corporis ad ulteriorem diviſionem. Si tamen perſeveret eadem gravitatio clavus ulteriùs non immitteretur, ſi tamen repetatur percuſſio æqualis ulteriùs progredietur clavus, & ut alter clavus ſimiliter intromittatur, debebit augeri pondus pluſquam duplò, ergo percuſſio centum libris, & poſtea ducentis æqualis erit, & ſi tertiò repetatur adhuc ulteriùs impellet: ergo eadem percuſſio centum, ducentis & trecentis libris æquivalet, ergo vis percuſſionis infinita eſt.

Reſponderi primò poſſet plurimas percuſſiones non eſſe eandem percuſſionem, ſed illas plurimas æquales eſſe uni percuſſioni totali factæ à corpore majore toties continente mallei quantitatem.

Poteſt melius aſſeri eſſe in percuſſione modum agendi omninò diſparem in percuſſione & in gravitatione, vis enim percuſſionis ſenſim languet, & in ipſo contactu mallei eſt fortior quam poſtea, ideóque ſi deſinit infigi clavus, id non provenit ex eo quod hæc ultima reſiſtentia, æquetur primis viribus percuſſionis; ſi ergo renovetur percuſſio vincet hanc reſiſtentiam quare vis ultima primæ percuſſionis æquabatur gravitationi centum librarum; & vis integra ſeu prima tam primæ, quam ſecundæ percuſſionis, æquivalet 200, 300 & 400 libris, etiam ſi propter parvam moram non producat majorem effectum eo qui à 100 libris procedit. At verò modus agendi gravitationis continuus eſt, & æquabilis, atque adeò ubi invenit ſibi æqualem reſiſtentiam facto æquilibrio æquatiſque viribus nihil perficitur. Non igitur probatur percuſſio eſſe infinita, quia tanta poteſt eſſe reſiſtentia ut tandem nihil efficiatur.

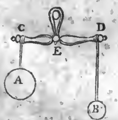
Digitized by Google

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Quomodo intelligendus ſit Ariſtoteles dum aſſerit quod motus ponderi addat pondus.

Quærit Ariſtoteles qu.19. *Cur ſi quis ſuper lignum imponat ſecurim, deſuperque illi magnum adjicint pondus, ligni quidpiam quod curaldum ſit non ſcindit: ſi verò ſecurim extollens percutiat illud ſcindit; cum alioquin multò minus habeat ponderis id quod ſuperjacet, & premit. An quia omnia cum motu ſiunt, & grave ipſum gravitatis plus aſſumit dum movetur quam dum quieſcit. Incumbens igitur connuta gravi motione non movetur, motum verò & ſecundum hunc movetur, & ſecundum eam, qua eſt percutienti.* Senſus poteſt eſſe quod preſſio quam exercet grave, per ipſum motum multiplicetur, ita ut pondus per motum, gravitatis, ſeu gravitationis plus aſſumat, ſeu energiæ, & exercitii ipſius gravitatis. Quamvis igitur gravitas, & motus ſint heterogenea, virtualiter tamen idem eſt addere motum, & addere pondus. Augetur enim preſſio addito pondere, augetur & addito motu. Nam in ſtatera idem eſt augere pondus, & augere motum eius, Item percuſſiones ſunt æquales quoties corpora, & motus eorum ſe habent reciprocè.



Dices cùm Borelli, ſit pondus A ad pondus B ut velocitas DB ad velocitatem CA, & quia dicitur perinde eſſe addere pondus, & velocitatem, erit æquilibrium, ita ut ſi intelligantur velocitates CA, DB quaſi eſſent virgæ ferreæ ponderantes non eſſet æquilibrium, nempè ſi exprimantur hæc omnia numeris nempè A 4, B 2, DB 12, CA 6, non erit ſumma mediorum æqualis ſummæ extremorum, quia nempè in Geometricè proportionalibus id non accidit.

Reſpondeo me non dixiſſe velocitatem ſed motum. Velocitas enim per lineam unicam exprimitur, motus autem per tot lineas quot ſunt puncta, aut partes in quolibet mobili. Dico igitur idem eſſe mobili addere pondus, ac ſingulis eius partibus addere celeritatem. Ut dum A movetur per C A, ſingulæ eius partes percurrunt lineam æqualem ipſi CA, quare debet multiplicari A per CA, ut inveniatur motus quantitas, quæ in hoc caſu æqualis eſt alteri oppoſitæ, atque adeò eſt æquilibrium.

Dices, ſi motus adderet pondus corpori gravi, deberet aſſignare quantum adderet motus verbi gratia unius pedis, ſed hoc eſt inaſſignabile, ſi comparetur cùm corpore quieſcente, nam pondus unius libræ quieſcens comparatum cùm pondere moto, nullum habet momentum.

Reſpondeo nos non poſſe determinare quanta ſit preſſio corporis quieſcentis, comparata cùm corpore moto; habet tamen aliquam, nempè gravitationem ſeu impetum permanentem, vi eujus determinatam haberet velocitatem.

PROPOSITIO XVII.

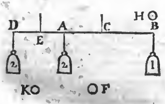
Theorema.

Pondera ſimpliciter ſumpta, Niſus inæquales. Pondera jam velocitatibus affecta, dum ſunt diſtantiis reciproca, faciunt æquilibrium.

Doctrina communis de æquiponderantibus, videtur quietis corporibus applicari, hanc univerſaliorem reddam hac propoſitione. Dico ergo niſus ſeu preſſiones inæquales facere æquilibrium, qoando ita adhibentur ut ſequantur velocitates ipſis reciprocas.

Sit ſtatera AB brachiorum inæqualium ita diviſa in C, ut ſit eadem ratio ponderis A ad pondus B, quæ diſtantiæ BC ad diſtantiam AC, erit æquilibrium ut patet; ſunt tamen preſſiones inæquales. Qui enim ablato pondere B manum ſupponeret ponderi A, ſentiret totum pondus duarum librarum ut jam oſtendi contra Ariſtotelem.

Diſtinguenda igitur ſunt momentum quaſi abſolutum, & momentum reſpectivum, alicujus ponderis; abſolutum idem perſeverat, reſpectivum mutatur, pro ut comparatur cum diverſis, in qoibus ſcilicet majorem, aut minorem motum producere debet. Videtur autem menſura momenti quaſi abſoluti ſumi debere ex pondere, quod æqualiter moveatur, cum eo de quo agitur.



Dico ergo in ſtatera brachiorum inæqualium, in qua ſit ut A ad B, ita B C ad AC, pondus A nihil amittere de ſuo momento abſoluto, ita ut ablato pondere B ſi comparetur cùm pondere D, quod æqualiter cùm ipſo moveatur, facere æquilibrium, eadem tamen preſſio reſpectu ponderis B videtur aliter ſe habere, quia in eo non producit velocitatem ſuæ æqualem ſed majorem. Ideoque licet pondus A abſolutè ſpectatum, ſeu ſolutum ab omni machina, duplum ſit momenti ponderis B, etiam ſoluti, in machina tamen, quia pondus B duplô velociorem motum ſortitur, A non habebit tantas vires, quia non poteſt tantum in eo motum producere.

Ex eadem ſtatera AB auferantur pondera A & B ſubſtituanturque duæ potentiæ animatæ deorſùm impellentes, quarum quæ eſt in A, dupla eſt illius quæ in B conſtituitur, erit æquilibrium.

Quamvis enim potentia A quaſi ſoluta ſit dupla potentiæ B, ſi nempè comparentur inter ſe cum æquali velocitate, dum tamen comparantur eum motu inæquali, at cùm diſpoſitione ad motum inæqualem, non ità ſe habet. Ratio eſt clara quia quæ in A moveri non poteſt quio majorem in potentia B motum velociorem ſuo producat. Momentum autem illud reſpectivum, non eſt reſpectu illius, qui toram ſtateram AB, ſuſtentat per anſam C, ſentit enim tantum gravitationem trium librarum.

Tertiò ſublatis ponderibus A & B. Sint duo globi inæquales F. & H decidentes ex eadem altitudine, ſi globi, & diſtantiæ ſint reeiprocæ, eodemque tempore in A & B incidant facient æquilibrium. Percuſſiones enim factæ cùm veloeitatibus æqualibus ſe habent ut corpora, quare ſi globus F ſit duplus globi H, eius etiam impulſus duplus erit. Eodem ergo modo ſe habeut ac pondera A & B. Si ergo momentum quaſi abſolutum percuſſionum deſideramus, globos F & H multiplicamus per veloeitates FA, HB, ſi vero momenti reſpectiva earumdem percuſſionum in punctis A & B ſtateræ factarum deſideremus, percuſſiones ulterius multiplicandæ erunt per diſtantias A C, B C.

Quartò ſint globi æquales K & H, ſed velocitas KA, ſit dupla velocitatis HB, clarum eſt primam pereuſſionem ſolutam, & non in machina ſpectatam, duplam eſſe percuſſionis HB, in machina tamen erit æquilibrium. Sit KA octo pedum HB 4. ſintque globi quilibet duarum librarum, ſitque AC, trium pedum & C B 6 Ut habeantur momenta percuſſionum abſoluta, multiplicandus erit globus K, nempe 2, per octo fient 16 & multiplicando H 2, per HB 4. fient octo. Ut habeatur earumdem momentum in ſtatera; multiplica percuſſionem primam, ſeu in A factam per AC 3 fiunt 48. multiplica ſecundam percuſſionem H B quæ erat 8 per 6, fient 48 æquilibrium.

Quintò eodem modo raciocinandum eſſet, ſi pro globis decidentibus, apponeretur aliquod liquidum deeidens, verbi gratia, æqualis copia aquæ cùm velocitatibus inæqualibus, nempè ut quæ in A incidit, velocitatem duplam habeat velocitatis appoſitæ aquæ, erit adhuc æquilibrium.

Sextò ſi fluxus aquæ in punctum A incurrentis, duplam aquam daret, cùm velocitate eadem adhuc perſtaret æquilibrium.

Ex quibus colligere potes momenta ipſa jam inæqualia poſſe ulteriùs comparari in machina, & propter inæqualem motum reſpectivum quem in machina ſortiuntur poſſe reddi æqualia, licet preſſiones abſolutæ immutatæ maneant.

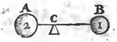
PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Determinare duorum corporum in æquilibrio poſitorum, momentum commune in fulcrum ſuſtentans.

Quoties duo corpora actione communi in aliod agunt, non ſemper tantum in illud vim exercent, quantam habent in ſe invicem, quia ſæpè motus totalis non ſe habet eodem modo in ordine ad tertium illud, quo partes eius comparantur. Exemplis mentem meam clariorem reddam.

Proponantur duo pondera A & B, quæ ſint reciproca ſuis diſtantiis, atque adeò quæ ſint in æquilibrio, ut ſi ſit pondus A duarum librarum,

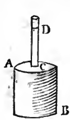


& pondus B unius, dico in tali caſu reſpectu fulcri C quod à ponderibus A & B premitur, non eſſe attendenda hæc momenta particularia, quæ habent ex motu particulari & reſpectivo, ſed cùm motu communi quem haberent ſi à potentia non ſuſtentarentur.

Cùm igitur centrum gravitatis eſt in C, perinde eſt ac ſi pondera omnia eſſent compenetrata in puncto C: hoc eſt gravatur fulcrum C quaſi à tribus libris, & quantumlibet diſtantiæ augerentur, aut minuerentur ſemper perſtaret æquilibrium, ſemper eodem modo gravaretur. Quare licet pondus B habeat momentum æquale momento ponderis A, id intelligendum eſt non abſolutè, aut reſpectu alterius potentiæ, quæ ſi moveretur pondera æquè velocem cùm illa motum haberent, & non majorem.

Quod dixi de ponderibus intelligendum eſt de potentiis animatis, de percuſſionibus aliiſque de quibus egi *in propoſitione præcedenti.*

Simile exemplum ex ſtatica deſumere poſſumus.



Sit vas AB, è quo erumpat tubus CD, dico latera vaſis, & fundum eius ita impelli, ad hoc ut amplietur totum vas ab aqua C B, ac ſi totum vas continuaretur cum eadem amplitudine, uſque ad altitudinem CD. Quamvis enim ſi continuaretur vas AB uſque ad C D, eſſet major copia aquæ, quam in tubo CD, in ordine tamen ad dilatationem vaſis, & impulſionem laterum vaſis, hæc major aquæ copia eſſet in minori motu, quam quæ continetur in tubo C D, & hoc reciprocè, ergo minor aquæ copia in ordine ad talem impulſum, majori æquivalet.

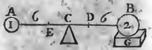
In ordine tamen ad motum communem, quo totum vas & aqua illo contenta quaſi per modum unius in hominem ſuſtentantem gravitant; cùm æqualiter cum homine ſuſtentante moveantur, conſideranda erit aqua ſecundum ſe, majorque evadet preſſio in caſu quo vas totum continuaretur, quam ſi ſolus tubus C D impleretur aquâ.

PROPO

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Si pondera inæqualia ponantur in diſtantiis æqualibus, fulcrum gravabitur quaſi à duplo minoris.



Proponantur pondera inæqualia A unius libræ, B duarum, ſintque diſtantiæ æquales, dico fulcrum C non ferre totum pondus B, ſed tantum eam eius partem quæ eſt in æquilibrio cum A.

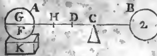
Demonſtr. Si in puncto B appenderetur una tantum libra, eſſet æquilibrium, & fulcrum C gravaretur quaſi à duabus libris (*per præcedentem*:) ſi verò addatur alia libra, elevabitur pondus A, & pro ratione illius adjecti gravabitur corpus G ſubjectum, ergo fulcrum C à duabus tantum libris gravabitur.

Alia demonſtratio. Ita dividatur linea AB, ut ſit ut A ad B, ita reciprocè BD ad DA. eritque punctum D centrum gravitatis commune, nempè pondera ita gravitabunt ac ſi eſſent in D: abſcindatur AE, æqualis DB, eritque ED differentia inter AD, & DB & CD ſemidifferentia. Eritque ut tota AB ad differentiam ED, ſeu ut pondera A & B ad unam libram, ita CB ad CD. & conſequenter erit BD ad DC, ut B ad A, ſeu ut 2 ad 1. Videbimus autem in Statica quod quoties potentiæ ſuſtentantes pondus in medio poſitum illud partiuntur ſecundum rationes diſtantiarum, reciprocè, non magis gravantur, quam gravarentur diſtantes duplum ponderis minoris. Ergo punctum C ſuſtentat duos trientes ponderum A & B, & fulcrum G alium trientem.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Si pondera æqualia in diſtantiis inæqualibus diſponantur; fulcrum ſuſtentat totum pondus vicinius, & partem remotioris quæ æquilibrium efficit.



Sint pondera A & B æqualia, ſitque fulcrum non in medio D, ſed in C. ſitque ut CA ad CB; ita B ad punctum F; dico fulcrum C, ſuſtinere tantum pondera B & F.

Demonſtr. Si enim in A, pro pondere A integro poneretur pars tantum illius, F eſſet æquilibrium, ita ut opus non eſſet fulcro K. Si verò additur pars G, hæc ſuſtineri non poteſt à pondere B ſed tota recidit in fulcrum K. Alio modò linea AB dividatur bifariam in D, ſitque AH æqualis BC. Cùm ergo AB ſit diviſa bifariam in D, erit ut AB ad AD, ita aggregatum ponderum A & B ad A, aut ad B: & cùm ſit ut AC ad CB, ſeu AH, ita pondus B ad F erit ut aggregatum ex B & F ad G differentiam ponderum inter pondera B & F, ut AB ad HC: eſt autem ut AB ad HC, ita dimidia nempè AD ad DH, aut DC. Ita igitur eſt AD ad DC, ut aggregatum ex B & F ad G. Item cùm pondera ſint æqualia erit eorum centrum gravitatis in D eodemque modò ponderabunt, ac ſi eſſent compenetrata in D. Sed ſi eſſent in puncto D ita ſuſtentarentur à fulcris C & K, ut partes ſuſtentatæ ſe habeant reciprocè ut diſtantiæ AD & DC, hoc eſt ut aggregatum ex B & F ad G. Ergo fulcrum C gravatur quaſi à ponderibus B & F, & fulcrum K ſuſtentat partem G; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Si pondera inæqualia, in diſtantiis inæqualibus ſtatuantur; fulcrum ſuſtentabit pondus cujus momentum minus eſt, & partem oppoſiti, quæ cum eo æquilibrium efficit.

Vide figuram præcedentem.

Sopponantur pondera A & B inæqualia, ſicut & diſtantiæ; ſitque ut AC ad CB ita B ad F; ſit item AH æqualis BC, & ut A ad B ita reciprocè BD ad AD, eritque punctum D centrum gravitatis commune, atque adeò perinde gravitabunt pondera, ac ſi eſſent compenetrata in puncto D.

Demonſtr. Cùm ita ſit A ad B; ut DB ad AD, ita erit componendo A & B ad B, ita linea AB ad AD, pariter cùm ſit ut B ad F, ita AC ad CB, ita erit B ad BF; ut AC ad AB. ſunt ergo tres quantitates aggregatum ex A & B, pondus B, aggregatum ex B & F, & aliæ tres nempè lineæ AC, AB, AD, in perturbata ratione; ergo ita erit aggregatum ex A & B, ad aggregatum ex B & F ut AC ad AD, & ablato conſequente ex antecedente, ita erit reliquum G ad aggregatum ex B & F, ut CD ad AD. Cùm ergo D ſit centrum gravitatis ponderum, quæ gravitant eodem modo, ac ſi penderent ex puncto D, fulcra ſibi partientur pondus D reciprocè, ſecundum rationem diſtantiarum CD, AD, hoc eſt fulcrum K ſuſtentabit partem G, & fulcrum C, B & F, ſeu pondus B & F partem oppoſiti quæ cùm B efficit æquilibrium.

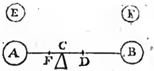
COROLLARIUM I.

Quod dixi de ponderibus A & B intelligi debet de potentiis animatis, punctum A & B impellentibus per niſus æquales, preſſionibus ponderum, item de percuſſionibus tam ſolidorum, quam fluidorum.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Pondera æquilibrata maximam in jugum gravitationem exercent.



Pondera A & B efficiant æquilibrium in puncto C, dico ſi huic puncto ſubjiciatur fulcrum, magis premetur à ponderibus A & B, quam ſi ſtatueretur in quolibet alio puncto.

Demonſtr. Cùm punctum C ſit centrum gravitatis ponderum, ab his eodem modo gravabitur, ac ſi omnes eorum partes in puncto C comprnetrarentur: in omnibus autem aliis locis gravabitur à parte tantum aliquâ ponderum. Supponatur enim eſſe in D, fiatque ut AD ad DB, ita B ad E, cùm autem ſit major ratio AD ad DB, quam AC ad CB, ſeu B ad A, major erit ratio B ad E, quam B ad A. Igitur E minus erit quam A, fulcrum autem gravatur à B cujus momentum minus eſt, & à parte ponderis A, quæ facit cùm eo æquilibrium, ſeu quæ eſt æqualis ipſi E.

Eodem modo oſtendam minus gravari fulcrum E in F collocatum, quam ſi ſtatueretur in D, quia major eſt ratio BF ad FA, quam BC ad CA, ſeu A ad B, quare ſi fiat ut BF ad FA, ita A ad F, major erit ratio A ad F, quam A ad B: eritque F minor quam B. Oſtendam pariter fulcrum in F ſuſtentare A, & partem ponderis B æqualem ponderi F.

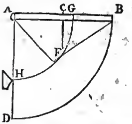
COROLLARIUM.

Si duæ potentiæ animatæ impellant vectem, maximam impreſſionem efficient in centro gravitatis, idem dico de percuſſionibus factis in punctis A & B, maximam impreſſionem facient in puncto in quo æquilibrium efficiunt.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Motum lineæ circulariter motæ biſariam dividere.



Suppono lineam ſeu cylindrum AB æqualis craſſitiei circulariter circa punctum extremum A moveri, quæritur punctum quod dividat biſariam motum ab hac linea productum. Dividatur linea AB biſariam in C, ductaque perpendiculari CF, quæ ſit æqualis AC, jungatur AF, cui æqualis ſit, dico punctum G eſſe illud quod quæritur, ita ut arcus GH, dividat totum hunc motum biſariam: Hoc eſt cùm linea AB motu ſuo deſcribat quadrantem ABD, dico arcum GH dividere biſariam hoc ſpatium, atque adeo quadrantem AGH æqualem eſſe coronæ BDHG.

Demonſtr. Quadratum ex AB (*per 47. 1.*) æquale eſt quadratis æqualibus ex AF, FB, ſeu duplum eſt quadrati ex AF, ſeu ex AG illi æquali; ſed ut quadrata ita & circuli; cùm tam quadrata quàm circuli ſint in duplicata ratione ſemidiametrorum, ergo circulus ex AB, duplus eſt circuli ex AG, igitur quadrans AGH æqualis eſt coronæ BDHG.

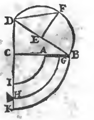
Ex eo voluerunt nonnulli concludere punctum G eſſe centrum percuſſionis; quod falſum eſt. Licet enim momenta omnia virgæ AG æqualia ſint momentis lineæ GB, ſi habeatur ratio tantum puncti A; cùm enim momenta & quantitates motus ſint idem, nihilominus hæc eadem momenta ſi comparentur cùm puncto H quod percutiunt, deberent reſpectu hujus ſecundi puncti, non ſolum hinc inde æqualia eſſe, ſed etiam collocari in diſtantiis æqualibus. Ita ut prima illa momenta, quæ habent ex variis diſtantiis à puncto A, reſpectu hujus ſecundi puncti H in quod incurrit virga, non ampliùs faciant æquilibrium.

Tria ergo diſtinguenda ſunt in virga, primò centrum gravitatis nempè punctum illud in quo, ſi compenetrarentur omnes partes, æquale haberent momentum, æqualemque motum, quem habent modo in eo ſitu, quem poſſident. Secundum erit centrum motus, nempè punctum dividens motum in duas partes æquales, tale eſt punctum G. Tertium erit centrum momentorum, ſeu punctum reſpectu cujus prima momenta orta per comparationem ad punctum A, habent hinc inde æquales vires, atque adeò per ſuperiores propoſitiones, efficiunt maximam impreſſionem, quam poſſunt efficere.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Motum lineæ circulariter circa alienum punctum motæ, biſariam dividere.



Proponatur cylindrus AB æquabilis craſſitiei, circulariter motus circa punctum alienum C, ſitque ut prius motus eius biſariam dividendus. Fiat perpendicularis CD æqualis CA, tum DB dividatur

tur bifariam in E, ducaturque perpendicularis EF æqualis E D, fiat CG æqualis DF, dico coronas EGHI, GHKB æquales eſſe.

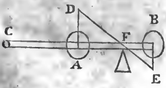
Demonſtr. Quadratum ex DB, æquale eſt quadratis ex C B & C D, ſeu CA (*per* 47.1.) idem quadratum DB duplum eſt quadrati DF ſeu CG: ergo quadrata CA,CB duplicia ſunt quadrati CG, ſeu æqualia quadrato ex CG bis ſumpto. Quare quadrata ex CA, CG, CB ſunt arithmeticè proportionalia; termini autem arithmeticè proportionales æquali exceſſu ſe ſuperant, ergo hæc quadrata, & circuli & quadrantes qui in eadem ſunt ratione, ac quadrata æquali exceſſu ſe ſuperabunt: quadrans autem CGH, ſuperat quadrantem CAI coronâ AGHI, & quadrans CBK ſuperat quadrantem C G H, coronâ GBKH: ergo coronæ AGHI, GBKH æquales ſunt.

Hæc diviſio motus intelligi poteſt de momentis ſimplicibus, quæ iterum comparanda ſunt cum puncto in quod incurrunt.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Invenire centrum percuſſionis duorum ponderum circa idem centrum ex eadem parte circulariter motorum.



Sint pondera A & B, quæ ſint in eodem radio firmo, à cujus tamen gravitate abſtrahimus, quæritur centrum momentorum, nempè punctum cui ſi occurrat obex fiat maxima percuſſio, ſeu hinc inde ſint momenta æqualia, & æquales vires habentia, ita ut virga vi illius impreſſionis maneat æquilibrata. Multiplicetur pondus A per ſuam diſtantiam C A, ita ut habeatur eius momentum. Multiplicetur item pondus B per ſuam diſtantiam ut pariter habeatur eius momentum, ductiſque in punctis A & B duabus parallelis ex diverſa parte, fiat AD ad BE, ut momentum B ad momentum C, ducaturque DE ſecans C B in F. dico punctum F eſſe centrum percuſſionis.

Demonſtr. Primò pondera A & B incurrentia in obicem F, impreſſiones faciunt, ſeu percuſſiones, quæ coaleſcunt ex ſuis velocitatibus, & gravitatibus; velocitates autem ſe habent, ut diſtantiæ CA,CB: ergo ut habeantur ſingulæ percuſſiones, multiplicanda ſunt diſtantia per ſuas diſtantias; atque adeò percuſſiones ſingulæ ſe habent ut momenta prima, quæ habent hæc pondera in ordine ad punctum C: Debet item haberi ratio diſtantiæ ab obice F in quod incurrunt, ita ut percuſſiones illæ partiales, ſint ſuis diſtantiis à puncto F reciprocæ: Debet igitur ita eſſe diſtantia FB ad diſtantiam FA, ut reciprocè percuſſio ſeu momentum ſimplex & primum A ad momentum ſimplex B, ut autem momentum A ad momentum B ita fecimus BE ad AD, & quia triangula ADF, BEF ſunt æquiangula, ita eſt BE ad AD, ſeu momentum primum A ad momentum primum B, ut FB ad FA; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

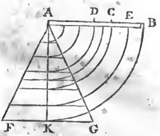
Ex hoc animadvertere potes differentiam inter centrum gravitatis, & centrum percuſſionis, quod alii vocant centrum momentorum. Centrum enim gravitatis ſpectat tantum pondera ſecundum ſuam gravitatem, verbi gratia ſi ita eſſet pondus A ad pondus B, ut reciprocè diſtantia B F ad diſtantiam AF, punctum F eſſet centrum gravitatis, in quod ſi transferrentur pondera, idem momentum commune haberent, ac quando ſunt in punctis A & B, & ad hoc inveniendum dividitur linea AB, ſecundum rationem ponderum.

At vero centrum percuſſionis dividit lineam AB, non ſecundum rationem ponderum, ſed ſecundum rationem momentorum quæ habent in punctis A & B. Nun igitur ſi transferrentur ſimpliciter in F, eandem percuſſionem facerent, ſed ſi transferrentur in F cum momentis, quæ habent in A & F. Eſt igitur punctum F quaſi centrum gravitatis ipſorum momentorum, ſeu ipſarum percuſſionum partialium. Ita ut dum incurrunt in obicem F, nulla fiat impreſſio in punctum C, ita ut ſi manu virgam teneremus, nullum ſentiremus fremitum in manu. Cogita ergo quaſi fierent in punctis A & B duæ percuſſiones æquales momentis iſtorum corporum dum exiſtunt in punctis A & B.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Invenire centrum percuſſionis cylindri circa punctum extremum circulariter moti.



Cylindrus AB æqualis ubique craſſitiei circulariter moveatur circa punctum A, quæritur centrum percuſſionis, ſeu punctum in quo maxima fiat percuſſio. Sit BC tertia pars lineæ AC, dico punctum C eſſe centrum percuſſionis, ita ut dum movetur circulariter, momenta ſimplicia linearum AC, CB, reciprocè ſe habeant cum diſtantiis à puncto C.

Demonſtr. Singularum partium linearum AC, CB haberetur, ſi ſingulæ per ſuas velocitates multiplicarentur, ſeu per arcus ſimiles quod eodem tempore percurrunt, & cùm partes æquales ponantur, propter æquabilem craſſitiem cylindri, eâ momenta

momenta ſe habebunt, ut illi arcus ſimiles, quod ſi per omnia punctum lineæ AK ducantur lineæ parallelæ, ſingulæ æquales arcui ſibi contermino, generabitur triangulum, cujus omnes lineæ ſe habebunt ut momenta cylindri AB circulariter moti.

Quætimus igitur punctum ita dividens illa momenta, ſeu eas omnes lineas, hoc eſt triangulum ut faciant æquilibrium. Sed demonſtratur in ſtatica, centrum gravitatis trianguli eſſe in tertia parte lineæ dividentis bifariam baſin, ergo eſt in tertia parte lineæ AB, ſeu in puncto C cui ſi occurrat obex momenta hinc inde facient impreſſiones quæ erunt in æquilibrio circa punctum C.

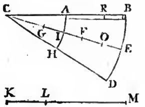
Quoties baculo percutimus corpus durum, non occurrens centro percuſſionis, ſentimus dolorem in manu, & aliquem fremitum. Ut ſi occurrat in puncto D, momenta DB prævalent ſuprà momenta A D, & manus attollitur. Non eſt igitur æquilibrium, quare percuſſio, ſeu impreſſio, facta in obicem æqualis tantum erit momentis lineæ A D, & parti momentorum lineæ D B, facienti æquilibrium cùm momentis lineæ AD. Reliquum impenditur contrà manum, eam percutiendo, & ſursùm elevando.

E contrà ſi obex occurrat puncto E, momenta lineæ AE prævalebunt, obexque percuſſionem excipiet momentorum lineæ BE, & partis momentorum lineæ AE facientis æquilibrium, reliquum impenditur contrà manum eam deprimendo, ſeu impellendo deorsùm.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Invenire centrum percuſſionis partis cylindri circulariter mota.



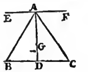
Proponatur quætendum centrum percuſſionis cyliodri AB, circulariter moti circa punctum C, fiat ſector quicumque C B D diviſus bifariam lineâ CE, cujus EF ſit tertia pars. Sit item linea I G tertia pars lineæ C I, eritque F centrum gravitatis ſectoris totalis C B D, & punctum G centrum gravitatis ſectoris C A H, quæ (*per ſuperiorem*) ſunt centra percuſſionis linearum CB, CA. Fiat ut CA ad CB, ut CB ad KM; eritque CA ad KM in duplicata ratione CA ad CB, nempe ut ſector CAH ad ſectorem CBD. Sit KL æqualis CA.

Demonſtr. Cùm ſit ut CA, ſeu KL ad KM, Ut ſector CAH ad ſectorem CBD, erit dividendo ut KL ad LM, ita ſector CAH ad figuram ABDH. Fiat ergo ut LM ad KL, ita FG ad FO, punctum O erit centrum gravitatis figuræ ABDH. Cùm enim punctum F ſit centrum commune gravitatis totius ſectoris ABD, atque adeo ſi ſuſpendatur per F, fiat æquilibrium, eritque F O vera diſtantia figuræ ABDH, & conſequenter punctum O eius centrum gravitatis. Cùm igitur arcus ſimiles, ex quibus componitur figura ABDH, benè repræſentent momenta cylindri AB, & punctum O, ſit eorum centrum gravitatis, ſeu ea dividat in partes æquiponderantes punctum O ſeu R, ipſi reſpondens erit centrum percuſſionis.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Reperire centrum percuſſionis trianguli moti circulariter circa apicem.



Proponatur triangulum ABC mobile circa lineam EF, tranſeuntem per eius apicem A. Si ita dividatur AD, ut AG ſit tripla reliquæ GD, dico punctum G eſſe centrum percuſſionis.

Nam ſi linea B C axi EF parallela fuerit, deſcribet ſuperficiem cylindricam quæ ſuperficies metitur motum, immò & momentum lineæ BC. Hæc autem ſuperficies habetur ſi eadem linea BC, multiplicetur per arcum, quem eius una extremitas B deſcribit. Dividatur linea AD in quotcumque partes æquales, per quas intelligantur totidem ſuperficies, quæ in totidem rectangula mutari poſſunt.

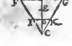
Quæ ſimul ſumpta pyramidem conſtituent, repræſentantem omnia momenta trianguli A B C circa lineam EF moti circulariter.

Demonſtr. Omnia rectangula ſic extenſa componunt pyramidem; ſed punctum G eſt centrum gravitatis ut probabitur in ſtatica, nempè ita eam dividit, ut eius partes hinc inde poſitæ faciant æquilibrium; Hæc autem rectangula benè repræſentant momenta, omnium partium trianguli, ita moti; ergo punctum G eſt centrum momentorum, ſeu centrum percuſſionis trianguli circa apicem circulariter moti.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Reperire centrum percuſſionis trianguli circa baſin circulariter moti.



Trianguli A B C circa baſin A B circulariter moti, ut habeatur centrum percuſſionis, dividatur

linea

linea CD biſariàm in E, dico punctum E eſſe centrum percuſſionis. Sumantur duæ lineæ FG, IK baſi AB parallelæ æqualiter diſtantes à puncto E.

Demonſtr. Ita eſt IK ad FG, ſicut CO ad CH ſeu DH ad DO. Sed ratio momenti lineæ FG ad momentum lineæ IK, componitur ex ratione DH ad DO, & ratione FG ad IK, ſeu CH ad CO. Habetur autem ratio compoſita ex rationibus, ſi tam antecedentes rationum, quam conſequentes, multiplicentur nempe DH per CH, & DO per CO. Et cum DH & CO, ſicut CH & DO, ſint æquales, numeri per hujuſmodi multiplicationes producentur, ergo momenta harum linearum ſunt æqualia, ergo momenta linearum æqualiter à puncto E diſtantium ſunt æqualia, ſed ſunt totidem numero, cum lineæ ED, EC ſint æquales, ergo punctum E, habens hinc inde momenta, & numero, & virtute æqualia, eſt centrum percuſſionis.

Item etiam punctum E eſt centrum agitationis, nempe eſt hinc inde æqualis quantitas motus.

COROLLARIUM.

Si priſma triangulare moveretur, quia conſtat totidem triangulis æqualibus, centrum percuſſionis erit in eodem puncto.

Major erit compoſitio ſi pyramis moveatur circa apicem, aut circa baſin, nam ſingulorum planorum baſi parallelorum momenta, componuntur & ex ratione ſingularum linearum duplicata, & ex ratione diſtantiarum difficiliùs invenietur centrum percuſſionis. Sed hæc omnia perſequenda non cenſeo, ne in immenſum excurrat hic tractatus.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Reperire centrum percuſſionis duorum ponderum oppoſitorum.

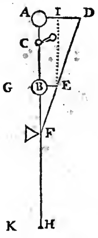
Difficilior eſt inventio centri percuſſionis duorum ponderum contrariè in eadem virga poſitorum.

Proponantur ergo duo pondera A & B, mobilia circa idem centrum C; ſitque momentum ponderis B. Multiplicetur utrumque pondus per ſuam diſtantiam à centro immobili C, ut habeatur momentum utriuſque, fiatque ut momentum B majus ad momentum A minus, ita reciprocè linea AD ad parallelam BE, jungaturque DE concurrens cum AB producta in F, dico punctum F eſſe centrum gravitatis.

Ad hoc ut centrum percuſſionis ſit in F, hoc eſt, ut pondera A & B maximam percuſſionem efficiant, nullaque impreſſio fiat in centrum C, debent momenta ponderum ita eſſe in æquilibrio circa centrum percuſſionis, ut etiam ablato clavo C, punctum C in neutram partem inclinaret; quod ut demonſtrem,

Suppono quod ſi impulſus ponderis B ferat verſus G, impreſſio ponderis A ferat verſus D. eritque tunc æquilibrium circa obicem percuſſum quando pondus A tam validè impellet verſus D, quam validè pondus B impellit verſus G: hoc autem ita ſe habere demonſtro reſpectu obicis.

Demonſtr. Ità fecimus momentum ponderis B ad momentum ponderis A, ut AD ad BE, ſed ut



AD ad BE, ita (*per 4.6.*) AF ad BF; ergo poſito F quaſi hypomoclio, ita eſt momentum primum ſeu ſimplex ponderis B, ad momentum ponderis A, ut reciprocè AF diſtantia ponderis A ab obice, ad BF diſtantiam ponderis B, ab eodem obice, ergo prima momenta comparata cum obice F, æquilibrium efficient, ita ut nulla fiat impreſſio in punctum C. & ablato clavo omnia in eodem ſtatu permaneant.

Id autem ut meliùs concipiatur ſuppoſito obice in puncto F, ſi aliquis traheret punctum B verſus G, virtute ut duo, alius vero trahat A verſus D virtute ut unum, cùm diſtantiæ & virtutes ſe habeant reciprocè, erit æquilibrium, & neuter vincet, atque adeo tota virtus contra obicem impenderur. Abſcindatur enim FH, æqualis AF, dum pondus A cùm velocitate quam habet circa pondus C, impellit verſus D, eaſdem vires habet, ac ſi cùm iiſdem viribus exiſteret in H, & impelleret verſus K, ſed ſi impelleret in K faceret æquilibrium, ergo etiam dum eſt in A.

COROLLARIUM I.

Notandum autem utrumque pondus juvare impulſionem. Ità tamen ut major requiratur virtus ut moveantur, quando verò conceperunt impetum majorem impreſſionem efficiunt, quam ſi adeſſet unicum.

COROLLARIUM II.

Notandum item eſt percuſſionem fieri debere ex parte ponderis majus momentum habentis, ut ex conſtructione ſatis patet.

COROLLARIUM III.

Si momenta eſſent æqualia nulla percuſſio appoſita fieri poſſet, nam centrum percuſſionis eſſet ipſum centrum percuſſionis.

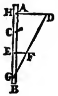
COROLLARIUM IV.

Ut habeatur punctum F, fiat ut D I exceſſus majoris momenti ſupra minus ad AD majus momentum; ita I E, ſeu AB diſtantia ponderum ab invicem ad AF diſtantiam obicis à pondere A remotiore.

PROPOSITIO XXXL.

Problema.

Cylindri circa aliquod punctum medium mobilis centrum percuſſionis reperire.



Sit cylindrus A B mobilis circulariter circa punctum C, cujus quæritur centrum percuſſionis, utriuſque nempè partis AC, CB. Quæratur primò centrum percuſſionis partium AC, BC (*per 25. hujus*) fiatque ut momentum partis C B poſitæ in E, ad momentum partis AC, poſitæ in H, ita reciprocè HD ad parallelam EF, ducaturque DFG occurrens lineæ AB in puncto G; dico punctum G eſſe centrum percuſſionis illius cylindri.

Demonſtr. Puncta H & E ſunt centra percuſſionis ſegmentorum AC, CB; hoc eſt in ordine ad percuſſionem, ea ſegmenta ita ſe habent, ac ſi omnes eorum partes retinentes ſua momenta, eſſent in punctis H & E. fecimus autem ut eadem eſſet reciproca ratio momentorum, ac lineæ HD ad EF. ductaque linea D F G invenimus centrum percuſſionis G (*per præcedentem*;) ergo verè punctum G eſt centrum percuſſionis.

COROLLARIUM.



Ex hoc colligere potes rationes cur in enſibus, & gladiis præter eam partem, quam manu apprehendimus, addamus & globum ferreum, prima ne manus nimium gravetur, ſed fiat aliquo modo æquilibrium faciliúſque regatur enſis. Secunda ut centrum percuſſionis ad cuſpidem retrahatur. Sit enim enſis AB, medium pugni ſeu punctum circa quod volvitur ſit C. ſitque D tertia pars longitudinis, eritque centrum percuſſionis partis CB, circa punctum D. Addatur globus ferreus A, ſitque ut momentum CB ad momentum AC, ita reciprocè EF ad DF. Ducatur EFB, punctum B erit centrum percuſſionis. Ex quibus vides certam proportionem requiri inter globum, & enſem, dum volumus centrum percuſſionis eſſe in ipſo mucrone.

MECHANICES LIBER OCTAVVS.

De motu reflexo, & de Elaterio.

CVM nullum motum reflexum agnoſcamus, qui non ab elaterio procedat, videamuſque pro perfectiori, aut minus perfectâ virtute elaſticâ, perfectiorem ſequi, aut minus perfectam reflexionem; æquum eſt ut aliquid in hoc libro de elaterio dicamus, eaſque materias non ſejungamus ab invicem, qua nexu naturali conjunctæ ſunt. Explicabo igitur naturam elateris ſecundum diverſa principia, ne demonſtrationes noſtræ principiis dubiis, & minimè certis innitantur.

PROPOSITIO I.

Phyſica.

De liquidorum Elaterio.

Suppono primò primam, & univerſalem liquiditatis rationem nulli diſputationi obnoxiam ſimplicem tamen, & exactam, qualem tradit Ariſtoteles, & in qua omnes convenire debent. Nempè volo illud liquidum eſſe, quod facillimè termino alicno, difficillimè ſuo, contineetur, nempè quod ita indifferens eſt ad omnem figuram, ut nullam peculiarem affectet, ſed omnem indifferenter induat.

Quamvis autem non ſit hujus loci examinare in quo præcisè poſita ſit hæc liquiditas. Poſſum tamen facilè demonſtrare, contra Carteſium liquiditatem io motu poſitam non eſſe, quo partes ad invicem dividantur, & ſeparatim exiſtant. Quia ſi liquiditas in motu conſiſteret, non quocumque, ſed quo ſingulæ partes ſeparatim moverentur, motuque differenti, ab eo partis vicinæ, per hunc motum in materia perfectè liquida, materia eſſet actu diviſa quantum diviſibilis eſt, atque adeo redacta ad indiviſibilia, id autem nullus philoſophorum admittat. Si enim duæ partes non moverentur ſimul, eſſent unitæ, atque adeo duræ ſecundum hanc philoſophiam: ergo non perfectè liquidæ. Secundò cùm viderimus in corporibus non elaſticis, ſed mollibus motus contrarios ſe invicem elidere, hæc materia elaſtica per perennem & continuum particularum concurſum, omnem tandem motum amitteret, niſi fingas in ea principium intrinſecum productivum talium motuum, quod etiam huic novæ philoſophiæ contrarium eſt.

Non ergo io motu continuo liquiditas poſita eſt, ſed in facili diviſibilitate, aut etiam in actuali diviſione in partes minutiſſimas, ſed in quocumque poſita ſit parum intereſt ad præſens inſtitutum, ſufficiatque illa notio generalis liquiditatis, quæ facilitatem ad omnem figuram induendam tribuat.

Duplex inſtitui poteſt virtutis elaſticæ idea, prima erit facultas illa, quam habent corpora, ut ad priſtinam figuram redeant, ſi per vim externam ab ea abducta ſunt. Secunda erit illa virtus, qua corpora certam, & determinatam extenſionem exigunt, ita ot denuò extendantur, ſi aliquandò compreſſa ſunt.

Dico ergo in corporibus perfectè liquidis, primam illam vim elaſticam, ſumptam ſcilicet pro facultate ſe reducendi ad priſtinam figuram, nullam eſſe.

Probatur. Ea corpora quæ propria figura carent, ſed ad omnem indifferenter ſe habent, facultatem nullam habent ſe reducendi ad priſtinam figuram; ſed corpora perfectè liquida ita ſe habent, ergo corpora perfectè liquida carent virtute elaſtica.

Dico ſecundo ſi rarefactio in ſola corpuſculorum intromiſſione conſiſtat, nulla corporibus perfectè liquidis poteſt convenire vis elaſtica.

Probatur Corpora perfectè liquida omni figuræ ſe accommodant eorumque partes ſimiliter inter ſe congruunt, ergo nullos poros habent.

Non nego quidem poſſe materiã extraneam hujuſmodi corpora ſubire, eorumque partes ab invicem ſeparare, ſed contendo hanc virtutem elaſticã nõ eſſe in ipſis corporibus liquidis, ſeu talem motũ, quo partes ab invicem ſeparantur, non eſſe ab intrinſeco, quia nullus motus ab intrinſeco procedens ſuo principio damnoſus eſt, ſed utilis. Clarum autem eſt ſtatum in quo corpus liquidum plenum eſt, nullamque habet admixtam extraneam materiam, connaturaliorem eſſe, juxta illud principium virtus unita fortior eſt ſe ipſa diſperſa. Corpori igitur liquido nulla vis elaſtica ineſt, ſi rarefactio per introductionem materiæ extraneæ peragatur.

COROLLARIUM.

Ex hoc facile concludo nullam poſſe in corporibus perfectè liquidis, vim elaſticam concipi, niſi vim rarefactivam aut expanſivam qua ad majorem locum occupandum extendantur, ſi quando accidat, ut in anguſtiorem coarctentur. Quare examinandum nobis eſt, quomodo hæc expanſio peragatur. An verò idem corpus modò majori, modò minori extenſioni ſubjaceat; an verò ita determinatum ſit ad tantam extenſionem, ut naturaliter majorem, aut minorem non habeat, ſed tantum apparenter ad majus ſpatium extendatur, eo quod ſubtiliorem materiam excipiat.

PROPOSITIO II.

Phyſica.

Argumenta rarefactionem per ſolam corpuſculorum introductionem impugnantia.

Quamvis natura elaterii poſſit abſolutè ſine hac quæſtiooe explicari, poſſitque in utraque opinione, ſaltem utcumque, conſtitui, ſatiſque mihi perſpectum ſit, nihil certi in hac materia proferri poſſe, aperiam tamen mentem meam.

Dubium non eſt quin nonnulla Ariſtotelis loca ſatis manifeſtè indicent eum exiſtimaſſe idem corpus ſine admixtione ullius extraneæ materiæ majorem locum occupare, banc tamen quæſtionem ex profeſſo non attigit, quam ut celebtem movent Peripatetici, & in utramque partem agitant. Plerique in eam abiverunt ſenentiam, ut exiſtiment effectus naturales multo facilius explicari, ſi idem corpus majoris, & minoris extenſionis ſit capax.

Prima ratio ducitur ex eo quod in pleriſque exemplis difficillimè aſſignetur materia extranea, quæ ſe ſe inſinnet, primò quia rareſiunt corpora liquida, quæ intra corpora dura, & ita compacta includuntur, ut huic materiæ extraneæ omnem aditum denegare videantur. Nam poſtulare ut admittamus in quibuſlibet corporibus, etiam ſolidiſſimis potos frequentiores, quam ſint in cribro, materiamque ſubtilem ita diffuſam, & paratam ut ſine ulla difficultate ſe ſe inſinuet, maxima petitio eſt, quæ ſiue probatione facilè non coocedatur.

Propono igitur globum intus vacuum, ex materia ſolidiſſima, compactum in quem ſyringe, vel anthlia intromittatur aër, certum eſt indubitatis experientiis, in eum globum centies plus aëris immitti poſſe, quam io ſtatu connatutali contineat, immutatâ globi figurâ. Certum eſt item talem ſtatum aëri connaturalem non eſſe ſed violentum, ita ut ſi vel minimum exitum nanciſcatur, magna vi fetè totus erumpat.

Quæro ergo hujus dilatationis principlom, vel enim talis motus ab ipſo aëre, vel à materia illa ſubtili procedit. Non ab aëre cui connaturalius eſt, ut omnes ejus pattes ſeſe tangant & in unum globum coaleſcant, quam ut admixtione corporis extranel dividantur ab invicem. Sed neque huic ſubſtantiæ ſubtili tribui poteſt ille motus, quæ cum ſit liquidiſſima, indifferens eſt ad omnem locum, ſolumqne debet replere locum quem vacuum reperit, & non ſe inſinuare. Quæro enim an hunc motum ab intrinſeco habeat, & quare ab aëte raro, in quo liberum habet ſe movendi locum exeat, ut aërem compactiorem ingrediatur, ſi enim materiæ ſubtiliſſimæ & liquidiſſimæ naturam perpeſpectam habeo, ei ſummam liquiditatem triboo, vi cujus corporum figuræ ſeſe accommodet, non autem corpora ſuæ. Denique materiam ſubtilem quæ ſeſe moveat continuò nullam admitto, nec admittendam puto, certus ſum enim, quod partium in ſeſe incurſantium motus deſtrueretur, atque adeò ad quietem relaberetur. Niſi in ea principium intrinſecum motus admittatur, quod nolunt hujus novæ philoſophiæ ſectatores.

Non video quid probabilis reſponſionis adhiberi poſſit, niſi dicamr aër partibus rigidis conſtare, ad modum lanæ, quæ compreſſa, ſe ad majorem amplimdudinem reducit, ſingulis pilis in lineam rectam ſeſe extendentibus. Sed contendo hujuſmodi vim elaſticam in ſingulis pilis lanæ, explicari non poſſe, niſi admittatur compreſſio nimia in partibus internis dum flectuntur.

Nonnulli recurrunt ad gravitatem aëris incumbentis, qui ejicit ex ſe materiam ſubtilem, eamqne in aëtem compreſſum immittit. Sed contrà. Si nulla ſit in aëre reſiſtentia ad compreſſionem, nempè ad hoc ut ejus partes ſeſe iovicem, ejectâ extraneâ materiâ, tangant, tota materia ſubtilis ex aëre ejicienda foret, & ſupra aërem expellenda.

Debes igitur dicere aërem ſibi propriam, & connaturalem extenſionem vendicate, ad quam ex natura ſua ſit determinatus, ita ut ſi ad minorem coarctetur, eeſſante vi externâ ſeſe ad naturalem reducat. Sentimus enim maximam difficultatem in comprimendo aëre, quæ nulla eſſe deberet ſi in ſula directione materiæ ſubtilis poſita eſſet.

Proponatur ſecundò ignis tormentarius. Qui inflammatus ita rareſit, ut in millecuplam molem augeatur, ſatis percipere non poſſum, cur materia ſubtilis tantâ vi præceps agatur, ſeſe in pulverem inſinoet, & ejus partes diſtrahat: Quæro enim à quo impellatur, & cur cum antè inflammationem eſſet quieta, modò tanta vi feratur.

Tolerabilior reſponſio aſſerit ignis actionem, aut in agitatione vehementiſſima poſitam eſſe, aut cum illa conjunctam eſſe, cumque partes ignis irregulares ſiot, & per hunc motum in ſe invicem incurrant, diſtrahuntur, & ſeparantur, locumque faciunt materiæ ſubtiliori, ita ut vis illa maxima, quâ pulvis tormentarius globos explodit, muros disjicit, in agitatione partium vehementiſſa conſiſtit quâ partes in ſe invicem incurrunt, quamvis hæc parum probabiliter dicantur. Poſſet enim agitatio iſta etiam quantumlibet velociſſima in orbem perfici, abſque eo quod majus ſpatium à pulvere occuparetur, aut globum ejiceret, rupes elevaret &c.

Hanc quidem igois agitationem omnes admittunt, cum eam in flamma obſervemus & cum hoc motu velociſſimo ignis metallorum partes dividat, & liquefaciat.

A quo tamen principio procedat hæc agitatio in hypotheſi Carteſiana non percipio. Nam hæc agitatio eſt motus materiæ illius oempè pulveris quem anteà non habebat, ergo debet illi communicari ab agente externo. Quamvis autem ultrò concedant, ignem in fomite admoto exiſtentem vehementiſſimo agitari, non poterit tamen per ſimplicem contactum, majorem in tanta pulveris copia motus quantitatem producere, quam habeat, aut non obſervantur leges communicationis motus, quæ ferunt etiam ſecundum Carteſium ut corpus quodcumque tantum de ſuo motu amittat, quantum alteri communicat. Quare motus ignis in fomite exiſtentis, communicatus toti pulveri nitrato lenus admodum eſſe debet, nec majores habere vires, quam ignis ſolius fomitis. Quare ut dicam quod ſentio, nulla eſt hypotheſis quæ dum ad effectus particulares deſcenditur, ſit infœlicior Catheſiana, & quæ majores patiatur difficultates, aut ad reſponſiones improbabiliores magis deducat.

Fœliciùs ſe extricant aliæ ſententiæ ſive communis

Digitized by Google

munis admittens de novo formam ſubſtantialem quæ ſit hujus agitationis principium, non receptivom tantum, ſed etiam eff.ctivum. Sive etiam alia opinio quæ eriam à nonnullis Peripateticis Ariſtoteli tribuitor, exiſtimantibus elementa io mixto formaliter remanere. Poteſt enim ſecundum eos ignis in fomite exiſtens partes pulveris ſibi vicinaa dividere, & ignis-particulas in iis lateotes extricare, quæ in ſe motum producant, aliaſque partes pulveris pervadant atque ita totus pulvis inflammetur, & pariter agitetur, diſtrahator, &c. In Carteſiana tameo hypotheſi hunc modum ſolvere non poſſum, cùm tota quæ in pulvere diverſitas, aut diſpoſitio, invenitur, in pulvere, & magnitudine poſita ſit, quæ duo cum motûs productiva non ſint, ſed tantum ſuſceptiva aliunde accerſeodum eſt hujus agitationis principium.

Tertiò alia rarefactionia exempla proferre poſſum quæ difficilè per corpuſculorum introductionem explicantur. Si ut aquæ in vaporem mutatæ, quam contendo io majorem molem excreſcere.

Probatur. Niſi aqua majus ſpatium occuparet verè & realiter, oulla eſſet ratio cur minorem gravitatem acquireret, nempè quod ſub majori mole idem habeat pondus, eandemque gravitatem abſolutam. Si enim tantum fiat rarior, quod materiam extraneam recipiat, quæram an hæc materia ſit gravior, aut minus gravis quam aqua. Si ſit gravior aut æquè gravis compoſitum ex hac materia & aqua, in ſpecie gravius, aut æque grave erit, ac aqua, quod ſi velis hanc materiam extraneam io ſpecie leviorem eſſe aqua, quæro unde id habeat, niſi quod ſit rarior, hoc eſt ſub æquali mole plus contineatur materiæ. Qoare contendo vix explicari poſſe in quo poſita ſit major, aut minor gravitas ſpecifica, niſi admittatur rarefactio, aut condenſatio propriè dicta. Cur verbi gratia aurum gravius eſt in ſpecie ligno, dices quod lignum plures habeat poros in quibus continetur aër; ſed quæro cur aër ſit levior parte auri ſibi æquali in mole. Puto explicari non poſſe in quo poſita ſit hæc major, aut minor gravitas, niſi in majori aut minori denſitate.

Dices admitti poſſe corpora ſeipſis aliis graviora in ſpecie, idque peti vel ab ipſa entitate rei eſſentialiter ab alia differente, vel ab ipſa forma ſubſtantiali. Sed contrà quia primò hoc habeo, quod corpora non ſint ejuſdem rationis, deturque aliqua inter illos differentia, quæ à figura, & magnitudine non petatur. Secundò cùm idem corpus immutatum ſubſtantialiter diverſam habeat gravitatem ſpecificam, malè refunditor hæc diverſitas aut in entitatem ipſam, aut in formam ſubſtantialem.

Dices cùm Carteſio ſolam diverſitatem magnitudinia diverſitatem gravitatis invehere, dum enim circulo ligneo circa centrum ſuum mobili, imponuntur minutiora corpora, diverſæ magnitudinis, quæ minora ſont longiùs recedent à centro, ergo dum tellus circa ſuum axem movebitur corpora minora longiùs à terra diſcedent, majora verò minus.

Sed contrà eſt qoia ſi ſola magnitudo, aut parvitas gravitatem ſpecificam mutaret, duo corpora in mole æqualia nunquam eſſent gravitatis ſpecificæ diverſa, & duo æqualis gravitatis ſpecificæ, nunquam eſſent inæqualis molis, quod tamen falſum eſt, cùm etiam aurea ramenta ſuam retineant gravitatem ſpecificam majorem omni alia.

Ex hoc concludo poſitâ verâ raritate, & denſitate, nempè quod ſub eadem mole plus materiæ cotineatur, facilè major & minor gravitas explicatur. Facit quidem difficoltatem quantitatis diviſibilitas infioita, ſed ponamus verbi gratia poncta phyſica, facilè dicam ſingula puncta phyſica ejuſdem eſſe gravitatis abſolutæ, & immutabilis, atque adeò corpus conſtans punctia minoribus, ſeu minus extenſis in ſpecie graviua eſſe. Poſſet facilè explicari rarefactio per vacuola ſi darentur, cohæreret enim hæc opinio cùm mutatiooe gravitatis ſpecificæ.

PROPOSITIO III.

Phyſica.

Argumenta rarefactionem propriè dictam impugnantia.

Argumenta quæ rarefactionem propriè dictam, impetunt nonnullis inſolubilia videntur, atque adeò hæc opinio à recentioribus, ut intellectu difficilis rejicitur, nonnulla tantum proponam.

Corpus rarefactum plures habet partes quam anteà, ergo plus habet materiæ. Cooſequentia patet cum ſit idem habere plus materiæ, & habere plures partes materiæ. Probatur Antecedens. Numerum partium materiæ melius inveſtigare non poſſumus, quam ſi utamur aliqua menſura, ſed quamcumque menſuram adhibeamus, plurea partes deprehendimus in corpore rarefacto, quam in eodem condenſato; ergo ſunt plures partea materiæ. Ut verbi gratia ante rarefactionem erat pes cubicus materiæ, poſt rarefactionem duos, aut tres deprehendo; ergo utendo pede cubico tanquam menſura plures partes materiæ invenio, quam antea.

Reſpondetur communiter non eſſe plures partes materiæ quam antea, ſed quamlibet eſſe magis extenſam. Quæ reſponſio non omninò ſatisfacit, videntur enim plures eſſe partes aliquotæ materiæ in doobus pedibus, quam io uno; ergo abſolutè plures ſunt partes materiæ quam antea. Reſpondetur in duobus pedibus plus eſſe materiæ quam in uno, ſi ſupponatur materia utrobique æquè rara, non autem ſi aliter ſe habeat. Cùm enim quæratur an materia ſit indifferens ad majus aut minus ſpatium, non debemus aſſumere ſpatium tanquam regulam partium entitativarum, ſed pondus; Cùm ergo idem pondus maneat ſive majus ſive minus ſpatium occupet, dico eandem eſſe materiam.

Dices. Tot ſunt partes in materia quot in ſpatio, cùm ſingulæ partes ſpatij reſpondeant ſingulis materiæ partibus, & viciſſim. Reſpondeo ſpatium nihil eſſe atque adeò carere partibus. Secundò ſi puncta extenſa teneo, exiſtimo eandem entitatem poſſe occupare duo ſpatia.

Dices. Primus cooceptus corporis prout opponitur ſpiritui, in extenſione poſitus eſt, ergo ubi non eſt eadem extenſio, non eſt idem corpus. Reſpondeo primum conceptum corporis non eſſe io extenſione nec ab homine catholico id propugnari poſſe; cùm corpus Chriſti eandem oon habeat extenſionem, ac in cœlo. Secundò ple-

tique Theologi angelis, & Deo ipſi extenſionem tribuunt, non quidem diviſibilem, & per partes, ſed indiviſibilem, in qua nec in pars, nec totalitas.

Puto autem primum conceptum corporis in exigentia impenetrabilitatis poſitam eſſe. Ita Chriſtus poſt reſurrectionem corpus ſuum palpandum præbuit, ut oſtenderet ſe verum corpus habere.

Neque etiam in diviſibilitate poſita eſt eſſentia rei corporeæ. Cùm etiam qualitates ſpirituales ſi it diviſibiles intenſivè. Et S. Thomas crediderit animas brutorum eſſe indiviſibiles.

Objicitur ſecundò, Si materia, eſſet indifferens ad occupandum majus, & minus ſpatium, determinaretur formaliter ad majus, aut ad minus ſpatium per aliquid à ſe diſtinctum, nempè per modum à ſe diſtinctum, qui eam afficeret, eumque effectum formalem conferret, eſſentque tot partes materiæ quot ſunt partes illius modi. Si autem comparentur duo modi, nempè extenſio major & minor, plures ſunt partes in majori quam in minori, ergo etiam plures ſunt partes materiæ rarefactæ, quam condenſatæ.

Reſpondeo Si continuum conſtet punctis phyſicis, non eſſe plures partes extenſionis in materia rarefacta, quam in denſa, ſed eſſe majores, ſunt enim tam indiviſibiles quam puncta. Si verò quantitas conſtet partibus in infinitum diviſibilibus, nego majorem extenſionem cùm minori, aut cùm materia comparari poſſe cùm ſint diverſæ rationis ſi ſecundum ſe ſpectentur, & non tantum, in ordine ad ſpatium.

Objicitur 3. Si rarefactio fieret per novum modum extenſionis, à quo produceretur, non à materia, quæ eſt indifferens, vel à forma, vel ab accidentibus, ſed ab his produci non poteſt. Ponamus enim materiam extenſam ad unum digitum extendi ad duos digitos; vel producitur hæc extenſio eo inſtanti quo corpus occupat unum digitum, vel quo occupat duos digitos. Si primum ergo eſſet hæc ſeconda extenſio, & non eſſet quia non conferret ſuum effectum formalem. Si producitur eo inſtanti quo corpus occupat duos digitos: ergo prius natura corpus illud erat in duobus digitis, quam produceret extenſionem. Prius enim eſt corpus eſſe in aliquo ſpatio, quàm producere immanenter aliquid in tali ſpatio. Reſpondeo idem argumentum fieri poſſe de motu. Cùm enim mobile in ſe producit motum, vel producit motum quando eſt in termino à quo, vel quando jam mutavit locum. Reſpondeo hæc & ſimilia argumenta procedere, ex eo quod inſtantia naturæ concipiantur tanquam inſtantia temporis. Dico ergo motum, & extenſionem dependere à ſuo agente, entitativè ſumpto ſimpliciter, & non prout exiſtente in loco, agens igitur ut cauſa motus non concipitur in loco, hoc eſt motus ille cùm in loco mobile conſtituat, non dependet ab eo per quod res in loco conſtituitur.

Objicitur quartò ſi extenſio major, eſt alterius rationis ac extenſio minor, dum corpus ſucceſſivè rarefit, mutaret infinitas extenſiones, atque adeò infinitæ producendæ eſſent ſpecie differentes. Reſpondeo ſæpè cùm rarefactione admixtum eſſe motum localem partium vicinarum, ut ſi pars una rarefiat & majorem extenſionem alias partes vicinas impellit, & movet localiter, atque adeò non proterea, tot extenſiones diſtinguendæ erunt, quot in motu illo locali diſtingui poſſunt partes.

Pariter dum aliqua materia totalis rarefit, partes quæ ante rarefactionem immediatè ſe tangebant, adhuc ſe tangunt, quæ verò non ſe tangebant immediatè, recedunt ab invicem intermediis ſcilicet rarefactis.

Iudicium harum opinionum.

Quamvis determinatè nulli parti me addicam, ut nempè matheſin noſtram ab his opinionibus independentem reddam, quas ideò tantùm retuli ut inde aliquid lucis ad elaterii naturam explicandam affulgeret. Dicam tamen communem Peripateticorum de rarefactione propria ſententiam, intellectu difficiliorem eſſe, eo præcipuè nomine quod in quæſtiones diviſibilitatis continui relabatur. Eà tamen ſemel conſtitutà effectus naturales faciliùs explicantur, Præcipuè vero quod ad inſtitutum maximè pertinet, vis elaſtica in quo conſiſtat facilè innoteſcit. Si enim corpus ſuam habens connaturalem extenſionem in minorem vi aliquà externà coarctetur, ceſſante eà vi ad ſtatum naturalem ſe reducit.

Secundò, facilè explicatur quid ſit corpus rarum, & denſum, cur corpora denſiora graviora ſint, quid ſit gravitas ſpecifica major eâdem gravitate abſolutà invariabiliter eâdem perſeverante.

Contraria verè in explicandis pleriſque effectibus difficultatem patitur, & principia extraordinaria cogitur advocare: Et primò dari gravitates ſpecie differentes in aqua, aëre & igne. Ita ut neceſſarium ſit particulis aquæ particulas ignis adjungere, ut fiat vapor aëre levior.

PROPOSITIO IV.

Phyſica.

De Elaterio duriorum corporum per intercepta liquida.

Conſtat ex ſuperioribus corpus perfectè liquidum, nullam poſſe habere virtutem elaſticam, ſibi intrinſecam, ſi rarefactio per ſolam materiæ extraneæ admixtionem perficiatur.

Dico tamen corpus non perfectè liquidum, poſſe per motum, & agitationem rarefieri, & conſequenter vim elaſticam habere, etiam ſolà impropriâ rarefactione admiſsà. Si enim corpus ſit imperfectè liquidum, nonnullæ partes ita aliis adhærebunt, ut facilè ſeparari non poſſint. Sed ſi hujuſmodi partes agitentur, ut ſi in orbem circumvolvantur, cùm regulares non ſint, alias è loco vicino ejicient, atque adeo partes ab invicem diſtrahentur, & cùm omnia plena ſint, materia ſubtilis impulſa accurret, ut locum vacuum impleat. Ita nonnulli omnem rarefactionem ab igne procedentem explicare conantur, ſed ut omnia congruant, omnem ignis actionem in agitatione poſitam eſſe volunt, & nullum calorem ſine motu.

Hanc autem materiam ſubtilem omnis gravitatatis eſſe expertem eſſe oporteret, ne corporis rarefacti pondus augeret.

Dico ſecundò, Elateria corporum duriorum poſſe explicari, per corpora liquida intra eorum poros deliteſcentia, & agitata. Conjecturam deduco ex modo temperandi corpora duriora, ut vim elaſticam contrahant.

Chalibs ita in ignem injectus ut rubeſcat, ſi ſenſim frigeſiat omni vi elaſtica exuetur; ſi vero

ignitus

ignitus & candens in frigidam, aut acetum, aut in quemcumque liquorem acidum immergatur elaſticam virtutem inſignem acquiret. Ideo ſanè quod partes ſubtiliores ignis poris chalybis exceptæ, ſi ſenſim frigeſiat abeunt per eoſdem poros, ſi vero in aquam ſtatim immergatur, partibus exterioribus frigore correptis, & condenſatis, ità ſpiritus ignei intercipiuntur, ut exitum non habeant. Ideoque inflexo metallo coarctatæ, agitatione ſua poros ad figuram capaciſſimam revocant.

Hanc conjecturam confirmant nonnullæ circumſtantiæ, & cautiones quæ in temperando chalybe adhibentur. Prima ſit hæc, ut moderatè igneſcat. Si enim ultià debitum caloris gradum ferveat, poris eius nimium apertis, etiamſi in aquam immergatur dum reſedit ille fervor, & ad debitum caloris gradum deſcendit, non benè clauduntur pori, atque adeò ſemper ſpiritibus igneis patet exitus. Quare in caſu quo metallum nimium incaluerit, debet malleo contundi ejuſque pori intercludi priuſquam temperetur.

Huic conjecturæ multa favent, & primò quidem quod corpora elaſtica facilè diffringantur, eo quod ut facilè obſervant eorum partes non benè cohæreant, ſed in minutiſſima grana quaſi ſeparata abeant, quod quidem in chalybe temperato facilè oculis ipſi diſtinguimus. In recocto autem contrarium obſervamus, qui propterea vi elaſtica caret & in omnem partem facilè inflectitur.

Campanæ item licet ex duobus metallis valdè flexibilibus compoſitæ, nempè ære, & ſtanno, quia tamen hæc metalla non benè miſcentur, eorum partibus non congruentibus, ſed locum excipiendo ſpiritui igneo relinquentibus, ideo vim elaſticam promptiſſimam habent, formandiſque vibrationibus conciſis, & ſonoris aptiſſimam.

Si vitrum è fornace eductum frigido aëri exponatur, & non recoquatur hoc eſt ſenſim frigeſiat, ſeipſo etiam cùm fragore diſrumpitur, eo quod exhalatio ignea partibus vitri intercepta, ſi vel minimum ab agente externo juvetur agitata vitrum diſrumpet.



Ad hunc explicandi modum referuntur lachrymæ vitreæ, ex craſſiori nempè vitro compoſitæ, quæ ubi primùm ex fornace educuntur in aquam injiciuntur, & temperantur, tunc enim exhalatio intra poros vitri, per aquam frigidam conſtipatos intercepta ſi capillaris illa extremitas frangatur magnâ vi erumpens, totam lachrymam cum fragore diſrumpet, & comminuet.

PROPOSITIO V.

Phyſica.

Refellitur Carteſii opinio circa virtutem elaſticam.

Carteſius in eo putat virtutem elaſticam poſitam eſſe, Quod corpora quæ ex temperatura, vel ex natura ſua duritiem aliquam contraxerunt, poros habeant maximè coarctatos, per quos materia ſubtilis non niſi cùm aliqua difficultate tranſeat. Cùm ergo inflectuntur externa eorum ſuperficie dilatata, & interna coarctata pororum externa oſtiola dilatantur, interna imminuuntur, porique omnes in conicam figuram abeunt. Quare materia ſubtilis quæ continuò in omnem partem fluit, & movetur, faciliùs majora oſtiola ſubit, & in eorum latera impingens totum corpus ad naturalem rectitudinem reducit.

Multa in hoc modo explicandi diſplicent; primò quod ſupponat materiam ſubtilem, ita per majora pororum oſtiola ingredi, ut per minora non ſubeat, alteriuſque motum non impediat, aut ſiſtat.

Secundò, cùm hæc materia ſubtilis ſupponatur ſummè liquida, ſummâ facilitate pororum figuræ ſe accommodabit, ſi enim aliquem niſum in eam faceret, hic contrarius eſſet ſummæ liquiditati, & indifferentiæ ad omnem figuram induendam. Tertiò, contendo hunc motú continuum materiæ ſubſiſtere non poſſe, eo quod cum ipſa vim elaſticam non habeat, & partes eius continuò inter ſe, motibus contrariis incurrant, & oſtenderimus motus contrarios corporum molliorum ſe invicem de ſtruere, tandem quieſceret hæc materia ſubtilis. Quartò, cùm motus hujus materiæ ſubtilis ſit in omnem partem, non debet conſiderari influxus in unam tantum. Quintò, partes quæ in pororum latera incurrunt, non debent reſilire. Cùm enim in ſa careant vi elaſticà, & corpus non ſit elaſticum in ea parte, nulla erit ratio cur reſiliat, & per porum fluat, cùm à materia ſubtili, per adverſum oſtiolum ſubeunte ſiſtatur.

PROPOSITIO VI.

Phyſica.

Elaterium per determinationem figura explicatur.

Quià tamen hæc notio elaſticæ virtutis, per liquores interceptos, & agitatos non ſatis univerſalis videtur, eo quod vis elaſtica multis corporibus conveniat, in quibus recta ratio agitationem, & motum vix ſuſpicatur, aliam univerſaliorem tradendam exiſtimavi.

Dico ergo probabiliſſimum eſſe ſingula corpora propriam figuram ſibi vendicare, ad quam ſe reducant, ſi forrè per vim illatam ad extraneam figuram cogantur. Quæ aſſertio ſupponit non in ſola figura corporum diverſitatem poſitam eſſe alioquin impoſſibile foret, ut corpus ſe reduceret ad priorem figuram, niſi habeat principium illius exigitivum, aut productivum. Nam figura illa nova non poteſt eſſe principium ſuæ deſtructionis; ergo neque figuræ ſecum incompatibilis.

Primò corpora ejuſdem ſpeciei figuras ſimiles ſortiuntur, ſimilemque partium ordinem; ergo habent principium intrinſecum illius figuræ productivum. Cùm autem major virtus non requiratur ad reſumendam figuram amiſſam, quam ad primò illam producendam; utrumque æqualiter præſtant. Ita omnia vegetativa certis organis inſtruuntur, certamque fibrarum diſpoſitionem habent, qua fructus ſimiles producunt. Idem in ſale ex omnibus ferè corporibus educto deprehendi-

mus; quodlibet enim peculiarem figuram vendicat, quam conſtanter tuetur, & reſtituit, ſi quando ab agente extrinſeco fuerit alterata. Cùm enim in aqua ſolvitur, hoc eſt dividitur in minutiſſimas partes, ea vi ceſſante, & aqua in vaporem abeunte, partes ſalis non fortuito concurſu, ſed determinato, & peculiarem figuram affectante, ad ſe invicem accedunt. Ita ſal commune in cubos coaleſcere, aliud figuram exangularem affectare, aliud in acus efformari & hoc tam conſtanter ut ſal quod ex corporibus ejuſdem ſpeciei educitur ſit ejuſdem figuræ, & quod ex diverſis diverſæ.

Hujus propoſitionis veritas in omnibus ferè naturæ operibus ſatis elucet in quibus figuræ tam exquiſitè elaboratæ cernuntur, ut fortuito caſui nullus relinquatur locus, ſed omne artificium ſuperent, faciléque evincant horum effectuum in his corporibus latere principium. Ita microſcopio in minutioribus nivis floſculis ſtellularum figuras deregimus, quarum ſimilitudo perfecta determinato principio eas tribuendas eſſe indicat.

Idem deprehendimus in cæteris naturæ operibus in quibus nihil levi manu elaboratum eſt; ſed ad minutiſſimos uſque apices perficitur. Quare ſi quis microſcopio aliquod opus artis, cùm opere naturæ comparet, tantam differentiam deprehendet, ut concludat figuras à natura elaboratas, non niſi à principio intrinſeco procedere.

Ex quibus facilè concludi poteſt pleraque corpora, ſaltem quoad minutiores partes hanc vim habere, ut ad priſtinam figuram redeant ſi quando ab ea abducantur. Ne verò longius à corporibus etiam aliquâ liquiditate præditis abeamus. Multi cenſent partes minutiores aëris non eſſe omninò liquidas; ſed conſtare aliquibus fibris, & quaſi villis non nihil rigidis, & vim elaſticam habentibus, & ad priſtinam rectitudinem redeuntibus, ſi flectantur exemplum erit pannus villoſus aut ſpongia, cujus villi recti ſunt, nonnihilque ab invicem ſeparati, qui reſiliunt ſi inclinentur, & ab invicem recedant. Non ex alio principio, niſi quod talem figuram exigant & affectent.

Immò explicari poterit vis expanſiva, aut quaſi rarefactiva, quæ in aliquibus corporibus liquidis cernitur, modò tamen ſumma in iis liquiditas non ſupponatur. Si enim talem figuram affectent, in qua eorum partes ſint certo ordine diſpoſitæ, & nonnihil ab invicem ſeparatæ, ut cernimus in ſpongia, ſi accidat ut compreſſæ ad ſe invicem accedant, minus in ſpeciem ſpatium occupabunt. Poſſet forſitan ita explicari vis elaſtica, quæ in aëre intra folliculum aut quodcunque vas violenter intruſum deprehenditur.

Poſſet item vis elaſtica nonnullorum corporum duriorum poſita eſſe, in liquidis imperfectis intra eorum poros deliteſcentibus, quorum particulæ dum ad propriam figuram reducuntur, corpus in quo includuntur inflectunt, atque adeò in iis opus non erit ad ullam agitationem recurrere. Ita ligna vernantia, vim elaſticam ſatis inſignem exhibent, quæ ſenſim dum exſiccantur evaneſcit, eo quod pro humore, in poris ſubſtituatur aër, qui facilem per poros laxiores exitum habeat.

In genere tamen corpora duriſſima, etiam ſine liquido intercepto vim elaſticam habere poſſunt, modò admittatur hoc principium, unicuique corpori peculiarem figuram competere. Hoc tamen principium meliùs in liquidis, utpote mobilioribus faciliùs concipitur, favente experientiâ, quâ conſtat corpora duriora poroſa vi elaſticâ carere, eo quod dum inflectuntur, hic aër, aut aliud liquidum interceptum exiliat, locumque faciat partibus corporis ſolidi, atque eſt ratio cur potius ad liquidum interceptum, recurramus.

Hi omnes modi valent in ea opinione, quæ propriè dictam rarefactionem aut condenſationem non admittit, qui enim vult corporum partes ſibi determinatam extenſionem habere, dicet facilè corpora duriora dum flectuntur, habere partes exteriores nimium dilatatas, & interiores compreſſas.

PROPOSITIO VII.

Phyſica.

De elaterio in opinione rarefactionem per vacuola explicante.

Plerique Epicurei inter partes materiæ, plurima admiſerunt vacuola, triplicem ob cauſam. Prima eſt quod cum corpora ex atomis diverſarũ figuratum componant, difficillimum fuit ut figuræ figuris axactè reſponderent, nullaque inter particulas vacuitas admitteretur. Secunda ratio petitur ex motu, quem impoſſibilem in pleno crediderunt, ſed circulatio hanc rationem convellit, videmus enim rotam ſuo axi innixam ſuam circulationem abſolvere, neque prius tempore partem ejus anteriorem locum deſerere, quam ei poſterior ſuccedat. Procedebat ergo difficultas ex non intellecta dependentia, & concatenation motus unius partis cum motu alterius, quæ nullam temporis, ſed ad ſummum naturæ, & dependentiæ prioritatem invehi. Tertia fuit ut condenſationem explicarent, quam impoſſibilem crediderunt, niſi admittantur vacuola, intelligi enim non poteſt ſi totum vas ſit plenum aëre, alteri aëri locum eſſe.

Dico tamen Elaterii, naturam ſatis appoſitè explicari non poſſe per rarefactionem in hujuſmodi vacuolis poſitam. Supponamus igitur intra vas æneum intromiſſum violenter aërem, & compreſſum quantum comprimi poteſt, ita ut nulla reſtent vacuola, omneſque ejus partes ſe invicem tangant. Quæro cur laxato epiſtomio, tanto impetu exhalat aër, cui connaturalius eſt ut ejus partes ſe invicem tangant, quam ut diſtrahantur. Quare ita formo demonſtrationem.

Datur in aëre ita compreſſo virtus ſeſe extendendi, & majus ſpatium occupandi ut conſtat experientia, ſed nulla daretur talis virtus, ſi raritas in vacuolis poſita eſſet. Probatur minor. Omnis virtus corpori intrinſeca eſt ad illius perfectionem, ſed raritas conſiſtens in vacuolis non eſt perfectio corporis, ergo nulla in aëre daretur virtus ad raritatem in ſe producendam. Recurrendum igitur erit ad alia principia ſupra allata, ita ſola rarefactio, per vacuolorum productionem nihil juvare poteſt ad elaterium explicandum. Atque hæc de elaterii natura ſufficiant.

Quæ hactenus de elaterio diximus phyſica ſunt, atque adeò diſputationi obnoxia, utpote quæ opinativam

opinativam firmitatem non tranſcendant. Quæ dicturi ſumus mathematica ſunt, & in omni opinione locum habent, erunt tamen aliqua mixta, quæ omnimodam firmitatem non habent. Certa igitur, ut certa, proferam, dubia ut dubia, proponam, ut ſuus ſemper veritati ſit locus.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Elaterii vires majores non ſunt eâ virtute, quæ ad illud inflectendum requiritur.

Proponatur corpus elaſticum quomodocumque tandem explicetur, cui vis inferatur, hoc eſt adducatur, aut flectatur; dico illius corporis vim elaſticam majorem non eſſe, eâ virtute, quæ ad illud inflectendum adhibita eſt. Ut ſi adhibita eſt virtus unius libræ deſcendentis per duos pedes, elaterium majores non habebit.

Demonſtratio à poſteriori. Si elaterium majores vires haberet, inveniretur machina motum perpetuum habens. Nam pondus unius libræ deſcendens per duos pedes elaterium inflecteret, à quo idem pondus eveheretur ad æqualem, aut etiam majorem altitudinem. Sed inconfeſſo eſt apud omnes peritos quibuſcumque adhibitis machinis nihil hactenus in hac parte præſtari potuiſſe, ergo Elaterium majores vires non habet, quam ſint illæ, quæ in eo inflectendo impenſæ ſunt.

Demonſtratio à priori ita procedit. Vis Elaterii ad redeundum ad ſtatum & figuram connaturalem, æqualis eſt, aut potius eadem, cum vi ejus reſtitiva, quâ flexioni reſiſtit; ſed hæc æqualis fuit vi illatæ ab extrinſeco, cum fuerit æquilibrium, atque hæc vis reſtitiva impedierit, quo minus ulterius flecteretur; ergo vis elaterii major non eſt eâ virtute, quæ in eo inflectendo adhibetur, tanta enim eſt in unoquoque corpore, ad reſumendam propriam figuram, quanta eſt vis reſiſtendi agenti, hanc figuram impugnanti.

Tertiò experientiæ huic ratiocinio ſunt conformes; nam globus chalybeus quantumlibet benè temperatus, in incudem pariter benè temperatam incidens, numquam ad eandem altitudinem reſiliet. Pariter globus eburneus ſuſpenſus in chordam ex inteſtinis animalium confectam, & benè tenſam incidens nunquam longiùs regredietur; unde elaterium perfectum cenſebitur, ſi ad æqualem ſenſibiliter altitudinem ſuum mobile evehat.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Elaterium majorem motûs quantitatem non producit, quam quæ ad ipſum inflectendum requiritur.

Demonſtratio. Quantitas motûs quæ impenditur in corpore elaſtico inflectendo, eſt menſura virtutis illius impenſæ, ſed motûs ab elaterio productus, eſt etiam menſura virtutis elaſticæ, ſed (*per præcedentem*) hæ virtutes æquales ſunt; ergo elaterium majorem motûs quantitatem non producet, eâ quæ in ipſo inflectendo impenditur.

COROLLARIUM I.

Si elaterium dum regreditur incurrat in corpus majus eo, à quo percuſſum fuit, ei minorem velocitatem tribuet. Ut ſi globus unius libræ motûs velocitate ut quatuor, in elaterium incurrat, illudque inflectat, ſicque inflexum perſeveret, eique opponatur globus duarum librarum, dico fore ut huic ſecundo globo velocitatem tantùm ut duo communicet.

COROLLARIUM II.

Tunc tantum elaterium corpori in ipſum incurrenti, æqualem velocitatem reſtituet, cum virtus elaterii aliò non derivabitur.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Corpus quod elaſticè flectitur motui totali reſiſtit.

Non innoteſcet melius modus agendi elaterii, quam ſi ad varias circumſtantias advertamus illius impulsûs quo elaſticè flectitur. Dico ergo corpus elaſticum non poſſe violenter inflecti, niſi ejuſdem corporis interveniat aliqua reſiſtentia, quæ motui totali reſiſtat, nempè faciliùs ſit illud corpus inflectere quam loco movere.

Inductione probatur. Arcum enim non flectimus adducto fune, niſi eundem arcum per medium apprehendamus, ſiſtamuſque ejus motum, quo nempè ſimul cùm chorda traheretur, illeque niſus ad eum inflectendum inutilis erit, qui in in eo totaliter loco movendo impenderur.

2. Elaterium horologii automati intra timpanum incluſum, non flectitur, etiamſi volvatur fuſus, & circumvolvatur funis, niſi unum elaterii extremum, clavo immobili affigatur.

Chorda ex inteſtinis animalium, non flectetur in medio; niſi ejus extremitates corpori immobili firmiter alligentur. Idem in reliquis elateriis notari poteſt. Quamvis autem hæc reſiſtentia in omnibus elateriis, non ſit ita manifeſta, eò quod non ſit omnimoda, intervenit tamen ſemper. Notandum item hanc reſiſtentiam, ad motum totalem, quamvis neceſſariam ut flectatur, non eſſe eam quâ reſilit, aut reſiſtit violentiæ quæ ipſis infertur ut mutet figuram. Prima ſupponitur ut conditio, nec vincitur, ſecunda vincitur quamdiu vis infertur. Prima non eſt principium actionis, ſola igitur ſecunda à nobis conſiderabitur.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Elaterium præcipuè ſuas exerit vires in eam partem in qua minus ei reſiſtitur.

Nonnulli corpus elaſticum in ſtatu violento poſitum, conſiderant tanquam in omnem par-

tem æqualiter ageret. Oſtendo tamen rem aliter ſe habere.

Collocetur elaterium in medio duorum corporum inæqualium, dico quod majorem impetum producet in minori, ita ut auctâ majoris reſiſtentiâ augeatur eius actio in minus. Sic chorda benè tenſa, à corpore in eius medium incurrente inflexa, vim ſuam reſiliendo potiùs exeret, in corpus illud percutiens, quam in ea quibus extremitates eius firmiter alligantur.

Arcus dum reſilit majorem impetum imprimet ſagittæ quæ cedit, quam manui quâ ſiſtitur.

Pulvis pyrius intra cuniculum incluſus, majori niſu,eam partem impellit,quæ minus reſiſtit,exercuiſſetque vim ſuam in aliud latus, ſi iſtud firmius fuiſſet.

Idem pulvis intra tormentum bellicum accenſus globum explodit, utpote minus reſiſtentem, tormentum ipſum leviter impellit. Si verò ſubjecto cuneo globus implicetur, impulſus quo globum impuliſſet in tormentum reflectitur ipſumque diſrumpit.

Experimur item inter ambulandum, ſi ſolum cedat, ut dum arenoſum, aut nivoſum eſt, illicò defatigamur, nec tantum nobis impetum imprimimus, quantum ſi omnimodè nobis reſiſteretur.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Elaterium tantum in unam partem agit, quantum illi, ab oppoſita reſiſtitur.

Ut melius ſtabiliam actionem elaterii, quod contendo non agere æqualiter in omnem partem, ſupponamus corpus elaſticum violenter inflexum, in medio duorum globorum inæqualium, unius ſcilicet & duarum librar ûcollocari. Volunt nonnulli tale elaterium, æquali impulſu in utrumque globum agere, ſeu æqualiter ſuam actionem dividere, & æqualem motus quantitatem in utroque producere, atque adeò in minori duplam velocitatem quam in majori; quàm regulam falſam eſſe demonſtro,tam experientiis quàm ratione. Si elaterium æquali impulſu ageret in utramque partem, utrumque corpus mediam partem impulſionis elaſticæ exciperet, & minus corpus æqualiter impelleretur, ſive ex parte oppoſita minor, aut major occurreret reſiſtentia; ſed hoc eſt falſum, auctâ enim reſiſtentia, augetur & actio in oppoſitum, ita ut ſi reſiſtentia ſit omnimoda, ut ſi objiceretur mons tota elateri impreſſio in aliud corpus impenderetur, & in illud reſiliret.

Favet uſus communis omnium artificum, qui ſolent elateria retinaculo cohibere ut majore vi in partem oppoſitam agant, ita ut ſi immobile reddatur, totâ ſuâ actione in oppoſitum agat.



Demonſtr. Sit corpus elaſticum ABC violenter inflexum, ſintque in A & C duo corpora quæ impellantur, ita ut certo aliquo tempore perveniant in D & E, certum eſt hoc elaterium majores habere vires ſub figura ABC, quam ſub figura DBE & pariter majores vires habet, ſub figura FBE, quam ſub DBE, majoremque impreſſionem produceret etiam verſus E: ergo ſi in A eſſet majus corpus cui velocitatem minorem tribuiſſet, illudque tranſtuliſſet ſolum in F, elaterium majores haberet vires ad impellendum verſus E.

Supponamus corpus elaſticum poſſe ſe extendere ad duos pedes, ſi apponantur hinc inde corpora æqualia,ſe extendet ad unum pedem ex utraque parte. Si in A ſit corpus duplò majus quam in C, dum ſe extendit per ſemipedem in AF, ſe extendet per unum pedem in CE, ergo habebit adhuc vires aliquas ad impellendum verſus E.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Elaterium ſuam actionem partitur ſecundum rationem reſiſtentiarum reciprocè.



Supponatur corpus elaſticum inter inæqualia corpora A & B collocatum; dico impulſum elaterii in A ad impulſum B, eſſe ut reſiſtentiam corporis A ad reſiſtentiam corporis B.

Demonſtr. Elaterium (*per præcedentem*) tantum agit in B, quantum ipſi reſiſtitur in A, & viciſſim tantum agit in A quantum ipſi reſiſtitur in B, ergo reſiſtentiæ, & actiones ſunt reciprocæ.

COROLLARIUM.

Si reſiſtentia in A eſſet omnimoda, ſeu ſi corpus A foret immobile. Cùm reſiſtentia A ad reſiſtentiam B nullam rationem habeat, actio etiam qua agit in B ad actionem qua impellit A, nullam etiam rationem habebit,hoc eſt elaterium totas ſuas vires exeret in corpus B, & corpus A habebit tantum rationem hypomoclii, & fulcri.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Quantitates motûs in corporibus ab eodem elaterio impulſis productæ, ſunt in ratione reciproca reſiſtentiarum.

Demonſtratio.Impulſus elaterii in corpus A ad impulſum ejuſdem in corpus B eſt in ratione reciproca reſiſtentiarum corporum B & A, (*per præcedentem*) ſed quantitates motus in iis corporibus productæ, ſunt in eadem ratione ac impulſus, quibus ab elaterio impelluntur: ergo quantitates motus ipſis reſiſtentiis erunt reciprocæ. Impulſus enim ſunt cauſæ motuum: ergo cùm effectus in eadem ſint ratione ac cauſæ,erit ut impulſus ad impulſum, ita motus, ad motum; ergo quantitates motus, erunt reſiſtentiis reciprocæ.

COROL

COROLLARIUM.

Si ponantur duo corpora, cùm ſola reſiſtentia, quæ ex eorum gravitate provenit, ita diſpoſita circa elaterium, ut unum reſpectu elaterii in aliud agentis habeat rationem fulcri, erunt quantitates motus in eadem ratione ac moles.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Velocitates corporum ab elaterio impulſorum non ſe habent reciprocè ut corpora.

Hæc propoſitio eſt contraria doctrinæ domini Mariotte qui in caſu propoſitionis præcedentis vellet velocitates corporum ab eodem elaterio impulſorum eſſe ipſis corporibus reciprocas, ego autem poſui quantitates motûs, quare ſolvenda mihi eſt eius ratiocinatio.

Proponit enim corpora elaſtica,quæ in ſe invicẽ incurrant, cùm velocitatibus quæ ſint in ratione reciproca corporum, hoc eſt ſit in utroque corpore æqualis quantitas motûs, atque adeò poſt concurſum ceſſabit omnis motûs directus, uno alium elidente, quod quidem ultrò admitto, quare ſumus in caſu propoſitionis præcedentis, nempè perinde eſt ac ſi elaterium inflexum inter duo corpora collocatum eſſet. Ut autem ſuam demonſtrationem perficiat, corpus elaſticum incurrens in corpus omninò immobile regredi eâdem velocitate quâ venerat, eò quod tota vis elaterii contra illud impendatur, cùm ex alia parte occurrat reſiſtentia omnimoda.

Quare aſſumit quod cùm duo corpora elaſtica in ſe invicem incurrunt velocitatibus reciprocè ſe habentibus, & ceſſat omnis motus directus, quod propterea hæc corpora tanquam immobilia conſiderari poſſint, atque adeò quaſi quodlibet in aliud immobile incurreret, atque ideò quod regredi debeat eâdem velocitate quâ venerat. Quod eſt evidenter falſum. Conſiderantur quidem ut motu directo, ſed non ut immobilia ab elaterio, cùm de facto moveantur. Ideò enim corpus elaſticum incurrens in corpus immobile regreditur, eâdem velocitate, quia tota virtus elaterii in ipſo movendo impenditur, in noſtro autem caſu duobus dividitur.

Demonſtr. Ut in caſu propoſitionis corpora regrederentur cùm velocitatibus quas habebant, deberet elaterium, in utroque æqualem quantitatem motûs producere; ſic enim dividendo has quantitates motûs per corpora, exurgerent rurſus velocitates reciprocæ ipſis corporibus. Falſum autem eſt elaterii impulſum hinc inde æqualem eſſe, aut producere æqualem motûs quantitatem, alioquin quando corpus immobile incurreret media pars impulſus, in illud inutiliter impenderetur, nec reflecteretur in mobile, quod ſuprà falſum eſſe vidimus.

Utor autem iiſdem exemplis quibus ſuam doctrinam ſtabilire conatur.

Tormentum bellicum ante pulveris inflammationem quietum erat, ſicut & globus. Eſt ergo caſus propoſitionis, nempè dum accenditur pulvis & rareſit, eſt veluti elaterium in medio duorum corporum collocatum, quare ſecundum illum æqualem motûs quantitatem in globo, & in tormento producere deberet, & dividendo has motus quantitates, tam per pondus tormenti, quam per pondus globi deberent velocitates iis eſſe reciprocæ. Contendo autem ſubductis calculis, id nequaquam ſuccedere.

Ratio autem mea eſt, ſi impulſus pulveris ita divideretur, ut æqualiter afficeret tormentum bellicum, & globum; globus ſemper exciperet mediam partem illius impulſûs, ſive tormentum bellicum, cederet, ſive reſiſteret. Id autem eſt contrà experientiam, omnibus qui de re tormentaria ſcripſerunt aſſerentibus tormenta craſſiora, ſeu ut vocant, diriora metallo, ictus validiores producere.

Sequeretur item quod licet tormentum bellicum eſſet infirmiſſimum, & diffringeretur, quod ictus, ſeu motus globi idem eſſet, utpote etiam in hoc caſu procedens à dimidia virtute elaterii. Quare à me propoſita regula eſt magis legitima. Ut Ratio impulſuum in globo, & in tormento, ſit in reciproca ratione reſiſtentiarum. Ita ut ſi tormentum magis reſiſtat, globus vehementiùs impellatur, ſi globus magis reſiſtat, ut dum ſubjecto cuneo implicatur tormentum diffringatur.

Præterea cùm globus ſit multò minor quàm ſuperficies tormenti quæ à pulvere tangitur; tormentum pluſquàm dimidiam partem impulsûs excipere deberet; ergo etiam in tali caſu non poſſet obſervari regula quàm impugno.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Omnis Reflexio localis ab elaterio procedit.

Non ita facilè nonnulli in animum inducens ut corpus duriſſimum, & ad ſenſum, inflectatur tamen, figuramque aliam induat, ut ſi dicatur globus chalybeus, in incudem etiam chalybeam incidens nonnihil infl.cti, & dum redit in priſtinam figuram, reſilire. Quæro tamen cur temperatura vim reflexivam inducat: ſi verò recoctus fuerit vim elaſticam ferè omnem amittat.

Nonne temperatura in globo chalybeo, aut inende efficiet, quod in cæteris elateriis præſtat, ut nempè priſtinam figuram conſtanter reaſſumant. Vel dici non poterit quid ad reflexionem temperatura conferat.

Idem dico de lamina ferrea, quæ temperata majorem efficit reflexionem.

Accedit tinnitus, fremitus, ſeu undulatio, quæ omnia figuræ mutationem neceſſariò inurhunt.

Secundò globus plumbeus non reflectitur, quamvis enim figuram amittat dum in corpus durum impingit, eam non reſtituit, ſed ſingulorum ictuum veſtigia exhibent.

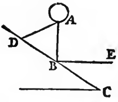
Tertiò quæcumque corpora figuram mutant, & in ſtatum priſtinum reſtituuntur vim elaſticam habent. Ita folliculus aëre compreſſo plenus, ſi in pavimentum incidat complanatur, rurſuſque ad ſphæricam figuram redit. Experimento autem facili deprehendimus folliculum nonnihil complanari. Si enim ejus ſuperficiem externam aliquo inficiamus colore, illius veſtigium in pavimento apparebit, non ad modum puncti, ſed circuli, ergo dubium eſſe non poteſt figuram illius mutatam eſſe.

Quartò chorda ex inteſtinis animalium confecta, ſi validè tendatur & à corpore duro percutiatur, nonnihil flectitur, & dum reſtituitur corpus percutiens repellit ad eandem ferè diſtantiam. In quo unum notandum, nempè vim elaſticam promptiorem eſſe, & exactiorem, quo fuerit validiùs tenſa, tunc autem minus perceptibiles erunt vibrationes, licet fortiores ſint & promptiores, ut ex ſono acutiori redditur manifeſtum.

Quintò filum chalybeum ſi recoquatur, nullum vim elaſticam habet, ſi rurſus temperetur eam recuperat. Alia multa coacervari poſſunt exempla elateriorum, ex quibus ad cætera gradum facimus. Quamvis autem in aliquibus corporibus duriſſimis mutatio figuræ vix ſit ſenſu perceptibilis ut in marmore, jaſpide, ebore, fremitus tamen quem percipimus, & tinnitus eam ſatis indicant. Deindè uniformitas argumentandi ſuadet, ut tam mutari figuram in globo eburneo admittamus, ac in globo chalybeo, in quo negari non poteſt propter temperaturam quam exigit, quamvis ſenſu percipi non poſſit.

Sextò ſi corpus omninò inflexibile & immobile, ab alio pariter inflexibili percutiatur, nulla eſt ratio cur fiat reflexio: ergo nulla admitti debet. Probatur Ant. Nihil invenitur in his corporibus, quod poſſit motum reflexum ſeu directo contrarium efficere, quamcumque hypotheſin ſequaris.

Nam primò mobile ad omnem motum indifferens eſt, ſi verò admittat impetum, quo hic detulit ſuum mobile ab Oriente ad Occidentem, dici non poteſt quam determinationem recipiat ab obice, ut jam contrarium motum efficiat. Nam in explicabilis eſt hæc determinatio, & præter verba, & voces nihil continet. Corpus enim inflexibile non magis dum percutitur à mobili, in eo aliquid producit, ac quando non percutitur.



Intelligi quidem poſſet corpus eſſe oppoſitum, ſeu contrarium motui ſecundum quid, illum impedire ſecundum quid tantum, & non abſolutè.

Ut ſi globus A feratur linea AD obliqua ad planum DC, quia motus AD quaſi componitur ex perpendiculari A B, quo nempè ad planum DC accedit, & ex parallelo, quo nempè globus fertur ex D in C, poteſtque propterea dici planum DC eſſe oppoſitum huic motui ut perpendiculari, non autem ut parallelo, idéoque globus impulſus ex A in B, continuaret motum per BC, ut videmus accidere in corporibus gravibus, quæ licèt innata gravitate ferantur ad centrum terræ, ſi tamen occurrat planum inclinatum, ſecundum illud moventur. In reflexione autem aliter ſe habet, mobile enim à corpore reflectente recedit, ut per lineam BE, quod contendo per ſolum elaterium explicari poſſe, cùm alia quæcumque determinatio id tantùm præſtare poſſit, quod reſpectu corporum gravium planum inclinatum efficit.

Addo quod ſi per ſolum obicis occurſum fieret reflexio, corpora mollia etiam reflecterent, ſed experientia conſtat nullam in iis reflexionem fieri, ergo in corporibus etiam immobilibus, & non elaſticis nulla fiet reflexio. In mollibus autem nihil deeſt ad reflexionem, niſi quod figuram priſtinam non reſtituant, ergo id requiritur ad reflexionem.

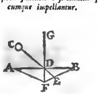
Dices; Improbabile eſſe parietem, aut rupem, aut incudem inflecti, in iis tamen fit reflexio. Reſpondeo me non aſſeruiſſe, vim elaſticam in obice ſemper repetiri, quotieſcumque fit reflexio, ſed aliquando in mobili, aliquando in obice, nonnunquam in utroque, quod de rupe profertur; nolo ut tota rupes concutiatur, ſed partes quæ percutiuntur. In quo unum notandum eſt, vibrationes minores, ſed promptiores & velociores aptiores eſſe ad elaterium quàm laxiores. Ita videmus chordam magis tenſam, evadere magis elaſticam, quam laxiorem.

Admitto quidem aliquas determinationes ab obicibus factas, verbi gratia pendulum, quia retinetur grave à filo movetur circulariter, eo quod hoc modo detorqueatur. Nego tamen intelligi poſſe reflexionem per ſimplicem determinationem obicis, nam in omni determinatione mobile ſemper fertur per lineam quam poteſt proximam illi, qua procedebat ante occurſum obicis. In reflexione autem aliter ſe res habet, ſed recedit ab obice anguloſque reflexionis, & incidentiæ æquales efficit, quæ omnia per ſimplicem obicem explicari non poſſunt, & elaterio optimè conveniunt.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Corpora elaſtica ſimiliter inflectuntur quomodocumque impellantur.



Ut elaterii natura & actio meliùs intelligatur, conſiderandus eſt motûs in corpore elaſtico productus qui non ſemper corporis percutientis directionem ſequitur, ſed via faciliori perficitur.

Proponatur ergo chorda ex inteſtinis animalium, vel ærea benè tenſa ut AB, quæ obliquè impellatur per lineam CD; dico punctum D non movendum per lineam quâ impellitur, nempè in DE, ſed ſecundùm lineam D F, ſecundùm quam facilior eſt motus.

Ratio eſt quia ut punctum D moveretur per DE, linea AD nimis extenderetur, & linea BD fieret brevior, ſed hæc duo ſegmenta, ita cohærent ut æquilibrentur, ergo motûs qui ſequitur, ea ſegmenta æqualiter extendit; ergo punctum D potiùs movebitur in F, quam in E.

Secundò, chorda AB nullam à corpore C delato per lineam C D impreſſionem excipit, niſi in quantum

quantum ipſius motui reſiſtit, eumque impedit, ſed chorda AB motum CD non impedit, in quantum eſt ipſi parallelus, ferturque ex A in B. Si enim chorda AB eſſet omninò inflexibilis, mobile C poſt occurſum in puncto D, continuaret ſuum motum per DB; Sed contraria eſt illi motui quatenus defert ſuum mobile ex C in A, aut ex G in F; ſed ſi mobile ferretur per GD, punctum D procederet in F; ergo quomodocumque impellatur punctum D, transferetur in F.

Huic ratiocinio conformis eſt experientia. Si enim globus manum extenſam percutiat, percipi non poteſt, per quam lineam facta fuerit percuſſio, eò quod idem motus ſequatur, quomodocumque fuerit impulſa.

Idem dico de campana, aut chorda, quæ eundem ſonum edit, per quamcumque lineam percutiatur.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Elaterium eodem modo ſemper operatur quomodocumque impulſum fuerit.

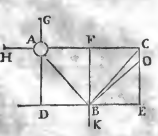
Senſus propoſitionis eſt, quod corpus elaſticum eodem modo agat redeundo ad propriam figuram, per quamcumque lineam impulſum fuerit, ſivè perpendicularem ſive obliquam.

Demonſtr. Corpus elaſticum ſimili modo inflectitur, per quamcumque lineam impellatur; ſed ſimili modo inflexum, ſimiliter operatur: ergo per quamcumque lineam impellatur ſimiliter operatur. Ratio eſt quia non minùs determinatur à textura, & coordinatione partium, ad repetendam propriam figuram, quam determinatum fuerat ad hoc ut per certam lineam inflecteretur.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

In reflexione locali. Angulus incidentiæ æqualis eſt angulo reflexionis.



Hæc propoſitio eſt baſis & fundamentum Catoptricea, & hactenus non fuit demonſtrata, ſed experientiis tantum comprobata. Ex noſtris tamen principiis ita deducitur, ut nihil poſſit faciliùs.

Mobile A delatum per lineam AB, occurrat corpori elaſtico DE, in puncto B, ita ut angulus ABD ſit is quem incidentiæ vocamus, ſitque linea reflexionis BC, angulus CBE dicatur reflexionis, dico angulos ABD, CBE æquales eſſe.

Demonſtr. Corpus A delatum per AB impreſſionem efficit in corpus DE, quatenus motû AB perpendicularis eſt ad DE, eodemque modo flectitur corpus elaſticum DE (*per præcedentem*) ac ſi mobile A delatum fuiſſet per FB, idem tamen motûs AB perſeverat quatenus parallelus eſt corpori DE, ſuumque mobile defert ex A in C. Sed elaterium corporis DE cùm ſe reſtituit ad priorum figuram in mobili A motum perpendicularem producit priori contrarium, nempè deferentem ex B in E, & priori æqualem, ergo debet exurgere motûs pariter mixtus ex perpendiculari, & parallelo, nempè qui eodem tempore quo motûs parallelus percurrit lineam BE, æqualem DB, perpendicularis ab elaterio procedens attollat ſuum mobile per lineam EC lineæ BF æqualem. Cùm ergo in triangulis rectangulis BEC, ABD, lineæ BD, BE ſint ſumptæ æquales, & perpendiculares CE, AD ſint etiam æquales, erunt (*per 4. 1. Eucl.*) baſes AB, BC æquales, & anguli ABD, CBE æquales; quod erat demonſtrandum.

Ut meliùs concipiatur vis demonſtrationis: Supponatur mobile A impelli à duobus agentibus, ab uno quidem ex G in A, ab impulſu trium graduum, ab alio autem ex H in A impulſu ut quatuor, produceturque motûs mixtus per diagonalem AB, ita ut ſi linea AD ſit trium digitorum, linea AF, aut DB ſit futura quatuor digitorum, agitur enim de eodem tempore, & eodem mobili, atque adeò ſpatia ſe habent ut velocitates, impetus ab agente G impreſſus elaterium ſeu corpus DE inflectit; quod regreſſu ſuo mobile impellet ex B in F æquali ad ſenſum velocitate, ſi elaterium fuerit exactum, cùm ergo motûs parallelus idem perſeverat, mobile B duplici virtute impelletur, nempè ex B in E motu parallelo, ex B in F virtute elaterii, ergo pariter diagonalem BC perficiet, ſubtendentem parallelam quatuor digitorum, & perpendicularem trium.

Quod verò idem mobile duplici impulſu percuſſum utramque impreſſionem conſervet; probatur exemplo motuum in navigio factorum, interea enim dum navigium fertur ab oriente in occidentem, pila projiri poteſt à ſeptentrione in Auſtrum, ita ut linea quam decurrit vergat ad Lybicum.

Aliquando accidet ut vis elaſtica ſit in ipſo mobili, & non in ipſo corpore percuſſo. Sed idem effectus producitur. Ut nobis ambulantibus accidit, qui dum crura nonnihil inflexa ſolo applicamus, reducimuſque ad priſtinam rectitudinem nobis ipſis motum imprimimus.

COROLLARIUM.

Ex his deducimus quaſi à poſteriori, elateria pleraque tantumdem circiter motûs perpendicularis producere, quantum in iis flectendis impenſum fuerit. Si enim imminutatio foret notabilis; angulus reflexionis multò minor evaderet incidentiæ.

Dixi communiter, Aliquando enim contrarium accidit immò, facile experiri poſſumus, quantum deperdatur in ſingulis corporibus.

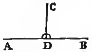
Si enim fiat experimentũ in reflexione perpendiculari, nempè an mobile repellatur præcisè ad eandem altitudinem, ſi enim deficiat angulus reflexionis minor erit angulo incidentiæ, in reflexione obliqua & ut ſe habebit incidentia ad regreſſum;

ità ſe habebit ſinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli reflexionis.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Incidentia perpendicularis, reflexionem habet ſecundum eandem lineam, & æqualem.



Corpus AB ſupponatur firmum,& in illius ſuperficiem incidat perpendiculariter mobile C, dico illud regreſſurum per eandem lineam & cùm eadem ferè velocitate.

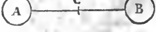
Mobile C delatum per CD percutit corpus elaſticum AB, illudque inflectit, donec æquatis viribus totus impetus in eo inflectendo fuerit impenſus. Tum ceſſante vi illâ externâ corpus AB ſe ad priſtinam figuram reſtituit, expellitque corpus D, totâ vi ſui elaterii; ſed hæc virtus elaterii æqualis eſt illi, quæ in eo inflectendo impenſa eſt: ergo poteſt æqualem motus quantitatem producere; ergo illi æqualem velocitatem tribuet; quod erat demonſtrandum.

Notandum autem in hoc caſu ceſſare omninò vim directam, ità ut nihil in eo relinquatur ex priori impetu. Nam ſi utrumque corpus molle eſſet, inflexumque careret vi ſe reducendi ad priorem figuram, ceſſaret omnis motus directus; ergo etiam quando habebit vim elaſticam ceſſabit motus directus, ſi nempè corpus percuſſum ſupponatur immobile.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Si duo corpora elaſtica, æqualia, velocitatibus æqualibus ſibi invicem occurrant; regredientur cùm iiſdem velocitatibus.



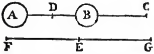
Propono duo corpora elaſtica A & B æqualia, quæ ſibi invicem incurrant in puncto C velocitatibus æqualibus, dico fore ut poſt occurſum regrediantur cùm iiſdem velocitatibus.

Demonſtr. Cùm corpora A & B, æqualia ſint, & in ſe invicem incurrant cum velocitatibus æqualibus, æqualis erit in utroque quantitas motûs, & cùm ſint contrarii, ſe invicem deſtruent. Quia tamen corpora ſupponuntur elaſtica flectentur, eritque virtus utriuſque elaterii æqualis virtuti impulſivæ utriuſque corporis; & cùm ceſſet omninò motus directus, idem erit ac ſi elaterium inter utrumque poſitum eſſet, atque adeo aget reciprocè ſecundum reſiſtentias corporum. Sed reſiſtentiæ ſupponuntur æquales, utrumque corpus dimidiâ parte elaterii impelletur, quæ æqualis eſt virtuti impulſivæ duorum corporum, quare utrumque corpus æquali virtute receder.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Si corpus elaſticum in aliud æquale & quietum incurrat, ſiſtetur; alterique ſuam velocitatem communicabit.



Sint corpora A & B elaſtica, ſitque B quietum, in quod corpus A incurrat velocitate AB, dico corpus A poſt percuſſionem quieturum & corpus B movendum velocitate BC, quæ ſit æqualis velocitati AB.

Suppono ad demonſtrationem, percuſſiones eodem modo fieri in navi tranſlata,& mobili, ac in ſolo ſtabili & quieto, ita ut motus navigii communis non impediat peculiares motus, & percuſſiones. Supponamus ergo imprimi corpori A impetum quo feratur in navi ex A in B, & intereà dum percurrit lineam AD, navis feratur contrario motu, ita ut corpus B feratur ex B in D ſimul cum navi, nempè punctum E navigii erit in D, eritque caſus præcedentis propoſitionis, nempè realiter regredietur utrumque corpus eadem velocitate, nempè A regreditur ex D in A eadem velocitate ex D in B. Sed intereà dum corpus A regreditur ex D in A, punctum E navigii quod reſpondebat puncto D, ſeu puncto A, fertur ex D in A, ergo corpus A videtur in navi percurriſſe lineam FE, & quiſcere in E, & corpus B quod regreditur in B, videbitur percurriſſe lineam EG, ergo in navi corpus A videtur quieſcere, & dediſſe ſuam velocitatem corpori B. Sed percuſſiones eodem modo fiunt extrâ navim, quo in navi accidunt, ergo univerſaliter ſi corpus elaſticum A incurrat in B ſibi æquale, & quietum poſt concurſum ſiſtetur & quieſcet ſuamque velocitatem corpori quieto communicabit.

COROLLARIUM.

Eadem eſt velocitas reſpectiva in corporibus A & B in navi ac extrà navim. Supponatur enim velocitas corporis A eſſe duorum graduum, nempè quæ intrà certum tempus illud transferret ex A in B, & cùm ſupponatur eo tempore navis percurrere lineam BD, motûs navis ex motu corporis mediam partem auferet percurretque eodem tempore tantum lineam AD, quare eius vera & realis velocitas eſt tantum AD. Eadem igitur eſt percuſſio ſive corpus A habeat velocitatem AB, ſive habeat dimidiam velocitatem AD, & corpus B habeat dimidiam velocitatem BD contrariam ſcilicet. Nam velocitas abſoluta erit ſemper AB compoſita ſcilicet ex utraque, idemque eſt elaterium eundem motum producens.

Ut autem id adhuc meliùs oſtendatur, ſupponatur

tur dum corpori A imprimitur velocitas AB, navim æqualem habere velocitatem contrariam tunc realiter corpus A ſtabit quietum in A, & in illud incurret corpus B, velocitate BA, & poſt percuſſionem corpus A habebit velocitatem corporis B, nempè feretur cùm navi, videbiturque quieſcere; & corpus B quod realiter quietum eſt videbitur regredi, præterlabente interea navi.

Aliter magis à priori demonſtratur hæc propoſitio dum corpus A velocitate AB delatum incurrit in corpus B quietum, ſi elaterio carerent ambo procederent verſus C velocitate, quæ eſſet prioris dimidia, nempè quæ eandem rationem haberet ad priorem quam habet A ad aggregatum ex A & B: ſed ea corpora elaſtica ſupponuntur, & percuſſione figuram mutaverunt; ergo virtus elaterii quæ æqualiter utrumque impellit, nempè quæ utrumque afficit ſecundum corporum reſiſtentias reciprocè, quæ æquales ſupponuntur, utrique velocitates æquales communicabit; & cùm æqualem motûs quantitatem poſſit producere, æqualem ei à quo productum eſt, ut demonſtravimus in prima parte, in corpore A deſtruet mediam partem motûs directi, quæ reſtabit, augebitque motum corporis B, nempè illi conferet velocitatem æqualem velocitati corporis A, quod erat demonſtrandum. Hanc demonſtrationem affert Dominus Mariotte.

Ex ea tamen demonſtratione nonnulla dubia oriuntur & difficultates quæ ut conſtituantur,



alios caſus proponam non abſimiles. Supponatur in C fuiſſe obicem, corpus B, eſſe omninò immobile, & corpus A moveri ex A in B velocitate AB. Et in eo caſu clarum eſt motum directum omninò perire & vi elaterii corpus A regredi eâdem velocitate quâ venerat.

Supponamus ſecundò eumdem eſſe obicem in C, ita tamen ut ubi fuerit facta percuſſio, auferatur; in tali etiam caſu videtur ceſſare omninò motus directus, & idem eventurum ac ſi poneretur elaterium in medio duorum corporum, nempè in tali caſu utrumque corpus à media parte elaterii impelletur, regredieturque corpus A velocitate tantum dimidiatâ, & corpus dimidiatâ velocitate ulteriùs procedet, eodem prorſus modo, ac ſi in ſe invicem velocitatibus æqualibus incurriſſent.

Denique proponitur caſus propoſitionis, in quo nullus eſt obex, ſed mobile A, in corpus quietum B incurrit velocitate AB. Dubitari autem poteſt, an in tali caſu in quo nullus eſt obex in C, elaterium tam validè inflectatur, ac ſi adeſſet obex, videtur enim obex reſiſtere & hujuſmodi reſiſtentia aliquid conferre ut corpus majorem ictum excipiat, magiſque inflectatur, ſeu majus acquirat elaterium. Deinde quæri poteſt cur in caſu quo detur obex in C, motus directus omninò ceſſet in A, & abſente tali obice non ceſſet, ſed communicetur utrique corpori: hoc enim ſupponit ſuperiùs allata demonſtratio. Quod autem majus ſit elaterium quoties corpus B ab obice ſiſtitur, videtur probari experientiâ: nam ſi globi ænei exploſi à tormento bellico corpus immobile offendant, majorem in eo ictum efficiunt, quàm ſi corpus illud loco cedat.

Quare dicendum eſt quandò adeſt obex elaterium eſſe majus, ſufficere ad deſtruendum omnem motum directum, & ad producendum in mobili A motum æqualem: at verò quando obex auferatur poſt productum omninò elaterium, elaterium deſtruit quidem motum omnem directum, & præterea motum æqualem in utroque mobili producit. Si verò ſimpliciter mobile A in corpus B amovibile incurrat, elaterii media pars utrique corpori æqualiter communicatur.

Poteſt fieri difficultas, & dubitari, an dum corpus quietum & amovibile, ab alio percutitur, poſſit elaterium produci; videtur enim elaterium nullum produci, niſi interveniat reſiſtentia, quâ nempè corpus percuſſum reſiſtat motui totali; corpus autem amovibile videtur non reſiſtere motui totali: ergo videretur nullum poſſe produci elaterium.

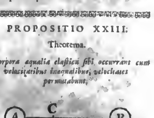
Reſpondeo hâc objectione egregiè confirmari id quod diximus jam ſupra, omne corpus reſiſtere motui, & in ſe producere continuò impetum quo gravitet, & preſſionem aliquam faciat; & hæc preſſio ſufficit ut producatur elaterium.

Hoc egregio experimento confirmatur, nempè ſi baculus valdè ſiccus duobus ſcyphis innitatur, percutiaturque validè in medio, frangetur & ſcyphi vitrei licèt manebunt incolumes, nempè dum incurvatur ille baculus, deſerit ſcyphos, nec amplius illis innititur. Quare reſiſtentia modica ſufficiens eſt ad inflectendum aliquod corpus, & elaterium producendum. Id etiam animadvertimus in aliis caſibus, in quibus ſi verberatur annulus ferreus tribus filis horizontaliter ſuſpenſus, producitur fremitus aliquis tremulus, qui ſatis explicari non poteſt, niſi admittatur figuræ mutatio, dicaturque eſſe productum elaterium.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Si corpora æqualia elaſtica ſibi occurrant cum velocitatibus inæqualibus, velocitates permutabunt.



Corpora elaſtica & æqualia A & B occurrant ſibi mutuò cum velocitatibus inæqualibus AC, BC, dico quod poſt concurſum in C regredientur cum velocitatibus permutatis, nempè A regredietur cùm velocitate æquali ipſi BC, & B cùm velocitate AC. Supponatur hic concurſus fieri in navi quæ movetur ex F in E eâdem velocitate quâ mobile A movetur ex A in C.

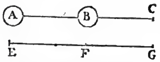
Demonſtr. Cùm interea dum mobile A in navi movetur ex E in F, aut B ex G in F, punctum F tranſlatum ſit ex F in E, mobile A manebit immotum in A, & mobile A verè & realiter percurret lineam BA: ergo eſt caſus præcedentis propoſitionis;

ſitionis; ergo verè & realiter mobile B ſtabit immotum, & mobile A regredietur velocitate BA,& reſpectivè ad navim quæ fertur in eaſdem partes, detrahenda erit velocitas navis quæ eſt F E ſeu AC. Ergo reſpectivè ad navim mobile A movebitur velocitate BC; mobile verò B, quod realiter immotum eſt, reſpectivè ad navim velocitatem habet æqualem velocitati navis quæ eſt F E ſeu AC; ergo ſi in navi corpora A & B impellantur velocitatibus reſpectivis AC, BC, poſt concurſum permutabunt velocitates reſpectivas. Sed quod accidit in navi circa corporum percuſſionem, id etiam in ſolo firmo, & ſtabili accidet; ergo ſi duo mobilia elaſtica & æqualia ſibi mutuò occurrant velocitates permutabunt; Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Si duo mobilia æqualia & elaſtica in eamdem partem delata concurrant utique cum velocitatibus inæqualibus; poſt concurſum in eaſdem partes ferentur velocitatibus permutatis.



Mobilia A & B æqualia & elaſtica in eamdem partem delata concurrant in puncto C cum velocitatibus inæqualibus AC,BC; dico quod poſt percuſſionem ambo ferentur in eaſdem partes C, mobile A tardiùs, nempè cum velocitate BC, & mobile B cum velocitate AC.

Supponatur enim hæc percuſſio fieri in navi EG,nempè mobilia A & B ferantur velocitatibus EG, FG, ſed navis feratur velocitate GF, æquali ipſi BC, & contrariâ.

Demonſtr. Mobile B motum velocitate reſpectivâ FG, & contraria æquali GF navigii, realiter ſtabit immotum; mobile vero A delatum reſpectivâ velocitate AC, & contrariâ G F realiter fertur velocitate AB; ergo (*per* 8.) mobile A poſt percuſſionem ſtabit immotum, reſpectivamque habebit velocitatem æqualem velocitati navigii,nempè BC; mobile vero B feretur abſolutè velocitate æquali ipſi AB: & quia navis interea fertur in contrarias partes velocitate GF ſeu CB, habebit velocitatem reſpectivam æqualem ipſi A C. Sed quod accidit in navi, idem evenit in ſolo ſtabili, & non tranſlato; ergo ſimpliciter, & abſolutè, ſi duo mobilia æqoalia & elaſtica in eaſdem partes delata, concurrant cùm velocitatibus inæqualibus in eaſdem partes ferentur poſt concurſum & velocitates permutabunt.

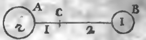
COROLLARIUM.

Quod egregiè convenit cum caſu propoſitionis octavæ, nempè dum mobile in corpus æquale quietum incurrit,permutantur velocitates, nempè quod movebatur quieſcit ſuamque alteri velocitatem concedit.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Si duo mobilia elaſtica ſibi occurrant velocitatibus quæ ipſis ſint reciproca, erit eadem motus quantitas poſt concurſum ac antea quam participabunt ſecundum rationem corporum reciprocè, eruntque velocitates novæ in ratione duplicata priorum velocitatum aut mobilium.



Mobilia elaſtica ſibi occurrant cùm velocitatibus AC, BC quæ reciprocè ſe habeant ad corpora, nempè ità ſit A ad B ſicut velocitas BC ad velocitatem AB, dico quod poſt concurſum eadem erit motus quantitas ac antea, quæ participabitur à mobilibus ſecundùm rationem mobilium reciprocè; & quod velocitates novæ erunt in ratione duplicata corporum, aut antiquarum velocitatum.

Demonſtr. Cùm eadem ſit ratio A ad B, quæ velocitatis BC ad velocitatem AC, productum ex A in AC, æquale erit producto ex B in B C (*per* 14. 6.) nempè eadem erit quantitas motus in A ac in B,& cùm motûs ſint contrarii ſibi adverſantur, & ſe deſtruunt: ergo poſt concurſum ceſſat omnis motus directus, ita ut ſecluſo elaterio utrumque corpus quieſceret in C. Sed elaterium æqualem motus quantitatem poteſt producere, ei quæ in eo producendo impenſa eſt: ergo poſt concurſum tanta erit quantitas motus ac anteà. Elaterium autem in medio duorum corporum immobilium poſitum, nempè motu carentium, virtutem ſuam dividit ſecundum rationem reſiſtentiarum reciprocè,ut demonſtravimus in prima parte: ergo ita erit A ad B, ut motus quantitas quæ eſt in B, ad motus quantitatem quæ eſt in A. Quia autem ut habeantur hæ velocitates, hæ quantitates motus dividendæ ſunt per ipſa corpora, erit velocitas mobilis A $\frac{B}{A}$ & velocitas corporis B erit $\frac{A}{B}$; Eſt autem $\frac{B}{A}$ ad $\frac{A}{B}$ in ratione duplicata A ad B, revocentur enim hæ fractiones $\frac{B}{A}$ $\frac{A}{B}$ ad eandem denominationem, multiplicatione in crucem fient aliæ illis æquivalentes & conſequentes quæ eandem habeant rationem, nempè $\frac{BB}{AB}$ & $\frac{AA}{AB}$ & diviſis omnibus per AB, fient termini BB, AA, qui ſunt in duplicata ratione radicum B & A: ergo velocitas mobilis B ad velocitatem mobilis A eſt in duplicata ratione A ad B, aut etiam velocitatum priorum quæ ſupponebantur in eadem ratione; Quod erat demonſtrandum.

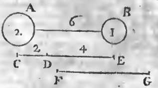
Jam detexi in prima parte in quo videretur deficere demonſtratio Domini Mariotte,qui cùm experientiis multis probaſſet, quoties mobile incurreret in corpus immovibile,flexibile tamen & elaſticum, toties ab elaterio æqualem ei velocitatem tribui, ut accidit in globo incurrente in cordam benè tenſam. Cumque etiam oſtendiſſet in caſu iſtius propoſitionis, nempè in quo mobilia eſſent velocitatibus reciproca ceſſare motum directum, aſſumpſit corpora A & B poſt concurſum ut inamovibilia.

amovibilia. Dico igitur eſſe maximam differentiam inter corpus inamovibile & immotum. Concedo quidem quod ſi corpus A foret inamovibile, & in illud incurreret corpus B, quod regrederetur cum eadem velocitate. Nego tamen quod etiamſi ceſſet eius motus directus in ipſo concurſu, quod debeat conſiderari ut inamovibile, cùm de facto moveatur vi elaterii. Ideò cùm eſt inamovibile, eadem ſequitur velocitas, quia elaterium omnimodam ex ea parte invenit reſiſtentiam, ſed in hoc caſu idfalſum eſt: ergo non debet ſequi idem effectus. Sed de his jam ſupra diximus ſufficienter.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Si mobile majus incurrat in minus quietum, & elaſticum ei majorem velocitatem tribuet, quam habeat & ulterius procedet.



Mobile A majus, incurrat in corpus B quietum velocitate AB, ſintque elaſtica corpora, dico quod corpori B tribuet majorem velocitatem quam habeat, & quod ulteriùs procedet.

Dividatur velocitas AB ſecundum rationem corporum, reciprocè nempè ita ſit A ad B, ſicut ED ad CD, ſupponaturque fieri hic concurſus mobilis A, in corpus B quietum, in navi tranſlata, ex E in D, nempe quæ feratur velocitate ED, eodem tempore quo A transfertur io navi ex C in E.

Demonſtr. In tali caſu cùm A feratur motu particulari ex C in E, & E interea tranſlatum fuerit in D, mobile A realiter percurrerit tantum ſpatium CD; B vero percurret motu navigii lineam ED; ſed ita fecimus A ad B, ut ED ad CD, ergo mobilia & velocitates ſunt reciprocæ & per præcedentem, erunt velocitates novæ in ratione duplicata corporum. Si ergo CD ſit velocitas corporis A, inventa FG tertia proportionali lineis CD, DE, erit FG velocitas corporis B, quæ cum ſit major quam DE motus navigii abſolutè retrò feretur; ſed velocitas reſpectiva compoſita erit ex FG & DE, & cùm mobile A regrediatur velocitate CD, quâ DE, velocitas navigii ſit major, in navigio feretur verſus E.

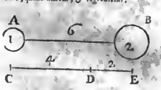
Ut autem ad calculos hæc revocentur motus realis corporis A fuit 4, & corporis B item 4. qui motus dividi debet ſecundum reſiſtentiam corporum reciprocè nempè erit in B $5\frac{1}{3}$ & in A, $2\frac{2}{3}$ ut habeantur velocitates dividantur quantitates motûs per mobilia fientque $5\frac{1}{3}$ & $1\frac{1}{3}$ nempè cùm A in ipſo puncto concurſus reſponderet puncto C navigii, & abſolutè regrediatur velocitate ut $1\frac{1}{3}$, navigium vero feratur in eaſdem partes velocitate ut 4, in ipſo navigio feretur velocitate ut $2\frac{2}{3}$ verſus E. Cùm autem corpus B feratur velocitate ut $5\frac{1}{3}$ verſus E, & navigium velocitate ut 4 verſus D, velocitas reſpectiva corporis B compoſita ex utraque erit $9\frac{1}{3}$ & cùm velocitas reſpectiva corporis A eſſet tantum 6, major erit velocitas reſpectiva mobilis B quàm mobilis A. Cùm autem in ſolo ſtabili eadem accidant ac in navi, ſi corpus A incurrat io corpus B quietum, illi majorem tribuet velocitatem quam habeat, & ulteriùs procedet verſus eaſdem partes; quod erat demonſtrandum.

Ut autem etiam aliquid ad vim elaterii determinandam eliciamus, conſideremus totum hunc progreſſum etiam in ſolo ſtabili, erit quantitas motus in A, 12, quæ in puncto percuſſionis communicatur toti aggregato; nempè reſtat motus 8 in A & in B ponitur ut 4, ſed elaterium non habet vim producendi 12, ſed tantum pro ratione reſiſtentiæ, nempè habebit vires, ut 8. Quia videtur reſiſtentia mobilis B eſſe tantum pro ratione motus qui deperditur in A, nempè 4 contra quam agit reliquos motus. Vel quod elaterium ſequatur reſiſtentiam quaſi duplicatam, ſi nempe ſit ſufficiens motus in reliquo corpore. Ponamus ergo elaterium habere vires ut 8 quas partitur mobilibus reciprocè ſecundum eorum reſiſtentiam, nempè mobili A tribuetur motus contrarius $2\frac{2}{3}$ & mobili B $5\frac{1}{3}$, & cùm mobile B jam habeat 4 habebit poſt concurſum motum ut $9\frac{1}{3}$ qui diviſus per ipſum B, dat velocitatem $9\frac{1}{3}$ è contrà cùm ex motu directo corporis A, elaterium impellens in adverſas partes detrahat $3\frac{1}{3}$ reſtabunt $5\frac{1}{3}$; quibus diviſis per A 2, reſtabit velocitas $2\frac{2}{3}$ ſicut prius. Dicendum igitur eſt cùm corpus A fertur in B corpus amovibile, non tantum producitur elaterium, ac ſi corpus B eſſet immobile, ſed tantum pro ratione reſiſtentiæ. Reſiſtentia autem ſumitur pro ratione amiſſi motus in A ſed duplicati.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Si mobile minus in alind majus quietum & elaſticum incurrat, ei minorem velocitatem tribuet, quàm habeat; & regredietur.



Mobile A minus, in corpus B majus quietum incurrat, ſintque ambo elaſtica, dico quod ei minorem velocitatem; tribuet ipſum verò regredietur. Supponatur velocitas AB ſeu CE dividi in ſegmenta corporibus reciproca, nempè ita ſit A ad B ſicut reciprocè DE ad CD. Intelligaturque hic motus fieri in navigio quod moveatur velocitate ED.

Demonſtr. Mobile B quieſcens in puncto E, feretur cùm navi ex E in D. Mobile verò A, delatū in navi velocitate reſpectiva CE, realiter percurret tantum CD, quare erunt velocitates corporibus reciprocæ, & conſequenter motus directus omnino ceſſabit, vis elaterii producet motum in

mobilibus A & B in ratione reciproca A ad B, quare motus in A duplus erit motus in B, & cùm adhuc uterque motus dividi debeat per A & B, erit velocitas A ad velocitatem B, ut $\frac{B}{A}$ ad $\frac{A}{B}$ & reducendo ad eandem denominationem erit ut $\frac{BB}{AB}$ ad $\frac{AA}{AB}$, & abjiciendo denominatorem ut BB ad AA, nempè ut prius erunt velocitates reſpectivæ in ratione duplicata priorum: quare corpus A habebit pluſquam dimidiam partem motûs. Sed ſi haberet tantum dimidiam partem motûs, diviſâ eâ quantitate motûs haberetur velocitas æqualis velocitati CD, ergo regredietur velocitate majori quam CD, ergo multo majori quam DE velocitate navigii; ergo reſpectu navigii mobile A regredietur ſeu feretur ex D in C. Pariter corpus B habet minorem quam mediam partem motûs; ſed ſi haberet mediam partem ea diviſa per B, produceretur minor velocitas quam CD, quæ addita ipſi DE ut fiat velocitas reſpectiva in navigio, hæc erit minor quam CE ſeu AB; ergo reſpectu navigii mobile A minorem velocitatem habebit quam ſit AB velocitas corporis A; & cùm idem accidat in ſolo firmo & ſtabili, ac in navi, corpus A regredietur, & B movebitur minori velocitate quam AB; qood erat demonſtrandum.

Si hæc ad calculos revocare velimus, quantitas motus abſoluta in A ante concurſum eſt 4, pariter corporis B eſt 4 ceſſante directo motu, virtus elaterii eandem motus quantitatem diſtribuit reciprocè ſecundum rationem A ad B nempè ut 2 ad 1, hoc eſt mobile A habebit $5\frac{1}{3}$ & mobile B $2\frac{2}{3}$ & dividendo primum per A remanet velocitas $5\frac{1}{3}$, à quo ſi ſubtrahas velocitatem navigii quæ ad eaſdem partes peragitur & quæ eſt 2, reſtabit velocitas reſpectiva ſeu regreſſus in navigio $3\frac{1}{3}$; at verò motus in B eſt $2\frac{2}{3}$ qui diviſus per B, efficit velocitatem $1\frac{1}{3}$, & addendo velocitatem CD 2 cùm in contrarias partes ferant, fiet velocitas reſpectiva corporis B $3\frac{1}{3}$ minor quam AB 6; quod erat demonſtrandum.

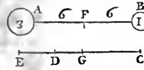
Ut autem doceamur quomodo ſe habeat elaterium, etiam in loco ſtabili; motus corporis A eſt 6, ſicut & eius velocitas; dum vero percutit corpus B ſecluſo elaterio illi communicat partem ſui motus; eſt ergo in B motus directus ut 4 & reſtat in corpore A motus ut duo. Difficultas eſt in aſſignanda virtute elaterii, cujus menſura exquiritur, videtur eſſe eadem velocitas reſpectiva ac ſi corpus B moveretur per ED & mobile A per CD, in quo caſu vires elaterii eſſent 8, dividendæ reciprocè, in ratione A ad B: nempè elaterium in A ageret ut $5\frac{1}{3}$ & in B ut $2\frac{2}{3}$ quare ſi cùm in A reſtet de motu directo ferente ex A in B 2 gradus, & vi elaterii regrediatur ex B in A ut $5\frac{1}{3}$, primus motus elidet partem ſecundi, ergo regredietur, ut $3\frac{1}{3}$; & cùm A ponatur 1, factâ diviſione reſtabit velocitas ut $3\frac{1}{3}$, at verò cum B habeat motum directum ut 4, eique ſuperaddatur ab elaterio motus ut $2\frac{2}{3}$; erit totalis motus $6\frac{2}{3}$; & factâ diviſione per B ſeu per 2 reſtabit velocitas in B $3\frac{1}{3}$ multò minor quam 6; quod erat demonſtrandum.

Quòd ſi pro virtute elaterii ſumeretur ſolus motus corporis A nempe 6, tunc A regrederetur velocitate 2, & B haberet velocitatem ut 3.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Si duo mobilia inæqualia ſibi occurrant cùm velocitatibus æqualibus, quod minus eſt regredietur, majus verò nonnunquam regredietur, nonnunquam quieſcet, aliquando progredietur.



Duo mobilia inæqualia A & B ſibi occurrant in puncto F, dico mobile minus regreſſurum cum majori velocitate, mobile vero majus aliqoando regreſſurum, nonnunquam in eandem partem progreſſurum, & aliquando quieturum.

Supponantur hæc mobilia moveri in navi, dividaturque tota velocitas reſpectiva AB ſeu CE, in puncto D, in ratione reciproca ponderum, nempè ita ſit A ad B ut CD ad DE, & navis moveatur interea ad partes A velocitate GD.

Demonſtr. Cùm interea dum B movetur ex B in F ſeu ex C in G, punctum G navigii moveatur ex G in D; realis & abſoluta velocitas mobilis B erit CD; & velocitas abſoluta mobilis A erit ED, ergo velocitates, & mobilia reciprocè ſe habebunt, eritque æqualis motus quantitas, in utroque; quare ſe invicem deſtruent. Ceſſat igitur omnis motus directus, cùm autem reſtitui idem motus ab elaterio, & reddi mobilibus ſecundum rationem mobilium reciprocè, mobile A minus quam dimidiam partem motus habebit ſed ſi haberet dimidiam partem motus, ea diviſa per corpus A, haberetur eadem velocitas ED, ergo mobile A regreditur abſolutè minori velocitate quam ED, ſed in hoc exemplo regreſſus navigii æqualis eſt velocitati ED, ergo mobile A minus regredietur quam navis, ergo in navi feretur ad partes B. Mobile vero B cum habeat pluſquam dimidiam partem motus; hac diviſa per B, dabit majorem velocitatem quam CD; ſed interea dum percurrit CD navis fertur ad partes A, ergo reſpectivè ad navim multò majorem habebit velocitatem quam DC, ergo multò majorem quam BF; ſed in ſtabili ſolo eadem fiunt ac in navi: ergo ſi duo mobilia inæqualia cum velocitatibus æqualibus ſibi occurrant, minus ſemper regredietur; cùm majori velocitate, ſi majus fuerit triplum progredietur cum minori velocitate, &c.

Ut autem clarior fiat hæc propoſitio. In caſu propoſito ceſſat motus directus in puncto concurſus D, eſtque motus utriuſque mobilis 9. nempè 18 qui diſtribui debet ſecundum rationem 3 & 1 reciprocè, nempè mobile B habebit motum $13\frac{1}{2}$ & mobile A $4\frac{1}{2}$; diviſâ autem quantitate motus $4\frac{1}{2}$ per 3, erit velocitas regreſſus mobilis A $1\frac{1}{2}$ minor quam 3 velocitas navigii ad eaſdem partes, plus ergo regredietur navis, ergo mobile A in navi feretur ad partes B. At verò mobile B participabit ex motu $13\frac{1}{2}$, & cùm ſit 1. velocitas erit $13\frac{1}{2}$ quæ addita velocitati navis 3 effi-

eir

eit velocitatem reſpectivam 16 $\frac{2}{3}$ majorem quam anteâ haberet, nempè 6.

Ponatur ſecundò mobile A eſſe duplum mobilis B, & conſequenter CD duplam eſſe lineæ ED; eritque CD 8, E D 4, & GD 2. eritque motus utriuſque corporis 8. & ceſſante motu directo dividetur virtus elaterii 16, ſecundum reſiſtentiam corporum reciprocè nempè 10 $\frac{2}{3}$ & 5 $\frac{1}{3}$, quare mobile A habebit motum 5 $\frac{1}{3}$ factâque diviſione per 2, erit regreſſus mobilis A 2 $\frac{2}{3}$, ſed motus navis eſt 2 in eaſdem partes, regreditur ergo corpus A reſpectivè ad navim velocitate $\frac{2}{3}$, mobile verò B reſpectivè ad navim regredietur velocitate 12 $\frac{2}{3}$ quæ eſt dupla velocitatis quâ venerat. Quare in proportione mobilium inter duplam & triplam mobile majus ſiſtetur.

Si verò conſiderentur hæc mobilia in ſolo ſtabili, ita res erit conſtituenda Mobile A habet motum ut 18, mobile B ut 6. Poſt concurſum ſecluſo elaterio reſtat motus 12, quem utrumque mobile participat pro rata, nempè in B eſt motus ut 3. & in A motus ut 9. velocitas communis 3. Tota difficultas eſt in conſtituenda virtute elaterii, cujus menſura ſi aſſumatur ex caſu, quo hæc mobilia eandem habentia velocitatem reſpectivam, eſſent ſuis velocitatibus reciproca, nempè haberent ſingula motum 9. nempè 18 dividendum ſecundum rationem mobilium, nempè 13 $\frac{1}{2}$ pro mobili B quod jam habet motum ut 3. fit ergo motus 16 $\frac{1}{2}$. Et cùm mobile B ſit 1, eius velocitas erit 16 $\frac{1}{2}$. major quam anteà, elaterium pariter corpori A tribuet motum 4 $\frac{1}{2}$ in contrarias, & quia illi reſtat ex motu directo 9 ſi ſubtrahas 4 $\frac{1}{2}$, reſtat 4 $\frac{1}{2}$ quantitas motus in A & diviſa hac quantitate per 3 reſtat velocitas 1 $\frac{1}{2}$ ut prius.

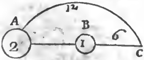
Tota difficultas reducitur in determinanda virtute elaterii, quæ videtur petenda ex percuſſione. ponamus ergo globum A duarum librarum, & globum B unius, qui habeat velocitatem reſpectivam ut 12, hæc velocitas reſpectiva poteſt eſſe quod A moveatur in B, erit quantitas motus ut 24, vel ita ut B feratur in A, eritque quantitas motus 12, vel quod A feratur in B velocitate ut 6, & B in A velocitate ut 6, eritque quantitas motus 18. Vel quod velocitates ſint reciprocæ mobilibus, nempè quantitas motus ſit 16. quod ſi ſemel admittatur quod in navi eodem modò fiat percuſſio, ac in ſtabili ſolo, neceſſariò eadem erit percuſſio in omnibus his caſibus. Si enim hæc duo mobilia æqualiter in ſe incurrant realiter & navis eâdem velocitate feratur modò in unam, modò in aliam partem, elidet modò unum motum, modò alium, quare aliqua regula erit & in uno caſu plus erit motus reſpectivi, quam in alio, licet ſemper eadem maneat velocitas reſpectiva.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Si mobile elaſticum majus in minus incurrat motum in eaſdem partes; majorem ei tribuet velocitatem quam habeat, & majori velocitate feretur quam mobile minus ante movetur.

Mobile A majus delatum velocitate A C 12 graduum incurrat in mobile B minus, motum velocitate BC 6 graduum; dico quod mobile A, corpori B majorem dabit velocitatem quàm ipſum A habeat antea; item quod idem A, majorem habebit quam minus mobile habuerit ante



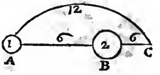
concurſum. Supponatur hæc percuſſio fieri in navi quæ feratur ex C in B, velocitate CB, eritque realiter corpus B quietum, & mobile A feretur tantum velocitate AB 6 graduum quare (*per* 12.) mobili B majorem tribuet velocitatem quàm habeat. Habes autem velocitatem A B; ergo abſolutè mobile B majorem habet velocitatem quam A B, & additâ velocitate navigij quæ eſt C B, in navi feretur velocitate majori quam A C. item (*per eamdem*) mobile A poſt concurſum in B, ulteriùs feretur verſus C; & additâ velocitate navis, majorem habebit velocitatem quam ſit velocitas navis C B, ergo majorem quam mobile B antea haberet.

Aliter poſt concurſum in C eadem eſt motus quantitas, cum motus non ſint contrarij; ergo quantitas motus eſt 30; quæ diviſa per 3 nempè aggregatum, efficit velocitatem communem 10 ſecluſo elaterio. Cùm autem reſpectiva velocitas ſit 10, idem producetur elaterium ac ſi velocitates eſſent mobilibus reciprocæ, nempè ſi A moveretur ut 2, & B ut 4, nempè motus utriuſque mobilis eſſet 4. Quare elaterium producere poterit motum ut 8. dividendum reciprocè ſecundum mobilium differentiam, nempè mobile A recipiet ab elaterio motum 2 $\frac{2}{3}$, qui ſubtractus ex motu 20 qui erat in A, relinquit motum ut 17 $\frac{1}{3}$; & dividendo per A, habebitur velocitas 8 $\frac{2}{3}$ major quàm ſit velocitas BC; quod erat primum. Mobile verò B habet motum directum 10 cui ſi ſuperaddas 5 $\frac{1}{3}$ fit motus 15 $\frac{1}{3}$, & dividendo per 1 fit velocitas 15 $\frac{1}{3}$ major quàm velocitas 12.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Si mobile elaſticum minus incurrat in mobile majus, motum in eaſdem partes ei minorem tribuet velocitatem quàm habeat, & movebitur poſt concurſum minori velocitate quàm antea moveretur mobile majus.



Mobile elaſticum minus A, incurrat in mobile majus B quod moveatur in eaſdem partes, dico quod ei communicabit minorem velocitatem quàm habeat, quod idem A poſt concurſum movebitur minori velocitate quàm B ante percuſſionem moveretur. Intelligatur hic motus fieri in navigio moto ex C in B velocitate C B.

Demonſtratio cum B moveatur in C velocita-

te C D, & navis cui innititur moveatur celeritate contrariâ & æquali ex C in B, realiter mobile B erit in quiete, mobile verò A cùm moveatur ex A in C celeritate A C, & intereà navis moveatur in contrarias partes celeritate CB, realiter mobile A movebitur celeritate A B, quare (*per* 13.) ei minorem velocitatem tribuet, quam habeat, nempè minorem quàm A B, & cùm intereà navis feratur in contrarias partes, ut habeatur ejus velocitas reſpectiva, erit addenda velocitas C B; ergo velocitas reſpectiva mobilis B poſt concurſum erit minor quàm A C; quod erat primum.

Secundò mobile A movetur abſolutè velocitate A B; ergo (*per* 13.) cum incurrat in mobile A majus regredietur. Et cùm intereà navis feratur in contrarias partes, ut habeatur ejus velocitas reſpectiva in navi, ſubtrahendus erit ille regreſſus, velocitate navis; ſed velocitas navis æqualis eſt velocitati B C; mobilis B antè coo-concurſum; ergo mobile A minorem habebit, velocitatem poſt concurſum, quam haberet mobile B ante concurſum; & cum ea omnia accidant extrà navim, quæ in navi accidunt, ſi mobile elaſticum minus incurrat in majus delatum in eaſdem partes, ei minorem tribuet velocitatem quam habeat, minori verò velocitate movebitur, quam mobile majus moveretur antè percuſſionem, quod erat demonſtrandum.

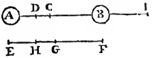
Si abſolute idem ad calculos expendere velimus, ita procedendum erit. Motus mobilis A antè concurſum eſt 12, ita mobilis B C eſt 12, & cum motus illi contrarii non ſint ſecluſo elaterio addendi erunt, fietque motus 24 dividendus per aggregatum 3 ut habeatur velocitas communis, nempè erit in A motus 8. & in B motus 16. Velocitas reſpectiva eſt A B 6. quæ ſi dividatur reciprocè in ratione ponderum, mobile A moveretur velocitate ut 4, & mobile B velocitate ut 2, eſſetque in utroque motus 4. & aggregatum ſeu virtus elaterii eſſet 8. quæ diſtribui debet reciprocè in ratione ponderum; nempè A participabit hanc virtutem ut 5 $\frac{1}{3}$, & B ut 2 $\frac{2}{3}$. Cùm igitur ſecluſo elaterio mobile B feratur verſus C motu ut 16 eique ſuperaddatur motus ut 2 $\frac{2}{3}$, habebit motum ut 18 $\frac{2}{3}$ quo diviſo per 2 ut habeatur ejus velocitas, hæc erit 9 $\frac{1}{3}$ minor quàm velocitas 12 minoris mobilis antè concurſum. Mobile verò A habebat poſt concurſum ſecluſo elaterio motum ut 8, elaterium verò ei tribuit motum 5 $\frac{1}{3}$ in contrarias partes; quo ſubtracto ex 8, reſtabit motus verſus C 2 $\frac{2}{3}$, & velocitas 2 $\frac{2}{3}$ minor quàm eſſet velocitas mobilis B antè percuſſionem, hæc enim erat 6.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Corpora elaſtica non habent ſemper eandem velocitatem reſpectivam poſt percuſſionem quam habebant ante percuſſionem.

Hanc propoſitionem attulerunt nonnulli, quaſi ſynopſin totius doctrinæ percuſſionis. Supponit autem hæc doctrina, quod ſi comparentur duo corpora elaſtica, quæ ad ſe invicem accedant determinatâ aliquâ velocitate reſpectivâ, quod idem producetur elaterium quomodocumque accedant ad ſe invicem, modò eandem velocitatem reſpectivam retineant. Ut ſi proponantur



mobilia A & B, quæ ad ſe accedant velocitate reſpectivâ A B, quomodocumque id accidat ſemper ſequetur idem elaterium, ſive mobile A incurrat in B velocitate A B, ſive B feratur in A quietum velocitate B A, ſive A feratur in D, & B in D; nempè velocitates partiales AD, BD æquales ſint velocitati A B, vel ſint velocitatea A C, B C, vel ambo ferantur in eandem partem; nempè A feratur in E velocitate A E, & B velocitate B E, velocitas reſpectiva erit ſemper A B. Idem igitur in his omnibus caſibus ſequitur elaterium, nempè eadem ſequitur percuſſio, & compreſſio in his corporibus.

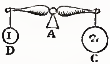
Hanc ſuppoſitionem facilè concedo, nam poſito quod in navi ſeu corporibus tranſlatis eædem fiant percuſſiones, ac in loco ſtabili, & firmo, neceſſariò id concedendum eſt. Ponatur enim in navi quieta A ferri in B quietum, fierique aliquam percuſſionem. Si eadem fiat percuſſio dum A in navi ſimili velocitate feretur, verbi gratia, ex E in F, neceſſariò concludam ſimilem accidere percuſſionem, modò eadem ſit velocitas reſpectiva. Ponatur enim B inſiſtere puncto F navigii, & projici A in navigio ex E in F; ſed navim ferri velocitate F E ex F in E, mobile A erit immobile realiter, & mobile B feretur ex E in F. Quare ſi eadem fiat percuſſio, idem erit elaterium ſive A feratur in B, ſive B feratur in A. Pariter ſi mobili B quieſcente in puncto E navigii navis feratur ex F in G velocitate F G, & A projiciatur in navi ex E in F, mobile B movebitur ex B in C, & mobile A ex A in C. Idem dico ſi navis feratur velocitate F H, ex F in H, erunt velocitates AD, BD. Similiter ſi intereà dum A fertur in navi ex E in F, navis moveatur ſecundum lineam B I, ex B in I, mobilia movebuntur velocitatibus A I, B I; manebit tamen eadem reſpectiva velocitas E F. Ex quibus concludo quod ſi in navi tranſlata percuſſiones eundem habeant effectum ac in ſolo mobili, eadem debeat fieri percuſſio, & idem elaterium procreari quoties eadem erit velocitas reſpectiva, nempè ſive A percutiat A B velocitate AB, ſive B moveatur in B quomodocumque tandem percuſſio peragatur, modò eadem velocitas reſpectiva perſeveret.

Dices non eaſdem vires percuſſionis ut oſtendimus ſuprà in prima parte coaleſcere ex percutiente, & velocitate, ita ut ſi A velocitate A B percutiat aliquod corpus, & B velocitate eadem idem corpus percutiat, percuſſiones ſe habeant ut A ad B. Ergo non videtur eſſe eadem percuſſio ſive A feratur in B, ſive B feratur in A.

Reſpondeo. Si comparentur duæ percuſſiones factæ in idem corpus omninò reſiſtens, hanc regulam obſervari, nempè ſi eâdem velocitate duo globi incurrant in murum, nempè globus duarum librarum, hæc ſecunda percuſſio erit dupla prioris; ſi verò percuſſio fiat in corpus non omninò reſiſtens, ſed amovibile aliæ erunt

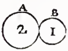
regulæ

regulæ obſervandæ. Ut ſi A ſit unius libræ, ferâturque in B duarum librarum velocitate ut 12, vel B duarum librarum incurrat in A unius libræ eâdem velocitate 12 graduum, non fiet major percuſſio; quia corpus A non tam reſiſtit, quàm corpus B. In percuſſione igitur attendenda eſt non tantùm vis activa, ſeu quantitas motus quæ ineſt percutienti, ſed etiam reſiſtentia in corpore percuſſo, quâ ſi careret omninò nulla aut modica fieret preſſio, nec ullum procrearetur elaterium, quod in aliqua preſſione poſitum eſt. Idem proportione quâdam accidit in hac materia quod accidit in libra. Sit jugum A cui innitatur ſtatera brachiorum æqualium, ſintque hinc inde duo pondera inæqualia, pondus



C non innititur jugo A niſi in quantum ex alia parte ipſi reſiſtitur, ita ut duabus tantum libris gravetur. Si in D ponerentur duæ libræ, gravaretur jugum A 4 libris. Quare dum A fertur in B, licèt quantitas motûs major ſit, quàm ſi B moveretur velocitate A B, eſt tamen major reſiſtentia, quare in his omnibus veram menſuram aſſumpſimus caſum in quo velocitates eſſent corporibus ſeu reſiſtentiis reciprocæ, quia tunc invenitur quaſi æquilibrium.

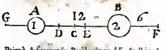
In hoc cum multis convenimus. Quod verò elaterium debeat eandem velocitatem reſpectivam reſtituere, univerſaliter loquendo verum non puto: quia ad hoc neceſſarium eſſet, ut partiretur æqualiter ſuam vim, nempè impelleret æqualiter utrumque corpus, ſeu in utroque



corpore æqualem produceret motus quantitatem, quod tamen falſum eſſe ſuprà ſæpè demonſtravimus. Ut ſi ſupponantur duo globi qui in ſe invicem incurrerint velocitatibus reciprocè ad corpora ſe habentibus ita ut motus directè hinc inde fuerint æquales, & ſe invicem deſtruxerint, oſtendo non futuram æqualem velocitatem reſpectivam. Quia ad hoc ut ſit æqualis deberent in tali caſu, produci velocitates quæ ſe habeant reſpectivè ad corpora, & conſequenter ut ſit æqualis quantitas in uno corpore ac in alio. Cùm enim elaterium æquales vires habeat ac motus à quibus productus eſt, eos producere poterit, & ut ita dicam, reſtituere. Si autem majorem quantitatem motus in B quàm in A produceret, hæc majorem in B velocitatem procrearet, quam par ſit ad hoc ut ſit æqualis priori. Quod verò elaterium non ita partiatur vires ſuas ut æqualiter impellat utrumque corpus, ut puto experientiis manifeſtis demonſtravi, nempè quòd tantum elaterium agat in unam partem, quantum ipſi ex alia reſiſtitur. Sic quando mobile impingit in corpus inamovibile, media elaterij vis non impenditur inutiliter in eo corpore impellendo, ſed quaſi reflectitur in corpus quod moveri poteſt.

Secundò etiam hoc poſito quod vis elaterij utrumque mobile æqualiter afficiat, non ſequitur quod velocitas reſpectiva ſit eadem. Ponatur enim mobile B, ferri in corpus A velocitate ut 12, poſt concurſum ſecluſo elaterio, eſſet in mobile A motus ut 8, & in A motus ut 4; virtus autem elaterij debet dividi æqualiter nempè utrique corpori 6 gradus motus tribuere, ergo in A erunt 14 & velocitas ut 7, & in B reſtabunt 2 non igitur eſt eadem velocitas reſpectiva. Nam aſſumere ſimpliciter quod eadem debeat manere reſpectivâ velocitas ac anteà, & quod corpora debeant partiri & ſibi vendicare pro rata, reciprocè tamen, eandem velocitatem reſpectivam. Nam eſto quod ſi nullum adeſſet elaterium ea corpora poſt concurſum ſimul procederent, & quod ſeparentur tantum vi elaterii, & quod virtus elaterii æqualis ſit ei virtuti quæ elaterium produxit, menſura tamen virtutis elaterii non eſt velocitas reſpectiva, ſed potius, quantitas motus, ideóque concludi non poteſt eandem eſſe velocitatem reſpectivam, ſed tantum eundem motum reſpectivum. Quare quomodocunque res componatur non poteſt ſubſiſtere hæc propoſitio univerſalis, ſi duo mobilia æqualia aut inæqualia in ſe invicem incurrant cùm velocitatibus æqualibus aut inæqualibus poſt concurſum à ſe invicem recedent cum velocitate reſpectivâ eâdem. Ratio eſt quod nec velocitas reſpectiva ſit menſura elaterii producendi, nec idem elaterium poſſit in corporibus eandem ſemper velocitatem reſpectivam producere. Velocitas enim ut dixi non metitur virtutem ſed quantitas motus; neque in mechanicis velocitates ſunt menſuræ momentorum, ſed motus quantitas.

Reſtat tamen aliqua difficultas nempè quod virtus elaterii videatur potius ſequi velocitatem quam motum. Oſtendimus enim ſupra, ſi duorum corporum conſideretur percuſſio, eandem omninò eſſe quoties eadem adeſt velocitas. Reſpondeo in producendo elaterio id quidem verum eſſe, quia ad producendum elaterium non tantum motus requiratur, ſed etiam reſiſtentia, illeque motus ſit inutilis ad elaterium producendum cui non reſiſtitur; quare ſimpliciter motus non eſt attendendus, ſed etiam reſiſtentia. Res autem ita videtur poſſe conſtitui.



Primò A feratur in B velocitate AE, & B in A velocitate BE, & mobilia ſint reciproca velocitatibus, æquales erunt hinc inde quantitates motus. Uterque motus computari debet, quia utrique reſiſtitur: ſunt autem utrinque 8 partes motus; ergo elaterium producere poteſt partes 16 motus.

Secundò A feratur in B; ſi B eſſet immobile omninò totus ille motus haberet ſuum effectum, quia tamen ei non reſiſtitur, ſed tantum octo eius partibus, nam corpus A perdit octo partes motus, & reſiſtentia corporis B idem facit in corpore A ac ſi corpus B habuiſſet motum contrarium 8 graduum, cùm deſtruat in corpore A 8 gradus; ergo adhuc vis percuſſionis gradibus 16 æquivalet.

Tertiò corpus B fertur in A velocitate BA, ſuntque 24 partes motus, non omnibus reſiſtitur, ſed mobile A poſt concurſum habet 8 partes; octo igitur partes motus corporis B computandæ ſunt, & quia reſiſtentia corporis A illas deſtruit idem facit ac ſi habuiſſet motum contrarium ut 8. pariter vis compreſſionis erit 16.

Quartò mobile A feratur in AC, & B feratur in BC, motus in A eſt 6, & in B eſt 12, poſt concur-

ſum eſt motus in A ut 2,& in B ut 4. quare mobile A, deſtruit in B motum ut 8. idem ergo efficit ac ſi ambo incurriſſent cum motu ut 8 quare pariter elaterii vis erit 16.

Quintò A feratur in F velocitate ut 18,& B velocitate ut 6, poſt concurſum ſecluſo elaterio haberent velocitatem ut 10. Periit ergo in A motus ut 8, idem ergo effecit mobile B in A, ac ſi ambo incurriſſent in ſe invicem cum motu ut 8; ergo pariter erit vis elaterii ut 8.

Sextò, Ponatur è contra B, habere velocitatem BG 18 graduum, & motum 36.& A habere velocitatem ut 6 poſt concurſum ſecluſo elaterio haberent velocitatem ut 14. eſſetque in B quantitas motus 28. Periit ergo in B motus ut 8. ergo idem fit ac ſi incurriſſent ſibi adverſum cum motibus ut 8, nempè 16. Quare in omnibus his caſibus motum ut 16.

Hæc ſatis ſunt congruentia. Dico ergo verè probari ex hac conſideratione quod cum in elaterio producendo debeat haberi ratio non tantum motus ipſius, ſed etiam reſiſtentiæ, quia nempè motus ſæpè in caſſum recidit,& non in inflectendo corpore impenditur,niſi quatenus ei reſiſtitur, non ineptè velocitas reſpectiva poterit eſſe menſura,non quidem adhuc ſimpliciter,ſed ita ut conſideretur cum æquali quantitate motus in utroque mobili.

An verò hæc quantitas motus ita debeat diſtribui, ut eandem in mobilibus reſpectivam efficiat velocitatem, hoc vero non puto, atque de his ſatis dictum eſto.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Si globus in plures æquales quietos & contiguos incurrat; ultimus tantum movebitur eâdem celeritate.



Suppono globos A,B & C æquales,& elaſticos, & globum A incurrere in globos B & C quietos, & contiguos, dico ſolum globum C movendum eſſe velocitate, quæ ſit æqualis velocitati AB.

Demonſtrat. Cum globus A in globum B incurrat ſupponaturque uterque globus eſſe elaſticus, globus B in ovalem figuram degenerabit; impoſſibile enim eſt ut punctum E circumferentiæ F E G accedat ad centrum B, quin puncta G & F ab eodem centro nonnihil recedant, non poſſunt puncta G & F ab eodem centro B recedere quin punctum I ad idem centrum accedat; ergo punctum I recedit à globo C, illudque deſerit quamvis inſenſibiliter; ergo ut ſuprà probavimus globus A quieſcere debet, & globus B moveri eâdem celeritate ſed globus B incurrit in globum C elaſticum, & quietum; ergo illi ſuam velocitatem communicat, ipſe verò quieſcit, & itâ deinceps ſi plures eſſent globi, alij omnes quieſcerent, ſolus ultimus movebitur.

Poſſet moveri dubium circa hujuſmodi elaterium, quod nempè cum tanta videatur difficultas in inflectendo globo aliquo chalybeo, videretur potius talis globus movendus quam inflectendus. Nihilominus tamen fremitus ille qui percuſſione imprimitur, aliter explicari non poteſt quam per mutationem figuræ, quæ nonnunquam fit in aliquibus corporibus magis ſenſibilis,quam in aliis; ut ſi armilla ſeu annulus ferreus aut ligneus tribus aut quatuor filis horrizontaliter ſuſpenſus percutiatur, prius quam promoveatur fremitum edet, qui ſine mutatione figuræ expplicari non poteſt, immò ſi fiat ex materia tenui, fueritque annulus ſatis magnus, notabuntur certæ undulationes, & quaſi recurſus quales ferè in chordis benè tenſis obſervamus. Exprimentum baculi fracti percuſſione, quamvis ſuſtentateretur duobus ſcyphis.

Hæc propoſitio adhiberi poſſet ad probandam actionem in paſſum diſtans hoc modo. Tunc datur actio indiſtans, cùm producitur aliquis effectus in paſſo diſtante, ſine ullius virtutis propagatione per medium; ſed in exemplo propoſitionis id evenit; ergo datur actio indiſtans. Probatur minor, producitur aliquis motus in globo remotiori C, ſine ulla virtutis propagatione per globum medium B; ſi enim produceretur aliqua virtus in globo B,hæc haberet aliquem effectum, ſed nullum habet effectum; ergo nulla talis producitur.Solus effectus qui ex tali virtute oriri poteſt,eſt motus,ſed nullus motus producitur in globo B,cùm poſt percuſſionē æque ac anteà quieſcat.

Hujus argumenti ſolutio facilè patet ex ſuperiori explicatione;dicendum enim eſt verè aliquid produci in globo B,aliquem impetum, & mutationem figuræ,immò & aliquem exiguum motum. Erit forſitan nonnulla difficultas in explicando eodem effectu per ſolum elaterium aëris quàm tamen ita expedio. Globus A impellitur ab elaterio aëris pone recurrente,& dum incurrit in globum B,illum inflectit;perſeverat tamen elaterium aëria quod jam utrumque globum impellit, quaſi per modum unius, & ſecluſo elaterio, aggregatum illud moveret, velocitate duplò minori. Sed elaterium agit impellitque globum A in contrarias partes, atque adeò elaterium aëris inutile reddit ex parte. Impellit item globum B, & adjuvat elaterium aëris quare incurrit in globum C,eumque inflectet. Tum ſimiliter elaterium globorum B, & C impellit globum B in contrarias partes, eumque ſiſtit, impellit item globum C, & adjuvat elaterium aëris, atque ità producitur motus in globo C.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Si duo globi æquales, eâdem celeritate moti incurrant in plures globos elaſticos quietos, contiguos, & prioribus æquales; duo ultimi movebuntur eâdem celeritate quâ primi.



Sint duo globi A, & B æquales eâdemque celeritate moti, qui incurrant in globos C, D, E, F æquales prioribus & quietos, dico fore ut poſt percuſſionem ſoli duo E,& F, moveantur,alij verò omnes quieſcant.

Demonſtr. Dum globus B incurret in globum C, & C in D, D in E,E in F; B ſiſtetur per præcedentem,& F movebitur; ſed globus A in globum B pariter eâdem velocitate incurrens ſiſtetur ſuumque motum globo B communicabit,hic globo C, & itâ conſequenter uſque ad ultimum E, ergo ſimiliter movebitur. Nam in toto progreſſu dum A & B ſimul feruntur, eâdem ſcilicèt velocitate.

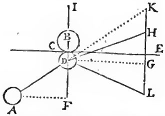
citate, nulla ſit percuſſio, globi A in B, totaque ſit percuſſio B in C. Cùm verò ſiſtitur tunc ſit percuſſio, & eadem omninò quæ facta fuiſſet, ſi globus B, quievíſſet propè C. Quod enim anteà motus ſit nihil impedit, cum enim quietum offendit globus A; quod in multis etiam aliis caſibus obſervandum eſſet.

Notandum eſt quod ſi globi C, D, E, F aliquo glutino cohærerent inter ſe, & qoaſi in unum globũ coaleſcerent aliter eſſent omnia conſtituenda, & pariter ſi A & B unum globum efficerent.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Si globus globum quietum percutiat, eundem illi motum imprimet, ac ſi in illum incurriſſet ſecundum lineam perpendicularem.



Globus A incurrat obliquè in globum B, ità ut in ipſo contactu linea centra conjungens ſit B D, cui perpendicularis ducatur CE, dico quod poſt concurſum eodem modo moveri debeat globus B, ac ſi fuiſſet percuſſus ſecundùm lineam perpendicularem B F, velocitate F B. Hoc eſt eodem tempore globus A percurriſſet lineam F B. Ducatur per contactũ C, linea CE perpendicularis ad FC.

Demonſtr. Globus A nullam impreſſionem facit in globum B, niſi in quantum globus B impedit motum ejus; ſed globus B non impedit motum globi A, in quantum participat de motu parallelo lineæ CE; ſi enim dum globi ſe tangunt globus A ſolum haberet motum parallelum ipſi C E, globus B nihil efficeret ejus motui; ergo B impedit tantum motum perpendicularem globi A, quare eadem ſequetur impreſſio, ac ſi globus B impelleretur ſecundùm perpendicularem FC, ſed tunc globus C moveretur per lineam B I; ergo ſi obliquè impellatur procedet per lineam BI.

COROLLARIUM I.

In caſu in quo globus A delatus per FB, ulteriùs procedere deberet ut cum corpora elaterio carent, tunc enim globus A ſimul cùm B moveretur velocitate ſubduplâ prioris. Producatur linea AD in K, ſitque GH ſubdupla lineæ GK; dico quod poſt concurſũ globus A feretur per DH.

Demonſtr. Globus A dum incurrit in globum B lineâ obliquâ AD, eandem impreſſionem efficit, ac ſi ferretur per lineam FB, eandem etiam patitur ac ſi ferretur per illam; ſed ex ſuppoſitione ſi moveretur per FB, poſt concurſum haberet velocitatem perpendicularem ſubduplam; ergo motus ejus perpendicularis dimidiâ parte imminuitur; motus autem ejus parallelus totus integer perſeverat, utpotè cui globus B nihil omninò officit igitur eo tempore quo percurret lineam DG, æqualem ipſi percurret lineam perpendicularem GH, ſubduplam ipſius GK.

COROLLARIUM II.

Io caſu quo globus A impingens in globum B per lineam F D quieſceret, ſeu omnem motum amitteret, ut quandò globi A & B ſunt elaſtici & æquales, globus A obliquè delatus per AD poſt concurſum ferretur per lineam DG. quia cùm in eo eſſet omnis motus perpendicularis, & perſeveret parallelus, feretur per lineam DG, lineæ CE parallelam.

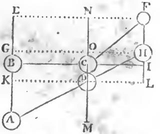
COROLLARIUM III.

In caſu verò in quo globus A, ſecundum lineam AD delatus, regrederetur ut cùm globi ſunt elaſtici, & B minor, motus globi A per lineam AD delati, poſt concurſum participabit de regreſſu, & præter motum parallelum DG, habebit verbi gratiâ perpendicularem GL, eritque motus eius DL.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Si duo globi ita obliquè in ſe invicem incurrant; ut linea centra conjungens ſit perpendicularis ad unum motum; eundem motum parallelum conſervabunt, eundemque perpendicularem acquirent, quem habuiſſent ſi unus perpendiculariter ſibi in alium incurriſſet.



Globi A & B ita obliquè in ſe invicem incurrant ut linea CD conjungens eorum centra, ſit perpendicularis ad lineam BC, eundem motum parallelum conſervabunt, nempè parallelum lineæ BC, eundemque perpendicularem habebunt ac ſi A incurriſſet in B linea perpendiculari AB. Supponamus quod ſi A percuteret globum B quietum in puncto B, ei tribueret velocitatem BE, & retineret velocitatem KG, ductis parallelis EF, GH, KL, ſit C I æqualis BC, & ducatur perpendicularis LF, dico globum A movendum per DH, & globum C per CF.

Demonſtr. Globus A delatus per lineam AD, nullum impetum imprimit in globum C niſi in quantum globus C huic motui obſiſtit, ſed globus C huic motui non officit niſi in quantum habet de perpendiculari, cujus menſura eſt perpendicularis AB, igitur globus B eâdem impreſſione percutitur C per lineam AC, ac ſi quietus in B exciperet ictum AB, ſed in tali caſu reciperet velocitatem BE, ex conſtructione; ergo etiam dum transfertur in C, eandem acquirit velocitatem perpendicularem BE, ſed conſervat motum parallelum BC, ergo procedet per lineam obliquam CF. Pariter cum globus A retineat poſt concurſum velocitatem KG, & motum parallelum BC conſervet, feretur per lineam obliquam DH Idem probari poſſet aliter. Supponatur globus B eſſe quietus

tus in navi quæ feratur ex E in C velocirate BC, & intereà globus A feratur velocitate AB, ex A in B. Cùm eodem modo percuſſiones accidant in navi tranſlara,ac in ſolo ſtabili & fiumo, globus B feretur in navi ex B in E, & globus A in G; ſed interea navis ſupponitur percurrere totam lineam B I, nempè intereà dum globus A fertur ex A in B, navis transfertur ex B in C, ergo motus realis & abſolutus globorum A & C, eſt AD, BC, & poſt concurſum cum intereà dum B procedit in navi ex B in E, navis tranſlata ſit ex C in H; motus realis erit globorum CF, DH, quod erat demonſtrandum.

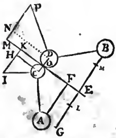
COROLLARIUM.

Variæ fieri debent combinationes velocitatum BE, KG prout globus A major aut minor erit globo B, aut globi habebunt elaterium, aut illo carebunt.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Si duo globi obliquè in ſe invicem quomodocumque incidant, vis impreſſionis metienda eſt, ſecundum parallelas linea conjungenti centra illorum in ipſo concurſu.



Globi A & B delati per lineas AC, BD, concurrant in puncto contactûs C, & linea CD conjungat eorum centra, ducatur per contactum O, linea OE, perpendicularis ad CD, dico lineas perpendiculares BE, AF, determinare virtutem impreſſionis, & per quam lineam obliquam quilibet globus ferri moveri debeat poſt concurſum in puncto O, nempè idem producetur motus perpendicularis poſt concurſum qui produceretur, ſi globi delati fuiſſent per lineas GE, BE cùm velocitatibus BE, GE. Ut ſi carerent elaterio eſſentque æquales, ceſſaret omnis motus perpendicularis procederêtque ambo globi per lineas lineæ OK parallelas.

Pariter ſi globi fuerint elaſtici, & perpendiculares AF, BE, fuerint globis reciprocæ, ceſſabit in ipſo contactu omnis motus perpendicularis, ſoluſque reſtabit motus parallelus lineæ OK, ergo in tali caſu globi movebuntur per lineas parallelas lineæ OK.

Quod ſi poſt concurſum per lineas GE, BE, habere debeant aliquem motum, verbi gratiâ regredi cum velocitatibus EL, EM, abſcindatur OK æqualis OF, ductâque perpendiculari KI, ſit HI æqualis EL globus A poſt concurſum feretur per lineam CI, cùm enim globus A eundem motum parallelum retineat, & prætereà ex percuſſione acquirat velocitatem perpendicularem æqualem velocitati EL, motum ex utroque participantem perficiet, nempè intereà dum motu parallelo percurret lineam OK, æqualem lineæ OF, perpendicularem HI perficiet.

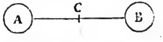
Idem dicendum de globo A qui intereà dum motu parallelo percurret lineam DN æqualem lineæ EO, percurret lineam perpendicularem NP æqualem lineæ EM.

Aliæ combinationes quæ fieri poſſunt ex his facilè intelligi & conſtitui poſſunt.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Non eſt univerſaliter verum centrum gravitatis corporum in ſe invicem incurrentium, moveri & quieſcere ſimiliter, antè & poſt concurſum.



Hanc Aſſertionem proponit Dominus Mariotte, quaſi ex ſuis principiis conſeqoentem, quæ cùm in nonnullis nutare oſtenderimus, hanc etiam refellendam ſuſcipimus, percurrimuſque varios caſus, in quorum aliquibus vera eſt, in aliis verò non item.

Primò proponantur duo globi, A & B æquales, non elaſtici, eorum centrum gravitaris eſt in medio, ſi incurrant in ſe invicem velocitatibus æqualibus, ſemper quieſcet in medio centrum gravitatis. Et cum in ipſo concurſu ceſſet omnis motus directus etiam in medio, ſeu in eodem puncto centrum gravitatis eorum invenietur.

Secundò ſi fuerint elaſtica cùm iiſdem ſeu æqualibus velocitatibus regrediantur, centrum gravitatis eorum in eodem puncto ſemper firmum perſeverabit ſeu quieſcet.

Tertiò ſint mobilia elaſtica ferantúrque velocitatibus quæ ſe habeant reciprocè ad mobilia, nempè concurrant in puncto C, ſitque ut A ad B, ità reciprocè CB ad AB, centrum gravitatis ex principiis ſtatices. Et cùm velocitates ſupponantur uniformes, quo tempore mobile A percurret partem aliquotam lineæ AC, mobile percurret ſimilem partem aliquotam lineæ BC. Quare ſemper diſtantiæ à puncto C erunt proportionales ponderibus, & punctum C erit centrum gravitatis toto tempore quo mobilia percurrent lineas AC, BC; item in ipſo concurſu ceſſat omnis motus directus. Velocitatès autem novæ non erunt eædem ac anteà, nempè reciprocæ mobilibus, ſed ſe habebunt in ratione duplicata priorum, nempè in ratione duplicata, & reciproca corporum. Ergo centrum gravitatis non manet fixum in puncto C, ſed provehetur ad partes minoris B.

Poſſent percurri varia exempla in quibus falſum reperitur centrum gravitatis eâdem ſemper velocitate moveri ante & poſt percuſſionem. Id quidem concederem in omnibus caſibus in quibus elaterium non intervenit, & ſequeretur in reflexione ſi eadem ſemper velocitas reſpectiva produceretur, quæ cum non ſit ſemper eadem ut oſtendimus, falſam eſſe propoſitionem neceſſe eſt.

TRACTA

TRACTATUS NONUS.

S T A T I C A,

Seu de gravitate terræ.

IN hoc tractatu, terræ cæterorúmque elementorum gravitatem explicandam ſuſcipimus, modumque quo ſuos effectus producit: Nonnulla Phyſica, quæ ſub Mathematicam conſiderationem directè non cadunt, explicare nan pigebit, quòd cæteris lucem non modicam affundant: dubia, ut dubia proponam, quæ verò indubitata ſunt, ſuis demonſtrationibus ſtabiliam. In octo Libros hunc tractatum divido. Primus, Digreſſiones aliquas Phyſicas continebit. Secundus, erit de Deſcenſu gravium libero. Tertius, de Deſcenſu gravium obliquo. Quartus, de Æquiponderantibus. Quintus, de Centra gravitatis linearum. Sextus, de Centro gravitatis planorum. Septimus, de Centra gravitatis ſalidarum. Octavus, de proprietatibus, & uſu centri gravitatis.

S T A T I C Æ

LIBER PRIMUS.

Digreſſiones Phyſicæ.

DIGRESSIO I.

Phyſica.

Incertum eſt an gravia in centrum univerſi ferantur.

VT ordine procedam, eaque referam ut dubia, quæ dubia ſunt, aſſero nullâ ratione phyſicâ evinci poſſe; gravia tendere ad centrum univerſi; licèt enim experientiâ compertum ſit, ad terræ centrum gravia moveri; quia tamen locus terræ incertus eſt, neque adhuc ex aſtronomicis aliquid certi & indubitati circa illud conſtitui potuit, ideò ſeclusâ fide, & ſcripturâ; quæ ſcientiam non facit, non conſtat vi ſolius ratiocinii phyſici, aut mathematici, quodnam ſit punctum illud, quod rationem termini ad quem, reſpectu gravitationis habeat. Unum quidem conſtat plusquam probabiliter; Si motus diurnus ſit in aſtris; terram ſenſibiliter in centro orbium cœleſtium exiſtere; ſi verò motus diurnus ipſi terræ ſit inditus, nihil de illius loco ſtatui poterit. Quia autem vix ulla ratio naturalis, ita ſyderibus motum diurnum; terræ verò immobilitatem affingie, ne convincat; ideô ſi ſolas phyſicæ rationes ſpectemus; incertus eſt terminus gravitationis. Si verò ex locis ſcripturæ ſufficienter perſuaſi immobilem credamus terram; ſaltem terminus ad quem feruntur gravia à centro univerſi ſenſibiliter non diſcrepabit; comparativè ad magnitudinem cœli ſtelliferi.

DIGRESSIO II.

Phyſica.

Incertum eſt an gravia ex quâcumque diſtantiâ in terram decidant.

Scio communem hactenos Peripateticorum opinionem fuiſſe; gravia in quocumqoe loco poſita, naturali impetu, in centrum univerſi decidere; aſtra verò aut cœlorum ſubſtantiam, ideò deorſum non ferri, quòd gravitate careant, aut ſaltem eam habeant, elementarium corporum gravitate minorem. Hæc tamen ſententia opinionis firmitatem non tranſcendit, cùm nullum unquam grave extrâ unam aut alteram leucam potuerit à terra avelli, & in eam recidere. Ex quo nonnulli voluerunt in quibuſcumque corporibus immò, & in ipſis ſyderibus ſimilem proportionaliter gravitatem reperiri, vi cujus, ſi quid aut caloris vi, aut quâcumque alia ratione, à totali corpore fuerit avulſum, in illud rurſus deſertur: talem in ſingulis ſyderibus aut vim attractivam; aut nativam in illorum partibus ad componendum unum totum propenſionem agnoſcunt; imò & in multis particularibus cor-

poribus etiam ſublunatibus aliquid ſimile deprehendunt, qualia ſunt electrica, quorum partes, ſi vi caloris exſpirent, ſedato calore corpus totale repetunt, & ſecum quæcumque minura, & levia deferunt. Dico igitut nullâ ratione probari poſſe. lapidem molatem ab angelo, in cœlum lunæ delatum, deorsùm in terram vi gravitatis deferendum: neqne enim quotieſcumque alicui melius eſt eſſe in aliquo loco ſemper conceditur virtus talem locum repetendi. Quamvis enim, guttæ aquæ in terram decidenti meliùs ſit cum toto oceano conjungi, non tamen propreteâ in oceanum defertur, ſed in terram; neque debuit dari virtus ad impedienda ea mala, quæ vi agentium naturalium evenire non poſſunt, & quæ conſequenter phyſicè ſunt impoſſibilia.

Ex quibus ulreriùs contendo, ignorari, an motus gravium à virture attractiva, qualem in magneticis agnoſcimus profiſciſcatur, quod enim objicitur, ſi lapis in puteum demittatur, debere ad latera ut pote propiota detorqueri hoc nullius eſt momenti; cùm neque in magneticis id ſemper accidat, poſſitque facilè reſponderi, non eſſe ſolius proximitatis rationem habendam; ſed majoris molis. Cùm igitur ferè tota terra ad partes inferiores putei poſita ſit; ad latera verò ejuſdem putei ſuperficies tantum quædam extima, quæ vi attractivâ prædita nou ſit, quam in terra pura, & eius ut ita dicam nucleo ſitam eſſe jure quis aſſerar, mirum non eſt ſi lapis putei lateribus non adhæreat. Neque magis officit alia objectio, nempè quòd, ejuſdem corporis gravitas eadem ſentiatur, ſive dum multùm, ſive dum parum à terra abeſt facilis eſt enim reſponſio, nunquam, id experientiâ comprobatum, niſi in diſtantiis inſenſibilibus, quid enim altitudo montis, ad magnitudinem terræ. Deinde quâ methodo dignoſcere poterimus, an verbi gratia, moles plumbea unius libræ adhuc idem pondus habeat, dum abeſt à terra leuca integrâ: ponamus niſum habere tantum ſemilibræ, quâ ſtaterâ id expendemus, pondus enim in altera lance poſitum, tantundem de ſua gravitate deperdet. Igitur ponderibus id expendere non poſſumus. Reſtat ut idem pondus comparemus cum viribus animalium, an verbi gratiâ homo qui ducentas poterit in radice montis libras attollere, plures poſſit in cacumine; ſed quæro an aliquis id expertus ſit. Secundò examinandum eſſet, an propter majorem aëris raritatem eaſdem homo vires habeat; neque enim ita ſunt conſtantes hominis vires, ut jejunus eaſdem, & benè pranſus habeat. Ex quo vides quam infirmæ benè expendenti rationes videantur, quæ primâ fronte multum roboris obtinebant. Addo vim magneticam terræ ad diſtantiam unius leucæ non imminui ſenſibiliter, cùm tam facilè acum magneticam dirigat in ſummitate montis ac in ima valle: ergo idem dici poſſet de vi attractiva gravium. Ulteriùs provehenda eſt terræ, & magneticorum comparatio, quæ in uno, aut altero claudicare videtur. Dices enim magnes minora corpora faciliùs trahit, quam majora, contrà verò, majora ponderta vehementiùs ad terram feruntur, quam minora; unum tamen à te conſiderari velim, nempe à magnete, dum ferrum attrahit, gravitatem ferri ſuperandam eſſe; quæ cum major ſit in majori ferro, mirum non eſt ſi leviora faciliùs quam graviora attrahat. At in noſtro caſu virtus attractiva terræ, dum gravia attraheret, nihil contrarij expeteretur, atque adeò cum pluribus, ut ita dicam vinculis majus corpus vinciat, æquè benè illud ad ſe trahet, ac parvum.

Atque hæc ad ſolutionem objectionum ſufficiant, ſi tamen quid probabiliùs videatur exquiras. Primò ingenuè fateor omnem vim attractivam mihi difficiliorem eſſe, quacúmque aliâ virture, neque enim video quibus vinculis, inviſibilibus illis quidem & ſub nullum ſenſum cadentibus corpora, tam dura vinciantur. Adde quod idem corpus grave ſub majori extenſione, magis attrahendum eſſet, cùm ſub illo ſtatu pluribus vinculis traheretur. Addo gravium accelerationem, quæ tam facilè principio interno, difficillimè externo tribuitur: cur enim ſecundo tempore gravia triplum ſpatium conficiunt illius, quod primo tempore peragrarunt; non quia viciniora ſunt terræ, nam ſupponamus corpus grave, ex altiſſimâ turri deſcendens, dum pervenit ad turris medium ſingulis minutis ſecundis pedes viginti peragrare, ſi hoc ex terræ vicinitate procederet; deberet idem corpus ſi ex medio turris demitteretur, initio ſui motus eandem velocitatem obtinere quam haberet ſi jam motum eſſet ex altiori loco, cùm æquè vicinum ſit terræ: quod tamen experientiæ repugnat.

DIGRESSIO III.

Phyſica.

Incertum an terra per modum unius graviter.

Magnifica viſa eſt hactenus Archimedis jactantia, quâ ſe terram, loco dimoturum ſpondebat; dummodò extra illam punctum firmum, & immobile nanciſceretur. Quærendum tamen reſtat, an hoc difficultatem aliquam habeat, poteſt enim fieri ut partes ad invicem concurrant, & difficillimè ſeparari poſſint, quippe quæ huic ſeparationi quantùm poſſunt reſiſtant, totum verò indifferens ſit, ad quemlibet locum, cujus rei aliquod exemplum habes in magnete, ſi ab eius gravitate abſtrahamus. Fiat ergo cimba aliqua luculenti alicujus magnetis capax, quæ aquæ innatet, quia autem cimba eſt in æquilibrio cum aqua, facilè in omnem partem movebitur magnes, neque ulla ſentietur reſiſtentia à gravitate profecta; eaque tantum erit quâ aqua diviſioni reſiſtit. Ferrum magneti adhæreat, potiùs magnetem trahes, totaque ſequetur navicula, quam ferrum à magnete divellas. Cùm autem ſeparandum erit ferrum, unâ manu ſiſtendus erit magnes, alterâ verò trahendum ferrum: quoties igitur pondus à terrâ ſeparamus; cum ipſi terræ inſiſtamus quaſi pedibus, eam ſiſtimus ne ſequatur; & corpus elevare non poſſumus niſi inſtrumentis ipſis terræ annexis; neque aliter id fieri poteſt. Difficultas tamen moveri poſſet, circa multa agentia, à quibus gravia loco dimoventur; quæ tamen terræ nequaquam videntur inſiſtere. Et primò quidem aviculæ dum tolluntur in aëra, primò ſaltant pedibuſque terram percutiunt, deinde alis aërem contrà terram impellunt, ex quo ſibi impetum imprimunt, in quibus omnibus, ſemper ſequitur quod ut ita dicam fiat vis contra terram ut poſſit hæc fieri ſeparatio; idem dico quotieſcumque aves volando aliquid abripiunt, cùm enim volatu aëri incumbant, & aër terræ, adhuc ſequitur illas terræ inſiſtere.

Major eſſet difficultas de ventis, ſæpè gravia à terra ſeparantibus, ſed cum ventus nihil ſit niſi

aëris

aëris motus: perpendendum eſt quomodo is motus imprimatur. Credibile eſt ut plurimum rarefactione corporis alicujus cieri aërem, & moveri, quod corpus cum terræ incumbat, ex unâ parte terram ſiſtit, ex aliâ verò corpus aliquod peculiari modò à terra ſeparat, & loco dimovet: Quare nulla ut puto afferri poſſunt exempla, quibus evinci poſſit aliquam fieri gravium, à terra ſeparationem, quin terra ab eodem agente ſuo modo ſiſtatur. Unde neſcitur, an terra ad omnem omnino locum ſit indifferens, licèt partes eius quælibet, determinatæ ſint, ad componendum unum totum cum aliis.

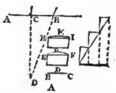
In hac autem opinione quælibet terræ pars ſeparatim gravitabit, quæ gravitatio, quidam partium confluxus erit, terra tamen non propterea per modum unius gravitabit. Quid in hâc materiâ ſtatuendum ſit penitus ignoro, cùm enim utroque modo Deus terrarum orbem conſtituere potuerit, ſolamque partium gravitationem hactenus experti ſimus, nihil eſt in hac materia quod ex principiis præciſè phyſicis teneamus. Quamvis autem conſentaniùs ſit ſcripturæ, terram immobilem credere, divinare tamen non poſſumus an hæc immobilitas ex principiis intrinſecis oriatur, an verò licèt ſit ad omnem locum indifferens, ideò immobilitatem obtineat, quod nullum ſit agens, extra terram poſitum, & illi non innitens, quod vel tantillulum impetus in ea producere poſſit.

DIGRESSIO IV.

Gravia motu ſuo, ad centrum terræ rectis lineis feruntur.

Hæc ſuppoſitio nullâ meliori ratione confirmari poteſt, quàm experientia, ſi enim detur immenſa aliqua planities, ſeu tractus aliquis terræ nullis montibus exaſperatus, gravia ſecundum lineam perpendicularem ad eam terræ ſuperficiem deſcendent, omnis autem linea perpendicularis, ad globi ſuperficiem, aut ad planum ſuperficiem tangens per centrum tranſit; ut ex Theodoſio (*propoſ.* 2.) ſupponitur. Fatebor tamen ſubortam aliquam ſuper hâc re dubitationem, an in hâc propoſitione, ejuſque probatione aliquid lateret paralogiſmi. Neque enim ad omnem omninò terræ ſuperficiem, linea deſcenſus gravium perpendicularis eſt, ſed ad eam tantum quæ ad libellam exigitur: quidquid autem ad libellam exigitur, perpendiculo examinatur; ex quo ſequitur nos declive, & inclinatum vocare, illud planum, ad quod linea gravium perpendicularis non eſt, horizontale verò, & non inclinatum illud, ad quod talis linea recta eſt. Quòd ſi gravia ad aliud punctum quam ad centrum terræ deferrentur, ea terræ ſuperficies diceretur à nobis inclinata, quæ æquabiliter circa ſuum centrum fuſa eſſet, ſeu cujus omnes partes æqualiter à ſuo centro diſtarent, ea verò diceretur non inclinata, ſed horizontalis, quæ revera inclinata eſſet. Unde ex eo capite niſi benè intelligatur propoſitionis hujus ratio, in paralogiſmum incidimus. Dicendum igitur terram rotundam eſſe, ut ex eius umbra apparet, montes autem talem rotunditatem non impedire, eò quòd pauciſſimi ſint, ſi cum toto terræ ambitu comparentur. Cùm igitur ingentes maris tractus, æquabiliter circà centrum gravium fundantur, ut in liquidis accidere neceſſe eſt; item immenſæ planities, ita ſint extenſæ, ut à libellà non aberrent, conſtituendum eſt ferè totam terræ ſuperficiem circa centrum gravium fuſam eſſe; atque adcò idem eſſe ſenſibiliter centrum magnitudinis terræ, & centrum gravium, ſeu punctum illud quod habet vicem termini ad quem, reſpectu deſcenſus gravium.

COROLLARIUM I.



Ex hoc theoremate multa ſequuntur vulgaria illa quidem & trita: ſcitu tamen digna: nempè nullum pavimentum ad libellam exactum planum eſſe: voco autem ad libellam exactum, quod tale eſt, ut omnibus eius partibus libella exactè quadret. Si enim pavimentum A B planum eſſet, & C D linea perpendiculi ad illud recta eſſet, & angulus D C B rectus. Si applicaretur libella in puncto B, linea perpendiculi B D, ad illud recta eſſe non poſſet; nam duæ lineæ ad idem planum rectæ, parallelæ ſunt; (*per* 13. 11.) lineæ autem perpendiculi, cum idem centrum gravium reſpiciant parallelæ eſſe non poſſunt, Ergo ſi duæ aut plures lineæ perpendiculi, ad eandem ſuperficiem ſint rectæ, ea ſuperficies plana non erit, ſed orbicularis & Sphærica.

COROLLARIUM II.

Duo parietes ad perpendiculum erecti, paralleli non ſunt, quia cum ſint ad perpendiculum erecti, producti, per idem centrum gravium tranſirent; ſed plana per idem punctum tranſeuntia parallela eſſe non poſſunt: igitur neque duo parietes. Quod ſemper intelligendum eſt mathematicè, non phyſicè.

Neque enim in tam modica altitudine, poteſt aliquid animadverti diſcriminis. Item ſequitur eundem murum cujus ambæ ſuperficies ſint ad perpendiculum erectæ, craſſiorem eſſe in faſtigio quam in pede.

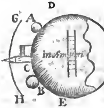
COROLLARIUM III.

Sequitur item in ſuperficie inclinata, licèt majori, quam ſit horizontalis illi ſubjecta, majora non poſſe excitari ædificia. Cùm enim ædificia omnia ad perpendiculum excitentur, omneſque contignationes horizontales ſint, nulla habetur ratio inclinatæ ſuperficiei, ut ex ſolo figuræ intuitu ſatis conſtat.

Illud tamen commodi in iis ædibus invenitur, quòd non ſibi officiant luminibus, pariter ſequitur quod ſi homines eſſent, ejuſdem omnino craſſitiei, ad modum cylindrorum: plures in amphitheatro collocari non poſſent, quam in

ſubjecto plano, quia tamen homines non ſunt ita compoſiti, inde fit ut in amphitheatro plures ſtatuantur, eò quòd aliquorum humeri ſupra aliorum capita emineant. Idem dico de arboribus quæ propter eandem rationem plures in declivi ſuperficie, quam in ſubjecta planitie ferentur, eò quòd aliquarum confertiores rami, aliarum cacumina tranſcendant.

COROLLARIUM IV.



Infimus mundi locus eſt centrum terræ, idcóque à tali centro recedere, eſt aſcendere; deſcendere verò, eſt ad illud accedere. Hoc corollarium licet vulgare, eſt maximi momenti, formandeque eſt Tyronum imaginatio, qui quia ea tantum concipiunt quæ ſenſibus uſurparunt, facilè ſibi perſuadent, quæ deſcendunt, ſi eandem quam ſemel inierunt, viam teneant, & ulteriùs ferantur, ſemper deſcenſura. Unde neque ſibi in animum inducere poſſunt terram Sphæricam eſſe; aut dari antipodas obverſis pedibus conſiſtentes. Ut autem paulatim eorum imaginatio aſſueſcat, primò conſtituendum eſt, tanquam primum principium, terræ centrum eſſe infimum locum: eum verò ſuperiorem, qui à centro terræ magis recedit. Ideoque ſi perforatâ terrâ lapis demitteretur, in medio ſiſteret; ſi enim poſtquam centrum attigiſſet, ulteriùs ferretur, neceſſariò aſcenderet; quia recedere à centro terræ, eſt aſcendere, ex quâcumque tandem id parte fiat.

Item variæ quæſtiones ipſis proponendæ ſunt, qualis eſt hæc; ſcalam ita collocari poſſe, ut recta ſit, & utraque extremitas in altum feratur; ſeu in quâ qui ambulat uſque in medium deſcendat; ſi verò ulterius feratur, aſcendat.

Item ita collocari poſſe hominem ut pedes, & caput in altum attollat, & tamen incurvatus non ſit, ſi nempè eius venter centro terræ reſpondeat.

Item globum, in puncto A ſuperficiei terræ poſitum, ſi feratur in C, non deſcenſurum, quia hoc motu non accederet ad centrum terræ; ſed circa illud æquali ſemper intervallo diſtaret: ſi verò ſit in puncto B, non caſurum in punctum D, quia ferri à puncto B ad D, eſt aſcendere, ſeu recedere à centro terræ.

Homines neceſſariò pedes ſibi invicem contrapoſitos habere, nempe omnes ad idem punctum inter ipſos collocatum tendentes; & hoc in quocumque ſuperficiei terræ puncto ſtatuantur.

Quæ omnia neceſſariò ita ſe habere probandum eſt, & inquirendum à Tyronibus, quomodo aliter rem conſtituerent. Si enim nullus eſſet determinatus locus ad quem gravia tenderent; ſed ulteriùs ſemper deſcenſus propagari poſſet; vel terram habere infinitam craſſitiem, neceſſe eſſet, vel totam extra proprium locum ſuſtentari. Deinde quæ figura illi tribueretur; ſi plana, dum quis ad extremos terræ limites perveniſſet, periculum eſſet ne in immenſam illam voraginem rueret; adde quod ſi planis ſuperficiebus conſtaret, unica tantum ſuperficies foret habitabilis, reliquæ inutiles eſſent. Quare ut tota terræ ſuperficies incoli poſſet, debuit æquabiliter fuſa eſſe circa centrum gravium. Alia multa dicenda ſunt immò & in figuris oſtendenda, ut ſenſim eorum imaginatio aſſueſcat, qualia ſunt hæc; dum ambulamus majus iter capite, quam pedibus conficimus.

Item vaſa quò plus removentur à centro terræ, eò minùs fieri capacia, nam omnia liquida ſuapte naturâ circa centrum gravium æquabiliter in orbem ſe conformant: cum ſint valdè mobilia, & per plana vel tantillulum inclinata decurrant, inferiorem ſemper locum petunt, atque adeò ſecundùm lineam rectam, aut ſuperficiem planam extendi non poſſunt. Sit enim in figura penultima centrum terræ A, aquæ ſuperficies plana ſit BC; neceſſariò aqua conſiſtens in punctis B aut C, confluet in punctum D, nempè locum inferiorem, ſeu proximiorem centro terræ A. Ex quo ſequitur quòd ſi ſit vas aquæ EF, ſuperficies aquæ tumorem habeat, qualem obtinet circulus ex centro A, per puncta E, & F deſcriptus, circulus autem major ſub æquali chorda minorem tumorem obtinet quàm minor; igitur idem vas vicinius centro terræ, plùs liquoris continet; quòd tamen eſt inſenſibile in ea diſtantia in qua à centro terræ verſamur; quodcumque enim vas ſumatur, eius ſuperficies à plana ſenſibiliter non aberrat.

Hæc innuere volui, non quòd ab omnibus ferè non teneantur, ſed ne aliquid eorum præteream, quæ tyronibus negotium faceſſere poſſunt, iſta tamen melius attingam in Geographia.

DIGRESSIO V.

Phyſica.

An Detur Levitas, & gravitas; an vero ſola gravitas ſufficiat.

Suppono duplicem cogitari poſſe gravitatem, aut levitatem, primam abſolutam, quâ corpus ſine alterius corporis præſidio deorſum feratur; levitatem verò, eam potentiam quâ corpus aliquod ſine alterius ſurſum impellentis adminiculo aſcendat. Aliam verò gravitatem, aut levitatem reſpectivam, quâ nempè corpus aliquod intra aliud poſitum deorsùm feratur, aut ſursùm, eò quòd ab alio detrudatur, & impellatur. Ita lignum grave licèt in aquâ poſitum ſurſum aſcendit: de hac gravitate, & levitate reſpectivá non eſt hic quæſtio ſed tantum de abſoluta.

Suppono primò, Idem corpus, immutatum quoad gravitatem abſolutam; modò majorem, modò minorem habere gravitatem reſpectivam; quòd multiplici experientia oſtendo. Sit globus plumbeus pendens duas libras, illud in aqua deſcendet, atque adeò gravius erit aquâ. Eadem globi materia formetur in cimbam, & ſervet eandem gravitatem abſolutam, quam bilance licebit expendere; innatabit aquæ: multò meliùs ſi in globum intus vacuum effingatur,

non

non deſcendet in aquâ ; quia tunc cum majorem molem occupet, deſcendendo majorem aquæ copiam & graviorem duabus libris attollere deberet ; quod tamen non poteſt. Atque adeò corpus immutatum, quoad gravitatem abſolutam, majorem aut minorem habere poteſt gravitatem reſpectivam. Idem dico de corpore condenſato, & rarefacto, verbi gratiâ, ſit lignum, metallum, aut quodcumquê aliud corpus quod percuſſionibus condenſari poſſit ; licèt maneat idem pondus abſolutum, reſpectivè tamen, aut minùs aut magis in aquâ deſcendet.

Dico primo. Corpus quod gravius eſt aquâ, fieri poteſt illâ levius, etiamſi eandem habeat gravitatem abſolutam, ac anteà.

Probatur. Corpus quod pendebat duas libras, & adhuc totidem pendit, eandem habet gravitatem, ac antea ; ſed illud idem corpus, & pendens adhuc duas libras ; ſi figuram mutet aut extenſionem, fit levius, aut minus grave, quàm aqua ; ergo corpus grave eandem conſervando gravitatem abſolutam ; fieri poteſt levius aquà.

Dico ſecundo, Probabiliſſimum eſſe corpus, quod ſemel grave eſt, etiamſi alio levius appareat, eandem ſemper habere gravitatem abſolutam, præcipuè ſi ſit ſubſtantialiter idem. Probatur. quia ex ſola mutatione figuræ, aut extenſionis mutat gravitatem tantùm reſpectivam, ſeclusâ per intellectum quacumque aliâ formâ. Nam corpus pendens duas libras, non poteſt attollere pluſquam duas libras aquæ, ſed ex ſolâ mutatione extenſionis aut etiam figuræ, poteſt fieri majus duabus libris aquæ aut illis minus : & conſequenter ut deſcendat in aquâ, attollendæ erunt plus quàm duæ libræ, aut minùs quàm duæ libræ : igitur eadem manet gravitas abſoluta licèt diverſa ſit levitas reſpectiva, propter diverſam magnitudinem. Ex eo concludo ex mutatione extenſionis non mutari abſolutum gravitatem ; quia corpus quod percuſſionibus condenſatur, totidem ponderat libras, ac anteà ; ſed pendere totidem libras, eſt habere eamdem gravitatem abſolutam : ergo per condenſationem non fit abſolutè gravius, ſed tantum reſpectivè.

Quòd ſi in exemplo propoſito id accidat plus quam probabiliſſimum eſt, dum ex aqua fit vapor, qui ſubſtantialiter remanet aqua, eandem manere aquæ gravitatem abſolutam licet fiat levior aëre. Si enim quod aqua gravius eſt, fiet eâ levius, etiamſi eandem gravitatem abſolutam, & idem pondus retineat, quidni poterit eandem gravitatem retinendo fieri aëre levius. Licèt enim quia verſamur in aëre, non poſſimus vaporis gravitatem abſolutam expendere, hoc non impedit quominus eandem retineat : ſicut licèt ſi in aqua tantum verſaremur ut piſces, dum corpus fit levius aquâ non poſſemus expendere an eandem retineat gravitatem abſolutam, non deſinit tamen illam habere.

Quod ſi ſemel admittatur in vapore gravitatem ineſſe eandem quæ priùs erat, non video cur aëri gravitas denegari poſſit : ſi enim quod levius eſt aëre, grave eſt, multò magis ipſe aër gravior erit.

Dico ſecundo. Aër gravis eſt.

Prob. Niſi aër gravis ſit, levis erit ; ſed non eſt levis, ergo gravis. Probatur mi. Si aër levis eſſet, aër condenſatus levior eſſet ; ſed aër condenſatus ſit gravior, aut minus levis : ergo aër levis non eſt. Probatur major, tunc eſt major levitas, cum ſub eadem dimenſione ſunt plures partes leves ; ſed ſi aër ſit levis dum condenſatur, ſub iiſdem dimenſionibus plures erunt partes leves ; igitur levior. Nam ſi aër ſit levis, plures partes aëris aſcendendo, pauciores alterius aëris partes deorsùm impellent. Ergo faciliùs aſcendent, quàm ſi plures eſſent deorsùm trudenda ; ſed dum aër condenſatur, & aſcendit, pauciores partes alterius aëris deorsùm impellit, deorsùm enim impellit alium aërem ſibi mole æqualem, qui cum ſit rarior ſupponitur pauciores habere partes.

Quod totum confirmari poteſt comparatione gravitatis. Ideo gravia denſiora, meliùs deſcendunt, quia ſub iiſdem dimenſionibus plures habent partes graves ; ergo levia denſiora faciliùs aſcendent. Scio nonnullos ut hanc raciocinationem infirment, recurrere ad plurimos halitus terreſtres, aut aqueos, qui in noſtro aëre verſantur, qui condenſati aliquid gravitatis addant : ſed ſemper ſequitur aërem noſtrum qualem hic habemus non eſſe levem ; ſive hoc proveniat ex halitibus permixtis, ſive aliunde parum intereſt, & hoc modò præcluditur effugium.



Probatur ſecundò. Illud quod corpus grave extrudit ſurſum, etiam grave eſſe neceſſe eſt, ſed aër talis eſt : ergo eſt gravis. Mai. probatur. Ideò dicimus aquam gravem eſſe, quia videmus, ſi corpus aliquod aquæ immergatur, illud extrudi ſursùm ab aqua; ſed pariter oſtendam pluribus experimentis quæ hic tantum delibo, meliùs infra eadem explicaturus cum de natantibus in humido, & liquorum æquilibrio, aërem corpus aliquod grave ſurſum extrudere.

Sint duo calami vitrei, quorum AB ſuperet 33 pedes, CD verò tres pedes, impleatur AB aquâ, & ſic impletus ità invertatur intra vas A plenum aqua ut os A pateat : occluſo diligenter orificio B, deſcendet aqua uſque E, ità ut longitudo AE ſit triginta trium pedum circiter. Si verò idem experimentum fiat in alio calamo, & pro aqua ſubſtituatur mercurius, deſcendet mercurius uſque ad F, ità ut CF ſit duorum pedum ferè cum duobus digitis, & quod mirum eſt aqua AE præcisè tantum ponderat quantum mercurius CF.

Unde quæro quid impediat quominus aqua AE deſcendat ulteriùs ? Sciò metum vacui mihi ſubitò objectum iri. Sed quæro primò quis metuat ? deinde non quæro cauſa finalem hujus effectus : ſed cauſam efficientem, qui ergo benè raciocinatus fuerit, dicet eandem eſſe cauſam ſuſtinentem mercurium CF, & aquam AE, & æquè potentem, cum mercurius CF ;

& aqua A E, ſint æqualis ponderis; nullam autem aliam cauſam invenire poſſumus niſi aërem, qui cum ſit idem circa utrumque tubum, non mirum eſt ſi tantundem aquæ, in gravitate, quantum mercurii ſuſtineat. Ex quo ſequitur cylindrum aëris, protenſum ad eam altitudinem ad quam aër in terram gravitat, & ejuſdem craſſitiei, ſeu diametri cum calamo, in quo aqua, aut mercurius continentur, ejuſdem eſſe gravitatis cum duobus pedibus mercurii & cum triginta tribus pedibus aquæ. Hanc rationem qui benè perpenderit, facilè inducetur, ut credat aërem gravem eſſe: nam, aliam rationem hujus ſuſtentationis mercurij ad duos pedes, aut aquæ ad triginta tres non inveniet. Si enim quis dicat gravitatem mercurij talem eſſe, ut cum deorsùm ferat quantum fieri poteſt modò non detur vacuum, ideoque excerni ex mercurio halitus omnes qui educi poſſunt, & qui replent ſuperiorem tubi partem, dum verò ampliùs excerni non poſſunt hujuſmodi halitus, ob metum vacui ſuſtentari mercurium. Priorò oſtendo recurrendum ad aliquid aliud: nam proportio ſuſtentationis ſecundùm eam rationem, ſequi deberet proportionem halituum in corpore exiſtentium, ſed non ſequitur proportionem halituum, ſed potiùs gravitatem præcisè; ita ut quia mercurius decies ſexies denſior eſt aqua, ad decies ſexies circiter minorem altitudinem ſuſtenetur.

Prob. 2. Sit arundo vitrea præcisè duorum pedum cum duobus digitis, mercurius omninò non deſcendet; quæro autem quare non excernantur halitus ex duobus pedibus mercurij. Deinde iſti halitus qui excerni poſſent ultra certam menſuram educi poſſent, verbi gratia pluſquam tertiam partem, ſed ſi tubus ſit 4 pedum excernentur ad mediam partem, ſi 6 pedum ad duas tertias, & in quacumque altitudine ſit tubus plenus mercurio, mercurius ſibi relictus, deſcendet ſemper non ſecundum proportionem, ſed ſuſtentabuntur præcisè duo pedes mercurii. Item inclinato tubo mercurius eandem altitudinem obtinebit, quæ omnia indicant dari corpus extrinſecum, gravitate ſuâ mercurium ſuſtentans, ad eandem ſemper altitudinem.

Addunt nonnulli aliam experientiam quam mihi adhuc ſumere non licuit, nempe quod ſi experimentum mercurii aut aquæ quale ſupra deſcripſimus fiat in ima valle, & in montis vertice, ad majorem altitudinem ſuſtentabitur mercurius in ima valle, quam in montis cacumine, eò quod in ima valle, major aëris copia incumbat, in cacumine verò montis minor ſit.

Scio nonnullos recurrere ad aëris temperamentum, nempè quod ſit defæcatior aër, aut frigidior in locis elevatioribus: ſed hæc ſolutio non eſt ſolida. Nam in diverſis anni temporibus, frigidis aut, calidioribus, ſiccis aut humidioribus ſi in eodem loco fiat experimentum propoſitum, ad eandem ſemper altitudinem, mercurius ſuſtentabitur. Fateor quidem facto experimento, & mercurio ſemel ſuam altitudinem debitam obtinente, ſi tubi pars ſuperior in qua ſolus halitus continetur calefiat, aut frigefiat, mercurium deſcenſurum aut aſcenſurum, nego tamen ſi in duobus locis inæqualiter temperatis fiat experientia, diverſitatem aliquam notatum iri.

Adderem alias rationes ut eandem aſſertionem ſtabilirem quâ unicam tantum potentiam motricem elementorum omnium adſtruo, & quam potiùs ad centrum tendere, quam à centro surſum impellere affirmo. Eò quòd centrum ſit unicum punctum, & determinatum, circumferentia infinitis conſtet punctis, ſatiùs autem eſt, ut quod determinatum eſt, habeat rationem termini, ad quem, quam quod eſt indeterminatum; ſi enim corpus leve, ſtatueretur in centro gravium quæro ad quam circumferentiæ partem ſe conferret? hæc autem ambiguitas & indeterminatio tollitur omninò ſi omnia ad centrum unicum confluant.

Addo convenientias nonnullas. Ideo Elementis vis motrix indita eſt, ut unum totale corpus componant; ſed ſi detur levitas ſimul cum gravitate, periculum erit ne inter elementa levia, & gravia aliquid vacui intercedat. Cùm enim calore elementa rareſiant, frigore condenſentur; fieri poterit aliquando ut occupent minus ſpatium, nec repleant totum illud quod ipſis connaturaliter aſſignatum eſt; in tali autem caſu ſi levia ſurſum, gravia deorſum ferantur; inter globum terraqueum, & aërem admitti poterit vacuitas; igitur ut inter ſe connectantur elementa, debuit unica admitti potentia motrix ad centrum terræ determinata.

Secundò unica tantum gravitas, cum materia, aut ſaltem cum quantitate identificata admittenda erit; nec opus levitate & gravitate diſtinctâ, multò minùs neceſſarium erit, ex mutatione temperamenti, aut extenſionis, mutationem aliquam in gravitate abſolutâ admittere, & quærere, cauſam gravitatis productivam quæ difficillimè invenitur. Sola mutatio erit in gravitate reſpectiva, quæ coaleſcit ex gravitate abſolutâ immutabili, & eius extenſione, aut figurâ. Quod ut meliùs intelligatur appono comparationem ſatis facilem. Sit in una lance corpus grave pendens duas libras. In altera verò corpus pendens unam tantum libram. Primum gravius erit ſecundo, illudque ſuperabit & attollet: pro corpore unius libræ ſubſtituatur corpus pendens tres libras. Jam corpus duarum librarum fiet illo levius, nec illud ſuperare poterit, eò quòd non poſſit elevare tres libras. Idem fit virtualiter ex mutatione extenſionis. Corpus quod liberè in aëre, aqua, aut quocumque medio deſcendit, per deſcenſum elevat aliud corpus ſibi mole æquale. Dum enim deorſum fertur, extrudit corpus, ejuſque locum occupat; extruſum verò deſcendentis locum ſubit. Corpus ergo pendens unam libram, poterit tantam extenſionem acquirere, ut ſit æquale quoad molem, alteri corpori duarum trium aut quatuor librarum. In quo caſu pugnat cum tali corpore, & comparatur cum illo; ſicut ergo in bilance dum corpus unius libræ componitur cum alio unius item libræ, fit æquilibrium, dum verò comparatur cum duabus libris ſuperatur, & vincitur, licèt immutatam ſervet gravitatem ſuam; ita corpus grave eandem ſervans gravitatem, ex ſola mutatione extenſionis, aſcendet in eodem medio, eò quòd comparetur cum majore, aut minore corpore.

Ex hoc deduco per modum corollarij, dum ex aquâ fit vapor, ſeu ita aqua attenuatur ut ſit levior aëre, eam attenuationem non eſſe ſolam partium diſtractionem, & in minutiſſimas partes diviſionem. Nam per hanc diviſionem ſingulæ

partes

Partes non mutant gravitatem reſpectivam: ſed minutiſſima pars aquæ comparatur cum aëris minutiſſima parte ipſi æquali quoad molem; quare ſi ante hanc diviſionem plures erant partes materiæ, & quantitatis, & conſequenter gravitatis in aquâ, quàm in aëre, ipſi æquali quoad molem: etiam minutiſſima pars aquæ plures continebit partes materiæ & quantitatis, quam pars aëris ſibi in mole æqualis. Admittenda igitur eſt vel extenſio propriè dicta vel connexio partium aquæ, cum alio corpore multùm rariori quam ſit aër, ita ut aggregatum ex duobus, ex paucioribus partibus materiæ coaleſcat; quam moles æqualis aëris.

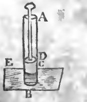
Quæ omnia intelligenda ſunt de aſcenſo minutiſſimarum aquæ partium, non verò de deſcenſu. Nam ſcobes etiam aurea tardè admodum in aquâ deſcendit, eò quòd magnam habeat ſuperficiem, & majorem proportionaliter quam globus major ejuſdem materiæ. Soliditas enim corporum ſimilium creſcit in duplicatâ ratione ſuperficierum: ſed de hoc, ultimo principio dicam inferiùs ſuo loco, cum de deſcenſu, & acceleratione gravium.

DIGRESSIO VI.

Phyſica.

Quæcumque metu vacui accidere dicuntur, ſolam gravitatem, ut cauſam agnoſcunt.

Mira ſunt quæ metu vacui accidere dicuntur; ita ut à nonnullis corpora quæcumque graviſſima licèt, de ſuo jure decedant, dum agitur de bono publico, neglectàque ad locum inferiorem propenſione, motum etiam levium affectent, ut naturæ laboranti ſuccurrant. Quæ quidem omnia oratorias rationes continent & morales, phyſicas verò non item. Non potui enim unquam in animum inducere, quis elementa moneret, eſſe periculum, ne vacuum introducatur in naturâ; ut contra impetum naturalem, alium ſibi non connaturalem, immò & contrarium producant: non vidi unquam ut propter bonum univerſi, frigus ab igne producatur, aut calor à glacie, & aquâ. Exigentia enim boni univerſalis nullam affert agentibus vim activam, ſi ex ſua natura tali virtute careant. Quod à pari ſatis demonſtro, licèt enim bonum univerſi exigat aſtra moveri; nolunt tamen ab aſtris talem motum procedere, eò quòd tanta regularitas potentiam rationalem ſapiat. Cum ergo motus ſurſum in elementis non contineatur, non video quomodo metus vacui talem ipſis virtutem conferat.



Hanc rationem breviter perſtringo, eò quòd talis explicandi modus jam ſit exoletus, cum infinitis repugnet experientiis: unicum aut alterum facillimum propono. Sit anthlia aut tubus AB cujus pars BC aquæ immergatur; ſit Embolus DC, qui educatur, erit periculum ne inter aquam, & Embolum fiat vacuum, aqua aſcendit: oſtendo talem motum non produci ab aqua. Si enim aquâ, ſuapte naturâ aſcenderet, qui trahit Embolum non ſentiret pondus aquæ ſed hoc eſt contra experientiam; ergo aſcenſus aquæ ab ipſa aquâ non producitur. Si enim nihil confero ad talem motum niſi impedire prohibens, aut ponere conditionem, nempè periculum vacui, non video quod tale periculum ſit ponderoſum, niſi ipſe traham aquam, aut aliud pondus ipſi æquale. Idem dicendum, dum lamina connectitur cum marmore, ſi enim marmor ne detur vacuum ſuâ ſponte, laminam ſequitur; cur ſentitur tam laminæ, quam marmoris pondus. Dum elevo ſimpliciter corpus grave, ideo dicitur ille motus fieri à me, quia producendus eſt impetus ſuperans gravitatem illius corporis, quæ omnia cum in propoſitis caſibus accidant dicendum etiam eſt, talem motum non à corpore gravi; ſed à trahente produci.

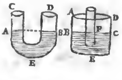
Unde communiter deſeritur ab omnibus talis modus explicandi: aſtruiturque inter omnia corpora, quæ anteà contigua tantùm erant quotieſcumque eſt periculum vacui certa unio; quæ ſententia ſuas etiam difficultates patitur. Nam ſi admittatur unio formalis, & modus à corporibus diſtinctus, quæram à quo producatur, an à Deo ſolo, an à corporibus ipſis, priùs contiguis? Si à Deo ad exigentiam corporum; verè iſtud eſt, nimis citò recurrere ad cauſam primam, quæ non videtur ſatis providiſſe bono univerſi, nullam aſſignando cauſam ſecundam effectui ita communi, & ordinario. Si verò dicatur hæc unio ab ipſis corporibus produci, non videtur à quo determinentur ad talem productionem, ita ut conditione metûs vacui poſitâ, producant hanc unionem. Iſtæ enim conditiones quæ non ſunt applicationes agentium ex verâ & ſincerâ philoſophia procul ablegandæ ſunt. Eo etenim nomine communiter rejicitur opinio aſſerens relationem prædicamentalem eſſe modum; quòd non ſatis intelligi poſſit quomodo dealbato apud Sinas pariete, paries in Europa exiſtens, in ſe ſimilitudinis modum producat. Dicant alij dari virtualem aliquam unionem inter omnia corpora: ſed hæc in materia phyſica nimis abſtruſa ſunt, ſapiuntque metaphyſicam præciſionem, quare.

Dico omnes effectus qui communiter per metum vacui explicantur, ad gravitatem corporum reduci poſſe; referam nonnullos, ex quibus cæterorum exemplum deſumetur.

Sit ergo primum experimentum, ultimò propoſitum de Anthlia in qua dum trahitur Embolus, aqua aſcendit, quæritur à quo ſurſum impellatur. Reſp. Impelli ab aëre incumbente reliquis partibus aquæ. Quod ut explicem Aſſumo tanquam ſufficienter probatum, aërem gravem eſſe; ſuppono item dum duo gravia proponuntur inæqualis ut vocant gravitatis ſpecificæ, fieri poſſe, ut quod minus grave eſt, attollat magis grave: ſi nempè quod minus grave eſt in ſpecie, compenſet in ſua mole, id quod ipſi deerat in ſua ſpecifica gravitate. Ita videmus parum auri elevari & ſuperari, ab ingenti plumarum copia; cùm enim ut ſuprà explicui, ideo aurum dicatur majoris gravitatis ſpecificæ, quam plumæ, quia ſub æqualibus dimen-

ſionibus

ſionibos plures continet partes , & proptereà æquali plumarum mole, eam vincit, & ſuperat; ſi tamen aliæ atque aliæ partes earundem plumarum addantur, fieri tandem poterit, ut ſuperetur aurum, modò comparatio , ita inſtituatur, ut dum exigua auri moles aſcendit, maxima plumarum copia deſcendat, ſicut evenit dum in una ance aurum, in alia maxima plumarum moles mponitur.



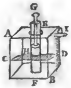
Suppono ſecundò quotieſcumque grave quodcumque ſive liquidum, ſive ſolidum aëri libero exponitur, ideò tale grave non extrudi ſursùm ab aëre, quia licèt ex una parte ſufficiens aëris copia illi incumbat,ad illum ſursùm evehendum;ex aliâ parte tantundem aëris reſiſtentis huic motui invenitur. Sint enim tubi communicantes AB , in quibus ſit aqua uſque ad lineam AB, licèt aquæ A incumbat totus cylindrus aëris , qui gravior eſt aquâ , non poteſt tamen aquam A , ad aſcenſum compellere , quin aqua B aſcendat, & conſequenter cylindrus aëris incumbens aquæ B, pariter aſcendat. Licèt ergo cylindrus aëris incumbens aquæ A illâ ſit gravior , non eſt tamen gravior aggregato ex aquâ & cylindro aëris incumbente aquæ B.Quod adhuc ut meliùs intelligatur. ſupponatur liquor AEB eſſe in ſpecie gravior aquâ , ut verbi gratiâ mercurius , ſi in partibus AC , BD infundatur aqua. Etiamſi aqua AC tanta eſſet , ut gravitate , ſuperaret gravitatem mercurij AEB , non tamen impelleret mercurium; quia aqua BD reſiſtit. Si verò auferatur aqua BD , ſolaque AC remaneat : impellet mercurium AEB cogetque ad aſcenſum,pro ratione quantitatis aquæ. Licèt autem non eſſet tubus incurvus, ſed vas aliquod ABCD , in quo mercurius BEC; ſi infundatur aqua in vaſe ABCD , aſcendet mercurius in ſyphone FG : quibus poſitis oſtendo aſcenſum aquæ , in anthliâ ſuperiùs deſcripta, benè referri poſſe ad aëris gravitatem.

Dum embolus tangit aquam immediatè , mediante embolo , aër gravitat in aquam CB , intrà tubum contentam , dum verò elevatur embolus, elevatur & aër , impediturque ejus gravitatio in aquam tubo contentam ; intereà verò aër aquæ extrinſecæ incumbit : ergo ſi major ſit gravitas abſoluta totius cylindri incumbentis , quam gravitas aquæ debebit aqua in tubo aſcendere ; donec ſit in æquilibrio cum aëre: aſcendit autem ad trigeſimum tertium pedem , & non ampliùs quia triginta tres pedes aëris, æquales ſunt in gravitate aëri in terras gravitanti. Quod ſi loco aquæ ſubſtituatur mercurius aſcendet mercurius ad duos pedes cum duobus digitis : duo autem pedes mercurij cum duobus digitis , æquilibres ſunt triginta tribus aquæ , & conſequenter aëri.

Neque facere debet difficultatem , quod cylindrus aëris incumbens toti aquæ , major ſit cylindro anthliæ , oſtendemus enim cum de natantibus in humido , hoc nihil facere ad difficultatem, & aquam contentam in cylindro majori,eſſe in æquilibrio , cum aqua in minori tubo contenta, eò quòd aqua minoris tubi ſit in majori motu, aqua majoris , in minori reciprocè.

Eâdem methodo facilè ſolventur quam plurimæ aliæ experientiæ , in quibus, attrahere videmur corpora liquida aut aërem ; non concipio autem hujuſmodi attractiones , niſi admittatur aliqua inter corpora unio , quam cum ſuprà rejecerim , ut nimis metaphyſicam in materiâ phyſicâ,& ſenſibili,ad aliud principium recurrendum eſt , nempè ad aëris gravitantis impulſum. Dum enim calamo aquam exſugimus, calamum ori admovemus ſitque continuus cum pulmonibus, expandimus pulmones , & aërem externum removemus qui pulmones comprimebat , tunc aër externus gravitate ſua aquam impellit , & cogit aſcendere in pulmones aut ſtomachum. Idem proportionaliter dicendum de follibus qui dum aperiuntur aërem externum attollunt , tunc unus aër alium vi gravitatis impellit in follium cavitatem.

Hic modus explicandi motus omnes qui metu vacui fieri dicuntur , jam dudum mihi propoſitus fuerat , à quo cum alienus eſſem , utpote quem nondum intellexeram, varias excogitavi difficultates , quarum cum ſolutiones quærerem , denique manus dedi remque ita ſe habere in animum induxi.



Prima difficultas quæ occurrit fuit hæc, nempè ſi impediretur aëris gravitatio in aquam B E figuræ antepenultimæ , non tamen deſineret aqua aſcendere.Negata fuit mihi hæc propoſitio,quam ut comprobarem ad experientiam recurrendum fuit. Confecimus ergo vas æneum AB , undique clauſum , è cujus medio erumpebat anthlia FE attractiva ut vocant , tertia pars vaſis nempè CB aqua impleta eſt , reliquas duas AD occupavit aër ; inſertoque embolo EH , ut omnia eſſent in ſtatu connaturali, aperui claviculam I ; rurſuſque clauſi : eduxi embolum & aqua ſequebatur , ita ut aliquam copiam aquæ hauſerim , ita tamen brevi aucta eſt difficultas hauriendi , ut non ſine maximo conatu , adhibitiſque omnibus viribus id potuerim. Ex quo experimento ita argumentabar.

Si educto embolo aqua ſolummodo ſequitur, eò quòd impediatur aër gravitare ſuprà aquam in anthliâ contentam , qui gravitet tamen in reliquam aquam , ſequeretur in prædicto experimento aquam non aſcenſuram poſt embolum, ſed hoc eſt contra experientiam , ergo ille modus ſubſiſtere non poteſt. Major facilè patet , tunc aqua aſcendere non debet , quando ab aëre non impellitur ad aſcenſum ; ſed in noſtro caſu , aër externus non poteſt gravitare in aquam cum impediatur à lateribus vaſis ; igitur aqua aſcendere non debet.

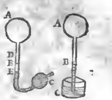
Putabam

Putabam aliàs hâc machinâ ruere penitùs corporum æquilibrium, ideoque recurrendum eſſe ad aliud principium, ut motum gravium ſurſum inſtante vacuo explicare poſſemus: immò ex ipſis experimenti circumſtantiis, eam confectam eſſe arbitrabar. Quærebam enim unde tanta educendi emboli difficultas, niſi quòd connecteretur embolus cum aquâ, quæ cum aëre intrà machinam incluſo, qui dilatus quantùm dilatari poterat, ulteriori dilatationi reſiſteret.

Re tamen diligentiùs perpensâ ſubiit cogitatio aërem in quo verſamur ab incumbente deſuper alio aëre comprimi, atque adeò multò minus occupare ſpatium, quam ejus natura exigat, quod facilè ſuaderi poteſt, eò quòd aër nullo ferè negotio, aut in anguſtias compingatur, aut ad majus ſpatium ſe extendat. Ita experimur poſſe in vas aliquod intrudi vigecuplò plus aëris, quàm capax ſit, ſi nempè vi aliquâ introducatur. Ponamus ergo aërem nimis coarctatum eſſe, certum eſt quod ubi deſinet ita compingi, ſe ad ſtatum naturalem reducet, & vi quam elaſticam vocant ad majorem locum ſe extendet. Dum ergo in machina noſtra aër includitur cum aquâ, omnia ſunt in eo ſtatu quem communiter habent, atque adeò aër incluſus coarctatus eſt, ita ut alius aër incumbens embolo, impediat quominus aër machinæ ſe dilatet, ad majus ſpatium occupandum, ſuntque ut ita dicam in æquilibrio vis ejus elaſtica, cum gravitate aëris incumbentis. Ubi verò attollitur embolus, attollitur & aër incumbens, daturque locus aëri incluſo, ut ſe amplificet, qui conſequenter aquam impellit ad aſcenſum, immò etiam adjuvat eductionem emboli, ita ut vix ſentiatur aëris incumbentis gravitas. Quæ enim ſunt in æquilibrio facilè moventur, ita ut quomodocúmque una pars adjuvetur, penes eam ſit victoria; ſed vis elaſtica aëris incluſi ſupponebatur in æquilibrio, cum aëris incumbentis gravitate: igitur ſi vel tantillulum adjuvetur vis elaſtica, attolletur embolus, cum aëre deſuper incumbente. Ubi verò amplificatus fuerit aër, & ad ſtatum ſuum connaturalem propiùs acceſſerit, vis ejus elaſtica langueſcet, ſecundùm regulam communem elaterum, qui potentiùs adducti, in principio vehementiùs agunt; in fine verò ſunt languidiores, & conſequenter aër incluſus non adjuvabit eductionem emboli, aut aëris incumbentis elevationem. Ideóque ſentitur totum emboli & aëris pondus; quare tota reſiſtentia æqualis eſt gravitati triginta trium pedum aquæ, aut duorum mercurij cum dimidio nec poteſt eſſe major.

Circumſtantiæ autem experimenti tales ſunt, ſi liber dimittatur embolus magna vi deſcendet uſque ad antliæ fundum: quæritur autem cauſa tàm vehementis deſcenſus. Communis explicandi modus eum tribuit virtuti attractivæ aëris; cùm enim aër nimiùm dilatatus fuerit ut impediret vacuum, repleretque ſpatium ab aquâ relictum, ubi ceſſat vis extrinſeca, ſe ad ſtatum conſuetū reducit, trahitque aquam & aqua embolum. Pariter ſi aperiatur epiſtomium, aër incluſus ſe ad conſuetum ſtatum reducendo, aërem externum exuget, & attrahet; ita communiter philoſophantur. Hic tamen explicandi modus meo judicio difficilis eſt; non enim video ſi inter utrúmque aërem nulla ſit unio, ut nulla ineſſe poteſt, quomodo fieri poſſit, ut ſe invicem attrahant: tales autem uniones ex periculo vacui procreatas, ut difficiles, ſuprà ſufficienter rejeci.

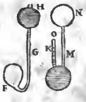
Quare ut hos motus ad aëris gravitatem referamus, dico dum dimittitur embolus, aër deſuper incumbens in eum gravitat, & deorsùm impellit, aër verò incluſus, cum multùm ſit dilatus, atque adeò capax compreſſionis, non poteſt illis reſiſtere, & conſequenter cedit, & in anguſtiorem locum ſe coarctat. Pariter dum epiſtomij clavicula aperitur, aër externus in vas ſe præcipitat, aëre incluſo non reſiſtente, eò quòd nimis ſit dilatatus, atque adeò non ſufficienter reſiſtat preſſioni.



Non diſſimili ratione alias quamplurimas experientias explicabis, verbi gratiâ, thermometri, in quo aqua ut ita dicam exugitur & ad majorem aut minorem altitudinem aſcendit. Sit enim vitrea ampulla longiori collo inſtructa, quæ ſit aëre plena, calefiat tota ampulla, deinde orificium immittatur in aquam, dum frigeſiet aër, aqua exſugetur, & aſcendet uſque ad B, aut D. totamque replebit capacitatem DE, BC, addo quòd ſi calefiat aër DA, deſcendet aqua uſque ad B, aut E, ita vel leviſſima caloris, aut frigoris mutatio ex aquæ aſcenſu, aut deſcenſu dignoſcetur. Quæritur quomodo aqua poſſit aſcendere, niſi ab aëre condenſato exugatur. Ad ſolutionem hujus quæſtionis, ſuppono aërem calore rarefieri, & frigore condenſari, ſeu modò majorem modò minorem locum occupare; quomodocumque autem explicetur hæc rarefactio, aut condenſatio, parùm refert ad præſens inſtitutum. Suppono item eandem aëris copiam calefactam difficiliùs, ad minus ſpatium coarctari poſſe, quàm dum frigeſit; cum enim calore connaturaliter rarefiat, vis major requiritur ad ſuperandam tum ipſius caloris, tum aëris reſiſtentiam, quàm ſi vincenda eſſet ſolius aëris reſiſtentia.

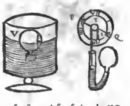
Ideóque dum calefit aër incluſus in toto thermometro ABC, aër externus gravitate ſuâ non poteſt eum ita coarctare, ac ſi frigidus eſſet; unde rarefit, atque adeò parùm aëris invenitur in toto thermometro; dum verò immergitur orificium C in aquam, & incipit frigeſieri aër incluſus, non tàm reſiſtit compreſſioni; quare incipit aër extrinſecus gravitatione ſuâ aquam impellere in thermometrum, & aërem incluſum coarctare quantùm poteſt, & tandiu aqua aſcendit quamdiu reſiſtentia aëris incluſi non eſt in æquilibrio cum aëris extrinſeci gravitatione. Quia verò frigus etiam conſtringit aërem, adhuc in minorem locum compingitur quotieſcumque majus eſt frigus: ideóque aſcenſus aquæ majus frigus indicat, deſcenſus calorem ſignificat. Ex hoc principio varia fluxerunt

thermomettorum ſpecies. Prima eſt communis,in qua aqua aſcendit dum frigus aërem AB conſtringit, deſcendit verò dum calore dilatatur.



Secunda ſpecies FGH, aqua HG, aër GF, in ea ſpecie aqua deſcendit frigore, calore aſcendit in eodem principio.

Tertia ſpecies erit KMN, aqua KM calore aqua deſcendet ex M, & aſcendet ex K, in O, cum enim aër incluſus MN vi caloris ad majus ſpatium ſe extendat, aquam propulſabit ex M, quæ ex alia parte cogetur aſcendere ex K in O: frigore contrarium accidet.



Ex eo aſcenſu aut deſcenſu in tubo KO, poſſunt multa fieri, quæ nituntur eodem principio. Ut ſi quis circulum in gradus notatum habeat cum indice PQ & trocleolâ T, cui circumducatur filum, intrà tubum ſit globulus ligneus aquæ innatans, cui opponatur alius globus S minus gravis, prout aſcendet aut deſcendet aqua, index rotabitur, varioſque indicabit gradus.

Globulus item vitreus inferiori parte ſpectus ſemiplenus aëre ingruente frigore magis mergetur, aëre ſe ad minus ſpatium colligente: alia multa in hunc modum excogitari poſſunt quæ eodem nituntur principio.



Ad idem principium revocari poſſunt medicorum cucurbitulæ, quæ hoc modo applicantur. Calefit aër incluſus, quantum fieri poteſt; deinde carni applicantur firmiter, ita ut aëri externo nullus circà cucurbitulæ labra pateat aditus; tum frigefit cucurbitula vel infusâ frigidâ; vel applicatione pannorum madidorum, tunc autem caro elevatur intrà cucurbitulam, & ſæpè etiam oſſa, ſi quæ ſint luxata: ſi incidatur caro ſanguis multus exilit. Quæ omnia metu vacui communiter explicantur; contendo autem hunc etiam effectum facilè gravitati aëris tribui poſſe; quod ut intelligatur,

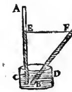
Suppono intrà corpus humanum multum inesse aërem, multos item ſpiritus, qui majorem locum obtinerent, niſi pelle, & carne continerentur, & pellis non coarctaretur aëre ambiente per gravitatem comprimente. Hæc autem compreſſio quia continua eſt, & à re æquabiliter fuſâ nullo modo ſentitur immò connaturalis eſt animalibus quorum pellis, halitus incluſos non contineret,niſi undique molliter ab aëre ambiretur; quod explico comparatione ſatis facili.Certum eſt dum navigia ſunt benè onuſta, ſi accidat ut recedente æſtu, in ſicco deſtituantur, ſubſidunt, ſolvitur que ſæpè tota navigij compages, quæ fluctuante navigio benè cohærebat. Cum enim undique ambiebatur aquis, undique etiam, & æqualiter ſuſtentabatur; dum verò recedit mare, illæ partes quæ arenæ inſiſtunt, rationem habent hypomoclij, cæteræ verò quæ longiùs ab illis diſtant, maximam vim habent ad diſtringendum totum navigium. Idem proportione quadam in noſtro negotio dicendum eſt. Undique pellis animalium continetur ab aëre ambiente, eamque coarctante quæ à ſpiritu interno, aut aëre incluſo majorem affectante extenſionem diſrumperetur, niſi hoc modo undique comprimeretur; immò ex eo contrario niſu majorem contrahit duritiem & firmitatem quàm haberet. Dum ergo cucurbitula in quâ eſt parùm aëris, utpote rarefacti per calorem, applicatur carni, & frigeſit aër incluſus,faciliùs coarctari poteſt quam antè;antè autem erat ejus reſiſtentia in æquilibrio cum aëre extrinſecùs gravitante; & aër gravitans cum vi quaſi extenſivâ ſpirituum. Cum ergo aër incluſus intrà cucurbitulam, ut dixi frigefactus, faciliùs comprimatur,jam non eſt in æquilibrio,cum ſpiritibus intrà corpus incluſis,& majorem extenſionem affectantibus, quare ſpiritus iſti extenduntur, ſeu dilatantur & pellem intrà cucurbitulam impellunt. Immò cum gravia liquida, aut ſpirabilia, in omnem partem gravitent, aër externus in ſpiritus & per eos in cucurbitulam gravitat, pellemque impellit; quia verò ſæpè pelli connexa ſunt oſſa, ea attolluntur ſi quæ luxata ſunt, & in locum proprium reſtituuntur. Unde nullam metu vacui vim attractivam in corporibus admittere cogimur; ſed tantum vim impulſivam ortam, aut à gravitate, aut à vi elaſtica corporum, quâ ad majorem locum occupandum ſe extendunt.

DIGRESSIO VII.

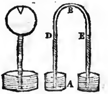
Phyſica.

De celebri experientia mercurij quâ nonnulli vacuum in naturâ adſtruere voluerunt.

Celebris eſt experientia, de quâ ob varias circumſtantias libri integri conſcribi poſſent, unde jure meritò digreſſionem integram ſibi vindicat; non omnes referam, ſed tantùm præcipuas, aſſeramque principia, ex quibus cæteræ facilè explicentur.



1. Sit ergo fiſtula ſeu calamus vitreus, unâ ſui parte hennetice obtutatos, cujos longitudo ſit major duobus pedibuscum dimidio. Craſſitiea quælibet impleatur argenro vivo, tum obtutetur digito, aut quovis alio modo, os ſeu foramen per quod impletus eſt mercurio. Invertatur atundo A B ſic clauſa intra vas aliquod etiam mercutio plenum, aperiaturque orificium ejus, mercurius ex arundine defluet in vas illud, non tamen totus; ſed permanebit atundo plena mercurio ad altitudinem BE, ità ut à lineâ C D quæ eſt ſuperficies mercurij in vaſe contenti, uſque ad E, ſint duo pedes cum tribus digitis, & quod mitabile eſt, ſive longior ſit atundo, ſive brevior, ſive craſſior, ſive exilior, ſive oniformia craſſitiei, ſive difformis, ſive in ſummitate habeat ampullam adjectam, ſive non, eadem ſemper manet mercurii altitudo.



2. Si inclinetor atundo ut in F, mercuriuâ ad eam ſemper altitudinem horizontalem ſuſtentatur; hoc eſt in arundine inclinata B F mercurius totam implet capitalem B F, quòd ſi ulteriùs inclinaretur mercurius, rotam arundinem impleret.

3. Si calefiat arundinis pars E A, adhuc magis deſcendet mercurius: ſi verò ſrigefiat, ad majorem alritudinem attolletur.

4. Si tubus vitreus fuerit capitatus, & inttà includatur veſicâ benè complicatâ, dum fiet experimentum more conſueto, veſica dilatabitur; & quæ priùs vacua, ſeu cortugata videbatur, implebitur, & tenſa apparebit, ſeu inflabitur: ſi calefiat ampulla vitrea, deſcendet mercurius, & veſica minus renſa & minus plena erit. Si inclinetur arundo, aſcendet mercurius, & detumeſcet veſica; ſi verò veſica inflata inttà tubum capitatum includatur, facto ut priùs experimento mercurij, dum deſcendet mercurius, diſrumpetur veſica.

5. Si atundo adjectam habeat ampullam vitream in ſummitate apertam, foramini autem circumligetur veſica: ſi tam ampulla quàm veſica mercurio impleatur, fiatque experimentum, veſica quæ priùs ſupra ampullam eminebat, magna vi inttà ampullam præcipitabitur.

Si verò veſicam filo educas, extrà ampullam aſcendet mercurius; dum remittes filum, deſcendet: pariter ſi ex ampulla, quæ videtur vacua, anthliâ benè compoſita, corpus illud quod ibi relinquitur educas, aſcendet ulteriùs mercurius.

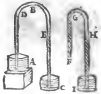
6. Si intrà caput, ſeu ampullam arundini adjectam includatur animal, fiatque experimentum modo conſueto, morietur brevi videbiturque intumeſcere.

7. Si ſenſim extrahatur atundo ex vaſe inferiori, ubi os inferios ex mercurio cui immerſum, eſt eductum fuerit, & aërem tetigerit mercurius intra illam incluſus, magna vi, in ſublime feretur, ità ut ſæpè ſuperiorem tubi partem effringat, & nonnunquam ad 6 aut 7 pedes ſuprà tubum ejaculetur præcipuè ſi lõgior foerit tubus.

8. Si ſit utrinque perforatoa tubus, & ſuperius orificium digito obturetur, dum fiet experimentum & mercurius deſcendet, attrahi ſentietur pellis digiti intra atundinem, etiam cum aliquo doloris ſenſu, modò atundo duos digitos cum dimidio multum ſuperet.

Si verò talem menſuram noo excederet, tantum abeſt ut digitus attrahatur, quin immò expelletur.

9. Si intra ampullam arundini adjectam includatur campanula inſtructa malleo ferreo, & lapiâ magneticus adhibeatur, attrahetur malleus ferreus, & ſublato magnete, in campanulam incidet ſonumque producet.



10. Facto experimeoto in arundine duos pedes cum dimidio ſuperante, ſi ubi defluxerit mercurius digito claudatur orificium inferius, invertaturque arundo ità ut mercurio inferiorem partem repetente, pars vacua digitum attingat, ſentietur ut priùs attractio digiti inttà arundinem cum dolore.

11. Tubi incurvi & mercurio pleni, ſi utrumque orificium in vas item plenum mercurio demittatur, & utrumque crus duos pedes cum dimidio ſuperet, in utroque mercurius aſcendet ad altitudinem conſuetam; ſi alterutrum fuerit minus duobus pedibus, nihil effluet ex mercurio, ſed totus tubus plenus remanebit.

12. In tubo FGHI incurvo, ono extremo F, obturato, ſi fiat experimentum, pars FG plena erit; reliqua fient more conſueto.

13. Si ſuprà argentum vivum, vaſe inferiori contentum, multam aquam infuderis, aſcendet mercurios in tubo ſecuodum rationem gravitatis mercurij ad gravitatem aquæ: hoc eſt ſi 16 digitos aquæ infuderis, hydrargyrum uno digito attolletur.

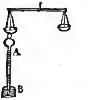
14. Idem experimentum factum fuit in aqua à R.P.Franc. Delachaiſe, in hujuſmodi experimentis phyſicis exercitatiſſimo. Erat autem tubus 36 pedum, ſecundùm parietis altitudinem erectus, plenus aquâ, ubi orificium inttà aliam aquã immerſum apertum fuit, defluxit multa aqua

ex tubo, manſitque tantum ad altitudinem pedum 32. circiter: & quod mirum eſt 32 pedes aquæ, æquales ſunt in gravitate pedibus duobus $\frac{1}{4}$ argenti vivi.

15. Robervallius aſſerit ſumptum à ſe tale experimentum, in duobus tubis, quorum longitudo pedes quadtaginta æquabat. Unus quidem impletus eſt aquâ, alius vino: vinum autem ad paulò majorem altitudinem ſuſtentatum eſt, ſecundum poportionem gtavitatis vini ad gravitatem aquæ reciprocè, ita ut poſſit inferri in omnibus liquotibus idem eventurum.

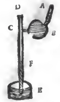
Torricellius putatur primus hoc experimentum feciſſe; tùm Paſchalis filius. De hoc ſcripſere Valerianus magnus, Stephanus, Natalis, Cazatus, Gaſſendus, Pequetus, Poyrius.

16. Si fiat experimentum in lance bilancis, hoc eſt lanx una impleatur hydrargyro, in quem demittatur tubus mercurio plenus, ſi poſtquam deſcenderit mercurius, & ad conſuetam altitudinem fuerit ſuſtentatus; ſi inquam tubus lanci innitatur, tangatque fundum, & ponantur pondera in alia lance; ita ut fiat æquilibtium. Deindè ita teneatur tubus ut lancem non tangat, ejus tamen orificium mercurio ſit immerſum, ex alia lance pondera auferenda erunt: quæ ſi ſeponantur invenientur æqualia, aggtegato ex tubo, & mercurio in eo contento.



Sit tubus capitatus, in cujus ſummitate circumligetur fruſtulum ſuillæ veſicæ. Quod fruſtulum annectatur lanci bilancis, impletoque tubo fiat experimentum more conſueto, veſica deberet intrà caput tubi præcipitari, quod facilè impediri poterit, adjectis in adverſa lance ponderibus. Fiat igitur æquilibrium, ita ut detracto vel minimo pondere præcipitanda eſſet veſica. Si ſupponas digitum tubo, ſupponaſque mercurium in eo contentum, invenies illud æquiponderare cum ponderibus in adverſâ lance poſitis.

18. Paſchalis filius in Arvernis propè Claromontium, experimentum commune hydtargyri fecit ad radices altiſſimi montis dicti (*Le puits de Domme*, invenitque hydrargytum attolli ſuprà ſuperficiem ſtagnantis in vaſe hydrargyri, digitos 26. & 4. lineas ſecundùm menſuram illius regionis, tùm conſcensâ montis parte, ad altitudinem perpendicularem 150 exapedarum, altitudo mercurij intra tubum fuit digitorum 25; & ſuperato montis vertice, ad quingentas exapedas, mercurius hæſit ad altitudinem viginti trium digitorum, & duarum linearum: quare ejus altitudo imminuta eſt tribus digitis, & duabus lineis.



19. Sit tubus inflexus ABC cum adjectâ ampullâ, qualem figura exhibet in quo fiat experimentum commune, nempè tam tubus quam ampulla hydrargyro impleatur, obturatoque orificio D, demittatur mercurius; qui ità effluet, ut ſuſtentetur uſque ad F more conſueto; manebit tamen ampulla plena ſaltem ad altitudinem C B, quia ſuſtentatur à fundo ampullæ, ſi aperiatur orificium D, ità ut admittatur aër, mercurius E F totus defluet, in vas ſubjectum, & aſcendet ex ampulla C B in tubum A B, ſecundùm altitudinem conſuetam.

20. In experimento communi qualem figura prima exhibet, ſi poſtquam mercurius hæſit in ſtatione ſua E, digito obturaveris orificium B, & arundinem inverteris, vacuitas quæ in loco inferiori ex inverſione tubi collocatur, viam ſibi faciet per mercurium, utque faciliùs illum permeet ſuperiori parte, acuminata videbitur.

Hæc & alia multa experimenta in mercurio, aut aliis liquoribus ſumi poſſunt, in mercurio tamen potiùs fiunt, eò quòd breviores requirantur arundines, ob maximam hydtargyri gravitatem; cùm in aqua & aliis liquoribus, utpote levioribus longiſſimæ debeant eſſe.

Primò nonnulli hæc experimenta tanquam certum, & indubitatum argumentum aſtruendi vacui attulerunt: quæſiverunt enim quæ ſubſtantia præcipitato mercurio, in ſuperiori parte ſubſiſtat; & unde affluxerit. Oſtendo tamen, ibi vacui nihil eſſe, & hoc ex ipſiſmet experimentis facilè evinco.

Dico primò, ſpatium illud quod apparenter vacuum, eſt poſt deſcenſum mercurij, plenum eſſe aliquo corpore.

Pr. primò ex rarefactione, & condenſatione. Illud omne quod calore rareſit, & frigore condenſatur corpus eſſe, & ſubſtantiam neceſſe eſt; ſed quod eſt in ſuperiori parte tubi, poſt præcipitatum mercurium tale eſt: ergo eſt ſubſtantia. Major videtur certiſſima. Quod enim eſt incapax caloris, eſt etiam incapax rarefactionis à calore provenientis; ſed nihilum recipere non poteſt calorem, in opinione ſolidiori exiſtimante calorem eſſe accidens: in aliâ verò exiſtimante calorem eſſe ſubſtantiam, non videtur quomodo propter calorem rarefiat vacuitas illa; ſeu ſe extendat ad majorem locum; multò minus, quomodo frigore condenſetur, & coarctetur ad minus ſpatium. Minor faciliùs patet experientiâ, nempè experimento tertio, ſi nempè calefiat pars ſuperior arundinis, deſcendet mercurius, ſi glaciem admoveas, aut frigidam ſuperinfundas, aſcendet ultrà ſtationem conſuetam; ergo vacuitas illa & amplificatur, & coarctatur.

Probant ſecundò nonnulli, quod talis vacuitas ſit luminis capax, nihilum autem eſt incapax accidentis cujuſcumque. Conſtat autem experientia; tam benè eam vacuitatem eſſe lumini, & ſpeciebus viſibilibus perviam quàm aërem.

Hoc argumentum in opinione communi demonſtrativum eſt: non convincit tamen eos, qui lumen ſubſtantiam eſſe aſſerunt. Quare ut demonſtratio

ſtratio in utráque opinione vim ſuam obtineat, paulò aliter detorquenda eſt. Illud eſt ſubſtantia in quo lumen, reliquaque viſibilia accidentia, eandem circiter refractionem patiuntur, quam in aëre, ſed in vacuitate apparenti arundinis, res ità ſe habet; ergo in eâ admitti, debet aliqua ſubſtantia. Sit enim tubus capitatus, ſi poſt mercurij deſcenſum, trans ejus ampullam reſpicias, deprehendes objecta eodem modo videri, ac trans aliam quamcumque ampullam aëre plenam.

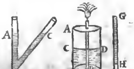
Probant tertiò, nonnulli. Experimento nono, nempè quòd per illam vacuitatem, tam virtus magnetica, quàm ſonus propagetur utrumque autem accidens eſſe exiſtimant. Sed hæc ratio modicam vim obtinebit, ſi virtutem magneticam, in ſpirituum effluvio colloces, nam tam facilè, immò faciliùs ſpiritus iſti in vacuo effluent, quàm in aëre. De ſono verò non erit difficilis ſolutio, ſi dicatur percuſſione mallei vibrari campanulam, ejuſque vibrationes ampullæ vitreæ cui firmiter adhæret, communicari, & conſequenter aëri extrinſeco, uſque ad aures. Quæ reſponſio veriſimilitudinem aliquam præ ſe fert, ſi campanula firmiter adhæreat ampullæ, ſi verò filo tenui ex ea dependeat, infringentur vibrationes, nec ampullæ poterunt communicari. Neſcio an ſumptum ſit eo modo experimentum: ego quidem non ſumpſi.

Probatur igitur quartò. Si pars ſuperior tubi vacua eſſet, dum occluſo inferiori orificio invertitur arundo, deberet mercurius ſubitò deſcendere & vacuitatem illam implere, relicta in alio extremo, ſimili vacuitate; ſed conſtat experientiâ vacuitatem illam nonnihil reſiſtere, & in tubis exilioribus mercurium ſuſtentare, ut experimento decimo nono oſtendimus: ergo verè ineſt aliqua ſubſtantia, quæ dum trans mercurium aſcendit acuminatur, figuramque induit diviſioni accommodatiſſimam. Eodem enim modo aſcendit iſtud corpus trans mercurium, quo aſcenderet oleum, aut alius quicumque liquor ſi admiſceretur, aut infrà mercurium inveniretur.

Quærea onde effluat illa ſubſtantia, an per poros vitri, an aliundè: non per poros vitri, ſi enim vel aër, vel quæcumque alia ſubſtantia, in aëre deliteſcens, & cum eo permixta poros vitri pervadere poſſet, mercurius ad eam altitudinem conſiſtere non poſſet; ſenſim intromitteretur talis ſubſtantia, & ab aëre gravitante undique introduceretur; unde ſenſim mercurius deſcenderet. Quare reſpondendum puto, in omnibus præſertim fluidis plurimum aëris intercipi, & adhæreſcere; dum enim in minutiſſimas partes diſſectus intercipitur, iis vinculis non ità facilè ſe expedire poteſt quod probatur pluribus experimentis. Primò quidem diſſolutione corporum, per aquas ſtygias, multus enim cernitur aër, & ſpiritus erumpere. Immò in ipsâ aquâ multus aër intricatur, & implicatur, qui dum magnâ vi, aqua eliditur, ſeparatur: hoc experimur in machinâ hydraulicâ, in his regionibus uſitatiſſimâ, de qua ſuo loco uberiùs, in ea dum magnâ vi ex alto præcipitatur aqua, aër exilit, magno conatu, noſtriſque fornacibus, ſine follibus ventum ſubminiſtrat. Quod multò magis verum eſt de mercurio, qui licèt graviſſimus, maximè tamen volatilis eſt, ità ut dum ab artificibus ſimpliciter tractatur, auro facilè adhæreat. Aſſerunt item qui mercurium venalem in ſuis officinis aſſervant, quantacúmque utantur diligentiâ, in ſingulos annos illum vigeſimâ aut vigeſimâ quinta ſui parte decreſcere. Item dum eodem hydrargyro ſæpiùs experimenta ſuperiùs notata iterantur non tam deſcendit mercurius. Cùm enim non ſit tanta ſpirituum copia, qui licèt, ad majus ſpatium ſe extendant in illâ vacuitate, non ſunt tamen in ſtatu naturali; atque adeò adhuc reſiſtunt compreſſioni quam ab aëre elevante aut ſuſtinente mercurium patiuntur. Cùm igitur minor ſit ſpirituum copia, non tam reſiſtunt illi elevationi mercurij, atque adeò ad majorem aſcendit altitudinem.

Denique poſt iteratum ſæpiùs experimentum. Mercurius multò fit deterior ſuaſque amittit perfectiones, ut mobilitatem, ſplendorem, & alias.

Reſtant tamen nonnullæ difficultates ſolvendæ. Prima ſit hæc, ſi in illa vacuitate, inveniretur aliqua ſubſtantia, dum ità inclinatur arundo ut eius ſummitas horizontalem lineam attingat non deberet mercurius totam arundinis vacuitatem occupare; ſed mercurius eam vacuitatem occupat, ut priùs occupabat, igitur nulla ibi ſubſtantia invenitur. Sequela majoris ità probatur. Duo corpora compenetrari non poſſunt, ſed ſi mercurius occupat vacuitatem jam aliâ ſubſtantiâ occupatam, dabitur penetratio. Igitur nihil erat in illa vacuitate, ſi enim ante inclinationem arundinis, ſuperior ejus pars occupabatur ſpiritibus mercurii, quid fit de illis ſpiritibus dum inclinatur arundo; ſi permiſcentur cum reliqua mercurii ſubſtantia, quærendum reſtat quare miſceantur, & cur ſi mercurio in ſua ſtatione conſiſtente claudatur oſtiolum inferius, ampliùs non permiſceantur iſti ſpiritus; etiam ſi arundo invertatur, ſed maneant ſemper ſeparati, & mercurium pervadant, ut locum ſuperiorem petant.



Reſpondeo antequàm mercurius in tubum infunderetur; iſtos ſpiritus ab ambiente undique aëre, & gravitante comprimi, & intrà poros mercurij coarctari, licet naturâ ſuâ majus ſpatium occupare poſſent. Dum autem infuſus mercurius inversâ arundine deſcendit, deſeritque partes ſuperiores, iſti ſpiritus liberum nacti ſpatium in quo ſe dilatare poſſint per vim quam vocant elaſticam; nempè per virtutem quâ ſe ad extenſionem connaturalem extendere poſſunt, deſerunt poros mercurii; ſaltem aliqua eorum pars exilit totamque illam apparentem vacuitatem occupat, ibique ſubſiſtit quamdiu ceſſabit illa vis extrinſeca aëris gravitantis, eos surſum in anguſtum cogentis, dum inclinatur arundo, gravitas aëris poteſt mercurium pellere uſque ad partes ſuperiores arundinis, oſtendemus enim in hydraulicis, duos cylindros perpendicularem & inclinatum ejuſdem altitudinis eſſe in æquilibrio, hoc eſt tantam vim

requiri ad elevandam aquam ex B in A, ſecundum lineam perpendicularem, ac ex B in C ſecundum lineam inclinatam. Sufficiat modò ad id probandum experientia communis, quæ oſtendit duobus in tubis AB, BC communicantibus, aquam in utroque ad eandem lineam aſcendere. Ex quo concludo cylindrum aqueum AB, eſſe in æquilibrio cum cylindro aqueo BC, idem dico de cylindro mercurij; ideóque ſi aër gravitans poteſt ſuſtinere mercurium ad altitudinem AB, idem aër poterit illum impellere ad altitudinem BC. Igitur inclinatâ arundine, aër gravitate impellit hydrargyrum ad ſummitatem tubi; atque adeò ſpiritus ibi contentos coercet, & in anguſtum cogit, ſeu in poros mercurij. Dum verò in ſecundo caſu clauſo inferiori oſtiolo invertitur arundo, ſpiritus non coarctantur, cum impediatur aëris gravitatio, clauſo ſcilicet oſtiolo; quare dum mercurius deſcendit, occupatque locum iſtorum ſpirituum, deſerit ſuperiores tubi partes quas occupare poſſunt iſti ſpiritus, & fit tantum locorum permutatio, cùm in primo caſu plus mercurij introducatur in tubum inclinatum: eò quod ut dixi multùm mercurii in cylindro perpendiculari ſit in æquilibrio, cum minori ejuſdem mercurij copiâ in cylindro inclinato; & conſequenter non major requiratur virtus ad unum, quàm ad aliud.

Urgebis. Dum occluſo inferiori oſtiolo, invertitur tubus, totus mercurius gravitat in iſtos ſpiritus, ſed mercurius intrà tubum contentus, erat in æquilibrio cum aëre gravitante; ergo aliquid quod eſt in æquilibrio cum aëre gravitante incumbit iſtis ſpiritibus; igitur tam coarctari debent, & comprimi, & conſequenter ad eaſdem anguſtias redigi dum invertitur arundo, ac dum inclinatur.

Reſpondeo diſparitatem eſſe, quòd dum ſimpliciter inclinatur arundo, licèt propellatur mercurius in partes ſuperiores, & comprimat iſtos ſpiritus; quia tamen illis gravior eſt, non illos poteſt impellere ad locum inferiorem occupandum, quod neceſſarium eſſet ad hoc ut mercurium pervaderent, & foras in aërem liberum erumperent; immò neque tunc vitarent compreſſionem, aër enim etiam eos gravitate ſuâ comprimeret: inveniret igitur ibi magna reſiſtentia. At verò dum occluſo inferiori oſtiolo, invertitur tubus, cùm in tali caſu mercurius ſuperiorem locum occupet, ipſemet ſpiritus leviores cogit aſcendere, præcipuè cum tanta non ſit reſiſtentia, poſſitque facilè dividi, quod tantum requiritur ut fiat locorum permutatio.

Quam reſponſionem confirmo aliis experimentis. Sit vas quodcumque AB, cujus pars BD ſit plena aquâ, & AD ſit plena aëre valdè compreſſo, ſitque FE tubus cum ſuperiori operculo ferruminatus, & ad fundum vaſis ferè pertingens, aër compreſſus aquam impellet, neque tamen poterit aquam dividere, ut perveniat ad oſtiolum F, & foras erumpat; potiúſque patietur aër quamcumque compreſſionem, quam id poſſit impediente ſcilicet gravitate aquæ, quæ majori niſu deorſùm tendit quam aër. At verò ſi inverteretur vas illud, ſubitò aër & aqua locum permutarent. Immò in tubo etiam exiliori qualis eſt GI, ſi HI ſit aër, & GH aqua; aër totam aquam pervadet, ut locum ſuperiorem occupet, ad id concurrente, non ſolo aere, ſed etiam ipsâ gravitate aquæ. Idem dico in propoſita difficultate, dum inclinatur arundo, ſpiritus qui ſuperiorem locum obtinent, quamcumque potius compreſſionem patientur quàm deſcendant; quia ſolâ ſuâ gravitate ad quæ modica eſt, deſcenſum inclinantur, impediuntur autem à gravitate mercurii quæ eſt maxima, neque deſcendendo vitarent compreſſionem: dum autem invertitur arundo extruduntur ſurſùm à gravitate mercurii quæ eſt maxima; atque adeò mirum non eſt ſi dividant mercurium.

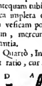
Dico ſecundò præcipuas circumſtantias hujus experimenti ab aëris gravitate oriri.

Pr. Niſi admittatur aër gravitare, pleræque circumſtantiæ hujus experimenti explicari non poſſunt, quæ facilè admiſsâ tali gravitate ſolvuntur. Prima ſit hæc. Omnes liquores pro ratione ſuæ gravitatis præcisè majorem aut minorem in hoc experimento altitudinem ſibi vendicant. In opinione autem aſſerente id fieri metu vacui; comparanda eſſet gravitas corporis cum reſiſtentia quam habent ſpiritus in eo incluſi; verbi gratiâ, dicendum eſſet mercurium ad tantam altitudinem ſuſtentari, quia non poſſunt plures ſpiritus ſeparari, ita ut etiamſi daretur aliud liquidum æqualis cum ipſo gravitatis, ſed minorem ſpirituum copiam continens, non deberet tamen tam deſcendere; quod falſiſſimum eſt, cum obſervatum ſit in diverſis liquoribus ſolius gravitatis proportionem obſervari.

Secundò. Nulla eſſet ratio cur in montis ſupercilio, magis deſcendat mercurius, quàm ad radices montis, niſi quòd minor ſit copia aëris gravitantis.

Tertiò. Non benè explicantur niſi admiſsâ aëris gravitatione tanquam causâ, cur in experimento quinto veſica quæ foris prominebat, facto experimento, magna vi intra tubum præcipitetur; non quod aër incumbens deficiente mercurio, aut alio aëre foras impellente, eam deorſùm protrudat quum deficit reſiſtentia; nam antequam tubi orificium inferius aperiretur, veſica impleta erat mercurio, qui reſiſtebat aëri in veſicam ponderanti, ubi verò aperitur oſtiolum, mercurius ſubſidit, & ceſſat ea reſiſtantia.

Quartò, In Experimento 18. reddi non poterit ratio, cur aperto oſtiolo D, mercurius propellatur ex ampulla CB in partes ſuperiores A; ſi enim dicas attrahi mercurium à ſpiritibus in BA exiſtentibus, qui conantur ſe ad ſtatum naturalem reducere ut pote nimis dilatati; non poterant autem clauſo oſtiolo D attrahere mercurium in ampullâ CB exiſtentem, eo quòd attrahendo mercurium deberent conſequenter attrahere aërem FC, & alium



mercurium in FE poſitum nimis gravem ſed aperto oſtiolo D, poſſe ſolum aërem attrahi. Hæc reſponſio refellitur quia hæc vis attractiva hoc ſolo experimento rejici poteſt. Si enim datur vis attractiva in corporibus, cur dum fit experimentum antequam aperiatur oſtiolum D, mercurius FE, qui gravis eſt, non attrahit ſpiritus FC, & ſpiritus FC mercurium CB, præcipuè ſi tubus BA non eſt longus, immò ſi nullus eſt, ſed ſola ampulla CB. Unde concludo nullam eſſe vim attractivam, quia inter ea corpora nulla

ut

ut dixi, intercedit unio. Vera igitur ratio oſtendens aërem gravitare, eſt hæc nempè quod ea omnia accidunt in aëre circa liquida, quæ accidunt in aqua proportione ſervatâ ad gravitatem aquæ.

Dices, Si ea omnia quæ circà hoc experimentum accidunt, tribui poſſent æquilibrio aëris, nec aliam cauſam haberent; explicari non poſſet, quare in ſecundo, & tertio experimento, calefactâ ſuperiore tubi parte deſcendat mercurius, frigefactâ verò aſcendat.

Reſpondeo. Dum deſcendit mercurius, eo quod ſuperet gravitate cylindrum aëris ſibi correſpondentem, ſpiritus qui intrà mercurium delitеſcebant, & qui ab aëre compreſſi detinebantur, liberum nacti ſpatium, ſe vi nativâ extentendunt, donec tandem impediatur eorum ulterior extenſio ab aëre mercurium ſurſum intrà tubum impellente aut elevatum detinente. Fit igitur æquilibrium inter gravitatem aëris, & gravitatem mercurij conjunctam cum vi reſtitiva ſpirituum, quâ nempè reſiſtunt compreſſioni; ita ut ſi pars ſuperior tubi omninò vacua foret, nullique ſpiritus intrà eam contenti, compreſſioni reſiſterent, mercurius altiùs propelleretur, ſtationemque haberet elevatiorem. Unde ſi accidat ut ſpiritus modò minùs, modò magis compreſſioni reſiſtant, modò etiam magis aut minùs debeat elevari mercurius; ſed dum caleſiunt, magis compreſſioni reſiſtunt, cùm præter vim extenſivam quam habent, ipſis addantur vires à calore; dum verò frigeſiunt, minùs reſiſtunt compreſſioni, ut experientiis quamplurimis patet; igitur dum caleſient ſpiritus, magis deſcendet mercurius; dum frigeſient, aſcendet; quod totum benè explicavimus, etiamſi nullam aliam cauſam agnoverimus præter aëris circumpoſiti gravitatem.

Dices ſecundò. In hoc explicationis modo, non reddi rationem, cur ut habet experimentum 4. ſi intra ampullam ſeu caput tubi capitati inſeratur veſica benè complicata, & corrugata, facto experimento, in ipſo mercurij deſcenſu hæc veſica diſtendatur, & infletur; ſi jam plena fuerit aëre, diſrumpatur, in opinione enim communi dicentur latera veſicæ undique attrahi à partibus aëris circumvicini.

Reſpondeo. In opinione communi, non explicari quâ materiâ impleatur corrugata illa veſica. Dico igitur corrugatam illam veſicam non omni caruiſſe corpore intrà rugas contento; & in aëre libero, ad eas rugarum anguſtias, à gravitante undique aëre, coarctato. Dum verò intrà caput arundinis includitur cum mercurio, eodem modo comprimitur, donec deſcendente hydrargyro, liber ſit locus; tunc enim aër intrà rugas contentus, per vim, quam vocant elaſticam, ad majorem locum ſe extendit, totamque ſæpè veſicam implet.

Quòd ſi veſica jam fuerit plena, diſrumpetur, nam in aëre libero non rumpebatur, eò quòd undique contineretur, & comprimeretur ab ambiente aëre, cujus gravitatio eſt in æquilibrio cum vi extenſiva corporis intra veſicam contenti; quando igitur fit experimentum more conſueto, & deſinit undique comprimi veſica ab ambiente aëre, aër incluſus extenditur, eamque diſrumpit. Ab aliis explicatur per tractionem, nempè quod ſpiritus in arundine incluſi, nimis dilatati, undique trahant veſicam quod tamen ſi falſum eſt; quia ſi veſica ſit piloſa non trahentur pili à ſpiritibus; ſed eodem modo adhærebunt veſicæ ac anteà: ergo virtus diſtentiva veſicæ oritur ab aliquo corpore intrà illam contento, & non à tractione quæ fieri non poteſt à ſpiritibus niſi per pilos quos tangunt.

Dices tertiò Si mercurius intra tubum contentus eſt in æquilibrio cum aëre externo, cui (ut experimentum ſeptimum oſtendit) ſi orificium inferius educatur extra mercurium vaſis ſubjecti, tanta vi aſcendit mercurius in tubo, ut ſæpè partes ſuperiores arundinis diſſiliant.

Reſpondeo. Idem proportione quâdam in omnibus corporibus in æquilibrio poſitis evenire, ut dum alteratur vel tantiſper æquilibrium, pondus quod vincitur, magnâ vi ſurſum pellatur, & quia pondus adverſum deſcendendo acceleratur, iſtius etiam aſcenſus accelerabitur; dum ergo educitur è mercurio ſtagnante arundo, fieri non poteſt, ut partes aliquæ ex arundine non effluant, ideóque deficit æquilibrium ex parte mercurii; unde mirum non eſt ſi ab aëre ſursùm pellatur; ubi verò pauliſper reſederit eius impetus, aër per tubi latera ſeſe inſinuans, in ſuperiores partes evolat, & mercurius deſcendit. Quia ubi aër ſuperior evaſerit, aër externus cum eo continuus in mercurium gravitat, non eum elevando, ſed deprimendo, ſecundùm modum communem fluidorum, quæ in omnem partem ſuam exercent gravitationem. Aliter item explicari poteſt. Ideò antequam aër ſibi viam aut trans mercurium, aut ad vaſis latera feciſſet; non deſcendente mercurio aſcendiſſet cylindrus aëris, qui tamen eò gravior ſupponitur; poſtquam verò aër viam ſibi fecit, deſcendente mercurio non neceſſariò aſcendit cylindrus aëris, ſed locum derelictum occupat.

Quæres explicationem octavi experimenti. Reſpondeo. In perforatâ utrinque arundine 26 digitos ſuperante, ideò ſi ſuperiori orificio applicetur digitus, ſentiri dolorem; quia ſpiritus qui intrà digitum latent, non amplius coarctati, ab aëre gravitante, pellem intra arundinem propellunt. Alij ad aërem in digitum gravitantem recurrunt, qui cum non amplius ſuſtentetur ſecundùm illud foramen, totum impetum, & gravitatem in digitum exercet. Quæ ſolutio aliâ confirmari poteſt experientiâ. Si enim manum in vas aquâ plenum intromittas, vix ſenties pondus aquæ imminentis; ſi verò foramen ſub manu aperias, ſenties pondus cylindri aquei, correſpondentis tali foramini. Ità in noſtro caſu dici poteſt; Nempè tam benè ſentiri pondus aëris imminentis eò quòd non ſuſtentetur digitus, quàm foramine aperto ſentiatur pondus aquæ, ſentiri autem pondus aquæ nemo negare poteſt, quia ſi multa ſit aqua majus ſentitur pondus.

Eodem ferè modo explicatur decimum experimentum.

Dices, Si mercurius in ſua ſtatione ab adverſo aëris cylindro detineretur, ſequeretur quòd dum fit experimentum in lance ſtateræ alicujus, ut habet experimentum 16. ſequeretur inquam percipiendum pondus mercurij intrà tubum contenti, etiam quandò arundo non innititur ipſi lanci, ſed hoc eſt contra experientiam. Ergo iſte modus explicandi non ſibi conſtat; ſed potiùs recurrendum eſt ad communem opinionem per

metum

Digitized by Google

mentum vacui hos effectus explicantem, in qua cum aſſeratur corpora ſibi invicem adhæreſcere, quotieſcumque inſtat periculum vacui, dicendum etiam eſt, mercurium in tubo contentum adhærere ſpiritibus in ſuperiori arundinis parte conſtituris, & hos adhærere tubo, qui cum ita ſuſtentetur, ut lanci non innitatur, mirum non eſt ſi pondus hydrargiri non incumbat lanci. Probatur autem prima ſequela. Quotieſcumque commune hypomoclion, cui duo ſe invicem ſuſtinentia innituntur, invenitur in aliquo corpore, toties utriuſque pondus percipitur in illo corpore; ſed commune hypomoclion cui tam cylindrus aëris, quàm mercurius intra tubum contentus, innititur eſt in lance trutinæ; igitur utriuſq; pondus gravitat in lancem. Major ultima probatur. Dum trutinâ expendimus duo pondera, etiamſi ſint in æquilibrio, manus tamen ſtateram ſuſtentans, utriuſque pondus ſentit. Et ut ad exemplum ſimilius deſ-



cendamus. Si in ſtateræ AB, puncto B duo innitterentur, aut appenſa eſſent pondera æquilibria, utrumque gravitaret: ergo ſi puncto B tam cylindrus exterioris aëris, quàm mercurij, innitterentur, utriuſque pondus ſentiretur.

Reſpondeo concedendo utriuſque pondus ſentiri, ſed aſſero non animadverti, eò quòd dum aufertur arundo & mercurius, ſubſtituitur loco illorum alius cylindrus aëris ejuſdem ponderis. Unde quia pondus aëris pro nullo reputatur dum verſamur in aëre, quidquid æquiponderans aëri, ſubſtituetur loco aëris, pro nullo etiam reputabitur: ſed dum fit experimentum in lance trutinæ, innititur lanci cylindrus mercurij duorum pedum, & duorum digitorum, & impedit quominùs in eamdem lancem, alius cylindrus aëris æquiponderans gravitet; ergo etiam ſecundùm hunc explicandi modum ſemper in utroque caſu eadem pondera adhiberi debebunt, ut perſeveret æquilibrium. Urgebis. Ergo dum arundo tanget fundum lancis non deberet ſentiri majus pondus. Reſpondeo negando; quia tunc mediâ arundine gravitat cylindrus aëris arundini incumbentis, atque adeò invenitur duplex pondus: nempè, & aëris arundini incumbentis, & mercurij intra arundinem contenti.

Eâdem fere viâ ſolvemus experimentum 17. dum enim impeditur ne præcipitetur fruſtulum ſuillæ veſicæ intra caput tubi, ſuſtentatur cylindrus aëris, à quo deorſum urgebatur hæc veſica; ſed cylindrus aëris eſt æqualis gravitatis cum duobus pedibus & duobus digitis mercurij, ideoque videtur ſuſtentari mercurius, quia ſuſtentatur pondus illi æquale. Quod verò dum magis attollitur veſica, videatur nonnihil attolli mercurius, provenit ex eò quòd dum attollitur veſica, fiat locus ſpiritibus ut ſe magis extendant, quare tunc non tam reſiſtunt compreſſioni, quàm patiuntur ab hydrargiro ſurſum impulſo, & conſequenter faciliùs vincuntur à cylindro aëris ſurſùm impellente mercurium.

De animali intra caput tubi incluſo, & moriente quando deſcendit mercurius, immò & inflato, id provenit ex ſpiritibus intra animal incluſis, qui ubi ceſſat compreſſio ab aëre: ſe magis, ac magis extendunt, & diſrumpitur, aut ſaltem diſtenditur pellis. Ex quo obiter deducere potes rationem, cur in montibus altiſſimis moriantur animalia, quod nonnulli aſſignant ſubtilitati aëris reſpirationi minus apti, unde qui ſacrificij causâ aliàs ſemel in anno montem Atho conſcendebant, dicuntur aut ſpongiam, aut aliquid aliud hujuſmodi ori admoviſſe, quò aër addenſaretur. Puto tamen aliam cauſam hujus incommodi aſſignari poſſe, nempè quod minor ſit copia aëris incumbentis, & conſequenter minor compreſſio: cùm igitur non ſatis contineatur pellis ab aëre ambiente, diſtenditur à ſpiritibus intra animal incluſis, immò & diſtenduntur ſingula membra interiora, & forſitan nonnulla debiliora diſrumpuntur. Sed de hoc caſu dicetur adhuc nonnihil inferiùs.

DIGRESSIO VIII.

Problema.

Quanta ſit altitudo aëris in terram gravitantis, definire.

Nullus hîc à me præciſionem mathematicam requirat; ſed tantum conjecturam non ineptam, & ex ſuppoſitione quâdam præciſam, abſolutè tamen non ita exactam. Et primò quidem definiemus quanta ſit altitudo aëris in terram gravitantis, ex ſuppoſitione quod aër eſſet uniformis gravitatis; quod licet ſit falſum, viam tamen aperiet ad conjecturam. Suppono autem experientiam relatam experimento 18. in quo Paſchalis filius invenit ad radices montis, mercurij ſtationem eſſe digitorum 26, & 4 linearum: in vertice autem montis, cujus altitudo perpendicularis erat quingentarum, exapedarum, mercurius hæſit ad digitos 23, & duas lineas, quare fuit decrementum ſtationis mercurii intra tubum, digitorum trium, & linearum duarum. Certum eſt autem quod ſi experimentum fieret ſupra aëream gravitatem, totus deflueret mercurius, atque adeò decrementum ſtationis mercurii intra arundinem eſſet digitorum 26. & quatuor linearum. Si ergo aër ejuſdem ſit ubique denſitatis, & conſequenter gravitatis, facilè per regulam proportionum aëris altitudo deduceretur hoc modo. Si decrementum ſtationis mercurii digitorum 3, & linearum duarum, ſeu linearum 38, dat altitudinem exapedarum quingentarum; decrementum digitorum 26, & quatuor linearum, ſeu linearum 316, dabit 4158 exapedas; exapeda autem ſex pedes continet; erunt igitur pedes 24948: qui numerus, ſi dividatur per 5, dabit paſſus geometricos 4989, ſeu unam leucam, cum duobus milliaribus, hoc eſt milliaria fere quinque.

Quia tamen falſum eſt aërem uniformis eſſe denſitatis, & raritatis; ratio enim poſtulat ut aër magis compreſſus ſit denſior, magis autem comprimitur is cui major aëris copia incumbit, videamus an ex tribus experimentis ſuprà allatis aliquid conjicere, aut ſtatuere poſſimus.

Sunt

ſunt autem iſtæ obſervationes. Ad radices montis ſtatio mercurij fuit digitorum 26 & 4 linearum. Dum verò aſcendit per exapedas 150 ſtatio mercurii fuit 25 digitorum, deinde in vertice montis elevato exapedis 500 fuit mercurij ſtatio digitorum 23, & duarum linearum; decrementum autem primum fuit 16 linearum, ſecundùm fuit 38 factâ autem regulâ aureâ, ſi 500 exepedæ dant lineas 38 quot dabunt 150 exapedæ, inveniuntur tantum 11 lineæ cum duabus quintis. Hoc eſt ſi aër eſſet uniformis ubique gravitatis, debuiſſet decreſcere ſtatio mercurij tantum 11 lineis: & duabus quintis, cum tamen decreſcat 16 lineis vel ſumendo contrario modo ſi 150 exapedæ dant 16, 500 deberent dare 53 $\frac{1}{3}$ cùm decreſcat tantum 38, differentia autem eſt linearum quindecim. Debuiſſet enim ſecundùm eam proportionem decreſcere lineis 38 ad altitudinem exapedarum 356, attamen habuit hoc decrementum in exapedis 500, differentia eſt exapedarum 144, aër ergo 150 exapedarum, ponderat 16 lineas, & ſi uniformis eſſet aër 356 ponderaret 38 lineas mercurij, quia tamen decreſcit ejus pondus addendæ ſunt 144 exapedæ. Hoc eſt ut ſeparatim loquamur, 150 primæ exapedæ æquiponderant lineis 16 & 350 ſequentes lineis 22, deberent autem 206 æquiponderare 22 lineis; fuerunt tamen addendæ 144. Quare ſi obſervetur eadem porpotio ubique poſſemus ità raciocinari, ducentis & 6 exapedis addendæ fuerunt 144, quid addendum eſſet milliaribus quinque; addenda erunt ferè tria milliaria, atque adeò eſſent milliaria 8 cum dimidio. Quod convenit cum Kepleri ſententia licet aliqui athmoſphæram ad milliaria 50 protendant, inter quos Ricciolius. Sed neque puto nos exactam ità elicere proportionem; debuerunt enim plura fieri experimenta: voluique potiùs viam aperire, ut is cui licuerit per otium, plurimas faciat obſervationes, ex quibus aliquid certiùs poſſit ſtatui.

DIGRESSIO IX

Phyſica.

De reliquis experimentis, quæ per aëris gravitatem, & vim ejus elaſticam explicari poſſunt.

Tot referuntur his temporibus experimenta, tam nova quàm vetera, quibus aut vis elaſtica aëris, aut ejus gravitas comprobatur, aut impeti videtur, ut de his libri integri confici poſſint; ex quibus mihi aliqua ſelegi, ex quorum ſolutione cætera facilè explicanda puto. De vi autem elaſticâ aëris librum integrum conſcripſit Robertus Boyle nobilis Anglus, in quo quadraginta duobus experimentis eam adſtruere nititur. Voluiſſem potiùs ut de aëris gravitate ſuum librum conſcripſiſſet, quam de vi elaſticâ de quâ vix inter philoſophos eſt ullus dubitandi locus: ita enim certis, & indubitatis experimentis comprobatur, ut jam pridem omnis ſit ademptus ſcrupulus. De gravitate verò aëris, res non ita certò, conſtituta eſt. Permiſcebo autem utramque vim, quia experimenta ut plurimum, ita ſe habent, ut utramque requirant. Ut ergo omnis æquivocationibus locus præcludatur, intelligo per virtutem elaſticam, vim illam, quâ aër, ex minori extenſione ad majorem procedit ſine admixtione ſubſtantiæ alicujus ſenſu perceptibilis, non enim diſputo hîc, quid ſit rarefactio, & an per introductionem alienæ ſubſtantiæ ſemper fiat; an verò ſimpliciter per extenſionem majorem. Fateor quidem hanc denominationem elaſticæ virtutis, eſſe impoſitam ab iis, qui nullam dari propriè dictam rarefactionem opinarentur; voluerunt enim ſubſtantiam verbi gratiâ aërem, poſſe quaſi complicari, & itidem explicari; eo modo, quo pannus, aut lana, cujus pili licèt complicationis ſint capaces, habent tamen rigiditatem aliquam, quâ ſe ad naturalem rectitudinem reducunt, & majus occupare ſpatium videntur; quamvis realiter majus non occupent, impediente ſcilicèt illâ rigidare, ne partes tam benè inter ſe coaptentur. Unde fiunt plùs, vel minùs alienæ ſubſtantiæ admittant: coguntur autem recurrere ad æthereanı ſubſtantiam, omnia pervadentem, ſeſe per minutiſſimos poros inſinuantem. Nolunt igitur hanc virtutem vocare extenſivam, ſed potiùs elaſticam; ſicut enim complicata ſenſim ſe extendunt, ita etiam corpora. Quidquid ergo ſit de virtute elaſticâ, quam mihi difficillimum eſt concipere, niſi admiſsâ condenſatione, aut rarefactione propriè dicta, nempè quòd in elaterio adducto, & complicato, partes externæ nimis dilatentur, interiores verò nimis comprimantur. Quidquid tamen ſit de illa opinione, & in quocumque ſit poſita rarefactio, ſeu major extenſio: experimentis innumeris comprobatur, aërem frigore urgente, aut externa vi impellente, minorem locum apparenter occupare: ſive id fiat per diſtractionem partium, admittentium ſubſtantiam æthereanı, ſive per mutationem realis extenſionis, nihil refert. Intelligo igitur utrumque modum nomine virtutis elaſticæ.

Dico primò ineſſe aëri, virtutem elaſticam, quâ modò extenditur ad majorem locum occupandum, modò intra anguſtiores limites coarctatur.

Primò hanc aſſertionem demonſtro omnibus thermometris ſupra explicatis; quorum ſi caput calefiat aër extenditur ad majus ſpatium occupandum, frigore autem coarctatur.

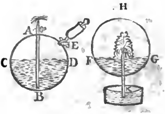
Idem oſtendo in cucurbitulis medicorum, in quibus aër calore dilatatus, dum frigeſit minus ſpatium occupat.

Tertiò. Experimento tertio digreſſionis ſeptimæ.



Quartò. Duplici machina hydraulicâ. Sit enim vas quodcumque AB, inſtructum tubo ad fundum ferè pertinente, media ejus pars CBD, aquâ impleatur; ſi per canalem E ſyringe intromittatur pluribus vicibus aër, dum

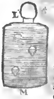
volvetur clavicula A , aër ſpatium C A D occupans totam aquam ſurſum attollet, & eja-



culabitur. Notatum autem eſt in hoc experimento, poſſe in vaſe AB vigecuplò plùs aëris intromitti, quàm connaturaliter excipere poſſit.

Sit aliud vas F H G ex quo educatur aër, vel per ſuctionem, innuimus autem ſupra, quid eſſet ſuctio, vel per calefactionem nimiam; ſi vas illud tubo I K inſtructum ſit, quod in aquam K immergatur, magnâ vi aſcendet aqua in vas F H G, unde concludere licet, aërem qui totam vaſis capacitatem occupabat, ad minus ſpatium ab externo aëre aquam impellente compingi poſſe.

Quintò ſit major ampulla vitrea L M, plena aquâ, intrà quam ſint minutiores ampullæ, apertæ, mediâ parte plenæ aquâ, & mediâ parte plenæ aëre, quæ ſint ferè in æquilibrio cum aqua, ſint tamen paulò leviores, & ſupernatent: erunt autem in æquilibrio, ſi moles illarum, ſeu aggregatum ex vitro, aquâ, & aëre intrà illas contentis, ſit levius aquâ, ipſis æquali, in mole. Si igitur per orificium L aqua comprimatur,



comprimetur aër in ſingulis ampullis, majorque copia intromittetur, unde fient graviores, & quæ ſupernatabant anteà, petent fundum. Igitur hoc experimento evincimus aërem, modò majorem, modò minorem locum occupare. Relinquo autem induſtriæ artificum modum, quo aqua comprimi poſſit. Aliqui enim collo L circumligant ſuillam veſicam, ex cujus compreſſione, vel dilatatione, comprimitur, magis, aut minùs aqua, & conſequenter ſucceſſivè aſcendunt, aut deſcendunt ampullulæ. Alii artificium occultant hoc modo. Additâ enim ſuillâ veſicâ collo A, totam majorem phialam invertunt, inſeruntque collum L foramini ſuppoſitæ menſæ, ita ut ſuilla veſica plena aquâ, infra menſam dependeat; tum lignum ita accommodant, ut adduci, & remitti poſſit, & per adductionem veſicam comprimat. Ita aliàs vidimus unum è noſtris qui extrà cubiculum poſitus imperabat tamen ampullulis ut deſcenderent, vel aſcenderent; adducebat enim filum ad certam menſuram pro ſingulis ampullulis, quæ erant diverſi coloris, aut & fruſtulum ejuſdem ſuillæ veſicæ, filo annectebat, ita ut tota phiala ex eo dependeret. Dum igitur trahebat deorsùm phialam, dilatabatur aqua, quia impediebatur gravitatio aërei cylindri in aquam.

Sextò. Idem comprobat experimentum 4 digreſſionis ſeptimæ, in quo oſtendimus aërem in veſica incluſum, ceſſante exterioris aëris gravitatione, ſe ad majus ſpatium occupandum extendere, illamque implere, & diſtendere.

Septimò. Sit ampulla quæcumque vitrea quæ calefacta validè, hermeticè claudatur; aſſerveturque hoc modo in multas hebdomadas: ſi deinde extremitatem tubi intrà aquam diſrumpas, aqua magnâ vi intrà ampullam exiliet, & aër qui totam anteà ampullam occupabat, vix dimidiam eius partem obtinebit. Alia multa experimenta afferemus infrà, idem comprobantia.

Ad idem principium revocant nonnulli mirabilem certè effectum cujus cauſam non uſque adeò notam puto. Afferuntur enim ex Suevia vitreæ lachrymæ, è vitro craſſiori, & ferè viridi confectæ, & ſolidæ, quarum figura talis eſt ut



craſſiores ſint in medio, deſinantque in tenuiſſimum capillum. Si craſſiorem partē AB etiam malleo contundas, non diſrumpetur, ſi verò digito tenuiſſimum capillum in D infringas, illicò cum impetu, & ſtrepitu tota lachrima diſſilit, & in tenuiſſimum pulverem diſpergitur. Interrogavimus autem peritiſſimos in hac arte, & inter alios Dominum Fieſchi, qui anno 1665. Lugduni fornacem ad chriſtallum Venetâ limpidiorem excoquendam excitarat.

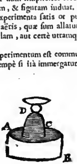
Reſpondit hujuſmodi lachrymas ex materia confici, quæ hoc peculiare haberet, ut liquata, & in aquam extincta non abiret in friabilem pulverem, ut ſolet vitrum noſtrum, quod tale eſt, ut ſi dum incanduit immergatur aquæ, in cineres abit. Dum hæc igitur materia colliquata in frigidam decidit, exteriores partes ſubitò condenſantur, interioribus adhuc malè compactis, ob aerem multum rarefactum, ſpirituſque igneos interceptos qui intra poros illius materiæ inveniuntur; perſeverant igitur in eo ſtatu, eò quòd nullum corpus exteriùs poſſit irrumpere, quo in minorem locum compingantur partes aeris rarefacti. Si verò diſrupto capillo D C, fiat externo aeri aditus; tanta vi ſe inſinuat, ut cedente aëre nimis rarefacto, utpote qui facilè in anguſtiorem locum compingi poſſit, & externo irrumpente, diſſiliat tota lachryma. Quæ reſponſio duplici experimento comprobatur. Primum erit, vitrum commune præcipuè craſſius, niſi ſenſim frigefiat, ſed externi aëris frigore ſubitò poſt colliquationem, corripiatur, ſeipſo diſtringetur. Unde poſtquam aliquod vas elaborarunt artifices vitriarij, rurſus fornaci illud imponunt, ut recoquatur, & tantiſper de illa rigiditate remittat. Idem obſervatur communiter dum ferrum aqua temperatur, poſtquàm enim ferrum candens in frigidam immerſum eſt, tantum induit rigorem, ut facillimè frangi poſſit, niſi denuò igni imponatur. Secundum experimentum erit ſeptimum digreſſionis ſeptimæ, in quo vidimus dum effluxit ex arundine aliquid mercurij, ita ut aëris externi gravitas, ejus pondus ſuperare poſſit, tanta vi ab aëre externo surſum impellitur hydrargyrum, ut ſæpè arundinem vitream diſrumpat. Atque hæc in materia

valdè

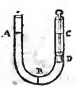
valdè difficili, & quam ſi ſemel explicare poſſem, infinita deducerem corollaria. Nempè difficillimum puto explicare, quæ ſit illa virtus quæ ferro per temperaturam inducitur, ut adductum redeat ad priſtinam rectitudinem, quid auferatur dum ſimpliciter recoquitur, ut quemlibet ſinum, & figuram induat.

Superiora experimenta ſatis ut puto probant vim elaſticam aëris, quæ ſum allaturus, aut gravitatem ejus ſolam, aut certè utramque virtutem adſtruunt.

Octavum experimentum eſt commune & facilè explicatu. Nempè ſi ità immergatur aquæ ſcy-



phus, ut totus impleatur aquâ extrahaturque æqualiter everſo ſitu, ut figura oſtendit, ſimul cum ſcypho, aqua illo contenta, aſcendet; manebitque ſuſpenſa ſupra ſuperficiem alterius aquæ. Hic effectus ſatis notam & in ſuperioribus ſatis explicatam habet cauſam nempe aëris gravitatem. Cùm enim aër in totam aquam æqualiter gravitet, & dum attollitur ſcyphus impediatur hæc gravitatio, reſpectu aquæ ſub ſcypho exiſtentis, atque adeò aër aquam ſurſum impellit. Quia autem dum manus attollit ſcyphum, duo ſunt cylindri aëris, unus aſcendens ex parte ſcyphi, & alius deſcendens, circa ſcyphum qui ſunt in æquilibrio, ideò dum ſcyphus attollitur ſolius aquæ pondus ſentitur. Vel ſi magis arrideat aqua attollitur à cylindro aëris deſcendente, & quantùm impendit virium in ea elevanda, tantùm ipſi decedit; hoc eſt, minùs eſt potens, ad attollendum alium cylindrum aëreum, atque adeò licèt non ſentiatur pondus aquæ contentæ intrà ſcyphum; quippe quæ ab aëre gravitante attollatur, ſentitur tamen ex cylindri aſcendentis pondere pars aliqua æqualis ponderi aquæ: quia pro reliquo adjuvatur, à cylindro deſcendente. Sit enim cylindri utriuſque pondus triginta librarum, & pondus aquæ duarum librarum, duæ libræ cylindri deſcendentis impenduntur in attollendâ aquâ in ſcypho, & reliquæ 28 in attollendis 28 cylindri aërei aſcendentis; ideòque relinquuntur duæ libræ aëris attollendæ, quæ



ſentientur; quod ut adhuc manifeſtiùs eluceſcat. Sint duo tubi communicantes aquâ pleni ABDC ſitque pars BD mercurio plena. Item ſupra mercurium Embolus D qui educatur, & aqua DC: certum eſt mercurium BD aſcenſurum, & impellendum ad aſcenſum ab aquâ AB, aſcendet item aqua DC; cujus totum pondus non ſentietur, ſed tantùm pondus æquale exceſſui, quo mercurius BD ſuperat gravitatem aquæ. Ponatur verbi gratiâ aqua AB eſſe 20 librarum, & DC eſſe 19, BD autem ſi eſſet aqua foret unius libræ, quia tamen eſt mercurius pars BD erit 16 librarum: dum educitur embolus, mercurius BD ſequetur embolum, quia cùm ſit 16 librarum impellitur ab aquâ AB 20 librarum, & quia aqua AB non tantùm eſt ſexdecim librarum, ſed etiam viginti, ideò adjuvat embolum in attollendis quatuor libris, ideóque ſentientur ex pondere aquæ DC, quæ erat librarum 19 tantùm libræ 15 quantus eſt exceſſus mercurij BD, ſuprà aquam ejuſdem molis.

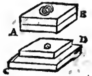
Experimentum nonum. Pileus ità pavimento, aut menſæ imponatur ut ejus alæ ſint extenſæ, nullumque relinquant aëri externo aditum. Attollatur æqualiter galerus, ſentietur aliqua difficultas, & quò magis elevabitur, alis ſemper pavimento adhærentibus, eò magis creſcet difficultas; donec tandem, dum intromittetur aër, pulviſculi ità attollentur, ut etiam intrà poros galeri penetrent.

Certum eſt ut experimentum ſuccedat, neceſſarium eſſe alas petaſi extendi, ita ut dum attollitur, adhuc pavimento cohæreant, non eſt autem mirum, ſi à pavimento non ita facilè divellantur; ſed potiùs cedant, & flectantur, ob incumbens pondus aëris. Intereà ergo dum attollitur galerus alis adhærentibus pavimento, fit ſub eo major capacitas ad quam occupandam vi elaſticâ extenditur aër inibi incluſus; qui cùm rarior ſit, quàm par eſt, langueſcit magis, ac magis vis ejus elaſtica; atque adeò non tam adjuvat, ad elevandum pileum, & quò magis amplificatur ſpatium ſub pileo, magis dilatatur aer incluſus, & minùs impellit pileum ſurſum, & conſequenter magis ſentitur pondus aëris incumbentis. Denique dum conceditur aditus, quia aer externus invenit aerem ſub pileo contentum nimis dilatatum, per gravitatem ſuam magnâ vi irrumpit, ſecumque attollit minutiſſimum pulverem, & quia eo impetu fertur etiam in poros galeri, ideò pulverem in eos introducit.

Ad idem experimentum revocari poteſt, aliud non diſſimile, nempè ſi galerus tabulæ imponatur; attolletur ſimul cum galero tabula, quæritur autem quo glutine tabula galeto adhæreat, & quare non ſeparetur ab eâ. Quod ut ſolvamus videndum eſt quid accideret ſi pileus à tabula ſepararetur, nempè elevaretur cylindrus aeris, alio cylindro aeris non deſcendente; dum ergo attollitur pileus, quia nullus aer, poteſt gravitate ſuâ conferre ad elevandum pileum ſeorſim ſumptum, eò quòd nullus ſit aditus inter tabulam, & galerum, cylindrus contra poſitus pugnat contra tabulam, & quia ſupponitur illâ gravior, elevat illam. Immò quia multò gravior eſt, etiam adjuvat ad elevandum cylindrum pileo imminentem. Manifeſtum autem eſt, quare dum conceditur aditus aeri, inter tabulam, & pileum, ſeparetur tabula, quia tunc in eam gravitat aer; unde licèt dum deſcendit tabula elevet cylindrum aeris,

alius tamen cylindrus aëris deſcendit, at verò dum cooperitur pileo, & denegatur aditus aëri inter utrumque; ſi ſepararetur tabula, non poſſet deſcendere cylindrus aëris, quippe qui ſuſtenteretur à pileo, aſcenderet tamen alius, tabulâ deſcendente, & deſcenſu ſuo, eum ſurſum impellente. Nam ut jam ſæpe dixi, fluidâ, & ſpirabilia in omnem partem gravitant: igitur tabula ab aëre ſurſum impellitur.

Quod dixi de pileo, dicendum etiam eſt de duabus laminis, exactiſſimè politis: videtur tamen nonnullis incredibile quod marmor craſſum duos, aut tres pedes ab aëre ſuſtentari poſſit. Sed conſiderent quid ipſis mirabile videatur: ſi enim detur tubus cujus baſis æqualis ſit marmori, ſuſtentabitur in eo mercurius ad duos pedes cum duobus digitis; quidni poterit marmor cujus craſſities adæquet duos pedes hoc modo ſuſtentari. Immò quia mercurius in ſpecie gravior eſt marmore, & quocumque corpore, excepto auro, ponamus marmoris gravitatem eſſe duplò minorem gravitate mercurii: dico in illa ſuppoſitione poſſe ſuſtentari marmor cujus craſſities ſit quatuor pedum, & quatuor digitorum, & non major, alioquin marmor erit ponderoſius cylindro aëris ſibi correſpondente, atque adeò illum non ſuperabit.



Dices dum hoc modo duæ tabulæ ſibi invicem cohærent, falſum eſt quod aër non gravitet in tabulam inferiorem: nam ut diximus fluida & ſpirabilia gravitant in omnem partem, ergo aër gravitabit in ſuperficiem etiam verticalem laminæ inferioris.

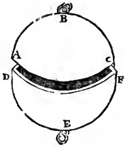
Reſpondeo verum quidem eſſe, quod ſpirabilia in omnem partem exerceant ſuam gravitatem; modò tamen deſcendente corpore quod urgent, deſcendat corpus ſpirabile, ſed ſi deſcenderet lamina AB, aër tamen non deſcenderet, aut ſi aliquid aëris deſcendat, erit modica ut ita dicam corona, circa ſuperficies verticales poſita, & illis adhærens cujus gravitas addita laminæ AB adhuc minor eſt, gravitate columnæ aëreæ aſcendentis vi deſcenſus laminæ.

Urgebis ſi lamina lignea in fundo aquæ, ita ſtatueretur ut nulla ſubeſſet aqua, aſcenderet & ſursùm pelleretur ab aquâ, urgente ſursùm ſuperficies illius verticales. At in illo caſu dum aſcenderet lamina, nulla aqua deſcenderet; niſi poſtquam inveniſſet aditum inter aſſerculum & fundum.

Reſpondeo me admittere paritatem, negare tamen in tali caſu aſſerculum aſcenſurum propter rationem allatam: immò etiam ſi traheretur, adhæreret fundo. Atque ut fiat exemplum omninò ſimile, ſi duæ laminæ ex materia in ſpecie leviori, quam ſit aqua, eo modo aptentur; aſſero quod ſi una deorſum traheretur alia etiam deſcendet. Fateor tamen ob frequentes ligni poros vix poſſe ita aptari duos aſſerculos, ut omninò adhæreant, quia facilè inter poros admittitur aër, immò multus in illis delitescit, qui vi ſuâ elaſticâ multum juvare poteſt utriuſque laminæ ſeparationem; quæ notatio adhuc clarior fiet experimento ſequenti.

Urgebis ſint duæ laminæ quarum inferior, ſit latior ſuperiore in tali caſu non deſinet adhærere alteri, licèt aër in eam gravitet & eâ deſcendente, deſcendat cylindrus, aut priſma aliquod aëris, igitur non adhæret ſuperiori eò quòd ſuſtentetur ab aëre, & à nullo aëre deorſum impellatur.

Reſpondeo multiplicem poſſe dari caſum. Inferior verbi gratiâ lamina pendat 10 libras, & cylindrus aëris ipſi correſpondens pendat 100 libras, dico ſi pars laminæ inferioris, detecta talis ſit, ut aër ipſi incumbens pendat pluſquam nonaginta libras, ſeparabitur lamina, ſi verò non adæquet nonaginta libras, adhærebit. Ratio clara eſt quia contra cylindrum aëris correſpondentem laminæ qui nempè deſcendente laminâ aſcendit, pugnat tàm pondus ipſius laminæ, quam pondus aëris marginibus ejus incumbentis, quare ſi hæc duo adæquent gravitatem aëris aſcendentis, erit æquilibrium, ſi verò ſuperent vincetur cylindrus aëris, ſi ab eâ deficiant vincetur, & ſuſtentabitur lamina.



Experimentum decimnm. Sint duo hemiſphæria cujuſcumque materiæ, intus vacua, quæ aptentur ad invicem, & conjungantur, ne autem inter utrumque intromittatur aër, circumponatur vitta, ex pelle immò & emplaſtro aliquo præcludatur omnis aëris externi ingreſſus: ſi totus aër, intra hæc duo hemiſphæria relinquatur etiam nullo admiſſo externo aëre ſeparabuntur invicem ſatis facilè. Si verò anthliâ educatur aër quantùm fieri poterit, nullis ferè viribus ab invicem ſejungentur. Quæritur hujus rei ratio, non hic appono modum, quo aër educi poſſit; hoc enim ex machinâ infra deſcribendâ ſatis patebit.

Duo igitur mihi præſtanda ſunt, primùm oſtendere debeo aërem intus incluſum conferre ad ſeparationem utriuſque hemiſphærij, ſecundùm ſecluſo omnis aëris adjumento, quanta ſit difficultas, & quæ vires ad eam ſufficiant.

Suppono ut jam ſæpè, monui, aërem qualem habemus multò compreſſiorem eſſe, quàm exigat eius natura, & hanc pati compreſſionem ab incumbentis

incumbentis aëris gravitatione, ita ut illi reſiſtat, quantùm poteſt, ſitque eius reſiſtentia in æquilibrio cum aëris gravitate; hoc eſt nec ulteriùs comprimi poſſit, & nec ſolus ſe ulteriùs extendere, niſi aliquid ipſi addatur, quo vincatur aut impediatur aëris incumbentis gravitatio.

Suppono ſecundò. Intra hæc duo hemiſphæria incluſum aërem, eundem gradum compreſſionis habere quem reliquos aër obtinet, atque adeò paratum eſſe ſe extendere, & vincere aëris gravitationem, ſi tantiſper adjuvetur, ea enim quæ ſunt in æquilibrio, ita ſe habent ut cui vel leviſſimum additur momentum, victoria etiam concedatur. Continuatur autem, hæc compreſſio, non immediatè, ſed mediatè, quia aër incumbens, conjungit duo hæmiſphæria, & ea conjunctione aërem incluſum in eodem ſtatu continet. Vis igitur elaſtica aëris incluſi eſt in æquilibrio, cùm cylindro aëris externi ſibi correſpondente, dum autem ſeparatur unum hæmiſphærium ab alio, ſublevatur aër, impediturque eius gravitatio in aërem contentum. Igitur aër incluſus ſe extendit, & adjuvat eam ſeparationem, ſolaque percipitur gravitas hæmiſphærij, & aliqua etiam gravitas aëris; quia cylindrus aëris qui attollitur eſt paulò major aëre incluſo, propter craſſitiem hæmiſphærij, & quò major erit hæmiſphærij craſſities, eò major erit difficultas ſeparandi hæmiſphæria.

Ex quò vides quarè tanta ſit difficultas in ſeparatione laminarum; nempè quia nullus intercipitur aër qui vi ſuâ elaſticâ, ſeparationem illam promoveat: cur item corpora poroſa aut non perfectè unita faciliùs ab invicem divellantur: cur aqua ſæpè conferat ad eam adhæſionem implendo ſcilicèt poros, & denegando aditum aëri externo.

Secundum ex ſuprà poſitis faciſſimum erit; nempè dum anthliâ educitur ex hæmiſphæriis, non quidem omnis, ſed multus aër, ita ut ferè conſtituatur in ſtatu naturali: nullam amplius vim elaſticam obtinet; atque adeò, non reſiſtit compreſſioni, nec adjuvat ſeparationem hæmiſphæriorum. Sentitur igitur totum pondus aëris incumbentis. Quare tanta requiretur virtus ad hanc ſeparationem, quanta ad elevationem cylindri aërei, cujus baſis æqualis ſit, maximo circulo hæmiſphærij.

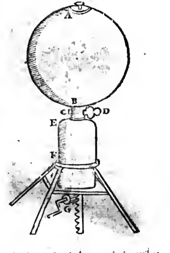
Quæ virtus debet eſſe major quàm primo intuitu videatur. Supponatur enim tubus vacuus, cujus baſis æqualis ſit maximo circulo illius Sphæræ; ſitque longitudinis duorum pedum, & duorum digitorum, & etiam paulò plus, (quia nempè diximus in experimento hydrargyri etiam ſpiritus eductos ab hydrargyro, impedire quominus mercurius aſcendat ad eam omnem altitudinem quam haberet. Si ergo ſupponatur ille cylindrus plenus hydrargyro, erit æqualis gravitati cylindri aërei, atque adeò virtus quæ poterit totum illum mercurium elevare, poterit etiam ſeparare hæc duo hæmiſphæria ab invicem, vel ſi talis cylindrus ſit longitudinis pedum triginta trium, requiretur ad ſeparationem illorum hæmiſphæriorum virtus æqualis illi cylindro aqueo.

Aliqui exiſtimant requiri virtutem longè majorem, ad ſeparanda hujuſmodi hemiſphæria, vidique typis mandatas figuras, in quibus exhibebantur plurimorum equorum vires huic negotio impenſæ; quia tamen nullum audivi, qui aſſerat ſe expertum eſſe majorem virtutem ad id neceſſariam, eſſe quàm quæ ſufficiat ad elevandum cylindrum aqueum pedum triginta trium, aut mercurialem duorum pedum cum dimidio, ideo non propterea deducar ex opinione mea, donec aliquid certi afferatur.

Res certè digna cui aliqua impendatur diligentia, ſi enim major requiratur virtus, fateor ad aliud principium recurrendum eſſe, & cum opinione communi metum vacui accerſendum, niſi aliud ſuccurrat.

Ad hoc forſitan principium revocari poteſt vis illa quæ ineſt glutini ad conjungenda corpora, quæ prius contigua tantùm erant, dum enim gluten liquidum adhuc eſt, replet omnes poros utriuſque corporis, & exhalato humore, neceſſariò pro illo ſubſtituitur ſpiritus multùm rarefactus atque adeò carens vi elaſtica, non putarim tamen iſtud ſufficere, ſed recurrendum eſſe ad intricationem aliquam partium.

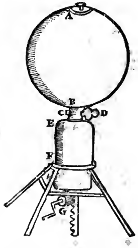
Experimenta quæ ſequuntur à Roberto Boyle ut plurimùm ſunt facta, machinamque requirunt; quam ex ipſo deſumpſi: conabor igitur ut brevitati conſulam ea ſimul congerere quæ ſimili principio nituntur.



Machina conſtat duabus præcipuis partibus, vaſe vitreo AB, ſatis firmo; recipiens nuncupabimus; hoc nomine communiter à chymiſtis uſurpatur: cujus magnitudo tanta ſit, ut quinquaginta circiter librarum aquæ ſit capax.

In ſummitate foramen habet cujus diameter eſt 4. digitorum cum marginali labio in conum turbinato, ad altitudinem unius digiti: huic inſeritur operculum quod cæmento ferruminatur; in cujus medio eſt foramen ſuâ claviculâ inſtructum ut dum opus erit intromittatur aër. Habet item hoc recipiens epiſtomium B C, cum verticillo D, debet autem collum ut ita dicam recipientis inſeri tubo ſtanneo aut cupreo & diligenter ferruminari cæmento, ex pice reſinâ & ligneis cineribus.

Secunda pats hujus machinæ anthliâ E conſtat, ut ejus ſuſtentaculo. Anthlia autem primò



cylindtum h bet cavum, cujus cavitas eſt trium digirotum. Huic aptatur Embolus, conſtans alio cylindro merallico minore, & perforato, cui imponitur ſegmenum corii, ſatis craſſum & amplum, optimè lixivio præparatum, ut cavitati cylindri coaptari poſſit, & omnem aëri externo aditum præcludat, manubtium autem Emboli ferreum eſt & dentatum, ita ut inſeri poſſint denticuli rotulæ G, immittendum oleum intra cavitatem anthliæ, ut faciliùs curtat Embolus, & excludatur omninò aër externus.

His ita præparatis, aërem ex recipiente ſie extrahes, obſeratâ clavi C D, Embolum ad ſummiratem uſque anthliæ immites, quantâ fieri poterit celeritate, tum ad imum anthliæ educes, & versâ clave C D, exitum patefacies aëti qui magno impetu ex recipiente in ſubjectam anthliæ cavitatem, vacuam aut ſaltem rarefacto aëte plenam deſcendet, donec in utroque vaſe ad parem dilatationem adducatur. Clauditur Epiſtomium C D, rurſuſque ad ſummitatem uſque anthliæ immittitur Embolus, educiturque, tum aperitur foramen C D, & ita deinceps. Notabis autem ſubſequentibus ſuctionibus te minùs, ac minùs aëris educere, quam precedentibus, quòd facile deprehendes, eò quòd Embolum ad ſummiratem uſque anthliæ intromittere poſſis, priuſquam eius inferior valvula aperiatur, immo ſi clauſa ſuperiori valvulâ C D manubtium dimiſeris, Embolus ſeipſo, magnâ vi aſcendet. Cùm enim intra anthliæ cavitatem modicus contineatur aër, capax ulterioris compreſſionis: aër externus gravitate ſuâ urget, & Embolum impellit non reſiſtente ſufficienter aëte intra anthliam contento, quod principium ita univerſale eſt, ut experimenta omnia facilè explicet.

Jam ſuprà locutus ſum de virtute aëris elaſticâ vi cujus modò magis explicari poſſit, modò coarctationis alicujus ab extrinſeco provenientis ſit capax; ita ut ſi quando accidat eius partes incurvari aut comprimi vel incumbentis athmoſphæræ pondere, aur quovis alio corpore ubi ceſſat vis externa ſe ſe à tali preſſione liberare nituntur. Afferunt autem communiter velleris, aut lanæ conglobatæ ſimilitudinem; lana enim aut vellus ex flexibibbus pilis conſtat, qui inſtat minutiſſimæ ſpiræ facilè incurvari poſſint, & turſus inſtar elaterii ſe explicare: ita lana aut vellus compreſſum, turſus ſe explicat; idem potes videre in ſpongia ſicca. In quo modo explicandi multa mihi notare licet, nempè quod non ſatis omnia perſequatur & expendar, certum enim eſt quod dum comprimitur lana; partes eius non tam diſtant ab invicem, excluduntque, multum aërem qui denuò illis expanſis intromittitur. Quæro igitur an inter partes aëris expanſas aliqua ſubſtantia intromittatur, an verò dentur vacuola, neque enim per expanſionem ſimpliciter elaſticam, eo modo explicatam, partes ſingulæ majus ſpatium occupant; ſed tantum minus benè ſibi congruunt, & relinquunt majora, aut minora ſpatia alieno corpore plena, aut certè vacua. Hoc videtur mihi non ſatis in ea elaſtica virtute conſtitutum. Scio quidem nonnullos, æthercam ſubſtantiam admitere, quæ omnia pervadat, vel vacuola; in quo non magnam difficultatem patiuntur, eò quòd & lumen cæteroſque influxus cœleſtes exiſtiment eſſe corpora, omneſque qualitates quantum poſſunt eliminent. Neque enim admittunr iſti Neoterici ullam propriè dictam rarefactionem, aut condenſationem quâ idem corpus modò majorem, modò minorem locum occupet, ſed rantum volunt diſtractionem variam, quæ ex illarum configuratione oriatur. Fateor tamen niſi modò major modò minor ejuſdem partis extenſio admitatur me vix poſſe benè concipere, quid ſit Elaterium. Concipio quidem quod in arcu adducto, partes internæ nimis comprimantur, cùm enim in minorem arcum efformentur, eas minorem locum occupare quàm par ſit, neceſſe eſt, è contrà verò exteriores nimis dilatantur, ex quo fit ut ceſſante adductione ſe ad naturalem extenſionem reducant; quod cum fieri non poſſit, niſi ad rectitudinem redeant, reſilit arcus. Neſcio igitur quid ſit vis elaſtica, niſi in aliquibus partibus pilorum verbi gratiâ, velleris propriè dictam condenſationem admittas: ut plurimum iſtæ opiniones quæ novæ videntur, & facilè omnia explicare; intactam relinquunt difficultatem, ſi benè expendantur. Scio poſſe aliquid reſponderi, nempè corpora talem textutam, & ordinem partium exigere, ſed non redditur hujus rei ratio, cur enim pilus inflexus non eſt in ſtatu naturali, dicunt aliqui partes ex quibus pilus componitur tales eſſe, ut dum incurvantur partes exteriores, arcus ſe tangant tantum in angulis; ideoque dum relinquuntur ſuæ naturæ recidunt ut ſe tangant ſecundùm facies integras, ſed neque hoc ſatisfacit. Primò quia per adductionem arcus ſolveretur continuitas; deinde quid intereſt ut ſe tangant, vel per angulos, vel per facies; denique contrarium eveniret in partibus internis ejuſdem arcus, quæ adducto arcu ſe per facies tangerent; unde nulla eſſet ratio cur mutarent ſitum, ut ſe per angulos contingerent. Si verò ſemel admittatur aliquas minutiores pili

li partes, modò majus, modò minus ſpatium occupare, & ex nimia extenſione ſe reducere ad minorem, non erit opus eam vim elaſticam, advocare, ſed potiùs vim exſtenſivam.

Chartesius qui aliena à communi philoſophandi ratione, acceſſit principia, exiſtimat aërem conſtare partibus maximè flexibilibus, variæ quidem magnitudinis, & figuræ, quæ ob inquietum motum cœleſtis materiæ per totum ſpatium quod terram ambit circumfuſæ, ita rotantur, ut illo motu, omne aliud corpus extrudant, quod intrà ſphæram rotationis ſuæ ingreſſum fuerit. Ideoque non intereſt juxta eam ſententiam quam figuram habeat unaquæque aëris particula, cùm virtus elaſtica ab ea nullo modo pendeat; ſed à motu, quem à fluido æthere intercurrente communicatum habent. Motus autem ille continuus præſtat, ut particulæ ſeparatæ maneant, & rotatione ſuâ major ſingulis locus conveniat, quam conveniret ſi eſſent immotæ. Verum quidem eſt quod ſi ſphæra circa centrum ſuum volvatur non propterea majus ſpatium occupabit, at verò ſi corpus irregularis figuræ rotetur, neceſſariò rotatione ſuâ majorem locum ſibi vendicabit. Vult igitur Chartesius dum conſtipantur partes aëris, impediri ſaltem aliquo modo talem motum, eò quòd materia ætherea, cum tanta facilitate non poſſit eas movere: dum verò ceſſat cauſa eas conſtringens, materia æthetea denuò eas ſeparet & agitet, & per agitationem, & ſeparationem, videantur majus ſpatium occupare. Quæ quidem omnia ingenioſa ſunt, ſed eo prorſus modo quo proponuntur, etiam negantur, probabilitatem enim non video, unde ſibi concilient: ideoque ea ſimpliciter proponenda duxi potiùs ut eorum ſpecimen darem, quam ut probatione aliquâ comprobarem. Quia nunquam in animum potui inducere fluiditatem aut ſpirabilitatem in motu continuo eſſe poſitam, ita ut aquæ partes continuò agitentur, etiam dum placidiſſimè quieſcit aqua; nunquam mihi perſuadere potui talem dari ſubtilem ſubſtantiam, cui omnia corpora quantumvis ſolida, ſint pervia, & alia hujuſmodi quibus diutius inhærere non vacat.

Experiment. 11. Arida agni veſica capax duarum tertiarum pintæ, per aëris incluſi receſſum amiſit de ſuo pondere granum & octavam grani partem: vitreum recipiens poſtquam exhauſtus eſt aer levius fuit, Unciâ & tertia Unciæ parte, fuit autem recipiens illud capax menſurarum 32. Hoc experimentum probat aërem gravitatis non eſſe expertem, & conſequenter aerem in quo vivimus compreſſum eſſe.

Experimentum 12. Exhauſto ex machina, aëre, difficillimè educi poteſt obturamentum ſuperius, cujus loco ſi veſica circumligetur, eadem accidunt quæ in experimento mercurij, nam præcipitatur intra recipiens, eamque ſi quis extrahere conetur ſentiet magnum pondus; quod admiſſo intra recipiens externo aere, ſenſim minuitur. Huic experimento nullam cauſam ſubjungo, utpote quam jam ſæpè explicui.

Experimentum 13. Si Embolum ad ſummitatem uſque anthliæ promoveris, ita ut ſuperiorem eius partem, quantùm fieri poteſt, tangat, clauſo verticillo, non majorem ſentiet difficultatem, ut educas Embolum uſque ad mediam anthliam, quam uſque ad imam. Ex quo deduco eam reſiſtentiam non oriri, ex adhæſione Emboli cum medio aere qui ſupponitur relinqui, & qui reſiſtat nimiæ dilatationi; plus enim reſiſteret majori dilatationi quam minori, plus autem dilataretur, quando Embolus ad imam uſque anthliam educitur quam dum extrahitur ad mediam, igitur dicendum eſt ſemper eandem ſentiri aeris externi gravitationem.

Experimentum 14. Veſica ſemiplena aere in recipiente incluſa exhauſto recipientis aere turgeſcit, & diſtenditur: quæ verò jam inflata erat rumpitur, modò tamen integra ſit, & nullo modo aperta. Simile experimentum in aere libero facere poſſumus, ſi nempè veſicam aere ſemiplenam calefaciamus: volunt autem in calefactione partes ignis interfluere inter partes aëreas, eaſque ſeparare & conſequenter in majus ſpatium extendere. Sed hæc explicatio Chartesiana eſt, eamque rejecimus, utriuſque Experimenti cauſam ſuprà explicuimus.

Experimentum 15. Collo phialæ vitreæ ſatis parvæ nempè ſex drachmatum aquæ capacis, circumligetur veſica agnina lenta, & plicabilis, adeò ut latera eius cohæreant ſi intrà recipiens tam phiala, quàm veſica includatur, exhauſto recipientis aere; aer phialæ etiam totam veſicam implebit; etiamſi veſica noncuplò ſit major, quam phiala. Ex quo ſequitur aërem ad decuplò majus ſpatium occupandum ſatis facilè extendi poſſe: immò ex aliis experimentis conſtat aerem poſſe ſe extendere ad ſexageſies majus ſpatium. Et Merſennus aſſerit vi caloris poſſe dilatari aerem ad ſeptuageſies majorem locum occupandum.

Experimentum 16. Phialæ valdè parvæ omninò tamen rotundæ, collum in recipiens immittitur, ipsâ extra recipiens extante, & obturatis omnibus rimis, exhauſto dein tam recipientis, quam phialæ aere, non fracta eſt phiala, licet totum pondus athmoſphæræ ſuſtineret, quod tribuitur figuræ rotundæ, & preſſioni, ex omni parte æquali. Alembicus cujus figura non ſphærica, exanthlato aere diſſiluit. Phiala vitrea, cui additus erat tubus ſatis longus, ad fundum eius pertingens quæ aliquantulum aquæ continebat, incluſa intra recipiens, ita ut per foramen recipientis, tubus phialæ apertus prominerct, educto ex recipiente aere phialam ambiente, diſſiluit phiala tanto impetu, ut eius fragmentum in recipiens illiſum illud perfregerit. Eò quòd aer illâ incluſus totum athmoſphæræ pondus per tubum foris prominentem ſuſtineret, & phiala ſolitâ ambientis aeris preſſione deſtitueretur, phiala tamen craſſior adhibita non diſſiluit.

Experimentum 17. Lampades accenſæ, & carbones igniti, citiùs extinguntur in recipiente, quam in aere libero, & adhuc citiùs dum exſugitur recipientis aer. Funis militaris accenſus, & in recipiens demiſſus, primò fumo implevit recipiens, exhinc exanthlato ſimul cum aere, fumo, ignis non apparuit, immiſſo tamen aere cœpit ut priùs ardere.

Experimentum 18. Sclopeto in recipiens demiſſo, exhauſto aere elaterium eandem vim obtinuit, quam habere ſolet, ſcintillaſque more ſolito excuſſit, & aliquandò pulvis ſulphureus accenſus eſt, flammamque habuit more conſueto ſe habentem.

Experimentũ 19. Si intrà recipiẽs intromittatur

vaſculum

Digitized by Google

vaſculum mercurio plenum, ſimul cum tubo tripedali in quo mercurius in ſtatione ſolita conſiſtat: tubus autem quia longior eſt per foramen extrà recipiens aliqua ſui parte promineat, intervallum autem inter tubi latera, & foraminis labra emplaſtro, ad arcendum externum aërem probè impleatur, continebitur mercurius in eâdem altitudine. Quia tunc licet impediatur externi aëris gravitatio, aëris incluſi vis elaſtica & gravitationi aëris æqualis in viribus eundem præſtat effectum: ubi verò exhaurietur aër ex recipiente, mercurius deſcendet ad ſuperficiem uſque ſtagnantis in vaſe mercurij; admiſſo autem per Epiſtomium externo aëre, turſus aſcendet.

Experimentum 20. Facto Thermometro ex mercurio ad ſolitam altitudinem conſiſtente, in tubo ſimplici non capitato, fiunt mutationes in ſtatione mercurij, etiamſi nulla ſenſibilis in calore, aut frigore facta ſit mutatio, quod ex aliis thermometris communibus dignoſcere poſſimus.

Ratio autem hujus motationis eſſe poteſt, quod licet non mutetur frigus aëris terræ vicini, mutetur tamen in mediâ regione, & ex ea mutatione ſequatur condenſatio & major gravitatio, ex majori gravitatione altiùs aſcendat mercurius in tubo.

Undè ſi Charteſiana opinio de fluxu, & refluxu maris eſſet vera; nempè quod luna tranſitu ſuo athmoſphæram magis comprimeret; id in thermometro dignoſcere poſſemus: immò in ea opinione, lunâ meridianum obtinente nunquam eſſet æſtus, ſed potius refluxus. Pariter ſi ut vult R. P. Honoratus Fabri pars athmoſphæræ, quæ in terram gravitat, tranſeunte luna, gravitationem mutaret, inciperetque in lunam gravitare: & propterea aquæ eo loco minus preſſæ non nihil aſſurgerent, in mercuriali Thermometro idem animadverteretur, fluxuſque aliquis & refluxus notaretur. Differt autem illud Thermometrum à communibus, quod in aliis vix ulla habetur ratio gravitatis aquæ modica eſt, ſed tantum virtutis elaſticæ aëris incluſi, in iſto verò, vix habetur ratio ſpirituum incluſorum, & virtutis eorum elaſticæ ſed tantùm gravitatis mercurij comparatæ cum gravitate athmoſphæræ: & verè ſi ſummitas tubi omni corpore deſtitueretur non tamen multum aſcenderet mercurius, certiſſimum autem eſt athmoſphæram variis alterationibus eſſe obnoxiam ut infinitis experimentis conſtare poteſt.

Experimentum 21. Factum fuit in aqua, eodem protſus modo quo in decimo nono, adhibitus fuerat mercurius; ſed opus fuit multum aërem exſugere, ex recipiente antequam aqua deſcenderet: quia tubus erat tantum pedum quatuor, cùm debuiſſet 33 pedes ſuperare. In eodem experimento viſæ ſunt innumeræ bullæ, ex aqua erumpere, quæ admiſſo externo aëre evaneſcebant, aut potiùs intrà aquæ ſubſtantiam ſe occultabant. Ex quo concludere licet, etiam athmoſphæram gravitare in ea corpora, quæ intra aquas latent, illæ autem bullæ vel fuerunt aër intra aquam latens, aut ſpiritus ipſius aquæ. Poſſumus autem facilè comprobare aliis experimentis aërem gravitare in corpora aquis demerſa, nam intra aquas ſuccedit mercurij experimentum: immo ſi intra phialam oblongo collo includatur mercurius, quæ tota intra recipiens collocetur exhauſto aëre multæ bullæ quaſi aëreæ erumpent, quæ majores fient prout major aëris copia exſugetur: & admiſſo externo aëre, rurſus ita parvæ fient, ut vix appareant; ex quo manifeſtum videtur, etiam intra mercurium, & aquam, ſpirituum, aut aëris particulas latere quæ ab athmoſphæra comprimantur.

Eadem autem aſſertio comprobatur experimento facili, ſi nempè intrà vas vitreum longiuſculum aqua plenum, parvæ phialæ apertæ mediâ parte plenâ aquæ, & alia media plena aëre collocentur; ſi enim ita diſponantur, ut fundum petant; totumque vas oblongum ſtatuatur intrà recipiens, exhauſto aëre parvæ phialæ aſcendunt. Unde concludo aërem intra eas incluſum comprimi ab athmoſphæra, & conſequenter athmoſphæram gravitare in aquam: impoſſibile enim eſt, ut comprimat aërem, intrà aquas latentem, & non gravitet in aquam.

Experimentum 22. Vitrea phiala oblongo collo impleta eſt aqua, uſque ad initium colli, cui addita eſt nota; deinde incluſa eſt intra recipiens; exauſto aëre recipientis, cœpit aqua intumeſcere, & primò quidem, bullæ ex fundo aquæ ad ſummitatem uſque eruperunt, tum ſingulis ſuctionibus aliquantulùm aqua in collo elevata. Ex quo ferè concludi poteſt, ineſſe aquæ virtutem aliquam elaſticam. Hoc comprobatur alio experimento, in vas plumbeum cavum per exiguum foramen, partim exugendo aërem, partim ope ſyringis injecta aqua, ſenſim intumuit, clauſoque foramine, & percuſſo vaſe in variis locis, ut cavitates fierent, & comprimeretur aqua perforato vaſe aqua foras erupit.

Idem experimentum factum in oleo ex quo multò plures eruperunt bullæ, quam ex aqua communi; ex aqua verò diſtillata pauciores.

Experimentum 23. Non diſſimile erit ſuperioribus iſtud experimentum. Demiſſa eſt in recipiens, ampulla vitrea oblongo collo, & hermeticè obſignato, tertia ſui parte plena aqua, tum exhauſto aëre, fracta eſt extremitas colli; aër intra illam incluſus magna vi ſe diffudit intra capacitatem recipientis, & innumeræ bullæ ex aqua uno impetu eruperunt.

Experimentum 24. Liquor aliquis peculiaris qui in libero aëre, totus ferè in ampullas elevabatur, in recipiente evacuato, vix habuit hujuſce effluvia.

Experimentum 25. Si capillaris tubus aquæ immergatur, aqua in eo aſcendet etiam ad quinque digitos. Cujus experimenti nulla alia reddi poteſt ratio, niſi quòd aër non tam perfectè poſſit gravitare in aquam per medium tubum, partibus ejus lateribus tubi adhærentibus; quam aër externus gravitet in aliam aquam, ideóque cogat eam aſcendere per tubum.

Hoc autem experimentum univerſale continet principium, quo omnia ferè madefiant & liquor ſe inſinuet, & aſcendat per arborum fibras, per medios cineres, arenam & alia hujuſmodi corpora; ſed de hoc meliùs alio loco.

Experimentum 26. Ampulla vitrea aëre plena, & hermeticè obſignata, bilanci impoſita, in aëre libero cum certo plumbi pondere, erat in æquilibrio, incluſa recipienti poſt unam, aut alteram ſuctionem amiſit æquilibrium, & bilancem inclinavit: aëre admiſſo ſuum recuperavit æquilibrium. Ergo aër ponderat, & gravis eſt. In eodem

experimento

experimento cum vitrea ampulla aperta fuit ſuum ſemper retinuit æquilibrium.

Æolipila poſtquam calefacta fuit obturato foramine, ſtaterâ examinata eſt, admiſſo deinde aëre, undecim granis ponderoſior fuit.

Experimentum 27. Veſica aëre plena, trutinâ examinata, inventa eſt ponderoſior 14 granis ſeipsâ vacuâ: erat autem capax 14 librarum aquæ. Igitur proportio ponderis aquæ, ad pondus aëris eſt ut libræ ad granum, hoc eſt, ut 7600 ad unum. Ricciolius vult eſſe ut 10000 ad 1. Hic tamen modus ponderandi nullus eſt, cum aër in aëre homogenea ponderare non debeat. Ex æolipila autem longè alia invenitur proportio, nempè ut 1900 ad 1, circiter. Merſennus exiſtimat eſſe ut 1300 ad 1. Ex quo ſequeretur, ſi aër eſſet homogeneæ gravitatis athmoſphæræ, altitudinem eſſe circiter 7 aut 8 milliariorum. Si enim 33 pedes multiplicaveris per 1300, invenies circiter altitudinem aëris, facientis æquilibrium cum 33 pedibus aquæ. Proportio ponderis mercurii ad aquæ pondus multis modis examinari poteſt, nempe tubo inflexo, ſeu duobus cylindris communicantibus invenitur eſſe ut 1 ad $13\frac{1}{4}$.

Experimentum 28. Aviculæ, & alia animalia recipienti incluſa, exhauſto aëre mortua ſunt; imò aliquantiſper turgeſcere viſa ſunt. Quænam autem ſit hujus experimenti cauſa jam ſuprà explicuimus.

Experimentum 29. Aqua calefacta antequam frigeſiat, incluſa intrà recipiens, exhauſtô aëre bullire videbatur: quia ad ſingulas ſuctiones innumeræ erumpebant bullæ.

Hæc experimenta ſatis facilè utramque aëris virtutem comprobare videntur nempè elaſticam, & graviatem, atque de his ſatis.

DIGRESSIO X.

Phyſica.

An elementa graviten in proprio loco reſpectivo.

In hac quæſtione duplicem invenio occaſionem æquivocationis: Prima eſt, quòd non conveniant omnes in aſſignando cujuſque rei loco. Volunt enim quamplurimi tunc ceſſare gravitationem quotieſcumque corpus eſt in proprio loco; cum enim finis gravitationis ſit, rem in proprio loco ponere, ceſſante fine ceſſat etiam omnis gravitatio; quare primò conſtituendus eſt proprius uniuſcujuſque locus. Dicunt ergo locum rei gravis connaturalem eum eſſe in quo nullum habet ſub ſe corpus levius, aut in iſta hypotheſi, nullum minus grave. Sed quæro ulteriùs; an minus grave abſolutè, an reſpectivè. Non primum, quia ut jam definivimus omnia gravia ſunt ejuſdem gravitatis, gravitaſque abſoluta nullo modo intenditur, aut mutatur; quare in eo ſenſu nullum unquam corpus, ſub ſe habebit aliud minus grave. Reſtat ergo ut intelligatur de minùs gravi reſpectivo: minùs autem grave reſpectivè nihil eſt aliud quam grave cum majori extenſione. Videamus ergò quare aqua, verbi gratiâ, gravitat & in aërem ſub ſe poſitum, & non in mercurium: quia aqua non eſt tam gravis, ac mercurius ſibi mole æqualis, quem propriè aggreditur, & eſt gravior quàm aër, ipſi æqualis in mole. Aggreditur autem corpus ſibi mole æquale, quia in tali diſpoſitione, aqua deſcendente corpus tantum illi æquale aſcendit.

Si tamen fieret alia diſpoſitio in quâ, quatuor libris aquæ deſcendentibus, tres tantum libræ mercurii aſcenderent: aqua mercurium elevaret, & conſequenter dicendum eſſet, quod gravitaret in mercurium. In priori autem caſu ideo aqua eum non elevat, quia, deſcendentibus 4 libris aquæ mercurij, moles æqualis aſcendere deberet, hoc eſt pluſquam ſexaginta libræ. Non eſt autem mirum ſi quatuor libræ aquæ ſexaginta elevare non poſſunt. Videntur igitur iſti per gravitationem, intelligere victoriam, ſed malè; iſta enim non ſunt idem gravitare, & gravitando vincere; unde concludo ſi aliquandò aqua in mercurium gravitat, videtur in eum, ſemper gravitare, ſed in aliquo caſu hanc gravitationem non poſſe motum efficere, eò quòd ipſi reſiſtatur; aliquandò verò ubi reſiſtentia minor erit, aliquem motum producere. Oſtendam autem poſtea aquam, & aërem in mercurium gravitare: undo puto æqualiter omnibus corporibus eundem locum competere, nempè tendere ad centrum terræ, cum æqualem, & ejuſdem ſpeciei habeant gravitatem.

Ex accidenti autem unum tendere fortiùs; eò quòd propter denſitatem, plures gravitatis partes, pugnent contrà pauciores corporis rarioris: ità ut ſublatâ tali comparatione ſæpè accidat corpus rarius, & minus leve, inferiorem ſibi locum vendicare.

Antequam autem ulteriùs progrediamur, duplicem diſtinguere debemus locum proprium, abſolutum & reſpectivum. Locus proprius abſolutè, ille eſt qui rei competit, nullâ habitâ ratione alterius corporis; locus autem proprius reſpectivè eſt locus debitus alicui, eò quòd expellatur ab alio corpore fortiore ex proprio loco abſoluto, iſte autem locus eſt propinquior loco abſoluto, à quo corpus non ejiciatur a fortiori adverſario.

Eſt autem propriè quæſtio de loco proprio reſpectivo.

Contrà hoc raciocinium poterit moveri difficultas; nempè quod minimè videatur rationi conſonum, ut ſingulæ partes elementares eundem locum ut proprium habeant, quia ſingulæ in ſtatu violento ſemper eſſent, cum ſit inaſſignabilis ea quæ proprium locum obtineat.

Reſpondeo nullum, hîc eſſe ſtatum violentum, nec gravitatem eſſe corporibus elementaribus datam, ut partes ſint in centro, ſed ut componant unum totum; non potuit autem meliùs providere natura, ne defluat illud totum, ſed ſemper integrum permaneat, quàm gravitatem concedendo, vi cujus omnes à circumferentiâ ad centrum nituntur quantùm poſſunt, ita ut quò plures partes ſimul jungentur, & ut ità dicam convenient ad expellendas pauciores, eò faciliùs victoriam conſequantur. Addo ulteriùs valdè mihi dubium eſſe, an omnes partes terræ ad centrum nitantur putant enim nonnulli; partes terræ ad unam aut alteram leucam in profunditate, quæ nempè aliquibus caſibus dimoveri loco poſſunt, graves eſſe; nucleum autem ſatis magnum fortiſan omni gravitate carere, ſive

Digitized by Google

ſit alterius naturæ, ſive ejuſdem, parum intereſt. Unde gravitas ferret tantum gravia, ad illum nucleum, & pars illa nihil ampliùs tentabit, cum illi conjuncta erit: quamdiu verò nucleum non attinget, etiam ſi corpus magis grave ſub ſe habeat, illud tentabit locû dimovere, licèt id non conſequatur. Quia ſemper hoc modo præcipuum, & ultimum finem à natura intentum conſequitur, nempè, compoſitionem totius. Neque enim, ut volunt, omnis motus, licet ferat in aliquem locum, eſt præcisè propter locum tanquam propter finem, ſed ſæpè fit motus, daturque potentia ad motum propter aliquid aliud. Ut motus cordis non eſt ut cor peculiarem ſitum obtineat, ſed ut eo motu ſanguinem concoquat; ità qui vellet fornicem conſtruere, ne ſolveretur compages ſingulis lapidibus inderet facultatem tendendi ad centrum, non tamen ut aliquis centrum verè occuparet, ſed ut eo niſu firma perſeveraret fornicis conſtructio. Neque dicas corpus exiſtens non in proprio loco eſſe in ſtatu violento, hoc enim facilè concedam, & parum intereſt, quia verè, detinetur in eo loco ab extrinſeco, ſed admitto in pluribus entibus violentiam, ſæpè intentam à naturæ authore.

Secunda ambiguitas, quæ tollenda eſt, poſita eſt in hac voce, gravitatio. Gravitatio autem ſonat actum ſecundum gravitatis, ſeu exercitium actuale illius potentiæ. Hæc autem potentia eſt effectiva motûs, unde videtur ubi nullus eſt motus, ibi nullum eſſe exercitium gravitatis, & conſequenter nullam eſſe gravitationem. Si res ità intelligeretur facilis eſſet totius quæſtionis ſolutio; facilè enim caſus aſſignaremus, in quibus motus ſequeretur, aut non ſequeretur, & conſequenter in quibus admittenda eſſet, aut non admittenda gravitatio. Sed puto per gravitationem intelligi debere aliquid aliud præter motum: Dum enim manibus pondus ingens ſuſtineo, licèt impediam omnem motum deorſùm, ſentio tamen aliquid quo gravatur manus mea, quid autem illud ſit eſt ſatis difficilè conſtituere. Quotieſcumque duo gravia ſunt in æquilibrio, & ſe invicem ſuſtentant, verè gravitant in ſe invicem; nam ſi ego unum pondus elevare volo, aliud me adjuvat in eo elevando, ità ut vix ſentiam ullum pondus, unde concludo quotieſcumque corpus gravius, elevat minus grave, tam gravius gravitat in minus grave, quàm minus grave in gravius, nam in tali caſu, ſi velim ſiſtere gravioris caſum, non experiar tantam difficultatem; ſed tantum decedet de eius gravitate, quanta eſt adverſi ponderis gravitas. Pariter dum lapis aſſeri imponitur, etiamſi ſiſtatur eius motus per multum tempus, non deſinit lapis premere aſſerculum, ita ut poſt aliquot tempus illum frangat. Unde eſt commune proverbium, pondus ſemper laborat.

Quid ſit autem hæc gravitatio definire non auſim, neque ad quæſtionem meam aliquid facit; contendo enim me probare poſſe, elementa in proprio loco, nempè ità ut graviora ſubſint levioribus, gravitate, hoc eſt leviora aliquid efficere, in gravioribus. Ne tamen rem omninò indeciſam relinquam, meamque ſententiam proponam: exiſtimavi ſemper gravitationem eſſe impetum. Quod multis rationibus evinco, quas ut meliùs explicem, alios motus advoco. Nam cum ſursùm impello lapidem, verè in eo præter motum aliquid produco, quod remotâ manu ulteriùs lapidem promoveat, & motum producat. Oſtendi enim jam aliàs, motum à motu produci non poſſe. Nempè motum lapidis, qui eſt tempore A, producere non poſſe motum ejuſdem lapidis pro tempore B, quia cauſa exiſtere debet cum agit; agit autem dum producit effectum; dum verò producit effectum, effectus exiſtit: igitur cauſa & effectus ſimul exiſtere debent; ſed duo motus ſimul exiſtere non poſſunt, ergo unus non poteſt eſſe alterius cauſa. Neque etiam poteſt eſſe à recurrente aëre, nam rota quæ in orbem movetur nullum poſt ſe habet recurrentem aërem: unde exiſtimavi ſemper in projectis admittendum eſſe impetum, qui ſit naturæ permanentis, ſolúmque contrario impetu deſtruatur. At non tantùm projecta impetum aliquem impreſſum habent, ſed etiam gravia dum deſcendunt, nullam enim accelerationis gravium probabiliorem cauſam invenire potui, quàm impetum, qui continuò producatur alius, atque alius. Quo autem major eſt impetus in corpore moto, eò etiam major producitur in corpore reſiſtente. Ità dum validiorem impetum in malleo producimus, eò etiam major producitur, in corpore percuſſo. Pariter gravia quò ex altiori loco decidunt, eò majorem impetum producunt.

Exiſtimo igitur omnia gravia etiamſi non moveantur ob aliud corpus reſiſtens, producere non tantum in ſe aliquem impetum; ſed etiam in corpore reſiſtente: & hunc impetum puto eſſe gravitationem actualem, vi cujus conantur dimovere corpus illud ex ſuo loco ut illud occupent: ille autem impetus ſi inveniat reſiſtentiam, ità ut non moveat corpus, deſtruitur, & novus producitur, ſi verò moveat, nullamque inveniat reſiſtentiam, non deſtruitur, ſed novo producto augetur. Quibus poſitis.

Dico gravia etiam in propriis locis poſita gravitare.

Probatur primò experientiis. Aurum dum immergitur aquæ, amittit aliquid de ſuo pondere; ſed niſi aqua gravitaret in aurum, illudque ſublevare niteretur, aurum nihil amitteret de ſuo pondere; ergo aqua in aurum gravitat, illudque elevare nititur. Major conſtat experientia. Si enim demerſum aurum educere nitaris, ſenties pondus eſſe minus, illique tantum deeſſe de proprio pondere, quanta eſt gravitas aquæ ipſi mole æqualis. Ita ut ſi ipſi aqua quoad molem æqualis, ſit unius libræ, de illius pondere una libra decedat. Minor etiam patet, nullam aliam rationem invenire poſſumus, quàm quod aqua illud elevare nitatur; ergo verè id efficere nititur; quod ulteriùs oſtenditur. Ideò dum inveniuntur duo pondera in ſtatera, dicimus unum gravitare in aliud; quia illud elevare nititur, cognoſcimus autem illum niſum, eò quòd pondus adverſum, tantùm amittat de ſuâ gravitate, quanta eſt alterius gravitas, ſed aurum in aqua demerſum ita ſe habet; ergo dicendum eſt ſimilem aquæ ineſſe niſum, quo aurum ſurſum impellit. Idem aſſerendum eſt de duobus ponderibus in æquilibrio poſitis, nempè in duabus ſtateræ lancibus, dicimus unum gravitare in aliud, quia ſi velim alterutrum elevare, aliud ita me adjuvat, ut non ſentiam pondus;

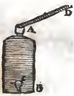
ſed

Digitized by Google

ſed dum extrahere volo ſitulam plenam aquâ, quamdiu verſatur intrà aquam, tamdiu nullum ſentitur pondus, aliâ aquâ deſcendente, & conferente ad iſtius aſcenſum; ergo eodem modo philoſophandum eſt, & dicendum unam aquam gravitare in aliam. Fateor quidem videri aquam in aqua carere gravitatione, eò quòd cum ſit in æquilibrio cum aliâ, reſpectu mei, ita ſe habet ac ſi omni gravitate careret: attamen ex eo concludo gravitare in ſe invicem, quod in me non gravitet.

Pr. Secundò Aër gravitat in aquam, aut in mercurium, aqua pariter gravitat in mercurium, etiam dum illi incumbit: ergo gravia gravitant in proprio loco, in ſenſu aſſertionis, nempe etiam quando nullum habent corpus levius infra ſe. Ant. probatur innumeris experimentis. Ità diximos aërem gravitare in mercurium, eumque ad duos pedes, & duos digitos elevare: & in experimento communi mercurij; ſi ſtagnanti in vaſe hydrargyro infundatur aqua, altiùs aſcendet in tubo; ergo aqua, & aër in mercurium gravitant. Quod ſi ſemel admittatur corpus levius gravitare in gravius, multo magis corpus gravius, in levius gravitabit, & æquale in æquale. Oſtendi autem jam ſuprà aërem gravitare in mercurium immò eum elevare, nempè quoties educitur tubus ex vaſe, tunc enim ubi deffluxit aliquid, mercurius ſursùm magnâ vi impellitur, ut diximus.

Pr. Tertiò. Ex vi elaſticâ ejuſdem aëris. Dum enim intrà machinam Boylanam includitur aër, dum impeditur alterius aëris gravitatio, aër incluſus ſe extendit ad majorem locum occupandum, veſicas & ampullas vitreas diſrumpit; ergo aër ab alio aëre compreſſionem patitur, quæ oritur à gravitate; nam ſi impediatur aëris incumbentis gravitatio, aër ſeſe expandet; ergo aër, in aërem gravitat; ergo ſimile in aliud ſimile.



Pr. Quartò, aqua etiam in aquam gravitat; dum invenitur in proprio loco, tunc enim in proprio loco invenitur, quando nihil habet ſub ſe niſi aliam aquam, aut corpus gravius aqua; ſed in aliquo ſimili caſu aqua in aquam gravitat. Sit enim major phiala AB plena, cujus collo A circumligetur veſica, addaturque tubus AD. In majori phialâ ſit parva ampulla ore aperto quæ mediâ ſui parte, ſit plena aquâ, & aliâ media aërem contineat: poterit ità eſſe in æquilibrio, ut quandò tubus AD perpendicularis erit, ampulla C deſcendet ad fundum phialæ, quandò verò inclinabitur tubus, aſcendet phiala. Sed hoc fieri non poteſt niſi aër incluſus intra parvam ampullam comprimatur, dum tota aqua AD ipſi incumbet, deſinat verò ita comprimi, dum aquæ AB gravitatio impedietur. Non intelligo autem quomodo aqua AD comprimat aërem ampullæ C, niſi impellat deorsùm aquam ſibi ſubjectam; ergo aqua aquam deorsùm impellit, quod eſt gravitare.

Volueram aliàs experiri, an ſicut aër inferior eſt compreſſior, ſeu denſior, ita etiam aqua inferior majorem etiam compreſſionem patietur: non licuit tamen adhuc per otium, nec ſuppetunt mihi inſtrumenta quibus id perficiam; modus autem quo id tentare volebam non differt ab iſto: ſi nempè loco ampullæ C apertæ, quodcumque aliud corpus ſubſtitueretur, vel ampulla omnino clauſa. Si enim fieri poſſet ut ampulla; quæ inferiorem phialæ partem obtinebat addito tubo AD, & infuſâ aquâ ſurſum elevaretur, ſignum eſſet aquam in vaſe contentam, quæ ut vocant in ſpecie minùs gravis erat ampullâ C, hoc eſt minùs denſa; addito pondere; alterius aquæ in tubo contentæ addenſaretur; fieretque eadem ampulla gravior. Unde concluderem aquam in aquam gravitare, quod eſt ut vocant elementa in proprio loco gravitare.

Pr. Quintò. Fateor me non potuiſſe adhuc concipere, quomodo aqua ſuperior vaſis, in ſibi ſubjectam, & eodem vaſe contentam non gravitet; gravitet autem tota aqua ut vocant per modum unius in eum qui vaſi ſubjecit caput; aut qui ex aoſa conatur illud ſursùm attollere. Neſcio enim quæ ſit iſta per modum unius gravitatio, nec quomodo poſſit aqua ſuperior ad ſubjectum vas pondere ſuo perrumpendum concurrere; ſine ullo impulſu aquæ intermediæ. Alia ferè omnia argumenta ad illa revocantur; nempè quod poſt aliquod tempus compactior ſit terra, poſtquam diu quievit, ac poſtquam fuit recenter è ſcrobe educta. Cui quidem argumento reſpondent, dum terra colitur, aut ſubigitur, intermiſcetur aër, quem ſenſim pondere ſuo ejicit.

Objectiones quæ contrà hanc aſſertionem fieri poſſunt, vel petuntur à priori, vel ab experientia. Inter eas quæ ſunt à priori, hæc eſt præcipua, quod iſta gravitatio eſſet fruſtrà. Omnis enim gravitatio & impetus eſt ad motum: nullus autem autem motus poteſt ſequi quotieſcumque aliquid eſt in proprio loco; ergo neque impetus, ſeu gravitatio.

Reſp. Illam, gravitationem non eſſe fruſtrà. Neque enim ille impetus eſt tantùm ad motum, ſed benè ulteriùs dirigi poteſt ad compoſitionem alicujus totius. Fateor item impetum dirigi ad motum, non tamen deſinet produci impetus, quoties ex accidenti tantum, & propter alterius corporis reſiſtentiam motus ſit hic & nunc impoſſibilis. Ad ultimum quoties aliquid eſt in proprio loco, motus eſt impoſſibilis; diſtinguendum eſt, quoties aliquid eſt in proprio loco abſoluto, concedo; quoties autem eſt tantum in proprio loco reſpectivo, nego; motum ità eſſe impoſſibilem ut non poſſit dari impetus. Qui licèt hic & nunc non ſit utilis ad motum producendum, habet tamen aliam utilitatem. Concederem quidem facilè ſi aliquod grave eſſet in centro ſeu in loco abſoluto, quod tunc forſitan non produceret in ſe impetum, ſeu gravitationem: ſi verò ſit in loco proprio tantum reſpectivè, nempè quod licèt non ſit in loco proprio eo quod ab alio fortiori occupetur, occupat tamen locum illi propiorem quem poteſt occupare.

Objicies 2. Si quælibet pars elementaris, ſemper tenderet deorsùm, haberet appetitum qui nunquam ſatiari poſſet, nempè inclinationem ad centrum terræ. Impoſſibile autem eſt, ut omnes partes elementares ſint in centro terræ.

Reſpondeo me neſcire quid ſit appetitus, neque inclinatio in rebus inanimis, niſi metaphoricè. Video quidem dari omnibus potentiam producendi motum deorſum modo non impediantur, quam video non eſſe fruſtrà; propter rationem allatam. Cætera quæ de appetitu dicuntur, ſunt nugæ.

Objicitur 3. Si aqua verbi gratiâ gravitat in aurum; vel gravitat illud ſursùm impellendo, vel gravitat deorsùm impellendo. Non ſursùm; quia grave tantum deorsùm impellit, non etiam deorsùm, quia aurum gravius eſſet in aqua, quam extra aquam. Deinde dum imponeretur manus, deberem ſentire non tantum pondus auri, ſed etiam pondus aquæ aut aëris deorſum urgentis: ergo aqua neque ſursùm neque deorsùm impellit aurum.

Reſpondeo, aliquam partem aquæ quæ ipſi imminet perpendiculariter deorsùm urgere, & aliam ſursùm impellere; liquida enim ita ſe habent, ut ſursùm impellere poſſint, quaſi ut ita dicam reflexè, quia fit aliqua quaſi circulatio. Ita videmus, dum duo tubi communicant; aquam infuſam in unum, elevare aquam ex alia parte. Sursùm igitur elevatur, & deorsùm etiam urgetur, ſed pauciores ſunt partes aquæ deorsùm urgentes quam ſursùm impellentes, ita ut differentia inter aquam ſursùm impellentem, & deorsùm urgentem, ſit auro æqualis in magnitudine, ideóque tantum amittit de ſuo pondere, quanta eſt gravitas aquæ ipſi mole æqualis. Ponamus enim aurum pendere 20 libras, & occupare locum unius libræ, quæ urgeretur deorsùm verbi gratiâ à 9 libris aquæ & ſublevaretur à 10 libris, quarum novem impenderentur in elevandâ aquâ deorsùm impellente, & reliqua ad elevandum aurum. Unde amittet unam libram de ſuo pondere; eritque in æquilibrio cum 19 libris cujuſcúmque materiæ in aëre exiſtentis.

Obicies 4. Si aqua gravitaret in corpus quodcumque in eâ immerſum, ſequeretur quod ſentiretur pondus aquæ; ſed non ſentitur pondus aquæ, ſi nullus fuerit aër infrà aquam; ergo aqua non gravitat. Major videtur certa. Nam ſi producit impetum aliquem in hominem, homo ille debebit ſentire pondus aquæ ſibi imminentis; quòd verò non ſentiat, videtur conſtare experientiâ, quâ certum eſt hominem in profundo maris non multum urgeri aquis imminentibus. Aquam quidem urgere fundum cujuſcumque vaſis ſi aër ſub vaſe inveniatur, & hominem ſub aquis poſitum; ſi ſub eo aperiatur foramen incipiet ſentire pondus imminentis aquæ quaſi columnam aliquam ſuſtentaret. Immo experti ſunt aliqui in vaſe non adeò magno, tabulam ligneam fundo impoſitam, aperto ſub ipſa foramine ibi detineri à gravitante deſuper aquâ, clauſo autem foramine extrudi ſursùm, & ex aquâ erumpere.

Non diſſimulo in hac objectione ferè totam difficultatem poſitam eſſe, immò hæc ſola experientia multos in contrariam ſententiam egit. Quam ut ſoluam, primò aſſumo quòd ab adverſariis ferè omnibus conceditur, nempè toties dari gravitationem corporis quoties ſub ipſo, invehitur corpus levius. Reſpondent enim experientiæ ſuprà allatæ, nempè quod terra recens exculta & ſubacta, ſenſim deſcendat; reſpondent inquam in tali caſu dari gravitationem, eò quòd terræ multus miſceatur aër, qui ſenſim ejicitur; igitur hoc unum habemus, quod quoties inter partes corporis alicujus immiſcetur aër, aut alia ſubſtantia levior, toties fiat gravitatio partis in partem; unde non negabunt in acervo lapidum partem in partem gravitare. Sentiret enim homo illi acervo ſuppoſitus gravitatem congeſtorum lapidum, propter quam rationem pari modo ſentiret congeſtum arenæ cumulum. Neque requiritur ad hujuſmodi gravitationem, ut partes aëris permixtæ ſint tales, ut corpus poſſit illas ejicere, & occupare illarum locum; alioquin ſi daretur acervus ex globis bellicorum tormentorum, non deberent ſuperiores globi in ſe invicem gravitare, nec magis premere hominem aut aliquod aliud corpus ipſis ſuppoſitum. Quia nempè licèt aër, ſit permixtus globis, tamen locus quem occupat inter globos nimis parvus eſt, nec excipere poteſt unum globum. Unde concludo in acervo frumenti omnia grana gravitare, & etiam in acervo ovorum, nec tamen inferius ovum frangitur ab impoſitorum pondere, etiamſi acervus ſit maximus. Unde concludo quod ſi homo manum ovis ſupponeret, majorem non ſentiret preſſionem quam ovum; quæ preſſio non poteſt ovum difringere, quia (*inquiunt*) pondus æqualiter omnibus partibus diſtribuitur.

Aſſumo igitur hanc reſponſionem, & paulò ulteriùs pergo, affetoque aliud exemplum. Sit acervus milij, cui manus ſupponatur, non ſentitur pondus milij; attamen una pars in aliam gravitat: ergo etiam in aqua poterit fieri, ut pars aquæ in aliam gravitet, non tamen ſentiatur pondus. Quòd partes milij gravitent in ſe invicem oſtendo ex ſuperioribus exemplis omninò ſimilibus, niſi quod partes eius ſint paulò minores; immò in congeſto arenæ cumulo, licèt ſingulæ partes ſint multo minores, magis ſentietur pondus. Examinandum igitur eſt cur in aceruo milii id accidat. Duplicem aut triplicem invenio cauſam; Prima eſt quod ſingulis partibus diſtribuatur pondus, ita ut nulla pars magis comprimatur quam alia, unde iſta compreſſio fit ſine doloris ſenſu, nulla enim fit læſio, nulla partium ſeparatio. Secunda quod partes ſe invicem ſuſtentent, quaſi ut ita dicam ad modum fornicis, immò ſingulæ partes ad ſingularum partium ſuſtentationem concurrant. Tertia diviſibilitas facilis; ex eo enim, quòd ſingula milij grana ſint polita & lævia, inde fit ut non adhæreant ſed facilè dilabantur, quare ſequitur manum liberum habere motum, poſſeque ſursùm moveri, eò quòd ut dixi facilis ſit dimiſio.

Quarta ratio eſt quod licèt prematur manus ab incumbentibus milij partibus, ſuſtentatur tamen ab aliis partibus, etiam ad latera, unde vix poſſit dignoſcere in quam partem impellatur potiùs. Sentitur igitur potiùs mollis quædam compreſſio quam gravitatio.

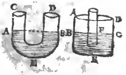
Idem multò magis dicendum eſt de aquâ, in qua rationes ſuprà allatæ vim majorem obtinent: ambitur enim undique ſed molliter manus, comprimiturque, immò totum pondus incumbentis aquæ in omnes reliquas partes diſtribuitur, ſu-

ſtentatur

ſuſtentatur item eadem manus, & pondus non impedit motum, ob maximam diviſibilitatem; cum fluiditate conjunctam: non impellitur potiùs in unam quàm in aliam partem, unde ſentit quidem aliquam compreſſionem, non tamen per modum ponderis. Quandò autem ſub manu verbi gratiâ aperitur foramen, deſtituitur ſuſtentaculo ſuo, nempè etiam aliqua pars ponderis aquæ reflexè manum ſuſtentabat, hoc eſt pars aliqua aquæ gravitandu in partem illam fundi, antequam aperiretur, eam aquam ſuſtentabat, cui manus incumbit; aperto autem foramine deſtituitur illo ſuſtentaculo, unde incipit manus percipere pondus aquæ, eò quod plus deprimatur, quàm ſuſtentetur, & attollatur, & quò majus erit foramen, eò majus pondus percipiet, quia minus adjuvatur ad ſuſtentandum. Ut ſi verbi gratiâ tota aqua perpendiculariter manui incumbens pendat 100 libras, quia ab aliâ aquâ non reſpondente perpendiculariter adjuvatur manus, ad eam ſuſtentandam; ſi fiat foramen rotundum cui ſit baſis cylindri aquei 10 librarum, adjuvabitur manus, à reliquâ aquâ, pro ratione 90 librarum, atque adeò ſentiet pondus 10 librarum, & ita de cæteris. Ne fiat autem difficultas, quòd forſitan reliqua aqua quæ non reſpondet perpendiculariter manui, & conſequenter quæ eam adiuvat, non ſit tanta, verbi gratiâ non pendat 20 libras; ſi enim eſt in copia exigua, erit in magno motu atque adeò erit æqualis momenti cum alia. Immò quòd mirum in liquidis, eadem aqua premet manum directè, & reflexè eandem manum ſublevabit. Sed iſtæ difficultates non ſunt hujus loci, pertinent enim ad tractatum de natantibus in humido.

Quòd ſi videor non adeò benè ſatisfeciſſe, reſpondeant adverſarij in exemplo milij in quo admittunt gravitationem, nec tamen percipitur incumbentis milij pondus, & quam pro ſe admittunt reſponſionem, eandem ut à me factam exiſtiment. Ut autem adhuc meliùs eos urgeam, quæro an detur gravitatio unius in aliud, verbi gratiâ, an aqua gravitet in lignum quod elevat. Negare non poſſunt dati aliquam gravitationem; ergo ſaltem hoc habeo dari gravitationem corporis gravioris in corpus levius. Inferatur manus intra mercurium, mercurius in manum gravitabit, nec tamen ſentietur pondus mercurij; igitur fieri poteſt ut corpus liquidum in corpus aliud gravitet; nec tamen ejus pondus percipiatur per modum ponderis, ſed tantum per modum mollis compreſſionis.

Quod ſi dicas mercurium gravitate ſurſùm impellendo, & elevando, non autem deorsùm pellendo, quando corpus eſt levius. Primò demonſtro. Si hoc admittatur reſpectu levium, hoc etiam conſequenter dicendum eſſe reſpectu gravium; nam ideo diceretur gravitare reſpectu corporum levium, ea elevando, quia de facto elevantur, videnturque nihil gravitare; ſed pariter corpora graviora demerſa faciliùs elevantur à potentia externa, & aliquid amittunt de ſuo pondere; ergo ſi liquida dicuntur gravitare in leviora illa elevando, idem dicendum eſt reſpectu graviorum, manus item æqualis eſt ponderis cum aqua aut levioris.



Secundò. Oſtendo aquam verè gravitare in corpora quæcumque deorsùm impellendo: nam primò dum quis manum habet ſuptà foramen vaſis aquâ pleni, percipit pondus aquæ, ergo tunc aqua gravitat deorsùm impellendo. Si in tubo incurvo, inveniatur mercurius, ad altitudinem A B, ſi infundatur aqua C A, deſcendet mercurius A, eſto aſcendat in B; ergo aqua deorsùm impellit. Item dum quis fert humeris ſitulam aquâ plenam, experitur pondere ſe gravari. Experientia item hâc digreſſione allata, id ſatis evincere videtur; nam quandò magis erigitur perpendiculariter tubus aquâ plenus, aqua per gravitatem ſuam magis comprimit aërem intra parvam ampullam incluſum; quod præſtare non poteſt niſi impellendo deorsùm ſibi ſubjectam aquam. Fateor quidem quoties immergitur aliquod corpus intra aquam ſemper aquam deorsùm impellentem eſſe minorem aquâ ſurſum impellente. Differentia autem inter utramque aquam eſt magnitudo ipſius corporis, ita ut ſi corpus ſit gravius aqua ſibi æquali in mole, adjuvando aquam deorsùm impellentem, vincat eam quæ ſurſùm illud evehere conatur, ſi verò ſit minus grave, vincatur; unde in ordine ad motum, quia aqua deorsùm impellens minor eſt ſurſùm ferente, tantum conſideratur exceſſus aquæ ſurſùm ferentis; nam reliquæ partes ſunt in æquilibrio. Unde aqua in vaſe contenta ſine ullo foramine, videtur ſemper ſurſùm elevare corpora demerſa, ſi ſpectetur tantum motus; ſi verò conſideretur compreſſio, utriuſque aquæ habenda eſt ratio.

DIGRESSIO XI.

Phyſica.

An terra moveatur ad ſaltum pulicis.

Hæc quæſtio in qualibet ſuppoſitione moveri non poteſt. Neque enim habet locum apud eos, qui aſſerunt gravitationem nihil eſſe aliud niſi mutuum quemdam partium elementarium conſenſum; vi cujus mutuò connectantur, mutuóque ſe attrahant, ita ut in quocumque loco plures ponantur, ad eas debeant cæteræ accurrere, habeantque inditam potentiam ad producendum talem motum: & ſe invicem extrudant, prout fortiores fuerint. Non expendo hujus opinionis probabilitatem, ſed tantum aſſero, in eâ propoſitam quæſtionem locum non habere.

Neque etiam moveri poteſt ab iis qui in terra quaſi nucleum aliquem cogitant benè compactum, ad omnem locum indifferentem & gravitate ſpoliatum, quam iis tantum partibus aſſignant quæ à tali nucleo avelli poſſunt. Reſtat tantum ea ſententia quæ omnibus, & ſingulis partibus elementaribus gravitatem tribuit; cujus terminus

 ad

ad quem ſit centrum univerſi; ità ut omnes partes ad illud centrum connitantur quantum poſſunt. Unde triplex centrum diſtinguunt; centrum univerſi, quod eſt punctum imaginarium immobile, in medio univerſi ſitum; deinde diſtinguunt centrum magnitudinis terræ quod tale eſt, ut hinc inde à tali centro ſint partes æquales in mole, & hujus centri nulla habetur ratio. Tertium denique eſt centrum gravitatis ipſius terræ, circa quod conſiſtunt partes terræ æquiponderantes, ſeu æqualis momenti, hoc eſt æqualium virium ad motum deorſùm. Non expendo hic proprietates omnes, & eſſentiam iſtius centri gravitatis, certum tamen eſt quod ſi partes omnes elementares connitantur ad centrum univerſi, nunquam erit æquilibrium niſi quando hinc inde à tali centro conſiſtent partes æqualium virium, ſeu æqualis momenti, ſi enim potentiores ſint ex una parte, quàm ex alia, illæ vincent & alias impellent: donec tandem centrum gravitatis terræ coincidat, cum centro univerſi.

Supponitur autem tanquam primum principium, quod ſi uni æqualium aliquid addatur, vel dematur, nihilque alteri adjiciatur, aut adimatur omninò inæqualia fiunt, ſi ſtrictè & mathematicè loquamur. Ex quo fit ut addito vel leviſſimo pondere ex unâ parte terræ, ſi tantundem oppoſitæ parti non adjiciatur fiat inæqualitas, ideóque fit aliud centrum gravitatis. Quod quidem ut jam dixi loquendo in ſenſu aliquo methaphyſico veriſſimum eſt. In ſenſu verò phyſico, dubito utrum minimus quilibet exceſſus ſufficiat: nam ponamus eam opinionem de diviſione continui eſſe veram, quæ ex zenonicis punctis illud componit ſupponamuſque punctum aliquod determinatum terræ, eſſe centrum ejus gravitatis; addaturque terræ pondus aliquod verbi gratiâ pedale; quæritur quantum debeat ex illâ additione mutari centrum gravitatis terræ. Dico ſi illud pondus pedale ità extenderetur, ut hemiſphærium terræ operiret, haud dubiè valdè tenue evaderet, & craſſities ejus eſſet modica, & forſitan in hac opinione impoſſibilis; dico centrum gravitatis mutatum iri, dimidiâ tantum parte illius craſſitiei quæ dimidia pars niſi ſit æqualis puncto zenonico, cum centrum gravitatis non poſſit minus mutari quàm puncto, nec dari motus quo mobile moveatur minùs quàm puncto, nulla ex hoc additamento ſequetur mutatio in centro gravitatis, nec ullus motus. Ex quo ſequitur non poſſe quemquam certò aſſerere dari talem motum trepidationis in terrâ, cum quantitatis compoſitio adhuc in opinione poſita ſit, nec aliquid certi contineat.

Sed ne ad tricas hujuſmodi quæſtionem propoſitam traducamus, certum eſt, etiam ſi ſtatera ſit, affabrè compoſita, & per quam exquiſitiſſimè, nempè ſint ejus brachia, & claviculi cæteræque partes ex chalibe benè temperato, non tamen dum ſemel ſunt in æquilibrio addito quocumque vel leviſſimo pondere ſemper inclinantur, ſive ob aliquam ferri tenacitatem, ſive, quia claviculi non ſunt aliquid indiviſibile, tanguntque ſtateræ brachia non in puncto, ſed in parte aliquâ determinatâ. Ita ut licèt mutetur centrum gravitatis, quia tamen integrum jugum non excedit; adhuc perſeverat æquilibrium, vel denique quia non quilibet exceſſus ſufficit, ut motus producatur, & unum alteri præponderet: quæ ultima ratio, ſi nihil aliud addatur, non videtur ſatisfacere.

Quærendum igitur reſtat, an in terræ æquilibrio, nullam talem reſiſtentiam excogitare poſſimus, quæ non à quolibet pondere vinci poſſit requiratque certum, & determinatum exceſſum, ut non tantum ponderis adverſi niſus ad centrum; ſed etiam talis difficultas ſuperetur. Et certè multa hujuſmodi in aliis caſibus experimus: ſunt enim minutiſſimi pulviſculi, qui in ſpecie ſunt aqua graviores, & denſiores, ità ut ſi aquam infrà ſe habeant non attolluntur, ſi verò aquæ imponantur ita ſupernatant, ut non demergantur. Ità ſæpè plumæ in aëre volitant, quæ, ſi ſemel terram tangunt, non ampliùs attolluntur: quæ omnia tenacitati tàm aquæ quàm aëris tribuenda ſunt. Reſiſtunt enim diviſioni, nec ità facilè eorum partes ab invicem ſeparari poſſunt: ità ſcobes ferrea, aut ſtannea ſi aquæ miſceatur diem integrum inſumet, ut tota ſubſidat. Ponamus terram moveri, & addito pondere tantiſper deſcendere, omnia ſimul gravia cum ipſa deſcendent nempè tota athmoſphæra; quæ cum antea circa centrum univerſi ſphæricè accomodata eſſet, requiretur aliqua partium diviſio, ut rurſus eandem figuram aſſumat. Idem dico de puriſſimo æthere, qui benè ſupponi poteſt omni carere gravitate: debebit enim unâ, ut ita dicam ſui parte extendi aliâ verò coarctari, cui motui non eſt ità indifferens ut hoc determinatam aliquam potentiam, & vim activam non exigat, quæ in minutiſſimo pondere, immò etiam maximo ſi ſecundùm ſe conſideretur, reſpectivè autem parvo inveniri non poſſit. Atque hæc pro exiguis ponderibus.

Sunt tamen aliquæ vires; quæ paulò majores exiſtimari poſſunt, qualis eſt ventorum in montes & arbores incurrentium impetus, æſtus item maris, tempeſtates, terræ motus, cæteraque quæ terram tantiſper concutere videntur.

Dicam tamen quid de his ſententiam; loquebar non ſemel cum aliquo & narrabam in Malatiâ naves omni ventorum præſidio deſtitutas ne tantillùm quidem moveri, cùm ex adſtantibus unus ſubjunxit in tali caſu, nautas omnes debuiſſe operi incumbere, & navim trahere. Cumque addidiſſem non fuiſſe triremem, quæ remis agi poſſet; ſed miopatonem velis tantummodo inſtructum. Inſtitit tamen, ſi funis ad puppim alligaretur, omneſque ex prorâ funem traherent ſibi videri navim movendam. Riſimus omnes, & jure hominis imperitiam; certiſſimum enim eſt, ut navi motus imprimeretur, neceſſarium fuiſſe ut funem trahentes non navi inſiſterent, ſed aut aquæ, aut terræ. Dum enim alicui corporei inſiſtimus, & pondus aliud trahimus, tam ponderi, quam corpori imprimitur impetus; ita ut quod faciliùs moveri poteſt, ſequatur, hoc enim experimur quotidiè. Si ergo in navicula conſiſtamus ingentemque lapidem trahere conemur, ſequetur navicula, lapide ſemper immoto; pariter ſi aliquis in curru conſiſtens currum impellere velit; experitur facilè irritum fore omnem ejus conatum. Si verò vel in curru ſedens terram impellat, ſive rotis, ſive vecte, aut quacumque aliâ ratione, ſive terræ inſiſtens currum trahat, illum movebit. Unde jure merito Archimedes

Digitized by Google

medes locum aliquem eequitebat ex qno terram loco dimoveret. Referam & aliud exemplum quod ad rem noſtram magis accommodatum eſt, licèt in re ludicrâ.

Dum matheſin publicè legerem, exquiſivit à me unus ex ſcholaſticis modum qno laternam componerer, quæ ſolitus fumi ex candela erumpentis impetu rotaretur: ipſi modum explicui, quo alas omnes, eodem modo detorqueret, ceteraſque circumſtantias, quæ ad rem facere mihi maximè videbantur. Poſt aliquos dies conqueſtus eſt apud me, quod laterna duabus licèt candelis adhibitis, ne vel minimum nutaret, tantum abeſt ut rotaretur: volui machinam videre, animadvertique lignum cui candelæ infixæ erant, ſimul cum machinâ ita connexum eſſe; ut motâ machinâ moverentur candelæ. Errorem texi ostendique candelas immobiles eſſe debere, quod cum executioni mandatum eſſet, machina maximo impetu moveri cœpit.

Ex his omnibus experimentis concludo terram ne tantillùm quidem ventorum impetu concutiendam. Quomodocumque enim explicentur venti id ſemper concluditur. Ponamus ventum ex rarefactione oriri, ita ut ex nube originem ſuam ducat: hæc nubes terræ inſiſtit, & illi per gravitatem eſt connexa, eo modo quo candela machinæ. Rarefiat igitur calore ſolis nubes, eo modo quo rarefit candela vi ignis. Impingat materia rarefacta in rupem, ſicut impingit fumus candelæ in alas machinæ: Si moveretur terra, moveretur & aër ipſi inſtens, & conſequenter nubes, ſicut motâ machinâ movetur & candela, igitur non magis debet ſequi motus in uno caſu quàm in alio. Si vero ventus explicetur per caſum exhalationis in terram, quo caſu aër impellatur, eadem ſemper concluſionem eliciemus. Quod autem dico de ventis, idem dicendum de inſolitis rarefactionibus; quæ ex terra ipſa tanta vi erumpunt, ut regiones integras concutere videantur. Licèt enim fieri poſſit, ut aliqua pars corporis illius in quo conſiſtimus moveatur à nobis, & à ſuo toto divellatur, impoſſibile tamen eſt, ut totum ipſum ſequatur, quia quantùm producimus impetus in unam partem, tantundem in aliam imprimimus. Ut ſi in navi conſiſtentes puppim trahamus, poterimus diſtringere puppim, & aſſerculum avellere, non tamen navis ad motum incitabitur; quia niſus pedum proram verſus, puppim impellit, interea dum funis puppim, verſus proram trahit. Idem omnibus caſibus applicandum eſt. Pariter dum aliquis ſaltat, etiamſi dum verſatur in aëre, videatur terram hoc onere ſublevare; quia tamen totus aër gravitat in terram, ipſemet etiam terram premit. In ipſo autem ſaltu, licèt videatur terræ imprimere impetum, quo eam partem verſus centrum deprimit, imprimit etiam impetum aëri, componenti unum totum cum terra atque adeò terram ſublevat. Unde ſolus reſtat caſus in quo gravia ex uno loco in alium tranſvehuntur cui caſui jam ex parte ſatisfeci. Ut tamen omnem penitùs ſcrupulum evellam,

Agnoſcendam in terra virtutem magneticam exiſtimo, cui infinitæ penè experientiæ ſuffragantur, quas omnes recenſere non vacat; Lateres enim benè cocti verſoria trahunt; clathrorum ferreæ ſudes uſque ad medium, cuſpidem trahunt: à medio ſursùm fuſcinulam ſi tamen diutiùs in eodem ſitu perſeverarint, quia tunc eam virtutem exerunt eodem prorſus modo quo acus magneti impoſitæ. Denique quod præcipuum eſt talis virtutis aſtruendæ argumentum, verſoria eodem modò telluri impoſita ſe habent, ac ſi magneti imponerentur; ſuas enim habent declinationes, pro ut terra magis vel minùs in certis tractibus magnetica eſt; ſuas item habent inclinationes; ità ut, non cœleſtem ſed terreſtrem polum reſpicere deprehendantur: ſexcentaque hujuſmodi ſunt quæ modò tacitus prætereo.

Si ergo ſuper eâ virtute philoſophandum eſt, dicam ingenuè licet apertis ſcripturæ locis vim nullam facere audeam, lubenſque propterea terræ immobilitati ſubſcribam; nihilominus hæc virtus magnetica terræ indita, & tam manifeſtè ſe prodens, ſcrupulum mihi ſemper aliquem fecit. Si enim corpus ita movendum eſſet, ut ſemper parallelismum affectaret, corpus magneticum haud dubiè aſſumerem; ideoque ſæpe cogitavi apud me, quòd in opinione Copernicanâ, cùm axis terræ eidem axi imaginario cœli maneat parallelus, id meliùs, certiùs, & faciliùs præſtari non potuiſſet, niſi per virtutem magneticam. Undè niſi obſtarent ſacræ paginæ, facilè hâc conjectura permotus in eam inclinarem ſententiam, quam quia deſerere cogimur, perpendendum eſt quid ex virtute magnetica emolumenti, ad terræ firmitatem haurire poſſimus. Aſſero igitur eam non eſſe inutilem, ſed ideò telluri inditam eſſe ut eædem ejus partes, eaſdem cœli plagas reſpiciant, ut verbi gratiâ, quæ cœleſti polo ſubiecta eſt, ſemper illi ſubſit, nec alium ſitum affectet, quæ æquinoctialem circulum imminentem habet, ab eo ne tantillùm quidem diſcedat. Cùm enim diverſi terrarum tractus, diverſas habeant proprietates, diverſos ferant fructus, alantque animalia, quæ, in aliis regionibus non ita facilè degere poſſent, ob diverſam temperiem, debuit idem perſeverare terræ ſitus, ne ex quacumque vel minima mutatione, alterationes non modicæ orirentur. Ut verbi gratiâ ſi regiones quæ perpetuo ferè rigent gelu, eaſque alunt plantas, & animalia quæ frigore delectantur, ſubitâ mutatione, ſole torrerentur, omnia ſtatim perirent. Cui malo medetur virtus magnetica, quæ ſaltem terræ ut ità dicam nucleum inconcuſſum continet, impeditque quominùs ætheris motus, ei aut aëri communicetur. Vincenda igitur eſt non tantum terræ gravitas ut trepidet, & moveatur, ſed virtus etiam magnetica, quæ omni terræ motui reſiſtit. Sicut ergo videmus hæc duo nonnunquam ſibi invicem adverſari, nam & ferri gravitas ſæpè virtutis magneticæ attractionem ſuperat, & ſæpè attractio magnetica gravium deſcenſum impedit, ità etiam hoc in terra cogitare poſſumus. Quarè ut omnia ſuperiùs explicata colligam.

Dico, Terram nunquam moveri, nec trepidare quocumque adjecto pondere quod poſſit naturaliter illi addi.

Demonſtratur Primò in opinione Zenonicâ de compoſitione continui Terra moveri non poteſt ex adjecto pondere, niſi centrum ejus gravitatis mutetur: ſed licèt adjiciatur illi pondus, illius tamen centrum gravitatis non mutatur; ergo terra nunquam movetur. Pr. mi. Centrum gravitatis terræ non mutatur, niſi mutetur ſaltem uno puncto, ſed etiamſi adjiciatur

Digitized by Google

tur illi pondus quodcumque, non mutatur centrum gravitatis uno puncto. Probatur mi. Tunc mutaretur uno puncto quando pondus additum æquaret hemiſphærium concavum, craſſitiei duorum punctorum, & ejuſdem gravitatis ſpecificæ cum gravitate terræ; ſed nullum eſt pondus tale quod viribus ordinariis addi poſſit terræ: Ergo nunquam centrum gravitatis terræ mutabitur uno puncto integro. Major videtur certa.

Si enim adderetur aliquid minus, aſſumpto ſequenti puncto pro centro gravitatis, ab eo non divideretur terra in partes æqualis momenti.

Pr. ſecundò. In qualibet opinione terra non movetur niſi vincatur ea omnis reſiſtentia quæ eſt ad motum; ſed quocumque adjecto pondere vinci non poteſt talis reſiſtentia; ergo terra non movebitur. Probatur minor. Huic motui non tantùm reſiſtit adverſi hæmiſphærii gravitas, ſed etiam ætheris terram ambientis difficilis compreſſio, aut motui reſiſtit virtus magnetica quæ terræ ineſt: ſed hæc omnia majora ſunt, quàm ut vincantur à quocumque pondere; ſi enim exiguus magnes vincit totam gravitatem octodecim librarum, ut vidimus in magnete Reverendi Patris Caroli Dulieu, multò magis virtus magnetica totius terræ, poterit vincere gravitatem alicujus ponderis, quod reſpectu terræ non habet rationem atomi.

Hìc nullas objectiones ſubjicio, quippe quæ facilè ex ſuprà poſitis principiis ſolventur.

Hæc ſunt quaſi quæſtiones generales quæ à philoſophis communiter agitantur, quas delibare volui, ut aliquid lucis huic noſtro Operi mathematico afferrent; tum etiam ut more noſtro philoſophica, quæ ſine matheſi ſatis intelligi non poſſent, enuclearem.

STATICÆ
LIBER SECUNDUS.
De deſcenſu gravium libero.

Quamvis iſte liber experientiis innitatur, quia tamen multa continet quæ ſine mathematicâ diligentiâ explicari non poſſunt; ideò more noſtro aliquibus propoſitionibus illum expediam.

PROPOSITIO I.
Theorema.

Gravia dum deſcendunt, motum ſuum accelerant.

Hæc propoſitio ſolâ nititur experientiâ, quàm nullus ut puto negare poterit. Certum eſt enim primò, quò gravia ex altiori loco decidunt eò majorem impetum in ſubjecta corpora imprimere; ſed niſi accelerarentur eorum motus, nulla eſſet ratio cur validiorem ictum efficerent: Ergo ſuum motum accelerant. Experientia ita communis eſt ut nullo modo negari poſſit.

Si quis experientias hujus rei innumeras cupit, conſulat Patrem Ricciolum in ſuo Almageſto, ego referam aliquas, quas cum maxima diligentia per menſem integrum fecimus. Nam ſumpto funependulo cujus ſemivibratio eſſet minuti ſecundi integri, & longitudo trium pedum.

Invenimus ergo primo ſemiminuto ſecundo

grave conficere	pedes $4\frac{1}{4}$
primo minuto ſecundo integro	pedes $16\frac{1}{2}$
primo minuto ſecundo cum dimidio,	36.
intra duo minuta ſecunda integra,	60.
intra duo minuta ſecunda cum dimidio,	90.
intra tria minuta ſecunda,	123.

Idcóque in primo tempore nempè ſemiminuto ſecundo conficit pedes $4\frac{1}{4}$ in ſecundo ſemiminuto pedes $12\frac{1}{4}$, in tertio pedes $19\frac{1}{2}$, in quarto pedes 24, in quinto pedes 30, in ſexto pedes 33. Non puto autem poſſe exactiùs experientias fieri quàm iſtæ factæ ſunt, & forſam pluſquam millies iteratæ. Unde non exiſtimo à quoquam hujuſmodi experientias negari poſſe, neque conſequenter gravia motum ſuum accelerare. Tota difficultas in eo poſita eſt, ut proportionem iſtius velocitatis acquiſitæ, aut percurſi ſpatii inquiramus.

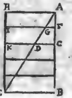
PROPOSITIO II.
Theorema.

Velocitas aut impetus æqualiter in temporibus æqualibus acquiſitus, in opinione temporis in infinitum diviſibilis, dimidium conficit ſpatium, illius quod peragraſſet ſi totus ſimul, & perſeveranter exiſtens mobile ſuum detuliſſet toto illo tempore. In opinione inſtantium phyſicè idem præſtat.

Velocitatem aut impetum poſui, quia faciliùs mihi erat loqui de impetu, quaſi de cauſa motus & velocitatis, quam de ipsâ velocitate; ex ea enim gravium acceleratione non pauci valdè probabiliter concludunt dari impetum aliquem acquiſitum, qui ſit hujus accelerationis cauſa. Nam gravitas ponderis eadem ſemper eſt. Omnis autem cauſa quamdiu eundem ſtatum obtinet, tamdiu eodem modô operatur. Unde neceſſariò recurrendum eſt ad aliquid, quod ipſo

motu

motu acquiratur: nempè ita nonnulli ratiocinantur, quod explicationis tantùm causâ dictum velim. Volunt nempè impetum eſſe permanentis naturæ, quamdiu ipſi non reſiſtitur, nec invenit contrarium impetum à quo deſtruatur. Unde grave dum detinetur, producit quidem impetum, cui cum continuò reſiſtatur continuò etiam deſtruitur, & conſequenter ex diuturnâ morâ ſeu quiete nulla fit illi acceſſio. At verò dum cadit, quia illi non reſiſtitur omninò, impetus ſemper creſcit, nihilque aut parum illius deperit; ſi ergo impetus ſit cauſa velocitatis, ita ut eodem modo augeatur quo augetur velocitas, dico impetum qui æquabiliter augetur, ſeu acquiritur aliquo tempore, mediam tantùm partem ſpatij conficere illius quod peragraſſet, ſi totus ab initio fuiſſet, & pro eodem tempore toto, ſuum mobile detuliſſet. Sit verbi gratiâ mobile quodcumque quod à quiete ad certum velocitatis gradum, verbi gratiâ ad vigeſimum intrà 20 minuta pervenerit, tranſtuleritque ſuum mobile per 20 pedes, dico ſi initio motûs extitiſſent 20 gradus impetûs, aut velocitatis, qui perſeveraſſent per 20 illa minuta, fore ut mobile 20 pedes peragraſſet. Quod dico in opinione temporis in infinitum diviſibilis exactè verum eſſe: in opinione verò inſtantium indiviſibilium, & non infinitorum, in temporibus ſenſibilibus, veriſſimum eſſe phyſicè.



Si enim tempus eſt diviſibile in infinitum, dum mobile acquiſiverit certum & determinatum velocitatis gradum, neceſſariùm eſt ut pertranſierit per omnes velocitatis gradus minores illo, cùm à quiete in quo nullus erat gradus velocitatis ſucceſſivè aliquem & certum acquiſiverit. Sit ergo, determinandæ imaginationis gratiâ, linea AB, repræſentans tempus, ſitque linea CD repræſentans velocitatem acquiſitam in fine temporis AC, ducatur linea ADE, dividatur AC bifariam in F, ſitque FG parallela ipſi CD, linea FG benè repræſentabit velocitatem acquiſitam in fine temporis AF. Cùm enim uniformiter acquirantur iſtæ velocitates, eodem modo ſe habebunt ac tempora. Hoc eſt ut tempus AD ad velocitatem CD, ita AF ad ſuam velocitatem, ſed ut AC ad CD, ita (*per 4 6.*) AF ad FG; igitur FG benè repræſentat velocitatem acquiſitam in tempore AF, & quocumque dato tempore, ducta parallela ipſi CD, bene repræſentabit velocitatem congruentem illi tempori; ita ut nullum ſit tempus intrà tempus AB, cui in triangulo ABE non inveniatur velocitas congruens. Igitur triangulũ ABE bene repræſentabit collectionem omnium velocitatum, hoc eſt collectionem velocitatum pro ſingulis inſtantibus exiſtentium. Sed ut collectio omnium velocitatum, ita collectio totius ſpatij decurſi, igitur triangulum ABE bene etiam repræſentare poteſt ſpatium peragratum vi illarum velocitatum, toto illo tempore AB. Supponatur initio motûs jam fuiſſe velocitatem AH, æqualem velocitati quæ eſt in fine BE, pariter in tempore F eſſe velocitatem FI æqualem velocitati BE, & ita de reliquis: tota collectio velocitatum benè repræſentabitur per rectangulum BH ſed ut collectio omnium velocitatum ita peragratum ſpatium; igitur rectangulum, aut parallelogrammum BH repræſentat ſpatium peragratum per velocitatem ſemper aut eandem, ſeu per velocitates ſemper æquales. Rectangulum autem BH duplum eſt trianguli ABE, nempè ſpatij peragrati velocitatibus creſcentibus: igitur ſpatium peragratum per velocitatem ſemper eandem, duplum eſt illius quod per velocitates ſucceſſivè acquiſitas perficitur: licèt in fine acquiſita velocitas æqualis ſit illi quæ in alio caſu ſemper eadem per totum illud tempus perſeveravit.

Quæ demonſtratio Galilæi eſt, videturque ſupponere tempus in infinitum diviſibile, cum velit ad determinatum gradum velocitatis perveniri per omnes gradus intermedios: locutus autem ſum de velocitatibus potius quàm de impetu, ne nimis coarctarem demonſtrationem meam ad certam opinionem circa impetum, licèt faciliùs intelligatur ſi de impetu procederet.

Quare ut res fiat clarior ſupponantur 20 inſtantia, in quibus ſingulis acquiratur unus gradus impetus, ſingulique gradus ſingulis inſtantibus quibus exiſtunt, poſſint movere ſuum mobile per unum pedem. Dico ſi hoc modo per impetum ſucceſſivè acquiſitum moveatur mobile, ſpatium decurſum fore dimidiam tantùm partem illius quod percurſum foret, ſi toto illo tempore idem perſeveraſſet impetus, qui in fine illorum 20 inſtantium acquiſitus eſt. Nam ſi viginti gradus impetus extitiſſent initio, ſingulis inſtantibus moviſſent per viginti pedes, quare vigeſies viginti pedes peragrati eſſent, ſeu 400 pedes. At verò per impetum ſucceſſivè acquiſitum tantum decies viginti & unum pedes mobile percurriſſet, nam in primo inſtanti eſſet unus gradus, in ſecundo duo, in tertio tres, & primo inſtanti unus pes fuiſſet peragratus, in ſecundo duo, in tertio tres, & ita deinceps. Conſtat autem ex arithmeticis dum colligere volumus ſeriem arithmeticam; collectionem ex primo, & ultimo ſeu 21 multiplicamus per dimidiam partem terminorum, eruntque 210. 210 autem eſt ferè dimidia pars 400. & quò majores erunt numeri, eò minor erit proportionaliter defectus. Nam major numerus in ſimili ſuppoſitione eſt ſemper quadratum numeri terminorum; defectus autem eſt tantum æqualis dimidiæ radici, ſed quadrata creſcunt in ratione duplicatâ ſuarum radicum, ergo quò tempore magis ſubdividentur, eò defectus minor erit proportionali; nam in hoc exemplo defectus eſt vigeſima pars majoris numeri; ſi ſumamus alium majorem numerum, non erit vigeſima pars, ſed multò minor.

Sint enim 100 inſtantia ita ut, ſingulis inſtantibus acquiratur unus gradus, ultimo inſtanti erunt 100 gradus, qui ſi omnes toto illo tempore extitiſſent, ſingulis inſtantibus moviſſent per 100 pedes, fuiſſetque numerus percurſorum 10000. Si verò impetum ſucceſſivè acquiſitum conſideremus, primo inſtanti unus pes percurritur, ſecundo duo, tertio tres, quarto quatuor, & ita deinceps; qui omnes ut in unam ſummam colligantur aggregatum ex primo 1 & ultimo 100, nempè 101. multiplicetur per 50, fientque 5050; qui numerus eſt ferè media pars prioris, defectuſque tantum eſt 50; qui comparatus cum majori numero 10000,

eſt, tantum ducenteſima illius pars. Si eſſent mille inſtantia, numerus pedum percurſorum ab impetu perſeverante per totum illud tempus, eſſet 1000000. & numerus pedum percurſorum vi impetus ſenſim acquiſiti eſſet 500500. defectus eſt tantum quingentorum, quingenti autem ſunt bis milleſima pars numeri majoris. Unde vides quod ſi minutum ſecundum ſit diviſibile in 1000000 inſtantia, ſintque duo mobilia quorum unum moveatur per impetum ſucceſſivè acquiſitum; aliud verò habeat per totum illud minutum ſecundum, impetum æqualem illi, quem aliud acquiſiverit ſucceſſivè, in fine illius minuti ſecundi, primum mediam tantum partem, & inſuper bis milleſimam partem ſpatij conficiet, quod confectum eſt à ſecundo mobili, & quò in plures partes diviſibile erit minutum ſecundum, eò defectus proportionaliter minor erit. Cùm ergo ſi dentur inſtantia probabile ſit in uno minuto ſecundo contineri milliones millionum, etiam in illa hypotheſi benè aſſumere poſſumus impetum acquiſitum ſucceſſive, & æquabiliter in tempore ſenſibili, peragrare mediam partem ſpatij, quod conficeretur ab impetu æquali permanenter exiſtente in eodem tempore; quod multò magis verum erit in opinione dividente tempus in infinitum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Velocitas aut impetus ſucceſſivè acquiſitus à gravibus decidentibus, ex naturâ rei ſe habet ut tempora.

Quodcumque grave caſu ſuo ſucceſſivè acquirat impetum, ſeu velociùs & velociùs moveatur, ſeu acquirat velocitatem; dico ex natura rei & ſecluſo omni accidente impetus, & velocitates, ſe habere inter ſe, ut tempora quibus movetur: hoc eſt ſi tempus quo deſcendit, fuerit duplum alterius; impetum, aut velocitatem acquiſitam in fine dupli illius temporis, eſſe duplum impetus acquiſiti in fine mediæ partis ejuſdem temporis.

Si enim impetus ille præcisè gravitatem, agnoſcat ut cauſam, quæ ex ſe determinata ſit ad profundendum illum impetum, qui perſeveret quamdiu illi non reſiſtitur, ſecluſo omni accidentè, ut ſupponimus; & ex natura rei, ſingulis inſtantibus, tantumdem impetûs profundet; nec eſt ulla potior ratio, cur uno tempore major impetus, aut velocitas producatur. Unus enim impetus deorsùm ferens, non eſt contrarius alteri ad eaſdem partes tendenti; ergo gravitas eadem æqualibus temporibus æqualiter operatur. Sed hoc eſt ſe habere impetum, aut velocitatem ſicut tempora: ergo ex natura rei, impetus & velocitas ſe habet ut tempora.

Dices dari aliquam aëris reſiſtentiam, quæ poſſit aliquid ſemper demere de impetu acquiſito, atque adeò impedire ne talis proportio obſervetur. Sed reſpondeo me loqutum ex natura rei, & ſecluſo omni accidente, ideóque pono hypotheſin, in quâ grave moveretur in medio non reſiſtente, ut ſi in vacuo decideret. Nam inferiùs habebitur aëris reſiſtentiæ aliqua ratio, & per hujuſmodi reſiſtentiam multos effectus explicabimus.

Dices potiùs velocitatem, ſe habere ſicut motum, & ſpatia decurſa; primò quia ſpatium decurſum eſt nota, & quaſi menſura velocitatis; cùm enim videmus ſpatium eſſe majus, judicamus haud dubiè majorem eſſe velocitatem, ſeu majorem impetum. Ergo conſequenter aſſerere debemus impetus ſe habere, ſicut ſpatia decurſa. Secundò videtur quod motus ſit cauſa impetûs, & velocitatis; videmus enim per motum acquiri iſtum impetum: igitur ubi fuerit major cauſa, ibi etiam erit major impetus; menſura autem motus, eſt ſpatium quod decurritur.

Antequam dubitationi, quæ prima fronte rationi conſona videtur, reſpondeam, oſtendo poſitiuè impetum non ſe habere ſicut ſpatium decurſum, eſſet enim intolerabilis illa multiplicatio, & penè infinita. Nam proportio in qua creſceret acceleratio eſſet major quàm dupla, duplam autem intelligo eam in qua primo tempore, aliquod ſpatium percurreretur. Secundo verò tempore æquali duplum ſpatium perficeretur: duplicem autem ſenſum habere poteſt iſta objectio, primùm quod impetus, ſeu velocitas acquiſita ſe habeat ut ſpatia percurſa æquali tempore; qui ſenſus adhuc falſus eſt, & contra omnem omnino experientiam. Accerſamus enim experientias ſupra factas; nempè eam in qua obſervavimus primo ſemiminuto ſecundo grave conficere pedes $4\frac{1}{4}$ primo minuto ſecundo integro $16\frac{1}{2}$, hoc eſt ſecundo ſemiminuto $12\frac{1}{4}$; igitur in fine primi minuti eſſet tripla velocitas, ſeu triplus impetus illius qui fuit in fine primi ſemiminuti ſecundi. Sed triplus impetus eodem tempore deberet peragrare triplum ſpatium, igitur tertio ſemiminuto deberet confici ſpatium; 37 pedum & $\frac{3}{4}$, quod falſum eſt; nam tantum conficitur ſpatium pedum $19\frac{1}{2}$. Si verò nulla habeatur ratio temporis in fine primi minuti confectum eſt ſpatium quadruplum, illius quod peragratum eſt in fine primi ſemiminuti, ergo debebit eſſe quadruplus impetus: ergo ſequenti ſemiminuto debebunt peragrari pedes quinquaginta.

Diſtinguendum igitur primò eſt inter impetum perſeverantem totum ſimul; & impetum qui ſucceſſive acquiritur, fateor quidem ſpatium peragratum eodem tempore, vi impetus permanentis eſſe notam, & characterem velocitatis motûs, ita ut ſi duo mobilia æquali tempore moveantur, quòd duplò velociùs movebitur, ſeu duplo majorem impetum habebit, duplum etiam ſpatium conficiat. Nego tamen etiamſi idem mobile motum æquali tempore, moveatur per duplum ſpatium quod (inquam) in fine illius motus habeat duplò majorem impetum. Nam primo tempore acquirebatur impetus aliquis, qui ſecundo tempore totus permanenter perſeverat, ſed idem impetus eo tempore quo acquiritur, mediam tantum partem ſpatii percurrit illius quod percurreret, ſi totus ſimul & permanenter exiſteret eodem aut æquali tempore (*per ſecundam hujus*), igitur poſſet fieri ut in fine ſecundi temporis non eſſet plus impetus, quàm in fine primi. Hoc eſt nullus impetus de novo acquireretur eo ſecundo tempore, attamen duplum ſpatium percurreretur, ſi nempe idem impetus ſit ſub diverſo ſtatu, nempe ſtatu acquiſitionis actualis, & ſtatu permanentiæ.

Nego item motum eſſe cauſam impetûs, ſed tantum eſſe connexum cum negatione reſiſtentiæ, quæ aut deſtrueret aliquid impetûs, aut impediret quo minùs à ſuâ cauſâ produceretur. Immò impetus ſi detur eſt cauſa motûs, & ex hac aſſertione, experientiis munita, poſſem probare motum non producere impetum, in

ſuo

ſuo ſubjecto, alioquin ubi eſſet major motus, produceretur proportionaliter major impetus, quod falſum eſt; licet enim ſit major motus ubi eſt major impetus, non tamen ſequitur eſſe eandem proportionem inter utrumque. Secundò ſi impetus à motu produceretur in ſuo proprio ſubjecto, projecta ſuum motum accelerarent, quod omni repugnat experientiæ.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Acceleratio motûs gravium, decidentium ex natura rei, in temporibus ſenſibilibus æqualibus, fit ſecundùm proportionem arithmeticam numerorum imparium.

Grave quodcumque liberè decidens, ita accelerat ſuum motum, ex natura rei, & ſecluſo omni accidente; ut ſi ſpectetur ſpatium percurſum in temporibus ſenſibilibus æqualibus ſibi invicem ſuccedentibus, ſpatium percurſum in primo tempore ſit ſubtriplum ſpatij percurſi ſecundo tempore, & ſubquintuplum ſpatij percurſi tertio tempore; hoc eſt ſi primo tempore percurrat unum pedem, ſecundo percurrat tres, tertio quinque, quarto ſeptem, quinto novem, & ita deinceps ſecundum proportionem arithmeticam numerorum imparium 1.3.5.7.9.11.13.15.17.19. in quâ exceſſus poſt unitatem ſit ſemper æqualis binario. Atque hoc ita demonſtramus.

Demonſtratio. (*Per tertiam hujus* (impetus, ſeu velocitates, ſe habent ut tempora, ergo ſingulis inſtantibus acquiruntur æquales impetus; ſed impetus eo tempore quo acquiritur, dimidiam tantum partem ſpatij conficit illius quod conficit dum totus ſimul exiſtit, (*per ſecundam hujus*) ergo impetus qui acquiritur primo tempore, & eo tempore percurrens unum pedem, ſecundo inſtanti quo totus perſeveranter exiſtit duos pedes perficiet, ſed eo ſecundo minuto alius impetus de facto acquiritur, qui ſimiliter unum etiam pedem peragrabit: igitur ſecundo tempore iſti duo impetus, quorum unus eſt in ſtatu permanentiæ, & alius in ſtatu acquiſitionis actualis movebunt per tres pedes. In fine autem ſecundi temporis ſunt jam acquiſiti duo gradus impetus, qui toti ſimul & perſeveranter exiſtent in tertio tempore; atque adeò ſinguli movebunt per duos pedes; eo item tempore tertio acquiritur de facto alius gradus impetus, qui cum ſit in ſtatu acquiſitionis unicum tantum pedem percurrit ergo peragrantur quinque, & ita deinceps; in quarto tempore tres ſunt gradus permanentes jam acquiſiti, conficientes ſinguli duos pedes, & unus qui de facto acquiritur, unumque tantum pedem peragrat: igitur ſeptem erunt, & ita deinceps oſtendam duo ſemper ſpatia adiici ſingulis temporibus, eò quòd unus impetus acquiratur de novo, & præcedens acquiſitus tranſeat à ſtatu acquiſitionis actualis ad ſtatum permanentiæ.

COROLLARIUM.

Ex eo cognoſcere poteris uno intuitu, quot ſpatia percurrantur, quocúmque tempore: verbi gratiâ, quæratur quot ſpatia, ſeu pedes, perficiantur decimo ſexto tempore: numerus impetus acquiſiti ex præcedentibus ſunt quindecim gradus, qui duplicari debent, cum ſint in ſtatu permanentiæ, fiuntque 30. His addenda eſt unitas pro gradu qui eſt in ſtatu acquiſitionis: igitur decimo ſexto tempore percurruntur triginta & unum ſpatia æqualia illi, quod primo tempore percurſum eſt.

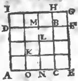
PROPOSITIO V.

Theorema.

Spatia percurſa à gravi decidente, ſunt in duplicatâ ratione temporum ſumptorum ab initio motûs.

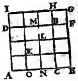
Conſiderentur duo quæcumque tempora quibus deſcendat aliquod grave motu continuè accelerato, quæ duo tempora ſumantur ab initio motûs, hoc eſt non comparetur primum tempus quo deſcendit grave, cum ſecundo, aut tertio &c. ſed primum, cum duobus primis; duo prima cum tribus primis, ita ut ſemper tempus numeretur ab initio motûs; quod ut clariùs adhuc fiat, quæratur quantum deſcendat mobile per duo, tria, quatuor tempora determinata, dico ſpatium illis temporibus correſpondens creſcere, non in eâdem ratione quâ creſcunt tempora, ſed in duplicatâ ratione.

Demonſtr. Spatia reſpondentia temporibus, creſcunt ſicut quadrata quorum tempora ſunt radices: ſed (*per 20. 6. Eucl.*) polygona ſimilia qualia ſunt quadrata, ſunt in duplicatâ ratione laterum; igitur ſpatia decurſa ſunt in duplicatâ ratione temporum. Major ita probatur.



Sit linea AO repræſentans unitatem, ſeu primum tempus, AN binarium, ſeu duo prima tempora, & AC ternarium ſeu tria tempora, initio ſemper ſumpto ab principio motus, ſitque AK quadratum unitatis, ſeu lineæ AO; AL verò quadratum binarii, AB quadratum ternarii; debeo oſtendere ſpatium percurſum primo tempore, ſe habere ad ſpatium percurſum duobus primis temporibus, ut quadratum AK ad quadratum AL, nam (*per coroll. præcedentis propoſitionis;*) ut cognoſcatur ſpatium percurſum quocumque tempore, verbi gratiâ ſecundo minuto, debet duplicari præcedens tempus, nempè unitas, & illi addi unitas, eò quòd ut dixi impetus acquiſiti tempore præcedenti, ſunt permanentes, & additur unitas, quia eo tempore acquiritur unus impetus; ſed duplicando unitatem AO, fit idem ac ſi multiplicaretur bis per aliam unitatem AN, fiuntque alia duo quadrata æqualia quadrato AK, per quod voluimus repræſentare ſpatium percurſum tempore AO. Additur item & aliud ſpatium NK, æquale primo AO, quod conſequenter eſt quadratum lineæ AN, ſed (*per 4. 2.*) ſi linea AN.

dividatur utcumque in O, erit quadratum totius AN, æquale quadratis ſegmentorum AO, ON,



nempè quadratis A K, KN, & rectangulo bis comprehenſo ſub AO, ON; igitur ſpatium percurſum tempore AO, ita ſe habebit ad ſpatium percurſum tempore AN, ſeu duobus temporibus AO, AN, ſicut quadratum AK ad quadratum AL. Pariter oſtendam ut ſciatur ſpatium percurſum tertio tempore ſeparato NC, debet duplicari præcedens tempus totum, fientque complementa DL, LC, quæ ſimul cum quadrato lineæ N C nempè quadrato L B, perficiunt quadratum AB, ſeu quadratum lineæ AC: igitur ſpatia quæ percurruntur ſe habent ut quadrata, & tempora ut radices.

Ut autem breviùs tota conſtet demonſtratio. Ex praxi extractionis radicis quadratæ oſtendo ita ſe habere ſpatia decurſa ut quadrata quorum radices ſint tempora. Invento enim primo quadrato, jubemur duplicare illius radicem & addere unitatem, fit enim quadratum ſequens. Ergo invento quadrato unitatis, ſi unitatem duplicemus, addamuſque aliam unitatem, fiet quadratum binarij; ſed idem præſtamus dum metimur ſpatium decurſum ſecundo tempore, (*per coroll. præcedentis propoſitionis*) igitur ſi quæramus ſpatium decurſum tam primo quàm ſecundo tempore, ſimul accipere debemus quadratum totius temporis. Et ut hoc adhuc magis pateat, exponantur tempora, & ſpatia ſingulis temporibus ſeparatis reſpondentia hoc eſt ſeries numerorum imparium. Tertiò exponantur quadrata reſpondentia temporibus, ſed conjunctim ſumptis.

tempora	1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
ſpatia ſeparata	1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23.
ſpatia conjuncta	1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 121.

Dico illa quadrata denotare ſpatia decurſa temporibus conjunctis, hoc eſt: Spectetur verbi gratiâ quartum tempus, ſpatium decurſum quarto tempore ſeorſim ſpectato, erit 7 in ſerie numerorum imparium, & 16 erit tempus quod percurritur quatuor primis temporibus. Nam primo tempore percurritur unicum ſpatium, ſecundo tria (*per 4. hujus*) ergo duobus primis percurruntur 4. tertio percurruntur quinque, quæ addita quatuor præcedentibus efficiunt novem: igitur tribus primis temporibus percurruntur novem; quarto tempore percurruntur ſeptem, quæ addita novem prioribus efficiunt 16. Igitur quatuor primis temporibus percurruntur 16, & ita conſequenter ex additione ſpatiorum fit ſemper quadratum. 1. & 3 faciunt 4. [1. 3. 4. 5 efficiunt novem, 1. 3. 4. 5. 7. efficiunt 16.] 1. 3. 5. 7. 9. efficiunt 25.] 1. 3. 5. 7. 9. 11. 36. [1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 19.] & ita de reliquis.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Cognito ſpatio quod percurritur à gravi deſcendente aliquo tempore, determinare ſpatium decurrendum quocumque alio tempore.

Multiplex eſſe poteſt quæſtio. Vel enim tempus cui congruum ſpatium cognoſcitur, incipit à quiete, vel diſtat à quiete; ſit ergo cognitum ſpatium quod percurritur intra 10 minuta ſecunda, ſintque 400 pedes. Quæritur ſpatium quod reſpondet primo minuto ſecundo; duobus primis minutis ſecundis; vel quantum movendum ſit intra 15 minuta incipiendo à quiete. Aſſumo quadratum numeri denarij, eritque 100, igitur aſſero intra decem minuta centum percurri ſpatia æqualia illi, quod percurritur primo minuto. Divido ergo 400 pedes per 100, exurgetque quotiens 4, dico ergo primo minuto ſecundo percurri 4, duobus primis quater quatuor, ſeu 16 intra 15 minuta 225; qui numerus ſi multiplicetur per 4, dabis 900 pedes.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Dato ſpatio confecto, intrà aliquod tempus: aſſignare tempus quo grave, quodcumque ſpatium perfecerit.

Sit cognitum ſpatium confectum quocúmque tempore dato, reſtat inquirendum tempus quo aliud quodcumque ſpatium percurretur. Primò (*per præcedentem*) cognoſcatur ſpatium percurſum primo quocúmque tempore, verbi gratia, primo ſemiminuto ſecundo; ſitque 4 pedum. Proponatur autem quærendum tempus reſpondens quingentis pedibus, ſeu quantùm temporis inſumendum ſit in percurrendis quingentis pedibus. Divido quingentos pedes per 4, fiuntque 125 ſpatia æqualia primo illi ſpatio quatuor pedum: extrahatur radix quadrata quæ erit 11 $\frac{1}{7}$, dico intra undecim ſemiminuta ſecunda cum ſeptima parte ſemiminuti percurri à gravi decidente pedes quingentos; poſitâ ſemper eâdem hypotheſi, nempè quòd æquabiliter acceleretur gravium decidentium velocitas, ſeu eâdem proportione creſcat impetus, aut velocitas, quâ tempus, ſeu æqualibus temporibus, æquales gradus impetus acquirantur.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

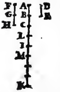
Velocitates acquiſitæ deſcenſu gravium non ſe habent ut ſpatia decurſa.

Quamvis jam ſuprà hanc controverſiam attigerim, quia tamen invenio apud Gaſſendum de illa tractatum ferè integrum, ne quid huic noſtro operi deſit, eam paulò diligentiùs examinandam cenſui.

cenſui. Reptehenderat Pater Caſreus è Societate noſtra, aſſignatam à Galilæo potpotionem, quam efficacitet tuetur Gaſſendus. Quamvis de facto ego exiſtimem non obſervari ſtrictè Galileanam progreſſionem, ſaltem in longioribus caſibus, ut inferiùs demonſttabo, cum tamen cenſeam id ex accidente tantum oriri, ideò quidquid Galilæo favet, mihi tejiciendum non eſt, ſed potiùs admittendum.

Primò quidem Pater Caſreus arguit Galilæum, quòd motus æquabiliter accelerati ſporiam definitionem attulerit, nempè dum aſſerit motum eum æquabiliter acceleratum eſſe, qui à quiete recedens temporibus æqualibus, æqualia celeritatis momenta acquirat. Aliam autem ut legitimam introducit, nempè motum eum æquabiliter acceleratum agnoſcit, qui æqualibus ſpatiis æqualia celeritatis augmenta acquitit; contenditque hanc ultimam definitionem eſſe ſimpliciorem, & magis legitimam.

Sed ut verum fatear, ea prima controvetſia in quæſtionem de nomine incidit. Quamvis enim motus ille mihi videatur magis æquabiliter accelerati, qui continenter uniformitetque increſcat, ſeu qui in ordine ad tempus tale incrementum acquirat, potuit tamen alia excogitari uniformitas, nempè in ordine ad ſpatium decurſum. Si enim motus eſſet cauſa velocitatis acquiſitæ, haud dubiè alia uniformitas attendenda eſſet, quàm quæ ex tempote oritur. Unde puto eas definitiones non debere in controvetſiam vocari; ſed potiùs quærendum an motus gravium decidentium alterotram uniformitatem obſetvet.



Galilæus ità ſubtiliter demonſtrare contendit velocitates acquiſitas non ſe habere ſicut ſpatia, hoc eſt, velocitatem acquiſitam per totam AC, non eſſe duplam velocitatis acquiſitæ per dimidiam A B. Sit alia DE, æqualis ipſi AB, ſintque duo mobilia, quorum dum unum pet D E movebitur, alterum moveatur per totam AC, ſed ita ut velocitas per A C ſit dupla velocitatis per D E, debebit mobile totam AC, eodem tempore percurrere, quo aliud percorrit D E; ſed quo tempore percurrit DE, eodem tempore aliud nempè primum percurrit A B, cùm ſint in D E & A B velocitates æquales: igitur quo tempore percurritur A B, eodem percurretur A C ab eodem; quod eſt impoſſibile.

Exiſtimo tamen hanc demonſtrationem vacillare. Licèt enim verum ſit quod mobile duplò velociùs motum, duplum ſpatium conficiat quando velocitates ſunt permanentes, non tamen id concluditur quotieſcumque velocitates continuò acquiruntur.

Urgeo tamen, & vim aliquam addo Galileanæ demonſtrationi. Sint duo mobilia procedentia à quiete, unumque moveatur ità ſuprà F G, ut in quolibet inſtanti ſui motus duplam habeat, velocitatem illius quam habet AB, verbi gratiâ in primo inſtanti, dum mobile in A producit unum impetum, iſtud producat duos, & ità conſequenter. Certum eſt, quòd dum erit in H, duplam habebit velocitatem illius, quam habet aliud mobile, dum pervenit in B, & eo tempore perveniet in H, quo aliud aſſequitur punctum B: ſed pariter dum pervenit in C, duplam habet velocitatem illius quæ eſt in B; ergo in H & C æqualis erit velocitas; quòd eſt abſurdum: nempè quod ſi ſint duo gravia, unumque citiùs, & breviori tempore pervenerit in H, quam aliud ex æquali altitudine pervenerit in C, quod inquam illud quod citiùs deſcendit, velocitatem majorem non habeat, nec illius ictus fiat validior. Fieri igitur non poteſt, ut in puncto C, ſit dupla velocitas illius, quæ eſt in puncto B.

Reſpondet autem primæ inſtantiæ Pater Caſreus, quòd ſi impendit unum minùtum in percurrendâ parte A B, impendet tantùm ſemminotum in percurrendâ parte BC. Quòd ſi hoc ſit verum; igitur in percurrendâ parte CI, neceſſarius tantùm erit quadrans, & octans in L I; & decima ſexta in I M. Quòd ſi hoc admitteretur, antequam fluxiſſet ſecundum minutum, percurrenda eſſet linea infinita; nam ſemiminutum, quadrans, octans, decima ſexta, & reliquæ partes infinitæ decreſcentes in eâdem proportione ſubduplâ, non adæquant ſecundum minutum; quod eſt primum abſurdum. Si verò ut conformius eſt huic proportioni, primo minuto percurrat A B, & ſemiminuto percurrat BC, ſicut dimidio tempore quo percurrit AB, deſcendit per B C; ſic dimidio tempore quo pertranſit A C, percurret C I. Sed percurrit AC intra minutum cum dimidio, igitur percurret C I intra tres quadrantes minuti: igitur ſecundo minuto cum quadrante pervenerit in I; quare non impendet totum ſecundum minutum ut perveniat in L; igitur cum in primo minuto perveniat in B, in ſecundo pertranſeat punctum L, ſequeretur proportionem ſpatij in temporibus æqualibus eſſe majorem duplâ. Quæ in immenſum procedit; ſic enim intra quinquaginta tempora, ſuperaret quemcumque terminum intra limites univerſi poſitum. Deinde iſta proportio dupla nimis diſtat à noſtris obſervationibus, & experientiis, in quibus initio in temporibus æqualibus major eſt proportio quàm dupla, ſed poſtea minor eſt. Nam primo inſtanti percurritur unum ſpatium ſeu pedes 4, ſecundo 12, tertio 20, jam hic multum deficit proportio dupla, & ita de reliquis. Aſſero igitur longè aliam obſervari proportionem. Multis aliis rationibus impeti poteſt hujuſmodi proportio, nempè quærendo an admittatur commune effatum, hoc eſt impetum acquiſitum, æquali tempore ad duplò majus ſpatium movere quàm cum actu acquiritur. Sit ergo mobile quod deſcendendo ex A in B acquiſierit quemcumque impetum; vi illius impetûs acquiſiti intra dimidium tempus, mobile movebitur ad æquale ſpatium B C. Impetus autem qui acquiritur intereà, nihilne faciet intrà illud dimidium tempus; cum impetus debeat eſſe duplus prioris, debebit acquiri tantum impetus, quantum acquiſitum fuerat qui ferer mobile etiam illo dimidio tempore, ultrà illud ſecundum ſpatium, nempè ad aliud æquale. Nam impetus qui acquiritur, cùm ſequatur proportionem ſpatij, intereà dum vi prioris impetus mobile perficit unum ſpatium, acquiritur impetus æqualis priori; ergo qui poteſt deferre eodem tempore mobile per aliud ſpatium æquale, & quia impetus ut volunt ſequitur rationem ſpatij, eodem adhuc tempore aliud ſpatium percurretur. Igitur infinitum ſpatium percurri deberet ſecundo ſemiminuto, nempè unum æquale

ſpario priori, vi impetus jam acquiſiti, & aliud vi impetus qui acquiritur interea dum percurritur tale ſpatium, & aliud vi impetus qui acquiritur dum percurritur aliud ſpatium: atque hoc modo, ex quocumque capite ſumatur iſta proportio, ſibi conſtare non poteſt.

Reſtat ut expendamus rationes quibus adſtruitur hæc opinio, eaſque ſolvamus; nititur autem præcipuè experientiâ. Si in ſtatéâ exactâ ſint duo pondera in æquilibrio, quorum unum ſphæricum cadat in ſtateram ex altitudine ſuæ diametri, elevabit præter æquilibrium pondus ſibi æquale; ex altitudine duarum diametrorum, præter æquilibrium attollet bis pondos ſibi æquale, & ita de cæteris altitudinibus. Ex quâ experientiâ concluditur, ex altitudine duarum diametrorum acquiri duplam velocitatem illius, quæ ex altitudine unius diametri, quippe quæ poſſit præter æquilibrium, duplum pondus attollere.

Reſpondetur, Experientiam quidem veram eſſe, ſed nihil concludere; deberet enim præterea aſſerere, ex unâ diametro attolli præter æquilibrium unum pondus æquale, & nihil aliud; ex altitudine verò duarum diametrorum attolli duplum pondus præcisè; quæ omnia ſunt falſa. Nam globus plumbeus unius unciæ, referente Gaſſendo, ex altitudine unius diametri extulit 7 uncias cum quadrante; ex altitudine duarum, extulit 9 cum dodrante, & non 14 cum ſemiſſe, ut debuit; ex altitudine trium diametrorum non triplum extulit 21 uncias, ſed tantùm 12; ex altitudine quadruplâ extulit 14 cum ſemiſſe. Unde potiùs iſta experientia favet proportioni Galileanæ, quàm illam deſtruat: immò perutilis eſſe poteſt ad metiendam vim impetus acquiſiti; ſi modò conſtans perſeveret eadem proportio in omnibus globis, & in omni pondere. Immò maximè notatu dignum eſt quòd globus plumbeus unius unciæ, cujus diameter erat decima octava pedis Pariſini, ſeu octo linearum, ex duodecima parte ſuæ diametri pondus elevet ſibi æquale præter æquilibrium. Videndum autem eſſet an in globo majore, verbi gratiâ, octo unciarum, cujus diameter eſſet dupla, ſeu unius digiti cum triente, neceſſaria eſſet elevatio dupla, ad elevandum pondus ſibi æquale præter æquilibrium, an verò ex eadem præcisè altitudine id præſtet; ex quo regulæ generales ad metiendum impetum efformari poſſent.

Ut autem concludam. Aſſero ex hâc experientiâ Galilæanam proportionem ſatis benè comprobari, tantum abeſt ut impugnetur.

PROPOSITIO IX.

Secluſo omni extrinſeco accidente, ſpatia decurſa à gravibus decidentibus, ſunt in duplicatâ ratione temporum.

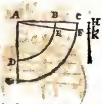
Propoſitione 5. Oſtendimus ſequi ex velocitate æquabiliter productâ in temporibus æqualibus, accelerationem motus gravium naturaliter, decidentium fieri ſecundùm eam proportionem in quâ ſpatiâ eſſent in proportione duplicatâ temporum, & conſequenter velocitatum. Quod totum pendet ex propoſitione 3, in quâ oſtendimus velocitates ſeu impetus ſe habere ut tempora; attulimuſque aliquas rationes, non uſque adeò contemnendas; hæc enim productio uniformis velocitatis, videtur eſſe maximè accomodata modo agendi naturali. Quia tamen iſtæ rationes non omninò convincunt, ideò in hac propoſitione aliam viam tentare volui, nempè an experientiæ id ſuadere poſſent.

Prima autem Ratio à funependulis ducitur, quæ ut bene intelligatur, multiplici experientiâ indiget. Certum eſt funependuli ejuſdem vibrationes, ſeu oſcillationes ſenſibiliter æquediuturnas eſſe; hoc eſt ſive funependulum, in magnos ſui circuli arcus excurrat, ſive in minores tantùm; ſemper tantumdem ſenſibiliter temporis in unà oſcillatione perficienda impendit, quantùm in aliâ. Ita non ſemel experti ſumus in duobus funependulis, omninò æqualibus, quorum unum vehementiùs in magnas oſcillationes incitabatur, alterum verò parvas admodum deſcribebat; hoc ultimum centum & unam perficere, intereà dum primum centum tantum abſolvebat.

Certum eſt ſecundò experientiâ, tempora quæ in perficiendis oſcillationibus, ab inæqualibus funependulis impenduntur, non ſe habere ut eorum longitudines, ſed in ratione ſubduplicatâ longitudinum, hoc eſt ſi ſint duo funependula, quorum primum ſit unius pedis, ſecundum quatuor pedum, tertium novem pedum, quartum ſexdecim; duratio vibrationis ſecundi funependuli non erit quadrupla durationis primi, ſeu primum non perficiet quatuor vibrationes, intereà dum ſecundum ſemel oſcillabit, ſed tantùm duas neque primum vibrabit novies, intereà dum tertium unicam vibrationem abſolvet, ſed tantum ter, & quater, dum quartum unicam vibrationem abſolvet: quod eſt, durationes vibrationum ſe habere in ſubduplicatâ ratione longitudinum pendulorum.

Suppono autem tanquam certum quotieſcumque ſunt duo funependula, inæqualia AB, AC, quæ ſimiles arcus BD, CG, BE, FC percurrant, ità eſſe tempus, quo verbi gratiâ percurritur BD ad tempus quo percurritur CG, ſicut tempus quo perficitur BE, ad tempus quo perficitur CF. Si enim fingeretur intra DB inſcribi polygonum æquilaterum mille, verbi gratiâ, laterum, aut partem ejus, & intra arcum GC ſimile polygonum inſcribi, quod non recedat ſenſibiliter à circulo, tot erunt partes ſui polygoni in BE, quot ſunt in CF ſui; & ſimiliter ad horizontem inclinatæ, immò & proportionales ſuis totis; ergo nulla eſt ratio cur grave in unâ parte polygoni percurrendâ majorem partem inſumat temporis illius quod neceſſarium eſt ad percurrendum totum polygonum, quàm inſumat aliud in ſimili parte ſui polygoni percurrendâ temporis neceſſarij ad percurrendum totum polygonum. Ergo ut tempus quo percurritur totum polygonum, ad tempus quo aliud polygonum percurritur, ità tempus quo una pars pertranſitur, ad tempus alterius partis ſimilis. Quod autem dixi de iſtis partibus ſimilibus intelligi debet de ſingulis partibus circularibus.

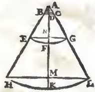
Balianus hoc putat ità clarum, ut hoc petierit ſibi ultrò concedi ſine ullâ aliâ probatione, quâ poſitâ ſuppoſitione ità demonſtrationem aggreditur.



Sint duo funependula AB, AC, quæ eleventur ad lineam horizontalem, ita ut quodlibet ſuum quadrantem perficiat; BD, CG. Sumaturque in quadrante BD, pars BE ita parva, ut pro rectâ aſſumi poſſit, ductâque lineâ AEF, erit CF, etiam ita parva, ut à lineâ rectâ minimè deflectat; & funependula ita deſcendant per illas lineas, ac per lineas verticales, ſeu perpendiculares ad horizontem. Sit quodcumque aliud grave H æquale in gravitate ponderibus B, & C, & quod decidat per lineam HK, ita ut H L æqualis ſit lineæ BE & HK ſit æqualis lineæ CF.

Demonſtratio. Grave H eodem tempore peraget HL quo B percurrit lineam BE, & eodem tempore deſcendet per HK, quo grave C percurrit CF; cùm lineæ BF, CF non deflectant ſenſibiliter à rectis, & perpendicularibus, ſed tempus quo percurritur BE ad tempus quo percurritur CF, eſt ut tempus quo percurritur BD ad tempus, quo percurritur CG, quod tempus eſt in ſubduplicatâ ratione lineæ AB ad AC, (ut experimenta oſtendunt, & ut diximus ſuprà) ut autem AB ad AC, ità eſt BD ad CG; & BE ad CF. Igitur tempus quo percurritur HL ad tempus quo percurritur HK, eſt in ſubduplicatâ ratione lineæ HL ad lineam HK.

Et quia quâlibet datâ lineâ, quâ deſcendat grave, dari poteſt funependulum ità magnum, ut in eo aſſumi poſſit arcus, qui non deflectat phyſicè ab eâ lineâ, oſtendam in eo arcu tempus quo percurritur, eſſe in ſubduplicata ratione longitudinum; quod erat demonſtrandum.



Aliter nonnulli utuntur perpendiculis ut idem demonſtrent. Sint enim globi ad fila appenſi, AB unius pedis, AE quatuor pedum, A H novem pedum, qui ſeparati quidem ſint ne ſe invicem interturbent; licet ut clariùs demonſtratio procedat, in eâdem figurâ aptentur; ij abducantur à perpendiculo, ſecundùm æquales angulos, nempe uſque ad lineam AH. Certum eſt, ut ſupponimus, experientiâ compertum eſſe, quòd interea dum funependulum AB duas oſcillationes peraget, AE unicam tantum abſolvet; & dum idem AB tres perficiet, A H unicam tantum. Patet autem ex figurâ quòd, tam arcus BC, EG, HL, quàm ſinus verſi I D, N F, K M ſe habent ut ſemidiametri AB, AE, AH; atque adeò, arcum EG eſſe quadruplum, & arcum H L eſſe noncuplum arcus B C, & ſinum verſum N F quadruplum eſſe, item ſinum verſum M K noncuplum ſinus verſi I D. Quare ſive ſpectetur motus prout circularis eſt, ſive ſpectetur prout perpendicularis eſt, & rectus, duplò tempore percurritur ſpatium quadruplum, & triplò tempore percurritur ſpatium noncuplum. Unde jam concludimus ſicut deſcenditur lineâ FN per circulum EF tempore duplò illius, quo deſcenditur lineâ I D per circulum BD parallelum atque concentricum: ità ſi perpendiculariter percurrerentur F N, I D, impenderetur duplum tempus in percurrendâ F N, quàm in lineâ I D; & triplum in KM: igitur ſpatia percurſa ſunt in duplicatâ ratione temporum.

Quod ſi de velocitatibus ſit ſermo, conſtat experientiâ ſi in punctis D, F, K ſtatuantur globi ſuper plana horizontalia qui impellantur à globis oſcillantibus, impetus in iis productus non ſe habebit ut arcus, quo deſcendunt funependula, hoc eſt impetus ſeu velocitas in F acquiſita non erit quadrupla velocitatis in D acquiſitæ, nec velocitas in K ejuſdem noncupla. Primò, quia Globus E non fertur quadruplò velociùs quàm globus B, ſed tantum duplò; nam cùm globus B duos perficit arcus, ſeu duas vibrationes, globus E unicam abſolvit quadruplam, hoc eſt duplò velociùs fertur, & globus H triplò, nam cum globus B tres vibrationes abſolvit, globus H unicam abſolvit noncuplam: igitur triplò tantùm velociùs fertur, ſi hoc modo conjunctim ſpectentur.

COROLLARIUM.

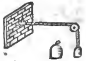
Ex eo notare potes globum E, in quadrupla diſtantia determinatum eſſe ad hoc ut moveatur duplò velociùs; & H in noncupla diſtantia ad hoc ut moveatur triplò velociùs, modò non conjungantur in eodem radio; ſed ſeparatim moveantur. Si enim in eadem machina conjungantur, aliter ſe res habet ut videbimus.

Secunda conjectura petitur ex aquâ. Sit enim cylindrus cavus oblongus in quo ſit aqua, ad lineam uſque horizontalem A B; aperiaturque foramen, per quod exiliat aqua, ità tamen ut alia ſubſtituatur loco effluentis, maneatque ſemper in eâdem altitudine AB; ſupponamuſque per foramen effluere intra horæ minutum, unum congium aquæ. Clarum eſt quòd ſi aqua in cylindro AD ad majorem altitudinem, verbi gratiâ E, aut F, perveniret, major etiam aquæ copia per foramen exiliret, eò quòd magis comprimeretur, hoc eſt, à majori pondere urgeretur ad exitum. Quæritur ergo ad quam altitudinem ſuperinfundenda eſſet, ut aqua per foramen exiliret duplâ velocitate, & intra horæ minutum duo congij effluerent; notum autem eſt experientiâ, requiri altitudinem aquæ quadruplam. Hoc autem confirmatur alia experientia. Totus cylindrus impleatur, apertoque foramine, ut liberè effluat aqua, notentur decrementa aquæ temporibus æqualibus reſpondentia, ſi ultimum decrementum fuerit unius pedis, intra duo minuta ultima erit quatuor pedum, intra



Digitized by Google

intrà tria ultima novem pedum , intrà quatuor ſexdecim pedum, & ità de reliquis. Unde argumentari licet : Egreſſus quæ fit ab impetu aquæ prementis continenter : & ex preſſione quæ oritur ab altitudine quadrupla oritur impetus tantum duplus. Igitur etiam ex caſu ponderis ab altitudine quadrupla , orietur impetus duplos. Licet autem non ita clarè appareat ſimilitudo quæ eſt , inter pondus decidens ex altitudine quadrupla , & aquam, cujus tanta copia eſt , ut ad eam altitudinem perveniat : idem tamen præſtant , ſaltem in liquidis , ut ſuo loco videbimus. Ex quibus iterum aliquod principium deducere poſſumus ut comparemus impetum acquiſitum, cum pondere abſolutè ſumpto : ita ut duplex tantum velocitas oriatur ex pondere quadruplicato, aut eodem pondere ex quadrupla altitudine decidente.



Tertia conjectura talis erit. Sit funis AB unâ extremitate parieti A alligatus , aliâ verò extremitate C dependeat pondus quodcumque C , quo tendatur ; digitis verò ita abducatur , ut ejus vibrationes numerare queas. Quod in longiſſimis chordis difficilè non erit , in brevioribus impoſſibile : ideoque dum breviores chordæ adhibentur , ſonoræ eſſe debent , ut ex ſoni gravitate de illarum tenſione , aut vibrationum duratione judicium ferre poſſimus. Dico ut vibrationes fiunt duplò velociores , verbi gratiâ ſi intrà minutum ſecundum abſolvatur una vibratio, pondere C appenſo ; ſi pro pondere C ſubſtituatur pondus B quadruplum , funis fiet intenſior duplò , ejuſque vibrationes duplò celeriores erunt , nempè ſingulæ intrà ſeminminutum ſecundum abſolventur ; & quod mirabile eſt , erunt omnes itus reditusque æquitemporanei, tam longi quam breves. Si tamen brevior fuerit funis quàm ut ejus vibrationes poſſis diſtinguere , ſonum ejus diſtingues , nempè renceſſit duplò intenſior cùm ad octavam aſcenderit. Pariter ſi exigatur ut triplò ſit intenſior , pondus noncuplum appendatur , ſi quadruplò pondus ſexdecuplum.

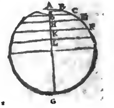
Atque hæc ſunt communiter experimenta quibus Galilæana proportio ſtabilitur : quæ ſi non exactè reſpondeat experimentis , id facilè accidenti alicui , & reſiſtentiæ aëris tribuendum eſt.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Alia proportiones rejecta.

Fuerunt nonnulli qui cum ſpatiorum à gravibus decidentibus percurſorum Incrementa ſenſim majora , & majora fieri animadverterent, quæſiverunt aliquam lineam, quæ ſenſim magis, & magis creſceret. Quià autem ſimile quid in



naturali dierum incremento notare licet qui circa ſolſtitia vix augentur ; ubi verò pauliſper ad æquinoctia proceſſerint , longè majora accipiunt incrementa ; ideò ad communem aliquam utriuſque cauſam recurrerunt, nempè circuli cujuſque obliquitatem , aſſeruerunt que ſpatia decurſa temporibus æqualibus ita ſe habere ut ſinus verſos. Quod ita explicare potuerunt , ut intelligatur ex centro terræ per punctum A , à quo incipit grave deſcendere, circulus aliquis maximus;deinde ſi AI ſit ſpatium percurſum quocumque tempore verbi gratiâ primo ſeminuto ſecundo ; ſi per I ducatur ad diametrum AD perpendicularis IB, tum abſcindatur arcus BC , CE EF æquales arcui AB , ducanturque perpendiculares BI, CO, EF,&c. IO ſit ſpatium percurſum ſecundo tempore,OH tertio,& ita deinceps. Unde tempora ſunt ut arcus , & ſpatia ut ſinus verſi. Non expendo autem adhuc rationem phyſicam hujus rei , ſed tantum an hoc experimentis congruat. Et primò cùm aſſerat Mercennus hanc proportionem non multùm diſcrepare à Galilæana ita ut in mille exapedis non deficiat , expendamus an id ſit verum. Ex communi abaco ſinuum ponatur pro primo numero ſinus verſus unius minuti , nempè AI, eritque IB ſinus unius minuti 2909,& ID ſinus complementi 9999999; cui ſi addatur ſinus totus , erit tota IG , 19999999. Eſt autem IB media proportionalis inter 16 , & AI ; fiat ergo quadratum lineæ IB 2909, quadratum ejus 8461281 , quem numerum ſi dividas per 819999999, fiet $\frac{8461281}{19999999}$, ſeu paulò minus dimidià parte : omnia unitatis qualium ſemidiameter eſt 10000000. Multiplica hanc fractionem per 4 , ut habeas lineam AO reſpondentem duobus temporibus ex mente Galilæi, eritque partis unius $\frac{33849125}{19999999}$. Videamus utrum idem numerus reſpondeat ſinui verſo duorum minutorum quorum ſinus eſt 818 complementi ſinus ſeu OD eſt 9999998 ; cui ſi addatur ſinus totus DG fiet tota 60. 19999998 ; quadratum ſinus OC eſt 33849024 ; qui ſi dividatur per 19999998 , idem prorſus numerus nempè pars una cum $\frac{13849024}{19999998}$ ita differentia ſit fere nulla. Expendamus tertium ſinum verſum AH habebamus pro linea AI $\frac{8461281}{19999999}$, quæ ſi multiplicetur per 9, habebitur linea AH, ſi per 16, linea AK, ſi per 25, linea AL ex mente Galilæi nempè AH erit partium 3, $\frac{16190131}{19999999}$, & AK partium $\frac{15196103}{19999999}$ AL autem erit partium 10 $\frac{11547035}{19999999}$. Expendamus modò an iidem numeri ſinuum verſorum recurrant. HE ſinus trium minutorum eſt 8727, quæ cùm ſit media proportionalis inter GH, AH, ejus quadratum 76160529 dividi debet per lineam

lineam GH, ut habeatur AH, eſt autem DH ſinus complementi 9999996. cui adde ſinum totum, fietque GH 1999999. factâ diviſione exurget $3\frac{66430543}{19999996}$ pariter invenies pro AK $6\frac{13176553}{19999991}$. Denique pro AL $10\frac{10516936}{19999999}$.

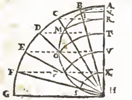
Hæ autem differentiæ adhuc ſunt modicæ, ſi autem velis ſcire quantus fuerit deſcenſus gravium per hæc quinque minuta circuli: ſemidiameter terræ eſt 1200 leucarum ſeu milliariorum 36000. Milliarium continet 5000 pedes multiplica 36000 per 5000 habebiſque pedes 180000000 pro ſemidiametro terræ. Ideoque ſi ita dicas 10000000 ſeu ſemidiameter dat partes 10 ferè cum dimidia, quid dabit eadem ſemidiameter in pedibus 180000000; eritque deſcenſus pedum octodecim cum $\frac{8}{10}$. Ideóque in toto illo deſcenſu obſervatur Galilæana proportio, ſaltem ſenſibiliter. Poſſet aliquis expendere an in ducentis pedibus idem eveniat: ſi enim ſit ſimilis non poterit iſta opinio erroris convinci. Tentemus igitur ulteriùs, & quia invenimus pro linea AL pedes 18, id tentemus in aliqua quæ ſit illius ſexdecupla nempè partes contineat 168, quales ſemidiameter terræ continet 10000000 ſeu pedes contineat 292. Ponamus partem AK, eam eſſe, ſitque AK partium 168; & cum ſit ſexdecupla partis ultimæ, erit eius tempus tantum quadruplum, quare cum arcus ſe habeant ut tempora erit AF arcus minutorum 20. Videamus an ſinus verſus min. 20, ſit partium 168: eſt autem ſinus rectus min. 20, 58177, cujus quadratum 3371092709, dividendum eſt per lineam GK, eſt autem DK ſinus complementi 20 min. nempè 9999813: cui addere debes ſinum totum GD, eritque GK 19999813; factâ diviſione provenient partes 165, debebunt autem eſſe 168, deficiunt ergo partes 3, ſeu pedes quinque, eſt ergo ſinus verſus min. 20 in terra pedum 287.

Quare hæc hypotheſis nullo modo experientiis contraria eſt: immò meliùs illis reſpondet quàm Galilæana; inveni enim non tam accelerari gravia, quam aſſerat Galilæus, quod ſemper tribuendum putavi aëris reſiſtentiæ. Reſtat tantum, ut aliquod principium phyſicum inveniamus, ex quo fluere intelligatur hujuſmodi proprietas; nempe quod gravia dum deſcendunt accelerentur, ſecundùm eam rationem quâ procedunt ſinus verſi, arcuum æqualium, & hoc in circulo qui ſit terræ concentricus.

Cùm principiom aliquod hujus proportionis, propriæ ſinuum verſorum inveſtigarem, in opinione communi de terra in centro univerſi quieſcente, nihil quod, aut probabilitatem, aut aliquam cum eo effectu convenientiam, haberet reperi. Nam hic proceſſus per ſinus verſos arguit mobile per circuli circumferentiam æqualibus paſſibus deferri, apparere tamen eius motum, in ipſâ diametro, ut accidit in exemplo incrementi dictum. Sol enim in zodiaco curſum ſuum peragit, cùm tamen receſſum eius à noſtro vertice, in eius diametro aut in meridiano metiamur. Idem in multis exemplis Aſtronomicis uſurpamus ut in eccentricitatis mutatione, in Epicyclis omnibus: cùm ergo terra quieſcat, & gravia deſcenſu ſuo rectam percurrant lineam, non video quomodo in ea hypotheſi circulum poſſimus accerſere. Videamus ergo an in hypotheſi Copernicanâ res meliùs ſuccedat, quod dictum nolim, ut eam opinionem confirmem, ſed ut doceam quid in râ dici poſſit.

Certum eſt primò impreſſum ſemel cuicumque corpori impetum ex conjunctione cum terrâ, non deficere, ſed perſeverare eundem, qui erat anteà, ità ut vi illius impetus, determinatum ſit corpus illud ad certum & determinatum ſpatium percurrendum, nempè ad percurrendum ſingulis horis ſpatium æquale 15 gradibus terræ; ſeu intrà ſex horas ſpatium æquale quartæ parti totius circumferentiæ terræ. Ponamus item gravitatem cujuſcumque gravis non producere ullum motum, ſed tantum determinare impetum acquiſitum ex rotatione terræ, ad alium motum producendum, accedentem ſcilicet tantiſper ad centrum terræ. Quæ determinatio non eſt infinita, ſed determinata; ponamus ergo eam determinationem talem eſſe, ut intra 6 horas poſſit determinare hunc impetum rotationis, ad deferendum ſuum mobile ad centrum terræ, ità ut ſingulis temporibus æqualia ſemper ſpatia perficiat, immò æqualem lineam quadranti circuli maximi.

Primâ igitur horâ, grave ex puncto A digreſſum determinetur à gravitate ſuâ, ad accedendum



ad centrum terræ, ità ut lineam percurrat æqualem arcui AB; & perveniat nihilominus ad diametrum HB: & ſecundâ horâ lineam æqualem percurrendo, perveniat ad diametrum HC, & tertiâ horâ ad diametrum HD; & ita de reliquis, percurret ſemicirculum AOH, qui æquatur quadranti AG. Nam ſemicirculi AOH, ſemidiameter, eſt media pars ſemidiametri terræ ex ſuppoſitione: ergo & circuli circumferentia alterius, erit ſubdupla, quare ſemicircumferentia eius æquabitur, quadranti circumferentiæ alterius. Cùm igitur grave A pervenerit in I, ducatur ex H arcus IN, perinde eſt ac ſi immotâ terrâ grave perveniſſet in N, quando verò pervenerit in M, idem erit ac ſi perveniſſet in R; puncto O, reſpondet punctum T & ita de cæteris. Hoc eſt ſi diameter realis terræ AH transferatur ſucceſſivè in HB, HC, HD, HE, &c. grave perveniet temporibus æqualibus in N, R, T, V, X, ſunt autem lineæ AN, AR, AT, AV, AH, ſinus verſi arcuum eorundem: igitur videbitur accelerati motus gravium ſecundum proportionem ſinuum verſorum. Oſtendo autem arcus AI, IM, MO, OP, PS, eſſe æquales; cum enim anguli EHS, EHO, OHM, MHI, IHA, ſint æquales, ſintque ad circumferentiam (*per* 21. 3.) arcus recenſiti quibus inſiſtunt æquales erunt.

Reſtat tamen difficultas præcipua, quare mobile digreſſum ex A, potius determinetur ad perveniendum ad centrum H per lineam circularem AOH, quam per quamcumque aliam. Dices quia habet impetum, quo feratur circulariter, idéoque licet determinetur ad aliam lineam ineundam, vi gravitatis; non tamen ad hoc ut totaliter illam deſerat. Sed contrà impetus etiam impreſſus cor-

potibus circulariter motis, illa defert per lineam rectam, ubi deſierint conjungi cum eo corpore, ut experimur in pulviſculis decidentibus in rotas, nam ejiciuntur per tangentes. Facilis eſt autem ſolutio, nempè quod gravia dum decidunt, non deſinunt ſemper conjungi cum terra, ſi enim moveantur in aëre, & aër terræ inſiſtat, ipſa etiam terræ conjunguntur ejuſque motum rotationis participant.

Ex quo vides poſſe ex hac conſtructione, ſolvi argumentum, quod aliqui validum exiſtimant contra Copernicum; nempè dum demittitur globus ex alta turri, certum eſt experientiâ, quod attingit punctum pavimenti, cui perpendiculariter imminet: ſi autem eſſet vera opinio Copernici, volunt id non accidere. Conſiderandæ enim ſunt duæ virtutes; una movens circulariter, alia movens perpendiculariter; quæ circulariter movet tota perſeverat eadem quæ erat initio motus, initio autem motûs poterat intrà tempus determinatum (ponamus intrà minutum) certum, & determinatum arcum percurrere, verbi gratiâ, arcum centum pedum; ergo cùm deſcenſus eius nihil officiat motui circulari, quando inferiùs pervenerit, vi illius virtutis circularis, poterit centum pedes percurrere: ſed centum pedes in minori circulo, arcum auferunt diſſimilem illi, cui in majori circulo reſpondent 100 pedes; igitur promovebitur tantiſper verſus orientem. Communis reſponſio id totum concedit, aſſeritque; differentiam ita parvam eſſe, ut nullo ſenſu percipi poſſit: ſed neque hoc admittere cogitur, aſſero enim grave, dum deſcendit, determinari à gravitate ad deflectendum tantiſper à circulo terræ concentrico, ad perficiendum circulum, qui tandem in ipſo terræ circulo terminetur, ità ut vi illius impetus circularis tantumdem ſemper ſpatij conficiat.

Ut verum tamen fatear non exiſtimo quæſtioni omnindò ſatisfactum, neque ſufficienter explicatum quænam ſit illa determinatio à gravitate orta, ad percurrendam aliam lineam circularem, æqualem illi quam ſine tali determinatione percurreret, niſi agnoſcantur quaſi duo impetus ſeparati; unus à gravitate ortus, qui acceleretur, alius circularis, qui tantiſper retardetur. Eò quòd dum grave magis, ac magis ad centrum accedit, invenit partes tardiùs rotatas, utpote viciniores centro, & eâdem ratione, quâ decreſcit illa virtus, eâdem creſcat, & augeatur impetus à gravitate productus: ſive quod ſubjectum non ſit capax ulterioris qualitatis, ideóque tantum decedat de una, quantum additur de aliâ, ſive propter aliam rationem.

Inde ſit ut æquale ſemper ſpatium percurratur, & nunquam excedat ab ea linea quæ ab ipſo ad centrum terræ ducebatur, eò quòd dum deſcendit, eius impetus circularis ſiſtatus à partibus aëris tardiùs motis, ideóque iiſdem partibus terræ ſibi ſubjectis ſemper reſpondeat.

Inquiramus adhuc ulteriùs, an hic modus explicandi probabilitatem aliquam habeat, & an experientiis conforme ſit, nempe quod intra 6 horas lapis perveniat caſu ſuo ad centrum terræ. Vidimus ſinum verſum reſpondens 20 minutis gradus, in circulo maximo terræ continere pedes circiter. 287 ſeu tertiam partem gradus continere tot pedes circiter, 20 autem minuta gradus continent unum minutum horæ. Merſen. primo ſemiminuto ſecundo horæ, percurri tres pedes aſſerit; ſemiminutum autem horæ invenitur 160 intra minutum primum & 20 ſecunda; ſpatium autem eſt in duplicata ratione temporis. Fiat quadratum numeri 160, eritque 25200. Fiat ergo ut 1 ad 25200, ita 3 ad 4 numerum 75600, erit numerus pedum qui realiter percurritur à gravibus deſcendentibus, intrà 20 minuta gradus, ſeu intrà unum minutum & 20 ſecunda temporis. Nam numerus ſuperiùs allatus pedum 287 fuerat tantum ex ſuppoſitione quòd primo tempore, quo nempè percurritur unum minutum gradus; percurreretur tantum circiter unus pes, quod experientiis repugnat. Quare ablegenda eſt tota illa doctrina; utpote aberrans toto cœlo ab experientiis. Componendũ igitur aliud ſyſtema, neque enim requiruntur ſex horæ, ut grave ad centrum terræ perveniat. Unde Fermatius oſtendit deſcenſum illum gravium in Copernicanâ opinione, non eſſe circularem ſed helicen deſcribere. Sed de his ſatis.

Nonnulli voluerunt rationem quæ intercederet inter deſcenſus gravium reſpondentes temporibus æqualibus, eſſe proportionem Geometricam duplam, ita ut primo tempore, unum percurreretur intervallum, ſecundo, duo ſpatia, tertio 4. quarto octo, quinto ſexdecim; & ita deinceps: ſed nullà meliùs ratione hæc omnia commenta refelli debent, quàm experientiis. Hæc enim proportio dupla in immenſum excurreret.

Alii ſeligunt ſimplicem proportionem arithmet. ſed de hac jam dictum ſuperiùs, ſi enim in temporibus indiviſibilibus, aut inſenſibilibus talis aſſumatur, in Galilæanam degenerabit, pro temporibus ſenſibilibus, ut jam initio ſatis oſtendimus.

Quare mihi aptiſſima videtur Galilæana proportio, deſcenſus gravium in qua nempe tempora ſe haberent ut radices, ſpatia ut quadrata; velocitates autem ſe haberent ut tempora, ita ut ſecluſo omni accidente firma perſtaret: expendendum tamen eſt ſequenti propoſitione, an in omni caſu experientiis reſpondeat, & quantum ab iis deficiat.

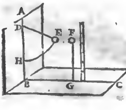
PROPOSITIO XI.

Theorema.

Proportio accelerationis deſcenſus gravium ſecundum ſeriem numerorum imparium non exactè reſpondet experientiis.

Dubitatum eſt à nonnullis an recenſita proportio omnindò, & ex omni parte experientiis reſponderet. Ratio dubitandi fuit, quod ſi aſſumerentur, majores caſus periti ab experientiis, & ſecundùm eos iniretur calculus ut ſciretur, quid primo tempori reſponderet; animadvertebamus iſti minores caſus nimium parvi. Ut verò ſolas experientias à nobis factas recenſeamus. Hanc nobis dubitationem movit; in Collegio Lugdunenſi Pater De S. Rigaud qui non tantùm in Philoſophia, & Theologia quam publicè cum magna laude docuit, ſed etiam in mathematicis ſummè eruditus, nos ad experientias faciendas incitavit, nempè Patrem Franc. De la Chaize in Philoſoph. Theolog. & mathemat. benè verſatum & me. Et primò quidem aſſumpto funependulo novem circiter digitorum cujus vibratio integra, nempè itus & reditus minutum ſecundum adæquabat, elevatam funependuli bolidem, ſimul cum lapide demiſimus in puteum, & ex ſono in aquæ ſuperficie edito

edito, admoniti ſumus, altitudinem putei percurri intra tria minuta ſecunda: quod experimentum pluſquam centies repetitum, erat autem altitudo putei 123 pedum. Cœpimus deinde inire calculum, ut ſciremus quid ſpatij primo ſemiminuto ex Galilæi mente competeret: & cum tempora eſſent ut 1 ad 6 ſpatia erant ut 1 ad 36; quare diviſo ſpatio 123 per 36, invenimus primo minuto reſpondere pedes $3 \frac{11}{16}$. Ex alia verò parte ſciebamus funependulum cujus longitudo eſſet trium pedum, unum minutum ſecundum expendere in una vibratione; & unum ſemiminutum ſecundum in quadrante uno percurrendo; habebamus enim tanquam principium certum, omnes ejuſdem funependoli vibrationes eſſe æquidiuturnas. Igitur tantundem temporis inſumere in uno quadrante perficiendo, quoties pondus funependuli ad horizontalem lineam attolleretur, quantùm in arcu ſexaginta graduum, ſi vibratio ab eo inciperet. Quadrans autem circuli cujus ſemidiameter eſt trium pedum continet 4 pedes cum dimidio; unde cœpimu dubitare an in ſemiuuto ſecundo grave decidens tantum percurreret 3 pedes $\frac{11}{16}$. Hoc enim modo ratiocinabamur. Grave quod deſcendit per quadrantem circuli, tardiùs movetur quàm quod perpendiculariter cadit, cum quadrans circuli ex in finitis ut ita dicam planis inclinatis componatur, inclinatio autem planorum motum retardet: ſed grave ſeu funependulum trium pedum quod movetur per quadrantem circuli intra ſemiminutum, quatuor pedes cum dimidio percurrit, ergo multò magis, quod rectè & perpendiculariter cadit. Quare cum nodum hunc ſatis extricare non poſſemus ad experientiam provocandum fuit. Quia autem dubitabamus an vibrationes maximæ quales ſunt, quæ à perpendiculo diſtant quadrante integro; eſſent omninò æquidiuturnæ cæteris; mediocres aſſumere libuit, nempè quinquaginta aut ſexaginta graduum, ità



autem operationem inſtituimus. Aſſerculum AB muro applicuimus, aliumque BC pavimento ut meliùs de ſono ferre poſſemus judicium, tum in puncto quocumque D, extremitatem fili appendimus; exinde bolidem E elevabamus ad pedes tres, ita ut linea FG eſſet trium pedum & angulus BDE eſſet circiter graduum 50. Tum ſimul bolidem E, & pondus F demittebamus, & experiebamur ictum bolidis in H, & ponderis in G non fuiſſe ſimultaneos; attollebamus punctum D, eademque præſtabamus, ita ut linea FG eſſet trium pedum cum dimidio; neque tamen ſimultaneitatem ictuum perfectam deprehendimus. Aſcendimus ad 4 pedes neque adhuc nobis eſt penitus ſatisfactum; in quatuor pedibus cum quadrante, nulla eſt animadverſa differentia: aſcendimus exinde ad pedes 4 cum dimidio, & jam aliquam differentiolam deprehendimus, quæ ſemper crevit ulteriùs, prout magis & magis aſcendebamus.

Hæc experientia non ſemel atque iterum, ſed forſitan millies repetita appoſitis in punctis H & G corporibus æque ſonoris; ne ſonus vehementior ita attentionem ad ſe, ut ita dicam raperet, ut alius minor ſat citò percipi non poſſet. Non diſſimili modo funependulum habuimus 12 pedum, nempè cujus vibratio, eſſet dupla prioris, iteratiſque experimentis deprehendimus, intrà minutum ſecundum integrum percurri pedes 16; igitur deinceps pro uno tempore intelligemus ſemiminutum ſecundum: non eſt item expendendum an funependula fuerint præcisè unius ſeminuti. Quia hic quærimus tantum an proportio Galilæana ſit exacta: erat autem funependulum primum novem digitorum; certum eſt autem vibrationem integram ſeu itum & reditum funependuli cujus longitudo, eſt $\frac{1}{4}$ pedis pariſini, ſeu digitorum 9, adæquare minutum ſecundum primo tempore ſeu primo ſemiminuto, ſecundo grave percurrit deſcendendo pedes 4 & $\frac{1}{4}$. Quam experientiam voco fundamentalem.

Repeto autem omnes

Primo tempore grave percurrit pedes	$4 \frac{1}{4}$
Duobus temporibus	$16 \frac{1}{2}$
Tribus	36.
Quatuor	60.
Quinque	90.
Sex	123.

Unum autem nobis contigit ſatis jucundum, ut dum varias altitudines quæreremus, ut ex iis lapides demitteremus, ad Patrum Auguſtianianorum diſcalceatorum cœnobium, quod in ſuburbio, Crucis Ruſæ ut vocát ſitum eſt perreximus, petitáque facultate unum aut alterum lapidem in puteum dimittendi lapidis caſum funependulo menſi ſumus, diximuſque puteum 113 pedes depreſſum eſſe; quod ità ut diximus verum fuit, ut ne unicus digitus huic profunditati defuerit: quod ſatis mirari non poterant, qui principium ignorabant, licèt mirandum nullo modo fuerit. Cùm enim animadvertiſſemus hoc ſpatium percurſum eſſe intrà quinque tempora cum duobus trientibus alterius, & paulò plus, non fuit difficilè ejus longitudinem aſſignare inter 90 & 123.

Ex his experimentis, concludo Galilæanam proportionem multum à vero aberrare. Nam poſito pro primo tempore ſpatio pedum $4 \frac{1}{4}$. Et ſit ſpatium primum ad ſextum, in duplicatâ ratione 1 ad 6 nempè ut 1 ad 36. ſi multiplicaverimus $4 \frac{1}{4}$ per 36, exurget 153 pro ſpatio reſpondente ſex temporibus; invenimus autem tantum 123; quare differentia eſt pedum 30 notabilis haud dubiè.

Quia tamen mihi Galilæana proportio ita naturalis videbatur; eam quantum poteram tuebar, aſſerebamque fieri poſſe ut non ſat citò audiremus ſonum. Sed experti ſumus in ea diſtantia, an dum aliquis duos lapides interſe collideret, auris tardiùs perciperet ſonum, quam oculus ictum videret, nihil ſenſibile animadverti potuit: nam diſtantia horizontalis 123 pedum eſt nihili; licèt verticaliter erecta, aliquid videatur. Cœpi exinde aſſerere vapores ex puteo erumpentes retardaſſe lapidis caſum, memineram enim me apud nonnullos legiſſe non ſemel, ictum bombardarum, vaporibus è fluvio erumpentibus, mirum in

modum retardari; ita ut ſæpè quarta pars ſpatij conſueti à globo non percurreretur; ſed cum animadverterem idem in aperto aëre accidere, ſubſcribendum fuit huic ſententiæ, nempè Galilæanam proportionem etiamſi ingenioſè confictam ab experientiis multùm diſcedere. Quærebam tamen apud me an ex accidenti, an verò ex natura rei ita ſe haberet. Enimvero cum ex proportione ſupradictâ animadverterem ſequi funependulorum oſcillationes eſſe perpetuas, eò quòd velocitas acquiſita per deſcenſum, poſſit bolidem reſtituere ad altitudinem, unde diſgreſſa fuerat; cum tamen non ſint perpetuæ, ſed tandem (quieſcant) quod vulgò aëris reſiſtentiæ tribuitur, qui cum motui tantiſper obſiſtat, tantillum etiam ex acquiſita velocitate detrahit, ex quo ſequitur non in integrum reſtitui bolidem, ſed oſcillationes ſenſim decreſcere, volui experiri an aëris pariter reſiſtentia ita poſſet motui gravium officere, ut ſemper aliquid de acquiſito impetu detraheret. Quod ut meliùs expendatur,

Suppono primò aërem reſiſtere diviſioni, & majori diviſioni intrà idem tempus factæ, magis reſiſtere; ita ut ſit major reſiſtentia aëris, ut dividatur per duos pedes intra unum minutum, quam ut dividatur per unum. Item reſiſtentiam impedire productionem impetus, aut productum deſtruere, & conſequenter majorem reſiſtentiam, majorem partem impetûs deſtruere. Superest igitur expendendum, an reſiſtentia proportionetur impetui, aut velocitati, poſſet enim fieri ut reſiſteretur motui, & deperderetur aliquid impetus ſingulis inſtantibus, ſeu temporibus, obſervaretur tamen in acceleratione gravium proportio Galileana. Cùm enim ad illam obſervandam neceſſariùm ſit temporibus æqualibus, acquiri æqualia velocitatis momenta, ut ſuprà diximus, reſiſtentia æqualis eſſe deberet, ſed non eſt æqualis, cum reſiſtentia ſequatur ſpatium decurſum: igitur plus velocitatis ſeu impetus amittetur ſecundo tempore, quam primo, quia plus ſpatij percurritur. Poſſet tamen adhuc eſſe controverſia, an licèt percurratur plus ſpatij ſecundo tempore, quàm primo, & conſequenter ſit major reſiſtentia, abſolutè ſompta, non ſit tamen major reſpectivè ſumpta, quia nempè major eſt velocitas quæ talem reſiſtentiam vincat. Sed res ut puto ita conſtituenda eſt, nempè falſum eſſe, quòd reſiſtentia, non ſit reſpectivè major. Nam velocitas creſcit, ut tempora; at verò reſiſtentia orta ex ſpatio diviſo, creſcit ſecundùm quadrata temporum, hoc eſt in ratione duplicatâ velocitatis, ſeu ſecundum rationem ſpatiorum.

Secundò etiamſi creſceret reſiſtentia, eodem modo quo creſcit impetus, hoc non impediret quominus abſolutè majorem impetum deſtrueret, quod ita intelligo. In primo inſtanti ſit reſiſtentia ut unum, & gravitas ſi nulla obeſſet reſiſtentia, poſſit producere quatuor gradus impetus; impediatur unus, ob reſiſtentiam; in ſecundo inſtanti poſſent produci alij quatuor gradus, à gravitate, ſi nulla obeſſet reſiſtentia, ſit duplex illa reſiſtentia, eſto vincatur, & faciliùs; non deſinet, tamen deſtruere duos gradus impetus, ita ut ſuperſint tantum quinque. Igitur dicendum eſt, cum reſiſtentia creſcat ferè ut quadrata temporum, eam eſſe majorem, etiam reſpectivè in fine, quam in principio: ideoque non obſervari proportionem propoſitam, quæ ſupponit temporibus æqualibus æquales produci gradus velocitatis.

Ut autem propiùs ad rem accedamus, primo ſeminminuto quo movetur mobile per 4 pedes & $\frac{1}{4}$ reſiſtit aër, & vi talis reſiſtentiæ detractum eſt aliquid velocitatis, vi cujus percurſum fuiſſet aliquid ſpatii. Ponamus illud ſpatium nobis ignotum eſſe 1, ſequenti ſeminuto, & ſingulis ſequentibus idem impetus ſi productus fuiſſet percurriſſet duo ſpatia, quia eſſet permanenter, & non in ſtatu acquiſitionis: ſecundo tempore percurritur ferè triplum ſpatium: Igitur eſt triplò major reſiſtentia, & conſequenter tres gradus velocitatis deſtruuntur, qui in eo tempore tria ſpatia æqualia primo percurriſſent, quæ propterea non percurruntur; non percurruntur etiam alia duo, quæ percurſa fuiſſent, ſi primo tempore non deſtructus fuiſſet unus gradus impetus. Oſtendimus enim impetum eo tempore quo aquiritur, dimidium ſpatium conficere illius, quod percurrit, eo tempore quo totus exiſtit. Igitur ſi nulla fuiſſet reſiſtentia ſecundo tempore, quinque percurſa fuiſſent ſpatia, quæ non percurruntur. Tertio tempore quia ferè quinque ſpatia percurruntur; quintupla erit reſiſtentia, ideóque quinque deſtruuntur gradus impetus; unde erit defectus quinque ſpatiorum, item quatuor gradus priùs deſtructi ſi adfuiſſent moviſſent per octo ſpatia: igitur ſi nihil deſtructum fuiſſet impetus, percurſa fuiſſent 13 ſpatiola, quæ non ſunt percurſa. In quarto deficiunt ſpatiola 25, in quinto 39, in ſexto 61, quæ omnia ſequenti ſchemate exhibeo; in quo prima ſeries numerorum notat ſemiminuta.

Min.						
1.	1					
2.	2.	3.				
3.	2.	6.	5.			
4.	2.	6.	10.	7.		
5.	2.	6.	10.	14.	9.	
6.	2.	6.	10.	14	18.	11.

Prima columna in capite habet impetum deſtructum primo inſtanti, cui pro primo inſtanti reſpondet unum ſpatiolum, ſequentibus duo. In ſecunda columna notatur impetus deſtructus ſecundo inſtanti, qui eo tempore percurriſſet tria ſpatiola, & ſingulis ſequentibus 6, & ita de reliquis: omnes autem ſpatiorum defectus conficiunt ſummam 146. Percurſa igitur fuiſſent ſpatiola 146, quæ percurſa non ſunt. Quia nempè aëris reſiſtentia obfuit.

Jam redeamus ad experientias noſtras. Vidimus primo tempore confici pedes 4 $\frac{1}{4}$, quare ſi nulla fuiſſet aëris reſiſtentia in ſexto tempore emenſi fuiſſent pedes 153. Sed inveniuntur tantum 123. igitur deficiunt pedes 30; fiat ergo regula trium. Si ſpatiola 146 æqualia ſunt pedibus 30 quid dabit unum ſpatiolum. Inveniemuſque illud æquale eſſe $\frac{30}{146}$ unius pedis ſeu quintæ parti unius pedis circiter.

Hæc tamen raciocinatio in multis deficit. Primò ſuppoſuimus ſingulis inſtantibus perfici ſpatia integra, nempè 1. 3. 5. 7. 9. 11. ut metiremur reſiſtentiam aëris, falſum tamen fuit, nam

ſemper

ſemper deficit aliquid, ſcilicet ea ſpatiola quæ diximus detrahi, quare opus eſt aliqua æquatione ulteriori. Videamus tamen an hæc ita ſumpta benè reſpondeant experientiis. Igitur ſi nulla fuiſſet aëris reſiſtentia percurſi fuiſſent primo inſtanti pedes 4$\frac{1}{4}$ cum una quinta; ſed tantùm fuerunt peragrati 4$\frac{1}{4}$. Duobus temporibus ſecluſâ omni reſiſtentia fuiſſent pedes 17$\frac{4}{5}$ auferantur ſpatiola 6, nempè pes unus cum $\frac{1}{5}$ ſupererunt pedes 16$\frac{3}{5}$, quæ ferè congruunt experientiæ quæ dabat pedes 16$\frac{1}{2}$.

Tribus temporibus debuiſſent eſſe ſecundùm Galilæum pedes 39$\frac{17}{20}$, ſi auferantur ſpatiola 19, colligendo ſcilicet omnia, erunt $\frac{19}{5}$ ſeu pedes 4 & $\frac{4}{5}$, quæ ſi auferas ex 39$\frac{17}{20}$ reſtabunt pedes 36$\frac{1}{20}$ invenimus autem pedes 36.

Quatuor temporibus ſecundùm Galilæum reſpondent pedes 71$\frac{1}{5}$ debent auferri ſpatiola 44 ſeu $\frac{44}{5}$ ſeu pedes 8$\frac{4}{5}$ quæ ſi auferantur ex 71$\frac{1}{5}$, reſtabunt pedes 62$\frac{2}{5}$ invenimus pedes 60, defectus duorum pedum & $\frac{2}{5}$.

Quinque temporibus ex Galilæo debent tribui pedes 111, debent item deficere ſpatiola 85, hoc eſt $\frac{85}{5}$ ſeu pedes 17, qui ſi auferantur ex 111 reſtabunt pedes 94. Experientia dedit tantum 90.

Denique intrà ſex tempora Galilæi proportio dabat pedes 143, ſi auferantur ſpatiola 146 ſeu pedes 29$\frac{1}{5}$ reſtabunt pedes 123$\frac{4}{5}$.

Experientiæ non multum aberrant à ratiocinio, neque enim fieri ità poſſunt, quin ſemper error aliquorum pedum committatur.

SECUNDA ÆQUATIO.

Peccatum eſt in ſuperiori progreſſione, quod ſpatiola ex reſiſtentia aëris detracta, aſſumerentur integra, quaſi primò tempore percurſum fuiſſet unum ſpatium, ſecundo tria, tertio quinque & reſiſtentia aëris eam rationem obſervaſſet, fuit tamen paulò minor reſiſtentia, eò quòd tale ſpatium percurſum non fuerit, & ſingulis temporibus aliquid defuerit. Cùm igitur pro primo tempore invenerimus percurri pedes 4$\frac{1}{4}$ quibus reſpondet circiter reſiſtentia detrahens unam quintam pedis, ſeu velocitatem quâ primo tempore mobile percurriſſet unam quintam pedis, & ſequentibus temporibus duas quintas, benè conſtituta eſt prima columna, in priori laterculo, unde hæc columna retineri poteſt.

Secunda verò non item, neque enim percurſum eſt ſecundo tempore ſpatium prioris triplum, ſed defecit aliquid, nempè pro 17$\frac{4}{5}$ qui eſſe debuerunt, inventi ſunt pedes tantum 16$\frac{1}{5}$ igitur ſi 4$\frac{1}{4}$ dant unum ſpatiolum, 16$\frac{1}{2}$ aut potius dividendo 12$\frac{7}{20}$ dabunt pedes 2$\frac{14}{15}$.

Tertio tempore invenimus 36$\frac{11}{20}$ ſeu dividendo 20 cum aliquibus vigeſimis, inſtituenda igitur eſt regula proportionum. Si 4$\frac{1}{4}$ dant unum ſpatiolum, quot dabunt 20? invenióque circiter 4 ſpatiola.

Quarto tempore invenimus ſuperiori calculo pedes 62, hoc eſt eo tempore peragrantur pedes 62, ſeu diviſim 26, quibus reſpondent ſpatia 5$\frac{2}{5}$.

Quinto tempore invenimus pedes 94 diviſim 32, quibus reſpondent ſpatiola 6$\frac{1}{4}$.

Sexto tempore invenimus pedes 123 ſeu diviſim pariter pedes 29 aut 30, quibus reſpondent 6 fiat ergo laterculus ut ſequitur & erunt ſpatiola 117.

Spatiolum autem unum in calculo ſuperiori erat $\frac{1}{5}$. Si autem nulla fuiſſet aëris reſiſtentia in primo tempore percurſi fuiſſent non tantum 4 pedes cum quadrante, ſed inſuper una quinta; adde unam quintam quadranti fientque $\frac{9}{20}$ quare ſublata aëris reſiſtentiâ mobile primo tempore

1.					
2.	3.				
2.	6.	4$\frac{4}{5}$			
2.	6.	8$\frac{1}{2}$	5$\frac{1}{5}$		
2.	6.	8$\frac{1}{2}$	10$\frac{2}{5}$	6$\frac{1}{4}$	
2.	6.	8$\frac{1}{2}$	10$\frac{4}{5}$	12$\frac{1}{2}$	14$\frac{2}{5}$

percurriſſet pedes 4$\frac{9}{20}$ & ſecundum Galilæum intra 6 tempora pedes 160. Invenimus autem obſervatione noſtra ultima tantum pedes 123, deficiunt ergo pedes 37. Dic ergo ſi defectus ſpatiolorum 117 efficit pedes 37, quid dabit unum ſpatiolum, invenióque $\frac{37}{117}$ ſeu $\frac{3}{11}$.

Quare debuerunt percurri primo tempore ſi nulla fuiſſet reſiſtentia pedes 4$\frac{1}{4}$ & inſuper $\frac{3}{11}$.

Secundo tempore ſecundum Galilæum percurri debuerunt pedes 18$\frac{1}{11}$. Ex quibus detrahere debemus ſpatiolum 5$\frac{4}{5}$ ut conſtat ex laterculo, hoc eſt unum pedem & $\frac{6}{11}$ percurrit igitur ſecundum hunc calculum pedes 16$\frac{6}{11}$ Experientia dedit 16$\frac{1}{2}$.

Tribus temporibus, ex Galilæo reſpondent pedes fere 40. Ex quibus ſubtrahere debes ſpatiola 18, ſeu pedes 4$\frac{7}{11}$ quare debuerunt peragrari pedes 35$\frac{6}{11}$ invenimus pedes 36.

Quatuor temporibus Galilæus exhibet pedes 71; defuerunt ſpatiola 39 ſeu pedes 10$\frac{7}{11}$ reſtabunt pedes 60$\frac{4}{11}$ invenimus 60.

Quinque temporibus Galilæus exhibet pedes 111, defecerunt ſpatiola 72 ſeu pedes 19$\frac{7}{11}$ reſtant pedes 91$\frac{4}{11}$ experientia dedit pedes 90.

Experientiæ ex ratiocinio Galilæano.

1.	4$\frac{1}{4}$	4$\frac{1}{4}$	4$\frac{1}{4}$
2.	16$\frac{1}{2}$	16$\frac{6}{11}$	18$\frac{1}{11}$
3.	36.	35$\frac{6}{11}$	40.
4.	60.	60$\frac{9}{11}$	71.
5.	90.	19$\frac{4}{11}$	111.
6.	123.	123.	160.

Sex temporibus Galilæna proportio dat

 pedes

pedes 160, defecerunt ſpatiola 117 ſeu pedes 37, qui ablati ex 160 dant pedes 123. Quare hic calculus reſpondet Experientiis.

In hac tabula primò poſuimus experientias noſtras, ſecundò quid colligatur ex ratiocinio. Tertiò quid ferat Galilæana proportio.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Acceleratio motûs gravium tandem finitur fitque æquabilis motus.

Ex ſuperioribus experientiis facilè deducere poſſumus, motum gravium non accelerari ſemper, ſed tandem pervenire ad æquabilitatem aliquam; quod primò conjecturâ infallibili ſatis oſtendo. Nam ſecundùm proportionem Galilæi ſuperiùs deſcriptam, ſpatia temporibus æqualibus reſpondentia ita ſe habent, ut exceſſus ſecundi, ſupra primum, tertij ſupra ſecundum eſſe debeat idem: cùm enim ſpatia percurſa proportionem numerorum imparium imitentur, qui binario cominuò ſe excedunt, exceſſus ſpatiorum erit ſemper idem. Sed ex experientiis non eſt exceſſus ſemper idem: immò verò ſemper decreſcit, unde conjicio hunc exceſſum tandem finiri, & evaneſcere, quod eſt tandem perveniri ad æqualitatem. Hoc autem manifeſtum eſt ex tabulâ propoſitâ in quâ vides exceſſus eſſe 8. $6\frac{1}{4}$ $5\frac{1}{2}$ 5 3.

	Spatia conjuncta.	Spatia ſeparata.	Exceſſus.
1	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{4}$	
2	$16\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{4}$	8
3	35	$18\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}$
4	60	25	$5\frac{1}{2}$
5	90	30	5
6	123	33	3

Quæ omnia non puto eſſe exacta, ut nullus ſubſit error, nam in his obſervationibus facilè fuit deficere ono aut altero pede. Cùm ergo exceſſus in fine ſexti ſeminimuti ſecundi, ſeu tertii minuti ſit tantum trium pedum cum initio eſſet pedum 8, credibile eſt accelerationem non pervenire ad quinque aut ſex minuta ſecunda, neque ad trecentos pedes.

A priori verò ita rem demonſtro. Tunc erit æquabilitas in motu, quando tanta erit reſiſtentia aëris, ut ea tantundem de velocitate, aut impetu detrahat, ſingulis temporibus, quantum de novo acquiritur. Sed hoc aliquando accidere neceſſe eſt, nam cum reſiſtentia aëris creſcat pro ratione ſpatii percurſi, & velocitas ex natura rei ſequatur rationem temporis, creſcet reſiſtentia in ratione duplicatâ velocitatis; ergo tandem reſiſtentia major erit quam velocitas. Vel clariùs. Suponamus ſingulis temporibus produci 100 gradus impetus, & requiri unum pedem ſpatii ad reſiſtendum uni gradui impetus: cum ſemper creſcat ex natura rei ſpatium, & decreſcat impetus tandem ad æqualitatem pervenietur.

Ex quo fit ut ſub duplici conſideratione ſpatium percurſum reſpiciatur, nempè ſimpliciter prout per illud mobile deſcendit; ſecundò prout impedit velocitatem ex reſiſteotia medij, & ſub ea conſideratione habenda eſt ratio medij in quo fit motus. Secundò conſiderandum eſt corpus, nam quò corpus denſius eſt, eò minus movet aëris, dum deſcendit. Hactenus autem locuti ſumus de lapidibus, figura etiam aliquid facere poſſet. Habemus aliquas machinas in quibus, aër multum reſiſtit, etiamſi pondus parum admodum moveatur, ut in horologiorum machina quæ horas pulſat, ita aptatæ ſuot rotæ, ut dum pondus lentè movetur, ala multum dividat aëris; ex quo fit ut ala motam motui injiciat. Unde gallicè dicimus *un delay* ſeo cunctationem, ut nempè cunctanter, & cum mora, & non inconcinne horæ pulſentur, immo ex tali machina deduco facilè iſtam æquabilitatem. Nam ideò in hac machinâ ponderis caſus ſtatim æquabilitatem attingit, quia cum multùm aëris dividatur ab alâ, pervenitur ſubitò ad eam reſiſtentiam, quæ tantùm deſtruit impetûs, quantùm producitur. Quare ſi velis ſcire quandonam gravia ad æqualitatem perveniant, fiat ala quæ in magnitudine æqualis ſit ponderi, & metire ſpatium quod percurritur ab ala intrà ſemiminutum, eo tempore quo machina æquabiliter rotatur; dico quando intrà ſemiminutum ita creverit gravis decidentis motus, ſeu ita acceleratus fuerit, ut tantundem ſpatii conficiat; tunc erit accelerationis finis, & æquabilitas in motu.

PROPOSITIO XIII.

Definire terminum ultimum accelerationis.

Vidimus ſupra in ſerie illa obſervationum, quas exhibuimus, mobile in uno ſemiminuto percurrere pedes $4\frac{1}{4}$, vidimus inſuper 4 pedes cum $\frac{1}{4}$ feciſſe reſiſtentiam quâ impediebatur idem mobile ne percurreret $\frac{1}{11}$ quas percurriſſet, Unde ſic argumentor $\frac{1}{11}$ Proveniunt ex reſiſtentia 4 pedum $\frac{1}{4}$ ſeu 4 pedes $\frac{1}{4}$ aëris dividendi ita reſiſtunt ut impetum deſtruant, vi cujus mobile percurriſſet $\frac{1}{11}$ id eſt fere quadrantem, quæ reſiſtentia requiritur, ut totus ille impetus deſtruatur, qui uno ſemiminuto ſecundo producitur, qui nempè defert ſuum mobile per pedes $4\frac{1}{4}$, factaque regula trium, invenio 75 pedes, quare aſſero quod ſi tanta ſit acceleratio ut pedes 75 percurrantur intrà ſemiminutum ſecundum; fore ut nullus ampliùs impetus producatur. Sed neque hoc puto exactum.

Alio modo idem conjicere poſſumus. Acceleratio fuit initio pedum octo, decrevit uſque ad pedes 3, intra tria minuta ſecunda, unde ita ratiocinor. Si quinque pedes accelerationis deſtruuntur à reſiſtentia motûs 33 pedum, tota acceleratio 8 pedum deſtruetur dum mobile percurret pedes 53. Quod ſi in obſervatione ultima fuit error unius pedis verbi gratia, mobile loco 123 pedum percurrit pedes 124, atque adeo imminuta

imminuta tantum fuerit mediâ ſui parte ; requiretur ut mobile percurrat pedes 68 , ut perveniat ad æquabilitatem.

Ex quibus vides ſatis difficile eſſe , id præcisè determinare, eò quòd , totum negotium pendeat ex obſervationibus , in quibus proclive eſt tantiſper hallucinari , & aliquibus pedibus aberrare.

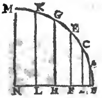
Reſtat ut ſeriem noſtram continuemus , & quemadmodum ex primâ , & ultimâ experientiâ alias omnes intermedias vi calculi determinavimus , reſponditque calculus obſervationibus ; ità etiam in conſequentibus idem præſtemus.

PROPOSITIO XIV.

Quæ proportio obſervetur in deſcenſu gravium.

Quia ſuperior calculus ſatis eſt intricatus, redditque difficilem determinationem ſpatij , quod à gravibus decidentibus percurritur : cœpi etiam cogitare apud me, an poſſem aliquam proportionem invenire quæ id oculis utcumque ſubjiceret. Quia verò ideò gravia à Galilæana proportione deficiunt , quod æqualibus temporibus non omninò æquales velocitates acquirantur , defectuſque initio ſit exiguus,in fine verò ita creſcat, ut augmentum velocitatum ſit ferè nullum : videbam item à nonnullis tempora fieri ut arcus , & ſpatium ut ſinus verſos , volui tentare , an velocitates ſe haberent ut ſinus recti, ſpatia ut ſinus verſi , ità ut ex duabus primis obſervationibus,conſequentes concluderem poſſem , ita autem ratiocinabar.

Primo tempore velocitas ponatur eſſe 4 $\frac{1}{4}$ quale eſt ſpatium quod percurritur, quærenda eſt qualis ſit futura velocitas in ſequentibus temporibus , certum eſt quod illa velocitas acquiſita ſucceſſivè primo tempore ; pro ſecondo tempore percurret duplum ſpatii , nempè pro pedibus 4 $\frac{1}{4}$ percurret 8 $\frac{1}{2}$ reliquum autem ſpatii erit à velocitate acqoiſita eo ſecundo tempore. Cum autem experientia det pro duobus temporibus 16 $\frac{1}{2}$, reſtabunt pedes 12 $\frac{1}{4}$, ex quibus ſi auferas 8 $\frac{1}{2}$, reſtabant pro velocitate acquiſitâ ſecundo tempore pedes 3 $\frac{3}{4}$. Se habent ergo velocitates acquiſitæ ut 4 $\frac{1}{4}$ ad 3 $\frac{3}{4}$, ſeu reducendo ad quadrantes ut 17 ad 15 : ſeu componendo ut 17 ad 32. Quærantur duo ſinus qoi ſe habeant ut 17 ad 32 , & arcus ſe habeant ut 1 ad 2,invenio proximè eſſe ſinus graduum 15 & 30 nempè A I 258 , & CD 500 neque alios inveniri , qui ad hanc rationem propiùs accedant.



Dico velocitatem acquiſitam primo inſtanti, ad velocitatem acquiſitam duobus inſtantibus ſe habere proximè ut A I ad CD , & hoc poſito velocitatem acquiſitam tribus temporibus eſſe æqualem ſinui EF graduum 45, nempè 707 , & quatuor temporum velocitatem æqualem eſſe ſinui G H graduum 60 , ſeu 874 , & quinque temporum ſinui K I graduum 75 nempè 961, & ſex temporum eſſe æqualem ſinui 90 graduum nempè MN 1000.

Addo inſuper ſpatia percurſa , ſingulis temporibus ſe habere ut IB ad ID , FD &c. Quod modò expendendum eſt , nempè an reſpondeat experientiis. Ponantur ergo ordine iſti ſinus , recti qui repræſentant velocitates , auferatur ſuperior ex inferiori ; ut habeantur ſeparatim velocitates ſingulis inſtantibus acquiſitæ ; fiant item ſpatia quæ ipſis conveniunt nempè ſi 258 dant pedes 4 $\frac{1}{4}$, quid dabit 242,quid 167, eo nempè tempore quo acquiruntur.

Primo igitur tempore velocitas quæ acquiritur percurrit 4 pedes cum quadrante.

Secundo tempore velocitas acquiſita præcedente tempore percurrit duplum , nempè 8 $\frac{1}{2}$ & quæ acquiritur 4 ferè qui conficiunt ſummam 12 $\frac{1}{2}$ ferè ; & antecedenti tempore 4 $\frac{1}{4}$ igitur duobus primis temporibus perficiuntur pedes 16 cum tribus quadrantibus ferè. Differentia ab experientiâ eſt ferè unius quadrantis.

Tempus.	Gradus.	Sinus	velocitates ſeparatæ.	ſpatia.
1	15	258	258	4 $\frac{1}{4}$
2	30	500	242	4 ferè
3	45	707	207	3 $\frac{10}{25}$
4	60	874	167	2 $\frac{19}{25}$
5	75	961	87	1 $\frac{13}{25}$
6	9	1000	39	$\frac{13}{25}$

Tertio tempore velocitas acquiſita primo tempore percurrit duplum nempè 8 $\frac{1}{2}$, & ſecundo tempore velocitas percurrit etiam duplum, hoc eſt ferè 8, & ea quæ acquiritur, tres cum $\frac{10}{25}$ ſumma eſt 19 $\frac{22}{25}$ cum 16 $\frac{1}{2}$ jam percuſis præcedenti tempore. Ergo tribus temporibus percurruntur 36 $\frac{1}{2}$ ferè. Experientia exhibuit 36.

Quarto tempore velocitates primi , ſecundi , & tertij duplum ſpatium percurrunt : nempè 8 $\frac{1}{2}$ 8 ferè 6 $\frac{20}{25}$ & velocitas quæ acquiritur 2 $\frac{19}{25}$, quæ omnia ſummam componunt pedum 26 $\frac{13}{25}$, quæ cum pedibus 36 $\frac{1}{2}$ efficit 62. Igitur quatuor temporibus percurrentur pedes 62 , invenimus tantum 60.

Qointo tempore velocitates primi,ſecundi,tertij , & quarti duplum percurrent : nempè 8 $\frac{1}{2}$ 8. 6 $\frac{20}{25}$ 5. $\frac{13}{25}$ cum 1 $\frac{13}{25}$ velocitatis quæ acquiritur. Summa eſt 30 & 62 præcedentium , igitur quinque temporibus percurrentur 92 $\frac{6}{25}$ pro o.

Sexto tempore velocitates primi , ſecundi, tertij , quarti , quinti duplum efficiunt , nempè 8 $\frac{1}{2}$ 8 ferè 6 $\frac{20}{25}$. 5 $\frac{13}{25}$. 2 $\frac{12}{25}$. & $\frac{16}{25}$ velocitatis quæ acquiritur ; quæ omnia componunt ſummum 31 $\frac{20}{25}$, quæ ſi addantur pedibus 92 efficiunt pedes 123 $\frac{10}{25}$.

Nemo autem mirari debet quod inveniatur alia

qua

qua differentia fuit enim proclive aberrare in experientiis uno aut altero pede.

Ex hac hypotheſi ſequitur tandem finiri accelerationem gravium; neque enim poteſt fieri major velocitas, quam quæ æqualis eſt ſinui toto, unde ſeptem temporibus abſolvetur, & ſeptimo tempore ob velocitates præcedentes percurrentur pedes 8 $\frac{1}{2}$ 8.6 $\frac{20}{25}$ 5 $\frac{15}{25}$ 2 $\frac{22}{25}$ & 2 $\frac{7}{2}$ ſeu pedes 33 proximè cum 123. præcedentium temporum eruntque pedes 156.

Pro ſequentibus temporibus addantur continuò pedes 13.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Determinare pro ſingulis temporibus, quod ſpatium percurratur à gravibus.

Vel tempus in quo quæritur ſpatium quod à gravibus decidentibus percurritur, eſt infrà tria minuta ſecunda, vel ſuprà, ſi infrà facilè habebitur ſpatium illi reſpondens. Supponatur circumferentia quadrantis BM repræſentare tria minuta ſecunda; ſitque in eâ numeratum quodcumque tempus BC, dividatur latus BN in 123. Dico tot pedes percurrendos tempore BC, quot ſunt pedes in ſino verſo BD, hoc autem expendendum eſt in temporibus præcedentibus, nempè primo ſeminuto ſecundo, uno minuto ſecundo, uno minuto ſecundo cum dimidio. Et ita de reliquis.

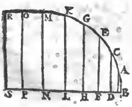
Sit A B primum ſemiminutum ſecundum & arcus AB 15 graduum, poſito ſinu toto NB partium 1000 erit I B partium 35; ſit ut 1000 ad 123 ita 35 ad 4, & erit linea I B partium 4 & $\frac{1}{10}$ hoc eſt 4 cum quadrante proximè; igitur bene aſſignatur ſpatium percurſum primo tempore per ſinum verſum IB.

Sit BC arcus 30 graduum repræſentans primum minutum ſecundum. Sinus verſus D B eſt 134. ſi fiat ut 1000 ad 134, ita 123 ad quartum invenietur 16 $\frac{2}{3}$.

Sit arcus BE graduum 45 repræſentetque unum minutum ſecundum cum dimidio ejus ſinus verſus FB eſt 293, fiat ut 1000 ad 293, ita 123 ad quartum, exurget 36.

Arcus BG graduum 60 repræſentat duo minuta ſecunda, illius ſinus verſus HB eſt dimidium ſinus totius L B. Divide bifariam 123. habebis 61 $\frac{1}{2}$ pedes pro ſpatio percurſo intra duo minuta ſecunda.

Arcus BK graduum 75 repræſentat duo minuta cum dimidio, ſinus verſus LB eſt 74. factâ regulâ trium ut 1000 ad 741, ita 123 ad aliud habebis 91.



Denique ſi quadrans BM repræſentat tria minuta ſecunda, & ſinus totus N B exhibebit pedes 123, igitur in quadrante totam accelerationem gravium exhibemus, in ſinubus rectis augmentum velocitatis, in ſinubus verſis ſpatia decurſa.

Si tempus propoſitum ſuperaverit tria minuta ſecunda, producatur linea BN verſus R, cui ex M parallela ducatur MR; continuetur eadem diviſio in pedes, ſitque PN pedum 33 item P S, totidem, ducanturque perpendiculares P O, S R, dico PB eſſe ſpatium reſpondens tribus minutis ſecundis, cum dimidio, S B quatuor, V B, quatuor cum dimidio.

Quod ſi velis ſcire intra horam quot pedes perficiantur, reducenda eſt hora in minuta ſecunda. Nempe 3600. ex quibus aufer tria prima, reſtantque 3597, quem numerum multiplicabis per 33, fientque 118701, quibus addes 123 pro primis tribus minutis ſecundis fientque 118824 pedes qui intra horam percurruntur.

Si requiras quid percurratur intra minutum tertium quodcumque. Determinato arcu illi reſpondente in quadrante, erues ejus ſinum verſum, factâque regulâ aureâ habebis ſpatium ipſi conveniens. Quod intelligendum eſt reſpectu lapidum, neque enim omnia corpora æquè velociter deſcendunt; obſervabunt tamen eandem rationem.

COROLLARIUM.



Ex his vides comparationem initio allatam, quâ tempora per lineam rectam deſcendentem exhibebantur, velocitates per lineas tranſverſales, & ſpatium percurſum quaſi totum triangulum, ſubſiſtere non poſſe, ſed aliam lineam excogitandam quæ id exhibeat; verbi gratiâ lineam aliquam parabolicam, quæ tandem ſenſibiliter parallela axi procedat.

PROPOSITIO XVI.

Fieri poteſt ut intra idem tempus mobile ſpatium majus percurrat, majorem tamen velocitatem in fine non habeat.

Hæc propoſitio paradoxa videtur: ſequitur tamen evidenter ex ſuperioribus. Nam in fine ſexti temporis, acquiſita eſt tota velocitas; quæ acquiri poteſt: nempe linea MN, æqualis eſt lineæ OP. Quare in fine ſeptimi temporis, non eſt major velocitas, quam in fine ſexti: nihilominus ſeptimo tempore percurſa eſt linea PN, pedum 33. & ſexto tempore percurſa eſt NL 31 $\frac{10}{25}$ pedum.

Ratio hujus rei eſt quod velocitas quæ acquiſita

ſita eſt ſexto tempore, & quæ conſequenter tota fuit in fine illius, erat toto illo ſexto tempore in ſtatu acquiſitionis actualis, & in ſeptimo licet nulla alia velocitas addita ſit, eadem eſt in ſtatu permanentiæ, atque adeò movet ad majus ſpatium; quare in fine ſeptimi ſpatij non eſt major velocitas, licet ſit percurſum majus ſpatium quàm in ſexto. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVII.

Omnia gravia non deſcendunt æqualiter.

Hæc aſſertio primò probatur experientiâ, ſi enim duo corpora diverſæ denſitatis ex editiſſimo aliquo loco, ſimul demittas, videbis illud quod denſius eſt, citiùs ſolum attingere. Dixi ex editiſſimo loco, nam ſi altitudo modica ſit, inſenſibilis erit differentia. Unde rideas P. Arriagam, qui nullo corporum delectu, humili loco ſedens, cruſtam panis, & calamum ſimul demiſit, aſſeruitque audacter gravia cujuſcumque gravitatis tam in ſpecie quam in quantitate, æque velociter cadere.

Favet etiam ratio. Aër corporibus decidentibus reſiſtit, eò quòd dividi, & moveri debeat; & vi illius reſiſtentiæ motum eorum deorſum, retardat; ergo quò major erit aëris reſiſtentia, eò major erit retardatio: ſed quò plus erit aëris dividendi, aut movendi, eò major erit reſiſtentia: ergo etiam major retardatio. Sed quoties ſub eâdem gravitate abſolutâ, invenitur major moles corporis gravis; & major eius ſuperficies, major eſt copia aëris dividendi, aut movendi tam abſolutè, quàm reſpectivè: igitur tunc eſt major retardatio motûs. Quare ſi ſupponantur duo corpora æqualia in gravitate, verbi gratiâ utrumque ſit unius libræ, & alterutrum habeat duplo majorem molem, hoc ultimum tardiùs deſcendet.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Motus gravium decidentium, proportionalis non eſt eorum gravitati, abſoluta aut reſpectiva.

Ariſtoteles videtur alicubi ſenſiſſe, motum deorſum gravium, ſequi rationem gravitatis. Quod effatum nonnulli explicare voluerunt, quòd ſequatur proportionem ipſam gravitatis, atque adeò in eo ſenſu, corpus duplò gravios, duplò celeriùs decidere. Quod duplicem poteſt pati ſenſum, nempè quod duplò gravius abſolutè, duplam etiam celeritatem producat: & hoc manifeſtæ repugnat experientiæ, ſi enim aſſumatur libra plumbi, & viginti libræ ligni, primum levius licet, citiùs, & celeriùs deorſum feretur. Si verò de gravitate reſpectivâ intelligatur, neque minùs experientia refragabitur. Aſſumantur enim duo gravia ejuſdem gravitatis abſolutæ, quorum alterum duplò majorem molem obtineat, licèt lentiùs deſcendat, non tamen duplò lentius, ſed tantum in deſcenſu 100 pedum deficient, verbi gratia, quinque aut 6 pedes. Unde Ariſtotelis aſſertio ita in bonum ſenſum detorquenda eſt, ut velit tantùm deſcenſum gravium ſequi ex gravitate.

Ratio autem eſt quia ſecluſâ quacumque aëris reſiſtentiâ, omnia gravia æqualiter feruntur deorſum. Cùm enim poſuerimus ſuprà gravitatem à quantitate non neceſſariò diſtingui, ſi grave majus ſit plureſque materiæ partes contineat, & conſequenter plures deorſum deferendæ ſint, plures etiam partes habebit gravitatis, agentis, & moventis; atque adeò erit ſemper æqualitas. Quare ex eo capite nulla probabilis ullius inæqualitatis ratio excogitari poteſt.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Corpora leviora in ſpecie, citiùs ad motûs æquabilitatem perveniunt.

Tunc eſt motus æquabilitas, in deſcenſu gravium, quando aëris reſiſtentia, tantùm detrahit de celeritate motûs, quantùm de novo acquirendum eſſet: ſed citiùs corpora leviora in ſpecie perveniunt ad eam medij reſiſtentiam, quæ tantum detrahit de eorum celeritate, aut impetu, quantùm de novo acquiri debet. Ergo citiùs ad æqualitatem perveniunt. Ponamus enim lapidem ita ſe habere in deſcenſu ut dum percurrit pedes 33 intra ſemiminutum ſecundum, aëris reſiſtentia impetum æqualem deſtruat illi, qui producendus eſſet, intrà illud ſemiminutum ſecundum, ſitque aliud corpus duplò levius, hoc eſt quod ſub eodem pondere duplò majorem molem habeat; haud dubiè duplò majorem molem aëris movebit. Expendendum modò eſſet, an duplò major moles aëris movenda per unum pedem intrà ſemiminutum ſecundum, tam reſiſtat, quam dimidia pars ejuſdem aëris movenda per duos pedes, intrà idem tempus. Quo poſito ſequitur, quòd corpus duplò levius lapide, tertio ſemiminuto perveniet ad æqualitatem, nempè quando intrà ſemiminutum percurret pedes $16 \frac{1}{2}$. Et conſequenter quod dum lapis perfeciſſet 123 pedes, lignum verbi gratiâ, ſimul demiſſum pedes tantum 75 aut 80 percurriſſet.

Quod manifeſtæ repugnat experientiæ; quare ut hoc certiùs conſtitueretur requirerentur plures obſervationes, Primò demittenda ſimul corpora diverſæ ſpeciei, ut haberetur motuum differentia; inſuper ſeparatim eſſent experientiæ faciendæ, nempè quid ſingula intra ſemiminuta ſecunda perficerent, eodemque utendum ratiocinio.

Refert autem Mercennus medullam ſambuci tametſi rotundam, quinque ſecunda in percurrendis pedibus 48 inſumpſiſſe: quos plumbum intrà duo percurrit.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

In diverſis mediis, diverſa eſt acceleratio, & in denſioribus citiùs ad æquabilitatem motûs pervenitur.

Sint diverſa media, verbi gratiâ, aër, & aqua,

duoque gravia in utroque medio, motu naturali & accelerato, deorſum ferantur, dico in aquâ aliam eſſe accelerationem quam in aëre. Cùm enim duo gravia ſint æqualia, æqualemque ad motum deorſum virtutem habeant, ibi erit motus tardior ubi major reſiſtentia invenitur, ſed in aqua major eſt reſiſtentia ad motum, quàm in aëre: ergo motus erit tardior. Addo inſuper, grave in aqua deſcendens, non tam deſcendere antequam ad æquabilitatem motus perveniat, quam quod in aëre deſcendit, cum enim aqua magis reſiſtat, non erit tanta aquæ copia movenda, ut tantum deſtruatur velocitatis, quantum intrà minutum verbi gratiâ ſecundum producitur; ergo non erit opus ut tantum ſpatij perficiatur à mobili, ad hoc ut eam reſiſtentiam inveniat, quæ requiritur ad id præſtandum.

Quod autem de aquâ, & aëre diximus, etiam intelligendum eſt de aëre puro, & aëre vapido. Quod confirmari poteſt experientiâ ſupra relatâ de tormentis bellicis; notatum enim fuit, quoties pila ferrea à tormento bellico exploſa, aërem vapidum fluminibus, aut paludibus incumbentem, trajiciendum habet; mirum in modum, eius impetum retundi; ita ut imminuatur ictus, & vix percurrat duas tertias illius ſpatij, quod in aëre puro peragraſſet.

COROLLARIUM.

Ex hoc vides, vix certam regulam aſſignari poſſe pro omnibus gravibus, nempè quam in deſcenſu ſuo proportionem obſervent; quippe quæ tot circumſtantiis alligata ſit.

PROPOSITIO XX.

Minora corpora cæteris paribus tardiùs deſcendunt, & conſequenter citius ad æqualitatem perveniunt.

Sint duo globi ex eâdem materiâ, ſitque unus alio longè major, aſſero majorem celeriùs deſcenſurum, minorem verò tardiùs.

Suppono autem tanquam certum, dum corpus aliquod deorſum movetur, neceſſariò ſuperficiem eius, aëri ita congruere ut eum continuò radat, ex quo oritur aliqua reſiſtentia. Quòd ulteriùs explico. Dum navis motu ſuo aquas dividit, & in eas incurrit, aqua ita prærerlabitur, ut ex eo incurſu oriatur aliqua retardatio, ex quo fit ut quò major eſt ſuperficies, & navis ſcabrities, eò magis curſus eius inhibeatur, è contrà verò ſi adſit aliquis lævor, quo facilè diffluat aqua, eò velocior eſt motus. Quod uſque adeò eſt indubitatum, ut dum recenter ſævo eſt illita navis; quartâ, aut quintâ parte velocitatem ſuam augeat. Ita etiam dicendum eſt, corpus in aëre exiſtens ab eo undique ambitur, impellente & comprimente alio aëre vi gravitatis ſuæ; ex quo quaſi amplexu oritur aliqua retardatio in eius motu, cum debeat ut ita dicam ſe extricare; & quò major fuerit ſuperficies corporis gravis, eò cæteris paribus, major erit aëris reſiſtentia. Sed Sphæra major reſpectivè ad gravitatem ſuam, minorem habet ſuperficiem quam Sphæra minor: ergo major erit reſiſtentia aëris reſpectu minoris Sphæræ, quàm reſpectu majoris. Probatur minor. Circuli ſunt in duplicatâ ratione ſuarum diametrorum, *(per coroll. 1. ſecundæ duodecimi)* ſuperficies autem Sphæræ ſunt quadruplæ maximi circuli Sphæræ, ut demonſtravimus in Geometria: igitur etiam ſuperficies ſunt in duplicatâ ratione diametrorum. Sphæræ autem ſunt in triplicatâ ratione *(per* 18. 13.) quare ſoliditas Sphæræ erit in duplicatâ ratione ſuperficierum. Sint ergo duæ Sphæræ quarum una ſit alterius octupla, ſuperficies majoris erit tantum quadrupla, ſuperficiei minoris; & conſequenter reſiſtentia orta ex ſuperficie in aëre impingente, quadrupla erit in majori Sphærâ, illius quæ eſt in minori. Sed in majori Sphæra eſt vis activa ut octo, in minori eſt vis activa ut unum, nempè major ſit minoris octupla, octies continet pondus minoris Sphæræ. Sed eſt major ratio reſiſtentiæ ut unum, ad activitatem ut unum, quam reſiſtentiæ ut quatuor ad activitatem ut octo: ergo Sphæra minor reſpectivè ad gravitatem ſuam, majorem habet ſuperficiem quam Sphæra major, & illi magis reſiſtit aër.

Sequitur ex eo, ſecunda pars propoſitionis, nempè quòd corpora minora, cæteris paribus, citiùs perveniant ad æqualitatem motûs; cùm enim æquabilitas motûs tunc inveniatur, quando tanta eſt reſiſtentia aëris dividendi, ut deſtruat impetum, qui de novo producendus erat, quando major erit reſiſtentia, non requiretur tantus motus, ut eam mobile patiatur reſiſtentiam, quæ neceſſaria eſt ad velocitatem ulteriorem impediendam; quare citiùs ad æqualitatem perveniatur.

Ex hâc propoſitione, intelliges quare figura multùm conferat ad impediendam accelerationem, ea nempè corpora quæ magnam habent ſuperficiem; licèt ſint in medio leviori, tardè admodum & difficillimè deſcendunt. Ita aves complicatis alis citò decidunt, alis verò expanſis difficillimè, atque adeò quocumque impetu addito, ex alarum complosione ſuſtentantur; pluma ſola vix deſcendit. Cùm enim pilis conſtet inter quos miſcetur aër, magnam habet ſuperficiem: ita ramenta metallorum, in minutiſſimum pulverem redacta, lentè admodum in aquâ deſcendunt, enſis ita cadit, ut capulus primò deſcendat, & citiùs.

Ad quam etiam rationem, revocare poſſumus motum ſagittarum, quibus cum ab arcu imprimatur impetus quaſi uniformiter, illæ partes quæ denſiores ſunt, & conſequenter ſub eâdem dimenſione majorem continent quantitatem, majorem etiam habent impetum extenſivè; ſed cum aër, non illis tam reſiſtat, faciliùs eum dividunt, unde & ſagittis in extremitate adduntur pennæ, non ut celeriùs ferantur, ſed rectiùs. Cum enim aër extremitatem ſagittæ remoratur tantiſper, cuſpis cui parum reſiſtit priorem locum occupat.

Sequitur etiam ex eo, figuram poſſe aliquid ad motum conferre.

Propter eandem rationem, corpus diviſum, tardiùs movetur, quàm integrum, videturque minùs capax impetûs, quia dum integrum perſeverat, multæ ſuperficies latent, aëremque non tangunt, dum verò in minutiores partes dividitur, fiunt

fiunt de novo multæ ſuperficies; ex quibus tanta oritur aëris reſiſtentia, ut quemcumque impetum citò deſtruat. Ita dum in catapultâ pulveri pyrio, glandem unicam plumbeam imponimus; ad majus ſpatium deſertur, quam ſi eidem pulveri, minutiores glandulæ imponerentur; alia multa in hunc modum ex eo principio ſolvere potes.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

An ex aliorum obſervationibus, eandem motûs gravium æquabilitatem concludere poſſimus.

Quia jure poſſet aliquis obſervationes noſtras in dubium revocare, præcipuè cum à multis quibus licuit gravium caſum, ſæpiùs experiri, Galilæanam illam proportionem, ut certam, & indubitatam propugnari videam, volui & ego tentare, an ex eorundem obſervationibus, & experientiis, idem mihi liceat concludere. Aſſumo igitur Patris Ricciolij obſervationes quas Bononiæ in Aſinellorum turri factas libro Almagesti nono ſectione 4, ſatis exactè refert. Utebatur autem funependulo cujus longitudo erat unius unciæ pedis Romani antiqui, cum quindecim centeſimis unius unciæ: aſſerit item unam ejuſdem penduli vibrationem æqualem eſſe in duratione 10 tertiis, ita ut ſex ejuſdem oſcillationes æquarent minutum ſecundum. Ex quo facilè poſſemus eruere longitudinem pedis Romani antiqui, & conſequenter deinceps omnes longitudines, & menſuras facilè tranſmittere, eas exigendo ad funependulorum vibrationes. Parum autem refert ad rem noſtram cujus durationis fuerit funependulum, tantummodo deduco funependulum cujus oſcillatio æqualis fuerit 50 tertiis futurum unciarum $28\frac{71}{100}$ & pendulum cujus oſcillatio eſt unius ſecundi, futurum unciarum $41\frac{40}{100}$.

Deinde refert obſervationes, in quibus primum tempus fuit 50 tertiarum ſeu quinque vibrationum ſui penduli; ſecundum duplum, tertium triplum, & ita deinceps. Invenitque primo tempore globum argillaceum unciarum octo, demiſſum percurriſſe pedes Romanos decem, ſecundo 40, tertio 90, quarto 160, quinto 250, hoc eſt exactiſſimè obſervari Galilæanam proportionem: ita ut non videatur id obſervationibus animadverti, ſed calculo colligi.

Et temporibus ſeparatis primo pedes perfecit 10, ſecundo 30, tertio 50, quarto 70, quinto 90, hoc eſt 1.3.5.7.9. ut vult Galilæus.

Aſſumpto deinde pro primo tempore minuto ſecundo, ſeu vibrationibus ſex, pro ſecundo vibrationibus 12 ſeu duobus ſecundis, pro tertio tribus, pro quarto quatuor; invenit primo tempori reſpondere pedes 15, ſecundo 60, tertio 135, quarto 240, in quo adhuc obſervatur Galilæana proportio.

Denique aſſumpto pro primo tempore, minuto ſecundo cum 5 tertiis, ſeu ſex vibrationibus cum dimidia, ita ut ſecundum tempus fuerit 13 vibrationum ſeu duplum primi, tertium triplum; primo reſponderunt pedes 18, ſecundo 72, tertio 162, in qua ſerie adhuc obſervatur exactè Galilæana proportio.

Quid ergo dicendum an fidem derogare debemus tanto viro? abſit monebo tamen, experientiâ me edoctum fuiſſe, negotium eſſe proclive, ideque non auſim obſervationes noſtras pro exactis venditare. Dicam tamen cum ſimpliciter adhibito pendulo agere voluimus, vix potuiſſe exactè judicare de tempore quo percurrebatur aliquod ſpatium: unde diverſa adhibuimus pendula, & ita ea compoſuimus, ut in quarta parte alicujus vibrationis finiretur tempus quo indigebamus, ita ut objecto aſſerculo, unicus audiretur ſonus, tam gravis pavimentum attingentis, quam penduli in aſſerculum impingentis. Verbi gratiâ pro primo tempore uſi ſumus pendulo cujus longitudo eſſet trium pedum, ita ut eodem tempore, quo quadrantem vibrationis abſolveret, eodem tempore grave pavimentum tangeret, pro ſecundo uſi ſumus pendulo pedum duodecim, pro tertio pendulo trium pedum, ita tamen ut aſſerculus tantum inſereretur in reditu, nempè cum pendulum itum perfeciſſet, & dimidiam partem reditus, pro quarto pendulo ſex pedum cujus itus duraret 80 tertia & dimidia pars reditus 40, tertia pro quinto, pendulo trium pedum, quod oſcillationem integram, ſeu itum & reditum, & inſuper dimidiam partem itus. Ex hâc neglectâ cautione vix puto fieri poſſe, ut de tempore exactè judicium ferri poſſit, ita ut præoccupatio alicujus proportionis, non facilè obſervatorem ad ſe alliciat.

Dicam igitur ſincerè me plurimum dubitare de primâ obſervatione Patris Riccioli. Ratio dubii eſt hæc, poſitâ penduli ſui longitudine, ſi pendulum voluiſſet habere cujus unica vibratio fuiſſet minutorum tertiorum 50, illius longitudo fuiſſet unciarum ſeu digitorum $28\frac{71}{100}$. Ponamus illius vibrationes fuiſſe hinc inde graduum ſexaginta, ideoque unicâ vibratione percurriſſet gradus centum viginti, ſeu tertiam partem ſui circuli, illæ enim vibrationes communiter adhibendæ ſunt; percurriſſet igitur pedes quinque, hoc eſt unicam vibrationem ſimplicem, interea dum grave libere decidens peregiſſet pedes 10 & interea dum pendulum percurriſſet ſexaginta gradus, ſeu ſemivibrationem hoc eſt pedes $2\frac{1}{2}$, grave decidendo ex Galilæana proportione quartam partem decem pedum perfeciſſet, ſeu pariter $2\frac{1}{2}$. Hoc judico fieri non poſſe, nempe ut pendulum delatum, per tot inclinata plana; quæ inveniuntur in arcu graduum ſexaginta; incipiendo à linea directionis, tam velociter feratur, quàm grave quod liberè ex aëre deſcendit per rectam lineam.

Et ut difficultatem adhuc augeam, videamus an hoc in cæteris pendulis accidat, ex ipſo dicamus ergo ſi grave perficiat intra quinque parvi penduli vibrationes, pedes decem, quid intra unam debeat facere; invenioque $\frac{10}{25}$ unius pedis, ſeu uncias $4\frac{4}{5}$ & intra primam ſemivibrationem ejuſdem penduli ex Galilæi mente unciam unam & $\frac{21}{105}$ unde in his duobus exemplis tantum percurrit ſpatium grave decidens quam pendulum & non majus.

Examinemus an idem accidat in alio exemplo, diximus pendulum cujus unica vibratio, æqualis eſſet in duratione, vibrationibus ſex penduli à Ricciolio aſſumpti futurum eſſe unciarum $41\frac{2}{5}$ cujus arcus graduum circiter 60 eſſet æqualis ſemidia-

 metro,

metro; nempè pedum 3 unciarum $5\frac{2}{7}$, ſi intrà unam eius vibrationem percurruntur pedes 15, intrà ſemivibrationem percurretur quarta pars, nempe pedes 3, unciæ octo. Quod ſi aſſumpſiſſem præcisè ſexaginta gradus, fuiſſet æqualitas; quod ſi vibrationibus ſeptuaginta, aut octoginta graduum uſus fuiſſem, longè majus ſpatium percurriſſet pendulum, quàm pondus liberum. Hanc difficultatem jam olim vidit Mercennus, cum enim difficile ſit non aberrare in obſervationibus, tam lubricis, ex majoribus corporis gravis caſibus concludebat ex mente Galilæi, quid perficere deberet intrà minutum verbi gratiâ ſecundum: ſequitur autem recenſitum abſurdum; nempè pendulum, majus ſpatium percurrere quam grave perpendiculariter motum; ex quo ruerer tota planorum inclinatorum doctrina.

Hoc abſurdum ſemper judicavi, & demonſtrabo inferiùs fieri non poſſe; non eſt autem mirum, ſi qui non inquiſivit ſatis exactè, quid in primo tempore fiat, aberret in aliis. Aſſero ergo fieri non poſſe, ut oculus ſolus indicet de primo caſu unius gravis, unde nos aurium judicium advocavimus, voluimuſque ut quo tempore pendulum primam ſemivibrationem abſolveret, & interea grave deſcenderet; unicus eſſet utriuſque ictus, & hanc puto fundamentalem experientiam.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Incredibilis foret motûs gravium ſegnities, ſi nulla daretur acceleratio.

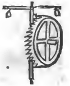
Accipiamus non immanem aliquam altitudinem tanquam principium calculi noſtri, ſed mediocrem nempè pedes $16\frac{1}{2}$ quos lapis decidens percurrit motu continuè accelerato intrà minutum ſecundum. Cùm autem hæc acceleratio ſit continua, intelligamus hoc minutum ſecundum dividi, in minuta tertia, quinta &c, uſque ad decima, in quibus ſiſtamus: expendamuſque, quomodo grave moveretur, ſi eâdem ſegnitie decideret, quâ primo minuto decimo illius ſecundi decidit. Quamvis enim controverſum ſit apud Philoſophos, an tempus in infinitum dividi poſſit, nemo tamen dubitat quin ſaltem in minuta decima illud partiri liceat. Sunt autem intra minutum ſecundum minuta decima A. 1679616000000000. & cum ſpatia ſint ut quadr. temporum; debet fieri quadratum iſtius temporis, quod erit B. 382110990745600000000000000000. Eſt igitur ſpatium quod percurritur primo minuto decimo unius horæ, ad pedes $16\frac{1}{2}$ qui percurruntur intrà minutum ſecundum, ut 1 ad ſecundum illum numerum. Quare ſi intelligatur ſpatium pedum ſexdecim, dividi in tot partes, quot ſecundus ille numerus quadratus continet, unicam tantum percurret mobile intra primum illud minutum decimum. Unde ſi motus non accelераretur continuò, ſed æquabilis eſſet, tot requirerentur minuta decima quot unitatibus conſtat ſecundus ille numerus; ad hoc ut pedes $16\frac{1}{2}$ percurrerentur. Ex quibus minutis ſi fiant anni menſes, & horæ erunt anni 5322381, cùm uno fere anno. Unde ſi ab initio mundi lapis ita cecidiſſet, ut æquabilis eſſet eius motus, & primo minuto decimo ſpatium ipſi reſpondens peragraſſet; non adhuc temporibus noſtris ſeptimam digiti partem perfeciſſet: multò minùs ſi pro minuto decimo, centeſimum, aut milleſimum accepiſſem.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Modi impediendi accelerationem.

Ut ex his principiis aliquid ad praxin poſſimus elicere, hîc duplicem accelerationis retardandæ methodum attexam, communem quidem apud certos artifices, dignam tamen utramque aliquâ attentione. In multis machinis automatis indigemus motu æquabili, quales ſunt illæ, quibus ad horas indicandas utimur. Cùm enim horæ, & dies æquales ſint, motus acceleratus, videbatur ad id præſtandum parum idoneus: ſecundò quia motus acceleratus ſpatium nimis magnum parvo tempore emetitur, ideo ad motum æquabilem duplici viâ recurrimus. Prima eſt ſi machinam ita conſtruamus, ut impetus primo verbi gratiâ minuto ſecundo acquiſitus, priùs deſtrui debeat, quam ſecundus impetus poſſit mobile ad motum ulteriorem incitare: quod conſequimur beneficio motûs circularis, qui talis eſt. Ut ſuperiori parte, in unam partem feratur, inferiori verò contrariam viam affectet. Ex quo fit ut ſi rota idem corpus ſucceſſivè attingat, duobus denticulis ſibi è diametro oppoſitis, impetus iis temporibus, etiam ab eâdem virtute, nempe à gravitate producti, ex peculiari machinæ diſpoſitione, ſibi invicem fient contrarij, cùm unus in orientem corpus impellat, alius verò in occidentem idem corpus moveat. Cùm enim corpus in orientem delatum, ſi impetum hoc motu acquiſivit, non priùs moveri poſſit in occidentem, quin prior impetus deſtructus fuerit: dico quod nulla ſequitur acceleratio. Cujus rei exemplum habemus in funependulis; impetus enim qui acquiritur interea dum vibratur, ab oriente in occidentem, debet deſtrui aut ſaltem ſuperari, antequam detur locus regreſſui. Quare ingenioſè admodum librator fuit adinventus, qui ita aptaretur rotæ dentatæ; ut parte ſuperiori rota illum impelleret, & inferiori contrario modo eundem incitaret.



Et hic modus communiter horologiis noſtris ita adhibetur, motumque valdè regularem, producit. Omitto multiplicationem rotarum, quæ ideo tantum fit, ut pondera lentiùs ad terram pertingant; hoc eſt, ut interea dum pluries agitatur librator, rota ex cujus axe dependent pondera, pauciores

pauciores circumvolutiones peragat. Hoc ut intelligas, inſpice horologij automati compoſitionem.



Secundus modus paulò minùs exactus, in eò conſiſtit, ut intereà dum pondus parum deſcendit, moveat aliquod corpus, quod multum aërem impellat: ita omni ferè machinæ cujus ope motum non præcipitatum requirimus, addimus vectem alis inſtructum; dum enim ala in aërem incurrit, retardatur tantiſper, ejuſque motus inhibetur.

Alia multa ad ſimiles methodos revocari poſſunt, ſed tantum principium indicaſſe ſufficiat, ut ſi fortè occurrant tales machinæ earum uſus ſtatim innoteſcat.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Impetus ſenſim & æquabiliter deſinens, uſque ad quietem, mediam partem ſpatij percurrit, illius, quod peragraſſet ſi integer toto illo tempore perſeveraret.

Hæc Aſſertio eodem modo probatur, quo demonſtrata eſt propoſitio 2. Sint enim in aliquo mobili 100 gradus impetus, qui ſenſim, & æquabiliter deſtruantur, ità ut ſingulis inſtantibus ſeu temporibus æqualibus, unus gradus deſtruatur: igitur primo tempore erunt gradus 100, ſecundo nonaginta novem, & ita deinceps uſque ad unitatem, quilibet gradus ſingulis inſtantibus quibus exiſtit unum pedem percorrat. Erit igitur ſeries Arithmetica pedum percurſorum, incipiens à centenario, & deſinens in unitatem: quæ ut colligatur addendi ſunt primus & ultimus fientque 101. Hæc ſumma multiplicanda eſt per dimidium numerum terminorum ſeu per quinquaginta fientque 5050. Sed ſi totus impetus perſeveraſſet integer, per hæc centum tempora, ſingulis temporibus percurriſſet 100 pedes, & ſumma fuiſſet 1000, quæ eſt ferè dupla, alterius. Quod ſi tempus propoſitum divideretur, in minutiores partes, minor foret differentia: ergo ſicut priùs demonſtravimus impetum ſenſim ſeu æquabiliter deſinentem, mediam tantum partem ſpatij perficere illius, quod perfeciſſet, ſi toto illo tempore perſeveraſſet. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Ferè eadem quæ priùs poſſumus elicere: nempe incipiendo ab ultimo termino deſitionis alicuius impetus, quòd ſpatia ſe habeant in duplicatâ ratione temporum. Item quod ſi de temporibus ſeparatis ſit ſermo incipiendo ab ultimo tempore, ſpatia imitentur proportionem Arithmeticam numerorum imparium. Tertiò quod impetus deſtructi ſint ut tempora. Quartò quod ſpatia ſe habeant ut quadrata temporum.

PROPOSITIO XXV.

Inter velocitates ſenſim, & æquabiliter deſinentes, quæ alterius dupla eſt, defert ſuum mobile ad ſpatium quadruplum & hoc tempore duplo.

Sint duo mobilia; quorum alterum velocitatem habeat duplam, velocitatis alterius mobilis, ſintque æquabiliter deſinentes, dico ſpatium, quod percurretur vi illius velocitatis duplæ, fore quadruplum, ſpatij vi alterius velocitatis peragrati.

Demonſtratio. Impetus deſtructi, ſunt ut tempora, ergo dum tempus unum erit, alterius duplum, velocitas erit alterius dupla, ſed tempori duplo reſpondet ſpatium quadruplum: ergo velocitati duplæ reſpondet ſpatium quadruplum; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Ex eo ſequitur, quòd triplæ velocitati, ſpatium noncupulum reſpondeat, & ita de cæteris; quæ omnia intelligenda ſunt, ex natura rei, & ſecluſis accidentibus.

COROLLARIUM II.

Corporum in altum projectorum altitudines ſunt ex natura rei in duplicata ratione celeritatum à quibus in altum ejiciuntur.

COROLLARIUM III.

Non eſt neceſſarius arcus quadruplæ virtutis, ut ſagitta excutiatur ad ſpatium quadruplum, quod ſemper intelligo de velocitate quæ ſenſim, & æquabiliter deſtruitur. Pariter ſi ſit homo qui duplas vires habeat virium alicujus pueri, poterit lapidem ad quadruplum ſpatium projicere: poterit enim duplam velocitatem producere, & cum utraque ſenſim deſinat, neceſſariò quadruplum erit ſpatium. Si lignum orbiculariter maximâ velocitate, circa unum extremum moveatur; ſi uno extremo pilam impellat, pila quadruplum ſpatium conficiet, illius quod peragraſſet, ſi tantum puncto ligni medio, fuiſſet impulſa. Cùm enim duplò velociùs feratur extremitas, quàm punctum ligni medium; duplam etiam in corpore occurrente velocitatem producet; atque adeò ſpatium erit quadruplum.

Intellige ſemper de velocitatibus ſenſim deſinentibus, & ſecluſis accidentibus.

Dices. Si ſint duo corpora gravia, quorum alterum intrà tempus datum percurrat duos pedes, aliud verò intrà idem tempus unum perficiat; non propterea à primo producetur duplus impetus: ergo neque in caſu propoſito illius ligni.

Reſpondeo manifeſtam eſſe diſparitatem, nempè quod in hoc ultimo exemplo ſuppono impetum eſſe totum acquiſitum & permanentem, in alio verò caſu ſupponantur impetus de facto acquiri, immò aliquam partem jam acquiſitam eſſe, aliam verò in ſtatu acquiſitionis actualis, nempè

ſi comparentur duo gravia unum à quiete incipiens, cum alio jam moto.

PROPOSITIO XXVI.

Impetus acquiſitus deſcenſu gravium ex natura ſua aptus eſt elevare ſuum mobile, ad eandem altitudinem è qua decidit.

Hæc propoſitio primò probatur experientiâ funependulorum, quæ ferè ad eandem altitudinem regrediuntur, è qua ceciderant; in quo illud notatu dignum, quòd pondera majora minùs è ſingulis vibrationibus detrahant. Unde concludo, ideò pendula non redire ad eandem altitudinem quod aëris reſiſtentia impedimentum afferat; nam corpora graviora, quæ minorem ab aëre difficultatem patiuntur, ut ſuprà explicuimus, oſcillationes majores habent. Hoc eſt ſi duo funependula æqualia quoad longitudinem, inæqualia quoad gravitatem, ad librationes incitaveris; quod gravius eſt, tardiùs quieſcet, quia nempè ſingulæ vibrationes ab antecedentibus minùs deficiunt. Ità ut ſuſpicari probabiliter liceat ſecluſo omni externo accidente, nempe aëris dividendi reſiſtentiâ, fore ut æquales ſemper arcus funependulum quodcumque deſcribat.

Ex reflexione corporum haud dubiè idem colligere non licet, nam ut plurimum in reflexione, ita comprimuntur corpora, & atteruntur, ut multum de impetu & velocitate remittant: quia tamen videmus dati corpora alia aliis magis reflexiva ideo ideo etiam concludimus.

Si rationem conſulamus licet propagatio impetûs, aut velocitatis non ſit ita nobis nota, nec certò aſſerere poſſimus impetum acquiſitum à corpore gravi per caſum dum ex altitudine aliquâ deſcendit, remitti ſenſim & æquabiliter dum aſcendit, ex alia parte, nihilominus quodcumque ſyſtema excogitetur, ſive dicamus à gravitate ipſâ deſtrui, ſive contrariam qualitatem à gravi emanantem excogitemus; ſicut vidimus eam temporibus æqualibus æqualia ſumere incrementa, ita etiam de decremento ejus & deſitione ratiocinari debemus. Quo poſito ſequitur, velocitatem acquiſitam per deſcenſum, ad eandem altitudinem poſſe ſuum mobile reſtituere; nam ſi comparemus tempus in quo incipit grave decidere, cum eo in quo deſinit ſurſum moveri, vi impetus acquiſiti; videbimus eſſe æquale. Sint enim duo tempora quibus grave deſcendat, erunt gradus impetus, aut velocitatis acquiſitæ, eritque primo tempore unus, qui quia acquiritur per unum pedem movebit, ſecundo erunt duo, unus qui permanenter ſubſiſtet, ideoque per duplum ſpatium movebit. Sed pariter dum incipiet deſinere impetus, primo tempore deſtruetur unus gradus, qui quia ſenſim deſinit, per unum tantum ſpatium movet, & eodem tempore alius gradus integer perſeverat, ideóque duplum ſpatium perficit. Ultimo tempore reſtat unus gradus qui ſenſim deſinit; atque adeo qui ſibi unicum tantum ſpatium vendicat: igitur idem omnino obſervatur progreſſus in deſitione, qui in productione velocitatis, idem que ſpatium ex natura rei perficitur.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Propter aëris reſiſtentiam datur aliqua altitudo, è qua ſi deſcendat grave, totum impetum acquirit quem poteſt acquirere per quemcumque deſcenſum.

Gravium decidentium acceleratio habet aliquem terminum, ultra quem nulla eſt amplius acceleratio, ſaltem phyſica; ſed tantumdem impetûs deſtruitur, quantùm de novo acquiritur. Ponamus eam accelerationem finem habere intrà tertium minutum ſecundum, ità ut dum percurrerit 123 pedes, ejus motus fit æquabilis; etiamſi moveatur 200 pedes, majorem velocitatem non habebit. Ergo datur aliqua altitudo, è quâ dum cadit mobile, terminum ultimum velocitatis per deſcenſum acquirendæ aſſequitur; ità ut ex quantalibet altitudine majore decidat; non majorem impetum, aut velocitatem acquirere. Si enim majorem acquireret, ulteriùs acceleraretur motus ejus, contra ſuppoſitionem.

Hujus rei aliquod habemus exemplum in aliquibus machinis; in quibus ob vectem alis inſtructum, ità retardatur motus, ut etiam ſi per diem integrum mota fuerit machina, non tamen impetum majorem habet.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Datur aliquis terminus ultra quem velocitas per deſcenſum acquiſita quâcumque poſitâ determinatione non poteſt ſuum mobile ſurſum evehere.

Sit grave quodcumque quod ex variis altitudinibus demittatur, & vi impetus, aut velocitatis acquiſitæ, per reflexionem, aut quamcumque aliam determinationem, reſiliat & aſcendat: dico dari aliquod ſpatium determinatum, ultra quod aſcendere non poterit, etiamſi è firmamento decideret. Supponamus enim illud mobile demitti ex ea altitudine ex qua per præcedentem totum acquirit impetum quem acquirere poteſt, & vi illius impetus aſcendere per 100 pedes, dico etiamſi ex cœlo demitteretur non aſcenſurum ultra 100 pedes. Cum enim majorem, ex eo caſu non acquirat velocitatem, aut impetum, quàm haberet ex 123 pedibus, non debet magis aſcendere. Sed majorem non acquiret impetum, cum ex ſuppoſitione totum habeat quem habere poteſt: ergo datur aliquod ſpatium ultra quod gravia reſiliendo non aſcendent; quod erat demonſtrandum.

PROPO

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Spatium ultra quod gravia reſiliendo non aſcendant, minus eſt eò, per quod decidendo maximam acquirunt velocitatem.

Supponatur ſpatium ultra qnod gravium caſus non acceleratur eſſe 123 pedum dico nunquam gravia reſiliendo poſſe aſcendere ad 123. pedes, etiamſi ex concavo lunæ deciderent.

Demonſtr. Oſtendimus ſupra ſingulis temporibus quibus grave deſcendit, aliquid velocitatis impediri, aut deperdi propter aëris reſiſtentiam: ergo dum mobile 123 pedes percurrit, non tantam habet velocitatem quam ſi nullo modo aër obſtitiſſet. Sed in tali caſu in quo aër non obſtitiſſet (*per 26. hujus*) illa velocitas elevaſſet ſuum mobile, ad eandem elevationem 123 pedum: ergo cùm propter aëris reſiſtentiam, tanta non acquiratur velocitas ad tantum ſpatium mobile non elevabitur. Addo quod in aſcenſu adhuc obſiſtat aër, & ex eo capite, adhuc multùm imminuatur de velocitate, & conſequenter de ſpatio, ad quod grave elevari poteſt.

PROPOSITIO XXX.

Projecta quæ majorem habent velocitatem eâ quæ ex gravium deſcenſu acquiri poteſt, minus temporis inſumunt in aſcenſu quam in deſcenſu.

Nodum hic ſolvimus ſatis alioquin difficilem. Refert Mercennus in ſua balliſticas ſe multoties expertum ſagittam, quæ tria minuta in aſcenſu inſumeret, quinque in deſceoſu impendiſſe. Licèt neget id evenire in pila ferrea, quæ ex mortariolo emitteretur. Oſtendo igitur juxta noſtra principia id neceſſariò evenire.

Supponamus ſagittam, majorem impetum, & velocitatem initio habere, quàm ſit maxima quæ communiter à gravibus decidentibus acquiritur, atque adcò primis duobus verbi gratiâ ſeminiminutis ſecundis eam percurrere pluſquam 33 pedes. Sed in deſcenſu cum deſcendat vi ſolius gravitatis, & velocitas per gravitatem acquiſita, ſingulis ſeminiminutis ſecundis, triginta tres pedes tantùm percurrere poſſit, majus tempus inſumetur in emetiendo eodem ſpatio. Et hoc in ſagitta magis animadvertetur, quam in globo ferreo, eò quòd ſagitta ſit levior eique propter pennas, & materiam leviorem magis reſiſtat aër. Debet tamen aliqua etiam notari diverſitas, inter aſcenſum, & deſcenſum globi ferrei; ſi tamen benè poſſimus animadvertere, initium & finem aſcenſus, & deſceoſus, quod forſitan ob ſummam pernicitatem non eſt uſque adeò facilè.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Velocitas impreſſa ab extrinſeco, deorſum ferens, & major ea quæ per deſcenſum naturalem acquiritur, ſenſim deficit.

Quæſtio eſt, An velocitas globi ferrei emiſſi, deorſum à tormento bellico deficiat, aut ſaltem remittatur. Aſſero imminui.

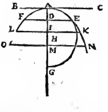
Demonſtr. Globus è tormento bellico emiſſus deorſum, majori velocitate fertur, quam ſi caderet è 150 pedibus; ſed dum ita movetur corpus deorſum reſiſtentia aëris talis eſt, ut impediat ne grave ulteriorem impetum producat: ergo reſiſtentia aëris reſpectu globi exploſi, non tantùm impediet ne velocitatem novam producat vi gravitatis ſuæ, ſed etiam de impreſſa à pulvere pyrio multùm detrahet, donec ad eam velocitatem perveniatur, quæ maxima à gravi decidente acquiri poteſt; tunc enim uniformiter deſcendet.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Deſcriptio Parabolæ.

Ut oſtendam projecta, motu mixto delata lineam Parabolicam deſcribere, priùs aliquid de Parabolæ natura dicendum eſſe cenſui: non quidem petita ex conicis principiis ne cogamur huc Apollonium advocare, ſed ex ſimplici ejus deſcriptione educta. Sit ergo deſcribenda Pa-



rabola, cujus axis ſit AG, latus ut vocant rectum ſit A C, aſſumatur in axe quodcumque punctum D, per quod ducatur perpendicularis DE, quæ ſit media proportionalis inter AC, & AD, ſic enim rectangulum ſub AC, AD æquale erit quadrato lineæ applicatæ D E, id autem ita conſequeris. Fiat DG æqualis lineæ AC, tota AG dividatur bifariam in H, deſcriptoque ex H ut centro, ſemicirculo AEG, dabitur DE, media proportionalis inter A D & D G ſeu A C. (*per 13. 6. Eucl.*)

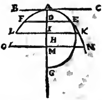
Aſſumatur aliud quodcumque punctum I, ſitque pariter IK media proportionalis inter A C, & AI, ſit enim MN media proportionalis inter AM, & AC, & ita de cæteris, intelligaturque linea curva tranſiens per A, E, K, N, A, F, L, O; hanc voco parabolam, omiſſoque cæteras ejus proprietates ut tantum neceſſarias ad inſtitutum

tutum noſtrum attingam ; lineæ A D , AI AM, vocentur ſagittæ, DE , IK , MN ordinatim applicatæ.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

In Parabola ſagittæ ſunt inter ſe in duplicata ratione , ordinatim applicatarum.



Sint in eadem figura ſagittæ A D , A I , & ordinatim applicatæ DE , IK ; dico ſagittam AD ad A I , eſſe in duplicata ratione applicatæ D E ad I K.

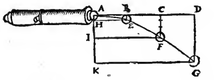
Demonſtr. Propoſitis ſagittis AD , & AI , & aſſumpta communi altitudine AC ; ita erit (*per* 1.6. *Eucl.*) A D ad A I , ut rectangulum ſub A D , A C ad rectangulum ſub AI , AC comprehenſum , hoc eſt (*per præcedentem*) , ut quadratum ex DE ad quadratum ex IK ; ſed quadratum ex DE, ad quadratum ex IK eſt in duplicata ratione lineæ DE ad IK (*per* 20.6.) ergo AD ad AI eſt in duplicata ratione DE ad I K : quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Projectum horizontaliter, & vi gravitatis deorſum delatum , deſcribit motu mixto lineam Parabolicam.

Hæc propoſitio , quæ eſt Galilæi , ſupponit nonnulla. Primò quidem quod motus horizontalis projectorum , non impediat motum deorſum gravium , cum illi non ſit contrarius ; quare intereà dum globus tormenti bellici vi à pulvere pyrio impreſſa decurret lineam horizontalem , ponamus per 6 minuta ſecunda , intereà idem globus tantumdem deſcendet infra lineam horizontalem , quantùm ſi demiſſus eſſet in aëre libero , & motus per totum illud tempus. Scio eſſe difficultatem in ea hypotheſi , nam verè globus hoc modo emiſſus non tantum deſcendet , quia ut volunt nonnulli etiamſi tormentum bellicum , ſit directum horizontaliter , pulvis tamen pyrius accenſus evehit globum ſupra lineam horizontalem. Conſideremus igitur ejus deſcenſum, ab eo puncto in quo incipit , quem deſcenſum præcisè prout deorſum tendit , ſuppono *ex ſuperioribus*, eſſe in duplicata ratione temporum : ſuppono autem motum horizontalem à pulvere pyrio impreſſum , eſſe uniformem , ut temporibus æqualibus , ſpatia æqualia percurrat ; quamvis enim ob aëris reſiſtentiam ſenſim deficiat , licèt tamen ad liquod ſpatium illum uniformem conſiderare , cum notabiliter adhuc non imminuatur. Quæ omnia neceſſaria ſunt , ut demonſtratio procedat.



Sit ergo globus A emiſſus horizontaliter qui impetu à pulvere pyrio recepto , moveri poſſit æquabiliter,hoc eſt temporibus æqualibus, ſpatia æqualia percurrat A B,BC,CD,& intereà vi gravitatis deflectat à linea horizontali , ſecundum lineas BE, CF, DG, dico lineam AEFG eſſe parabolicam, quam propoſitione 32 deſcripſimus.

Demonſtr. Ut linea AEFG ſit parabolica debent A H , A I , A K eſſe in duplicata ratione linearum HE, IF, KG : lineæ autem HE, IF, KG ſunt in ratione temporum ; ſunt enim æquales lineis AB , AC , AD quæ ſe habent ut tempora ; cum temporibus æqualibus percurrantur ſpatia æqualia. Lineæ autem BE , CF , DG & illi æquales AH , AI , A K , ſunt ſpatia decurſa à gravi decidente , quæ (*per* 5 *hujus*) ſunt in duplicata ratione temporum : ergo lineæ AH , AI , A K ſunt in duplicata ratione linearum HE , IF , KG , ergo (*per* 32.) linea AEFG eſt parabolica; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Ex hoc concludes realiter , & verè propter aëris reſiſtentiam lineam à motu mixto deſcriptam deficere à parabola : ſi tamen tantum aër reſiſteret motui horizontali , quantùm reſiſtit motui deorſum , non tam ab ea deficeret.

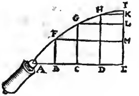
PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Projecta ſurſum emiſſa , tàm in aſcenſu quàm in deſcenſu lineam Parabolicam motu ſuo deſcribunt.

Aſſumitur ad demonſtrationem hujus Theorematis , gravitatem non deſtruere motum projectorum , niſi quatenus ſurſum tendit , quatenus

tenus enim participat, de horizontali motu, gravitati non eſt contrarius, atque adeo non deſtruitur, ſed tantum quatenus tendit ſurſum, ſenſim à gravitate contrarium impetum producente imminuitur: imminuitur autem ſenſim motus eâ proportione quâ crevit, ſeu potius ſpatia decurſa à gravi aſcendente uſque ad quietem, ſunt in ratione temporum duplicata decreſcente, nempe per eoſdem gradus, per quos deſcendunt, (ut *prop. 25. oſtendimus*) quibus poſitis facilè fiet Demonſtr.



Sit enim globus A emiſſus à tormento bellico, ad quemcumque gradum elevationis, puta graduum 45, ita ut conſideretur iſte motus tanquam horizontalis, & tanquam verticalis, deſinetque ſenſim prout verticalis eſt, eò quòd illi ſit oppoſita gravitas, perſeveret tamen prout horizontalis eſt; dico lineam quam deſcribit deſcendendo eſſe parabolicam.

Demonſtr. Ponantur lineæ AB, BC, CD, DE determinare motum eius horizontalem, quæ lineæ erunt æquales, ſi ſumantur quæ temporibus æqualibus reſpondent: excitentur perpendiculares BF, CG, DH, EI, hæ determinant aſcenſum globi pro temporibus illis æqualibus. Sunt autem illæ lineæ AB, BC, CD, DE, in eadem ratione quo tempora, à quocumque termino incipiamus; lineæ autem IK, IL, IM, IE, in eadem ſunt ratione quo ſpatia percurſa gravi decidente, ſeu in ratione duplicata temporum, ſeu linearum KH, LG, MF, EA, ergo (*per 31. hujus*) linea AGI eſt parabolica. Eodem modo oſtendam deſcenſum ex alia parte eſſe parabolicum, ſuppoſito ſemper quod impetus quatenus horizontalis non deſtruatur, ſed perſeveret æquabilis.

Aliæ proprietates hujuſmodi jactuum, & praxes inde deductæ, non ſunt hujus loci, commodiuſque in balliſtica tradentur. Hâc tamen conſideratione indigebamus, ad ſalientium naturam intelligendam.

STATICÆ

LIBER TERTIUS.

De deſcenſu gravium in planis inclinatis, & funependulis.

GRAVIA non tantùm perpendiculariter ad centrum terræ feruntur, ſed etiam obliquè ſuam gravitationem exercent, & prout variè à linea perpendiculari detorquentur, varia etiam ſortiuntur momenta: quare de ponderibus obliquè decidentibus aliquid mihi dicendum cenſui. Primò igitur de planis inclinatis; ponderumque in iis motu, & momento, tum funependulorum doctrinam enucleabo.

DEFINITIONES.

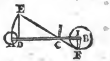
1. Momentum eſt propenſio ad motum deorſum. Hæc autem propenſio oritur tum à gravitate corporis, tum à diſpoſitione ad motum: ſeu eſt aggregatum ex gravitate corporis, & motu producendo.

Ita oſtendimus ſuprà idem pondus, ita connexum cum potentia movente ſibi æquali, ut duplò celeriùs moveatur, duplum reſpectu illius momentum habere. Quare ad determinandum momentum, non tantùm corporis gravitas ſpectanda eſt, ſed diſpoſitio ad motum. Sic jam vidimus momentum unius libræ, ut mobilis per duos pedes, æquale eſſe momento duarum librarum, ut mobilium per unum pedem. In corporibus gravibus ſpectari tantùm debet, motus deorſum: ſeu perpendicularis, motus enim horizontalis, cum per ſe à gravitate non procedat gravium momentum non auget.

2. Centrum gravitatis eſt punctum per quod, ſi planum quodcumque producatur, dividet corpus in partes æqualium momentorum, quare ſi per illud ſuſpendatur corpus illud, ad quemcumque ſitum erit indifferens.

Hæc eſt definitio centri gravitatis, quæ ita intelligenda eſt ut omne planum, dividens corpus grave, per centrum gravitatis; illud dividat in partes actu æquiponderantes; hoc eſt in tali diſpoſitione in æquilibrio conſiſtentes. Non autem ut multi intelligunt quod centrum gravitatis, ſit punctum per quod ſi dividatur corpus, & partes reponantur in ſtatera brachiorum æqualium, illæ erunt in æquilibrio; ſed hic ultimus ſenſus illegitimus eſt, nec communiter ab authoribus admittitur. Poteſt enim fieri, ut duo corpora ſint æqualia in

gravitate, ſi tamen conjungantur & ſuſpendantur per punctum medium ob diſſimilitudinem figuræ, non erunt in æquilibrio. Debent ergo apponi in definitione hæc verba (*æqualium momentorum.*) Non examino modò, an in quolibet corpore, detur neceſſariò tale centrum gravitatis.



Perpendiculum eſt linea verticalis, metiens motum à gravitate per ſe profectum; ut in ſtatera AB, cujus unum brachium ſurſum moveatur, aliud verò deorſum, in E & D, lineæ DE, FI, erunt perpendicula metientia motum ſurſum, aut deorſum. Cum enim alij motus, nempè horizontales, non pertineant ad gravitatem, utpote quibus nec reſiſtat gravitas, nec ad eos inclinet; ideo motum gravitatis ad hæc perpendicula exigimus. Quare reſiſtentia ponderis B ad motum BF, eſt linea FI, quæ metitur hunc motum quatenus ſurſum evehit.

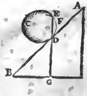
4. Pondera æquiponderantia ſunt, quæ ſuſpenſa, in diſtantia æquali, à puncto ſuſpenſionis faciunt æquilibrium; hoc eſt ita ſe invicem ſuſtentant, ut unum alteri non præponderet.

5. Linea directionis eſt linea recta, ducta à puncto, cui innititur, aut ex quo appenditur corpus grave, ad centrum gravium, ſeu ad terminum communem, ad quem tendunt omnia gravia.

PROPOSITIO I.

Theorema.

In planis inclinatis gravia minus momentum habent, quàm ſi liberè & perpendiculariter deſcenderent.



Sit planum inclinatum AB, in quo conſiſtat globus C; dico globum illum non habere tantum momentum dum deſcendit ſecundùm planum AB, quam ſi deſcenderet in libero aëre: hoc eſt ſit faciliùs impedire eius lapſum, & motum deorſum ſecundùm planum AB, quàm ſi perpendiculariter deſcenderet. Sit enim D punctum contactûs, per quod ad centrum terræ G intelligatur duci recta linea GDE.

Demonſtr. Illud non habet tantum momentum, cujus aliquæ partes impediunt motum deorſum aliarum, illique reſiſtunt, ſed globi C partes aliquæ nempè DFE, Impediunt motum deorſum aliarum, illique reſiſtunt. Quod adeò verum eſt ut ſi pars DFE, æquiponderaret parti DCE, non volveretur globus C, ſed inſiſteret plano; igitur minus eſt momentum cujuſcumque globi in plano conſiſtentis, & conſequenter cujuſcumque gravis.

Poſſemus autem facilè probare quò planum magis ad horizontale accedet, eò majorem eſſe partem DFE, atque adeò ſemper decreſcere momentum; quò verò fuerit magis perpendiculare, eo minorem fieri, atque adeo momentum majus eſſe.

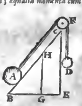
Si uteremur Ariſtotelico modo faciliùs idem probaremus. Nam tunc minus eſt ejuſdem gravis momentum, cùm motui eius naturali magis reſiſtitur, vel quoties motus magis eſt connexus cum præternaturali; ſed quò planum minus ab horizontali recedit, eò magis habet admixtum præternaturalis, ſeu horizontalis motus; ergo minus momentum habet.

Poſſet item addi, quod motui eius deorſum reſiſtat ipſum planum, ſuſtentetque ex parte ipſum grave, unde in eo ſuſtinendo, & retinendo non ſentietur tanta difficultas.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Si in plano inclinato pondus conſiſtit, quod reciprocè ſe habeat cum alio pondere perpendiculariter decidente, ut plani longitudo, ad perpendicularem; æqualia momenta cum illo habebit.



Sit pondus A, in plano inclinato conſiſtens, ſitque aliud pondus D perpendiculariter cadens; ſitque reciprocè, ut BC ad CE, ita pondus D ad pondus A, dico momenta ponderum A & D eſſe æqualia, ſeu pondera A & D eſſe in æquilibrio. Connectantur iſta duo pondera A & D medio fune AFD, ita aptato ut trahat pondus, A per lineam AF, ipſi BC parallelam, hoc eſt omnia ita aptentur, ut ſi pondus D deſcendat uno digito, pondus A aſcendat in plano BC, uno digito, ponaturque pondus D, deſcendiſſe ſecundum lineam CE; pondus A aſcenderit ſecundum lineam BH.

Demonſtratio. Tunc eſt æquilibrium, quando pondera, & motus eorum deorſum reciprocè ſe habent; motus autem deorſum ſimpliciter ſunt perpendiculares, nempè CE, reſpectu ponderis D & HG, reſpectu ponderis A; nam cum pondus A percurrit lineam BH, aſcendit tantum ſecundum lineam GH; ſed ut CE ad GH, ita reciprocè pondus A ad pondus D. Ergo ſunt in æquilibrio. Probatur autem minor, nam ut BC ad CE, ita BH aut CE ipſis æqualis ex ſuppoſitione, ad GH; (*per* 4.6.) ſed ut BC ad CE, ita

poodus

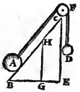
Digitized by Google

pondus A ad pondus D; ergo ut CE ad HG, ſeu ut deſcenſus ponderis D, ad aſcenſum ponderis A, ita pondus A ad pondus D; igitur in tali diſpoſitione, momentum ponderis A, eſt æquale momento ponderis D. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Æqualia pondera quorum unum perpendiculariter, aliud verò per planum inclinatum deſcendat, habent momenta, cum longitudine plani, & perpendiculari reciproca.



In ſuperiori figurâ ſupponantur pondera A & D eſſe æqualia, & A eſſe in plano inclinato, D verò perpendiculariter, dico ita eſſe momentum ponderis A, ad momentum ponderis D ut CE ad CB reciprocè. Fiat enim eadem conſtructio, quæ priùs.

Demonſtr. Interea dum pondus D deſcendit ex C in E, pondus A aſcendit ex B in H; & eius aſcenſus verus ſeu perpendicularis, eſt linea GH; ſed ut oſtendimus in mechanicâ, gravium æqualium momenta, ſe habent ut motus eorum proprius gravitatis, nempè motus deorſum: quod enim plus movetur majores vires habet, ſecundùm primum, & univerſaliſſimum principium. Ex quo etiam ſequitur vires ſeu momentum corporis gravis coaleſcere, ex eius gravitate, & motu deorſum; ubi ergo gravitas eadem eſt, attendendus eſt ſolus motus deorſum. Sed motus perpendicularis ponderis D eſt linea CE; ponderis A eſt lineæ GH; ergo ita eſt momentum ponderis D ad momentum ponderis A, ſicut CE ad GH. Sed ſicut CE ad GH; ita eſt BC ad BH; (*per* 4.6.) ergo ita eſt momentum ponderis D. ad momentum ponderis A; ſicut BC ad BH, aut CE illi æqualem; quod erat demonſtrandum.

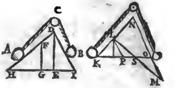
COROLLARIUM.

Sequitur ex eo, quoties equus trahit currum onuſtum in plano inclinato, præter difficultatem quam experitur in trahendo currum in planitie, gravari in ea parte qua trahit, pondere, quod ita ſe habet ad totum plauſtrum, ut perpendicularis ad totum planum: ut ſi perpendicularis EC eſſet tertia pars plani inclinati BC, gravaretur eodem modo, ac ſi ei imponeretur tertia pars ponderis quod trahit. Dixi ſupra difficultatem quam habet in trahendo. Hæc enim vix habet propriam menſuram, eò quod pondera motui horizontali per ſe non reſiſtant; ſed tantum ex variis accidentibus.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Gravia in planis inclinatis eandem altitudinem perpendicularem habentibus poſita, & ita ſe habentia ut planorum longitudines, æqualia habent momenta.



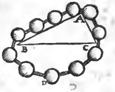
Sint duo gravia A & B, inſiſtentia planis inclinatis DH, DI; ita autem ſe habeat A ad B; ſicut planum HD ad planum DI; Dico pondera A & B æqualia momenta habere. Conjungantur enim medio fune A C B, ut tantumdem moveatur pondus A in plano D H, quantum movetur pondus B in plano D I, ſitque linea H F, æqualis lineæ D I, ducantur item perpendicula D E, F G.

Demonſtr. Quia (*per* 4.6.) ita eſt HF, aut DI ipſi æqualis, ad HD, ſicut FG ad DE, ut autem D I ad H D ita eſt ex ſuppoſitione pondus B ad pondus A; ita etiam erit pondus B ad pondus A, ſicut linea F G ad DE. Sed D E eſt perpendiculum ponderis B, dum movetur ex D in I & F G eſt perpendiculum ponderis A, dum movetur ex H in F; ergo poodera A & B, & perpendicula metientia eorum motum ſurſum, ſunt reciproca: ergo ex primo principio mechanico, pondera æquale momentum habent. Quod erat demonſtrandum.

Alia ejuſdem propoſitionis afferri poteſt demonſtratio, ſuppoſito tamen principio, nempè corpus totale non moveri, niſi centrum eius gravitatis deſcendat. Certum eſt dum quòd corpora gravia connexa fune erunt in K & O, centrum commune gravitatis erit in linea K O. Supponantur mota eſſe in L & M, lineæ K L, O M æquales erunt; eſt enim idem funis K N O, L N M, quare ablato, quod commune eſt, ſegmento ſcilicèt L N O, reſtant lineæ K L, O M æquales. Sit L P parallela lineæ M N, eritque (*per* 4. 6.) K L ſeu O M illi æqualis, ad OP, ſicut K N ad N O; ſeu ex ſuppoſitione, ut pondus M ad pondus L, reciprocè; ut autem OM ad OP; ita MS ad SL, cùm triangula LSP, SOM ſint æquiangula, ut patet. Igitur ut S M ad S L, ita reciprocè pondus L ad pondus M. quare commune centrum gravitatis erit S, ergo centrum gravitatis non deſcendit, ſed in eâdem manet linea horizontali; quare nullus fiet motus:

Hanc eamdem propoſitionem ingenioſiſſime demonſtrat Stevinus, & oſtendit quod niſi pondera, in planis inclinatis poſita, & eamdem rationem habentia, ac planorum longitu-

lines, æquale momentum habeant: dabitur motus perpetuus.



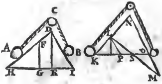
Sit enim triangulum A B G, in quo latus AB ſit duplum lateris AC; circa tale triangulum, diſponantur globuli æquales, & æquiponderantes, numero pares, filo per eorum centra trajecto connexi, æquali item intervallo inter ſe diſtantes; ex quo fiet, quod duplò plures conſiſtent globuli in plano AB, quam in plano AC, & conſequenter pondera in AB & AC conſiſtentia ſe habeant, ut planorum longitudines, quæ verò dependent in BD & C D ſunt in æquilibrio, cùm totidem ſint ex una quam ex alia.

Demonſtr. Si globi AC, non haberent æquale momentum, momento globorum AB, haberent majus, aut minus: ſi primum, ergo globi A C prævalebunt, & præponderabunt; & quia totidem ſemper ſunt globi ſuper planis AC & AB; ſemper globuli AC prævalebunt; & conſequenter daretur motus perpetuus. Idem ſequetur ſi dicatur momentum globorum AB eſſe majus.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Gravium æqualium in planis inclinatis, & eandem altitudinem habentibus, conſiſtentium momenta, ſunt in ratione reciproca longitudinum.



Sint in prima figura præcedenti, duo pondera A & B æqualia quæ conſiſtant in planis inclinatis HD, DI, eamdem altitudinem DE habentibus. Dico ita eſſe momentum ponderis A ad momentum ponderis B, ut longitudo DI ad longitudinem DH. Sit enim HF æqualis lineæ DI.

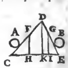
Demonſtr. Ponderum æqualium in gravitate, & in machina diſpoſitorum momenta ſe habent, ſicut motus ſurſum, & deorſum reſpectivè ſumpti; (*per primum mechanices principium*) perpendicula autem metientia tales motus ſurſum, ſunt lineæ FG, DE. Ergo momentum ponderis A ad momentum ponderis B, ſe habet ut FG ad DE. Sed ut FG ad DE, ita eſt ut jam oſtendimus, DI ad DH nempè longitudines planorum: ergo ita eſt momentum ponderis A ad momentum ponderis B, ut reciprocè longitudo DI, ad longitudinem DH. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Momenta gravium æqualium in planis inclinatis conſiſtentium, ſe habent ut perpendicula æqualium partium, eorumdem planorum.

Sint duo gravia æqualia, A & B, in planis inclinatis CD, DE conſiſtentia, ſumanturque partes æquales quæcumque CF, EG, quarum perpendicula ſint FH, GI. Dico ita eſſe momentum ponderis A, ad momentum ponderis B, ut FH ad GI. Ducatur perpendicularis DK.



Demonſtr. Momentum ponderis A ad momentum ponderis B, eſt ut DE ad DC (*per 5.*) eſt autem DE ad DC, ut FH ad GI: eſt enim CF aut GE illi æqualis, ad CD, ſicut FH ad DK; pariter ita eſt DE ad GE, ſicut DK ad GI. Poſſunt ergo ſecundùm perturbatam rationem, ita ordinari hæ lineæ, nempè ut ED ad EG, aut C F; ita DK ad GI; & ut CF ad CD, ita FH ad DK: quare ſecundum perturbatam rationem, ita erit ED ad CD; ſicut FH ad GI, & conſequenter ita erit momentum ponderis A ad momentum ponderis B, ſicut FH ad GI. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Momenta gravium æqualium in planis inclinatis conſiſtentium, ſe habent ut ſinus recti inclinationum planorum, ſi enim GE, CF, quæ ſunt æquales, fiant ſinus toti F H & GI, erunt ſinus recti inclinationum planorum cum horizonte, ſeu angulorum C & E.

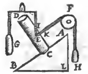
PROPOSITIO VII.

Theorema.

Ita ſe habet Grave elevans directè pondus ad elevans obliquè idem pondus, ſicut longitudo & perpendicularis reciprocè.

Supponatur corpus aliquod grave verbi gratiâ columna, quam deinceps per modum parallelogrammi repræſentabimus, quæ ſit inclinata, ita ut perpendiculariter inſiſtat plano inclinato A B, ſitque columna C D, tangens planum in puncto D, trahatur à gravi H per centrum gravitatis E, & & per lineam E F parallelam plano A B. Sitque elevans perpendiculare G, ſintque tam pondus G, quam pondus H in æquilibrio cum columna, nempè ut trahendâ perpendiculariter, ſeu in altum, & G ſit in æquilibrio cum eadem columna, ut trahenda ſupra planum inclinatum A B, dico ita eſſe pondus G ad pondus H, ſicut A B ad AL, aut ſicut I E ad E K.

Demonſtr.

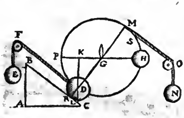


Demonſtratio. Pondus G elevans directè columnam, ut ſit in æquilibrio cum columna, æquale eſſe debet columnæ; colomna autem ſe habet ad pondus H, ut A B, ad A L (*per 3.*) ergo pondus G ad pondus H, ſe habebit, ut A B ad AL, aut IE ad E K.

PROPOSITIO VIII.

Momentum ponderis in plano inclinato conſiſtentis, ſe habet ad momentum ponderis æqualis in perpendiculari deſcendentis, & trahentis per lineam plano inclinato parallelam, ut momentum ponderis in brachio inclinato, ad planum inclinatum recto, ad momentum ponderis in brachio horizontali poſiti.

Hæc analogia plani inclinati cum ſtatera, eſt ſanè facilis, remque accuratè demonſtrat. Eam debeo Domino Reynaud amico meo, & in mathematicis benè verſato, hæc autem ita ſe habet.



Proponatur planum inclinatum ABC, in quo conſiſtat pondus D, ſitque pondus E illi æquale trahens per lineam FD parallelam eidem plano; intelligatur ſtatera brachiorum æqualium P G, GH, ita tamen ut brachium GD, ſit perpendiculare ad planum BC, & brachium GH ſit horizontale. Dico quod momentum ponderis D, in plano inclinato ad momentum ponderis E, ita ſe habeat, ut idem momentum ponderis D ad momentum ponderis H. Producatur HG, & ad eam ducatur perpendicularis DK, pondus D, ſublato plano BC, eodem modo ſe habet in hac libræ diſpoſitione, ac ſi penderet ex puncto K, ejuſque vera diſtantia eſt KG, ſe habet ergo, ad momentum ponderis H ut KG ad GH, ſeu GD, illi æqualem. Sed triangula KGD, A B C ſunt æquiangula, quia nempè anguli K & A recti ſunt: & angulus KGD eſt complementum anguli KDG, cujus etiam FDK eſt complementum, aut B L K ſeu angulus B, erunt ergo anguli C & KGD æquales. Quare ita erit KG. ad GD, ſicut AB ad BC, ſed momentum ponderis D ad momentum E, eſt ut AB ad BC, & ad momentum ponderis H, ut KG, ad GD, ergo momenta E & H, reſpectu ponderis DE eodem modo ſe habent.

Ratio ulterior eſt quod in tali diſpoſitione, comparatur motus verticalis ponderum H & E, cum motu ſimiliter inclinato ponderis D, ità ſi moveatur uno digito pondus H verticaliter, pondus D propter diſpoſitionem ſtateræ motum, unius digiti in plano inclinato decurret: ſimiliter cum pondus E trahat pondus D, per lineam parallelam plano, ſi pondus D unum digitum decurrat, tantumdem movebitur pondus E in perpendiculari, ergo proba eſt comparatio.

COROLLARIUM.

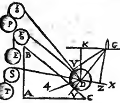
Quod ſi in puncto G eſſet funis annexus G D, & pondus E traheret per lineam FD, perpendicularem ad lineam GD, cum ratione funis GD determinetur pondus D, ad decurrendum planum BC, aut illi parallelum; idem omnino momentum obtinebit, & pondus E trahens per lineam FD, ac ſi eſſet in H, & ſubjiceretur planum inclinatum.

Ut autem meliùs appareat tota comparatio, ſupponamus productum eſſe brachium DG, uſque ad M, & ibi conſtitui angulum rectum M, ità ut funis MO, ſit perpendicularis, ad brachium G M. Pondus N trahens per MO, idem momentum habet, ac ſi eſſet in puncto H, ejus enim vera diſtantia, quam diximus, cum de vecte egimus, ſumi debet penes perpendicularem G M. Ratio autem à priori eſt, quod ſi trahatur funis ab M in S, totus hic motus in pondere N, in motum verticalem vertatur, ſed motus verticalis metitur vires, ſeu momentum corporis gravis: ergo omnes vires habet quas poteſt habere. At verò cum pondus D moveatur in plano inclinato, ejus motus mixtus eſt, momentum autem motum perpendicularem, ſeu verticalem adæquat.

COROLLARIUM II.

Quod ſi momenta ponderum D & E, ſint æqualia, erit pondus D, ad pondus E, aut ad pondus N illi æquale, ut GH, ſeu GD ad GK, ſed angulus KDG, eſt æqualis angulo C inclinationis plani, & poſito GD ſinu toto, KG eſt ſinus anguli KDG: ergo pondus D eſt ad pondus E, ut ſinus totus ad ſinum inclinationis plani.

DEFINITIO I.



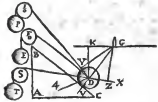
Angulus tractionis eſt is qui comprehenditur à fune pondus trahente, & lineâ plano parallelâ. Ut ſi pondus D trahatur per lineam ID, ſitque F D plano parallela; erit angulus F D I angulus tractionis; aut ſi trahatur idem pondus D, per lineam SD, erit angulus SDF angulus tractionis.

Complementum anguli tractionis, eſt reliquus ad quadrantem ut angulus IDG, in primo caſu, aut angulus SDV aut illi oppoſitus ad verticem GDK.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Pondus in plano inclinato conſiſtens, ſe habet ad pondus æqualis momenti trahens lineâ plano non parallelâ, ut ſinus complementi anguli tractionis ad ſinum anguli inclinationis plani.



Sit pondus P æqualis momenti cum pondere D, quod trahat per lineam DI, non parallelam plano ABC, ſitque FDI angulus tractionis, IDG ejus complementum; dico pondus D, ad pondus P ita eſſe, ut ſinus anguli IDG complementi ſcilicèt anguli tractionis, ad ſinum anguli inclinationis plani BC. Ex G ad ID ducatur perpendicularis YG, factoque DG ſinu toto, erit KG ſinus anguli KDG, quem ſupra oſtendimus æqualem eſſe angulo inclinationis plani, erit item YG ſinus anguli YDG complementi anguli tractionis. Supponatur pondus E eſſe in æquilibrio cum pondere D.

Demonſtr. Pondus D eſt in æquilibrio, cum pondere P, & eum pondere E: ergo pondera E, & P, habent æquale momentum: ergo ſunt reciprocè ut diſtantiæ ab hypomoclio G, ut vidimus eum de vecte. Diſtantiæ autem ſunt YG, & DG, ergo ut E ad P, ita diſtantia YG ad diſtantiam DG: ut autem DG ad KG, ita pondus D ad pondus E; ergo ſecundùm perturbatam æqualitatem, ita erit pondus D ad pondus P, ſicut YG ſinus complementi anguli tractionis, ad KG, ſinum inclinationis plani. Quod erat demonſtrandum.

Idem oſtendere poſſumus in pondere T, cujus diſtantia eſt linea GZ, nam erit ut pondus D ad pondus T, ita GZ ad KG.

COROLLARIUM I.

Ut oſtendimus pondus E ad pondus P, eſſe ut ſinus complementi tractionis ad ſinum totum, idem in aliis omnibus tractionibus oſtendemus, in quibus ſemper verum eſt, quod pondus E minimum erit omnium. Se habebit enim ad alia ut ſinus complementi tractionis ad ſinum totum, donec perveniatur ad complementum tractionis, quod ſit æquale angulo inclinationis plani. Ut ſi daretur pondus trahens ſecundùm perpendicularem KD, illud enim æquale eſſet ponderi D; ratio clara eſt quia in tali caſu, ita eſt pondus E ad pondus D, ut ſinus inclinatioois plani KDG ad ſinum totum. Sed pariter ita eſſet pondus E, ad pondus elevans per DK, ut ſinus anguli KDG complementi tractionis ad ſinum totum; ergo pondus D & pondus elevans per DK ſunt æqualia

COROLLARIUM II.

Sequitur item quod ſi anguli SDF, FDI ſint æquales, pondera in T & P æqualis momenti cum pondere D æqualia inter ſe erunt.

COROLLARIUM III.

Pondus E omnium minimum eſt, eorum quæ cum pondere D ſunt inæquilibrio, ſuntque omnia minora pondere D, excepto eo, quod trahit perpendicularem KD quod eſt æquale.

COROLLARIUM IV.

Si fiat angulus 4DV æqualis angulo C inclinationis plani, pondus trahens per lineam 4D, & æqualis momenti cum pondere D, illi eſt æquale. Quia pondus E ad illud eandem habet rationem, ac ad pondus D, nempe ut ſinus anguli 4DV complementi tractionis ad ſinum inclinationis plani, cui factus eſt æqualis. Si fiat angulus complementi minor, nempè ſi angulus 4DV ſupponeretur minor angulo C, pondus faciens æquilibriom cum pondere D, & trahens per lineam 4D pondere D majus eſſet: nempè quia ſinus complementi tractionis, minor eſſet ſinu inclinationis. Quare cum pondus illud ad pondus D, ſit reciprocè ut ſinus inclinationis plani, ad ſinum complementi tractionis, pondere D majus eſſet.

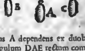
Deniſque ſi pondus trahat per lineam perpendicularem VD, infinitum eſſe debebit ut ſit in æqoilibrio cum pondere D. Poſito enim quocumque pondere finito, verbi gratiâ mille librarum, oſtendam majos requiri; debet enim fieri ut ſinos complementi tractionis qui nullus eſt, ad ſinum inclinationis plani, ita pondus D ad pondus requiſitum, nulla autem eſt ratio nullius ad ſinum inclinationis plani.

Ita ſi daretur pondus trahens per lineas inter DK, & DG poſitas, numquam impedire poſſet quo minus pondus D deflueret per planum BC.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Dum pondus unicum ex duabus chordis angulum rectum comprehendentibus dependet, ſuntque alia pondera æquilibrium efficientia, pondera ſunt homologa lateribus quibus opponuntur.



Sit pondus A dependens ex duobus funibus AD, AE angulum DAE rectum comprehendentibus, ſintque pondera trahentia B, & C, in æqilibrio com pondere A, nempè illud detinentia in tali diſpoſitione. Dico pondos A ad pondus B, ſe habere ut ED ad AD, item idem A ſe habere

habere ad C, ut ED, ad AE; ita ut formetur triangulum rectangulum EAD, cujus latera ſint homologa, ponderibus oppoſitis: nempè ED, ponderi A, EA ponderi C & AD ponderi B.

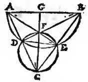
Demonſtratio. Chorda AD, conſiderari poteſt ut brachium inclinatum ſtateræ, nam ſi chordæ AD punctum D firmum fiat, trahaturque pondus A à pondere B, pondus A aſcendet ſecundum lineam EA, perpendicularem ad AD, quare (*per coroll. 9.*) ità erit pondus A ad pondus B ſicut AD ad FD, & cum triangula AFD, EAD, ſint æquiangula ut ED ad AD.

Pariter conſiderari poteſt EA, ut brachium ſtateræ inclinatæ, quod trahatur à fune AD, perpendiculariter, ſeu parallelè plano alicui, quod lineæ AD eſſet æquidiſtans, & tunc (*per coroll. 11.*) ita erit pondus A ad pondus C, ſicut AE ad EF, ſeu ſicut ED ad AE; ergo in triangulo EAD latera ſunt ponderibus oppoſitis homologa. Quod demonſtrandum erat.

LEMMA.

Perpendiculares à ſingulis trianguli angulis ad latus oppoſitum ducta, in odem puncto ſe in erſcant.

Nulla eſt difficultas in triangulo rectangulo, ducta enim ab angulo recto, ad baſin perpendiculari, clarum eſt tres perpendiculares uniri in ipſo anguli recti apice.



Proponarut primò triangulnm acutangulum ABC, ducanturque ad latera oppoſita AC, BC, perpendiculares BD, AE, ſe interſecantes in puncto F, ex angulo C per F ducatur CFG, aſſero lineam CG eſſe perpendicularem ad, AB. Circa AB deſcribatur ſemicirculus, qui (*per 31.3.Eucl.*) tranſit per puncta D & E, deſcribatur item circa FC circulus, qui tranſit per eadem puncta D & E.

Demonſtratio. Anguli ABD, AED, eidem arcui AD inſiſtentes ſunt æquales pariter in minori circulo anguli AED, DCF ſunt æquales: ergo in triangulis GFB, DCF, anguli GBF, DCF ſunt æquales, ſed præterea æquales ſunt ad verticem GFB, DFC: ergo æquiangula ſunt triangula & cum FDC, rectus ſit; FGB etiam rectus erit, quod demondtandum erat.

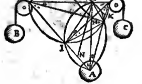
Proponatur ſecundò triangulum obtuſangulum AFB, ad producta latera ducantur perpendiculares BE, AD concurrentes in C; dico lineam CFG eſſe perpendicularem ad AB; eadem demonſtratio id probat.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Si idem pondus è duobus funibus pendeat, quibus appendantur duo pondera, æqualis cum illo momenti: ità ut fiat oxygonium triangulum, ſi à pondere medio ad latus oppoſitum ducatur perpendicularis per cujus ſupremum punctum ducantur duæ lineæ lateribus trianguli parallelæ, erunt hæ parallelæ & perpendicularis ponderibus homologa.

Pondus A pendeat ex duobus funibus AE, AF quibus annexa ſint pondera B, & C, ità ut fiat triangulum oxygonium FAE. Ducatur à puncto A perpendicularis AG, & per punctum G ducantur GN, GK, parallelæ lateribus FA, EA; dico pondera A, B, C, eſſe homologa lineis AG, GK, GN; vel ſi velis determinandæ imaginationis causâ pondera B, A, C, ſunt homologa lineis NA, AG, AK concurrentibus in puncto K. Ducantur ad latera FA, EA, perpendiculares EI, FL, quæ (*per lemma præcedens*) concurrent in puncto H, deſcribatur circa FE ſemicirculus tranſiens ſicut priùs per puncta I, & L, (*per 31. 3. Eucl.*) & circa FA, AE, ſemicirculi qui tranſeunt per puncta G, L, G, I, jungatur linea GI.



Demonſtratio. Comparentur primò pondera A & B, intelligendo chordam AE ut brachium ſtateræ, eritque A ad B, ut perpendicularis EI ad EG, (*per 10. hujus*) ſed triangula GAN, EGI, ſunt æquiangula. Nam duo anguli IAG, IEG eidem arcui GI inſiſtentes æquales ſunt: æquales item ſunt GAE, GIE inſiſtentes eidem arcui GE, ſed cum lineæ NG, AE, ſint parallelæ anguli alterni NGA, GAE ſunt æquales, quare æquiangula ſunt triangula EGI, AGN, & conſequenter ut EI ad GE, ſeu ut pondus A ad pondus B, ita erit AG ad AN, quod erat demonſtrandum.

Eodem modo oſtendam ita eſſe A, ad C, ſicut AG ad AK, & conſequenter pondera B, A, C tribus lineis AN, AG, AK homologa ſunt. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Quia autem B, A, C, lateribus HE, FE, HF ſunt homologa, triangulæ enim EIG, FHE, ſunt æquiangula; ſed triangulum AN.G triangulo EIG oſtenſum eſt æquiangulum, quare æquiangula ſunt triangula FHE, GNA: ergo ità eſt AN ad AG, ſicut HE ad FE, & AG ad NG, ſeu AK: ut FE ad FH, ſed pondera B, A, C ſunt lineis AN, AG, AK homologa; ergo pondera B, A, C, ſunt lineis HE, FE, FH homologa.

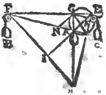
PROPO

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Si idem pondus, è duobus funibus pendens ſit in æquilibrio cum aliis duobus, ità ut fiat triangulum amblygonium, ducta à pondere medio ad lineam horizontalem perpendiculari, & duabus parallelis, ad reliqua latera erunt pondera perpendiculari, & duabus parallelis reciprocè analoga.

Supponatur in eadem figura pondus A, trahi per lineas AF, AE, à ponderibus B & C. Ducatur pariter ad lineam horizootalem EF, perpendicularis AG, & ad chordas productas perpendiculares ducantur FI, EL, quæ productæ convenient in H, ità ut linea HAG, ſit perpendicularis ad EF, per lemma præcedens. Dico pondera BAC in tali diſpoſitione eſſe analoga lineis HE, EF, FH, item lineis FL, HG, EI; item lineis AN, AG, AK ſupponuntur lineæ GE, NG, GK eſſe chordis parallelæ.



Demonſtratio. Pondus C, trahens pondus A, per brachium ſtateræ F A eſt pondus A, ſicuc diſtantia FI ad FG, (*per ea quæ diximus de vecte*) duo autem triangula rectangula FIE, FGH cum habeant angulum communem IFG, ſunt æquiangula; ergo (*per* 3. 6.) ita eſt F I, ad F E ſicut F H, ad FE; ergo ita eſt pondus C, ad pondus A, ſicut FH, ad FE; oſtendam pariter ita eſſe pondus B, ad pondus A, ſicur HE, ad FE, quare pondera B, A, C ſunt lineis HE, FE, HF analoga.

Secundò ex eadem triangulorum FIE, FGH ſimilitudine; ita erit pondus C ad pondus A, ut IE ad HE, pondus B ad pondus A, ut FL ad HE, quod erat ſecundum.

Tertiò triangula FHE, GNA ſunt æquiangula, angulus enim GNA, duobus internis NFG, NGF, ſeu AEG, hoe eſt angulo FHE, æqualis eſt. Item angulus NAG, duobus internis A,LG, ſeu AEG, & AGL, ſeu AEL, hoc eſt toti FEH æqualis eſt; eodem modo oſtendam triangulum GAK, eidem FHE eſſe æquiangulum, quare ut HE ad FE & FE ad HF, ita erunt NA, ad AG, & AG ad NG, ſen AK. Quod erat demonſtrandum.

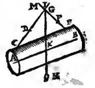
COROLLARIUM

Ex his facilè multæ deduci poſſunt converſæ, nempè datis ponderibus ita diſpoſitis, determinate, quem angulum efficiunt.

PROPOSITIO XIII.

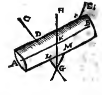
Theorema.

Si grave è duobus funibus non parallelis pendeat, ſi ex communi concurſu, linea perpendiculi ducatur, hæc per illius centrum gravitatis tranſit.



Columna A B appendatur duobus funibus CD EF, non parallelis inter ſe, ſed qui in puncto G producti concurrant, dico ſi ex puncto G demittatur linea perpendiculi, hanc tranſituram per centrum gravitatis K.

Demonſtr. Pondus A eodem modo & per eundem angulum, ſuſtentatur ex puncto D, ex puncto G, & ex puncto I, cùm per eandem lineam rectam procedatur, pariter eodem modo ſuſtentatur columna in puncto E, ſive funis ſit FE, ſive ſit GE, ſive ME; ſed ſi ſuſpenderetur tota columna ex puncto communi G, clarum eſt quod centrum gravitatis, eſſet in linea directionis GH; ſecundum definitionem centri gravitatis: ergo ſi ſuſpendatur funibus CD, EF, linea gravitaris tranſit per punctum concurſûs. Quod erat demonſtrandum.



Sint ſecundo duo funes CD, EF, non paralleli, ſed convergentes, ſitque funium concurſus puoctum G, dico lineam perpendiculi GH, tranſire per centrum gravitatis K.

Demonſtratio. Funes CD, EF, eodem modo ſuſtentant columnam, ac ſuſtentaret linea GL, ſi rigida eſſet, aut GM, imò ſuſtentatur à fune CD, eodem modo ac ſuſtentaretur non tantum à puncto L, lineæ rigidæ GL, ſed etiam à quolibet alio ejuſdem lineæ LG; idem dicendum de linea GM: ergo eodem modo ſuſtentaretur à lineis GL, GM ac ſuſtentaretur à puncto G, in utraque linea exiſtente; ſed ſi columna ſuſtentata à puncto G, & maneret in eo ſitu, linea perpendiculi GK, tranſiret per centrum gravitatis K; ergo ſi ſuſtentetur à duobus funibus CD, FE, linea perpendiculi GH, tranſit per centrum gravitatis K. Quod erat demonſtrandum.

COROL

COROLLARIUM.

Ex iis patet quod ſi onus ſuois ſit ad horizontem perpendicularis, alter etiam perpendicularis erit. Si enim non eſſet perpendicularis, cum primo concurreret, & in puncto concurſus eſſet linea gravitatis: ergo centrum gravitatis eſſet in prima linea, utpote perpendiculari; ergo ſecunda nihil efficeret.

Si unius funis ad perpendicularem convergit, alter ad eandem convergit, ſi uous divergit, alter item diverget.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Grave ſuper eodem plano inclinato in eâdem ratione acceleratur, ac in libero aëre.

Sit grave quodcumque quod ſuper planum inclinatum feratur & deſcendat; dico, quòd eodem modo accelerabitur proportionaliter, quo accelerantur gravia liberè, & perpendiculariter deſcendentia. Non dico illud grave tantâ velocitate ferri, quantâ cadit perpendiculariter, ſed aſſero proportionem eſſe eandem hoc modo.

Demonſtr. Grave in eodem plano inclinato, idem ſemper momentum habet, & licèt eius gravitati nonnihil propter plani deviationem à perpendiculari linea, reſiſtatur; eodem ſemper, & ſimili modo reſiſtitur. Sed eadem cauſa, cui æqualiter ſemper reſiſtitur, æquales effectus producit: igitur ſingulis inſtantibus, aut temporibus æqualibus, æquales ſemper impetus producentur; ſed ſi temporibus æqualibus producantur æquales impetus, accelerabitur motus ſecundùm proportionem Galilæanam: ergo admittenda eſt talis acceleratio. Sicut enim oſtendimus velocitatem gravium perpendiculariter decidentium; ſucceſſivè acquiſitam ſive partes eius minimæ in inſtãtibus rotæ ſimul producantur, ſive ſemper ſucceſſivè, duplum ſpatium movere dum in tempore ſenſibili tota ſimul exiſtit, illius quod percurrit dum æquali tempore, de novo acquiritur; ita etiam, dicendum eſt impetum à gravitate corporis in plano inclinato exiſtentis productum, licèt paulò minorem, ob reſiſtentiam plani inclinati transferre ſuum mobile ad duplum ſpatium, dum totus aliquo tempore exiſtit, & ad mediam partem ejuſdem ſpatij, dum æquali tempore ſucceſſivè acquiritur. Quod principium, non explico fuſiùs, eò quòd jam ſupra ſatis explicatum ſit. Ex eo autem ſequitur ſeclosâ aëris reſiſtentiâ, & forſitan plani ſcabritie, ſpatia in plano inclinato decurſa, temporibus æqualibus disjunctè ſumptis, procedere ſecundùm ſeriem arithmeticam numerorum imparium 1.3.5.7.9.11.&c. in temporibus verò æqualibus conjunctim ſumptis, ut quadrata temporum 1.4.9.16.25.36. &c. atque adeò ſpatia à quiete percurſa, ſe habere in ſubdoplicatâ ratione temporum. Atque hæc conſequuntur ex eo principio, nempè, quod ſingulis temporibus æquales velocitatis, aut impetûs partes producantur. Hoc autem ſatis probari exiſtimo, ex eo quòd non magis æquales partes impetûs temporibus æqualibus produci debeant, à mobili decidente perpendiculariter; quàm ab eodem mobili delato, ſupra planum inclinatum. Diximus enim aliàs impetum talis eſſe naturæ, ut ſi ei reſiſtatur, uno tantum tempore exiſtat; ſi verò motum producat, perſeveret; cùm autem ſit eadem ſemper plani inclinatio, & conſequenter eadem ſemper reſiſtentia, non totalis, ſed partialis, tantumdem ſingulis temporibus impetûs deſtruetur, aut impedietur; ex quo ſequitur continuum augmentum per partes æquales, ſingulis temporibus æqualibus.

Quod ſi præter rationem aliquis experiri velit eam accelerationem, facilè experientiis comprobabit. Certum eſt enim, non tantùm aquas, ſed etiam globos per planum inclinatum decidentes, validiorem ictum efficere in fine, quàm in principio. Immò in plano valde inclinato, quia motus eſt tardior, eius accelerationem faciliùs metiri poſſumus, quàm in aëre libero, & ſemper notata eſt procedere ut quadrata temporum; aut ita parùm aberrare, ut error aliquibus accidentibus facilè tribui poſſit.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Ut momentum corporis in plano inclinato, ad momentum ejuſdem in perpendiculari, ita velocitas in eodem plano, ad velocitatem ejuſdem in perpendiculari.

Sit unum idemque grave quod modò ſupra planum inclinatum, modò perpendiculariter deſcendat; dico ut momentum quod habet in plano inclinato, ad momentum quod habet in perpendiculari, ita eſſe velocitatem eius in plano, ad velocitatem quàm habet in perpendiculari. Hoc eſt ſi momentum in plano ſit tantum dimidia pars momenti, quod haberet in perpendiculari: velocitas in plano, erit tantum dimidia velocitatis quam habet in perpendiculari.

Demonſtr. Cùm in plano momentum decreſcat tantùm propter reſiſtentiam plani, decrementum momenti benè aſſumitur tanquam menſura reſiſtentiæ; ſed pariter reſiſtentia eſt menſura decrementi velocitatis, aut impetus, ergo decrementum momenti bene aſſumetur tanquam menſura decrementi velocitatis. Quare ut decrementum momenti in plano, ad ipſum momentum in perpendiculari, ita decrementum velocitatis in plano, ad velocitatem in perpendiculari; & conſequenter ut reliquum nempè momentum in plano, ad momentum in perpendiculari; ita velocitas in plano, ad velocitatem in perpendiculari; quod erat demonſtrandum.

Addo ulteriùs cum momentum majus, aut minus ejuſdem corporis non poſſit oriri, niſi ex majori aut minori impetu producto, major autem aut minor impetus ſit cauſa immediata majoris aut minoris velocitatis, ubi majus erit momentum major etiam erit velocitas.

Hæc proportio intelligenda eſt, de momenti variatione, orta tantum ex plani inclinatione, non autem orta ex magnitudine ipſius gravis, ſeu pluribus partibus ipſius gravis; vidimus enim licet gravia inæqualia, majus momentum habeant, non tamen velocius deſcendere.

COROLLARIUM.

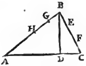
Velocitates in plano inclinato, & in perpendiculari ſe habent reciprocè, ut perpendicularis, ad longitudinem plani.

Quia (*per 3. hujus*) momenta ejuſdem ponderis in perpendiculari, & in plano, cum perpendiculari, & longitodine plani ſunt reciproca.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Velocitates in diverſis planis inclinatis ſunt ut momenta ejuſdem gravis, in iiſdem planis; & reciprocè ut planorum eandem altitudinem habentium longitudines.



Sint duo plana AB, BC, dico ita eſſe velocitatem in plano AB ad velocitatem, in plano BC, ut momentum alicujus ponderis exiſtentis in plano AB, ad momentum ejuſdem ponderis exiſtentis in plano BC. Ducatur enim perpendicularis BD.

Demonſtr. (*per 16. hujus*) ut momentum corporis in AB exiſtentis, ad momentum ejuſdem in perpendiculari BD; ita velocitas in plano AB, ad velocitatem, quam habet in perpendiculari BD, (*ſed per eandem*) ut momentum ponderis in perpendiculari BD exiſtentis, ad momentum ejuſdem planum BC percurrentis: ita velocitas in perpendiculari, ad velocitatem in plano BC: ergo ex æqualitate ut momentum in AB, ad momentum in BC, ita velocitas in AB, ad velocitatem in BC. Quod erat primum.

Secunda pars propoſitionis facilè demonſtratur, nempè velocitatem in AB, ad velocitatem in BC, ita ſe habere reciprocè ut longitudo plani BC ad longitudinem plani AB, eandem altitudinem BD perpendicularem ſcilicèt, cum ipſo habentis.

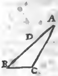
Demonſtr. (*Per primam partem hujus*) ut momentum ponderis in AB, ad momentum ejuſdem in BC, ita velocitas in AB, ad velocitatem in BC; ſed (*per quintam hujus*) momenta ejuſdem, aut æqualis ponderis, in planis AB, BC ſunt reciprocè, ut longitudines; ergo & velocitates. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Tempora lationum ex quiete, ſunt homologè ut longitudines planorum, eundem verticem habentium, & in eâdem horizontali terminatorum.

Sit idem mobile, aut mobilia æqualia, deſcendentia ex punĉto quietis A per plana AB, AC, eundem verticem A habentia, & terminata, in eadem linea horizontali BC; dico tempus quo percurritur AC, ad tempus quo percurritur AB, eſſe reciprocè, ut AB ad AC.



Demonſtr. Momenta ejuſdem gravis per AB aut AC deſcendentis ſe habent reciprocè ut AB ad AC (*per 5.*) ſed ut momenta, ita velocitates (*per 17.*) igitur ut AB ad AC, ita velocitas in AC, ad velocitatem in AB. Sit AD tertia proportionalis, hoc eſt ut AB ad AC, ita AC ad AD, quare cum velocitates ſint in eodem ſtatu, hoc eſt ab eodem punĉto quietis A, pariter incipiant, & creſcant ſecundùm eandem rationem (*per 7.*) eodem tempore percurretur AD, quo AC. Nam velocitates ſe habentes ut ſpatia, ea percurrunt eodem tempore, ſed tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AD, (*per 7.*) eſt in ſubduplicata ratione AB ad AD, nempè ut AB ad AC. Igitur tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AD, aut AC, eſt ut AB ad AC. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Idem demonſtrari poteſt de perpendiculari comparata cum plano inclinato.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Spatia temporibus æqualibus percurſa in diverſis planis, immò & in perpendiculari, incipiendo à quiete ſe habent ut velocitates.

Sint duo pondera æqualia, ut ſit minor difficultas; quorum unum incipiat moveri ab E ad F, percurratque ſpatium EF aliquo tempore determinato, verbi gratiâ minuto tertio; ſitque aliud pondus æquale quod incipiat moveri ex punĉto G, & intrà minutum tertium percurrat ſpatium GH: dico ita eſſe ſpatium GH, ad ſpatium EF, ſicut ſe habet velocitas quam habet in plano AB, ad velocitatem quam habet in plano BC.

Demonſtr. Velocitates quæ ſunt in eodem ſtatu, & quæ movent eodem tempore, ſe habent ut ſpatia percurſa: neque enim aliter cognoſcimus velocitatem eſſe majorem in uno mobili, quàm in alio, niſi quod vi unius percurratur majus ſpatium, quàm vi alterius; modò tamen ut dixi ſint in eodem ſtatu. Nempè vel utraque velocitas ſit tota ſimul, per totum illud tempus, vel utraque ſucceſſivè producatur; neque enim benè diceremus in primo tempore, quo grave incipit moveri deorſum, percurrit unum pedem, ſecundo tria; igitur in ſecundo eſt tripla velocitas, claudicat enim comparatio, cum tota velocitas quæ eſt in primo tempore, acquiratur; in ſecundo tempore jam ſupponatur aliqua eius pars acquiſita eſſe. Sed in caſu noſtro ſuppono utramque velocitatem incipere à quiete, atque adeò utramque eſſe in ſtatu acquiſitionis aĉtualis. Quare ſicut dum videmus duo mobilia quorum unum percurrit duplum

ſpatium,

ſpatium, quàm aliud percurrat, dicimus illud duplò velociùs moveri, ita & in noſtro caſu. Quod erat oſtendendum.

Idem dicendum eſſet, ſi compararemos ſpatia percurſa æqualibus temporibua, & æqualiter à quiete diſtantibua, verbi gratia ſpatium percurſum ſecundo minuto, in uno plano, cum ſpatio peragrato item ſecuodo minuto, in alio plano.

Eadem doctrina applicanda eſt perpendiculari, & plano cuicumque, ſi ioter ſe comparentur; hoc eſt ita ſe habere ſpatium à gravi percurſum ſecundùm lineam perpendicularem, aliquo tempore determinato, incipiendo à quiete, ad ſpatium percurſum in plano inclinato æquali tempore incipiendo item à quiete, ut velocitas ad velocitatem.

COROLLARIUM I.

Ita ſe habent ſpatia decurſa in duobus planis incipiendo à quiete, ot eorum momenta, cum (*per 18. hujus*) ita ſe habeant momenta, ut velocitatea.

COROLLARIUM II.

Spatia decurſa in duobus planis, eodem tempore incipiendo à quiete, ſe habent reciprocè cum planorum longitudinibus, ſi eandem habeant altitudinem.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Momentum velocitas ponderis, & ſpatium peragratum aliquo tempore determinato, incipiendo à quiete, ita ſe habet ad momentum, velocitatem quam haberet ſi perpendiculariter caderet, & ad ſpatium quod liberè percurreret eodem tempore; ut ſinus anguli talis plani cum horizonte, ad ſinum totum.



Sit planum AB, BC horizon, ABC angulus quem comprehendit planum illud cum horizonte. Dico primò momentum quod habet grave quodcumque in plano AB, ita ſe habere ad momentum quod haberet ſi deſcenderet liberè per lineam perpendicularem, ſicut ſinua anguli ABC ad ſinum totum. Ducatur perpendicularis AC.

Demonſtr. (*Per 3. hujus*) ita eſt momentum gravis conſiſtentia io plano AB, ad momentum quod haberet in AC, ſicut AC ad AB: ſed (*per primam tertij Trigonom.*) ita eſt AC ad AB, ſicut ſinua anguli ABC, ad ſinum totum. Nam intervallo BA deſcribatur circulus AB, in eo eſt ſinua totus, & AC ſinus rectus anguli ABC. Vel item ot tangens anguli ABC, ad ſecantem ejuſdem, quod eſt manifeſtum ſi circulua deſcriberetur intervallo BC.

Vel denique deſcripto circulo, ex puncto A ut centro intervallo AC; AC erit ſinus totus, & AB ſecans anguli BAC, qui dicitur angulus inclinationis.

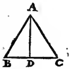
Dico ſecundò eodem modo ſe habere velocitatem, quam obtinet in plano AB, ad eam, quam obtineret, in perpendiculari, nempe ut ſinus anguli ABC, ad ſinum totum; cùm (*per 16. huius*) velocitas in plano, ad velocitatem in perpendiculari ſe habeat, ut momenta.

Denique idem dicendum eſt de ſpatio percurſo in plano inclinato aliquo tempore, ad ſpatium percurſum eodem tempore perpendiculariter, nam (*per undecimam hujus*) ita ſe habent ſpatia hoc modo percurſa, ſicut velocitates.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Ut ſinus anguli quem facit planum cum horizonte, ad ſinum anguli alterius plani, ita momentum, ad momentum; velocitas, ad velocitatem; & ſpatia percurſa iiſdem temporibus, incipiendo utrobique à quiete.



Sint duo plana AB, AC; dico ot ſinus anguli ABC ad ſinum anguli ACB, ita eſſe momentum ponderis in AB exiſtentia, ad momentum ponderis conſiſtentis in AC, & ita eſſe velocitatem ad velocitatem & ſpatium percurſum &c.

Demonſtr. (*Per primam tertij Trigonometria*) ut AC ad AB ita ſinus anguli ABC ad ſinum anguli ACD: nam in omni triangulo ita ſunt latera, ut ſinus angulorum oppoſitorum. Sed (*per 5. hujus*) ut AC ad AB, ita eſt momentum in AB, ad momentum in AC, & (*per 18. hujus*) ut momenta ita velocitates, & (*per 19. hujus*) ut velocitatea ita ſpatia peragrata temporibus æqualibus, incipiendo à quiete; igitur hæc omnia ita ſe habent, ut ſinua angulorum quos faciunt plana cum horizonte.

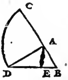
Alia demonſtratio. Ducatur perpendicularis AD, momentum AB ad momentum in AD ſe habet (*per præcedentem*) ut ſinus anguli B, ad ſinum totum, & per eandem ut ſinus totus ad ſinum anguli C, ita momentum in AD ad momentum in AC; ergo ex æqualitate, ita eſt momentum, velocitaa, ſpatium percurſum in AB, ad momentum, velocitatem, aut ſpatium percurſum in AC; ut ſinua anguli B, ad ſinum anguli C. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Planum invenire in quo velocitas ſit minor, velocitate quam obtineret grave in dato aliquo plano, in quacumque ratione; aut etiam major, modo non ſuperet velocitatem gravis, perpendiculariter moti.

Sit datum planum A B, in quo grave deſcendat quacumque velocitate, quæritur planum in



quo idem grave moveatur quâcumque velocitate minori, & etiam majori, modò non excedat velocitatem, quam haberet idem grave, in perpendiculari. Fiat ut velocitas quam habet grave in plano AB, ad velocitatem quæſitam, ita linea CA ad AB; ducatur item horizontalis linea BD, tum ex puncto A intervallo A C, deſcribatur circulus, qui ſecet horizontalem BD in puncto D, ſecabit autem eam modo non quæratur velocitas major quam quæ iovenitur in perpendiculari AE, modò enim minor ſit, cùm velocitas in AB ad velocitatem in AE, (*per* 16.) ſit ut A E, AB, ſit autem ejuſdem velocitatis io A B, ad minorem quæſitam major proportio, quàm quæ eſt ad majorem quæ in A E, erit igitur major proportio A C ad A B, quam A E ad A B, quare AC major eſt, quàm A E, ideoque circulus ex A intervallo A C deſcriptus, ſecabit B D, in puncto D. Ducatur planum AD, dico velocitatem in plano A D eſſe velocitatem quæſitam.

Demonſtr. Eſt A C ſeu A D illi æqualis ad AB, ſicut velocitas in AB ad velocitatem quæſitam; ſed ut AC ad AB, (*per* 18. *hujus*) ita velocitas, quam habet grave in AB, ad velocitatem quam habet in AD, igitur velocitas quæ eſt io AD eſt velocitas quæſita.

Quod diximus de velocitate, intelligendum etiam eſt de momento, & de ſpatio percurſo eodem tempore, incipiendo à quiete: verbi gratiâ in plano AB percurrat duos pedes, intra primum ſemiminutum ſecundum, ſi velim planum in quo percurrat unum pedem eodem tempore, incipiendo ſemper à quiete, vel tres pedes, quatuor, non autem plures quam quatuor cum quadrante, quos grave percurrit intra idem tempus, dum deſcendit perpendiculariter.

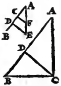
PROPOSITIO XXII.

Problema.

Dato plano inclinato, aſſignare quam eius partem percurrit grave, interea dum aliud ipſi æquale, quodcunque ſpatium perfecerit in perpendiculari.

Sit planum inclinatum AB, in quo moveatur grave incipiendo à quiete, in puncto A, quæritur ad quam eius partem pervenerit, interea dum aliud grave illi æquale incipiendo à quiete, movetur in perpendiculati per ſpatium AC. Ducatur horizontalis C B, item ex puncto C ducatur ad B perpendicularis CD, aſſero mobile perveniſſe in D, interea dum aliud pervenit ad punctum C.

Demonſtr. Spatia percurſa in plano inclinato, & perpendiculari (*per* 20. *hujus*) ſe habeot ut ve-



locitates; velocitates autem ut momenta, (*per* 16.) momenta reciprocè ut longitudines. Igitur ita eſt ſpatium percurſum in perpendiculari, nempè AC ad ſpatium percurſum in plano inclinato, ut AB ad AC: ſed ut AB ad AC, ita AC ad AD. Cùm enim triangula A C B, A D C, rectangula ſint, & habeant angulum A communem, æquiangula erunt, & (*per* 4. 6. *Eucl.*) ita erit AB hypothenuſa, ad AC, oppoſitam angulo B, in triangulo ABC; ſicut A C hypothenuſa in triangulo A D C, ad A D, oppoſitam angulo ACD, æquali angulo B: igitur erit AC ad AD; ſicut AC, ſpatium percurſum in perpendiculari, ad A D ſpatium percurſum in plano; igitur AD eſt illud ſpatium. Quod demonſtrandum erat.

COROLLARIUM.

Si fiat ut ſinus totus ad ſinum anguli, quem comprehendit planum inclinatum, cum horizonte, ita ſpatium percurſum in perpendiculari ad quartum, illud erit erit ſpatium quod percurritur in plano: & hoc (*per* 20. *hujus.*)

Converſa hujus propoſitionis eſt etiam manifeſta; ſi enim quis cognito ſpatio AD, quod percurritur in plaoo dato, requirat ſpatium, eodem tempore in perpendiculari percurſum: per punctum D ducatur perpendicularis DC, quæ ſecabit perpendicularem AC in puncto C; dico AC, eſſe ſpatium percurſum.

Quæ ratio inveſtigandi ſpatij, non tantùm valet, pro ſpatiis à quiete incipientibus; ſed etiam pro aliis quibuſcumque, modò ſciatur à quo puncto inceperit moveri. Sit enim pariter planum AB, quæraturque quodnam ſpatium percurrerit aliud grave, quod ſimul motum eſt in perpendiculari, interea dum illud movetur per ſpatium CD, ſed neceſſe eſt ut dixi, cognoſci initium motûs, quod ſit punctum A. Ducatur ex A linea verticalis A E, item ad A B, ducantur in punctis D & C perpendiculares C F, D E; dico F E, eſſe ſpatium quod interea percurritur in perpendiculari.

Et hoc eſt manifeſtum modò utrumque mobile inceperit moveri ex puncto A.

PROPOSITIO XXIIII.

Problema.

Dato ſpatio percurſo, in uno plano, incipiendo à quiete; aſſignare ſpatium, quod interea percurritur, in alio plano.

Sint

Sint plana AB, AC quæ conjungantur, & in plano AB ſit ſpatium AB, quod percurritur; quæ-

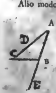


ritur ſpatium quod intereà percurretur in plano AC, ab eodem, aut æquali pondere. Ducatur linea perpendicularis, ſeu verticalis AD, tum in puncto B, ad AB ducatur perpendicularis BD, attingens lineam verticalem in puncto D, & ex puncto D ad AC ducatur perpendicularis DC; dico ſpatium AC intereà percurri.

Demonſtratio. (*per precedentem*) intereà dum in plano AB, percurritur ſpatium AB, in perpendiculari percurretur ſpatium AD, & intereà dum in perpendiculari percurritur ſpatium AD, (*per eandem*) in plano AC percurretur ſpatium AC; ergo intereà dum in AB percurritur ſpatium AB, in AC percurritur ſpatium AC.

Vel ſi fiat ut ſinus anguli quem facit planum AB cum horizontali, ad ſpatium quod percurritur in AB, ita ſinus anguli quem comprehendit planum AC cum horizontali; ad 4. habebitur ſpatium quod percurretur in AC.

Alio modo idem haberi poteſt, ſint duo plana AB, AC, quæritur in AC punctum ad quod perveniet mobile, cum aliud mobile attigerit punctum B. Ductâ horizontali BC, fiat ut AC ad AB, ita AB ad AD; dico punctum D eſſe illud quod quæritur.



Demonſtratio. Tempus quo percurritur AC ad tempus quo percurritur AB, eſt (*per* 18) ut AC ad AB, ſeu ut AB ad AD, ſed tempus quo percurritur AC, ad tempus quo percurritur AD, eſt in ſubduplicatâ ratione linearum AC ad AD, (*per* 13.) nempè ut AB ad AD; ergo tempus quo percurritur AC, eodem modo ſe habet, ad tempus quo percurritur AB; & ad tempus quo percurritur AD; ergo hæc tempora æqualia ſunt.

Idem oſtenderetur ſi linea AB perpendicularis eſſet.

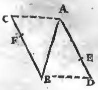
Denique ſi quærendum punctum in AB producta, ad quod perveniat mobile, intereà dum percurritur AC; fiat ut AB ad AC, ità AC ad AE: dico punctum E eſſe illud quod quæritur.

Demonſtr. Ut AB ad AC, ita tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AC, (*per* 18.) ſed ut AB ad AC, ita tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AE, nempè in ſubduplicata ratione ſpatiorum AB, AE, (*per* 15.) ergo tempora AC, AE ſunt æqualia, quod erat demonſtr.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Datis duobus planis, aſſignare punctum in alterutro, à quo grave perveniat eodem tempore ad concurſum quo in alio plano ad illum pervenit.



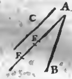
Sint duo plana AB, CB, ſitque in CB aſſignandum punctum F, à quo grave perveniat in B, eodem tempore quo grave percurrit AB. Per A ducatur planum AD, plano CB parallelum, & (*per præcedentem*) inveniatur punctum E, ad quod perveniat mobile eodem tempore quo percurritur AB, fiat FB, æqualis lineæ AE, dico punctum F eſſe illud quod quæritur.

Demonſtr. Cum plana AD, FB ſint æqualiter inclinata, utpote parallela; gravia in iis ſimiliter movebuntur, ergo temporibus æqualibus percurrent lineas æquales AE, FB.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Dato tempore quo grave percurrit unum planum, invenire tempus, quo aliud planum percurret.



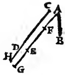
Sit planum AB, quod percurratur intrà minutum ſecundum, ſitque quærendum tempus intrà quod percurratur planum C. Fiat per punctum A planum AD, plano C parallelum, & æquale, & (*per præcedentes*) in eo quæratur punctum E, ad quod mobile perveniat, intereà dum percurritur AB. Inter AE, & AD, quæratur media proportionalis AF; dico tempus quo percurritur AB, aut AE; ſe habet ad tempus quo percurritur AD, ut AE ad AF.

Demonſtr. Tempus quo percurritur AE, aut AB ad tempus quo percurritur AD, eſt in ſubduplicata ratione lineæ AE ad AD, ſeu ut AE ad AF. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Dato tempore, quo grave percurrit ſpatium quodcunque in plano inclinato, aut in perpendiculari; aſſignare ſpatium percurrendum, in alio plano quocunque tempore.



Sit ſpatium A B in plano inclinato, aut in perpendiculari, quod dato tempore verbi gratiâ minuto ſecundo percurratur; quæritor ſpatium quod percurretur tribus minutis in plano CD.

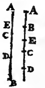
Plano CD ducatur planum parallelum AG, in quo (*per praecedentes*) quæratur punctum F, ad quod grave perveniat, intereà dum percurrit AB: fiat ut unum minutum ad tria minuta, ita AF ad AE; ut AF ad AE, ità AE ad AG; ſintque AG, CH æquales. Dico intrà tria minuta percurrendum ſpatium CG.

Demonſtr. Cum AF & AE eodem tempore percurrantur, hoc eſt intra minutum, & ſit ut AF ad AE, ut unum minotum ad tria, item ſit ut AF ad AE, ita AE ad AG; erit AF ad AG in duplicata ratione unius minuti ad tria minuta; quare (*per 15*) intrà tria minuta percurretur AG, & CH illi æqualis, in plano parallelo quod erat faciendum.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Dato tempore quo percurretur aliqua linea, aſſignare tempus, quo percurritur aliqua ejus pars.



Sit datum tempus, quo percurritur AB, ſitque aſſignata ejus portio CD cujus quæritur tempus. Quæratur tempus quo percurritur AC, item tempus, quo percurritur AD; ſi minus ex majori ſubducatur, habebis iotentum. Hoc eſt inter AB, & AC quæratur media proportionalis AE, erit tempus, quo percurritur AB, ad tempus quo peragratur AC, ut AB ad AE (*per 15.*) idem faciendum circa lineam AD.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Æqualis velocitas acquiritur, per planum inclinatum, ac per ejus perpendicularem.

Sit planum ioclinatum AB, ſitque linea horizontalis BC; & linea perpendicularis AC.



Dico ſi grave cadat per totum planom AB, æqualem acquiret impetum aut velocitatem, quam habuiſſet percurrendo perpendicolarem AC, hoc eſt cadendo ex A in C. Ex puncto C ad A B ducatur perpendicularis CD.

Demonſtr. Velocitas acquiſita per deſcenſum ex A in C, ad velocitatem acquiſitam per AD, eſt ut A B ad AC, (*per 19.*) cum AC & AD eodem tempore percurrantur (*per 23.*) Sed pariter velocitas acquiſita per totam AB, ad velocitatem acquiſitam per AD, eſt ut AB ad AC, nempè in ſubduplicata ratione AB ad AD; quare velocitas per AB, & velocitas per AC, eodem modo ſe habent ad velocitatem per AD; ergo ſunt æquales; ſunt enim AB, AC, AD, proportionales.

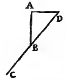
COROLLARIUM.

Grave cadens per plana inclinata, idem perpendiculum habentia, eandem habet velocitatem. Quare perinde eſt ſecluſis accidentibus, quomodocumque inclinentur plana, per quæ aqua decurrit in machinis hydraulicis.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Si grave perpendiculariter motum, continuet motum ſuum ſuper plano inclinato, eodem modo movebitur, ac ſi in plano inclinato ſemper motum fuiſſet, initio ducto ab eadem horizontali.



Grave cadat perpendiculariter, ſecundùm lineam AB; continuetque ſuum motum per planum inclinatum BC, producatur planum CB, donec occurrat horizontali lineæ AD. Dico grave eodem modo movendum eſſe per planum BC, ac ſi motum fuiſſet per BD.

Demonſtr. Si grave motum eſſet ex D in B, eandem haberet velocitatem quam habet, dum perpendiculariter movetur, ex A in B (*per 19.*) & eandem in utroque caſu habet diſpoſitionem, ad producendum novum impetum, cum inſiſtat eidem plano, in puncto B; igitur eodem modo moveri debet.

COROLLARIUM I.

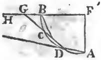
Sequitur item eundem impetum acquiri in C, ſive moveatur per ABC, ſive moveatur, per DC.

COROLLARIUM II.

Si pendulum moveatur per arcum, uſque ad lineam directionis, eundem impetum, ſeu velocitatem acquiret, ac ſi rectà cecidiſſet per ſinum ejus verſum. Sit pendulum quod per arcum AB, moveatur cujus ſinus verſus AF; dico eo motu eandē acquiri velocitatem, ac ſi cecidiſſet per FA,

diviſo

diviso enim arcu in quotlibet partes, intelli-



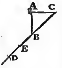
gantur plana CB, CD, DA, eodem modo movebitur per plana BCD, ac ſi motum fuiſſet per planum GCD, G per eandem, eodem modo quoad velocitatem movetur per GCDA, ac per HDA, ſed ſi motum fuiſſet per HDA, eandem acquiſiviſſet velocitatem io puncto A, ac ſi cecidiſſet per FA. Ergo mobile motum per BCDA, eandem acquirit velocitatem ac per FA. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Si grave perpendiculariter deſcendens, continuet motum ſuum, in plano inclinato; aſſignare ſpatium, quod in eo percurret, æquali tempore, quo percurret perpendicularem.

Grave qoodcunque deſcendat pet AB, ſpatio unius uoius ſecundi, continuetque motum ſuum, in plano inclinato BD, quæritur in BD ſpatium, quod percurretur ſequenti ſecundo. Ducatur hotizontalis AC, fiatque BE æqualis lineæ AB, fiatque ut BC ad BE, ita CE ad CD, dico ſpatium BD percurrendum ſequenti minuto ſecundo.



Demonſtr. Eodem modo movetur mobile pet AB, deſcendens, & continuans motum io BD, ac ſi motum fuiſſet in BC. (*per* 29.) ponamus motum eſſe per BC tempus quo percuttitut BC, ad tempua quo percurritur CD, eſt ut CB ad CE, in ſubduplicatâ ſcilicet tatione ſpatiorum. Ergo dividendo tempus quo percurritut BC, ad tempus quo petcorritut BD, erit ut BC ad BE, aut ad AB illi æqualem: ſed tempus quo percurritur BC, ad tempus quo percurritur AB (*per* 18.) ſe habet ut BC ad AB, quate eodem tempore petcurretur AB & BD, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

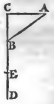
Idem accideret etiamſi AB perpendicularis non eſſet; ſed eſſet aliud planum inclinatom incipiens tamen ab eadem linea horizontali AC.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Dum grave deſcendens per planum inclinatum, continuat motum ſuum perpendiculariter, aſſignare ſpatium decurſum in perpendiculari, æquali tempore quo percurrit planum inclinatum.

Grave quodcunque feratur natutali motu, per planum inclinatum AB, deinde continuet motum ſuum, ſecundum perpendicularem BD, quætitur quantum ſpatium percurrat in perpendicolari, æquali temporo, quo petcurrit AB. Ductâ horizontali AC, fiat BE, æqualis ipſi AB, fiatque ut CB ad CE, ita CE ad CD, dico mobile movendum eſſe per BD, æquali tempore quo motum eſt per AB.



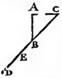
Demooſtr. Eandem velocitatem acquirit mobile per AB, ac ſi motum eſſet per CB (*per* 29.) ſi deſcendiſſet per CB, tempus quo percurrit CD, eſt ut CB ad CE, in ſubduplicata ſcilicet ratione ſpatiorum, ergo dividendo tempus, quo petcurrit CB, ad tempus quo percurrit BD, erit ot CB, ad BE, aut ad AB illi æqualem: ſed pariter tempus quo petcurritut CB ad tempus quo percurritur AB, eſt ut CB ad AB (*per* 18.) igitur tempora qoibus percurruntot AB & BD, ſunt æqualia; quod erat demooſtrandum.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Dum grave movetur perpendiculariter, tum continuat motum ſuper plano inclinato, per aliquod ſpatium, invenire tempus, quo tale ſpatium percurrit.

Moveatur grave pet lineam petpendicularem AB, intrà minutum ſecuodum, tum continuet motom in plano ioclinato BD, quæritur quantum temporis impendat in petcurrenda BD. Ducatur borizontalis AC, quæraturque media proportionalis CE, inter CB, & CD. Dico unum minutum ſecundum ſe habete ad tempus, quo percurritur BD, ſicut AB ad BE.



Demonſtratio. Grave deſcendens per AB, ita movetur per BD, ac ſi deſcendiſſet per CB, (*per* 29.) ſed ſi deſcendiſſet per CB, tempus quo percutrit CB ad tempus quo percurrit BD, eſt in ſubduplicata ratione lineæ CB ad BD, ſeu ut CB ad BE; ſed (*per* 18.) tempus quo percurritut AB ad tempus quo petcurritur CB, eſt ut AB ad CB; ergo ex æquo, tempus quo percurritut AB ad tempus quo petcurritut BD, etit ut AB ad BE, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

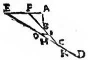
Paritet ſi grave moveatur petpendiculariter, tum per planom inclinatum, datumque ſit utrumque tempos, inveniemus ſpatium petcurſum in plano inclinato.

PROPO

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Gravi delato ſucceſſivè, in pluribus planis inclinatis; aſſignare tempus quo in ſingulis movetur.



Moveatur grave per plana inclinata AB, BC, CD, quæritur tempus quod inſumptum eſt, in ſingulis percurrendis, modò ſciatur tempus quo percurrit AB: ducatur horizontalis AE, producanturque CB, DC in F & E: quæratur inter FB & FC, media proportionalis FI, item inter EC & ED media proportionalis EK, ductâque horizontali IO, fiat ut EC ad EK, ita EO ad EH. Dico tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur BC, eſſe ut AB ad BI, & ad tempus quo percurritur CD, eſſent AB ad OH.

Demonſtr. Prima pars nempè tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur BC, eſſe ut AB ad BI, jam probata eſt in ſuperioribus: & ad tempus quo percurriſſet FB, ut AB ad FB; ergo tempus AB ad tempus FC, erit ut AB ad FI. Eſt autem tempus quo percurritur FC, ad tempus quo percurreretur EC, ut FC ad EC, ſeu *(per 4.6.)* ut FI ad EO; & tempus quo percurritur EC, ad tempus quo percurritur ED, ut EC ad EK, ſeu ut EO ad EH. Quare tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur ED, eſt in continua ratione linearum AB, FI, EH; & dividendo; Idem tempus quo percurritur AB ad tempus quo percurritur BC & CD, erit ut AB ad BI & OH hoc eſt in hypotheſi, quod AB ſumatur tanquam menſura temporis quo percurritur AB, erit BI menſura temporis quo percurritur BC & OH menſura temporis quo percurritur CD. In quo videtur mihi Ballianus hallucinatus eſſe, qui CK ſumit, pro menſura temporis quo percurritur CD.

COROLLARIUM.

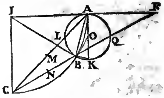
Datis pluribus lineis in quadrante circuli, aſſignabimus tempora, quibus percurruntur.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Grave naturali motu, velociùs fertur ad idem punctum, duabus lineis; quàm unâ; modò prima magis accedat ad perpendicularem deorſum; Et tres illæ lineæ poſſint inſcribi ab imo quadrantis ad horizontem Recti in dicto quadrante.

Sit grave quod deſcendat ex puncto A per plana ABC deſignata per rectas AB, BC, AC quæ poſſint inſcribi ab imo C quadrantis CAI ad horizontem Recti, in dicto quadrante; ſitque AB magis ad perpendiculum AK, quam AC, & quam BC; Dico breviori tempore percurrenda plana AB, BC quam planum AC.



Demonſtr. Ducatur horizon AFI; cui ſint perpendiculares AK, IC; ſit BK perpendicularis BA, deſcribatur ſemicirculus ABK, ſecans AC in L; ſit AM media proportionalis inter AC & AL; ſit quoque FN proportione media inter FC, FB.

Si tempus deſcenſus per AC eſt AC, tempus deſcenſus per AL, [b] ſeu per AB, erit [a] AM; & tempus continuati decurſus per LC erit MC; tempus autem deſcenſus per FC erit [c] FC; & tempus deſcenſus per FB erit [a] FN; hinc tempus continuati decurſus per BC, ſive mobile veniat ex F per FB, ſive veniat ex A per AB, erit BN.

[a] Pa.5. lib.1. Stati. [b] Pa.18. Libr.3. Stat. [c] Pa.17. Lib.3.ſta.

Ergo ſi tempus deſcenſus per AC, ſeu per AL, & LC, ſit AC, ſeu AM, plus MC; tempus deſcenſus per AB & per BC, erit AM, plus NC.

Sed NC eſt minor quam MC, ut probabitur, ergo tempora AM, MC erunt ſimul majora, quam tempora AM, NC, ſimul ſumpta; hoc eſt tempus deſcenſus per AC majus erit quam tempus deſcenſus per AB & BC. q. e. p.

Probabitur jam cum Galilæo CM majorem eſſe quam CN; quia CL major eſt quam CB, uti mox oſtendetur, AL vero minor eſt, quam BF, ex hypotheſi; ergo major eſt ratio CL ad LA [d], quam CB ad BF; & componendo major CA ad AL [e] quam CF ad FB; hoc eſt major quadrati CM ad quadratum ML, quam quadrati CN ad quadratum NB; hinc major CM ad ML, quam CN ad NB. Et componendo major CL ad LM [e] quam CB ad BN, & permutando major totius CL ad totam CB quam ablatæ ML ad ablatam NB; & ideò multò major reſiduæ CM ad reſiduam CN [f], quam totius CL ad totam CB. Sed tota CL major eſt quam CB, uti jam venit probandum, ergo CM potiori jure major erit quam CN. Quod autem CL ſit major quam CB, ſic probatur; ductis radiis OB & IB, IA tangit [g] circulum ALB in A, ex hypotheſi; IB tangit [g] eumdem circulum in B, quia anguli IAB, BAO, componentis angulum rectum IAO ſunt [h] æquales angulis IBA, ABO componentis angulum IBO, qui erit quoque rectus.

[d] Pa.8. lib.5. Eucl. [e] Pa.18. ibidem. [f] Pa.33. libr.5. Eucl. [g] Pa.16. lib.3. Eucl. [h] Pa.5. lib.1. Eucl.

Angulus IBC inſiſtens arcui majori quam quadrans, major eſt quam angulus CAI inſiſtens aut quadranti, aut arcui minori quam quadrans: Ergo arcus BKQ [k], [i], major arcu AL; hinc recta BQ [k], [i], [l], [m] major & propior centri O, quam recta AL; ergo viciſſim [m] CL major quam CB; quod erat ultimò probandum.

[i] Pa.33. lib.6. Eucl. [k] Pa.32. lib.3. Eu[cl.] [l] Pa.15. lib.3. Eu[cl.] [m] Pa.8. lib.3. Eu[cl.]

PROPO

Digitized by Google

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Si ut priùs mobile feratur per tria plana, citius feretur, at per unum.

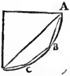
Feratur grave ex A in D, per tria plana AB, BC, CD, dico citiùs ferri per ABCD, quam per AD.

Demonſtr. Velociùs fertur per ABC, quam per AC. (*per præcedentem*) Item velociùs per ACD, quam per AD; igitur velocius feretur per ABCD, quàm per AD, & per plura, quam per pauciora.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

In quadrante inferiori, velociùs feretur mobile, quàm per planum inclinatum.



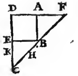
Feratur mobile per circumferentiam quadrantis, dico velociùs in illa movendum eſſe; quam per planum inclinatum unicum.

Demonſtr. In peripheria grave movetur per plura plana inclinara: igitur velociùs movetur, quàm ſi per planum inclinatum AD.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Grave plus temporis impendit, ut deſcendat per duo plana inclinata, aut per lineam perpendicularem, & planum inclinatum, quam per ſolam perpendicularem.

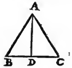


Grave deſcendat per ABC, dico plus temporis inſumi, quam ut deſcendat per ſolam DC. Sit DE æqualis lineæ AB, ſitque FH, media proportionalis inter FB, & FC; item DK media proportionalis inter DE & DC, eritque ut DE ad DK, ita tempus quo percurritur DE aut AB, ad tempus quo percurritur DC; & dividendo ut DE ad EK, ita tempus, quo percurritur DE, ad tempus quo percurritur EC, & (*per* 27.) BH erit ut ita dicam, tempus quo percurritur BC. Cùm autem FC ad CD, ſit ut FB ad AB aut ED, pariter erit ut FC ad CD ita FH media proportionalis, ad DK: quare ſicut FC, major eſt, quàm DC, ita FH major erit quam DK, & BH major, quàm EK. Unde cum tempus quo percurritur AB aut DE; ad tempus quo percurritur ABC, ſit ut AB ad ABH; item cum tempus quo percurritur DE, ad tempus quo percurritur DC; ſit ut DE ſeu AB, ad DK minorem; minus erit tempus quo percurritur DC quàm quo percurritur ABC; quod erat demonſtrandum.

PAOPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

Gradus velocitatis ejuſdem mobilis ſupra plana inclinata moti, ſunt æquales; cum eorumdem planorum perpendicula ſunt æqualia.



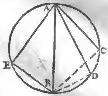
Sint duo plana AB, AC diverſimodè inclinata, ferantur que duo mobilia, ſuper utrumque incipiendo à quiete in puncto A, ſitque idem utriuſque perpendiculum AD; dico eandem acquirendam velocitatem in B, ac in C.

Demonſtr. Æqualis acquiritur velocitas per AB, ac in perpendiculari AD, (*per* 29.) pariter eandem acquirit velocitatem mobile, dum fertur per AC, ac dum deſcendit per AD: igitur eadem eſt velocitas in AB, ac in AC; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

Si ex puncto quietis, ducatur perpendicularis, quæ fiat diameter circuli; dico omnia plana, a tali puncto, ad circumferentiam circuli ducta percurri eodem tempore.



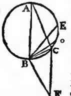
Ex puncto quietis A, ducatur perpendicularis AB, circa quam deſcribatur circulus, dico plana AC, AD, AE, eodem tempore percurri.

Demonſtr. Oſtendimus (*in* 13 *huius*) eodem tempore percurri AC & AB, cum angulus ACB in ſemicirculo rectus ſit, (*per* 31. 3. *Eucl.*) dem oſtendemus in AD aut AE: ergo eodem tempore percurruntur plana AE, AC, AD, quo perpendicularis; ergo eodem tempore ſingula percurruntur.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Si linea perpendicularis, fiat diameter circuli, dico omnia plana, deducta circumferentia circuli ad ejus punctum infimum, æquali tempore percurri.



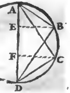
Linea AB verticalis, fiat diameter circuli, & ex circumferentia ejuſdem circuli, ducantur plana BC, BD, BE. Dico ſi eodem tempore demittantur gravia per AB, EB, DB, CB, fore ut eodem tempore perveniant ad punctum B. Ducatur linea BF perpendicularis ad BC, item ducatur linea CF verticalis, donec occurrat linea BF, conjungatur item linea AC.

Demonſtratio. ABC, BFC, ſunt triangula æquiangula, & æqualia, cum enim AB, CF ſint lineæ parallelæ erunt anguli alterni FCB, CBA, æquales; ſunt item æquales anguli recti, nempè FBC qui eſt rectus ex conſtructione, & ACB, qui eſt in ſemicirculo. Latus item BC commune eſt utrique triangulo, quare (*per* 21. 1. *Eucl.*) lineæ AB, CF, ſunt æquales; ſed CB, talis eſt ut dum eam percurrit grave, aliud grave illi æquale percurrat lineam verticalem CF; (*per* 23. *hujus*) igitur interea dum percurretur diameter AB, percorretur planum inclinatum CB. Idem oſtendam de aliis planis DB, EB; ergo tantum temporis impenditur in percurrendo plano CB, quantum in DB, aut EB, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Si à ſupremo puncto circuli, duo gravia ad imum punctum ejuſdem, per duplex planum ad circumferentiam uſque perveniant, illud citius perveniet, cujus planum majus erit.



Duo gravia, vi gravitatis ſuæ procedant ex A, ſupremo circuli puncto, ad D infimum; unum quidem per plana AB, BD, aliud verò per plana AC, CD; dico grave quod per AC, CD progreditur; velocius ferri. Ducantur lineæ perpendicolares BE, CF.

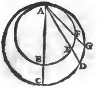
Demonſtratio. Eodem tempore gravia feruntur per AB, AC, perveniuntque ſimul in B, & C (*per* 40. *hujus*) ſed majorem acquirit impetum ſeu velocitatem quod deſcendit per AC. Nam dum pervenit in C, (*per* 21. *hujus*) æqualem habet velocitatem, ac ſi deſcendiſſet per AF: in B verò, ac ſi deſcendiſſet per AE, (*per* 41. *autem hujus*) ſi mobilia incipiant à quiete nullamque acquirant velocitatem, æquali tempore percurrent plana BD, CD; ergo ſi præſupponitur in C jam acquiſita major velocitas, quàm in B, velociùs percurretur CD, quàm BD.

Fateor quidem rem in praxi difficilem, eò quòd ſi ferrentur gravia per AE. AC, difficile ſit mutare directionem motûs, quin velocitas aquiſita multum minuatur, aut etiam ferè tota pereat. Cum enim anguli ABD, ACD ſint recti, utpote in ſemicirculo, planum BD opponitur directè motui AB, ſicut CD motui AC; ſed loquor in ſenſu abſtracto nempe, ita ut conſervetur prior impetus.

PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Si in eodem puncto ſupremo, plures circuli ſe interius tangant; & ab eo ducantur plurima plana utrumque circulum ſecantia: partes interceptæ inter circulos æquali tempore percurrentur, ſi à puncto ſupremo motûs initium fiat.



Sint duo circuli AFB, AGC, ſe tangentes interiùs in puncto ſupremo A, hoc eſt linea AC per utriuſque centrum tranſiens ſit verticalis, ducantur item plana AFG, AED, utrumque circulum ſecantia: ſi initium motus ſit punctum A, duoque gravia motu naturali deſcendant per AG, AD; dico partes FG, ED, interceptas inter duos circulos æquali tempore percurri.

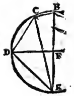
Demonſtratio. (*per* 40. *hujus*) æquali tempore percurruntur AG, AD, item AF, AE; ergo & eodem tempore percurruntur FG, ED, quod erat demonſtrandum.

Eodem modo probarem ſi circuli interiùs ſe tangerent in puncto infimo lineæ verticalis, idem accidere; nempe ſegmenta planorum inter circulos intercepta æquali tempore percurri.

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

Grave Naturali motu deſcendens per circumferentiam quadrantis inferioris; eam breviori tempore percurrit, quam idem grave percurreret diametrum.



Grave quodcumque percurrat circumferentiam quadrantis DE, cujus diameter ſit BE, & aliud grave ipſi æquale percurrat diametrum BE, dico citiùs, ſeu breviori tempore, percurri circumferentiam DE, quàm diametrum BE.

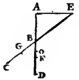
Demonſtrat. (*per* 41.) eodem tempore percurritur BE quo linea DE: ſed (*per* 37.) citiùs percurritur arcus DE quam linea BE: ergo breviori tempore percurretur circumferentia DE, quàm diameter BE.

Idem oſtendo de minori quam DE, quadrante ſcilicet inferiore, non autem de circumferentia quadrantis ſuperioris: licet enim oſtendere poſſim eodem tempore quo percurritur CE, percurri lineam BE, non poſſum tamen oſtendere citiùs percurri circumferentiam CDE, propter mutationem inclinationis.

PROPOSITIO XLIV.

Theorema.

Mobile motum ſecundum perpendicularem, ſi motum continuet in plano inclinato, lentiùs in eo movebitur, quàm ſi motum continuaſſet in perpendiculari.



Sit mobile A motum in perpendiculari AB, quod continuet motum in plano inclinato BC; ſitque BD æqualis ipſi BC; dico breviori tempore percurrendam BD quàm BC. Ducatur horizontalis AE.

Demonſtratio. Ut BE ad AB, ita tempus quo percurritur BE ad tempus quo percurritur AB; ſed BE major eſt quàm AB; igitur tempus quo percurritur AB, minus eſt tempore quo percurritur BE. Quæratur inter EB, EC media proportionalis EG, & inter AB, AD media proportionalis AF. Cum ſit major ratio EB ad BC quam AB ad BC, aut ad BD illi æqualem, componendo erit major ratio EC ad BC quam AD ad BD; ſed BD ad AB minorem majorem habet rationem, quàm CB ad BE; igitur ex æquo, eſt major ratio AD ad AB, quam CB ad BE. Et viciſſim minor ratio AB ad AD, quàm BE ad CE; & ſubduplicatæ earum eodem modo ſe habebunt: ergo minor eſt ratio AB ad AF, quam BE ad EG; ſed ut AB ad AF, ita tempus quo percurritur AB ad tempus quo percurritur AD; & ut EB, ad EG, ita tempus quo percurritur EB ad tempus quo percurritur EC: ergo major eſt ratio temporis majoris AC, ad tempus AD; quàm temporis BE ad tempus EC. Et dividendo major eſt ratio temporis AB ad tempus BD; quàm temporis majoris BE, ad tempus BC. Igitur tempus BC majus eſt quam tempus BD; ſeu tempus quo percurritur BC, majus eſt tempore quo percurritur BD; quod erat demonſtrandum.

Idem oſtendere poſſumus in plano inclinato; hoc eſt ſi aliquandiu mobile feratur in plano inclinato, deinde continuet motum in plano minus inclinato.

COROLLARIUM.

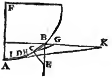
Sequitur ex eo, plus temporis inſumi in percurrendo arcu æquali ſemidiametro, quàm in percurrenda ſemidiametro.

Quod eſt contra Patris Riccioli experientias, ex quibus ſequebatur, ut monui, pendulum æqualiter moveri, ſeu æquali tempore per arcum circuli, & per lineam perpendicularem.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Determinare rudi minervâ, quantùm grave moveatur perpendiculariter; intereà dum perpendiculum movetur circulariter.



Sit propoſitum pendulum trium pedum, quæritur quantum grave moveatur perpendiculariter, interea dum pendulum unam ſemivibrationem abſolvet. Proponatur autem ſemivibratio graduum 45, quæ ſit arcus AB, diviſus in tres CB, AD, DC, qui arcus ſumantur pro planis inclinatis; quæritur quantum grave moveatur in perpendiculari, interea dum aliud grave percurret plana BC, CD, DA. Ducatur ad BC perpendicularis CE.

Demonſtratio. Certum eſt (*per* 24.) quod interea dum grave percurrit planum BC, aliud grave percurret lineam BE; quam per Trigonometriam invenio majorem duabus quintis ſemidiametri AF. Idem grave in plano CD, eodem modo movebitur, ac ſi incepiſſet à puncto G, invenio autem BC ad GC ſe habere ut 2 ad 3, proximè (*per* 18. *autem hujus*) tempora lationum in diverſis planis, ſunt ut longitudines. Igitur tempus quo percurritur BC ad tempus quo percurritur CG, erit ut 2 ad 3: Ponamus tempus quo percurritur BC eſſe 60 tertia, tempus quo percurritur GC eſſet 90 tertia; eſt autem CG ad GD, ut 3 ad

ad 5, inter quas ſi quæratur media proportionalis GH, erit ferè 4, & CH ferè unius. Quare in percurrenda CD, impendentur circiter 25 tertia, & in percurrenda tota GD, 115 minuta tertia.

Rurſus linea D K eſt ferè tripla lineæ DG; igitur in ea percurrenda impendiſſet grave ferè minuta tertia 345. Eſt autem DK ſeptupla lineæ D A, & AK octupla lineæ DA. Quæratur inter DK 7, & AK 8, media proportionalis, ſeu inter 70 & 80 eritque $74 \frac{1}{2}$, eritque KD ad DI, ut 70 ad $4 \frac{1}{2}$, fiat ergo ut 70 ad $4 \frac{1}{2}$ ita 345 tertia, quibus percurretur DK, ad 22, eruntque 22 tertia tempus quo percurritur D A. Totum igitur tempus quo percurritur BCDA eſt tertiorum 107, ut habeatur duplicata ratio fiat ut 60 ad 107, ita 107 ad tertium, invenio 190. Quare ut 60 ad 190, ita linea BE quæ percurritur intra 60 tertia, ad lineam quæ percurritur intra 107 tertia, cum ſpatia ſint in duplicata ratione temporum. Sed 190 eſt numerus pluſquam triplus numeri 60: igitur linea quæ percurretur à gravi decidente perpendiculariter, interea dum aliud grave percurrit tria plana BC, CD, DA, eſt pluſquam tripla lineæ BE, quam diximus eſſe majorem duabus quintis ſemidiametri, atque adeò continebit pluſquam 6 quintas ſemidiametri.

Quæ quidem non ſunt omninò exacta, aperio tamen viam, quâ ſubdividendo arcum AB, in plures partes, ſciamus proximè, rationem motûs per arcum quemcumque, ad motum perpendicularem. Ad quod ſupponitur ab omnibus quod funependulum in ſingulis gradibus ſui quadrantis idem habeat momentum, ac in plano ſimiliter inclinato.

Cui licebit per otium, facilè erit calculum inire, omnium vibrationum majorum, & minorum, ut ſciatur tempus quod impenditur in iis perficiendis, & quantum interea moveatur in perpendiculari. Eundem calculum inivi in tribus aliis planis, ſimul ſubtendentibus arcum graduum 30 ita ut ſinguli eſſent graduum 10, invenique interea percurri in perpendiculari paulò plus quam ſemidiametrum cum quinta ejus parte.

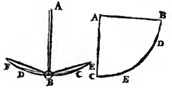
Ex quibus vides ea quæ dixi contra Patris Riccioli obſervationes ſubſiſtere, & jure meritò me illas urgere, cum ex iis ſequatur grave decidendo perpendiculariter minus moveri, quàm per ſemidiametrum penduli, & demonſtratio ferat ſemidiametrum, & inſuper unam quintam, & adhuc aliquid

PROPOSITIO XLVI.

Theorema.

Ejuſdem penduli vibrationes inæquales licet, ſunt ſaltem ſenſibiliter æquidiuturnæ.

Sit pendulum AB, cujus duæ vibrationes CBD, EBF ſint inæquales: dico pendulum in percurrendo arcu EBF, tantùm temporis ſenſibiliter impendere, quantùm in peragrando arcu CBD. Ducantur ſubtenſæ CB, DB, EB, FB.



Demonſtratio. Pendulum AB, dum percurrit arcum CB, non multum deflectit à ſubtenſa, ſeu plano BC, & dum percurrit arcum ECB, ferè percurrit planum EB, ſed (*per 38.*) æquale tempus inſumitur in percurrendo plano BC, ac in percurrendo plano BE; ergo æquali tempore perficiuntur arcus CB, & EB.

Primò addidi ferè, eò quòd arcus EB, magis deflectat à linea recta EB, quàm arcus BC. Ratio autem phyſica videtur eſſe, quod licet arcus EB major ſit arcu CB, eſt tamen magis inclinatus, & initio grave majus momentum habet, quare exceſſus unius arcûs ſupra alium, inclinatione, & conſequenter momento, ſeu celeritate compenſatur: circulus enim in puncto C magis eſt horizontalis, quam in puncto E, quadrans enim circuli virtualiter omnes inclinationes continet.

COROLLARIUM

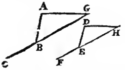
Ex hoc etiam ſequitur, quod pendulorum æqualium vibrationes ſint æquidiuturnæ, cùm nulla ſit ratio, cur unum citiùs moveatur quàm aliud; præcipuè ſi ſumantur pendula, non tantum æqualia quoad longitudinem, ſed etiam quoad gravitatem.

Præter rationem ſupra allatam ſuffragatur experientia, ſi enim duo pendula æqualia, ita ad motum incites, ut unum oſcillationes majores, aliud minores perficiat, deprehendimus interea dum majores perficiebantur 100, centum & unam minores perfectas eſſe.

PROPOSITIO XLVII.

Theorema.

Si duo gravia naturali motu ferantur ſuper duo, aut plura plana ſimiliter inclinata, & proportionalia: tempora iis percurrendis impenſa erunt in ſubduplicatâ ratione planorum.



Sint duo gravia quæ percurrant, unum quidem plana AB, BC, aliud verò plana DE, EF, ſimiliter inclinata, & proportionalia; hoc eſt, ſit AB ad DE, ſicut B C ad E F: Dico tempus quo percur-

runtur AB, BC; ad tempus quo pereurruntur DE, EF, eſſe in ſubduplicata ratione planorum AB, BC ad plana DE, EF. Ducantur horizontales lineæ A G, D H; producanturque plana C B, FE.

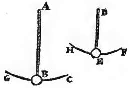
Demonſtratio. (*Per 15. hujus*) tempus quo percurritur planum AB, ad tempus quo percurritur DE, eſt in ſubduplicatâ ratione AB ad DE: ut autem AB ad DE, ita BG ad EH. Cùm enim plana AB, DE ſint ſimiliter inclinata ad horizontem, erunt anguli BAG, EDH; æquales. Pariter quia ſimiliter inclinata ſupponuntur plana BC, EF, anguli BGA, EHD æquales erunt; quare æquiangula ſunt triangula ABG, DEH, & (*per 4.6.*) erit ut AB ad DE, ita BG ad EH. Sicut autem AB ad DE; ita ſupponitur BC ad EF: igitur ut GB ad CB; ita EH ad EF, & componendo ita CG ad FH. Cum autem plana CG, FH, ſint pariter inclinata, erit tempus quo percurritur GC, ad tempus quo percurritur FH, in ſubduplicata ratione CG ad FH, hoc eſt AB ad DE: pariter tempus EH in eadem erit ſubduplicatâ ratione lineæ BG, ad EH, ſeu AB ad DE. Quare ſi percurratur totum CG & FH, non tantum tempora CG, FH, ſed etiam tempora CB, FE in eadem ratione ſubduplicatâ erunt. Sed dum CB percurritur poſt AB, & EF, poſt DE, eodem tempore percurruntur, ac ſi percurrerentur tota plana GC, FH; nam dum grave cecidit ex A in B eandem velocitatem acquiſivit, ac ſi veniſſet ex G in B (*per Coroll. 25. hujus*) igitur dum percurruntur ſucceſſivè plana AB, BC, item plana DE, FE, tempus quo percurritur BC, ad tempus quo percurritur EF, eſt in ſubduplicatâ ratione planorum BC, EF. Ergo & totum tempus quo percurruntur AB, BC, ad totum quo percurruntur DE, EF, eſt in ſubduplicatâ ratione planorum ABC, DEF; quod erat demonſtrandum.

Idem oſtenderetur ſi plura eſſent utrobique plana inclinata.

PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

Durationes vibrationum ſunt in ſubduplicatâ ratione longitudinum ſeu radiorum.



Sint pendula AB, DE, quæ circa centra A & D, liberè vibrentur, dico durationem vibrationis penduli CBG, ad durationem vibrationis penduli FEH, ſeu tempus quo pendulum B elevatum in C, vi gravitatis ſuæ deſcendit in B, ruſuſque ex alia parte aſcendit in G, eſſe in ſubduplicatâ ratione arcûs CBG, ad arcum FEG ſibi ſimilem, ad tempus quo pendulum DE, percurrit arcum FEH. Intelligantur enim arcus ſimiles CB, FE, dividi in mille partes, ductaſque eſſe ſubtenſas, ideoque in arcu BC inſcribi mille plana, totidemque in arcu EF.

Demonſtr. Si grave percurrat plana inſcripta in arcu BC, & aliud plana inſcripta in arcu EF, cum arcus ſint ſimiles & totidem diviſiones in uno, quot in alio: & plana etiam ſint proportionalia (*per 1.12.*) & ſimiliter inclinata, ut oſtendere facile poſſumus; tempus quo percurruntur plana CB, ad tempus quo percurruntur plana FE, erit in ſubduplicatâ ratione planorum CB & FE; ea autem ſe habent ut radij AB, DE, ut oſtendimus (*in prima 12.*) & oſtendi facile poteſt, eò quòd ſingula plana, in utroque ſubtendant angulos æquales. Quod ſi in plura plana dividantur arcus ſimiles CB, FE, id ſemper eveniet; plana autem hujuſmodi in circulum deſinunt; quare tempus quo percurretur arcus BC, ad tempus quo percurritur arcus FE, eſt in ſubduplicatâ ratione radij AB ad radium DE. Idem oſtendere poſſumus in aſcenſu ex alia parte, nempe in arcubus BG, EH; ſicut enim oſtendimus in motu recto gravium, tantundem temporis inſumi in aſcendendo quantum in deſcendendo, ſimili ratione oſtendere poſſumus id evenire in funependulis. Quare duratio totius vibrationis CG, ad durationem totius vibrationis FH, ſe habet in ſubduplicatâ ratione radiorum AB, DE. Poſui autem arcus ſimiles, ut facilior eſſet probatio, nam (*cum propoſitione 41*) vibrationes majores & minores diximus eſſe æquidiuturnas, ideò ſimpliciter habet propoſitio durationes vibrationum pendulorum, quæ ſunt in ratione ſubduplicatâ longitudinum pendulorum. Quod erat demonſtrandum.

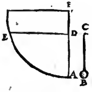
Eadem propoſitio ſimpliciter experientiâ probari poſſet. Si quis enim duo pendula componat; quorum unum ſit alterius quadruplum in longitudine, eaque ad motum ſimul incitet, animadvertet dum majus unam abſolvet vibrationem; aliud duas perficere. Si verò pendulum majus ſit noncuplum alterius, dum unum ſemel vibrabitur aliud ternas oſcillationes efficiet. Si ſit ſexdecuplum, quater vibrabit, interea dum minus ſemel oſcillabit. Immò quia difficillimum eſt experientias habere indubitatas circa gravium deſcenſum; nonnulli totam hanc doctrinam incipiunt ab experientiis pendulorum, & inveniunt primò penduli ejuſdem vibrationes, majores, & minores æquidiuturnas eſſe, quod ita deprehendunt. Duo pendula omninò æqualia, ad motum incitant; unum quidem in majores arcus, aliud verò in minores, appoſitiſque duobus qui ſeorſim numerent, vident intra mille vibrationes penduli unius, quot alterius penduli abſolutæ ſint; neque inveniunt deeſſe niſi forſitan octo aut novem. Exinde alias obſervationes habent, nempe quam rationem habeant inter ſe durationes vibrationum, deprehenſumque eſt durationes vibrationum ſe habere in ſubduplicatâ ratione longitudinum pendulorum.

Quibus præſuppoſitis tanquam principiis probant accelerationem gravium, fieri ſecundum quadrata temporum, quod ſupra præſtitimus.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Si eâdem vi corpus ſurſum impellatur perpendiculariter, quâ aliud ſuſpenſum, & æquale, horizontaliter impellitur, ad eandem altitudinem aſcendent.



Sint duo corpora æqualia, quorum B ſurſum impellatur aliqua vi, eâque percurrat lineam BC; ſit aliud mobile illi æquale ſuſpenſum ex puncto F, quod æquali velocitate hotizootaliser impellatur, dieo fore ut aſcendat ad punctum E, ita ut AD, BC ſiot æquales.

Demonſtr. Nullum grave præcisè reſiſtit motui horizontali; ſed tantum motui ſurſum; ſed motus ſurſum ſuot æquales nempe A D & B C, ergo in utroque mobili eſt æqolis reſiſtencia ad motum ſcilicer AE & BC: ſed æqualis reſiſtentia vinci poteſt ab æquali vi motrice: ergo ſi æqualem impetum habeaot, movebuntur unum per AE, aliud per BC.

PROPOSITIO L.

Theorema.

Arcus quos deſcribit pendulum ſunt in eâdem ratione, ac velocitates, quas habet in puncto inſimo.

Sit peodulum A quod variè impulſum aſcendat in C & in B, dico velocitates quas habuit in A, ſe habere proxime in eâdem ratione ae arcus AB, AC.

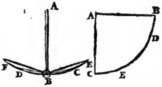
Demonſtr. Velocitates ſunt in ſubdoplicatâ ratione aſeenſuum AD, AE, nam oſtendimos ſupra eamdem obſervari proportionem in aſcenſu, ae in deſcenſu, ſeelusâ aëris reſiſtentia; oſtendimus item deſcenſum gravium proxime obſervare rationem ſinuum verſorum, ita ot velocitates & tempora eſſent arcus. Oſtendo irem poſitive uſque ad gradum 15 aut 20, arcus eſſe in ſubduplicata ratione ſinuum verſorum. Sit enim arcus A B graduum 5, ſinus complementi F D erit 99619 qui ſubtractus ex ſinu toto F A, relinquit ſinom verſum A D 381.

Sit AC graduum 10, ſinus complementi F E eſt 98480, qui ſubtractus ex ſinu toto relinquit 1520, arcus ſe habent ut 1 ad 2, cujus duplicata eſt ut 1 ad 4; ſi fiât ot 1 ad 4, ita 381 quartus numerus erit 1524 excedens priùs inventum 1520 quatuor unitatibus. Idem expetire in ſinu verſo graduum 15, qui erit 3408 arcus 5 graduum ad arcum 15 eſt 1 ad 3, duplicata eſt ut 1 ad 9 ita 381 ad quartum invenies 3429 pro 3408.

PROPOSITIO LI.

Theorema.

Pendulum ex natura rei vibrationes habet æquales, ſeu in æquales arcus excurrentes.



Sit pendulum A quod deſcenderit ex puncto B in A, per arcum BA, dico quod niſi obſtaret aëris reſiſtentia, deberet reſtitui ad eamdem altitudinem A D ita ut arcus A B, A D ſint æquales.

Demonſtr. Pendulum per arcum AB deſcendens, eandem haber veloeitaiem ac ſi deſcendiſſet ex AC: ſed velocitas quam habet dum deſcendit ex C in A, illud reſtituere poteſt perpendiculatiter io C: ergo (*per 51.*) illud reſtituere poterit per arcum AD.

PROPOSITIO LII.

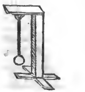
Problema.

Menſuram temporis exquiſitam conſtituere.

Ur ad aliquid practicum deſcendamus, ex hâc funependulorum proprietate; nempe quod ejuſdem penduli vibrationes inæquales licèt in magnitudine; ſint tamen æquidiuturuæ; maximum emolumentum non tantum Aſtrologia ſed etiam res literaria percipit: quoties enim exactiſſima temporis menſura requiritur, ad pendulorum vibrationes recurrendum eſt, quod quomodo præſtandum ſit hîc aperimus.

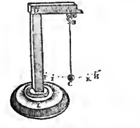
Primò quidem ſi diuturna requiritur menſura temporis, & quæ ſemper eadem perſeveret, funependulum non adhibeatur, hoc eſt, ne filo appendatur globus plumbeus, aut ferreus, quia detorquebitur filum, longiuſque decurſu temporis evadet. Ideoque nonnulli eatenulis ferreis uſi ſunt, aut filo ferreo ex tenuitate, quæ rigiditatem & rectitudinem retineret. In iis eſt aliqua difficultas, ut vera penduli longitudo aſſignetor: quare tunc globus fiat ponderoſior, ot gravitas eatenulæ ſit exigua, ſi cum globi gravitate comparetur.





Hic figuram duorum appono, prima repræſentat pendulum Patris Riccioli, ſecunda verò aliud pendulum quod faciliùs comparari poteſt: ut autem illo uti poſſimus, duo nobis præſtanda ſunt, primum erit docere modum continuandi motum cujuſcumque penduli; ſecundum verò durationes ejus ſemel metiri. Quod ad primum attinet, id erit facillimum, nempe, ſi dum pendulum in unam partem ſuomet niſu deferri incipit, illud impellas leviter, addaſque impetum in eaſdem partes; quò fiet ut vibratio in majorem excurrat arcum; non tamen diuturnior fiat. Curandum igitur eſt ut vibrationes non multum decreſcant, ſed ſemper hinc inde ſaltem ad quadrageſimum quintum, aut ſexageſimum gradum deferatur globulus. Alius modus erit ſi lignum cui globus appenditur, moveas in partes in quas incipit moveri pendulum, quæ uſus potiùs quàm quæcumque verba docebit.

Secundum nempè ut metiaris durationes tui penduli, habenda eſt menſura aliqua, in quo videtur peti principium, multiplex quidem adhiberi poteſt. Primò clepſydra, ſi quam habeas exactam, ſed cum quæramus menſuram exactiorem quâcumque clepſydrâ, quæ ſiccitati, & humiditati plurimùm eſt obnoxia; ideò illi fidere non debemus. Secunda eſſet horologium automaton, ſi exactiſſimum haberetur; & modo quidem cum habeantur horologia automata pendulis inſtructa, facilè iis uti poſſumus. Nam ſi dum ſol ad meridianum pervenit, uno die horologium indicet meridiem, & ſequenti die, rurſus idem præſter, cum ea horologia vix ſint alterationibus obnoxia, illius una hora pro verâ aſſumi poteſt: quod ſi ſequenti die aberret tantiſper à meridiano cœleſti. facilè ille error per regulam trium in ſingulas horas refundetur Unde ſi numeratorem adhibeas, qui numeret vibrationes funependuli, intra horam talis diei, facilè ſcies quot vibrationes intra horam abſolvat tuum pendulum.



Alij horologium horizontale adhibent, & ne ſit error in deſcribendo horologio ſolam meridianam, & ſextam horam ad angulos rectos ſe interſecantes deſcribunt, ſed tunc opus eſt, numerare per ſex integras horas, & adhuc periculum eſt ne refractio circa ſextam horam aliquem inducat errorem. Ideóque ſatiùs ducerem calculo eruere quem angulum efficiat linea horæ primæ, aut ſecundæ cum meridiana, & ad eas tuum pendulum exigere. Eſt tamen difficultas in penumbrâ, quæ facile aliquorum ſecundorum errorem poteſt inducere.

Fixis item uti poſſumus, ut ſi quis ex Aſtronomia, jam ſciat differentiam aſcenſionalem quæ inter duas fixas invenitur, diſpoſitis duobus filis perpendicularibus ſeu verticalibus, obſervari poteſt tranſitus illarum ſtellarum ſub meridiano, ut ſinguli gradus quatuor temporis minuta efficiant. Quia tamen horas non ad motum ſtellarum, ſed ad motum ſolis exigimus, illæ horæ nimis erunt parvæ, atque adeò ratio habenda eſſet, motus ſolis eò tempore. Immo ſi quis ſcrupuloſiùs procedere vellet, deberet locum ſolis pro utraque obſervatione è tabulis eruere, & aſcenſionem rectam reſpondentem, addendaque eſſe hæc differentia aſcenſionum rectarum.

Exactiſſimus autem modus ſi cui liceret per otium oſcillationes ſui penduli ab uno meridie, ad alium numerare: communiter autem poſt centum quaſlibet oſcillationes, in vas demittitur calculus, ne fiat in numerando aliqua æquivocatio. In minoribus autem pendulis per monoſyllaba procedendum eſt, ad numerandum uſque ad 10, deinde numerus decadum digitis retinetur, & Gallicè ſatis bene reſpondent verba (*un, deux, trois, quatre, cinq, ſix, ſept, huict, neuf, dix.*) Neque ulteriùs procedendum, ne diſſyllaba occurrant, & triſſyllaba, quæ intra unam vibrationem pronunciari non poſſent. Poſſunt & tria fila diſponi, duo ſecundum lineam meridianam, aliud tertium ut libuerit, ſintque ea verticaliter poſita; tum regulâ in minutiſſimas partes diviſâ ſi metiaris diſtantiam omnium filorum inter ſe, ſcies quem angulum efficiat tertium illud filum, cum uno ex meridianis. Dum igitur ſol meridianum attinget, incita tuum pendulum, donec ad hunc azimutum perveniat, & per Trigonometriam, metire angulum, qui fit in polo mundi à circulo horario per ſolem ducto; ſcitur enim declinatio ſolis, azimutum, & elevatio ſolis, quod ſufficit ut quis Trigonometricè procedat.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Dato numero vibrationum quas pendulum notæ longitudinis perficit, invenire longitudinem penduli quod certum alium numerum vibrationum, intra idem tempus abſolvat.

Ut problema facilius evadat, nec obnoxium ſit fallaciis innumeris, debent omnia eſſe paria; nempè idem ſemper globus, & ſi fieri poteſt catena, aut uniformis, aut etiam æqualis ponderis. Sit ergo datum pendulum quod deſcribit P. Ricciolius (*l. 2 Almageſti propoſ.* 21.) quod intra 24 horas ſolares perfecit vibrationes 87998, ſeu ſingulis horis $3666\frac{7}{12}$: hoc autem pendulum erat pedum Romanorum antiquorum 3, unciarum

4 Sphæra

4 Sphæra ferrea unciarum 8 & catenula unciarum $3\frac{1}{3}$ quæritur longitudo penduli, quod intra horam vibrationes ſimplices abſolvat 3600, ſeu cujus vibratio ſimplex æquivaleat minuto ſecundo præciſè.

Hoc pendulum longius eſſe debebit, ut pauciores abſolvat vibrationes intra idem tempus, quare una vibratio dati penduli eſt 3666 pars unius horæ, & quæſiti penduli duratio eſt 3600 pars ejuſdem: ſe habent ergo duratio penduli, ad durationem unius vibrationis, dati ut 3666 ad 3600. Nam ſi intelligantur multiplicari bi numeri ad invicem, ita ut fiat aliquis alius numerus quicumque ſit, numerus 3666 erit 3600 ma. Eius pars, & numerus 3600, erit 3666 ma; quare 3666 ad 3600, ſe habet ut termilleſima ſexcenteſima pars, ad termilleſimam ſexcenteſimam ſexageſimam ſextam: ideoque vibratio penduli quæſiti ad vibrationem dati ſe habet ut 3666 ad 3600. Quia autem longitudines pendulorum ſe habent, ut quadrata durationum vibrationum, fiant quadrata eorum nempe 13439556 pro quadrato numeri 3666; & 12960000 pro quadrato numeri 3600. Si fiat ergo ut ſecundum quadratum ad primum, ita longitudo penduli dati ad quartum; exurget longitudo penduli quæſita. Quod ut fiat facilius, licet non ita exactè, pro primo quadrato aſſume 1344, pro ſecundo 1296. Fiat ergo ut 1296 ad 1344, ita longitudo data pedum 3 unciarum 4 hoc eſt unciarum 40, ad quartum nempè $41\frac{61}{225}$, hoc eſt pedes 3 uncias 5 & ferè dimidiam partem unciæ: vel clariùs, ut quadratum vibrationum perpendiculi A, ad quadratum vibrationum perpendiculi B, ita longitudo perpendiculi B ad longitudinem perpendiculi A.

Demonſtr. Primò quæſitum eſt quam rationem haberent duratio dati penduli ad durationem quæſiti. Deinde harum durationum facta ſunt quadrata, denique factæ ſunt longitudines, ut quadrata durationum. Quæ omnia ex propoſitione 34 demonſtrantur.

Non diſſimili ratione in aliis operaberis. Si enim aliquis quærat pendulum cujus vibratio integra, ſeu compoſita, ſeu itus, & reditus ſit 3600 pars unius horæ, ſeu quod idem eſt intra minutum ſecondum eat, & redeat; eius vibratio erit quoad durationem dimidia vibrationis penduli ſupra d ſcripti; quare ſe habebunt vibrationes ut 1 ad 2 & longitudines ut quadrata, nempe ut 1 ad 4 penduli, igitur quæſiti longitudo eſt quarta pars ſuperioris nempè unciarum 10 & $\frac{97}{180}$ pedis Romani, & ita de reliquis.

Quia tamen dies ſolaris ſeu tempus quod ſol impendit, ex quo digreſſus eſt à meridiano, donec ad meridianum redeat, ſuas patitur inæqualitates; propter inæqualem ſolis motum verum, & obliquitatem zodiaci, propter quam evenit, ut æqualibus, arcubus zodiaci inæquales debeantur aſcenſiones rectæ: ideò qui in aſtronomicis pendulo uti volunt, potiùs quærunt pendulum cujus certus numerus vibrationum horam primi mobilis præcisè adæquet; & cum opus eſt circa ſolem operari, eius horas, ad primum mobile referunt. Quæ omnia in aſtronomicis agitabuntur: neque enim difficultates miſcendæ ſunt; refert autem Pater Riccciolius plurima hujuſmodi pendula.

Primò refert pendulum cujus ſphæra ferrea unciarum 8 catenula unciarum $4\frac{1}{3}$ longitudo pedum 3 & unciarum $4\frac{1}{3}$ per integrum diem à t ſitu caniculæ per meridianum, ad ejuſdem c culæ reditum ad meridianum, vibrationes p ciſſe 86998. Sunt autem minuta in die 144 ſecunda 86400, quare vibrationes plures fue quam par eſſet 598: fuit igitur non ſatis long Nam intra ſingula minuta fecit vibratione & $\frac{2}{5}$, cum debuiſſet tantum vibrari ſexageſie numerus eſſet rotundus.

Aliud etiam profert pendulum cujus glo unciarum 20, catenula unciarum 3, longitudo dum trium unciarum $4\frac{67}{100}$, cujus vibrationes meravit à tranſitu ſpicæ virginis ad tranſi Arcturi; invenitque eius unicam vibratio æquivalere primi mobili minutis tertiis 59, 3 æquaſſet tertia 60 ſeu unum ſecundum, fui aptiſſimum ad operationes aſtronomicas. Si q reretur longitudo penduli cujus vibratio æqu minutum ſecundum primi mobili, primò ſe ber vibratio dati penduli ad vibrationem quæ ut 59, 36 ad 60 ſeu reducendo omnia ad qu minuta ut 3576 ad 3600, ſeu reducendo ad nores numeros dividendo utrumque numer per 24 ut 149 ad 150. Longitudines autem ſe bent, ut quadrata, quadratum numeri 149 22201 & quadratum numeri 150, 22500 reducendo ad minores numeros ut 222 ad 2 Fiat ergo ut 222 ad 225, ita tres pedes, quat unciæ $\frac{47}{100}$ ad aliud, & habebitur longitudo pe duli cujus una vibratio adæquabit unum ſecu dum primi mobilis; ſi nempe ſervetur idem gl bus & eadem catenula, longitudo erit ped trium unciarum $5\frac{18}{100}$ perpendiculum cujus lon tudo obtinebit quartam partem penduli ſuper ſis 180 vibrationes abſolvet intra minutum cundum.

PROPOSITIO LIV.

Problema.

Datâ longitudine duorum pendulorum, & duratio vibrationis unius, invenire alterius penduli, vibrationis durationem.

Hæc propoſitio eſt converſa ſuperioris nec di ficultatem ullam continet, apponamque exe plum facillimum. Sint duo pendula in cæte quidem æqualia, diverſa tamen quoad longitud nem, ſitque unum unciarum ſeu digitorum 1 aliod verò 41, duratio vibrationis longioris minuti ſecundi, quæritur quænam ſit duratio v brationis, minoris penduli. Extrahatur radix qu drata utriuſque numeri, & quia ſunt numeri ſu di, ideo addatur ipſis una cyphra, ut præciſior calculus, fiantque numeri 410 & 100, radic autem quadratæ ſunt $20\frac{1}{4}$ & 10. Fiat ergo $20\frac{1}{4}$ ad 10, ita minutum ſecundum, ſeu 60 & habebis 29. 38 & ita de reliquis. Vel clarius fiat ut longitudo perpendiculi A 10, ad longitu dinem perpendiculi B; ita 12960000 quadratu numeri vibrationum 3600 perpendiculi B, a 53136000 quadratum vibrationum perpendicu A, cujus radix quadrata 7289, erit numerus vi brationum.

PROPO

Digitized by Google

PROPOSITIO LV.

Problema.

Longitudines quaſcumque poſteris tranſmittere.

Contemnendum non eſt iſtud emolumentum, quod ex pendulis haurire poſſumus, nempe ut detur modus menſuras omnes poſteris tradendi, & in longinquas regiones tranſmittendi. Norunt enim omnes quanta ſit difficultas in eo præſtando, niſi in materia ſolida nempe ære, aut ferro conſignentur, quod cum difficillimum ſit; hæc methodus ingenioſè inventa eſt. Ne autem cui debetur hæc laus præripiatur, hæc cogitatio fuit Domini Mouton, in Eccleſia Lugdunenſi Sti Pauli Presbyteri, viri in mathematicis bene verſati, & in obſervandis ſyderibus exactiſſimi; qui ea de re librum integrum conſcripſit: nempe à ſingulis fere Europæ urbibus menſuras communes exquireret eaſque ad pendula exigeret. Sed de his jam egimus in Geometria.

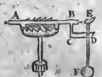
PROPOSITIO LVI.

Theorema.

De Horologiis automatis pendulo inſtructis.

Novum eſt hujus ſæculi inventum ex præſuppoſitâ emanans doctrinâ, nempè automata horologia pendulis inſtructa. Quæ etenim hactenus habuimus automata quantumlibet affabrè elaborata, manca admodum, & erroribus obnoxia ſunt, ita ut etiam majora, quæ ut plurimum mole ſua videntur exactiora, vel minimam aëria mutationem perſentiſcant: modóque lentius procedunt, modò incitatiùs feſtinent, prout rotæ, vel lentore quodam inficiuntur, vel ſiccitate nimiâ lubricæ redduntur. Hæc autem inæqualitas motûs ex eo præcipuè ducit originem, quòd horologiorum librator, qui horizontaliter ut plurimum rotatur, nullum ex ſe determinatum motum habeat: neque enim gravia motui horizontali reſiſtunt, ideoque ſi leviter impellatur, tardè moveatur, ſi verò vehementius incitetur, celeriorem motum habeat. Ex quo fit, ut ſi rotarum denticuli non ſint omninò æquales, ex eâ inæqualitate, oriatur major aut minor reſiſtentia, & libratoris circulationes crebriores aut minus frequentes oriantur. Quòd in minoribus præcipuè horologiis ſæpe diſtinguimus, aliquando etenim libratoris ictus præcipitantur, nonnunquam item retardantur: pariter ex quócumque capite oriatur difficultas nova in motu, aut facilitas emergat, neceſſariò eam in libratoris ictus refundi neceſſe eſt.

Quare cum notatum eſſet, pendula ita ſe habere ut eorum vibrationes, ſive majores, ſive minores eſſent æquidiuturnæ, ita ut ſive in majores arcus incitarentur, ſive leviſſimo tantum ictu, in minores impellerentur arcus, idem tamen tempus impenderent. Ideò pro libratore horizontali, verticalem excogitarunt; & optatis reſpondit eventus, ut nihil putem exactius inveniri poſſe. Si quis enim ad horologium pendulo inſtructum attendat, nullam in libratoris ictibus inæqualitatem, ſed eodem ſemper tenore, & inviolatâ æquabilitate omnia procedere animadvertet. Et quod mirum eſt, etiamſi pondus duplum appendatur horologio, non propterea multò citiùs decurret horologium, nec notabiliter breviores fient horæ, immo forſitan, longiores. Nam in tali caſu vehementiùs quidem impellitur pendulum, vibrationéſque majores producit, quæ cum ſint aliis minoribus æquidiuturnæ, vel inſenſibiliter majores; non propterea ulla inducitur inæqualitas, immò primâ fronte viderentur addito majori pondere, aut vehementiori elaterio, horæ longiores eſſe. Cùm enim oſtenderimus majores penduli oſcillationes, paulò diuturniores eſſe, ita ut in centenas, una decedat; deberent conſequenter horæ longiores eſſe, cum pondus additur gravius: ſunt tamen ut verum fatear paulò breviores, eò quòd rota quam vocant occurſûs, libratori occurrens decurter aliquantulum ſingulas vibrationes, nec permittat ut perficiantur. Quare pendula debent eſſe paulò longiora, quàm ſi libera omninò eſſent; ſecundò adhiberi non debent fila, nec catenulæ, ſed in minoribus filum ferreum, in majoribus virga ferrea.



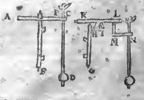
Modus autem quo communiter aptatur librator iis horologiis eſt, ut rota quam vocant occurſûs, horizontaliter volvatur ut in figurâ expreſſum vides: & conſequenter librator, etiam horizontaliter ſupra rotam extendatur, & eius duæ pinnæ, quarum planâ angulum rectum comprehendant more conſueto, ita denticulis inſerantur, ut alter denticulo impellatur, dum oppoſita à ſuo denticulo ſe eximit. Quod tandem conſequeris ſi rota numerum imparem denticulorum habeat, & libratoris axis per centrum rotæ præcisè tranſeat. Non debet autem pendulum, ex libratore immediatè pendere, ne pondere ſuo illud gravet, extremitateſque eius quibus innititur nimium atterat. Ideóque ramuſculus aliquis libratori addendus eſt qualis eſt B C D, in puncto D perforatus, per quod foramen inſeritur penduli virga E F; ſuſpenſa liberè in puncto E. Notandum autem eſt ut ramuſculus D C, medium ſitum occupet inter utrumque pinnarum libratoris planum; alioquin claudicabit horologium, unamque vibrationem aliâ longiorem habebit. Item ut globus penduli poſſit attolli, aut demitti, non enim ut in communibus horologiis, additione, vel imminutione ponderum machinam animantium, debet ad juſtam horarum menſuram adduci hoc genus horologii; ſed penduli longitudo id totum præſtat. Ita ut cognito numero denticulorum omnium rotarum, & conſequenter numero ictuum libratoris, poſſit facilè aſſignari penduli longitudo, ſi hoc præcisè non fiat, ſaltem

aberratio etiam in majoribus horologiis non erit unius, aut alterius digiti. Quod præſtabimus ſequenti propoſitione, ut autem poſſit attolli globus, debet virga FG in extremitate, eſſe in helicem conformata. In qua adhuc difficultatem invenio, deprehendi enim ex continuo penduli motu, globum deſcendere, unde debet globus helices virgæ bene ſtringere, ut non niſi maxima vi poſſit deſcendere.

Alij non ineptè inventâ ſemel penduli longitudine, ita globum virgæ annectunt, ut ampliùs dimoveri non poſſit, ſed centrum motûs, ſeu uncum è quo dependet penduli virga mobilem reddunt, ita ut attolli, aut demitti poſſit. Nam cum attolletur punctum E, minores erunt vibrationes, cum verò demittetur, longiores, & libratoris brachiolum DCD determinatur à rotis, ut ad determinatos arcus librari poſſit. Unde quò centrum E, vicinius erit, brachio CD, eò in majores vibrationes impelletur; quantùm autem fieri poterit, vix deſcendat infra axem libratoris, nec etiam multùm ſupra illum attollatur: alioquin accidet, ut in extremitatibus vibrationum, virga intra foramen D habeat aliquem motum inconcinnum, qui uniformitati motûs nonnihil incommodi afferet.

Quamvis autem ſitum horizontalem rotæ occurſûs aſſignaverimus, poterit tamen ſitum verticalem habere, ſed tunc major eſt difficultas in aptando brachiolo BCD, ut impediatur horologij claudicatio, ambæque vibrationes, præcisè ſint æquales. Pariter licèt dixerimus rotam ultimam ſeu occurſûs, numero impari denticulorum inſtruendam eſſe, quod inviolabiliter obſervant artifices, poſſet tamen habere numerum parem, & tunc librator, non per eius centrum tranſiret, ſed non nihil in unam partem detorqueretur.

Operæ pretium is fecerit qui methodum indicaret, quâ horologia communia, communique libratore inſtructa, ad pendula revocari poſſent. Multa tamen id impediunt. Primò quidem id fieri



poſſet ſi in libratore communi, qualis eſt AB, in puncto B fiſſura fieret, cui insereretur pendulum CD: immò poſſet in puncto A aliud ſimile pendulum conſtitui. Id tamen incommodi naſcitur; quod librator communis dum horizontaliter movetur, cogeret pendulum vagari extra planum verticale, in quo ſuam vibrationem deberet peragere; licèt autem fiſſura B eſſet longa, non deſineret fieri pendulo violentia.

Forſitan concinniùs id exequi poſſemus, ſi libratori communi, cujus axis FG verticalis, brachiolum HI adderemus, libratoremque alium KL horizontaliter ſtatueremus, duabus pinnis inſtructum. Vide alios modos in Patris Schotti machinis.

Præcipua difficultas quæ invenitur, ut quis nullâ additâ rotâ poſſit horologium comm[...] pendulo inſtruere, in eo poſitâ eſt; quod nume[...] ictuum libratoris ſit nimis exiguus, id enim t[...] tavi ſæpiſſimè, quòd ut in exemplis oſtendam[...]

Propoſitum mihi fuit horologium collegij [...] ſtri Lugdunenſis pendulo inſtruendum, cujus p[...] ma rota 96 denticulos habebat; ſecunda verò [...] occurſûs, in minori rotulâ ſex denticulos, in [...] jori 35 habebat. Prima autem rota ſingulis ho[...] unam circulationem abſolvebat; quare dividen[...] numerum denticulorum majoris, per ſex minim[...] inveni ſecundam rotam ſeu occurſûs intra h[...] tam, circulationes 16, abſolvere. Conſtabat a[...] tem ut dixi denticulis 35 quorum quilibet in u[...] circulatione cùm bis libratorem attingat, nem[...] ſemel utramque pinnam, ſi multiplices dupl[...] numeri 35 nempè 70 per 16 habebis numer[...] librationum ſimplicium, nempe 1120. Si aute[...] deberet fieri pendulum quod 1120, tantùm vibr[...] tiones intra horam abſolvat, illud longitudine[...] habebit 28 aut etiam triginta pedum, quæ long[...] tudo cùm ſit inepta, ideò neceſſariò addenda f[...] una rota aut horologium pendulo inſtrueretur. P[...] teſt tamen fieri pendulum duplex quod ſit tant[...] trium pedum, & oſcillationes æquidiuturnas h[...] beat cùm pendulo 28 pedum ut dicemus infra.

Poteramus autem addere rotulam unam int[...] utramque rotam, nempè, quæ in ſua rotula ſ[...] denticulos haberet, in circumferentia autem oct[...] decim, aut 20 denticulos; ſic enim numer[...] ictuum libratoris ſeu numerus vibrationum t[...] plicabatur. Quia tamen hoc ſolemne eſt axiom[...] inter hujuſmodi artifices, ut rotæ ſemper decre[...] ſcant, & intermediæ nunquam ſint minores ul[...] mis; quòd quidem obſervandum eſt communite[...] quoties rotæ ſunt omnes verticales; ne una ro[...] alteriùs axem attingat: in noſtro autem caſu n[...] accidebat, eò quòd motus verticalis duarum pr[...] rum, mutabatur in horizontalem; hoc eſt r[...] ultimæ, ſeu occurſûs horizontalis erat, quòd [...] per rotam cujus denticuli ſunt laterales. Licèt i[...] tur axioma non haberet ſuam vim in noſtro caſ[...] fuit tamen hoc tribuendum autoritati artifici[...] quare duas rotas novas perfecimus, & quant[...] memini, prima rota 96 denticulos habebat, ſecu[...] da rotulam habuit ſex denticulorum, ipſa aut[...] denticulos 80; rota occurſûs habuit rotulam o[...] denticulorum, & ipſa fuit denticulorum 17. Q[...] te fuerunt ictus libratoris ſeu vibrationes 38[...] pendulum autem minus fuit tribus pedibus.

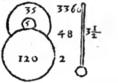
PROPOSITIO LVIII.

Theorema.

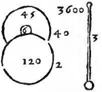
De numero rotarum, & denticulorum, in Hor[o]logiis quæ pendulis inſtruenda ſunt.

Hæc propoſitio tota practica eſt, potiùſque [...] rigendis artificibus inſervit, quam ullam pecul[...] rem demonſtrationem contineat: iſta tamen n[...] gligenda non ſunt, quia utilia. Docebit, item m[...] thodum calculum ineundi, numeri vibrationu[...] ex dato numero denticulorum: incipio igitur [...] horologiis, duas tantum rotas habentibus. Lic[...] autem ſit ſatis difficile horologium conſtans d[...] bus rotis pendulo inſtruere, quia tamen ſimp[...] cius eſſet, cenſeretur eſſe exactiùs; tot enim o[...] curſus rotarum majorem præſeferunt inæquali[...] tem reſiſtentiæ, ideo ab eo ordior.

S.



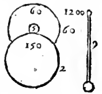
Sint igitur primò duæ rotæ, prima ſeu inferior 120 denticulorum, quæ duas circulationes intra horam ſupponatur abſolvere; quare æquivalebit rotæ 240 denticulorum. Secunda rota habeat rotulam quinque denticulorum, quare dum quinque denticuli majoris rotæ tranſeunt, ſecunda unam circulationem abſolvet. Scire igitur debet quoties quinarius inveniatur in numero 240, quod habebis per diviſionem, quotiens erit 48 quare intra horam, ſecunda rota circulationes 48 faciet. Conſtat autem ſecunda rota, denticulis 35, quorum quilibet duas vibrationes efficit, cum bis libratorem attingat: quare ſingulis circulationibus efficiet vibrationes 70. Multiplica 70 per 48 & invenies 3360 vibrationes ſimplices intra horam. Pendulum erit pedum 3 cum dimidio, & paulò plus.



Aliud non diſſimile propono. Sit eadem rota denticulorum centum viginti, quæ duas circulationes intra horam efficiat, idcóque æquivaleat rotæ denticulorum 240; rotula ſecunda 6 habeat denticulos: divide 240 per 6,& quotiens erit 40, ſecunda igitur rota quadrageſies intra horam rotatur. Habeat autem denticulos 45, & quia ut jam dixi denticulus quilibet, bis ſingulis circulationibus libratorem attingit; duplicetur is numerus, fientque 90. Quem numerum multiplica per 40 & habebis vibrationes ſimplices intra horam 3600, hoc eſt vibratio quælibet ſimplex minutum ſecundum æquabit.

Aliud erit ſi loco rotulæ denticulorum 6, ponatur rotula denticulorum 5, tunc enim ſecunda rota intra horam abſolvet circulationes 48,& vibrationes erunt intra horam 4320,longitudo penduli pedum duorum circiter.

Pariter ſi detur prima rota duas circulationes intrà horam efficiēs,& denticulorum 150,ſecunda rota, ſeu occurſûs habeat rotulam quinque denticulorum. Quare factâ diviſione 300 denticulorum, qui habentur ex doplici circulatione per 5, fiunt circulationes 60. Supponantur ſexaginta denticuli in ſecunda rota, hoc eſt 120 vibrationes ſingulis circulationibus; fiet numerus 7200; & pendulum novem circiter digitorum; hoc eſt vibratio quælibet ſimplex ſemiminuto ſecundo æquivalet.

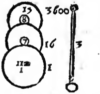


Servatis iiſdem, excepto quòd prima rota unicam tantum circulationem abſolvat intra horam; habebis numerum vibrationum 3600, & pendulum erit trium pedum, hoc eſt ſingulæ vibrationes uni ſecundo æquales erunt.

Quæ poſui exempli tantùm causâ, ut diſcas methodum excogitandi alios numeros qui aptiores videbuntur.

HOROLOGIA TRIUM ROTARUM.

Vix commodè fieri poſſunt horologia pendulis inſtructa, quæ duas tantum rotas habeant; niſi fiant rotæ maximæ, & quæ denticulis abundent: quare communiter majora, tres rotas habent, minora verò quatuor. Exbibebo hic aliquos numeros, horologium noſtrum Camberienſe, cui ego pendulum addidi, tres rotas habet, quarum prima 112 inſtructa eſt denticulis; ſecunda



verò rotula ſeptem, rota ipſa ſecunda ſexaginta; rutula ſeu axis tertiæ rotæ, habet octo denticulos, rota occurſûs 15. Ita habebis numerum vibrationum. Divide 112 numerum denticulorum primæ, quæ ſingulis horis ſemel circumvolvitur per 7 nempè axem ſecundæ, & invenies ſecundam circumvolui intra horam decies ſexies, habet autem ſecunda denticulos 60. Quare multiplica 16 per 60 invenieſque 960; igitur intra horam 960 denticuli ſecundæ tranſeunt. Qui numerus dividendus eſt per 8 axem tertiæ, & invenies tertiam facere, circumvolutiones 120. Habet autem 15 denticulos, qui 30 faciunt vibrationes ſimplices: multiplica 30 per 120 habebis vibrationes ſimplices 3600. Atque adeo una æquivalebit minuto ſecundo.: longitudo penduli trium pedum Lugdunenſium circiter.

Alius numerus idem præſtat. Prima habeat 96 denticulos, axis ſecundæ 6,ſecunda 45,axis tertiæ 6 tertia 15. Et hæc longitudo trium pedum optima eſt pro majoribus horologiis.

Tres ſequentes numeri dabunt numerum vibrationum intra horam 7200, hoc eſt intra minutum ſecundum, duas vibrationes; nempe itum & reditum & longitudinem penduli digitorum novem.

	vibrat.	7200	vibrat.	7200	vibrat.	7200	vibrationes	7600	vibrat.	7600	vib	10000		
3.	144	25 5	144	25 5	144	25 5	200	19 6	200	19 5	200	25 5	200	25 5
2.	15	48 5	12	60 6	$14\frac{2}{5}$	50 5	20	60 6	20	50 6	20	50 5	20	50 5
1.	ſemel rotatur	75	ſemel rotatur	72	ſemel rotatur	72	una circumvolut. cum dimidia	80	bis rotatur	60	$1\frac{2}{5}$	75	$1\frac{1}{4}$	80

Long.pend.dig.9. dig.9. digit.9. digitorum 8. digit.8. $4\frac{2}{3}$ $4\frac{2}{3}$

Sequentes numeri ſunt pro horologio quod intra horam vibrationes 10800 efficiat, ſeu tres intrà minutum ſecundum pendolum digitorum $4\frac{1}{4}$.

Sequentes proximè accedunt 10768 11520 10800

216	25 5	236	25 5	25 5		19 5		19 5		19 5		15 5		21 5	
$22\frac{1}{2}$	48 5	$19\frac{1}{5}$	60 6	50 5		50 5		60 6		60 6		60 6		50 5	
$1\frac{2}{3}$	75	$1\frac{2}{3}$	72	72	2	75	2	75	2	72	2	80	2	60	2

4 digiti $\frac{2}{3}$

Numeri ſequentes quatuor rotas exigunt; numerus vibrationum intra horam eſt 10800 hoc eſt intrà minutum ſecundum tres vibrationes, & hoc habent ut penultima rota ſingulis minutis ſemel circumvolvatur, atque adeò ſi eius axi addatur acus, hæc ſecunda minuta notabit; longitudo penduli digitorum $4\frac{2}{3}$.

360	15 6	360	15 5	360	15 6	360	15 6
60	36 6	60	30 6	60	36 6	60	36 6
$7\frac{1}{2}$	48 8	9	40 6	8	45 8	8	45 7
1	60	1	54	1	64	1	56

Sequentes numeri ſunt pro horologio quod intra horam 14400 vibrationes efficit, hoc eſt intrà minutum ſecundum 4 vibrationes ſimplices, longitudo penduli duorum digitorum $\frac{1}{4}$, ſumantur pro rotis numeri præcedentes, ſed rota occurſûs habeat denticulos 20.

Quia tamen ut plurimum artifices volunt rotam occurſûs, quæ imparem habeat denticulorum numerum, ſequuntur numeri præcedentes: nempe ut penultima circulationes 60, intra horam perficiat, habeatque denticulos 48, axis rotæ occurſûs denticulos 6, & rota occurſûs denticulos 15, idem numerus efficietur. Habeo autem apud me horologium parvum hujuſmodi, in quo tres ſunt indices, primus horam oſtendit, ſecundus in eodem circulo indicat minutum, tertius in alio circulo oſtendit minutum ſecundum.

Omitto innumeros modos hujuſmodi horologia pendulis inſtruendi. Aliqui enim ita diſponunt, ut rota occurſûs ſexageſies intra horam rotetur, habeatque 60 denticulos, ſi duas vibrationes intra minutum ſecundum perficiat, vel triginta ſi unicam: debent autem cyphræ minutorum ipſiſmet rotæ denticulis inſcribi, ita ut per feneſtellam appareant.

PROPOSITIO LVIII.

Theorema.

De pendulorum quibus inſtruuntur horologia longitudine.

Quamvis jam ſuprà de pendulorum liberorum longitudine egerimus, nihilominùs volui hic tabulam attexere, quam pro artifice jam pridem compoſueram. Nam cùm haberem apud me pendulum conſtans filo ferreo, & globo plùmbeo, cujus pondus erat duarum circiter unciarum, quod ſatis exactè intra horam vibrationes ſimplices 7200 perficiebat, ſeu compoſitas 3600, hoc eſt cujus una vibratio compoſita æqualis erat minuto ſecundo. Hoc aſſumpto tanquam reliquorum menſurâ, ſequentem tabulam pro artifice, cujus operâ ſæpiſſime utebar compoſui. Quamvis autem nonnihil deficeret, nihil tamen incommodi otiretur, eò quòd ſoleant artifices vitgam cui appendunt globum, longiorem adhibere, ſpirîſque inſtruere, ut in eâ globus aſcendere poſſit & deſcendere.

Hæc igitur tabula compoſita eſt ut artifices, cognito numero vibrationum ſimplicium, quas ſingulis horis horologium peragere debet, nullo negotio inveniant longitudinem penduli, aut ab ea non longiùs abeant: hæc enim longitudo ex multis aliis circumſtantiis pendet.

TABULA

TABULA

DIVERSARUM PERPENDICULI LONGITUDINUM; cum numero ſimplicium vibrationum (quæ unâ horâ abſolvuntur) cuilibet longitudini convenientium.

Aſſumitur autem hîc pro menſura, Virga & Virgula Geometrica; cujus longitudo ſupra habetur in Geometria, & quæ diviſa eſt in 10, digitos.

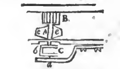
Longitudines Perpendicul. Virgula	Digitus.	Simplices Vibrationes unâ horâ abſolutæ.	Longitud. Perpendic. Virgula.	Digitus.	Simplices Vibrationes unâ horâ abſolutæ.	Longitud. Perpendic. Virgula.	Digitus.	Simplices Vibrationes unâ horâ abſolutæ.
0	1	52040.00	3	5	4232.53	6	9	3014.46
0	2	17705.95	3	6	4173.33	7	0	2991.85
0	3	14456.85	3	7	4116.55	7	1	2971.70
0	4	12520.00	3	8	4062.02	7	2	2950.99
0	5	11198.23	3	9	4009.61	7	3	2930.71
0	6	10212.54	4	0	3959.17	7	4	2910.84
0	7	9464.23	4	1	3910.59	7	5	2891 37
0	8	8852.98	4	2	3863.76	7	6	2872.29
0	9	8346.67	4	3	3818.56	7	7	2853.57
1	0	7918.34	4	4	3774.92	7	8	2835.22
1	1	7549.84	4	5	3732.74	7	9	2817.22
1	2	7228.43	4	6	3691.95	8	0	2799.56
1	3	6944.85	4	7	3652.46	8	1	2782.22
1	4	6692.22	4	8	3614.21	8	2	2765.21
1	5	6465.30	4	9	3577.14	8	3	2748.50
1	6	6260.00	5	0	3541.19	8	4	2732.09
1	7	6073.09	5	1	3506.30	8	5	2715.97
1	8	5901.98	5	2	3472.42	8	6	2700 13
1	9	5744.57	5	3	3439.51	8	7	2684.57
2	0	5599.11	5	4	3407.71	8	8	2669 27
2	1	5464.18	5	5	3376.39	8	9	2654.24
2	2	5338.55	5	6	3346.11	9	0	2639.45
2	3	5221.21	5	7	3316.63	9	1	2624.91
2	4	5111.27	5	8	3487.91	9	2	2610.60
2	5	5008.00	5	9	3259.93	9	3	2596.53
2	6	4910.75	6	0	3232.65	9	4	2582.68
2	7	4818.95	6	1	3206.04	9	5	2569.05
2	8	4732.12	6	2	3180.08	9	6	2555.63
2	9	4649.81	6	3	3154.74	9	7	2542.43
3	0	4571.66	6	4	3130.00	9	8	2529.42
3	1	4497.32	6	5	3105.83	9	9	2516.62
3	2	4426.49	6	6	3082.21	10	0	2504.00
3	3	4358.90	6	7	3059.12			
3	4	4294.32	6	8	3036.55			

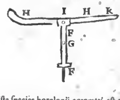
PROPO

PROPOSITIO LIX.

Problema.

Deſcriptio horologij muti pendulo tamen inſtructi.





Iſta ſpecies horologij aoromati eſt commodiſſima, quia nullus libratoris ſonus auditur, ideóque in cubiculo haberi poteſt, neque tamen erit periculum ne quietem interturbet. Plura Dominus Setala hujuſmodi cooficienda curavit; artificium autem tale erat.

Conſtabat horologium quatuor rotis & uno axe alis inſtructo.

Prima rota 96 denticulis erat inſtructa, & intra horam ſemicirculationem abſolvebat.

Secunda in axe habuit 32 denticulos, in rotæ circumferentia habuit denticulos 72, & intra horam 4 circulationes abſolvebat.

Tertia habuit in axe denticulos 6, & in circumferentia denticulos 60, abſolvebat iotra horam circulationes 48.

Quarta in axe habuit denticulos 8, & in circumferentia 80, intra horam abſolvit circulationes 360.

Axis alis inſtructus, qui eſt deſcriptus in figora e, e, habuit denticulos 8, & circulationes perfecit intra horam 3600, & cum qoælibet circulatio unam vibrationem compoſitam efficiat, erant circulationes compoſitæ 3600, ſimplices 7200. Una vibratio compoſita æqualis minuto ſecundo, & ſimplex ſemiminuto, loogitudo penduli 7100, ot habes in figura 9 digit.

Artificium totum cooſiſtit in axe BC, & manubrio penduli HIK, quod volvi poteſt circa poonctum G, tanquam circa axem, punctum autem K inſeritur puncto 6 axis inſtructi alis. Qoi axis, dum voloitur, brachium KI impellit, & viciſſim attrahit, quod facilè concipies ſi brachium KI ſit ad rectos angulos cum axe BC, & inſeratur in punctum ejus 6 nempè foramen K, inſeratur axi e f.

Cætera meliùs concipi poſſont, ſi res executioni mandetur, quàm verbis exprimi.

PROPOSITIO LX.

Theorema.

Cur pendula longiora velociùs moveant

Difficultas primâ fronte ſatis magna. Ut a
ratio dubitandi meliùs appareat, ſint duo
dula unum quidem novem unciarum, ſeu di
rum, cujus una vibratio ſimplex abſolvitu
tra ſemimiontum ſecundom: ſit item aliud pe
lum, cujus ona vibratio ſimplex ſit æqual
duratione uni minuto ſecundo, eritque ut
mus 36 unciarum, ſeu trium pedum, hoc eſt
druplum alterius. Sopponantur ambo percu
arcus ſimiles, ſui circuli, eritque arcus m
ris, quadruplus arcûs penduli minoris; ſed
bile quod duplo tempore percurrit ſpatium
droplum, doplò velocios movetur; igitur
dulum longiùs quadruplò; duplò velociùs
vetur. Hujus rei quæritur ratio. Poſſet ali
dicere, id provenire ex majori momento, ne
diximus aliàs, eò pondera cæteris paribus m
momentum habere, quò magis à centro diſ
ſeu jogo; ſed longiora pendula magis à ce
motus ſeo jogo diſtant; ergo habent majus
mentum. Sicut ergo ex majori momento pon
per planum magis inclinatum benè conclud
celeritatem majorem, ita etiam in hoc caſu.
tum molta obſtant, quominus ita philoſophe
nam, ſi hæc major celeritas quæ in pendulo
gioti inveoitur, oriretur ex majori momento
berent celeritates ſe habere ot momenta, &
ſequenter cum io caſu propoſito, momentu
quadruplum, deberet etiam celeritas eſſe
dropla. Secundò non omnis momenti diver
celeritatem diverſam ioducit, nam duo g
inæqoalia in gravitate, æquali tamen tempo
libero aëre deſcendunt: quare illa tantùm d
ſitas momenti quæ oritur præcisè, aut ex m
aut ex reſiſtentia ipſius mobilis, quod nempè
pter plani inclinationem diverſam, magis,
mious perpendiculariter deſcendit, celerita
immutat. In noſtro autem caſu proportiona
taotum deſcendit verticaliter pendulum u
quam aliud, atque adeò ex tali capite non d
ret eſſe ulla velocitas major in uno, quàm in a
immò aſſero nullam eſſe velocitatem major
ſed æqualiter ferri.

Neque enim ſi duo gravia motu naturali
cendant, erit major velocitas io uno, quam io a
ſi tamen compararetor ſpatium percurſum ab
intra ſemiminutum ſecuodum, & ſpatium
agratum ab alio intra minutum ſecundum
grum, unum eſſet quadruplum alterius. Et c
ſequenter eodem modo concludere quis poſ
velocitatem unius eſſe duplam velocitatis alte
cum duplo tempore, ſpatium quadruplum per
rat. Cùm ergo pendulum utrumque, ſuum mo
acceleret, uſque ad lineam directionis, &
ampliùs etiam ſi pendulum longius, duplo te
pore ſpatium quadruplum percurrat, non ſec
tur velocitatem habere majorem; quia ſi p
dulum brevius, eodem tenore ulterius accele
potuiſſet ſuum motum, nec fuiſſet aliq
obſtaculum, ſecundo minuto quadruplum p
tis ſpatij confeciſſet, & conſequenter æqu
e

ejus motus fuiſſet, ſed impeditur ex nova determinatione.

Unde quemadmodum ſi darentur duo gravia deſcendentia, ita diſpoſita, ut uni poſtquam confeciſſet unum pedem, occurreret planum reflectens, quo ad eandem, aut fere eandem altitudinem repelleretur, alteri vero occurreret planum, tantum poſt quatuor pedes; ibi nulla eſſet momentorum diverſitas. Idem tamen eveniret quod in noſtro caſu accidit, nec dici poteſt motus unius præciſè fuiſſe velocior, niſi ex eò quòd in uno motus magis diſtaret à quiete. Quare dicendum eſt non eſſe majus momentum in uno pendulo, quam in alio, nec motum eſſe velociorem, ſed tantùm in uno à quiete, ad finem accelerationis, majus tempus inſumi.

PROPOSITIO LXI.

Theorema.

De horologiorum pendulis inſtructorum fidelitate.

Indubitatum eſt, & continenti experientiâ comprobatum horologia pendulis inſtructa fideliora eſſe, quàm quæ communi libratore reguntur majora. Certè ita poſſe exacta reddi arbitror; ut ſi quis paulisper attendat, vix uno aut altero minuto intra diem aberret. Experti etenim ſumus in horologio noſtro Lugdunenſi, cui moderando incumbebat frater unus adjutor valde diligens, inventâ ſemel penduli longitudine, intra menſem integrum, quò vix ſolem ſemel intueri licuit, non aberraſſe à ſolis curſu, uno aut altero minuto. An verò à minoribus eam liceat ſperare fidelitatem, quæ nulli aëris mutationi ſit obnoxia, vix auſim aſſerere. Quare quamcunque diligentiam, in regendis, & extraordinario modo conformandis hujuſmodi horologiis Dominus Eugheris, ut iis ad longitudinem inveniendam uteretur adhibuerit; donec aliquid mihi certiùs innotuerit, vix poſſum ut exiſtimem eam in horologiis fidelitatem inveniri, quæ intra diem uno aut altero temporis minuto non aberret: minuti autem unius error in horologio, errorem quinque leucarum inducit in longitudinem. Præcipuè verò in navibus, timendum eſt, ne continua navigii vacillatio, & motus nonnunquam inconcinnus, item aëris temperies crebræque caloris, & frigoris mutationes, aliquantulum motum aut accelerent, aut retardent. De induſtriâ enim expertus ſum in horologio parvo, inſtructo pendulo, parum olei, maximam inæqualitatem feciſſe, quidni aliquid hujuſmodi aëris mutationes efficiant. Quare an ſolemne illud, & tam utile de longitudine problema ſolutum ſit, mihi certe adhuc non liquet; inclinoque magis ut negem, ſed de hoc in navigatione agemus.

PROPOSITIO LXII.

Theorema.

An idem requiratur pondus in quolibet pendulo movendo.

Propoſitio tota practica eſt, & ad horologia automata pertinens. Quæritur ergo dum ſit horologium, utrum ſit minor difficultas in movendò pendulo minori, quam majori. Ratio difficultatis eſt, quod ſi pendulum ſit minus, debeat fieri multiplicatio rotarum, atque adeo intra horam pendulum minus, ſæpiùs oſcillabit, quàm majus. Quod adhuc ut meliùs intelligatur, ſint duo pendula nempè unum novem digitorum, quod intra horam 7200 vibrationes ſimplices abſolvet, alterum verò trium pedum, nempe quadruplum; quod intra horam 3600 vibrationes efficit. Si horologium componendum eſt pro primo, erit multiplicatio rotarum addenda, nempe dum parum movebitur pondus verbi gratiâ per unum digitum, rota occurſûs duas circulationes abſolvet: ſi verò componendum eſſet horologium pro ſecundo, dum pondus deſcendendo moveretur per unum pedem, rota occurſûs unam tantum circulationem abſolvet: atque adeo idem pondus, reſpectu reſiſtentiæ in rotâ occurſûs exiſtentis, duplum momentum habet in primo, quam in ſecundo. Quæritur ergo, an pondus quod poteſt in primâ rotarum diſpoſitione incitare pendulum novem digitorum, in ſecundâ in qua duplò majus momentum habet, poſſit incitare pendulum trium pedum. Reſpondeo non poſſe, quia pendulum quadruplum cum ſit, quadruplò majus momentum habet, in ordine ad reſiſtendum alteri, atque adeò majus requiretur pondus quam duplum, in diſpoſitione autem ſibi competenti, idem pondus habet tantum momentum duplum. Deinde cum motus penduli majoris intra minutum verbi gratia, ſit duplus motûs penduli minoris; ſi ſupponatur idem pondus in utraque diſpoſitione, tantumdem intra horam, & conſequenter intra illud minutum deſcendere; minus momentum obtinebit reſpectu penduli majoris, quàm reſpectu minoris. Et favet experientia, nam minora horologia quæ pendulis minoribus inſtructa ſunt, minora habent pondera.

Notandum autem unum ex incommodis, horologiorum pendulis inſtructorum eſſe, quod multò majora requirant pondera, quam quæ ſimplici libratore reguntur, ita ut aliquando triplum requiratur illius quod antea requireretur.

PROPOSITIO LXIII.

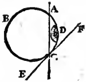
Theorema.

De horologiis per plana inclinata.

Ut aliquid ex ſuperiori doctrina ad praxin revocemus; proponatur duplex horologium automaton in planis inclinatis, in quibus nullum erit elaterium, ſed horologium ipſum ſibimet pondus erit, & elaterium. Cujus praxis principium ſuperiùs poſitum eſt, nempè diximus in planis inclinatis amitti aliquid de momento ponderis; eò quòd pars aliqua ejuſdem ponderis motum ſiſteret, & in partes motui contrarias inclinaret. Sit igitur annulus ABCD inſiſtens plano EF, ſitque punctum contactûs C, per quod ex centro univerſi intelligatur duci linea directionis GCA, ideò annulus ABCD volvitur ſupra planum EF,

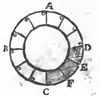
quia

quia pars ejus ABC præponderat parti ADC, ſi enim eſſent in æquilibrio, pars ABC elevare non



poſſet partem ADC, quod tamen neceſſarium eſt, ut volvatur. Dixi volvatur, licèt enim partes ABC, ADC, eſſent in æquilibrio, fieri tamen poſſet, ut reptando deflueret totus annulus; maximè ſi planum EF lubricum eſſet: impeditur autem hujuſmodi fluxus, ſi planum non ſit adeò læve, annuluſque ſit identidem inciſus. Quare ſi parti ADC addatur pondus D, quod ponat partes ABC, ADC in æquilibrio, ſiſtetur annulus ABC. Quia autem pondus D, dum propiùs eſt hypomoclio C, minus habet momentum, quàm dum ab eo magis removetur, ut jam oſtendimus initio Mechanices, ſi ſenſim pondus D deſcenderet verſus C; ſenſim etiam prævalente parte ABC, reſtitueretur verſus partes D.

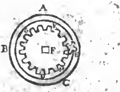
Quod ut meliùs intelligatur. Supponatur pars ABC eſſe in æquilibrio cum pondere addito, ut exiſtente in maxima diſtantia à puncto contactûs, nempè in puncto D; deſcendatque tantillum pondus verſus partem C, tunc prævalebit pars ABC, attolletque partem ADC, donec pondus D rurſus maximam à puncto contactûs diſtantiam obtineat. Unde ſi ſenſim ſemper circa annulum deſcendat pondus, ſenſim volvetur annulus, atque in hoc principio fundatur horologium multiplex. Nam multis modis fieri poteſt ut pondus additum, defluat ſenſim, & uniformiter ex D in C, & primò quidem hoc tentare poſſumus in aqua.



Si enim detur annulus duplex in quotcumque loculamenta diviſus, in ſingulis autem loculamentis, ſit foramen exiguum: ſupponantur duo aut tria loculamenta plena aquâ, nempè E, F, C. Itaque conſtituatur annulus ABCD, in plano inclinato, ut loculamenta plena ſint, in parte quæ motui reſiſtit; hæc attollentur à reliqua parte, quantum poterunt attolli: quia tamen per foramen exiguum, aqua in alia loculamenta ſenſim defluit, ſenſim etiam pars oppoſita prævalebit, & annulus ſuprà planum volvetur. Pro aqua ſubſtitui poteſt arena, ſed arena non fluit niſi quando foramina ſunt in imâ parte: hoc eſt arena non fluit, niſi verticaliter; item mercurius qui propter gravitatem faciliùs æquilibrium faciet. Multa alia in hunc modum componi poſſunt, & excogitari quæ artificum ingenio relinquo, ſufficiat principium indicaſſe.

Non poſſum autem quin horologium automaton deſcribam ſuo inſtructum libratore, omni carens elaterio, aut pondere; quod ſenſim in plano inclinato defertur. Eſt autem pars aliqua cylindri, cujus baſis habet circiter duos aut tres digitos in diametro, quales vulgò ſunt minores pixides. Ita autem ſe habet machina, ut ſi plano horizontali imponatur, nullus audiatur libratoris motus, ſi verò plano inclinato inſiſtat, ſtatim moveri incipiat. Tale horologium vidi aliquando Lugduni apud Dominum Deſervieres, virum in omni machinarum genere exercitatiſſimum. Licèt autem machinæ rotas videre non licuerit, eam tamen deſcribam, prout efformandam exiſtimo.

Duplicem igitur cylindrum concipio, quorum unus intra alium moveri, & circumvolui poſſit circa axem; exteriori firmiter infixum; huic axi inſeritur immobiliter rota ſexaginta verbi gratiâ denticulorum; quæ rota ſit quidem intra interiorem cylindrum, licèt illi nullo modo adhæreat: ſupponimus enim poſſe interiorem cylindrum moveri intra exteriorem, circa axem

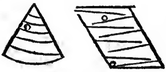


immobilem. Sit igitur exterioris cylindri baſis ABC, interioris KDE, ſitque axis F, firmiter ſeu immobiliter infixus, tàm baſi ABC, quam rotæ GH; ſed ita tamen ut quâ parte attingit baſim KDE rotundus ſit; ſit baſi KDE infixa rotula E quinque denticulorum, cum ſuo axe. Si ſupponeretur vel circa partes E, baſi HDE eſſe additum pondus, & cylindrum ABC imponi plano inclinato, & ſiſti in æquilibrio propter pondus ad partes E conſtitutum; pondus illud traheret baſin KDE, ita ut punctum E traheretur verſus C. Non poteſt autem circumvolvi baſis KDE, circa rotam GH immobilem, quin rotula E circumvolvatur; circumvolvetur igitur rotula E, & quia conſtat quinque denticulis, & GH ſexaginta, dum baſis KDE unam circumvolutionem abſolvet circa axem F, rotula E duodecim circulationes efficiet. Supponamus axi rotulæ E, eſſe additam rotam majorem, cujus denticuli reſpondeant axi alterius rotæ, & ita deinceps, donec pervenias ad libratorem, quæ omnes rotæ ſuis axibus, infixæ ſint mobiliter baſi KDE: librator motum moderabitur, ita ut ſenſim fiat, & æquabiliter, ubi verò pondus tantiſper verſus C defluxerit prævalebit pars cylindri oppoſita, atque ita continuabitur motus. In horizontali plano nihil tale eveniet, quia pondus inferiorem partem ſubitò petet, totamque machinam convertet. At verò dum ponitur in plano inclinato quia pars oppoſita eſt in æquilibrio cum illo, impeditur

peditur motus totius machinæ, ipſum tamen pondus ſenſim deſcendit, obitque vices elaterij. Non deſcribo omnes, hujus horologij partes, quia operoſum eſſet, & inutile ad inſtitutum noſtrum, cum doctrinam peculiarem non contineat; & ſemper aliqua relinquenda ſint, artificum induſtriæ, ut eorum iogenium meliùs elucefcat.

Notaodum autem rotas fixas plurimum utiles eſſe præcipuè quoties retrogradationum motus exprimendi ſunt. Ita vidi Sphæram cœleſtem in cujus medio, terra omnia continebat elateria, quibus cœlum ipſum moveretur, & per rotas fixas ſol proprium in zodiaco motum haberet; luna ſuas phaſes, mercurius, & venus ſuas circa ſolem circulariooes peragerent.

Ad idem planorum inclinatorum principium, facilè revocari poſſent ea horologia, quæ globum exiguum metallicum habent, qui per varia plana inclinata, delatus in interiorem capſam, ſtatim reſilit in ſuperiores partes, denuóque eadem plana remeoſus rurſus repellitur. In interiori capſa invenitur elaterium commune, machinaque integra ſimilis illi quæ horas pulſat; & loco mallei horas pulſantis, vectis aptatus eſt,



quo magnâ vi repellitur globulus. Adducitur autem vectis eo modo quo malleus, nempè in rotâ ſunt infixi decem, aut duodecim clavi; globus autem pondere ſuo, retinaculum, quo machinæ motus ſiſtebatur eximit. Pluribus autem modis aptari poteſt hæc machina; nam vidi globulum deſcendere per ſpiras circa cylindrum aptatas, vel circa conum, vel per plura plana inclinata ſibi invicem ſuccedentia, & quò crebiora erunt, eò plus temporis in deſceodendo inſumet: præcipuè ſi ut in figura vides, globus debeat impetum in uno plano acquiſitum deperdere, antequam per aliud planum deſcendat. Cum enim elaterium, non poſſit niſi ducenties forſitan globulum repellere, quo plus temporis in deſcendendo impendet, eò utilior fiet machina: ita ut ſi tantùm ſemel intra horam deſcenderet eſſet commodior.

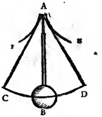
Horologia duo ſuperiora quæ in planis inclinatis ſtatuimos poſſent in eodem loco permanenti ſtatui, ſi nempè ipſis addatur ex parte oppoſita pondos appenſum, idem præſtans quod pars illa quæ in plano declivi, cum pondere oppoſito facit æquilibrium.

PROPOSITIO LXIV.

Problema.

Quomodo à Domino Engheus ad omnimodam æqualitatem revocentur horologia pendulis instructa.

Eughens Zulinghens, ita horologia pendulis inſtructa ad omnimodam æqualitatem revocat: Totum inæqualitatis motûs principium, in eo poſitum eſt, quod majores vibrationes ejuſdem penduli, minoribus ſint diuturniores; ſi enim omnes æquidiuturnæ forent, nulla excogitari poſſet inæqualitatis cauſa. Sive enim in aëris lentore, nonnihil ſegniùs, aut ex ſiccitate velociùs moverentur rotæ, atqua adeò leviùs, aut fortiùs pendulum impellerent, & in majores, aut minores oſcillationes animarent; cum ex ſuppoſitione forent æquidiuturnæ, ex eo capite nulla io horarum durationem inæqualitas refunderetur. Quare curandom eſt ut majorum vibrationum duratio nonnihil decurtetur: quod meliùs preſtari non poteſt, quàm ſi ita aptetur pendulum, ut dum in majores vibrationes excurrit aliquantulum brevius fiat; ſic enim vibrationis diuturnitas minor evadet.



Id autem aſſequitur ope duplicis arcûs, ſeu cycloidis ita diſpoſitæ. Sit pendulum AB, ſintque arcus mediocres BC, BD puta 30 graduum, cenſcaturque mediocris vibratio quæ illos non excedat, pendulum pendeat ex filo aut vitta, ad onum digitum, fiatque arcus ſeu cyclois tangens lineas AC, AD in punctis H, & F. Si pendulum feratur ultra lineas AD, AC tanget cycloïdem in punctis H & F, eritque tunc ejus longitudo non amplius AC, ſed FC, ergo brevius fiet; ergo ejus vibratio minus diuturna evadet. Dicitur de hac cycloide librum conſcripſiſſe ejuſque artificium demonſtraſſe: quia tameo nondum typis mandatum eſt iis ulteriùs non immorabor. Videtur autem non tantum vibratio major, fieri minus diuturna, eo quòd brevior fiat longitudo penduli; ſed etiam eò quòd reflectatur.

PROPOSITIO LXV.

Problema.

Vibrationis penduli ex duobus ponderibus ad eaſdem partes poſitis, compoſiti, durationem determinare.

Diximus ſuprà durationes vibrationum in diverſis pendulis, ſe habere in ratione ſubduplicata longitudinum: quæritur modò quid accidere debeat, ſi duo eidem pendulo addantur pondera.

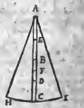


Sit ergo pendulum AC, duplici inſtructum globo in B, & C, ſitque AC lineæ AB quadrupla: ſupponatur vibratio ſimplex penduli AC eſſe unius ſecundi, & vibratio penduli AB eſſe unius ſemiminuti ſecundi. Quæritur duratio penduli ex his duobus compoſiti: aut potiùs longitudo penduli Iſochroni, huic pendulo compoſito. Fiat ut AB ad AC, ita CD ad DB, dico pendulum AD eſſe Iſochronum huic pendulo compoſito. Ratio eſt quod pendulum AB impellat & incitet motum pro ratione ſui momenti, pendulum autem AC retardet motum pro ratione ſui momenti; ſed momentum penduli AC; eſt quadruplum momenti penduli AB: ergo pendulum AC, quadruplò magis ad ſe trahet durationem vibrationis, quam pendulum AB.

Quare ut fiat regula generalis dividatur linea BC, ſecundùm rationem momentorum, ita ut fiat ſicut momentum penduli AB, ad momentum penduli AC, ita linea CD ad BD; longitudo penduli Iſochroni pendulo compoſito erit AD.

Ex hac regula facilè oſtendes, longitudinem penduli Iſochroni non eſſe eandem, ac centri gravitatis, ut apparet in cylindro homogeneæ gravitatis; qui ſi circa extremum ſuum punctum volvatur, longitudo penduli Iſochroni, duas ejus tertias obtinebit.

Sit enim cylindrus AC, qui oſcillationes peragat circa punctum A, intelligatur diviſus in duos cylindros in puncto B, eruntque centra gravitatis partium E, & D, eritque longitudo primæ partis linea AE. Ponamus eſſe unius pedis, ſecundi penduli longitudo, erit 3 dividatur linea ED in tres partes, ita ut una pars ſit DF, erit longitudo penduli Iſochroni AF, eſt autem DE duorum pedum, tertia pars duorum pedum eſt duo trientes unius pedis, qui additi parti DC efficiunt unum pedem cum duobus trientibus. Quare erit AF, 2 pedum & $\frac{2}{3}$, quod ſi intelligeretur diviſus cylindrus AB in plures partes, longitudo penduli ipſi Iſochroni ſemper magis & magis accederet ad duos trientes longitu[dinis] totius cylindri. Quare poteſt in tali caſu con[side]rari ſector deſcriptus à pendulo, dum mov[etur]



qualis eſt ſector AHI, cujus centrum grav[itatis] quod erit in tertia parte diametri AC, dete[rmi]nabit longitudinem Iſochroni penduli: nam [con]ſiderando ſingulorum punctorum motum, ſe[u ar]cus deſcriptos, conſiderantur ſingulorum [mo]menta, quorum ratio haberi debet, ut Iſoc[hro]ni penduli determinetur longitudo.

Quo principio ſemel conſtituto facilè plu[rium alio]rum figurarum quæ ſuſpendi poſſunt, & [quæ lo]co pendula adhiberi oſcillationes determ[inari] poſſent, ut ſi triangulum per apicem ſuſpen[da]tur, ſi arcus à ſingulis ejus punctis deſcr[ipti] quaſi extendantur in lineam rectam, perpe[ndi]cularem ad planum trianguli fiet pyramis, cu[jus ſi] quæratur centrum gravitatis, habebitur lon[gitu]do penduli ſimplicis, huic pendulo comp[oſito] Iſochroni.

Major eſt difficultas, ſi triangulum ſuſp[enda]tur per baſin ſuam, & volvatur circa illa[m, ſi] pariter arcus à ſingulis trianguli punctis de[ſcri]pti, in lineam ad planum trianguli rectam [hinc] inde extendantur, fiet duplex Pyramis, cu[jus ſi] quæratur centrum gravitatis, ejus diſtan[tia à] puncto ſuſpenſionis exhibebit longitudinem [Iſo]chroni penduli.

Major eſt difficultas ſi ſuſpendatur corp[us ſo]lidum, ut ſi ſuſpendatur pyramis integra, [ſive] per apicem, ſive per baſin; ſi ſuſpendatur c[onus, ut] de cylindro enim diximus, & aliis multis [hæc] tantum innuere volui, ut is cui licebit per o[tium] examinet, hæc enim non ſunt adhuc ita con[ſtitu]ta, ut iis acquieſcam, ſuo tamen tempore ex[ami]nari, & conſtitui poterunt.

Profert Regulam aliquam Dominus Eug[...] nempè ut multiplicetur pondus quodlibet [per] quadratum ſuæ diſtantiæ, fiatque ſumma pr[odu]ctorum, hæc ſumma dividatur per ſummam [mo]mentorum. Ut in exemplo figuræ, ſit AB [4, AC] 8 pondus utrumque 4 erit quadratum minor[is di]ſtantiæ 4; quod ſi multiplicetur per pondus [4 fiunt] 16, quadratum majoris diſtantiæ 8 eſt 64, [quod] ſi multiplicetur per ſuum pondus 4 fiunt [256,] fiat ſumma; hæc erit 272 aggregatum mom[ento]rum eſt 40, divide 272 per 40 erit quotiens [lon]gitudo penduli Iſochroni nempe 6 $\frac{32}{40}$ ſeu [...] Quæ regula coincidit cum priori poſita, ſi linea BC quæ eſt 6 dividatur ſecundum ratio[nem] momentorum 8 ad 32 ſeu 1 ad 4 ita ut EC [...] & BE 4 erit EC 1 $\frac{1}{5}$ quæ ablata ex DC 8 relin[quet] DE, 6 $\frac{4}{5}$.

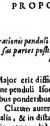
PRO[POSITIO]

PROPOSITIO LXVI.

Problema.

Vibrationis penduli ex duobus ponderibus ad diverſas partes poſitis, compoſiti, durationem determinare.

Major erit difficultas in determinanda longitudine penduli Iſochtoni pendulo compoſito, ex duobus ponderibus ad diverſas partes ſpectantibus. Clarum autem eſt quod ſi fuerint pondera æqualia, & in diſtantiis æqualibus, nulla erit vibratio, atque adeò fiet vibratio durationis, ut ita dicam infinitæ, ſeu tarditatis infinitæ.



Dominus Eugbens banc tradit regulam. Proponie pendulum compoſitum CAB, utrumque pondus multiplicat per quadratum ſuæ longitudinis, productorumque ſummam efficit: tum multiplicat utrumque pondus per ſuam diſtantiam, ut habeatur utriuſque momentum; momentum minus ex majori ſubtrahit, ut habeatur momentorum differentia; per hanc differentiam dividit ſummam ſuperiorem; quotiens erit longitudo penduli Iſochtoni. Supponatur pondus C eſſe duarum librarum, pondus B trium, AC eſſe duorum pedum, AB eſſe 6; multiplica C, per 4 quadratum AC, fit 8; multiplica B 3 per 36, quadratum AB fit 108, adde 108, & 8 aggregatum erit 116, momentum C eſt 4, momentum B eſt 18; ſubtrahe unum ab alio, erit differentia 14; divide ſummam 116 per 14 erit quotiens $8\frac{2}{7}$ longitudo penduli Iſochroni.

Hæc quidem regula facilis eſt, optiméque procederet, ſi demonſtrationem haberet adjunctam, præcipuè fundatam in ratione phyſica: nulla tamen ab eodem profertur, quod ſciam, niſi quod experientiis optimè congruat. Quod tamen non ſufficienter convinceret, eò quod paucorum admodum pendulorum, experientiæ fieri poſſint.

Ita res conſtitui poſſet. Certum eſt momentum penduli compoſiti CB, minus eſſe momento penduli ſolius AB, eò quod pendulum C illi ſit oppoſitum, & contrarium habetur momentum penduli AB, ſi ejus pondus, per longitudinem multiplices; eritque in ſuperiori exemplo momentum penduli AB 18, momentum penduli AC 4; fiat ſubtractio, reſtabit momentum penduli compoſiti 14. Ut autem momenta, ita velocitates, ergo velocitas momenti AB, ad velocitatem momenti compoſiti, eſt ut 18 ad 14 & cum iidem arcus à pendulo ſimplici AB, & à compoſito percurri debeant, erunt durationes vibrationum in ratione ſubduplicata velocitatum reciprocè. Quare duratio vibrationis compoſiti, ad durationem vibrationis penduli AB, erit in ratione ſubduplicata 18 ad 14, quæritur autem longitudo penduli Iſochroni pendulo compoſito: quare ejus longitudo quæ eſt in ratione duplicata durationum, erit ut 18 ad 14 comparata cum longitudine penduli AB. Fiat ergo ut 14 ad 18 ſeu 7 ad 9, ita 6 ad $7\frac{5}{7}$, eritque $7\frac{5}{7}$ longitudo quæſita.

Antequam ulteriùs procedamus aliquas obſervationes referam. Aſſumpſi quatuor pondera quorum unum erat unius libræ, ſecundum unius item libræ, tertium ſemilibræ, & quartum quadrantis: fecique pendulum duplex, in virga lignea cujus longitudo erat quatuor pedum: hæc virga diviſa fuit per medium, poſitiſque partibus in æquilibrio, ſuſpenſa eſt clavo per medium, appendique in uno extremo unam libram, quæ interea dum aliud pendulum aſſumptum pro menſura temporis perfecit 50 ſimplices vibrationes, iſtud perfecit vibrationes 38; eratque longitudo penduli quaſi ſimplicis duorum pedum, paulò minus: quos in quatuor partes dividere placuit, fuit ergo pondus 4 & longitudo 4 majoris penduli, quod invariatum permanſit.

Addidi in primo ſemipede ex alia parte quadrantem libræ ſeu pondus 1 cum diſtantia 1, eodem perſeverante pondere 4 & diſtantia 4 & compoſiti penduli vibrationes fuerunt 37 intrà idem tempus.

Pondus idem ut 1 poſui in diſtantia 2, pondere eodem 4 perſeverante in eadem diſtantia 4 majoris brachij; fueruntque intrà idem tempus vibrationes $35\frac{1}{2}$.

Pondus ut 1 in diſtantia 3 minoris brachij, & pondus 4 in diſtantia 4 majoris, vibrationes fuerunt 34.

Pondus ut 1 in diſtantia 4 minoris, & pondus 4 in diſtantia 4, dedit vibrationes 30, eodem tempore.

Pondus ut 2 in diſtantia 1 minoris, & pondus 4 in diſtantia 4 majoris, dedit vibrationes $36\frac{1}{4}$ eodem tempore.

Pondus ut 2 in diſtantia 2, eodem majore pondere perſeverante in eadem diſtantia, dedit vibrationes 32.

Pondus ut 2 in diſt. 3, eodem pondere 4 in diſtantia 4 exhibuit pro eodem tempore vibrationes $27\frac{1}{2}$.

Pondus ut 2 in diſt. 4, & pondus 4 in diſtantia 4 vibr. $22\frac{1}{2}$.

Pondus ut 4 in diſtantia 1, & pondus 4 in diſtantia 4 dedit vibrationes 32 intra idem tempus.

Pondus ut 4 in diſtantia 2, & pondus 4 in diſt. 4 exhibuit eodem tempore vibrationes $23\frac{1}{2}$.

Pondus ut 4 in diſtantia 3, & pondus 4 in diſtantia 4 dedit vibrationes 13, pro eodem tempore.

Ex hoc concludo quod eodem perſeverante majori pendulo, ſi ponantur duo parva pendula, æqualium momentorum, ſed diverſarum longitudinum, non erit eadem longitudo penduli Iſochroni, ſed diverſa; contra priorem regulam à me aſſignatam.

Concludo tamen in omnibus regulam D. Eughens non ad amuſſim experientiis reſpondere: nam poſitâ unâ librâ in diſtantia 4 intervallorum, fuerunt vibrationes funependuli ſimplicis intrà certum tempus 38: additâ ex alia parte librâ in diſtantia trium intervallorum, fuerunt vibrationes 13; multiplica ſecundum regulam Eughen. 4 per 16 fiunt 64. multiplica 4 per 9 fiunt 36. aggregatum eſt 100

momentum majoris eſt 16, minoris eſt 12. Fiat ſubtractio ut habeatur differentia quæ eſt 4, divide 100 per 4, habetur longitudo penduli iſochroni 25: erat autem longitudo penduli 4: ſe habent autem durationes reciprocè ut radices, nempe ut 5 ad 2. Quare interea dum pendulum ſimplex, 28 abſolvit vibrationes, pendulum compoſitum debuit abſolvere 15 aut 16; perfecit autem tantum 13, ergo non obſervatur regula D. Eughens. Debuit enim Iſochronum eſſe pluſquam 34 intervallorum & non 25. In aliis tamen exemplia non ita ſenſibiliter deficit.

Videamus an meliùs ſuccedat in aliis. Pondere ut 4 in diſtantia ut 4, & pondere ut 4 in diſtantia ut 2, fuerunt vibrationes 23 $\frac{1}{3}$; multiplica 4 per 16, fientque 64; multiplica 4 per 4 fiunt 16 eritque aggregatum 80, momentum majoris eſt 26, momentum minoris eſt 8, differentia eſt 8; divide 80 per 8 erit Iſochronum pendulum intervallorum 10. Sunt ergo pendula ut 4 ad 10, ſeu ut 400 ad 1000, radices horum numerorum ſunt 20 & 32 fere. Fiat ergo ut 32 ad 20, ita 38 ad 25, fiunt vibrationes 23; quot exhibuit obſervatio. Quare in multis exacta eſt regula D. Eughens, non tamen in omnibus.

Ego paulò aliter rem conſtituendam cenſeo, aliamque trado regulam, quæ conformior eſt obſervationibus, & in nullo caſu ſenſibiliter deficit. Volo ergo, ut tam momentorum utrinſque penduli ratio habeatur, quam longitudinum: hanc in exemplo melius explico. Aſſumatur exemplum illud primum in quo deficit plurimum D. Eughens Regula.

Majoris penduli longitudo fuit 4 ſpatiorum, & gravitas 4, penduli minoris longitudo fuit 3 & gravitas 4.

Velocitas majoris ad velocitatem minoris ſe habet ut 63 ad 54, nempè in ratiòne ſubduplicata longitudinum, longitudines autem ſe habent ut 4 ad 3 ſeu 4000 ad 3000 quorum radices ſunt 63 & 54, hic numerus 54 totus ſubtraheretur ex 63 ſi momenta eſſent æqualia. Sed momenta ſunt ut 4 ad 3 fiat ergo ut 4 ad 3 ita 54 ad 40 $\frac{2}{3}$, ſubtrahe jam 40 $\frac{2}{3}$ ex 63 teſtabit 22 $\frac{1}{3}$ quaſi velocitas penduli compoſiti. Dico ergo ſi fiat reciprocè ut 63 ad 22 $\frac{1}{3}$ ita 38 numerus vibrationum penduli majoris ſimpli 13 $\frac{1}{3}$ numerum vibrationum penduli com quod ſi fiant numeri in duplicata ratione 13 $\frac{1}{3}$ ſeu 1444 & 182 ſeu 18 ad 144 ita 32 erit longitudo penduli Iſochroni parti cum Regula Eughens exhiberet tantum a

Hæc igitur regula in eo conſiſtit ut prop pendulis, ex quibus componitur aliud, ſ tur radices longitudinum, fiatque ut mome majoris ad momentum minoris, ita min dix ad quartum numerum. Hic quartus nu ſubtrahatur à radice majoris, fiatque ut radi joris, ad hunc ultimum numerum, ita nu vibrationum majoris penduli ſimplicis a merum vibrationum penduli compoſiti, ſeu duli compoſiti. Hanc regulam expertus ſ omnibus obſervationibus, & inveni eam ab varionibus ita parum aberrare; ut error ipſ ſervationibus tribui poſſit: longitudo m ponderis eadem ſemper eſt, nempe 4 & long 4 tempus ſemper idem.

Longitudo minoris penduli.	pondus	numerus vibratio. obſervat.	numerus vibratio. ex calcul.
1	4	32	33
2	4	23 $\frac{1}{3}$	24
3	4	13	13
1	2	36 $\frac{1}{6}$	35 $\frac{1}{5}$
2	2	32	31 $\frac{1}{4}$
3	2	27	25
4	2	22 $\frac{1}{2}$	19
1	1	37	37
2	1	35	34 $\frac{5}{8}$
3	1	34	28 $\frac{1}{6}$
4	1	30	[illegible]

Facilè ex hac regula, data penduli ſim longitudine, & pondere, aſſignabimus por & longitudinem penduli oppoſiti minoris, i vibrationes compoſiti penduli, ad vibrationes joris ſimplicis, datam habeant rationem: po enim variæ propoſitiones converſæ inſtitui de his ſatis.

STATIC

STATICÆ LIBER QVARTVS.

De æquiponderantibus.

ARCHIMEDES qui prima Statices principia tradidit, à petitionibus exorditur. Sunt autem petitiones, ut plurimum propoſitiones, ita notæ, atque adeò quæ ita concedi debent, ut nullus diſputationi locus relinquatur: quia tamen aliquas in hâc materiâ proponit, quæ non uſque adeò convincunt, ideò illas quantùm fieri poteſt explanabo.

PETITIO I.

Gravia æqualia æquali in diſtantiâ poſita, æqualiter ponderant. Hæc petitio videtur ſola terminorum explicatio: cum enim gravitatem, non niſi ex actu ſecundo gravitationis cognoſcamus, de æqualitate gravitatis, non niſi ex æqualitate gravitationis, poſitis reliquis æqualibus judicamus. Ea autem quæ alterare poſſunt gravitationem, ſunt tantum diſtantia; intelligit autem in ſtaterâ, diſtantiam à jugo, ſeu puncto ſuſpenſionis; ex eâ enim diſtantiâ majori, in uno, & minori in alio, ſequitur comparatio majoris motûs unius, cum minori motu alterius. Ex quo momenti inæqualitas orta, non ex inæqualitate gravium ſecundum ſuam entitatem, aut gravitatem; ſed præcisè ex inæqualitate motûs: ut explicuimus in primo Mechanices principio. Quare optimè Archimedes vult in cæteris æqualitatem, ut de gravium æqualitate judicium fiat. Hæc petitio item experientiâ comprobari poteſt: intelligit autem per (*æqualiter ponderare*,) eſſe in æquilibrio, ſeu æquale momentum habere.

PETITIO II.

Gravia æqualia, in diſtantiâ inæquali ſuſpenſa, inæqualiter ponderant, & quòd in longiori diſtantiâ pendet, ad grave defertur.

Hæc petitio ſufficienter ad mathematicum inſtitutum, experientiâ confirmari poteſt, ſi enim alterum gravium in diſtantia æquali æquiponderantium: altero immoto, tantiſper à jugo removeas, deſinit æquilibrium, & quòd hoc modo, à jugo recedit prævalet, inclinatur, aliudque elevat; ſeu majus momentum habet.

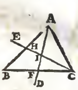
PETITIO III.

Gravibus ſecundùm quandam diſtantiam æquiponderantibus, ſi alteri aliquod grave adjicias, tollitur æquilibrium, illudque præponderat, cui grave adjectum fuerit. Hæc etiam petitio per ſe patet: cum enim quæ ſunt in æquilibrio, quomodocumque id accidat, æquale momentum habeant; & creſcat momentum ex adjectione ponderis, neceſſariò illud cui aliquid adjectum fuerit, majus momentum habebit, & præponderabit.

Pariter ſi ab altero æquiponderantium auferatur grave, non ampliùs æqualiter ponderant; ſed illud à quo nihil ablatum eſt præponderabit, ſeu deorſum feretur, & elevabit aliud.

PETITIO IV.

In omni quantitâte gravi, datur aliquod centrum gravitatis. Quamvis Archimedes hanc petitionem expreſsè non faciat, immò nec ullam afferat centri gravitatis definitionem, illam tamen ſupponit, & de illo centro, tanquam in omnì gravi exiſtente ſæpè loquitur. Centrum autem gravitatis, punctum eſt ex quo ſi vel ſolâ cogitatione ſuſpenſum corpus intelligatur; quemcumque dederis ſitum, in eo permanebit. Vel quod idem eſt, punctum per quod ſi intelligatur duci aliquod planum, corpus dividet in partes æqualium momentorum, ſeu æquiponderantes, in tali diſpoſitione, quod jam expoſui ſupra. Dico ergo definitionem utramque in eandem recidere: nam ſi ſuſpendatur corpus, per centrum gravitatis, cum hine inde ſtent partes æqualium momentorum, per ſecundam definitionem, neceſſariò in omni ſitu erit æquilibrium.



Hæc tamen petitio non mihi videtur ita clara, ut jure quis dubitare non poſſit, utrum in omni corpore, tale detur centrum gravitatis. Supponamus enim, ſi triangulum ABC ſuſpendatur ex puncto A, ita ut linea AD tendat ad centrum terræ, ſitque proptetea linea directionis, & triangula ABF, ACF ſint in æquilibrio: item ſi ſuſpendatur ex C & linea CE, ſit linea directionis triangula AHC, BHC, ſint in æquilibrio, eritque I ut volunt centrum gravitatis, cum eſſe debeat in utrâque linea AD, CE. Dubitare inquam poterit aliquis, utrum ſi ſuſpendatur idem trian-

Digitized by Google

gulum ABC ex puncto B, linea dividens in partes æquiponderantes, ſit tranſitura per I, & etiamſi hoc probaretur, in caſu quo ſuſpenderetur ex puncto B, dubitatur an idem accideret, ſi ſuſpenderetur ex aliquo puncto, in lateribus trianguli conſtituto.

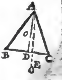
Pater Leotaudus id conatur ſtabilire hoc modo, in opinione communi, & receptâ apud Peripateticos: nempe quod centrum univerſi, aut ſi velis centrum terræ, parùm intereſt, ſit centrum omnium gravium, ad quod nempe gravitate ſuâ ferantur, & ibi quieſcant. Intelligit autem ſuam propoſitionem de quâcumque ſpecie quantitatis, hoc eſt non tantum de corpore, ſeu quantitate tribus conſtante dimenſionibus, ſed etiam de linea, & ſuperficie, quæ quidem licèt à ſolidâ quantitate ſeparari nequeant; nihil tamen vetat, quominùs per intellectum abſtrahi, & ſine aliâ concipi poſſint, & de illis ita ſumptis aliquæ proprietates demonſtrari.

Demonſtratio. Omne grave toto niſu ita fertur ad centrum univerſi, ut ſublato omni extrinſeco impedimento, ad illud contendat & in eo tandem quieſcat: ſed nunquam quieſcere poteſt, niſi detur in eo corpore punctum aliquod medium, ſeu centrum gravitatis, quod cum centro gravium coincidat. Si enim punctum illud, quod cum centro univerſi aptatur, non eſt centrum gravitatis illius corporis, ex unâ parte majus erit momentum, quàm ex aliâ; ſed in tali caſu, hæc pars quæ majus momentum habet, quàm alia, pellet aliam è ſuo loco; igitur ſi tandem quies obtineatur in centro univerſi, dicendum eſt in tali corpore dari centrum gravitatis; quod quidem unicum erit. Quia duo ſimul puncta ejuſdem gravis occupare non poſſunt centrum univerſi.

Quæ demonſtratio bona eſt, expendemus autem poſtea, an aliquid dici poſſit quod magis convincat.

PETITIO V.

Nullum pondus quieſcere poteſt, niſi linea à puncto ſuſpenſionis ad centrum terræ ducta, per eius centrum gravitatis tranſeat. Hæc petitio ex ſuperioribus pendet. Sit enim triangulum ABC, quod ſuſpendatur per punctum A; ducatur linea AE, quæ producta tranſeat per centrum terræ, ſitque punctum O centrum gravitatis illius trianguli, extra lineam AE, dico non quieturum. Cùm enim ex definitione triangulum ABE majus momentum habeat, quàm triangulum AEC, poſſitque adhuc deſcendere, deſcendit enim uſque ad lineam directionis AE; neceſſariò præponderabit, & triangulum AEC elevabit. Quod autem adhuc deſcendere poſſit, oſtenditur, eò quòd, illud deſcendere dicatur, cujus omnia puncta deſcendunt: ſed trianguli AEB omnia & ſingula puncta deſcendunt. Etenim factis circulis ex puncto A, tanquam centro, oſtendemus de quocumque puncto voluero, illud adhuc deſcendere, donec fuerit in lineâ directionis.



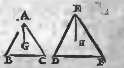
PETITIO VI.

Figuris planis, ſimilibus & æqualibus inter ſe coaptatis, centra quoque gravitatis earum inter ſe coaptabuntur.

Cum enim figuræ ſint ſimiles, & æquales, earum partes; omnes ſimiliter erunt poſitæ, & quomodocumque ſuſpendantur, eodem modo quieſcent. Nam ſi unius figuræ ſuſpenſæ, pars una ſit in æquilibrio cum alia, neceſſariò alterius figuræ partes ſimiles erunt in æquilibrio, ſunt enim inter ſe, & prioribus æquales: ſunt etiam ſimiliter poſitæ, ſeu æqualiter à puncto ſuſpenſionis, aut linea directionis remotæ: ergo nulla eſt ratio quæ æquilibrium deſtruat potiùs in unâ, quàm in alia.

PETITIO VII.

Si figuræ ſint ſimiles non verò æquales, centra gravitatis earum erunt ſimiliter poſita. Explicat autem Archimedes, quid ſit duo puncta eſſe ſimiliter poſita; nempe cum ab iis punctis ad angulos æquales ductæ lineæ, cum lateribus correſpondentibus, æquales angulos efficiunt. Ut ſi ſint duo triangula ABC, DEF ſimilia, & primi ſit centrum gravitatis G, & ſecundi H, du-



canturque lineæ GA, HE, ſintque anguli GAB, HED æquales; item GAC, HEF, & ita de reliquis lineis ad alios angulos ductis; hoc vocat ſimiliter poni. Cum ergo figuræ ſupponantur ſimiles omninò, ſi ab angulis æqualibus ſuſpendantur, dum quieſcent, linea directionis in utraque figura, partes proportionales, & ſimiles abſcindet, eruntque propterea anguli æquales.

PETITIO VIII.

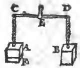
Si magnitudines quædam in quibuſdam diſtantiis poſitæ; ſint in æquilibrio, & aliæ ipſis æquales in iiſdem diſtantiis poſitæ æquiponderabunt. Cum enim nihil poſſit mutare momentum niſi, aut ipſius corporis gravitas, aut motus eius major, motus autem ex diſtantiâ oriatur, & ſupponatur æqualitas in utroque, æquilibrium perſeverare neceſſe eſt.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Gravia quæ in diſtantiis æqualibus poſita, ſunt in æquilibrio; æqualia ſunt.

Sint



Sint duo gravia AF & B, quæ ita ſuſpendantur in ſtaterâ, ut diſtantiæ CE, ED, à puncto ſuſpenſionis E, ſint æqualrs, ſintque pondera in æquilibrio; dico pondera AE & B eſſe æqualia. Si enim non ſunt æqualia, ſit AF majus: auferatur ex A exceſſus, quo ſuperat grave B, nempe ſit illud F.

Demonſtratio. A & B, ſunt pondera æqualia, & in diſtantiis æqualibus poſita; ergo ſunt in æquilibrio (*per primam petitionem:*) ſed jam AF, & B erant in æquilibrio; ergo ſi pondera ſint in æquilibrio ſecundum aliquam diſtantiam, & uni eorum aliquid adjicias, aut ab eodem detrahas remanebunt tamen in æquilibrio, contra petitionem tertiam. Non igitur AF per detractionem fieri poteſt æquale, ponderi B; igitur æquale eſt quod erat demonſtrandum.

In hoc principio fundatur ſtatera brachiorum æqualium; & ratio favet: cum enim, & motus, & gravitas ponderis concurrant ad componendum momentum; & in caſu noſtro, ſit motus æqualis, eò quòd ſit diſtantia æqualis, nempe radius circuli illius qui deſcribi poteſt à pondere, ſit item æquilibrium, ex ſuppoſitione, ſeu æqualia momenta; æqualem gravitatem in ponderibus eſſe neceſſe eſt.

Ut verum tamen fatear, hæc propoſitio nullam habet rationem medii, in quo fit tale examen, & procedit quaſi in vacuo conſiſterent gravia, quæ ſunt in æquilibrio. Ut oſtendam difficultatem, ſint duo gravia nempe ſit una libra, auri, cujus magnitudo ſit æqualis unciæ cubicæ, ſeu cubo cujus latus ſit unius unciæ, ſeu unius digiti, ſit item aliod quodcumque pondus ex aliâ materiâ leviori, quod in aquâ ſtet in æquilibrio cum illâ librâ auri, ita tamen ut utrumque pondus ſit immerſum aquæ. Cumque hoc ſecundum pondus, ſit materiæ levioris, erit eius magnitudo major, ſupponatur eſſe duplò major magnitudine auri, ſitque æqualis duabus unciis aquæ. Aurum dum aquæ immergitur attollit unam unciam aquæ, ergo de auri pondere decedit una uncia: atque adeò libra auri in aquâ momentum habebit quindecim tantum unciarum. Aliud verò pondus, attollens duas aquæ uncias, ut ſit in æquilibrio cum auro debebit eſſe ſeptemdecim unciarum: igitur in aqua ſeptemdecim unciæ, ſtant in æquilibrio cum ſexdecim. In aëre item ſimile quid diſtinguere poſſumus, cum enim comparantur duo pondera, diverſæ gravitatis ſpecificæ, nempe quorum alterum, ſub æquali gravitate majus eſt, unum attollit plus aëris, quàm aliud, & utrumque amittit de ſuo momento quanta eſt gravitas aëris ipſi æqualis, quoad molem. Cum ergo expenduntur duo corpora inæqualia, quoad molem, id quod decedit de utrinſque gravitate propter aërem, inæquale eſt; & conſequenter licèt ſit æquilibrium, non tamen benè concluditur eorum gravitatem ſecundum ſe æqualem eſſe.

Quia tamen aëris gravitas modica eſt, & inæqualitatem ferè nullam inducit, nec poſſumus in loco vacuo, examen habere, ideò quoad communes uſus negligendum eſt. Si quis tamen experiri velit, in machina ſuperius deſcripta, è qua plurimum educitur aëris, fiat experimentum; nempe ſint duo corpora, diverſæ notabiliter gravitatis, ut vocant ſpecificæ, quæ ponantur in æquilibrio, antequam è recipiente educatur aër, tum aër exſugatur; quod levioris eſt materiæ præponderabit. Sed iſta minutoria ſunt, ideoque negligantur.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Gravia inæqualia in diſtantiis æqualibus poſita, non æquiponderabunt, ſed majus prævalebit, & inclinabitur.

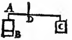
Sint in eâdem figura, gravia inæqualia AF; & B, quæ in diſtantiis æqualibus CE, ED appendantur; dico non fore æquilibrium; ſed majus inclinandum eſſe dorſum. Auferatur ex AF, exceſſus quo ſuperat pondus B.

Demonſtratio. Cùm pondera A & B ſint facta æqualia, & appendantur in diſtantiis æqualibus, erunt in æquilibrio, ergo addito pondere F, (*per petitionem tertiam*) non remanebit æquilibrium, ſed AF inclinabitur, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Gravium in diſtantiis inæqualibus æquiponderantium majus in minori, & minus in majori diſtantia conſiſtit.



Sint duo gravia inæqualia AB majus, & C minus, quæ ſuſpenſa ex puncto D ſtent in æquilibrio, dico diſtantiam AD minorem eſſe diſtantiâ CD. Si enim minor non eſt, erit æqualis, vel major: non æqualis, ſi enim æqualis eſſet pondera AB & C (*per primam hujus*) eſſent æqualia, contra ſuppoſitionem. Si autem diſtantia AD major eſt, quàm diſtantia DC, auferatur ex AB, exceſſus B, quo ſuperat pondus C. Cùm ergo pondera A & C ſint æqualia & diſtantia AD major quam DC (*per petitionem ſecundam*) pondus A præponderabit; ergo multò magis, addito exceſſu B, inclinabitur, contra ſuppoſitionem; ergo ſi ſtet in æquilibrio diſtantia AD minor erit; quàm DC; quod erat demonſtrandum.

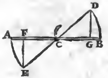
PROPO

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Si ut pondus ad pondus, ita fuerit reciprocè diſtantia, ad diſtantiam, erit æquilibrium.

Stateram communem propono, brachiorum inæqualium, quam vulgò in Galliâ Romanam, appellamus, abſtrahimus autem modò ab ipſius ſtateræ gravitate, & volumus omnia ſic componi ut nullo appenſo pondere, ſeu librili, aut bolide omnia ſtent in æquilibrio. Sint igitur duo



pondera A & B inæqualia, ſitque ut A ad B, ita diſtantia CB ad diſtantiam AC, dico ſi ſuſpendatur tota magnitudo ex utriſque conflata, ex puncto C, fore æquilibrium.

Supponatur enim elevata fuiſſe ſtatera in D, & ex alia parte depreſſa fuiſſe in E, ducanturque perpendicula DG, FE, triangula ECF, DGC, ſunt æquiangula. Cum enim anguli CGD, CFE ſint recti, & anguli ECF, DCG ad verticem ſint æqoales, ſuppono enim virgam ſtateræ eſſe lineam rectam, erunt triangula æquiangula; eritque (*per 4.6.*) ut CE ad CD; ſeu ut CA ad CB, hoc eſt ut pondus A ad pondus B; ita perpendiculum FE ad perpendiculum DG.

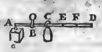
Demonſtr. Tunc eſt æquilibrium, ſeu æqualitas momentorum, cùm ita ſe habet pondus ad pondus, ut motus ſurſum unius ad motum deorſum alterius, ut explicuimus in primo axiomate mechanices; ſed in tali caſu motus ſurſum ponderis A, eſt perpendiculum FE, motus deorſum ponderis B, eſt perpendiculum G D; oſtendimus autem ita eſſe A & B; ut G D ad FE: ergo perſtat æquilibrium, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO V.

Problema.

Eâdem bolide, multorum ponderum gravitatem expendere.

Hoc principio nititur ſtatera communis in quâ, eâdem bolide, ferè omnium ponderum gravitatem expendimus. Sit igitur virga ABCD, pun-



ctum è quo ſuſpenditur, ſit B, A vero punctum è quo ſuſpenduntur corpora quorum gravitas expendenda eſt. Sit bolis notæ gravitatis, verbi gratiâ unius libræ, ſitque prima ut ita dicam menſura gravitatis, in quâ convenire debent, quicumque ſocietatem aliquam ineunt, ſit BC æqualis ipſi AB; BE dupla; BF tripla; & ita deinceps, dico eodem pondere C unius libræ, expendi poſſe gravitatem omnium ponderum. Sit enim pondus quodcumque G, retrahatur bolis C, aut puncto ſuſpenſionis ita admoveatur, donec ſtet in æquilibrio, cum pondere G; dico ſi bolis C primæ diviſioni inſiſtit, pondus G eſſe unius libræ; ſi ſecundæ eſſe duarum librarum; & ita deinceps. Sit igitur in primâ diviſione.

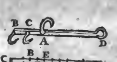
Demonſtratio. Cùm ſit æquilibrium (*per præcedentem*) erit ut AB ad BC ita C ad G; ſed AB, BC ſunt æquales; igitur C, & G æqualia ſunt. Eodem modo oſtenderem ſi bolis C, ad faciendum æquilibrium retrahenda eſſet ad ſecundam diviſionem, pondus G eſſe duplum bolidis C, & ita de reliquis, quod demonſtrandum erat,

PROPOSITIO VI.

Problema.

Stateram communem explicare, & dividere.

Statera communis ſeu brachiorum inæqualium, conſtat ſcapo ſeu virgâ, ut plurimum quadrangulari, anſâ ſeu ſpatio, non ſecùs ac libra communis, è quo ſuſpenditur; unco, aut lance, cui pondus expendendum imponitur, & bolide ſeu æquipondio mobili. Dividitur hæc ſtatera in brachia inæqualia, à ſpatio ſeu anſa, ideoque dicitur brachiorum inæqualium, immò duplicem habet anſam, ita ut adhibeatur una, dum majora pondera exploranda ſunt; alia verò dum minora. Unde communiter gallicè his vocibus utimur, *le fort, & le foible.* Poſſent adhuc plures anſæ adhiberi. Sufficiunt tamen ad uſum communem duæ.



Sit igitur primò anſa A, remotior ab unco B, atque adeo dividendus erit ſcapus, pro minoribus ponderibus explorandis, quia diviſiones fient latiores. Sit bolis ſeu æquipondium notæ gravitatis verbi gratia unius libræ, vel ſublato æquipondio tota ſtatera eſt in æquilibrio, vel non eſt in æquilibrio. Erit autem in æquilibrio, ſi brachium AB, licet ſit brevius, ita tamen fiat craſſum, ut addito unco æquiponderet ſcapo AD. Si ergo eſt in æquilibrio, ſumatur diſtantia A B transferaturque quoties poteſt in ſcapum AD, facta erit diviſio. Nam æquipondium in primâ diviſione, erit in æquilibrio, cum pondere unius libræ dependente ex unco B, ſi æquipondium ſit in ſecundâ diviſione, faciet æquilibrium cum duabus libris ex eodem unco B dependentibus, & ita deinceps.

Si autem ſublato æquipondio, non eſt æquilibrium; vel brachium brevius præponderabit, vel brachium longius. Ponatur primò brachium brevius deorſum vergere, ſitque æquipondium

notæ

notæ gravitatis verbi gratiâ unius libræ, removeaturque ab anſâ, donec ſit in æquilibrio cum breviori brachio, notetorque hæc diſtantia, ſitque AB, tum unco apponatur pondus unius libræ, removeaturque æquipondium donec rurſus ſit æquilibrium, ſitque diſtantia AD: dico ſi intervallum BD transferatur continuò in ſcapum E, fore notam duarum, F trium, & ita deinceps. Hoc eſt æquipondium tranſlatum in B, facere æquilibrium ſolum cum brachio AC & unco, tranſlatum in D, facere æquilibrium cum una libra; in E, cum duabus, & ita deinceps.

Demonſtratio. Cum æquipondium in B poſitum faciat æquilibrium cum brachiis, cum additur pondus unius libræ in C, & remaneat idem æquipondium, ita debet eſſe pondus additum in C, ad æquipoodium ſicut motus qui additur æquipondio, ad motum ponderis in puncto C additi; ſed motus ſunt ut diſtantiæ, & augmentum motus, ut augmentum diſtantiæ; igitur ut pondus unius libræ, ad æquipondium unius libræ, ita augmentum diſtantiæ, æquipondij; nempe linea BD, ad diſtantiam AC; quare BD, AC ſunt æquales. Eodem modo oſtendam, ſi addatur alia libra, in diſtantia AC, augmentum diſtantiæ æquipondij, nempe lineam DE, æqualem eſſe lineæ AC, atque adeò lineas BD, GE eſſe æquales.

Si verò brachium longius quale eſt AG, præponderet brachio AC, appendatur in C una libra; & æquipondium in ea diſtantiâ ſtatuatur, in qua faciat æquilibrium, ſit hæc diſtantia AB: dico ſi BD fiat æqualis ipſi AC, item BD, DE. &c. æqoipondium in D collocatum facere æquilibrium cum duabus libris, in C collocatis: & ita deinceps.

Demonſtratio. Cum æquipondium in B collocatum faciat æquilibrium cum una libra, in puncto C appenſa; addaturque alia libra in eodem puncto C, debebit ut poudus additum, ad æquipondium; ita motus additus in æquipondio, ad motum ponderis additi. Ut autem diſtantiæ ab anſa, ita motus; & ut augmentum diſtantiæ ita augmentum motûs; augmentum autem diſtantiarum in æquipondio ſunt lineæ BD, DE, quæ ſunt æquales lineæ AC; ergo benè diviſa eſt Statera.

COROLLARIUM.

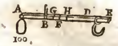
Ex hoc ſequitur in communibus ſtateris, diſtantiam unci ab anſa, tranſlatam in ſcapum, æquivalere ponderi æquali æqnipondio. Hoc eſt ſit diſtantia unci, aut lancis duorum digitorum, dico intervallum duorum digitorum in ſcapo, ſi æquipondium ſit unius libræ, eſſe æquale uni libræ, ſi ſit qoinque librarum, pariter æquivalere quinque libris, in quamcumque tandem partem ſcapi trasferatur.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Stateram in qua æquipondium immobile, & uncus, aut lanx mobilis, componere.

Cum ſtatera ſit aliquis vectis, in quo hypomoclion medium locum obtinet, ideo non tantum æquipondium mobile reddi poteſt, ſed eo immoto pondus ipſum, cujus gravitas explotanda eſt, æquipondio, & anſâ immotis, reddi poteſt. Stateram hujus generis deſcribo, quæ forſitan erit Statera communi incommodior, neque enim fieri poteſt, ut antiquis authoribus in mentem non venerit, cum tamen adhibita non fuerit, ideò tantùm, quòd utilitatis, præ alia parum habeat. Sit ergo facili-



tatis gratiâ talis ſtatera ABE, quæ vacua ſtet in æquilibrio, ſit æquipondium appenſum in A 100 librarum, ſitque AB, eius diſtantia ab anſa B, ſitque BH illi æqualis. Primò notandum eſt quæcumque pondera ſunt majora centum libris appendi debere inter B & H, quæ verò minora appendi debent ultra H, hoc eſt contrarias eſſe diviſiones, diviſionibus ſtateræ communis. Sit enim pondus 200 lib.

Demonſtr. *Per 4. hujus*) gravium in æquilibrio conſiſtentium, ita eſt pondus ad pondus, ut reciprocè diſtantia ad diſtantiam; ſed pondus 100 librarum eſt dimidia pars ponderis ducentarum, ergo diſtantia ducentarum librarum eſt dimidia pars diſtantiæ centum librarum. Nempe ſi ſumatur dimidia pars AB, quæ ſit BF, & in F appendatur pondus ducentarum librarum, erit æquilibrium. Quod erat primum.

Deinde ſit pondus 50 librarum, ſitque BD dupla ipſius AB; dico ſi in puncto D appendatur pondus 50 librarum; fore æquilibrium cum æquipondio 100 librarum, appenſo in A. Nam pariter (*per 4 hujus*) tunc eſt æquilibrium, cum ita eſt pondus ad pondus, ut reciprocè diſtantia ad diſtantiam: ſed ut 100 ad 50, ita BD ad AB; igitur erit æqoilibrium quod erat oſtendendum.

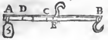
Diviſio iſtius libræ non eſt ita facilis. Dividatur BH, bifariam in F & habebis diſtantiam ducentarum librarum; dividatur rurſus BH in tres partes nempe in G, punctum G erit locus trecentarum, & H 150: ſi BF, dimidiam lineæ AB rurſus dividas bifariam, habebis diſtantiam quadringentarum librarum; & hanc ſi rurſus bifariam, octingentarum, & ſic deinceps dividendo ſemper bifariam, creſcet pondus in proportione dupla; ſi creſcat diſtantia in proportione dupla, decreſcet poodus in proportione ſubdupla, nempe 100, 50, 25. $12\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{4}$ $3\frac{1}{8}$ &c.

Facilior erit diviſio ſi radium AB, aut AH dividas in mille partes, & per arithmeticam invenias quæ diſtantia cuilibet ponderi obveniat, quod exemplo indico. Sit quærenda diſtantia quingentarum librarum, nempe diſtantia in qua appeodendæ ſunt quingentæ libræ, ut cum 100 faciant æquilibrium; fiat ut 500 ad 100, ita 1000 ad 200, dico ſi quingentæ libræ appendantor in H, diſtent à puncto B, docentis partibus. forn æquilibrium, idem dicendum pro ponderibus reliquis, tiam continuanda eſt, diviſio per totuim ſcapum. Sed tam diviſio quam uſus iſtius ſtateræ incommodus eſt.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Stateram in qua anſa mobilis eſt, componere.



Hæc ſtateta, anſam mobilem habet, cætera autem immobilia, nempe idem æquipondium, & lancem, aut uncum in alia extremitate: debet autem æquipondium eſſe notæ magnitudinis; ſit verbi gratiâ 5 librarum, & tali ſtatera AB, in cujus extremitate ſit æquipondium, in alia vero ſit uncus, aut lanx. Si dividatur bifariam in C, dico ſi anſa transferatur in punctum C, & unco B, appendantur quinque libræ, fore æquilibrium; quod per ſe ſatis patet. Si transferatur anſa ad punctum aliquod inter A & C poſitum, neceſſariò pondus appenſum in B, & faciens æquilibrium, minus erit quinque libris, quia nempè erit in majori diſtantia. Si verò transferatur anſa, in punctum inter C & B poſitum, pondus faciens æquilibrium, majus erit quinque libris: facilitatis ergo cauſa dividatur AB in 1000 partes, ut invenias omnium ponderum diſtantias, nempè in quod punctum transferenda ſit anſa, ita operaberis.

Sit verbi gratiâ pondus unius libræ propoſitum, cum æquipondium ſit quinque librarum, & pondus unius fiat ſumma ſex librarum: dividatur AB in ſex partes, ſitque prima AD, dico ſi anſa transferatur in D, fore æquilibrium, nam erit ut pondus A, quinque librarum, ad pondus unius libræ, ita diſtantia DB ad DA.

Si diſtantia ſint duarum librarum, addantur quinque cum duabus, fient ſeptem; ſi dividatur AB in ſeptem partes, accipianturque prope A duæ, ſi transferatur anſa ad punctum diviſionis, erit æquilibrium, ſi appendantur duæ libræ in B.

Si velis diviſiones pro ponderibus majoribus quinque libris, addantur ſimul verbi gratiâ pondus ſex librarum & quinque; fientque 11 dividadatur AB in partes undecim, accipianturque incipiendo ad A partes 6 nempe AE, ſi transferatur anſa in punctum E, erit æquilibrium, modò in B ſint 6 libræ.

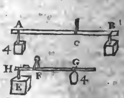
Quod ut facilius fiat, dividendus eſt ut dixi ſcapos AB in mille partes. Deinde hoc modo operaberis, factâ ſummâ ponderum verbi gratiâ 11, ita dices 11 dant 1000, quid dabunt 6, habebitque $545 \frac{5}{11}$. atque ita de reliquis. Non judico eſſe commodum hoc genus ſtateræ, quis tamen poſſet occurrere, ne quid deeſſet in hoc opere noſtro, illud omittere nolui.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Sine ſtaterâ cujuſlibet corporis gravitatem expendere, ſeu potius facilem ſtateram componere.

Quia fieri poteſt ut alicujus corporis gravitas exploranda ſit, neque tamen ſit ad manum ſtatera, ſuppono autem haberi ad manum pondus notum, verbi gratiâ unius aut plurium librarum. Aſſumatur baculus AB quicumque, in cujus extremitate A appendatur filo pondus notæ magnitudinis, verbi gratiâ quatuor librarum, in aliâ verò extremitate B, corpus cujus gravitatem extremitate B, corpus cujus gravitatem explorare volumus, tum pertentando, explorandum eſt in quo loco fiat æquilibrium, ſit in puncto C Metire diſtantias CB, AC aliquâ menſurâ communi quæcumque illa ſit, tum per regulam trium fiat, ut CB ad AC; ita 4 ad aliud & habebis pondus B.



Demonſtratio. Gravia A & B ſtant in æquilibrio, ſi ex C ſuſpendantur ex ſuppoſitione; ergo ut CB ad CA, ita pondus A ad pondus appenſum in B. Quod erat demonſtrandum.

Quia tamen baculus quo uſi ſumus habet aliquam gravitatem, & dum ſuſpenditur inæqualiter, etiam exceſſus majoris brachij, ſuprà minus, aliquid confert, ſatiùs ducerem utendum communi genere ſtateræ, in quâ cùm tam ponderis expendendi, quam anſæ locus determinatus eſt, poteſt ſuſpendi baculus etiam inæqualiter, & antequam appendantur gravia poteſt poni in æquilibrio, nempè apponendo in breviori brachio aliquod pondus. Ut in figura hac, ſit pondus E expendendum; ſitque anſa in F, retrahatur pondus cognitum donec ſit in æquilibrio: metire menſura communi diſtantias FH, FG, fiatque ut HF, ad FG, ita 4 pondus ſcilicet cognitum, ad aliud, & habebitur pondus E: Quæ omnia ſatis per ſe patent.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Statera cujus anſæ & gravium locus determinatus eſt, ſeu trutina, & libra.

Trutina ſeu libra, habet anſam immobilem, & pondera immobilia, hoc eſt tam punctum cui appenditur pondus examinandum; quàm illud in quo ſuſpenditur æquipondium immobile. Nempè extremitas ſcapi id habet incommodi in trutina quod tot requirantur æquipondia, quot ſunt pondera examinanda, brachia autem ſunt æqualia: idcóque ut fiat æquilibrium, debet pondus examinandum eſſe æquale librili. Nihil autem peculiare occurrit, niſi ut clavus anſæ ſit tenuis & teres, immò ex chalybe puriſſimo, & benè aquâ temperato: mirùm enim quantùm conferat, ad hoc ut quolibet vel minimo addito pondere inclinetur, ut omnia ſint lubrica, hoc eſt benè limata, & inſuper omni careant tenacitate.

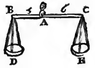
PROPO

PROPOSITIO XI.

Problema.

Trutina doloſa ex inæqualitate brachiorum.

Sit trutina ſeu libra cujus brachia ſint inæqualia, quæ tamen ſint in æquilibriu, dum vacua eſt, eò quòd brachij brevioris craſſities, alterius longitudinem compenſet: dico trutinam illam doloſam eſſe, nempe etiamſi vacua ſtet in æquilibriu, ſi tamen lancibus ejus imponantur inæqualia gravia, fore tamen adhuc æquilibrium, & æqualibus impoſitis ponderibus, æqoilibrium deſtrui. Sit enim brachium AB, quinque digitorum; brachium AC, ſex digitotum, nulluque impoſitu pondere ſit æquilibrium; eò quòd brachium AB ſit craſſius, aut lanx D gravior. Imponatur lanci D corpus librarum 6, & lanci C, librarum quinque, aſſeto eſſe æquilibrium.



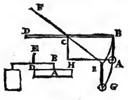
Demonſtratio. Pondera D, & E, in tali caſu reciprocè ſe habent cum diſtantiis; ergu (*per 4. hujus*) eſt æquilibrium.

Si autem pondera D & E æqualia eſſent, non perſiſteret æquilibrium, quia æqualium ponderum, quod magis diſtat ab anſa, alteri præponderat. Hoc dolu uſi ſunt aliquando mercatures Sydonij, qui purpuram vendebant. Unde in rebus pretioſiſſimis, transferuntur pondera, hoc eſt ut ſtatera ſit juſta debet perſeverare æquilibrium. Etiam dum pondus quod erat in lance C, transfertur in lancem E & viciſſim.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Idem eſt appendere liberè grave in aliquo puncto ſcapi, ac ſi centrum gravitatis ibi conſiſteret.



Sit corpus grave A, appenſum liberè, in punctu B, libræ BD · dico pondus A ita appenſum idem momentum habere, ac ſi ejus centrum gravitatis eſſet in B. Intelligatur enim ſcapus trutinæ inclinari in E, pondus A deſcendet in G, eruntque EG, BA, æquales & parallelæ, & cunſequenter (*per 33. s. Eucl.*) AG, BE parallelæ ſunt & æquales: ducatur linea CH, verticalis, & conſequenter parallela lineis BA EG; ponaturque illis æqualis, ducaturque AH quæ etiam parallela erit lineæ CB, conjungatur linea HG.

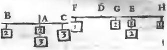
Demonſtratiu. Idem pondus quod æqualem mutum haber, æquale habet momentum, (*per primum mechanices principium*;) ſed pondus A eundem mutum habet, ac ſi eſſet in puncto B. Nam ſi fuiſſet in punctu B, & inclinatetur libra in E, deſcripſiſſet arcum BE: ſed pariter dum pendet ex puncto B, nempe dum exiſtit in A, deſcribit arcum AG, qui eſt æqualis arcui BE: ergo haber æqualem motum. Probatur minor lineeæ EG, CH, ſunt parallelæ, & æquales; ergo (*per 33. primi Eucl.*) lineæ CE.HG æquales erunt, & parallelæ; ergo jam uſtendo à pondere A deſcribi circulum æqualem circulo BE, cum ſemper poſſim oſtendere lineas CE HG æquales, tum inter ſe, tum lineis HA, CB. Item cum arcus BE, AG ſubtendant lineas æquales erunt & ſimiles, & æquales; ergo motus puncti B æqualis eſt motui ponderis A. Ex quo vides rationem eur pondera liberè appendantur, quod quidem verum eſt phyſicè, falſum tamen mathematicè: neque enim lineæ AB, EG ſunt parallelæ, quippè quæ conveniant in centro terræ, ſed hæc differentia eſt pro nihilo habenda.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Idem eſt duo pondera appendere in eodem puncto; ac ea appendere in reciprocâ diſtantiâ circa idem punctum.

Sit Trutina ſeu libra cujus anſa ſit A, & primò appendantur duu pondera 3 & 2 in puncto A, dico ſi circa idem punctum A ſumantur duæ diſtantiæ AB, AC, ſe habentes ut pondera reciproeè, nempe ſe habentes ut 2 ad 3; dico ſi appendantur reciproeè, pundera fore idem omninò.

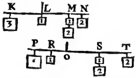


Demonſtratio. Si pondera appenſa eſſent in puncto A, eſſet æquilibrium: ſed ſi appendantur reciprucè in diſtantiis aſſumptis circa punctum A, nempe 3 in C, & 2 in B, erit adhuc æqoilibrium (*per 3. hujus*) igitur idem eſt ſive appendantur in puncto A, ſive appendantur reciprocè, in diſtantiis circa punctum A aſſumptis; quod erat demonſtrandum.

Sit ſtatera cujus anſa D, ſintque duo pondera 1 & 2 appenſa in E, dico ea duo pondera ſi appendantur reciprocè in diſtantiis circa punctum E aſſumptis, idem momentum habitura. Sit enim DF æqualis ipſi DE, appendaturque

pondus 3 in puncto F, faciet æquilibrium cum ponderibus 1 & 2 in puncto E appenſis. Sint diſtantiæ EG, EH, quæ ſe habeant ut 1 ad 2, conſtituanturque pondera 2 & 1 reciprocè, hoc eſt 2 in G & 1 in H, dico adhuc perſeverare æquilibrium. Intelligatur pondus 3 dividi in 2 & 1 appendique in puncto F.

Demonſtratio. Momentum duarum librarum in F poſitarum ſuperat momentum duarum librarum ex puncto G dependentium, & ſe habet ad illud ut FD ad DG, ſeu ut DE ad DG; momentum autem unius libræ in H poſitæ, ſuperat momentum reliquæ libræ in F poſitæ, & ſe habet ad illud ut DH ad DF, ſeu ut DH ad DE. Ponatur ergo DG eſſe tantum media pars ipſius FD, tam bene procederet demonſtratio ſi eſſet quæcunque alia pars: quare momentum duarum librarum in G, eſt tantum tertia pars momenti trium librarum in F. Si enim eſſent tres libræ in G, eſſet media pars, ſed cum ſint tantum duæ erit triens, nempe momentum coaleſcit ex diſtantiâ & pondere. Pondus in F, trium librarum multiplicetur per ſuam diſtantiam 2, erit 6, & momentum ponderis G multiplicatum per ſuam diſtantiam 1, erit tantum 2: ſed momentum ponderis 1 in H poſiti, multiplicatum per ſuam diſtantiam quæ eſt 4, efficit 4. Quare momentum ponderis 3 in F poſiti eſt 6, & ponderum 2 & 1 in G, & H reciprocè dependentium, eſt 4 & 2 ſeu 6, ergo adhuc conſiſtit æquilibrium.



Sit alius caſus, in quo ſumantur aliter, nempe circa punctum M ex quo dependebant pondera 1 & 2, ſumantur diſtantiæ quæ ſe habeant ut pondera, nempe ML & MN, quarum una cadat in anſam, appendanturque pariter reciprocè pondera: dico adhuc conſtare æquilibrium.

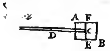
Demonſtratio. Pondus 1 appenſum puncto L in neutram partem inclinat, cum igitur ſit ut pondus K ad pondus N, ita LN ad KL perſeverabit æquilibrium.

Ultimus caſus poteſt eſſe, ſi ita ſumantur diſtantiæ, ut inter utrumque pondus, inveniatur anſa. Sit enim diſtantia RS trium partium, eritque ST $1\frac{1}{2}$, quare momentum ſolius ponderis P eſt 6, momentum autem ponderis R eſt 1; quare duorum ponderum P & R momentum eſt 7, diſtantia OT eſt $3\frac{1}{2}$, ſi multiplices duo per $3\frac{1}{2}$, habebis momentum ponderis T eſſe 7. Igitur adhuc invenitur æquilibrium.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Vera diſtantia ponderis in ſcapo exiſtentis, eſt diſtantia centri gravitatis, ab anſa.

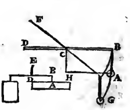


Sit corpus grave quodcumque AB, cujus centrum gravitatis C, & anſa D, dico veram diſtantiam illius ponderis eſſe DC, ita ut idem omninò momentum habeat, ac ſi omnes partes ex quibus componitur corpus AB appenderentur puncto C. Intelligatur enim linea directionis FE, tranſiens per centrum gravitatis C, eritque æquilibrium inter partes AE, FB, intellecto quod ſuſpenderetur totum corpus ex puncto F. Quare in tali caſu partes hinc inde à puncto C & linea directionis, erunt in diſtantia reciproca gravitatis ipſarum, (*per 3. hujus*) alioquin non eſſet æquilibrium. Sed quoties partes aut pondera circa aliquod punctum, ſunt in diſtantiis reciprocè ſe habentibus, cum gravitate ponderum, idem momentum habent, ac ſi omnia pondera appenderentur eidem puncto; ergo idem momentum habet aliquod grave, ac ſi omnes eius partes, appenderentur in puncto in quo eſt centrum eius gravitatis, vel omnes compenetrarentur. Et hoc etiamſi firmiter ſcapo imponeretur.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Dum pondera liberè ex eodem puncto dependent, non mutatur æquilibrium, etiamſi partes aliquæ videantur reſpondere anſæ.



Sit pondus A liberè dependens ex puncto B, ſintque aliquæ eius partes D, quæ videantur reſpondere anſæ E: dico quomodocumque vertatur pondus A, modò liberè dependeat ex B, idem omninò momentum habebit, ac ſi eius omnes partes eſſent, in puncto B.

Demonſtratio. Centrum gravitatis ita ſe habet ut directè reſpondeat puncto B, (*ex definitione centri gravitatis,*) & (*per 12. hujus*) idem momentum habet, ac ſi exiſteret in puncto B: ſed ſi exiſteret in puncto B, idem momentum haberet

ac

ac ſi omnes eius partes exiſterent in eodem puncto B, (*per* 14.) Igitur pondus quod liberè dependet ex puncto aliquo, eodem modo ſe habet, ac ſi omnes eius partes in eodem puncto exiſterent. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

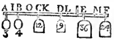
Vera diſtantia ponderis dependentis liberè ex aliquo ſcapi puncto, eſt linea ducta à tali puncto ad anſam, nempe eſt in hoc exemplo linea EB.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Quotcumque datis in libra ponderibus, ubicumque appenſis, centrum libræ invenire, ex quo ſi ſuſpendatur libra, data pondera in æquilibrio maneant.





Sint primò appenſa duo pondera 4 & 3, appenſa in punctis A & B fiat ſumma duorum ponderum nempe ſit 7 librarum, dividatur A B in ſeptem partes æquales: dico ſi à puncto A verſus B accipias tres partes uſque ad punctum C, tunc fore æquilibrium.

Demonſtratio. Cùm enim ſicut ſumma ponderum fuit ſeptem unitatum, diviſaque eſt AB in totidem partes, & aſſumptæ ſunt verſus A, tot partes, quot ſunt libræ in pondere 3 ita erit AC ad CB, ut 3 ad 4 nempe reciprocè: igitur (*per* 3 *hujus*) erit æquilibrium.

Si pondera eſſent æqualia divideretur A B bifariam.

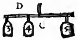
Sint modò pondera 3. 4. 12. 9. 36. 24. dependentia ex punctis A, B C, D, E, F. dividatur AB, ita ut ſegmenta reciprocè eandem rationem habeant, ac 3 ad 4, ſitque diviſionis punctum I. Tum dividatur IC, in ſegmenta quæ reciprocè, eandem rationem habeant, quam duo pondera 3 & 4 ſimul, ſeu 7 ad 12, ſitque punctum diviſionis O, dividatur O D in partes quæ habeant reciproce eam rationem quam habent 3.4.12. ſimul. Id eſt 19 ad 9 ſitque punctum diviſionis K, dividatur item KE, ita ut ſegmenta reciprocè eam rationem habeant quam 3.4.12.9. ſimul, ſeu 28 ad 36, ſitque L punctum illud. Denique ita dividatur L F, ut ſegmenta reciprocè eam rationem habeant quam 3. 4. 12. 9. 36. ſimul, ſeu 64, ad 24, ſitque punctum diviſionis M, dico ſi ſuſpendatur ſcapus, hoc modo ponderibus inſtructus ex puncto M fore æquilibrium.

Demonſtratio. Pondera 3 & 4 ex punctis A & B appenſa, cum linea AB diviſa ſit reciprocè ut 3 & 4 & punctum diviſionis ſit I, idem momentum habent (*per* 13. *hujus*) ac ſi ambo penderent ex puncto I. Pariter ſi ſupponerentur eſſe in I, quia IC diviſa eſt reciprocè ut 3 & 4 ſimul ad 12 eodem modo ponderant ac ſi omnia appenderentur in puncto O, & ita deinceps oſtendam ita omnia pondera ita diſpoſita, idem momentum habere, ac ſi penderent ex puncto M, ſed ſi penderent ex puncto M omnia, eſſet æquilibrium: ergo poſita in iis punctis faciunt æquilibrium. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Quotcumque gravitatum in libra ſitu æquiponderantium, datis omnibus radiis, & ponderibus præter unum, invenire radium vel pondus ignotum.



Sint duo pondera data 3. 4. appenſa in punctis 3 & 4, ſitque anſa data in C, ita ut cognoſcantur radii 3 C, 4 C, deturque primò aliud pondus 5, ſed quæritur radius nempe diſtantia ab anſa C, ut faciat æquilibrium cum ponderibus 3. 4. in A & B conſtitutis, dividatur 3, 4, ita ut ſegmenta reciprocè ſe habeant cum ponderibus 3 & 4, hoc eſt ſit ita 3 D ad 4 B, ſicut 4 ad 3, tum fiat ut 5 ad 7, ita DC ad aliud, nempe ad C 5, dico ſi puncto huic appendatur pondus quinque librarum fore æquilibrium.

Demonſtr. Pondera 3 & 4, ita gravitant, ac ſi eſſent in puncto D, ſi autem eſſent in puncto D (*per* 3. *hujus*) eſſent in æquilibrio, cum pondere 5 pendente ex puncto 5; ergo licèt appendantur in punctis 3 & 4, erit æquilibrium.

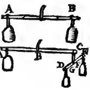
Secundò. Sit datum punctum 5, ſed neſciatur pondus quod in puncto 5 appendendum eſt: pariter quæratur punctum D, tum fiat ut C 5, ad DC, ita 3 & 4 ſeu 7 ad aliud, & invenietur pondus 5.

Demonſtratio eadem applicari debet.

PROPOSITIO XVII.

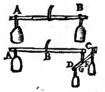
Theorema.

Pondera ex remotione ab anſa, momentum majus, abſolutum non acquirunt, ſed tantum reſpectivum.



Quæſtio hæc ſcitu digna mihi videtur, quæritur ergo, an pondera quæ magis ab anſa removentur, abſolutè magis gravitent, tantùm reſpectivè, hoc eſt per modum unius

ut ita dicam magis gravitent. Quod ut explicem; ſupponantur pondera, in A & B poſita, quæ ſu-



ſtententur ab aliquo, anſam C apprehendente, quæritur an majorem difficultatem experiatur in ſuſtentandis ponderibus A & B, quam ſi eadem pondera transferrentur in puncta viciniora.

Dico non majorem eſſe difficultatem, ſed eandem omninò, ita ut majus momentum quod acquiritur, ſit tantùm reſpectivum, nempe ponderis A reſpectu ponderis B, non autem abſolutum.

Demonſtratio. Pondera A & B ſive in extremitatibus ſcapi poſita, ſive in punctis D & E, idem momentum commune habent, quod haberent ſi ſub anſa immediatè appenderentur; ergo majus abſolutum non habent, ſed tantum reſpectivum.

Quod ſi quis ulteriùs vellet id experiri ſit trutina ABC, cujus extremitati A appendatur quodcumque grave, alteri autem extremitati appendatur alia trutina duobus ponderibus, item in extremitatibus D & E conſtitutis inſtructa, ſitque pondus A in æquilibrio cum trutina DE, admoveat pondera DE anſæ C, eáque transferat in puncta F & G, adhuc pondus A erit in æquilibrio cum trutina.

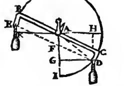
Regula Phyſica favet ſive pondera D & E, ſint in extremitatibus, ſive in punctis G & F, ſi pondus A ſupponatur inclinari verbi gratia uno digito, aut attolli, pondera D & E æqualem motum habebunt: motus autem, ut vidimus in primo Mechanices principio, ita eſt cauſa majoris momenti, ut ubi eſt idem motus & idem grave, ſit ſemper idem momentum; ergo pondera D & E in quocumque ſcapi puncto conſtituantur, idem ſemper obtinent momentum abſolutum. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

De ſtateris quarum anſa eſt ſupra lineam conjungentem centra gravitatis ponderum.

Diximus ſupra (*prop.13.*) dum appenduntur liberè duo pondera perinde eſſe, ac ſi centra gravitatis eorum, in puncto ex quo ſuſpenduntur conſiſterent: quare communiter punctum ex quo ſuſpenditur trutina, cenſetur eſſe in linea conjungente centra gravitatis ponderum appenſorum. Intelligo autem per anſam punctum immobile, circa quod volvitur trutina, quale eſt punctum A. Ponamus ergo talem trutinam in qua pondera, ſint appenſa infra ſcapum, in punctis E & D: dico ſi ſint appenſa duo pondera, æqualia in diſtantiis æqualibus, ſi ſcapus à ſitu horizontali dimoveatur, fore ut ſuapte naturâ ſitum



horizontalem repetat. Nam cum pondera pendeant ex punctis E, D, ſi conjungantur lineâ rectâ, centrum gravitatis erit in F, extra lineam directionis AG, atque adeò debet ad illam redire: quia tamen vix adhuc locuti ſumus de centro gravitatis multò minùs de illius inventione, ideò aliter idem probare debeo. Vera diſtantia ponderis E, eſt EA, ponderis verò D eſt AH, ut jam oſtendimus cum locuti ſumus de potentiis per ſolam gravitatem agentibus: ergo pondus E eſt in majori diſtantia quàm D, ergo prævalere debet.

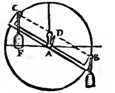
Sed adhuc id ulterius demonſtro. Supponatur atolli pondus E, uſque in B, & conſequenter pondus D deprimi per arcum æqualem DI, erit BK menſura motûs ſurſum ponderis E, & GI menſura motûs deorſum ponderis D, ſed BK, minor eſt quam GI: eò quòd circulus in puncto D magis ad horizontem accedat; igitur momentum ponderis E, in majori motu verticali exiſtentis majus erit, quàm momentum ponderis D; ergo pondus E prævalebit.

Item alio modo id demonſtro. Circulus in puncto E, ferè coincidit cum linea verticali, in puncto verò D, coincidit cum plano valde inclinato: ſed gravia æqualia ita ſe habent, ut quod rectâ deſcendit, majus momentum habeat, quàm quod per planum inclinatum defertur; ergo pondus E majus momentum habet. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

De trutinis quarum anſa eſt infra lineam conjungentem centra gravitatis ponderum.



Sit alia trutina, aut eadem, ſed inverſum ſitum obtinens, habenſque propterea anſam A infra lineam BC, conjungentem centra gravitatis ponderum B & C: dico ſi dimoveatur à ſitu horizontali, eum non repeter, ſed magis, ac magis, inclinabitur.

Demonſtratio. Facilè oſtendere poſſum ſicut priùs

priùs centrum gravitatis D extra lineam directionis ita inveniri, ut ad eam ſe accommodare non poſſit, niſi aſcendat, atque adeò illi tantùm congruere poſſit infra punctum A.

Secundò linea AB eſt vera diſtantia ponderis B, A F autem diſtantia ponderis C, atque adeò pondus B majus momentum obtinebit, & prævalebit.

Tertiò circulus in puncto C congruit cum plano magis inclinato, quàm in puncto B; ergo in puncto B, pondus æquale majus momentum habet.

Quartò facilè oſtendere poſſem in puncto B majorem inveniri motum verticalem, quàm in puncto C.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

De Trutinis ordinariis.

Trutinæ ordinariæ ita compoſitæ ſunt, ut tria foramina in eadem ſint linea recta: quæ hoc habent ut quemcumque ſitum habuerint illud ſervent. Ratio eſt quia cum centrum gravitatis ſit ſemper, in ipſo anſæ puncto, quieto & immobili, quemcumque ſitum obtineat ſcapus, eum conſervabit, invenitur enim ſemper in linea directionis. Deinde puncta in quibus ſunt centra gravitatis ponderum, ſemper inveniuntur in partibus circuli, ſibi è diametro oppoſitis, atque adeò ſimiliter inclinatis, perpendicula ſunt æqualia, quare, ſi aliunde pondera ſint æqualia perſiſtet æquilibrium.

Si verò pondera firmiter ſcapo annecterentur, eſſet habenda ratio centri gravitatis; atque adeo ſi ſupra aut infra ſcapum inveniretur, trutina pertineret ad 18 aut 19 propoſitionem.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Trutinæ brachiorum longiorum ſunt exactiores.

Hæc propoſitio habetur apud Ariſtotelem, non apparet tamen quò fundamento nitatur. Nam ſi mathematicè omnia procederent, ſi brachia trutinæ exacta ſint, ſi clavus anſæ eſſet indiviſibilis, quâcumque vel minimâ additâ gravitate ponderibus in æquilibrio poſitis, deſtrueretur æquilibrium. Quia tamen in materiâ ſenſibili operandum eſt, faciliùs eſt primò duas magnitudines longiores æquales reddere, quam breviores: eò quòd exceſſus qui reperitur, minorem habeat rationem, ad majorem quantitatem, quàm ad minorem.

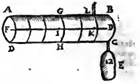
Secundò clavi magnitudo, pariter majorem habet rationem ad ſcapum breviorem, quam ad longiorem.

Tertiò dum omnia ſunt in æquilibrio, ſi id quod additur majus momentum habeat, faciliùs inclinabit trutinam; ſed idem pondus additum in extremitate brachij longioris, majus momentum habet, quàm in extremitate brachij brevioris; ergo tunc faciliùs inclinabit, ergo ex his capitibus, trutinæ longiores ſunt exactiores. Quod oſtendendum erat.

PROPOSITIO XXII.

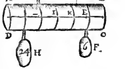
Problema.

Datis duobus gravibus, jugum ſeu punctum invenire, è quo ſi ſuſpendantur, fiat æquilibrium.



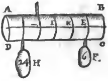
Sit data columna ABCD, verbi gratia 6 librarum, ſitque in puncto C ſeu D appenſum pondus E librarum 12. Supponatur, ita eſſe diviſa columna ut ſi ſecluſo pondere E, ſola ſuſpenderetur per punctum G, eius partes manerent in æquilibrio, atque adeo centrum gravitatis eius exiſtat in medio axis, nempe in puncto I; quare linea I D erit conjungens centra gravitatis utriuſque ponderis. Ita dividatur linea I D, in puncto K, ut ſit eadem ratio I K ad K D, quæ ponderis E ad columnam A B C D reciproce. Dico quod ſi ſuſpendatur totum aggregatum per punctum K, ita ut K L ſit linea ſuſpenſionis, erit æquilibrium.

Demonſtratio. Cùm columna ſola ABCD ſuſpenſa per GI ſit in æquilibrio, eodem modo ſe habet, ac ſi omnes eius partes compenſarentur in puncto I, aut ſi columna ſuſpenderetur per punctum I: cum idem ſit (*per* 13.) appendere pondera in uno puncto, aut circa idem punctum in ratione reciproca. Sed in tali caſu, appenſo pondere in D, ita eſt radius IK ad radium KD, ut reciproce pondus E ad columnam ex conſtructione: ergo (*per* 4.) eſt æquilibrium. Quod erat demonſtrandum.



Poſſunt dari alij caſus ejuſdem propoſitionis, in quibus nova videtur difficultas occurrere; ut ſi pariter ſit columna ABCD, 6 librarum, cui appendantur in puncto E pondus F 6 item librarum, & in puncto G pondus H librarum 24; quæritur linea ſuſpenſionis, ſeu punctum è quo ſi omnia ſuſpendantur erit æquilibrium. Sit I centrum gravitatis columnæ, hoc eſt ſi ſuſpendatur columna ſola per I, ſit æquilibrium, fiat ut columnæ pondus, ad pondus F, ita reciprocè KE ad KI; eritque punctum K, centrum gravitatis

vitatis columnæ, & ponderis F, ſecluſo ſcilicèt pondere G, idemque erit ac ſi omnes partes tam



ponderis F, quàm columnæ appenderentur in puncto E. Iam dividatur linea GK, ita ut fiat ſicut GL ad LK, ita aggregatum ex columna, & pondere F, ad pondus H: dico punctum L, eſſe centrum gravitatis commune.

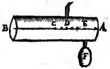
Demonſtratio. Ita eſt reciprocè radius GL ad LK, ſicut aggregatum columnæ & ponderis F, quod virtualiter appenditur in puncto K, ad pondus G: ergo eſt æquilibrium (*per* 4.)

Eodem modo operandum eſſet, ſi plura eſſent pondera, appenſa in quibuſlibet punctis.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Invenire pondus, quod ad datam columnam determinatam habeat rationem.



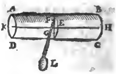
Sit columna cujus axis AB, centrum gravitatis C, è quo nempe ſi ſuſpendatur, partes erunt in æquilibrio: ſitque propoſitum invenire pondus, quod ad columnam datam habeat rationem, nempe ut 2 ad 3, hoc eſt duos contineat trientes columnæ. Fiat aggregatum ex 2 & 3, ſitque 5; notentur quinque diviſiones, incipiendo à centro gravitatis: ſuſpendatur columna ex ſecunda, nempe ex D, & pondus ſuſpendatur ex quinta diviſione, nempe ex puncto E, tantumque ponderis addatur donec fiat æquilibrium. Dico ita eſſe pondus F ad columnam, ut 2 ad 3.

Demonſtr. Nam (*per* 4.) cum ſit æquilibrium ita erit radius CD ad radium DE, reciprocè, ut pondus F ad pondus C, ſeu columnæ: ſed CD ad DE, ex conſtructione eſt ut 2 ad 3, ergo ita eſt pondus F ad columnam, ut 2 ad 3. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Si columna ſuſpendatur: per punctum ſupra centrum gravitatis aſſumptum, eius axis erit parallelus horizonti.



Si columna ABCD, cujus centrum gravitatis ſit E, ſuſpendatur per punctum F imminens perpendiculariter puncto E, ita ut linea FE, ſit perpendicularis ad axem CH, dico axem KH, eſſe horizonti parallelum, ita ut ſi ab eo ſitu dimoveretur, rediret.

Supponamus ita dimoveri, ut linea FL, ſit perpendicularis ad horizontem; in tali caſu, quia perinde eſt ac ſi tota columna eſſet in puncto E, (*per* 13.) cum ex alia parte nullum ſit pondus, columna deſcendet quantum poterit, nempe donec linea FE, concurrat cum linea directionis FL.

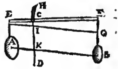
Quod ſi columna ſuſpenderetur per punctum E, centrum gravitatis; quemcumque ſitum aſſumeret, in eo permaneret, quia perinde eſſet, ac ſi omnes eius partes eſſent compenetratæ in puncto E ſuſpenſionis, in quo caſu nullus ſequi deberet motus.

Denique ſi columna ſuſpenderetur per punctum G, quamvis mathematicè loquendo, poſito centro gravitatis E, ſupra punctum G, non debeat inclinari columna potiùs in unam partem quam in aliam: phyſicè tamen vix in eo ſitu conſiſtet, inclinabiturque donec centrum gravitatis, directè reſpondeat puncto ſuſpenſionis G.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Linea directionis producta, quamcumque lineam conjungentem centra gravitatum in ſuos radios dividit, ſicut & omnes interceptas inter lineas gravitatum ponderum.



Sint duo pondera A & B, in æquilibrio, linea conjungens centra gravitatum ſit AB, linea directionis tendens ad centrum terræ ſit CD, ſint etiam lineæ gravitatum ponderum EA, FB. Dico lineam HC, ſeu Anſam productam, non tantum dividere lineam EF, in radios EC, CF, ſed etiam lineam AB, aut quamcumque aliam ductam, à linea gravitatis EA, ad lineam gravitatis FB. Ducatur EG, parallela lineæ AB.

Demonſtr. Cùm lineæ EA, CD, FB, tendant ad centrum terræ, erunt phyſicè parallelæ: ergo (*per* 4. 6.) ita erit EI ad IG, ſeu AK ad KB, ſicut EC ad CF. Sed EC ad CF, ſunt radij ita ſe habentes reciprocè, ut pondera: ergo AK ad KB, erit ut pondus B ad pondus A.

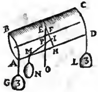
PROPO

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Datâ columnâ nota gravitatis cum ponderibus notis, ex ea pendentibus, quæ axem horizonti parallelum contineant, invenire pondus quod in certo loco appenſum, columnam in ſi n propoſito ſtatuat.

Sit columna ABCD, verbi gratia 6 librarum, cum appenſis ponderibus G & L; appenſis liberè in punctis A & D, ita ut ſint notæ gravitatis;



quæ ita ſe habeant, ut columnæ axem detineant in ſitu horizontali, ſi ſuſpendatur ex puncto E; ſit centrum gravitatis columnæ ſolius punctum F, ſitque centrum gravitatis ponderum G & L, punctum H. Quare ſi fiat ut columna ad aggregatum ponderum G & L, ita H I ad I F; erit I centrum gravitatis commune columnæ A B C D, & ponderum A & L. Statuatur linea A D in ſitu quocumque, noteturque punctum M in quo aliud pondus appendendum eſt; ducatur linea M I, quæ ſecetur à linea directionis in puncto P. Si fiat ut M P ad PI, ita aggregatum ex columna & ponderibus G & L, ad aliud, habebitur pondus N; quod ſi appendatur in puncto M, detinebit columnam in ſitu propoſito.

Demonſtratio. Cùm enim centrum gravitatis aggregati ex columna & ponderibus G & L, ſit punctum I, & centrum gravitatis ponderis adjecti N ſit punctum M, linea M I, erit connectens centra. Cùm ergo ita facta ſit M P ad P I, ut reciprocè aggregatum ex columna, & ponderibus G & L ad pondus N; erit P centrum gravitatis commune. Quare ſuſpenſo toto, illo aggregato per punctum E, ita ut linea directionis ſit EO, neceſſariò punctum P, in illam incidet: ergo columna hunc ſitum obtinebit; & in eo permanebit.

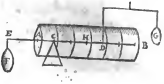
PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Datâ columnâ, & aſſignatis duobus punctis in eius axe, uno immobili, altero mobili, invenire pondus, quod directè motum, & annexum puncto mobili, columnam in ſitu horizontali detineat.

Sit columna cujus axis AB, in quo aſſignetur

punctum immobile C, in quo nempe ſuſtenetur, & circa quod motus fiat; detur & punctum mobile D, cui applicandum ſit pondus; quod directè deorſum tendat, & columnam in ſitu horizontali detineat: id autem melius fieri non poterit, quàm ſi ope ſtateræ brachiorum æqualium applicetur. Quæritur pondus G, quod tale ſit, ut columnam in ſitu horizontali detineat.



Fiat linea EC æqualis lineæ CD, diviſoque axe AB bifariam in H, fiat ut EC ad CH, ita pondus columnæ, ad pondus F: dico ſi fiat pondus G; æquale ponderi F, & applicetur eo modo quo figura exhibet, detinebit columnam in ſitu horizontali.

Demonſtratio. Cùm centrum gravitatis columnæ ſit in puncto H, perinde eſt ac ſi tota penderet ex puncto H, quare radius eius erit CH: cum autem ita ſit reciprocè ut EC ad CH, ita columna, ad pondus F, columna & pondos F, *(per 4.)* erunt in æquilibrio. Sed pondus G in diſtantia C D, quæ eſt æqualis lineæ E C, æquale momentum habet; ergo momentum ponderis G agentis per radium C D, æquale eſt eſt momento columnæ. Quod demonſtrandum erat.

In hoc exemplo, in quo poſuimus columnam eſſe 6 librarum, pondus G ſuſtinet, aut ut ita dicam ſentit pondus tantum 4 librarum, & pyramis K pondus duarum.

Pariter ſi loco ponderis G, ſubſtitueretur alia pyramis cujus apex ſuſtineret columnam in puncto D, pyramis C ſuſtineret pondus duarum librarum, & pyramis ſub D poſita, pondus quatuor librarum.

Idem dicendum ſi duo homines ſuſtinerent eandem columnam ſuſpenſam funibus ex punctis C & D; eſt enim utrobique eadem ratio.

Quod ſi columnæ præterea appenderetur pondus, verbi gratiâ, in puncto I, illius etiam ratio haberi deberet; nempe primò determinandum eſſet centrum gravitatis, totius columnæ, & ponderis appenſi in puncto I.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Factâ ſuperiori conſtructione, ita eſt pondus, columnam in ſitu horizontali detinens, ad pondus columnæ; ut reciprocè radius columnæ ad radium ponderis.

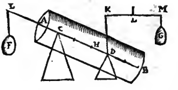
In conſtructione ſuperioris propoſitionis, cum diſtantia ſeu radius ponderis G, ſit C D, &

radius columnæ ſit CE,clarum eſt (*per 4.*) ot ſit æquilibriom, ita debere eſſe pondus G, ad columnam ; ut reeiprocè radius columnæ C H ad radium C D ponderis G.

PROPOSITIO XXIX.

Theotema.

Datâ columnâ , & aſſignato puncto immobili in ipſo axe , pondus quod ex puncto ejuſdem axis columnam in ſitu horizontali detinet , in omni ſitu eam detinebit.



Proponatur in columnæ axe AB , punctum C, immobile ; circa quod fiat motus , deturque in eodem axe punctum D , quo pondus G columnam elevet ; dico quod ſi pondus G columnam detinet in ſitu horizontali, eam in omni ſitu continebit. Subſtituatur enim pro pondere G , pondus F , quod illi ſit æquale ; cum totam columnam in ſitu hotizontali detineat , cum ea erit in æqoilibtio : ergo eommune centrum gravitatis erit in puncto C. Per quod cum ſuſtineatur totum aggregatum , ex pondere F , & eolumna ex centro gravitatis C ; omnem ſitum aſſumere poteſt ; quare pondus F , continere poteſt eolumnam in omni ſitu : verbi gratiâ in ſitu inclinato AB. Sed pondus G , æquale ponderi F ex ſuppoſitione, & agens per radium CD , æqualem radio L C , & pet angulum A L F , æqualem angulo CDK , habet æquale momennm : ergo eamdem columnam in ſitu inclinato detinebit. Quod etat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

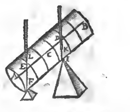
Si columna duobus punctis in axe ſumptis innitatur, erit pondus utrique puncto incumbens , reciprocè ut diſtantia utrinſque à centro gravitatis.

In eadem figura, cum poodos G agat per radios K L , L M , elevare tantum poteſt pondus ſibi æquale , ſed eſt æquale ponderi F , ergo elevare tantum poteſt pondus æquale pondeti F : ſed pondus F ſe habet ad columnam, ut HC ad CL ſeu C D ; ergo pondus quod elevatur à pondere G , ſeu quod incumbit in pyramidem cujus apex D, ſe habet ad columnam ; ut CH ad CD ; reliquum autem pondus ipſius columnæ incumbit pyramidi cujus apex C. Ergo ut CH ad HD, ita pondus quod incumbit pytamidi D , ad pondus quod incumbit , pytamidi C. Quod etat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Si columna duobus quibuſcumque punctis innitatur, erunt pondera ſingulis punctis incumbentia , reciprocè ut ſegmenta axis , inter centrum gravitatis & lineas directionis.



Sit columna cujus axis AB, quæ innitatur duobus punctis, F & I, ita ot lineæ directionis ſint FE, I D ; dico pondus incumbens puncto F , ad pondus incumbens puncto I , eſſe reciptocè ut C D ad C E. Si enim ſupponatur tota columna demitti ſecundum perpendicula E F , I K , ita ut innitatur punctis E & D , hoc nihil immutat rationem agendi ponderis : eodemque ſemper modo, incumbet pytamidibus. Sed ſi cuſpides F & I, ſuſtentarent columnam , in punctis E & D, pondus iocumbens puocto F , ad pondus incumbens puncto I , ſe haberet reciptocè ut DC ad CE : (*per præcedentem* :) ergo idem etiam eveniet in caſu propoſitionis. Ratio ulterior eſt, quòd etiam in hoc caſu punctum E , innititur puncto F , per lineam EF, ſicut punctum D incumbit puncto I. Idem dicendum ſi tota columna ſuſpenderetur per L & K ; perinde enim eſſet , ac ſi ſuſpenderetur, per puncta axis, ipſis reſpondentia.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Pondus quodcumque duobus , ſecundum datam rationem ferendum diſtribuere.



Proponatur ſcala AB , craſſior in una extremitate , à duobus ferenda æqualiter, hoc eſt , ita ut uterque æquale pondus ferat.

Sit diameter ſcalæ AB. Suſpendatur ſcala per punctum C donec ſitum horizontalem obtineat , inventoque puncto C ; ducatur C D perpendicularis ad A B , ſecans axem AB , in puncto E. Sumantur æquales lineæ EF , E G, dico quod ſi duo ferant ſcalam , ita ut puncta G & F , directè ferentibus incumbant , tunc , æquale ſentient pondus. Si unus propius accederet ad centrum gravitatis E , ut in punctum I , eſſet pondus illius qui eſſet

in

in I, ad pondus exiſtentis in G ut GE ad EI, quod ſufficienter probatum eſt propoſitione præcedenti. Quare in ſitu horizontali qui ferrent in K & L, idem pondus experirentur, ac qui ferrent in F & G. In ſitu vero elevato, ſi extremitas A eſſet altior, & B depreſſior; puncta in axe reſpondentia non eſſent F & G, ſed verbi gratia O, & M: quare magis gravaretur qui eſſet in puncto L, minus qui in puncto K, ſed de his jam diximus multa in Mechanicis.

STATICÆ

LIBER QVINTVS.

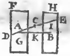
Centrobaryca Linearum.

QVAMVIS nulla detur linea propriè loquendo, quæ conjuncta non ſit cum ſuperficie, & corpore, atque adeò nulla quæ ſibi propriam vendicet gravitatem: poſſumus tamen corpus oblongum, & tenue, & uniformis craſſitiei pro linea cogitare, ejuſque gravitatem conſiderare; centrumque gravitatis intueri. In hoc ergo libro præmiſſis quinque propoſitionibus univerſalibus, omnique magnitudini convenientibus, linearum tam rectarum quàm curvarum centrum gravitatis explicabimus: in qua materia egregiè laboravit Guldinus noſter, è quo etiam multa mutuabimur.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si duæ magnitudines ſimul componantur, commune centrum gravitatis erit in linea recta, centra gravitatis particularia conjungente.



Sint duæ magnitudines A & B, quarum centra gravitatis ſint A & B; linea verò conjungens centra ſit AB: dico ſi illæ duæ magnitudines conjungantur, ſeu uniantur, ſive detur aliquod inter illas intervallum, ſive non, (poſſunt autem conjungi medio corpore ſolido, putà virgâ AB.) Dico commune centrum gravitatis eſſe in linea AB. Neque enim poteſt eſſe extra illam.

Sit enim ſi fieri poteſt punctum C; ducatur ex centro gravitatis A, linea AC producenda in D.

Demonſtr. Cùm linea DCE tranſeat per commune centrum gravitatis C, dividet magnitudinem ex utraque compoſitam in partes æqualium momentorum; dividet item magnitudinem A, in partes æqualium momentorum, cum tranſeat per centrum gravitatis A. Debet item dividere magnitudinem B, in partes æqualium momentorum: ſi enim pars F, æquiponderat parti G, & pars H magnitudinis B, non æquiponderat parti IB, partes F & H ſimul, non æquiponderabunt partibus G & IB. Sed impoſſibile eſt ut dividatur quantitas B in partes æqualium momentorum, niſi à linea tranſeunte per eius centrum B: igitur centrum gravitatis commune, non poteſt eſſe extra lineam conjungentem centra gravitatis. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Si duæ magnitudines æquales conjungantur, commune centrum gravitatis, erit medium lineæ connectentis centra gravitatis.

Sint duæ magnitudines A & B æquales, quæ componantur in unam magnitudinem: dico centrum commune gravitatis, eſſe in medio lineæ connectentis centra gravitatis particularia, nempe in puncto K.

Demonſtr. Centrum gravitatis eſt in linea AB, (*per præcedentem*) non poteſt eſſe aliud quam punctum K: ſi enim eſſet aliud, ſuſpenſis omnibus ex eo, daretur æquilibrium *per defin. centri gravitatis.* Sed quantitates æquales, ex diſtantiis inæqualibus, non faciunt æquilibrium: ſed tantum ex diſtantiis æqualibus, (*per primam præcedentis,*) ergo lineæ AK, KB ſunt æquales. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Si trium magnitudinum æqualium, centra gravitatis, fuerint in una linea; ſintque diſtantiæ æquales, idem erit centrum gravitatis omnium ſimul, ac intermedia.



Sint tres magnitudines A, B, C, æquales in gravitate, ſintque centra gravitatis A, B, C, in eadem linea recta, ſintque AB, BC, æquales: dico idem punctum B, centrum magnitudinis B, eſſe centrum magnitudinis compoſitæ ABC.

Demonſtr. Magnitudinum A & C, conjunctarum, centrum gravitatis eſt punctum B, ergo ſeclusâ magnitudine B, quodcumque planum tranſiens per B, dividit magnitudines A & C, in æquiponderantes. Sed conſtituto centro gravitatis magnitudinis B, ipſa etiam dividitur in partes æquiponderantes; ergo aggregatum ex tribus, dividetur à quocumque plano, per B tranſeunte in partes æquiponderantes; igitur punctum B eſt aggregati ex tribus commune centrum gravitatis. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Ex his propoſitionibus concludit Archimedes, quòd magnitudinum æqualium, & numero imparium, ſi centra gravitatis ita in una linea conſtituantur, ut intervalla ſint æqualia, quod centrum commune omnium, idem erit ac intermediæ.

COROLLARIUM II.

Si verò magnitudines pares numero fuerint, centrum commune erit in medio lineæ conjungentis omnium centra.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Si duæ magnitudines conjungantur, centrum commune gravitatis dividet conjungentem centra particularia in ſegmenta magnitudinibus reciprocè proportionalia.



Sint duæ magnitudines A & B, quarum centra gravitatis A & B conjuncta lineâ rectâ AB; ſitque ut A ad B, ita reciprocè C B ad A C. Dico punctum C eſſe centrum gravitatis, magnitudinis compoſitæ A & B.

Demonſtr. Non poteſt centrum gravitatis eſſe aliud quam punctum C. Sit enim ſi fieri poteſt punctum D; ergo ſi ſuſpendatur totum aggregatum, per punctum B, erit æquilibrium (*per def. centri grav.*) ergo (*per 3.5.hujus*) ita eſſet A ad B, ſicut BD ad AD. Sed DB minor eſt quam CB, ergo DB ad CA, minorem habet rationem, quam CB, & multò minorem ad AD, quam BC ad AC. Sed ut BC ad AC, ita A ad B; ergo non ita ſe habet DB ad AD, ſicut A ad B; ergo non erit æquilibrium in D: ergo D non eſt centrum gravitatis. Quod erat demonſtrandum.

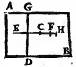
COROLLARIUM

Cognitâ gravitate duarum magnitudinum, aſſignatiſque centris gravitatis earum, facilè invenimus centrum gravitatis aggregati, ſi nempe dividamus lineam conjungentem centra, in radios reciprocè magnitudinibus proportionales.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Si à magnitudine auferatur magnitudo, erit reliqua centrum gravitatis, in rectâ conjungente totius, & ablatæ centra gravitatis, eruntque diſtantiæ centrorum gravitatis partium à centro communi, reciprocè proportionales partibus.



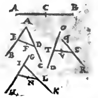
Sit magnitudo AB, cujus centrum gravitatis C, ex qua auferatur magnitudo AD, cujus centrum E: conjungatur linea EC, quæ ulterius producatur; ſitque ut GB ad AD, ita EC ad CF: dico punctum F eſſe centrum gravitatis magnitudinis GB. Sit enim ſi fieri poteſt punctum H.

Demonſtr. Cùm ex duabus magnitudinibus AD, GB una fiat, & commune centrum gravitatis, ſit punctum C, erit (*per præcedentem*) ut GB ad AD, ita EC ad CH; ſed ex conſtructione ut GB ad AD ita eſt EC ad CF, ergo CF & CH ſunt æquales; quod eſt abſurdum. Quare non eſt aliud centrum gravitatis, magnitudinis GB, à centro F. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Data rectâ lineâ centrum reperire.



Sit data recta linea AB, cujus quæritur centrum, dividatur bifariam in puncto C; hoc aſſero eſſe centrum gravitatis. Cùm enim per lineam hic intelligatur corpus tenue uniformis craſſitiei, & gravitatis, partes æquales erunt æquiponderantes; ſunt etiam æqualiter à puncto ſuſpenſionis hinc inde diſtantes: ergo punctum C, eſt commune centrum gravitatis.

PROPO

PROPOSITIO VII.

Problema.

Duarum rectarum centrum gravitatis reperire.

Vide figuram præcedentem.

Plurimi ſunt hujuſmodi propoſitionis caſûs facilè ſolubiles. Sint primò duæ lineæ angulum quemcumque BAC facientes; inveniantur (*per 6.*) centra gravitatis linearum AB, AC. Sintque E & D, ducatur linea ED, fiatque ut AB ad AC, ita DF ad FD, clarum eſt (*per 5.*) punctum F eſſe centrum gravitatis eorum.

Secundò concurrant lineæ GH, IK, in puncto I, pariter invento M centro gravitatis lineæ GH, & & puncto L lineæ IK, ductâ linea ML, fiat reciprocè ut GH ad IK; ita LN ad NM, erit N centrum commune gravitatis.

Tertiò ſint lineæ OP, QR, quomodocumque diſpoſitæ, diviſis lineis OP, QR, bifariam in T & S, ductâ lineâ TS, ſi fiat ut OP ad QR, ita reciprocè radius VS ad TV, clarum eſt (*per præcedentem*) centrum gravitatis linearum OP & QR eſſe in puncto V.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

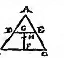
Plurimarum linearum centrum commune reperire.

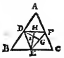
Proponatur quotcumque linearum rectarum commune centrum gravitatis inveniendum; duarum quarumcumque quæratur commune centrum; tum aggregati ex his duabus lineis, & tertiæ cujuſcumque quæratur commune centrum; & ita conſequenter omnium ſimul ſumptarum commune centrum gravitatis invenietur. Atque hæc erit praxis quâ ſequentia ſoluemus problemata.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Centrum gravitatis ambitûs trianguli reperire.





Sit inveniendum centrum gravitatis ambitûs trianguli ABC, ſeu centrum gravitatis, non areæ ipſius trianguli; ſed tantum laterum: dividantur latera AB, AC bifariam in D & E, quæ erunt ut patet eorum centra gravitatis; ducatur linea DE: ſitque ut AB ad AC, ita GE ad GD, eritque (*per 7.*) punctum G centrum gravitatis laterum AB, AC. Dividatur pariter BC, bifariam, ut habeatur eius centrum gravitatis F, jungatur linea GF, fiatque ut AB, AC ſimul, ad BC, ita FH ad HG eritque (*per 8.*) punctum H centrum gravitatis laterum AB, AC, BC quod faciendum erat.

Quia tamen eſt nimis operoſum dividere lineas, ſecundum hujuſmodi rationes, aliam praxin proponemus. Sit triangulum quodcumque ABC, quæritur autem eius perimetri centrum. Diviſis lateribus AB, AC, BC, bifariam in punctis D, E, F, jungantur lineæ DF, DE, EF, tum angulus EDF dividatur bifariam lineâ DG, angulus item DEF dividatur bifariam lineâ EH, ſecante lineam DG in puncto I. Dico punctum I, eſſe centrum gravitatis.

Demonſtratio. Cum E & F ſint centra gravitatis laterum AC & BC centrum commune laterum AC, BC erit in linea EG (*per 1.*) & cum angulus EDG bifariam dividatur lineâ DG, erit ut EG ad GF ita ED ad DF, (*per 3. 6.*) Sed ut ED ad DF, ita AC ad BC: nam cum ſit ut BE ad BC ita BD ad BA, erunt (*per 4. 6.*) DE, AC parallelæ. Ita oſtendam DF & BC, item FE & AB eſſe parallelas. Ex quibus ſequitur triangula ADF, DBE, FEC eſſe triangulo ABC æquiangula: item DF eſſe æqualem lineæ BE, ſicut DE lineæ AF; ergo ita eſt DF ad DE, ſicut BC ad AC, ergo ita eſt reciprocè EG ad GF, ſicut AC ad BC. Ergo punctum G eſt centrum gravitatis laterum AC, BC: quare in linea DG, per primam erit totius perimetri centrum gravitatis, cum D ſit centrum gravitatis tertii lateris. Oſtendam eodem modo centrum gravitatis eſſe in linea EH: ergo commune centrum gravitatis erit in puncto I; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO X.

Problema.

Ambitûs figurarum quadrilaterarum centrum gravitatis reperire.

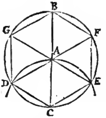
Primò occurrunt parallelogramma ut AECD cujus facilè habebitur centrum gravitatis ambitûs. Diviſis enim bifariam lineis AD, BC æqualibus, erit centrum gravitatis earum in medio, nempe in puncto I: oſtendam idem punctum I eſſe centrum gravitatis linearum AB, DC; ergo punctum I eſt centrum gravitatis totius ambitûs.

Si proponatur Trapezium ſecundùm regulam generalem ſuperius traditam, quæratur centrum gravitatis duarum linearum, tum aliarum duarum quæ connectantur: dividaturque linea connectens, ſecundum rationem reciprocè primarum linearum ad ſecundas; & habebitur commune centrum gravitatis.

PROPOSITIO XI.

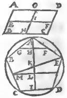
Problema.

Ambitûs polygonorum Regularium, centrum gravitatis reperire.



Polygona regularia circulo inſcribi poſſunt, habentque latera æqualia, ea autem vel habent latera numero paria, quale exagonum: Oſtendo igitur eorum ambitûs centrum gravitatis, coincidere cum centro ipſius circoli, cui aut inſcribuntur, aut circumſcribuntur. Sit enim exagonum inſcriptum circulo.

Demonſtr. Cûm latera G B, BF ſint æqualia & anguli GBA, FBA æquales; ſi dividerentur bifariam, eorumque centra gravitatis conjungerentur lineâ rectâ, oſtenderem facilè commune centrum gravitatis laterum GB, BF eſſe in linea BA: eodem modo oſtendam laterum GD, FE, aut BC, EC inveniri in linea BC. Ergo commune centrum gravitatis totius ambitûs in eadem linea BC invenitur. Eodem modo oſtendam, ejuſdem ambitus centrum gravitatis inveniri in linea GE, aut FD, ergo concludo illud cum centro circuli coincidere.

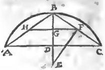


Secundò proponatur polygonum imparium laterum, ut pentagonum; diviſis lateribus AB, AE in F & G, ductâque lineâ GF, facilè oſtendemus centrum gravitatis eſſe in puncto H, lineæ HI, dividentis latus CD bifariam in I. Pariter oſtendam laterum BC, ED, centrum gravitatis commune eſſe in L, & cum reliqui lateris CD, centrum gravitatis, ſit in puncto I, centrum totius ambitûs erit in linea AI. Simili ratiocinio oſtendam eorum gravitatis ejuſdem ambitûs reperiri in linea EM: ergo invenitur in communi concurſu, nempe in puncto K, quod eſt centrum circuli.

PROPOSITIO XII.

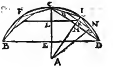
Theorema.

Si ſegmento circuli inſcribatur polygonum cujus latera ſint pariter paria, erit ut medietas linearum, ad ſubtenſam, ita perpendicularis à centro circuli ad unum latus, ad diſtantiam centri gravitatis omnium à centro.



Sit ſegmentum circuli ABC, cui inſcribantur plurimæ numero pariter pares, dico ita eſſe medietatem linearum, ſeu in hoc primo exemplo lineam BC, ad dimidiam ſubtenſam CD, ſicut linea E F perpendicularis ducta à centro, ad BC, unam ex lineis, ad EG diſtantiam centri gravitatis à centro circuli.

Demonſtr. Primò oſtenditur centrum gravitatis linearum AB, BC eſſe punctum G, cum centra particularia ſint F & H, & lineæ ſint æquales: triangula item rectangula BDC, EGF, ſont æquiangula, cum præter angulos rectos, angulus EBC ſit æqualis angulo EFG; ſunt enim ambo complementum anguli BEG. Quare ita erit B C ad DC oppoſitam angulo DFE, ſicut EF ad EG oppoſitam angulo æquali GFE; quod erat demonſtrandum.



Proponatur ſegmentum BCD, in quo inſcribantur 4 lineæ æquales, BF, FC, CI, ID, dico ita eſſe ſemiſummam nempe C I, ID, ad ſemiſubtenſam ED, ſicut A perpendicularis, ex centro ducta ad DI unam ex lineis, ad AL diſtantiam centri gravitatis à centro.

Primò oſtendo punctum L eſſe centrum omnium linearum cum H, & O ſint centra linearum, C I, & I D, & conſequenter punctum K centrum commune; idem oſtenderetur ex alia parte, quare ducta KL, erit perpendicularis ad EC.

Conſideranda ſunt primò triangula D M I, KAO, quæ ſunt æquiangula: nam præter angulos rectos M & K, angulus MDI, in peripheria inſiſtens arcui CI, & angulus K A O in centro inſiſtens dimidio arcuî ſunt æquales. Quare ita erit DI ad DM, ſeu DI bis ad DM bis ſeu DC, ut AO ad AK. Conſideranda item ſunt triangula LKA, CDE quæ dico eſſe æquiangula; cùm præter angulum rectum angulus CDE in peripheria inſiſtens duplo arcui BF, FC, & angulus CAI in centro inſiſtens arcui dimidio C I ſint æquales. Erit ergo (*per 4. 6.*) ut CD ad ED, ita A K ad AL: ergo ex æqualitate rationis, ita erit ID bis; ſeu CI, ID ad BD; ſicut AO ad AL, quod erat demonſtrandum.

Idem oſtendi poteſt in pluribus lineis. Si modo fuerint numero pariter pares.

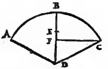
COROLLARIUM.

Ita erit Summa omnium inſcriptarum ad totam ſubtenſam BD, ſicut AO ad AL; quia ita eſt ſumma linearum, ad totam ſubtenſam BD; ſicut dimidia ſumma, ad dimidiam ſubtenſam.

PROPO

PROPOSITIO XIII.

Cujuſlibet arcûs circuli centrum gravitatis reperire.



Sit datus arcus circuli ABC, cujus inventum ſit centrum D, (*per* 25. 3.) dividatur biſariam in B, ductâque lineâ BD, fiat ut BC, ad dimidiam ſubtenſam FC, ita radius DC, aut DB ad DE; dico DE eſſe centrum gravitatis arcûs ABC.

Demonſtr. Poſſunt per ſubdiviſionem, tot inſcribi lineæ æquales, numero pariter pares, arcui ABC; ut tandem in ipſum deſinant, ita ut defectus poſſit in infinitum minui; ſed in tali caſu perpendicularis ducta à centro D, ad unam inſcriptarum, ſit ipſe radius: ergo ita erit BC, ad ſemiſubtenſam FC, ſicut radius ad DE, diſtantiam centri gravitatis arcûs ABC, à centro D.

Hanc demonſtrationem non ulteriùs explico, cum hâc methodo ſæpiſſime uſi fuerimus, præcipuè ut indagaremus, rationem circumferentiæ ad diametrum.

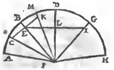
COROLLARIUM.

In ſemicirculo radius eſt medius proportionalis inter quadrantem, & lineam DE.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Dato centro gravitatis alicujus arcûs invenire centrum gravitatis arcûs dupli, quadrupli, &c. item arcûs dimidij, &c.



Proponatur arcus AB, cujus habeatur centrum gravitatis C, habebitur centrum gravitatis arcûs BD illi æqualis; ſi nempe BD dividatur biſariam, lineâ FL, fiatque FK æqualis lineæ FC. Ducatur CK, quæ diviſa erit biſariam in puncto E, centro gravitatis arcûs dupli ABD, ſit arcus DH æqualis arcui AD, ſitque diviſus biſariam lineâ FG, in qua abſcindatur FI æqualis lineæ FE, jungatur linea EI, clarum eſt punctum L eſſe centrum gravitatis arcûs quadrupli ADH, & ita conſequenter, donec abſolvatur totus circulus.

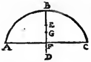
E contra vero dato centro gravitatis arcus ADH; ſi ducatur perpendicularis LI, occurrens BF, FI, dividentibus arcus AD, DH biſariam; habebuntur centra gravitatis arcuum AD, DH, nempe ſemiſſium, pariter ductâ perpendiculari BC habetur centrum gravitatis arcûs AB.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Centrum gravitatis arcûs alicujus ſubtenſa invenire.

Sit Arcus ABC, cujus ſubtenſa AC, quæritur autem centrum commune tam arcui ABC, quam ſubtenſæ AC, ſeu centrum gravitatis aggregati ex arcu ABC, & ſubtenſa AC. Sit E centrum gravitatis ſolius arcûs ABC, fiat ut DB, DE ſimul ad DE, ita FE ad EG: dico punctum G eſſe centrum gravitatis aggregati ex ABC & ſubtenſa AC.

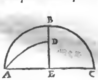


Demonſtr. Eſt enim (*per* 13.) ut ABC ad AC, ita DB ad DE: & componendo ut ABC, & AC ad AC, ita DB & DE, ad DE, ut autem DB & DE ad DE, ita fecimus FE ad EG; ergo ita erit FE ad EG ſicut ABC & AC ad AC: & dividendo ut ABC ad AC, ita reciprocè FG ad GE. Quare punctum G erit commune centrum gravitatis (*per* 4. *præcedentis*) quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Centrum gravitatis circumferentiæ ſemicirculi, eſt ultimum punctum lineæ quadratricis.



Sit ſemicirculus ABC, & in eo deſcripta linea quadratrix AD, dico ultimum eius punctum D eſſe centrum peripheriæ ſemicirculi ABC. Nam qui de hac linea quadratrice egerunt, ut Clavius, Pappus & alij demonſtrant, præcipuam eius proprietatem eſſe, ut ſit eadem ratio AB ad AE, quæ EB ad ED: ſed oſtendimus (*in* 13.) centrum gravitatis alicujus arcûs exhiberi, ſi fiat, ut AB ad AE, ita EB ad ED, ergo punctum D eſt centrum gravitatis peripheriæ ſemicirculi.

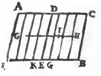
STATI

STATICÆ
LIBER SEXTVS.
Centrobaryca Planorum.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Parallelogrammi centrum gravitatis, eſt in linea recta dividente biſariam latera oppoſita.



Sit parallelogrammum AB cujus latera adverſa AC, BF; dividantur biſariàm in D & E, ducaturque linea DE: dico centrum gravitatis parallelogrammi AB, eſſe in lineâ DE. Si enim non eſt, ſit illud in puncto I, dividantur latera AC, BF, biſariam, & iterum biſariàm quantùm libuerit, donec punctum I ſit extra primum parallelogrammum DG; ducanturque lineæ parallelæ lateribus AF, CB; eritque diviſum parallelogrammum AB in parallelogramma ſimilia ſimiliterque poſita numero paria coaptata ad invicem.

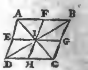
Demonſtratio. Cùm partialia parallelogramma ſint numero paria, & lineæ inter centra gravitatum ſint æquales; in medio lineæ ea connectentis erit commune centrum gravitatis, (*per Coroll.* 3.) Sed non poteſt I eſſe in medio, cum ſit extra primas figuras, ſintque plures ex unâ parte, quam ex alia: igitur punctum I non eſt centrum (*per coroll.* 3.) Quare nullum punctum extra lineam D E erit centrum gravitatis; igitur illud erit in linea D E; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Problema.

Parallelogrammi cujuſlibet centrum gravitatis eſt in concurſu diametrorum.

Sit parallelogrammum AC; dico centrum gravitatis eius eſſe in concurſu diametrorum. Dividantur biſariam latera oppoſita, ducanturque



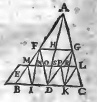
lineæ FH, EG, itém ducantur lineæ IB, ID, IA, IC.

Demonſtratio. (*Per* 1. *hujus*) centrum gravitatis eſt in linea FH, & per eandem eſt etiam in lineâ EG, ergo eſt in puncto I. Quia autem triangula FIB, DIH habent angulos DHI, IFB alternos in parallelis æquales, item latera DH, FB, HI, IF æqualia (*per* 4. *primi*) reliqua habebunt æqualia, eruntque anguli DIH, FIB æquales; quare erit DIB una recta linea. Oſtendam pariter AIC eſſe rectam lineam, hoc eſt DB, AC eſſe diametros: oſtendimus autem punctum I, eſſe centrum gravitatis. Igitur in parallelogrammis centrum gravitatis, eſt in concurſu diametrorum, quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Trianguli cujuſlibet centrum gravitatis eſt in linea ducta ab angulo quocumque ad dimidiam baſin.



Sit triangulum ABC, diviſaque biſariàm lineâ BC in puncto D, ducatur linea AD. Dico centrum gravitatis eſſe in linea AD.

Demonſtr.

Demonſtratio. Centrum gravitatis eſt in linea AD, ſi AD, dividat triangulum ABC in partes æquiponderantes, aut æqualium momentorum: ſed linea AD ita dividit triangulum ABC ut ſint æqoalia utriuſque momenta. Si enim non ſunt æqualia momenta; ponamus momentum trianguli ADC, majus eſſe, momento trianguli ABD, ſuſpenſi nempe ex puncto A, eritque majus, exceſſu aliquo determinato. Supponamus requiri magnitudinem E, in puncto B applicatam, nempè maximè diſtantem à puncto ſuſpenſionis A, ut fiat æquilibrium: oſtendo non requiri talem magnitudinem E, ut fiat æquilibrium. Ex puncto D. ducantur lineæ DF, DG, lineis AF, AG parallelæ, diviſiſque lineis BD, DC, bifariam in I & K, ducantur MI, IO lineis MF, FO; ſicut KP, KL lineis PG, GL parallelæ, & ita deinceps dividendo baſes triangulorum reliquorum, intelligantur ſemper fieri parallelogramma ex triangulis. Parallelogrammum A F D G eſt dimidium trianguli ABC, nam triangula AFG, BFD ſunt ſimilia, habentque latera AG, FD, æqualia; ergo æqualia ſunt. Cùm ergo tam triangulum AFG ſit dimidium parallelogrammi, quam triangulum BFD, dimidium reliqui; erit parallelogrammum AFGD dimidium trianguli ABC. Ita oſtendam parallelogrammum FMIO, eſſe dimidium trianguli BFD, ſicut parallelogrammum GPKL, trianguli DGC: atque ita oſtendere ſemper poſſum parallelogramma eſſe, ſemper dimidia triangulorum quibus hoc modo inſcribuntur. Cùm ergo ex triangulo ABC, auferendo parallelogrammum AFDG, auferatur dimidium, & ex reliquo nempe ex triangulis BFD, DGC auferendo parallelogrammum, aufertur dimidium; atque ita deinceps tandem relinquetur quantitas minor quam E. Supponamus BMI, IOD, DPK, KLC, ſimul minora eſſe quantitate E, quare exceſſus momenti triangulorum DPK, K L C, ſupra momentum triangulorum B M I, IOD, minor erit momento quantitatis E, cum quantitas E ipſis major, ſit etiam in majori diſtantia. Reliqua autem parallelogramma ſunt in æquilibrio, hoc eſt habent centrum gravitatis in linea AD: & primò quidem parallelogrammum AFDG, habet (*per præcedentem*) centrum gravitatis in puncto H: parallelogrammum FMIO, in puncto N, & GPKL in R. Cùm autem MS & SL ſint æquales; item RL & MN, erunt etiam æquales NS, RS. Cùm igitur parallelogramma FMIO, GPKL ſint æqualia, & linea NR conjungat centra gravitatis eorum, erit in medio eius, nempe in S centrum gravitatis commune, Sunt igitur hæc duo parallelogramma in æquilibrio; adduntur triangula. Cùm ergo exceſſus momenti triangulorum DPK. KLC, ſupra momentum triangulorum BMI, IOD, minor ſit quàm momentum quantitatis E: falſum eſt momentum trianguli ADC ſuperare momentum trianguli ABD, momento magnitudinis E. Quod cum poſſim oſtendere de quocumque momento aſſignabili, dicendum eſt momentum trianguli ABD, æquale eſſe momento trianguli ACD, ſi ſuſpendantur ex A: atque adeò lineam A D dividere totum triangulum ABC, in partes æqoalium momentorum. Igitur in AD eſt centrum gravitatis; quod erat demonſtrandum.

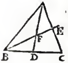
Hoc genere demonſtrationis uſus eſt Archimedes, in aliis plurimis locis, licèt in hoc caſu alio utatur; nam triangula per inſcriptionem parallelogrammorum tandem ut ita dicam deſinunt in parallelogramma, numero paria: quæ ſemper habent centrum gravitatis, in linea AD; ergo & omnia triangula ſimul ſumpta centrum gravitatis in eadem linea obtinebunt.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

In omni triangulo, ſi ex duobus angulis ad dimidiâ latera oppoſita ducantur rectæ lineæ; in earum concurſu erit centrum gravitatis.

Sit triangulum ABC, dividatur bifariam latus BC, ducaturque linea AD, dividatur item bifariam aliud latus AC, ducaturque linea BE, hæ duæ lineæ ſe interſecent in puncto F; dico punctum F eſſe centrum gravitatis trianguli ABC.

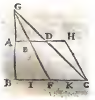


Demonſtratio. Centrum gravitatis trianguli ABC, eſt in linea AD, eſt etiam in lineâ BE: non poteſt autem eſſe in utraque niſi ſit in puncto F; ergo centrum gravitatis eſt punctum F, quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Cujuſlibet Trapezij duo latera parallela habentis; centrum gravitatis invenitur in linea dividente biſariam utrumque latus parallelum.



Sit trapezium A B CD, cujus duo latera BC, AD ſint inter ſe parallela; dividatur latus AD, bifariam in puncto E, item latus BC in puncto F, ducaturque linea EF: dico in illa eſſe centrum gravitatis trapezij ABCD. Vel enim latera AD, CB, æqualia, ſunt, vel inæqualia; ſi primum erit trapezium ABCD parallelogrammum, atque adeò (*per 6. hujus*) centrum gravitatis eſt in linea EF.

Si verò latera AD, BC ſint inæqualia, ſit AD minus, producaturque linea BA, donec concurrat cum FE producta, in puncto G, producatur pariter CD donec concurrat cum FE, dico eam concurrere in eodem puncto G. Neque enim parallela eſt BA, aut CD ipſi EF; quia ſumptâ EH quæ ſit æqualis dimidiæ baſi FC, ductaque linea CH. erit parallela lineæ C H; ergo lineæ FG, CG concurrunt, Oſtendo autem lineas BA, CD concurrere cum FE in eodem puncto G. In triangulo GBF, cum baſi BF, ducta ſit parallela AE, erit ut BF ad AE, ita FG

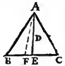
ad EG, & dividendo abſciſsâ BI quæ ſit lineæ AE æqualis, erit ut IF ad AE, ita FE ad EG. Pariter abſciſsâ CK quæ ſit lineæ ED æqualis, erit conſequenter FK, ipſi FI æqualis; ſicut ED ipſi AE: quare eodem modo oſtendam FK ad ED, ſeu FI ad AE, ita eſſe, ut FE ad EG; igitur eadem ſemper reſpondet linea EG. Quare punctum concursûs eſt ſemper idem. Cùm ergo trianguli totius GBC, centrum gravitatis ſit in lineâ GF, & ablati AGD centrum in eâdem lineâ conſiſtat: erit & reliqui centrum gravitatis in eâdem lineâ recta, (*per 5. hujus*) quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Si ex angulo trianguli per centrum gravitatis ducatur linea recta, hac biſariam dividet latus oppoſitum.

Sit triangulum ABC cujus centrum gravitatis D, ducaturque linea AD, dico illam dividere latus BC biſariam in E. Si enim BE, EC non ſunt æquales, ſint BF, FC æquales, ducaturque linea AF.

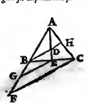


Demonſtr. (*Per 8. hujus*) centrum gravitatis trianguli ABC, eſſet in linea AF; ergo falſum eſſet quod ſit D: ergo ſi eſt punctum D, linea ADE dividit biſariam latus BC.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Centrum gravitatis trianguli, ita lineam ab angulo ad medium latus ductam ſecat, ut ſegmentum vicinius angulo ſit duplum reliqui.



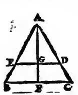
Sit triangulum ABC, ducatur linea AE, dividens latus BC biſariam in E, ſitque punctum D centrum gravitatis trianguli, dico AD eſſe duplam ipſius DE. Sit enim BF, æqualis lineæ AB, quæ dividatur biſariam in G, ducanturque GE, FC, item producatur BD, in H.

Demonſtratio. Linea BD, per centrum gravitatis ducta, per præcedentem, dividit latus AC biſariam in H: cum ergo ſit ut AB ad BF, ita AH ad HC; (*per 2. 6.*) lineæ BH, FC erunt parallelæ. Pariter in triangulo CBF, quia ita eſt BG ad GF; ſicut BE ad EC; GE, FC parallelæ erunt: ergo ſunt etiam parallelæ BD, GE. quare (*per 2.6*) ita erit AB ad BG, ſicut AD ad DE. Sed ex conſtructione AB eſt dupla ipſius BG; ergo & AD ipſius DE dupla erit. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Si latus trianguli in tres partes dividatur, & per tertiam partem prope baſin, ducatur parallela baſi; in ea erit centrum gravitatis.



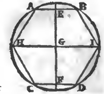
Sit triangulum ABC, ſitque CD tertia pars lateris AC; ducaturque DE parallela baſi; dico in linea DE, eſſe centrum gravitatis trianguli ABC. Dividatur BC biſariam in F, ducaturque AF, oſtendo centrum gravitatis trianguli eſſe in puncto G.

Demonſtr. In triangulo AFC, cum GD ſit baſi FC parallela, erit ut AD ad DC, ita AG ad GF: ſed AD facta eſt dupla reliquæ DC; ergo AG dupla erit reliquæ GF. Quare (*per præcedentem*) G eſt centrum gravitatis: igitur centrum gravitatis eſt in linea DE. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Omnis figura regularis parium laterum centrum gravitatis, idem eſt quod centrum circuli cui inſcribitur.



Voco figuram regularem eam cujus omnes anguli, & omnia latera ſunt æqualia, & conſequenter quæ inſcribi poſſit circulo. Aſſero autem ſi latera ſint numero paria, fore ut idem ſit centrum gravitatis polygoni, & circuli cui inſcribitur. Sit enim verbi gratia exagonum, & duo adverſa latera AB, CD biſariam dividantur in E & F; ducaturque linea EF, quæ per centrum tranſit, in ea erit centrum, tam trapeſij ABIH, quam CDIH, (*per decimam hujus.*) Quia autem trapezia ſunt ſimilia; ſuntque vel paria numero & tunc eorum centrum gravitatis eſt in linea media, nempe HI, vel ſi ſint numero imparia, erit trapeſium aliquod diviſum biſariam, per lineam HI,

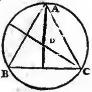
in

in qua adhuc erit centrum gravitatis. Cum ergo centrum gravitatis inveniatur in linea EF; & in lineâ HI, neceſſariò invenietur in puncto G, centro circuli; quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Trianguli æquilateri centrum gravitatis eſt centrum circuli cui inſcribitur.

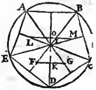


Sit triangulum æquilaterum ABC, qui circulo inſcribatur, cujus centrum D; dico punctum D eſſe centrum gravitatis trianguli ABC. Ducatur per centrum circuli linea AD, hæc (*per* 1.3.) dividet latus BC bifariam: quare in ea erit centrum gravitatis. Pariter oſtendam in linea CD, per centrum D ductâ eſſe centrum gravitatis: quare punctum D, quod eſt centrum circuli eſt centrum gravitatis trianguli ABC. Quod oſtendendum erat.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Omnis polygoni regularis centrum circuli cui inſcribitur, eſt centrum gravitatis.

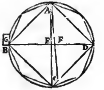


Sit Polygonum regulare verbi gratiâ pentagonum ABCDE, quod circulo inſcribatur, ſitque centrum circuli I: dico punctum I, eſſe centrum gravitatis poligoni ABCDE. Dividatur polygonum in triangula, ductis lineis à centro I ad ſingulos angulos, quæ productæ divident ſibi oppoſita latera bifariam, ſi polygonum latera habeat numero impatia (*per* s. 3.) cum tranſeant per centrum, in iis lineis erunt centra gravitatis ſingulorum triangulorum. Sint duo gravitatis centra, nempe triangulorum EID, DIC, F & G, quæ lineâ sectâ FG conjungantur: oſtendam duorum triangulorum EID, DIC, centrum gravitatis eſſe in puncto K lineæ DI. Item duorum triangulorum AIE, BIC, centrum commune eſſe in linea IO; item trianguli AIB centrum eſſe in linea IO. Quare centrum commune gravitatis totius polygoni, oſtenderetur eſſe in linea DO. Non diſſimili ratione oſtenderetur eſſe in alia quacumque linea per centrum tranſeunte: ergo debebit neceſſariò eſſe in communi concurſu. Ergo centrum gravitatis polygoni regularis, idem eſt ac centrum circuli, cui inſcribitur. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Centrum gravitatis circuli, idem eſt quod centrum magnitudinis.



Sit circulus quilibet ABCD, cujus centrum E, dico centrum E eſſe etiam centrum gravitatis ejus. Ducantur diametri AC, BD, & ſit ſi fieri poteſt centrum gravitatis F: ſequitur quod linea AE, non dividat circulum in partes æquiponderantes. Sit igitur ſemicirculi ABC, momentum minus, quàm momentum ſemicirculi ADC, momento magnitudinis G, in puncto B collocatæ. & circulo inſcribatur quadratum ABCD, & per biſectionem arcuum inſcribatur octogonum, deinde polygonum ſexdecim laterum, & ita deinceps. Tandem fiet polygonum ita parum deficiens à circulo, ut exceſſus circuli minor ſit quantitate G, Ponamus illud polygonum eſſe octogonum, cujus centrum gravitatis erit punctum E, (*per* 14.) atque adeò linea AC dividet illud in partes æquiponderantes: id autem quod addet ſemicirculus ſupra octogonum, minus eſt quantitate E, & adhuc minus diſtans, à puncto ſuſpenſionis A: igitur id quod circulus addit ſupra ſemicirculum minus momentum habebit, quam ſit momentum quantitatis E. Quod cum demonſtrari poſſit de quacumque quantitate minore, & minore in infinitum, dicendum eſt ſemicirculum ABC, non habere majus momentum, quam ſemicirculus ADC: atque adeò diametrum AC, dividere circulum in partes, æquiponderantes. Idem demonſtrari poteſt, de alia quacumque diametro; quare cum centrum gravitatis ſit in omnibus diametris, idem erit centrum gravitatis, & magnitudinis. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Eodem modo oſtendere poſſumus, in Ellypſi, idem eſſe centrum magnitudinis, & gravitatis.

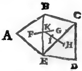
Idem facilius probaremus per methodum indiviſibilium. Cum enim omnes ordinatim applicatæ dividantur biſariam ab axe, ſeu diametro majore, ſingularum centra gravitatis in

eadem linea invenientur ı ergo & omnium linearum centrum commune in eadem linea erit. Sed centrum gravitatis totius Ellypſis, non poteſt eſſe aliud, quàm centrum commune omnium ordinarum, quæ totum replent ſpatium, ita ut nullum ſit in figura punctum per quod duci non poſſit ordinatim applicata: ergo centrum gravitatis eſt in eo axe. Quod ſimili modo de omnibus ſectionibus conicis demonſtrari poteſt. In ellypſi tamen, & circulo, quia hæ ordinatim applicatæ, non tantum uni diametro, ſed etiam alteri poſſunt eſſe perpendiculares, in utraque diametro invenietur centrum gravitatis: ergo in communi earum concurſu, ſeu in centro magnitudinis, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Cujuſlibet Rectilinei, centrum gravitatis reperire



Sit Rectilineum ABCDE, cujus quæritur centrum gravitatis. Reſolvatur in triangula ABE, EBC, CED, quæraturque uniuſcujuſque trianguli centrum gravitatis. Sintque F, G, H, conjungantur bina, nempe F & G, lineâ rectâ FG, fiatque, ut triangulum ABE ad triangulum BEC, ita reciprocè GK ad KF, eritque K, centrum gravitatis commune duorum triangulorum ABE, BEC (*per 4. præcedentis*) Ducatur linea KH, fiatque ut triangula ABE, BEC, ſimul, ad triangulum CED, ita reciprocè HI ad IK, punctum I per eamdem erit centrum commune gravitatis: quod inveniendum erat.

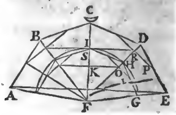
Ita etiam curvilineorum centrum gravitatis phyſicè inveniemus, ſi nempe reſolvantur in rectilinea; quæ ſenſibiliter ab iis non differant.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Centrum gravitatis polygoni pariter paris, in ſegmento circuli inſcripti, tertiâ parte minus diſtat à centro circuli, quam centrum gravitatis perimetri ejuſdem.

Sit polygonum ABCDE inſcriptum ſegmento circuli; ſitque numerus laterum pariter par, ſitque inventum (*per 11. præcedentis*) punctum S nempe centrum gravitatis perimetri ABCDE. Sit SK tertia pars lineæ FS, dico punctum K eſſe centrum gravitatis totius polygoni ABCDE. Abſcindatur GE, tertia pars radij FE, ducaturque GH, lateri DE parallela, perficiaturque totum polygonum, (*per 8. hujus*) centrum gravitatis trianguli DFE erit in linea GH, & conſequenter in puncto L; quare centrum gravitatis duorum



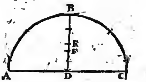
triangulorum DFE, CFD, erit in puncto O, & centrum commune totius polygoni in puncto K.

Demonſtr. Cùm lineæ GL, EP, ſint parallelæ, erit ut FE ad FG, ita FP, ad FL, ergo LP eſt tertia pars lineæ FP, & OR tertia pars lineæ FR, & SK tertia pars lineæ FS, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Si in ſemicirculo radius fiat medius proportionalis, inter quadrantem, & aliam lineam diſtantia centri gravitatis à centro circuli; duas tertias illius tertia proportionalis ſibi vendicat.



Sit ſemicirculus ABC, dico ſi fiat ut quadrans AB ad radium AD; ita radius DB ad DE, & DF, ſint duæ tertiæ lineæ DE, dico punctum F eſſe centrum gravitatis ſemicirculi AEC.

Demonſtratio. Intelligatur inſcriptum polygonum tot laterum numero pariter parium, ut ſenſibiliter à circulo non deficiat, ſed in illum ut ita dicam deſinat, eritque ut eius ſemiperimeter quæ non differt ſenſibiliter à quadrante ad A D, ita perpendicularis ad unum latus nempe ipſa AD ad AE, & (*per 12. præcedentis*) erit E centrum gravitatis perimetri eius; & F, centrum gravitatis illius polygoni, ſeu ſenſibiliter ſemicirculi.

COROLLARIUM.

Si fiat ut arcus 60 graduum ad duas tertias radij, ita duæ tertiæ radii ad tertium habetur diſtantia centri gravitatis.

Ex iis facilè habebitur centrum gravitatis ſemicirculi. Nam ſinus arcus unius minuti eſt 29. 09. qualium radius eſt 10000000. radij duæ tertiæ eſt 6666666. multiplica 29. 09 per 3600, habebis arcum graduum 60 eſſe partium 104724. 00. qualium duæ tertiæ radij ſunt 66666. 66. fiat ergo ut primus numerus ad ſecundum, ita ſecundus ad tertium, & habebitur circiter 42472. 62.

Vel

Vel hoc modo faciliùs quadrans ad radium eſt ut 11 ad 7 fiat ut 11 ad 7 ita 7 ad 4 $\frac{5}{11}$. cujus duæ tertiæ ſunt ſeu $\frac{33}{11}$ ſeu fere 3; quare ſe habet radius ad diſtantiam centri gravitatis ut 7 ad 3 ferè, ſeu ut 1000 ad 4147.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Diſtantia centri gravitatis ſectoris à centro circuli duas tertias diſtantia centri gravitatis perimetri obtinet.

Sit in figura propoſitionis 14 ſector circuli ACEF, ſitque centrum gravitatis perimetri punctum S, diſtantia ejus à centro circuli, ſit linea FS, cujus linea FK duas tertias obtiocat. Dico punctum K, eſſe centrum gravitatis ſectoris circuli.

Demonſtratio. Intelligatur, polygonum pariter parilaterum inſcriptum circulo, & tot laterum, ut à circulo ſenſibiliter non deficiat: quare centrum gravitatis perimentri ejus non differet notabiliter à centro gravitatis perimentri ſectoris. Erit ergo punctum S, pariter centrum gravitatis ſectoris, & illius polygoni, non differens ſenſibiliter, ita quâcumque datâ differentiâ, poteſt inveniri poligonum quod minus differat à ſectore. Sed diſtantia centri gravitatis ſectoris obtinet duas tertias diſtantiæ centri gravitatis perimetri: ergo idem reſpectu ſectoris eveniet.

Hanc demonſtrationem tantum indico, cui nempe poteſt eadem vis tribui, quæ aliis demonſtrationibus ſimilibus competit, ut alibi pluries fecimus.

COROLLARIUM.

Si ergo fiat ut tertia pars perimetri ſectoris, ad tertiam partem ſubtenſæ AE, ita duæ tertiæ radij, ad quartam FK, habebitur diſtantia centri gravitatis à centro.

PROPOSITIO XVII.

Centrum gravitatis ſegmenti circuli reperire.

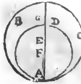
Sit ſegmentum ABCDE, cujus quæritur centrum gravitatis. Primò (*per præcedentem*) inveniatur centrum gravitatis totius ſectoris ACEF, quod ſit punctum K. Inveniatur (*per* 8.) centrum gravitatis trianguli AFE, quod ſit Z: tum fiat, ut ſegmentum ACEF ad triangulum AFE, ita reciprocè ZK ad KI; clarum eſt ex regula generali ſæpiùs reperita, punctum I eſſe centrum gravitatis ſegmenti ACEF, quod faciendum erat.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Figurarum omnium ex circularibus compoſitarum, centrum gravitatis reperire.

Sub hoc nomine comprehendo lunulas, ſecures, lenticulares & alias innumeras conſtantes aut circulis integris, aut ſegmentis circulorum aut ſectoribus. Proponatur primò Lunula

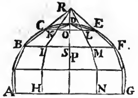


ABCAD, cujus inquiratur centrum gravitatis. Sit minoris circuli centrum F, & majoris punctum E: fiat ut major circulus, ad minorem, ita FE ad EG, clarum eſt punctum G, eſſe centrum gravitatis, quod erat faciendum. Eodem modo procedendum eſt in aliis ſimilibus exemplis, quæ coogerere iuutile judico.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Si poligoni pariter parilateri ſegmento circuli inſcripti, ſubtendentes dividantur, ſingula in eâdem ratione, ita ut fiat aliud polygonum: erit primi, & ſecundi polygoni idem centrum gravitatis.



Sit polygonum ABCDEFG pariter parilaterum inſcriptum ſegmento circuli, ſintque ſubtendentes CE, BF, AG, &c. quæ parallelæ erunt, cum polygonum æquilaterum ſupponatur. Secentur ſingulæ ſubtendentes, in eadem ratione, hoc eſt ita ſit OK ad OC, ſicut SI ad SB, fiatque aliud polygonum interius HIKDLMN: ſitque polygoni exterioris centrum gravitatis punctum P. Dico punctum P eſſe centrum gravitatis polygoni interioris. Producantur latera BC, IK, ML, EF donec concurrant cum axe; concurrent autem in eodem axis RP puncto R, quia nempè ita eſt CK ad KO, ſicut BI ad IS.

Demonſtratio. Triangula DCE, DKL, habent idem centrum gravitatis, ſi nempè DO in tres partes ſecaretur; & per primam diviſionem, duceretur parallela lineæ CE, in ea enim (*per* 8.) invenitur centrum gravitatis utriuſque trianguli. Sed utriuſque trianguli centrum eſt in linea DO: ergo idem eſt centrum utriuſque.

Oſtendo pariter trapeziorum BCEF, IKLM, idem eſſe ceotrum gravitatis: nam triangulorum RBF, RIM, idem eſt centrom gravitatis nempè in parallela, &c. triangulorum item RCE, RKL idem eſt centrum gravitatis; ergo & reliquorum trapeziorum CBFE, IKLM, idem eſt centrum gravitatis. Eodem modo oſtendam reliquorum

quorum trapeziorum idem eſſe centrum gravitatis. Ergo & componendo utriuſque polygoni idem eſt centtum gravitatis. Quod demooſtrandum erat.

PROPOSITIO XX.

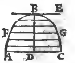
Segmenti ellyptici cujuſcumque, & ſegmenti circularis eundem axem baſin, & verticem habentium, idem eſt centrum gravitatis.

Vide Figuram præcedentem.

Sit In eadem figura ſegmentum Ellypticum HIKDLMN,& ſegmẽtum circulare ABCDEFG, eundem axem, & eundem vetticem D habentia: dico utriuſque idem eſſe centrum gravitatis.Inſcribatur enim ſegmento circulari polygonum parilaterum, tot laterum, ut non ſenſibiliter deficiat à ſegmento circulari, ductiſque parallelis, inſcribatur Ellypſi polygonum totidem laterum; neque etiam poligonum illud, ab Ellypſi ſenſibiliter differet. Sed Ellypſis ſecat omnes parallelas baſi,in eadem ratione,ut vidimus in ſecundo Geometriæ practicæ; ergo idem erit centrum gravitatis utriuſque poligoni; ergo & idem utriuſque ſegmenti circularis,& Ellyptici,quod erat demonſtrandum. Intelligo autem unam Ellypſis diametrum eſſe æqualem diametro circuli.

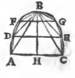
SUPPOSITIO I.

Quia quæ Probat Archimedes de centro gravitatis parabolæ, ſupponunt nonnulla ex conicis, ideò hanc ſuppoſitionem ex conicis repetere coactus ſum. Nempe in omni conica ſectione dari aliquam diametrum, quæ omnes ordinatim applicatas ſecet biſariam; ordinatim autem applicatæ, debent eſſe parallelæ lineæ tangenti ſectioné,præciſe in puncto verticis. Ut v.g. ſit ſectio quæcumque ABC,



quam tangat in puncto B,linea BE,erit BD diameter; dividens biſariam ordinatim applicatas FG, AC,cæteraſque parallelas lineæ AC.

SUPPOSITIO II.



Supponit ſecundò Archimedes, ut alibi probatum, ſi intrà parabolam ABC, cujus baſis AC, triangulum ABC inſcribatur, & in reſiduis portionibus ABD, CBL, triangula inſcribantur eandem altitudinem cum baſibus habentia: ſi conjungantur anguli triangulorum adverſorum lineis D, & L; F & G; illæ erunt inter ſe parallelæ.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Figuræ rectilineæ, in parabola planè deſcriptæ, centrum gravitatis eſt in axe.



Io parabola ABC inſcribatur primò triangulum ABC, ſupra baſin AC, eandem habens altitudinem AB, tum in portionibus AEB, CFB alia triangula, & ita deinceps: dico hujuſmodi figuræ AGEBFHC in parabola planè deſcriptæ, centrum gravitatis eſſe in axe BD.

Jungantur enim anguli æqualiter à vertice B diſtantes, lineis FE, EH, quæ per ſuppoſitionem præcedentem parallelæ erunt, & diviſæ biſariam axe BD.

Demonſtratio. (*Per 5. hujus*) trapezij AGHC centrum gravitatis eſt in linea DI, & trapezij GEFH, in linea KI, item trianguli EBF centrum gravitatis eſt in linea BK. Ergo totius figuræ centrum gravitatis eſt in linea BD, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Parabolæ centrum gravitatis eſt in diametro.

Sit parabola ABC, cujus diameter BD, dico in BD eſſe centrum gravitatis ejus.

Demonſtratio linea BD dividit parabolam in duas partes æqualium momentorum.Si enim momenta utriuſque partis non ſunt æqualia, ſupponatur momentum partis CBD eſſe majus,determinato aliquo exceſſu, nempe momento magnitudinis L, in AG applicatæ, ita ut ABD ſimul cum L, ſit in æquilibrio cum DBC: oſtendo id dici non poſſe. Inſcribatur parabolæ planè, figura AGEBFHC, ita ut exceſſus parabolæ ſupra figuram minus ſit, magnitudine L.

Figuræ ita plane inſcriptæ centrum gravitatis eſt in BD, id autem quod relinquitur, minus eſt quàm magnitudo L: ergo exceſſus reſidui CBD, ſupra reſiduum ABD, multò minor erit quam magnitudo L. Et cum magnitudo L,ſit in majori diſtantia majus erit momentum magnitudinis L, quam illius exceſsûs: ergo magnitudo L addita parti ABD; majus faciet momentum quam ſola pars DBC. Ergo falſum eſt momentum partis DBC ſuperare momentum partis ABD, momento magnitudinis L. Sed nec alio quocumque momento: ergo nullo: ſunt igitur in æquilibrio, quod oſtendendum erat.

PROPO

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

In omni parabola centrum gravitatis eodem modo dividit diametrum.

Vide figuras ſequentes.

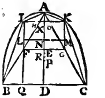
Sint duæ parabolæ BAC, b a c, etiam diſſimiles, hoc eſt quæ inæqualem eum ordinatim applicatis angulum comprehendant: ſitque in una centrum gravitatis E, in alia verò ſit e. Dico ita eſſe AE ad ED; ſicut a e ad e d. In utraque parabola inſcribatur triangulum b a c, BAC, diviſiſque lateribus BA, AC, ba, a c bifariam in punctis f, g, F, G ducantur lineæ f g, FG, ducantur item lineæ I F Q, i f q, K G, k g, axibus parallelæ. Perficiantur item triangula a i b, AIB, a k c, AKC; quorum centra gravitatis ſint L, M, l, m, ducantur lineæ lm, LM, quæ ſecent AD, a d, in punctis n. N, ducantur lineæ i k, IK ſecantes axes in punctis O, eritque centrum gravitatis triangulorum AIB, AKC in puncto N, & centrum commune trium triangulorum, in utraque parabola erit in linea N E. Quare ſi dividatur N E, ita ut eadem ſit ratio trianguli AB C ad duo triangula AIB, AKC, ſicut reciproce EN ad ER, erit R centrum gravitatis trium triangulorum: ſe habet autem triangulorum ABC, ad triangula AIB, AKC ut 4 ad 1, ut probatum ſupponitur alibi. Quare N E, eſt quadrupla lineæ ER.

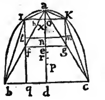
Demonſtratio. Sicut AD ad AO, ita quadratum lineæ BD, ad quadratum lineæ IO, ſeu, QD hoc enim involvitur in definitione, & generatione paraboles: ſed Q D eſt dimidia lineæ BD; eſt enim ut AF ad AB, ita FH, ſeu OD; quare quadratum ex B D, quadruplum erit quadrati ex DQ. Erit igitur AD ipſius AO quadrupla ſicut & lineæ OH, cum ergo OH ſit quadrans lineæ AD, & NH, ſit tertia pars lineæ OH, erit n h ſeu l f duodecima pars lineæ AD. Cui ſi addas medietatem HD, erit ND $\frac{7}{12}$. ex qua ſi auferas BD tertiam partem totius AD ſeu $\frac{4}{12}$. reſtabunt pro PN $\frac{3}{12}$. ſeu $\frac{1}{4}$. totius AD: ſed n r eſt quadrupla ipſius r h; dividi ergo debet quadrans in 5 partes. Quòd ut fiat dividatur in $\frac{5}{20}$. & r n $\frac{4}{20}$. adde autem lineæ r p lineam PD $\frac{1}{3}$. erit ad $\frac{23}{60}$. & reliqua a r erit $\frac{37}{60}$. eritque a r, ad r d ut 37 ad 23, quod ratiocinium applicari ſimiliter poteſt utrique parabolæ. Quod ſi reſiduis portionibus in utraque parabola inſcriberentur totidem triangula AD, & a d; proportionaliter in ſingulis inſcriptionibus dividerentur à centris gravitatis triangulorum: cum ergo triangula inſcripta in utramque parabolam deſinant, dicendum eſt parabolarum diametros ſimiliter, ſeu proportionaliter à centris gravitatis ſecari. Quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Centrum gravitatis ita dividit axem parabolæ, ut pars ad verticem, ſit reliqua ſeſquialtera.





Sit in eadem figura, parabola ABC, cujus diameter AD dividatur in E, ita ut ſegmentum AE, ſit ſexquialterum reliqui ED; dico punctum E eſſe centrum gravitatis parabolæ. Fiat eadem conſtructio quæ priùs, nempè inſcripto triangulo BAC, diviſiſque lateribus AB, AC, bifariam in F, & G, agatur FG, parallela lineæ BD, ductiſque IFQ, KG, parallelis axi, ducatur IK. Dividantur IF, KG, in L, & M, centris gravitatum, & ducatur LM, eritque N, centrum gravitatis ſectionum AIB, AKC: & diviſâ AD in P, ita ut AP, ſit dupla lineæ PD, erit punctum P centrum gravitatis trianguli BAC. Supponatur E eſſe centrum gravitatis totius parabolæ: oſtendere debeo lineam AE eſſe ſeſquialteram reliquæ DE.

Demonſtratio. Ita eſt AD ad IF, ſicut ED ad L F (*per* 13.) ſed oſtendimus in eadem A D eſſe quadruplam ipſius IF: ergo & ED erit quadrupla linea LF, ſeu NH, ſicut reſidua AE, reſiduæ IL, ſeu ON, erit quadrupla. Ablatâ igitur O N ſeu quartâ parte lineæ AE, reliquæ duæ nempe AO, NE, ſimul erunt triplæ lineæ ON. Abſcindatur OX, tertia pars lineæ AO, conſequenter X N erit tertia pars EN. Cum ergo AD ſit quadrupla lineæ AO, & AO tripla lineæ OX, erit linea AX tertia pars lineæ AD: eſt autem PD tertia pars lineæ AD, quare lineæ AX, XP, PD ſunt æquales.

Cum ergo totius parabolæ centrum gravitatis ſit punctum E, trianguli BAC centrum gravitatis ſit punctum P, & ſectionum AIB AKC punctum N: ita erit triangulum BAC ad ſectiones prædictas, ut reciproce N E ad E P. Sed triangulum ABC, eſt triplum prædictarum ſectionum; cum alibi probatum ſit, totam ſectionem

nem ad triangulum ABC, eſſe ſeſquitertiam, ergo linea NE, erit tripla lineæ EP. Sed oſtendimus ſuprà NE, eſſe triplam lineæ XN: quare tota XP erit quineupla lineæ EP: ſed XP & DP ſunt æquales: ergo linea DP eſt quincupla lineæ PE, & DE, ſexcupla lineæ EP: AD autem eſt tripla lineæ DP, cum punctum P ſit centrum gravitatis trianguli BAD: ergo linea AE eſt ſequialtera lineæ ED; quod erat demonſtrandum.

STATICÆ

LIBER SEPTIMUS.

Centrobaryca Solidorum.

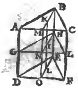
SEQVENTES propoſitiones ut plurimum ſunt Commandini & Lucæ Valerij, alias tamen habent demonſtrationes, aut clariùs explicatas.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si priſma ſecetur plano adverſis planis parallelo, ſectio erit figura ſimilis illi, quæ eſt in oppoſitis planis centrum gravitatis habens, in linea conjungente centra, figurarum oppoſitarum.

Sit priſma in quo plana oppoſita ſint, triangula ABC, DEF, ſeceturque plano GHL, illi parallelo. Dico primò planum GHL, facere in priſmate ſectionem, figuram omninò ſimilem, & æqualem triangulis oppoſitis ABC, DEF. Item ſi in triangulis ABC, DEF aſſignentur centra gravitatis K, & L, jungaturque linea KL, dico punctum I eſſe centrum gravitatis figuræ GHI. Ducantur per centra K, & L lineæ BKM, ELO.



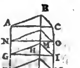
Demonſtratio. Cum plana GHL, DEF ſint parallela, quæ ſecantur plano AF, ſectiones DF, GL, AC parallelæ erunt, (*per* 16. 11.) ita oſtendam EF, HL, BC; DE, HG, AB eſſe parallelas. Et cum AD, CF, BE, ex definitione priſmatis, ſint parallelæ, erunt parallelogramma AL, AH, BL, GE, GF, HF. Quare æquales erunt AC, GL DF; AB, GH, DE; BC, HL, EF: & (*per* 7.1. triangula ſunt omnino æqualia. Quod ſi figuræ oppoſitæ non ſint triangula, oſtendam tamen eas eſſe figuras ſimiles. Cum enim AC, GL ſint parallelæ, item BC, HL, erunt anguli ACB, GLH, æquales: cum ergo latera ſingula figuræ ABC, æqualia ſint lateribus figuræ GHL, & anguli æquales, figuræ ſimiles erunt. Quod erat primum.

Quare cùm figuræ ABC, DEF ſint ſimiles, & æquales, habebunt centra gravitatis ſibi congruentia; atque adeò BK, EL æquales erunt, & parallelæ. Cum ergo planum BKLE, ſecet plana parallela ABC, GHL, erunt lineæ HI, BK parallelæ, immò & æquales, cùm autem AB, GH, BK HI, ſint parallelæ, erunt (*per* 10.11.) anguli ABK, GHI æquales: quare ſi fieret applicatio figurarum puncta K, & I, invicem quadrarent. Cum ergo punctum K ſit centrum gravitatis, & figurarum æqualium & ſimilium, centra ſibi invicem congruant: erit punctum I, centrum gravitatis figuræ GHL. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Cujuſlibet priſmatis centrum gravitatis eſt in plano, quod & oppoſitis planis parallelum eſt, & reliquorum latera bifariam dividit.



Sit priſma, in quo oppoſita plana ſint ABC, DEF, reliquorum verò planorum latera AD, BE, CF, dividantur bifariam in punctis G, H, I, per quæ ducatur planum GHI; quod ut priùs vidimus, ſimile erit adverſis planis: dico in plano GHI eſſe centrum gravitatis priſmatis propoſiti. Si enim non eſt in eo plano, ſit extra illud, ſitque punctum K,

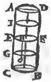
oſtendo

oſtendo non eſſe. Nam per punctum K ducatur linea KH, parallela lineis AD, BE, CF; dividatur bifariam latus GD, in L, & turſus GL bifariam; donec ſit aliquod eius ſegmentum minus, quam ſit linea KH, ſitque illud G L. Dividatur AG in totidem partes, & per N, & L, agantur plana parallela: tum quia AN, NG, GL, LD, ſunt æquales; erunt ſimilia, & æqualia priſmata AO, NI, GM, LF; quæ cum ſint numero paria, & ſibi invicem coaptata, non poterit centrum commune gravitatis, eſſe niſi inter illa: ergo centrum gravitatis non poteſt eſſe in puncto K. Quo modo oſtendam quodcumque punctum aſſignetur extra planum G H I, ex priſmatibus æqualibus, ſibi invicem coaptatis, plura eſſe ex una parte, quam ex alia circa centrum gravitatis, quod cum fieri non poſſit; dicendum eſt, centrum gravitatis, eſſe in plano medio GHI; quod erat demonſttandum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Cylindri centrum gravitatis eſt in plano baſibus parallelo, quod parallelogrammi per axem latera bifariam ſecat.



Sit cylindrus AB, cujus baſes AD, BC, invicem parallelæ; ſitque parallelogrammum per axem, quod ad baſes rectum eſt, A C B D; cujus latera AC, BD, ſecet bifariam in E & F; planum E F, baſibus parallelum: dico in plano E F, inveniri centrum gravitatis cylindri AB. Si enim centrum gtavitatis non eſt in plano E F, ſit extra illud in puncto O; ducatur linea O H parallela lateri AC; tum dividatur latus AC bifariam, in G, & E G iterum bifariam, donec occurrat linea minor quàm HO. Sit hæc GE; & per puncta G, & I, & ſi quæ ſint alia ducantur plana baſibus parallela: eritque punctum O, infra planum per G ductum. Oſtendam igitur ſicut in præcedenti propoſitione, punctum O non eſſe centrum gravitatis, quod cum de alio quocumque puncto extra planum E F poſito, demonſtrari poſſit; neceſſariò concludendum eſt, in plano E F eſſe centrum gravitatis, cylindri AB. Quod erat demonſtrandum.

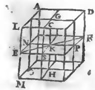
PROPOSITIO IV.

Theorema.

In quolibet priſmate parallelepipedo, centrum gravitatis eſt in medio axis.

Sit priſma parallelepipedum, cujus latera dividantur bifariam, in punctis C, O, E per quæ

agantur plana GO, CI, EF, adverſis planis parallela, eritque axis GH: oſtendam facilè eius medium



dium eſſe punctum K. Eſt enim parallelogrammum C K, quod dividitur bifariam, per lineam SK cum latus LE, ſit diviſum bifariam: oſtendo autem in puncto K eſſe centrum gravitatis totius parallelepipedi.

Demonſtr. (*Per 2. hujus*) centrum gravitatis eſt in plano EF, item eſt in plano CI, quæ tantum lineam SK habent communem: ergo, eſt in linea SK. Item idem centrum invenitur in planis E F, GO quæ tantùm lineam NP habent communem, igitur invenitur in lineis NP, SK, quæ cum habeant tantùm punctum K commune: invenitur in puncto K; quod erat demonſtrandum.

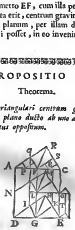
COROLLARIUM.

Ductâ diametro EF, cum illa per punctum K tranſeat, in ea erit, centrum gravitatis: immò ſi intelligeretur planum, per illam ductum, quod diagonale dici poſſet, in eo inveniretur centrum gravitatis.

PROPOSITIO V.

Theorema.

In priſmate triangulari centrum gravitatis invenietur in plano ducto ab uno angulo, in dimidium latus oppoſitum.



Sit priſma triangulare ARCD; in quo diviſis bifariam lateribus AC, DE, in punctis F & G, ductáque lineâ FG, quæ parallela erit, lineis AD, RH, CE, ducatur planum RG: dico in eo eſſe centrum totius parallelepipedi. Ducantur enim per punctum F duo plana FI, FK, adverſis planis parallela, ita ut fiat priſma parallelepipedum RG, ſitque planum medium NMO, erit parallelepipedi BG centrum gtavitatis in lineâ ML (*per corollarium præcedentis.*) Si dividantur latera AF, FC bifariam in P & R, intelliganturque fieri parallelogramma PQ, B S; quæ fiant baſes parallelepipedorum: oſtendam eorum centra inveniri in plano N M O, & ea æqualiter diſtare à linea L M;

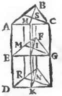
atque adeò commune centrum eorum eſſe in lineâ LM, & ita deinceps inſcribendo in reliquis priſmatibus triangularibus parallelepipeda; oſtendam ſemper, ſi bina hinc inde ſumantur eorum centra gravitatis inveniri in linea LM. Quare planum BG dividit totum priſma ABCDE, in partes momentorum æqualium. Si enim non ſunt, momenta æqualia; habeat pars ABFD momentum majus quam FBCG; ita ut addendum ſit momentum quantitatis T ut ſint momenta æqualia.

Demonſtr. Cùm ex inſcriptione parallelepipedorum, intra priſmata triangularia, auferatur dimidium, tandem pervenietur ad aliquam quantitatem cujus momentum ſit minus quam momentum quantitatis T, poſitæ in loco T. Cùm ergo planum BG, dividat priſma ABCD in parallelepipeda momentorum æqualium; & reliqua triangularia priſmata minus habeant momentum, quam quantitas C, impoſſibile erit ut pars ABFD, ſuperet quantitatem FBCG, momento quantitatis T. Quod cum de omni momento demonſtrari poſſit, momentum partis ABFD, æquale erit, momento partis FBCG; quare in plano BG, erit centrum gravitatis, immò & in linea ML. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Centrum gravitatis priſmatis triangularis, eſt in medio axe & in concurſu linearum dividentium latera trianguli medii bifariam, ab angulis oppoſitis in triangulo.



Sit priſma ABCD, in quo ſit triangulum medium EFG, in quo (*per 2. hujus*) eſt centrum gravitatis. Diviſis lateribus AB, AC bifariam, in punctis H, & L; ducantur plana BK, CR, quæ ſectiones faciant in triangulo ABC, lineas CS, BH: in triangulo verò EFG, lineas MG, FI, concurrentes in puncto I. Clarum eſt (*per præcedentem*) in utrâque earum inveniri centrum gravitatis, nempe in puncto I, quod erat primum. Communis autem ſectio illorum planorum eſt linea SN, quam axem voco: ſunt enim puncta S, & N centra gravitatis in utroque triangulo. Oſtendam autem facilè SI, IN æquales eſſe; cum AE, ED ex ſuppoſitione ſint æquales, & conſequenter BP, FN; SI, IN, quod erat demonſtrandum.

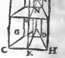
COROLLARIUM.

Facilè item demonſtrabimr IF eſſe duplam reliquæ. Quod ſi per SN duceretur planum, plano CD parallelum; non eſt difficilè oſtendere illud planum, ita dividere latera AB, BC, EF, FG, &c. ut pars vicinior punctis B & F ſit dupla reliquæ.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Cujuſlibet priſmatis cujus baſis eſt trapezium, & cujus duo latera ſunt parallela; centrum gravitatis eſt in plano dividente biſariam latera parallela.



Sit priſma ABDC cujus baſes trapezia AB, CD; horum latera AF, BE, item CH, DG ſint parallela, ſitque planum KI, dividens bifariam latera AF, CH, item EB, CD, dico in eo plano eſſe centrum gravitatis. Vel enim latera AF, BE ſunt æqualia, & tunc AB eſſet parallelogrammum, & in tali caſu jam conſtaret propoſitum (*ex propoſit. 4. hujus.*) Vel ſunt inæqualia, & concurrent ut jam oſtendi (*ſuperiori libro*) latera AE, FB, in puncto L, fietque priſma triangulare totale ALFC, fiet item aliud priſma triangulare ELBG. Cùm ergo (*per 6. hujus*) totius priſmatis centrum gravitatis ſit in MO; & centrum gravitatis partialis priſmatis triangularis ELBG, ſit in NM; erit reliqui priſmatis centrum gravitatis in NO; igitur invenitur in plano dividente bifariam latera AF, EB, CH, DG; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Omnis priſmatis cujus baſis eſt polygonum regulare parium laterum, centrum gravitatis eſt in medio axe.



Sit priſma cujus baſis polygonum regulare parium laterum, & æqualium verbi gratiâ exagonum, atque adeò baſes dividi poſſint in duo trapezia æqualia, laterum parallelorum: quare planum dividens latera parallela unius baſis bifariam, dividet etiam bifariam alterius baſis latera parallela: dividetur item totum priſma plano GH dividente baſes bifariam ſingulas in duo trapezia verbi gratiâ AK, GB. Eruntque duo priſmata AH, GC, habentia

habentia pro baſibus trapezia, letetum parallelorum, & (*per præcedentem*) priſmatis GC, centrum gravitatis, erit in linea IO, item priſmatis AH, centrum gravitatis erit in linea IO. Immò cum trapezia, quæ in plano illo medio inveniuntur ſint æqualia, & ſimilia; erunt eorum centra æqualiter diſtantia à puncto medio, ſeu centro polygoni: atque adeò punctum illud medium, quod & centrum polygoni, erit etiam commune totius priſmatis centrum gravitatis; quod erat oſtendendum.

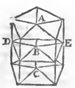
COROLLARIUM

Ex hoc facilè concludes illius priſmatis habentis pro baſi polygonum regulare, parium laterum, centrum gravitatis eſſe in medio axe: ſed hoc ex ſequenti propoſitione adhuc patebit clariùs.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Priſmatis cujuſlibet regularis centrum gravitatis, eſt in medio axe.



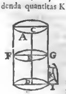
Sit priſma ſeu columna quæcumque regularis verbi gratiâ pentagona, hoc eſt cujus baſes ſint pentagonæ axis ABC, ſitque planum medium baſibus parallelum DE. Dividatur autem tota columna in priſmata triangularia, quæ æqualia omninò erunt; eorum autem omnium centra invenientur in plano DE, ſingula in triangulis ſibi correſpondentibus. Quia autem iſta priſmata ſunt omninò æqualia, & ſimilia, centra eorum erunt ſimiliter poſita, atque adeò æqualiter diſtantia à centro B. Oſtendam igitur (*ut in prop. 16. præcedentis.*) centrum commune omnium eſſe in puncto B, nempè in medio axe: nam planum BE ſupponitur dividere omnia latera bifariam, & conſequenter axem, qui lateribus ſupponitur parallelus.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Cylindri centrum gravitatis in medio axe poſitum eſt.

Sit cylindrus AB, cujus axis CD, diviſus bifariam, in E, plano FG; baſibus parallelo: dico in puncto E, eſſe centrum gravitatis. Nam (*per 3. hujus*) centrum gravitatis primò eſt in plano FG, intelligatur per axem planum CI: oſtendo etiam in eo eſſe centrum gravitatis, & planum CI dividere totum cylindrum in partes æquiponderantes. Nam ſi hoc non ſit partis CDF momentum, majus momento CDG, ita ut ſit addenda quantitas K ad æquilibrium. Intelligatur



cylindro inſcribi priſma quadratum, & per diviſionem arcuum inſcribi rurſus priſma octo laterum, tum 16 laterum, & ita deinceps: tandem relinquetur inter columnam, & cylindrum quantitas cujus momentum minus erit, quam momentum quantitatis K. Sit talis columna octo laterum, quæ dividatur per axem, plano CI, planum CI eam dividit in partes æqualium momentorum. Cùm ergo hinc inde circa planum CI, ſint partes priſmatis æquiponderantes, & id quod relinquitur ex cylindro, minus momentum habeat quam ſit momentum quantitatis K, fieri non poteſt, ut cylindri pars CDF ſuperet partem CDG, momento quantitatis K: quod cum ſit demonſtrabile de quacumque quantitate, dicendum eſt momentum partis CDF, æquale eſſe momentum partis CDG. Quare in plano CI, erit centrum gravitatis. Cogitetur aliud planum per axem CD ductum, oſtendam eodem modo in eo exiſtere centrum gravitatis: quæ duo plana cum ſectionem communem, axem habeant, dicendum eſt in axe eſſe centrum gravitatis. Sed centrum gravitatis eſt etiam in plano FG: igitur in puncto E eſt centrum gravitatis. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Si pyramis triangularis ſecetur plano baſi parallelo, efficietur triangulum baſi ſimile, habens in axe ſuum centrum gravitatis.

Sit pyramis triangularis ABCD, cujus axis AE, quæ ſecetur plano GIF baſi parallelo; dico GIF eſſe triangulum, ſimile baſi DBC. Item punctum O, eſſe trianguli centrum gravitatis. Jungantur enim lineæ DE, EC, BE, item GO, IO, FO.



Demonſtratio. Cum plana GIF, BCD ſint parallela, quæ ſecantur eodem plano ABD, erunt (*per 16. 11.*) communes ſectiones parallelæ; item parallelæ erunt BC, IF, DC, GF. Item cum planum ADE, ſecet eadem plana, erunt DE, GO, OI, BE, EC, OF parallelæ. Quare (*per 10. 11.*) anguli DBC, GIF; BCD, IFG; DEB, GOI; BEC, IGF æquales erunt. Æquiangula ſunt igitur triangula BCD, GIF: ergo ſimilia (*per 4. 11.*) eritque ut DB ad BC, ita GI ad IF: item ut DE ad EB, ita GO ad OI; quare puncta O & E, ſunt ſimiliter poſita. Sed punctum E, ſupponitur eſſe centrum gravitatis trianguli BCD; igitur & punctum O erit centrum gravitatis trianguli GIF, quod erat demonſtrandum.

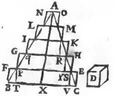
COROLLARIUM.

Eodem modo demonſtrari poterat, ſi pyramis quæcumque ſecetur plano baſi parallelo, ſectionem pyramidis, fore figuram baſi ſimilem, & axem eam figurã ſecare in centro gravitatis ejus

PROPOSITIO XII.

Theorema.

In omni pyramide poſſunt inſcribi, & circumſcribi priſmata, quorum baſes ſint baſi pyramidis ſimiles, & quæ habeant centra gravitatis in axe pyramidis, ita ut eorum differentia ſit minor aliquâ quantitate ſolida.



Sit pytamis cujus unicum tantum latus exhibeo ABC, dicu illi poſſe inſcribi, & circumſcribi priſmata, quotum baſes ſint ſimiles baſi pyramidis, & circumſcripta non ſuperent, inſcripta quantitate D. Nam diviſâ altitudine pyramidis biſariam, & partibus iterum biſariam, & ſic deinceps, tandem occurret altitudo tam parva, ut priſma eandem baſin habens cum pytamide, minus ſit quantitate D. Sit illud priſma, cujus ſectio ſit BE, hoc eſt, ducantur plana, GH, IK, LM, N O, diſtantia ab invicem quanta eſt altitudo priſmatis BE. Hæc omnia plana (*per coroll. præcedentis*) facient ſectiones in pyramide, ſimiles baſi, licèt minores; hæ aſſumantur pro baſibus, tam inſcriptorum quam circumſcriptorum priſmatum. Nempe P S, ſit baſis circumſcripti PH, & inſcripti P V; Q R, erit baſis inſcripti Q Y, circumſcripti R I; & ita de reliquis. Cùm ergo ſingula circumſcripta habeant ſibi æquale inſcriptum, excepto primo BE, nempe circumſcriptum I R, inſcriptum QY, & ita de reliquis; nempe circumſcripto ſubjacet inſcriptum æquale, erit primum B E differentia inter circumſcripta, & inſcripta. Quod cum minus ſupponatur qûantitate D, erunt pytamidi inſcripta, & circumſcripta polygona ejuſdem altitudinis, ita ut differentia eorum minor ſit quantitate propoſitâ. Quòd verò habeant centrum gravitatis in axe pyramidis, ita oſtenditur. Axis AX, tranſit per centrum gravitatis baſis pyramidis, nempe punctum X: ſed baſis hæc communis eſt primo priſmati; ergo etiam eſt axis ipſius priſmatis, & per nonam centrum gravitatis primi priſmatis, aut columnæ eſt in axe pyramidis. Idem oſtendam de ſecundo circumſcripto PH, nam per corollarium undecimæ, cum pyramis ABC, plano FE, baſi parallelo ſecetur, fiet figura ſimilis baſi; per cujus centrum gravitatis axis tranſit: quare axis communis erit etiam axis ſecundi priſmatis circumſcripti. Quia autem baſis P S communis eſt priſmati P H circumſcripto, & PV inſcripto, & ita de reliquis; dicendum eſt omnium priſmatum tam inſcriptorum, quàm circumſcriptorum axem eſſe lineam AX. Et quia in axe priſmatis eſt centrum gravitatis eius, (*per 9. hujus*) in linea A X ſunt centra omnium priſmatum; & per primam præcedentis libri centrum commune omnium priſmatum circumſcriptorum eſt linea A X; ſicut etiam omnium inſcriptorum. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Hâc eâdem methodo oſtendere poſſumus in dato cono poſſe inſcribi, & circumſcribi cylindros ejoſdem altitudinis, ita ut differentia inter circumſcriptos, & inſcriptos minor ſit, datâ quantitate ſolidâ.

Et cylindri tam inſcripti, quàm circumſcripti habeant centrum gravitatis in axe coni; eadem figura ſervari poteſt cogitando lineas BC, EF eſſe diametros baſium cylindrorum.

COROLLARIUM II.

Eâdem demonſtratione uti poſſumus, ad oſtendendum, circa hæmiſphærium poſſe cylindros ejuſdem altitudinis inſcribi, & circumſcribi, quorum omnium centra ſint in axe: & ita ut differentia inter inſcriptos, & circumſcriptos, ſit minor datâ quantitate ſolida. Idem oſtendi poteſt in Sphæroide, nempe in dimidia eius parte, & in parte minore hæmiſphærio.

COROLLARIUM III.

Hæ demonſtrationes procedunt non tantùm de pyramide, cono, hæmiſphærio integris, ſed etiam de fruſtis, ſeu partibus: nam ſi aſſumatur para pyramidis R Q B C, eadem demonſtratio fieri poterit. Item ſi RQBC ſupponatur eſſe portio coni, eodem modo oſtendam poſſe in illa inſcribi, & circumſcribi cylindros; eodem axem habentes, in quo ſint omnia centra gravitatis; ita ut differentia inter inſcriptos, & circumſcriptos minor ſit quâcumque quantitate ſolidâ aſſignatâ.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Pyramidis, coni, Sphæra, & Sphæroidis centrum gravitatis eſt in axe.

Sit primò pytamis ABC, cujus axis AX, dico in eo eſſe centrum gravitatis pyramidis. Si enim non eſt in axe, dabitur aliquod planum per axem ductum, quod non dividet pytamidem in partes æquiponderantes. Quia ſi omnia plana per axem ducta dividerent pytamidem, in partes æquiponderantes, in ſingulis inveniretur centrum gravitatis, atque adeò exiſteret in communi illorum ſectione, nempe in axe. Ponatur dari tale planum per axem ductum, dividens pyramidem ABC in partes non æquiponderantes: ſi momentum partis A B X, majos eſt momento partis ACX, illud ſuperat aliquâ quantitate, aut momento alicujus quantitatis; ſuperet ergo illud momento quantitatis ſolidæ D, collocandæ in puncto C. Inſcribantur pyramidi ABC, & circumſcribantur priſmata æqualis altitudinis, ita ut differentia inter inſcripta, & circumſcripta ſit minor quantitate D, multò magis differentia inter inſcripta priſmata, & pyramidem ABC minor erit quantitate D.

Demonſtr.

Demonſtratio. Priſmatum omnium inſcriptorum, centrum gravitatis eſt in axe AX (*per 12. hujus*) ergo planum per axem ductum dividit illa in partes æquiponderantes. Id verò quod ex pyramide relinquitur, minus eſt quantitate D; ergo impoſſibile eſt, ut id quod additur priſmatibus ABX, ut compleatur pyramis ex illâ parte, ſuperet id quod additur, ex alia parte, exceſſu qui ſit æqualis quantitati D; & conſequenter illius momentum æquale ſit momento quantitatis D, in puncto C collocatæ, nempe in maximâ diſtantiâ. Ergo momentum partis ABX, non ſuperat momentum partis ACX momento quantitatis D, ſed neque ullo alio. Detur enim aliud, inſcriptis aliis priſmatibus quorum altitudo minor ſit, eodem modo procedet demonſtratio.

COROLLARIUM I.

Idem probari poteſt de quâlibet portione pyramidis.

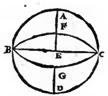
COROLLARIUM II.

Eadem demonſtratio afferri poteſt, pro cono, aut hæmiſphærio.

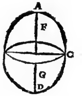
PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Sphæra aut Sphæroidis centrum gravitatis eſt idem ac centrum magnitudinis.



Sit Sphæra ABDC cujus centrum E, dico illud eſſe centrum gravitatis. Sit enim hæmiſphærium ABC & DBC, nempe planum circuli BC, ſit rectum ad planum ABDC, ſitque AED axis.



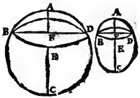
Demonſtr. Centrum gravitatis hæmiſphærij BAC eſt in axe AE, & hæmiſphærij ED, in axe DE, ſint E & G, quia autem hæmiſphæria ſunt ſolida ſimilia, & æqualia; erunt eorum centra gravitatis ſimiliter poſita, atque adeò EF, EG, æquales erunt. Quare centrum gravitatis commune, erit in medio; ſeu in puncto E.

Voco Sphæroides ſolidum quod in aliquo imitatur Sphæram, ut ſi circa axem AD immotum volveretur Ellypſis ABDC, ita ut ſectio BC eſſet circulus: eodem enim modo procedit demonſtratio, & poſſunt circa hæmiſphæroides BAC circumſcribi, & inſcribi cylindri, immò & coni, qui eaſdem habeant conditiones, quas ſupra retulimus.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Segmenti majoris hæmiſphærio centrum eſt in axe, item ſegmenti Sphæroidis, quod majus ſit dimidiâ eius parte.



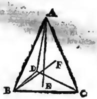
Sit Sphæra, aut Sphæroides ABCD, ſeceturque inæqualiter plano BD, ſitque ad planum BD, perpendicularis AFC; dico ſegmenti majoris centrum gravitatis eſſe in FC. Sit enim totius ſolidi centrum E; quod & centrum erit gravitatis eius.

Demonſtr. Segmenti minoris BAD centrum gravitatis (*per 12.*) eſt in AF, & totius Sphæræ, aut Sphæroidis eſt in E: ergo (*per 5. libri præcedentis*) centrum gravitatis reliquæ BCD, erit in lineâ rectâ FC. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Pyramidis triangularem baſim habentis, centrum gravitatis eſt in concurſu axium.



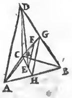
Sit pyramis ABCD, cujus A vertex, baſis triangulum BCD, cujus centrum gravitatis E, ducatur axis AE, ſumatur item pro vertice punctum B, & pro baſi triangulum ADC, cujus centrum gravitatis ſit in F, ducaturque axis BF. Dico centrum gravitatis eſſe in puncto concurſûs, utriuſque axis.

Demonſtr. (*Per 13.*) centrum gravitatis eſt in lineâ AE, & per eandem in lineâ BF; ergo neceſſariò invenitur in concurſu earum, nempe in puncto. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Axes ejuſdem pyramidis ſecantur proportionaliter a centro gravitatis.



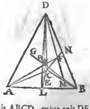
Sit pyramis ABCD, ſintque axes DE, AF, ſe interſecantes in puncto K, dico ita eſſe AK, ad KF, ſicut DK ad KE. Cùm enim AE, ſit axis erit E, centrum gravitatis baſis ABC: ductaque linea CH, (*per 11. præcedentis*) erunt lineæ AH, HB æquales. Pariter erunt DG, GB æquales: ducantur lineæ GH, FE.

Demonſtr. In triangulo ABD, cum ſit ut BH ad HA ita BG ad GD, eſt enim utrobique æqualitas, (*per 2.6.*) erunt AD, CH, parallelæ: pariter cum tam CE, ſit (*per 11. præcedentis*) dupla lineæ EH, quàm CF, ipſius FG; erunt GH, FE, parallelæ; & (*per 9. 11.*) erunt EF, AD parallelæ: quare triangula ADK, FKE ſunt æquiangula, habent enim angulos in puncto K ad verticem æquales, item alternos ADK, KEF æquales. Quare (*per 4.6.*) erit ut AK ad KF, ita DK ad KE; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Triangularis pyramidis, centrum gravitatis ita dividit axem, ut pars vicinior vertici, ſit tripla reliqua.



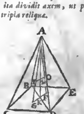
Sit pyramis ABCD, cujus axis DE, centrum gravitatis K: dico lineam DK eſſe triplam reliquæ KE. Quod ut probem, primò demonſtrabo pyramidem ABCD eſſe quadruplam pyramidis ABCK: nam pyramides eandem baſin habentes ſe habent ut altitudines, & etiam ut axes; etiamſi axes non ſint perpendiculares ad baſin. Quod facilè probari poſſet, nempe ſi intelligatur priſma cujus eadem baſis ABCD, & altitudo eadem cum pyramide, illius enim pyramis ABCD; eſt tertia pars (*per 8.12.*) Pariter ſi intelligeretur priſma ſuper eâdem baſi ABC, ad altitudinem EK, pyramis ABCK eſſet eius ſubtripla; priſmata autem ſuper eadem baſi & eundem axem habentia, ſe habent ut partes axis; igitur & pyramides tocenſitæ. Quare ſi probavero pyramidem ABCD, eſſe quadruplam pyramidis ABCK, probavero lineam BE, eſſe quadruplam lineæ KE: & conſequenter DK, eſſe triplam lineæ KE. Ut autem id exequar, divide totam pyramidem ABCD, in quatuor pyramides, quarum vertex K, & baſes ſunt triangula componentia pyramidem ABCD, & has pyramides oſtendo eſſe æquales, & conſequenter pyramidem ABCK, eſſe quartam partem omniom, ſeu pyramidis ABCD. Tota autem difficultas eſt in imaginatione, formanda: ideóque ſum author ut hæc figura fiat in ſolido; hoc eſt fila ducantur omnes iſtas lineas repreſentantia, in ſublimi alioquin vix concipietur Conſtructio. Sint centra gravitatum triangulorum componentium pyramidem ABCD, trianguli ABC punctum E, ducaturque linea CEF, dividens, ut vidimus latus AB bifariam in L. Sit item trianguli BCD centrum gravitatis F, ducaturque CFN dividens latus DB bifariam in puncto N: jungaturque axis AF, qui (*per 13. hujus*) tranſit per centrum gravitatis K; ſit item trianguli ADC centrum gravitatis G, ducaturque axis BKG; denique ſit trianguli ABD centrum gravitatis H, linea DH dividet latus AB bifariam in L.

Demonſtr. (*Per præcedent.*) axes ſecantur proportionaliter; ergo, ita eſt ED ad EK, ſicut AF ad FK, ſed ut ED ad EK, ita pyramis cujus axis AEB, & baſis ABC, ad pyramidem cujus eadem baſis ABC, & axis EK, pariter ut AF ad FK, ita pyramis cujus axis AF, & baſis BCD, ad pyramidem cujus eadem baſis, & axis FK. Pyramis autem cujus axis ED, aut AF, eſt pyramis totalis ABCD: ergo eodem modo ſe habet pyramis ABCD, ad pyramides quarum axes KE & KF; quare illæ erunt æquales. Quo modo oſtendam quatuor illas pyramides eſſe æquales: unde pyramis cujus baſis ABC & axis EK, eſt quarta pars totius pyramidis. Quare EK eſt quarta pars totius ED & DK, tertia pars, ipſius EK; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Pyramidis quadrilateram baſin habentis, centrum gravitatis ita dividit axem, ut pars vicinior vertici, ſit tripla reliqua.



Sit pyramis quadrilatera ABCDE, quæ ducta diametro BD in duas pyramides trilateras dividatur, ſitque eius axis AK centrum gravitatis S; dico AS eſſe triplam reliquæ SK. Sit enim AF axis pyramidis triangularis ABDE, & AG axis pyramidis triangularis ABCD, ſintque centra gravitatis

tatis I & O: jungatur linea I O, erit (*per* 1. *precedentis*) centrum gravitatis totius pyramidis in linea IO: ſit punctum S, ASK, erit axis. Oſtendendum eſt AS eſſe triplam reliquæ SK.

Demonſtratio. (*per præcedentem*) AO, eſt tripla reliquæ OF, ſicut AI reliquæ IG, igitur ita eſt AO ad OF, ſicut AI ad IG: igitur (*per* 4.6.) IO, GF, erunt parallelæ. Quare erit ut AO ad OF, ita AS ad SK: ſed AO eſt tripla ipſius OF, igitur & AS, lineæ SK tripla erit, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Pyramidis cujuſcumque, centrum gravitatis ita dividit axem, ut pars vicinior vertici ſit tripla reliqua.

Sit pyramis cujus baſis multilatera ABCDE, ſitque axis ejus AV, centrum gravitatis S; dico lineam AS, reliquæ SV triplam eſſe. Dividatur enim baſis in quadrilateram CBED, & trilateram FED, ſitque AK axis quadrilateræ pyramidis, & AM trilateræ, centra gravitatis I, & O; ducatur linea IO, in quâ (*per primam præcedentis*) erit centrum gravitatis totius pyramidis; ducatur axis ASV. Oſtendam ſicut in priori propoſitione, AS eſſe triplam lineæ SV.

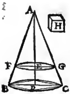


Et ſic deinceps augendo, oſtendam exagonæ, eptagonæ pyramidis centrum gravitatis ita dividere axem, ut pars vicinior vertici, ſit tripla reliquæ.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Omnis coni centram gravitatis, ita dividit axem; ut pars vicinior vertici ſit reliquæ tripla.



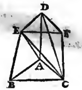
Sit conus ABC, axis AD & AE ſit tripla lineæ DE, dico punctum E eſſe centrum gravitatis coni ABC. Intelligatur planum FG parallelum baſi, in quo ſit punctum E: ſi planum FG dividit, conum in partes æqualis momenti, in eo eſt centrum, ſed invenitur etiam in axe: ergo erit in puncto E. Oſtendo autem planum FG, dividere conum in partes æqoiponderantes: Si enim non dividit in partes æqualium momentorum: momentum partis BFGC ſuperet momentum coni AFG; certè ſuperabit aliquo exceſſu: exceſſus ille ſit æqualis momento ſolidi H, ut applicabilis in maxima diſtantia à puncto E, nempe ita ut ſi appenderetur ſolidum H, in puncto A, eſſet æquilibrium. Demonſtro id verum non eſſe, tale polygonum inſeribatur circulo BC, per diviſionem arcuum, ut factâ pyramide, cujus baſis ſit illud polygonum, & vertex punctum A, id quod relinquitur, ſit minus ſolido H: quòd autem id ſit poſſibile, jam oſtendimus aliàs, circumſcribendo aliud polygonum ſimile inſcripto. Oſtenderemus enim inter pyramidem inſcriptam, & circumſcriptam poſſe relinqui ſpatium quoque dato minus: ſit igitur ſpatium relictum inter pyramidem inſcriptam, & conum ABC, minus ſolido H.

Demonſtratio. Punctum E (*per præcedentem*) eſt centrum gravitatis pyramidis inſcriptæ, quare planum FG dividit pyramidem in partes æquiponderantes: ſed id quod conus addit ſupra pyramidem inſcriptam minus eſt, ex ſuppoſitione; quàm quantitas H, adhuc non habet tantam diſtantiam, quantam ſolidum H, in puncto A collocatum; ergo non poteſt fruſtum BFGC; ſuperate conum AFG, momentu quod ſit æquale ſolido H; quod cum ſit demonſtrabile de quocumque exceſſu: concludendum eſt planum FG dividere conum, in partes æquiponderantes; hoc eſt nullo aſſignabili exceſſu ſe ſuperantes; & conſequenter in puncto E, eſſe centrum gravitatis coni ABC. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Fruſtum triangularis pyramidis, dividi poteſt in tres pyramides quæ ſint continuè proportionales; in ea ratione, quæ eſt unius lateris majoris baſis; ad latus ſibi correſpondens minoris baſis; & prima eandem baſin majorem habeat & eandem altitudinem.



Sit fruſtum piramidis triangularis ABCDEF; ſitque latus AB majoris baſis, & DE aliud latus ſibi correſpondens: dico poſſe fruſtum ABCDEF; dividi in tres pyramides, quæ ſint continuè proportionales, in ratione AB ad DE quarum prima habeat pro baſi, triangulum ABC, & eandem altitudinem. Ducantur enim lineæ AE CE & per eas planum; ducatur item DC, & per DC, EC aliud planum intelligatur, tres pyramides fient, quibus æqoale erit fruſtum; nempe ABCE, ACDE, DEFC.

Demonſtratio. Pyramides ABCE, ACDE eundem verticem C habent, ſe habentes, ut baſes

ABE ADE : ſed hæc triangula cum ſint inter duas parallelas AB, DE, ſe habent ut baſes AB DE; ergo pyramis ABCE, eſt ad pyramidem ACDE, ut AB ad DE. Ita aſſumpto communi vertice E, & pro baſibus triangulis ACD, CDF oſtendam Pyramidem ACDE, ſe habere ad pyramidem DEFC, ut AC ad DF, ſeu ut AB, ad DE: quare fruſtum pyramidis æquale eſt tribus pyramidibus proportionalibus, ejuſdem altitudinis: cujus prima ſit ſupra baſi majori, ultima ſub baſi minori.

COROLLARIUM.

Inventâ baſi quæ ſit media proportionalis inter baſim minorem & baſim majorem, ſi fiant tres pyramides ſuper tribus his baſibus æqualis altitudinis, cum fruſto, aut ſi fiat unica pyramis his tribus æqualis, nempe cujus ſit eadem altitudo, & baſis his tribus æqualis; hæc erit æqualis fruſto.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

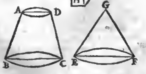
Quodlibet fruſtum pyramidis æquale eſt pyramidi eandem altitudinem habenti, baſin autem æqualem, baſi majori, & minori, & mediæ proportionali, ſimul ſumptis.

Sit pyramidis cujuſlibet polygonæ fruſtum, quod dividi poterit in fruſta pyramidum triangulatium, quorum baſes proportionales erunt, totalibus baſibus: & pariter ſi fiat baſis media proportionalis, polygona, hæc dividi poterit in partiales triangulares, etiam proportionales. Si ergo fiat pro ſingulis fruſtis triangularibus pyramis ejuſdem altitudinis, cujus baſis æqualis ſit baſi minori, majori, & mediæ proportionali, hæc erit æqualis fruſto triangulari. Fiant ergo tot pyramides hujuſmodi, quot ſunt fruſta triangularia; quæ omnes ſimul æquales erunt fruſto totali, earumque baſes ſimul æquales erunt baſi majori, minori, & mediæ proportionali. Igitur ſi fiat pyramis, cujus ſi eadem altitudo, & baſis omnes iſtas complectatur, nempe majorem, minorem & mediam; hæc erit æqualis fruſto.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Fruſtum coni, æquale eſt cono æque alto, cujus baſis æqualis eſt baſi majori, minori & mediæ proportionali ipſius fruſti.

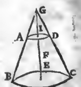


Sit coni fruſtum ABCD, dico illud æquale eſſe cono EFG æquè alto, cujus baſis EF æqualis ſit baſibus BC, AD, & alteri, quæ ſit media proportionalis. Si enim conus non ſit æqualis, ſit minor: igitur fruſtum cum ſuperat aliquâ magnitudine. Sit hæc magnitudo H, inſcribātur baſi BC polygona plurium, & pluriū laterum, donec fiat tale fruſtum pyramidis, intra ABCD, ut exceſſus fruſti coni, ſupra fruſtum pyramidis, ſit minus quantitate H. Tum ſimile polygonum inſcribatur baſi EF, compleaturque pyramis, (*per præcedentem*) erit pyramis inſcripta cono DEF, æqualis fruſto polygono inſcripto intra fruſtum ABCD. Sed id quod relinquitur ex fruſto minus eſt quantitate H: ergo fruſtum ABCD non poteſt ſuperare pyramidem GED, quantitate H; multò minus conum GEF. Quod cum ſit demonſtrabile de omni alio exceſſu, dicendum eſt fruſtum coni ABCD, non eſſe majus cono EFG. Sed neque minus eſt, quia conus EFG illud ſuperaret aliquâ quantitate. Ponamus illam eſſe H, idemque ratiocinium adhibeatur: igitur conus EFG, & fruſtum ABCD ſunt æqualia, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Centrum gravitatis fruſti pyramidis, aut fruſti coni eſt in axe.



Sit fruſtum pyramidis, aut coni ABCD, cujus IE ſit axis; dicò in linea IE eſſe centrum gravitatis fruſti ABCD. Abſolvatur conus aut pyramis, centrum tam coni GAD, quam coni GBC, eſt in axe; Ponantur eſſe puncta I, & F.

Demonſtr. Cum centrum gravitatis totius, ſit F, & centrum ablati ſit I, erit reliqui ABCD, centrum gravitatis in linea IF producta. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

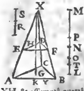
Cujuſlibet fruſti pyramidis, aut fruſti coni centrum gravitatis reperire.

Sit fruſtum pyramidis ABCDEF, cujus axis GH, abſcindatur ex AB linea BK ipſi EF æqualis: fiatque ut AK ad AB, ita GH ad LM. Tum fiat LN æqualis ipſi GH; ſitque LO quarta pars lineæ ML; & NP, quarta pars linæ NM. Fiat ergo ut AB, ad EF, ita EF ad R, & ut EF ad R, ita R ad S, ſitque BY æqualis lineæ R. Si fiat ut AY ad YB, ita PO, ad OT, & linea LT, ſit æqualis lineæ GV: dico punctum V eſſe centrum fruſti pyramidis.

Intelligatur enim pyramis eſſe perfecta, cum pyramis XEFD, ſit ſimilis pyramidi totali XABC, erit ut AB ad EF; ita GX ad HX; & ut GH,

exceſſus

exceſſus quo GX, ſuperat HX ad GX; ita exceſſus quò AB ſuperat EF ad AB. Quare primâ operatione invenimus lineā LM æqualem axi, cujus quartam partem accepimus LO, ita ut punctum O ſit (per 16. hujus) centrum gravitatis totius pyramidis XABC. Quia autem LN æqualis facta eſt lineæ GH, erit reliqua NM æqualis lineæ XH, & aſſumptâ quartâ parte NP, erit P centrum gravitatis pyramidis XDEF.



Ex aliâ parte, cum Pyramides XABC, XDEF, ſint omnino ſimiles; erunt in triplicatâ ratione laterum homologorum (*per* 8.11.) Cum ergo ita ſe habeant AB ad EF, ut EF ad R & R ad S, erit AB ad R aut BY, ut Pyramis XABC ad pyramidem; XDEF: & AY ad YB, ut fruſtum ABCDEF ad pyramidem XDEF. Cum ergo ſit ut AY ad YB, ita PO ad OT; ſi intelligatur ſuſpendi tota pyramis XABC ex puncto O, erit æquilibrium; cum punctum O ſit centrum gravitatis. Et quia ut fruſtum ABCDEF ad pyramidem XDEF, ita reciprocè diſtantia PO ad OT debebit fruſtum ABCDEF appendi in puncto T; hoc eſt punctum T erit centrum ejus gravitatis fruſti ABCDEF. Quod erat demonſtrandum.

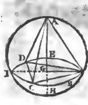
COROLLARIUM

Hæc praxis omni fruſto pyramidis convenit, & convenit fruſto coni, ſi pro lateribus homologis aſſumantur diametri circulorum, qui ſunt baſes fruſti.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Pyramis æquilatera Sphæræ inſcripta, pro centro gravitatis habet centrum Sphæræ.



Sit pyramis ABCD, æqualium laterum Sphæræ inſcripta, ſeu tetraedrum regulare ABCD, Sphæræ inſcriptum; cujus Sphæræ centrum E: dico centrum E eſſe centrum gravitatis tetraedri ABCD.

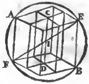
Nam ex Campano (*libro* 13. *Elem. prop.* 15.) axis AGH, GH eſt dupla ipſius EG.

Demonſtratio. Cum ergo GH ſit dupla lineæ GE; EH aut EA tripla erit ejuſdem GE, quare (*per* 17. *hujus*) punctum E, eſt centrum gravitatis tetraedri. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Cubus Sphæræ inſcriptus, habet pro centro gravitatis centrum Sphæræ.



Sit cubus ABCDE Sphæræ inſcriptus diviſiſque bifariam lateribus, duo plana ducantur, quorum communis ſectio ſit CD, in cujus medio punctum I (*per* 4. *hujus*) eſt centrum gravitatis. Ducatur linea EF, hæc ſecabit diametrum CD in puncto I (*per* 39.11.) eruntque IE, IF æquales; & cum EF, ſit diameter Sphæræ, erit punctum I centrum ejuſdem ſphæræ. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Octaedri Sphæræ inſcripti centrum gravitatis, idem eſt quod centrum Sphæræ.

Sit octaedrum ABCDEF, ſphæræ inſcriptum, cujus centrum gravitatis H; dico illud eſſe centrum Sphæræ.



Demonſtravit Campanus, octaedrum dividi in duas pyramides omnino ſimiles, & æquales, quarum baſis communis erit quadratum BCDE. Sint ergo tales pyramides, & cum unicum ſit illius quadrati centrum gravitatis H, AH, FH, erunt axes, immò eadem linea AF erit axis. Diviſa bifariam in puncto H; ſint centra gravitatis pyramidum I, & K erunt HK, HI æquales: & centrum gravitatis commune toti octaedro in medio, nempe in puncto H. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Icoſaedri Sphæræ inſcripti centrum gravitatis, eſt centrum Sphæræ.

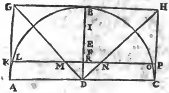
Sit Icoſaedrum Sphæræ inſcriptum; intelligantur, quot ſunt triangula in Icoſaedro, tot eſſe pyramides; quarum communis vertex ſit centrum Sphæræ. Ducanturque à centro unius trianguli, per centrum Sphæræ axis, qui in oppoſiti trianguli centrum cadet; ut ex (*tertio decimo libro Eucl.*) facilè demonſtrari poteſt. Aſſignentur in eo axe, centra gravitatis utriuſque pyramidis; hæc æqualiter à communi vertice recedent: quare cum pyramides æquales ſint; commune centrum earum,

etit idem quod centrum Sphæræ. Idem oſtendam de quibuſlibet oppoſitis, atque adcò commune centrum omnium erit centrum Sphæræ. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Centrum gravitatis hæmiſpherij, ita dividit axem, ut pars vertici propinquior ſit ad aliam ut 5 ad 3.



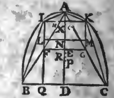
Sit hæmiſphærium ABC; dico centrum gravitatis ejus, ita axem BD dividere in F, ut pars FB vertici propinquior ſe habeat, ad reliquam FD, ut 5 ad 3. Intelligatur enim parallelogrammum GC, & triangulum GDH volvi circa axem BD, generabuntur ſimul conus GDH, hæmiſphærium ABC, & cylindrus AH. Suppono autem primò conum GDH eſſe tertiam partem cylindri AH, ut vidimus in Geometria: ita ut ſi ſupponatur cylindrus eſſe 6 partium, conus ſit duarum partium: ſuppono item hæmiſphærium eſſe duplum coni, ergo erit 4 partium, qualium cylindrus continet 6. Si ergo conus GDH ſupponatur eximi à cylindro, reſtabit figura turbinata GADCH intus cava quatuor pariter partium: quare æqualis erit hæmiſphærio. Eſt autem æquilibrium, ſi totus cylindrus per mediam diametrum, nempe per punctum E, ſuſpendatur, quod eſt ejus centrum gravitatis; in quo ſtatu conus idem momentum habet, ac ſi totus eſſet in centro ſuæ gravitatis, nempe puncto I ad quartam partem diametri (*per 17. hujus.*) Cum ergo diſtantia coni & figuræ concavæ GADCH, debeant ſe habere reciprocè cum corporibus, erit ut conus ad eam figuram, nempe ut 2 ad 4 ita diſtantia IE ad diſtantiam EF: ergo linea IE dupla eſt diſtantiæ EF; quare cum IE ſit quarta pars totius BD; EF erit illius octava, & BF quinque partes continebit; FD continebit tres. Punctum igitur F eſt centrum gravitatis figuræ ſolidæ GADCH: quæ cum æqualis ſit ipſi hæmiſphærio, immò & ſimiliter poſita; nam ſuppoſito quolibet plano KP, oſtenditur alibi circulus, cujus diameter MN, æqualis eſſe coronæ ſeu annulo, circa hemiſphærium deſcripto, cujus latitudo KL, OP. Quare addita communi corona, cujus latitudo LM, aut MN corona cujus latitudo MK, æqualis erit circulo cujus ſemidiameter RL.

Ex his facilè ſegmentorum omnium centra gravitatis invenies; modo ſciatur eorum magnitudo, reſpectivè ad Sphæram aut ad hemiſphærium. Si enim hemiſphærium in ſegmentum minus dividas, & in Zonam ſolidam, cum ſciatur centrum gravitatis hemiſphærij, ſi circa illud aſſumantur diſtantiæ reciprocæ partibus; habebuntur centra gravitatis. Dantur & aliæ methodi quibus modò brevitatis cauſa ſuperſedeo, ne in immenſum augeatur hic tractatus.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Solidi Parabolici centrum gravitatis ita dividit axem ut pars vertici propior ſit reliquæ dupla.

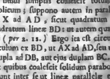


Sit parabola BAC quæ circa axem AD immotum circumvolvatur, ita ut hàc circumvolutione generetur ſolidum parabolicum, dico centrum gravitatis hujus ſolidi parabolici ita dividere axem AD, in puncto P, ut AP ad verticem ſit reliquæ PD dupla. Intelligantur ordinatim applicatæ IK, & aliæ, baſi BC parallelæ, quæ ſingulæ ſunt diametri circulorum parallelorum, ex quibus omnibus ſimul ſumptis coaleſcit totum ſolidum parabolicum; ſuppono autem in parabola, ita eſſe AX ad AD, ſicut quadratum lineæ XI ad quadratum lineæ BD: ut autem quadrata, ita circuli (*per 2. 12.*) Ergo ita eſt circulus ex XI ad circulum ex BD, ut AX ad AD, ſeu ut OS, vel ejus dupla ad DB, aut ejus duplam BC. Ergo circuli ex quibus coaleſcit ſolidum parabolicum, ſe habebunt inter ſe ut lineæ parallelæ ex quibus conſtat triangulum BAC. Sed ſunt tot circuli, quot lineæ: quod ſi in iiſdem diſtantiis appendantur pondera quæ eandem rationem obſervent ac alia, idem erit primorum, ac poſteriorum centrum gravitatis: ergo idem erit centrum gravitatis ſolidi parabolici, ac trianguli BAC. Sed centrum trianguli ita dividit axem, ut ſegmentum ad verticem ſit reliqui duplum: ergo idem accidet in ſolido Parabolico. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Solidi Ellyptici, & ſolidi circularis æqualem habentium unam diametrum, & æqualem altitudinem, idem eſt centrum gravitatis.



Sit ſemicirculus BAC, & ſemiellypſis DAE, ſitque una diameter Ellypſis, æqualis diametro circuli. Sit axis AF, circa quem immotum circumvolvatur tam ſemiellypſis, quam ſemicirculus, generabuntur hàc circumvolutione duo ſolida, unum Sphæricum, ſeu hæmiſphærium, aliud

Ellypticum:

Ellypticum : dico eorum idem eſſe centrum gravitatis. Intelligantur duci parallelæ baſi BC, quotquot duci poſſunt, cum idem ſit utrique communis axis; non plures eruot in ſemicirculo, quam in Ellypſi. Hæ autem lineæ (*ut probavimus in Geometria*) ſecantur proportionaliter ab Ellypſi, hoc eſt eadem eſt ratio lineæ GI ad GH, quæ lineæ BF ad FD. Sed circuli ſunt in duplicata ratione ſuorum radiorum (*per* 2. 12.) ergo circuli deſcripti circumvolutione hæmiſphærij à lineis, parallelis, eandem rationem habent inter ſe, ac circuli deſcripti ex circumvolutione, Ellypſis; appenduntur que in iiſdem punctis lineæ AF. Sed quoties pondera proportionalia; in iiſdem diſtantiis appenduntur, idem eſt centrum gravitatis: ergo ſolidum Ellypticum, & hæmiſphærium idem habent centrum gravitatis. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Eadem demonſtratio valeret, etiam ſi ſegmentum BAC, majus aut minus eſſet ſemicirculo; modo adſit una conditio, nempe ut Ellypticum ſegmentum, ſit pars Ellypſis cujus una diameter, ſit æqualis diametro circuli.

Ex his vides ſi linea BD, eſſet æqualis lineæ DF, figuram ABDA æqualem eſſe figuræ ADFA: immo ſolidi circularis pars intercepta inter ſuperficiem Sphæræ, & ſuperficiem Ellyptici, eſſet æqualis ſolido Ellyptico. Quæ omnia procedunt ſecundum methodum indiviſibilium, viamque ſpeciunt ad alia difficiliora ſolvenda.

STATICÆ

LIBER OCTAVVS.

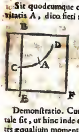
Proprietates centri gravitatis, & lineæ directionis.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Nullius corporis centrum gravitatis niſi violenter aſcendere poteſt.

Sit quodcumque corpus, cujus centrum gravitatis A, dico fieri non poſſe ut punctum A aſcendat, niſi alio corpore extraneo impellatur ſurſum, aut ex præconcepto impetu ſurſum feratur: hoc eſt quomodocumque ſuſpendatur nunquam innatâ toti corpori gravitate fieri poterit, ut punctum A aſcendat.



Demonſtratio. Cum enim centrum gravitatis tale ſit, ut hinc inde circa illud circumſtent partes æqualium momentorum; quomodocumque invertatur corpus, ſi aſcendat punctum A, partes quæ majus momentum habent aſcendent, & ab aliis minus momentum habentibus, elevabuntur: ſed hoc manifeſtè implicat. Nam quæ majus momentum habent, debent alias ſuperare. Ut ſi corpus propoſitum ex puncto B ſuſpenderetur, ductâ lineâ directionis BE, non poſſunt partes BC, elevare partes BF, quæ plures ſunt numero, & magis diſſitæ à puncto ſuſpenſionis B: ſed ſi aſcenderet centrum gravitatis A, verſus partes D, omnes partes BF aſcenderent. Quod manifeſtum eſt, ſi ex puncto B, tanquam centro per ſingulas intelligatur deſcribi circulus, cujus infima pars erit in linea directionis: nam infima pars circuli verticaliter poſiti, eſt quæ proximior eſt centro terræ. Nam intelligendo duci lineam, ex centro terræ ad centrum alicujus circuli, ſecans peripheriam in aliquo puncto, illa eſt breviſſima, quæ à centro terræ ad circulum duci poteſt, (*per* 8. 3.) igitur punctum gravitatis aſcendere non poteſt.

Poſui autem in propoſitione niſi violenter, intelligo autem violentiam, primò quotieſcumque ab alio agente, ut ab alio gravi, aut quocumque momento impellitur: tunc enim licèt illius corporis, quod propriè ſpectatur, punctum aliquod dicatur, centrum gravitatis, non eſt tamen totius corporis, quod ex impellente, & impulſo coaleſcit idem centrum gravitatis. Neque enim opus eſt aliquâ unione, inter duo corpora, ut ex iis unum totale pondus efficiatur. Secludo item, ut jam dixi, præconceptum impetum; experimur enim quotidiè reflecti gravia, & in altum attolli, vi impetus per deſcenſum acquiſiti.

PROPOSITIO II.

Centrum gravitatis, in linea directionis poſitum non movetur.

Sit corpus quomodocumque ſuſpenſum in puncto A, ſitque centrum gravitatis ejus punctum B, quod ſit in linea directionis ABC, dico centrum gravitatis quieturum, nec poſſe ullum à tali corpore, motum effici. Intelligatur enim linea directionis produci uſque ad centrum terræ quod ſit D, & ex puncto ſuſpenſionis A; intervallo AB, deſcribi circulus IO. Ducantur ex centro terræ D lineæ DI, DO,

Demonſtratio. Corpus AB, ex ſuppoſitione ſuſpenſum eſt, ex puncto A, ideóque punctum B moveri non poteſt niſi deſcribendo arcum BI, aut BO: ſed moveri non poteſt ſecundùm arcus BI, BO. Sit enim D centrum terræ; cùm DC ex ſuppoſitione tranſeat per centrum circuli IBO; DB minor erit, quàm DI, aut DO; ergo ſi punctum B transferretur in O, recederet à puncto D, ſeu à centro terræ; ſed hoc eſt aſcendere, quòd non poteſt (*per præcedentem.*) Igitur centro gravitatis poſito in linea directionis, corpus nullum vi gravitatis ſuæ motum habet.



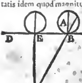
Si verò corpus innitatur puncto infrà centrum gravitatis poſito, ut puncto A: quia ex ſuppoſitione linea directionis CAB, tranſit per centrum gravitatis, dividet corpus in partes æqualium momentorum, atque adeò erit æquilibrium: ſi tamen impellatur tantiſper corpus in unam partem, deſtruetur æquilibrium.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Perfectè Sphæricum, perfectè plano inſiſtens, in uno tantum puncto quieſcit.

Sit perfectè Sphæricum, cujus centrum gravitatis idem quod magnitudinis ſit, A, & planum perfectum ſit BD; ex centro terræ C ad planum DB, ducatur perpendicularis CE, quæ unica erit, mathematicè loquendo. Dico globum A tantum quieturum, quando conſiſtet in puncto E. Inſiſtat enim puncto B, ita ut punctum B ſit punctum contactûs; ducaturque ad planum BD, perpendicularis BA, quæ parallela erit lineæ CE, (*per 6.11.*) & tranſibit per centrum A. Linea igitur CB, non poterit tranſire per centrum A, ergo globus non ſiſtet, nec erit æquilibrium, quod de aliis omnibus punctis ejuſdem plani BD oſtendere poſſum, præterquam de puncto E, in quo linea perpendicularis ad planum, cum linea directionis concurrit. Dixi mathematicè, nam ſicut nec datur planum, nec globus perfectus, ita experimur quotidie in diverſis ejuſdem plani punctis, globum quieſcere poſſe.

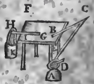


PROPOSITIO IV.

Theorema.

De ſitula aqua plena, quæ in extremitate menſæ pendens, ex baculo non cadit.

Sit ſitula aqua plena, vel quodcumque aliud pondus, quod innitatur menſæ EF, ope virgæ inflexæ BCA: mirantur nonnulli quod ibi poſſit conſiſtere, quamvis mirandum non ſit; nam in ea diſpoſitione, invenitur centrum gravitatis in linea directionis, ita ut moveri non poſſit, quin aſcendat.



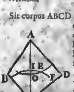
Eſt & alia diſpoſitio in qua videtur eſſe extra lineam directionis, ut ſi ſuſpendantur per Gnomonem ſeu ſquadram GHK, ſed notandum eſt in tali caſu brachium IG, ſi ſit longius poſſe facere æquilibrium cum ſitula; ita ut centrum gravitatis, non ſit in ſitula, ſed extra illam, ut accidit in multis aliis corporibus.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Quæ à ſuperioribus lineæ directionis punctis retinentur, ad priſtinum ſtatum redeunt cum ab eo educuntur; quæ verò ab inferioribus magis ab eo recedunt.

Sit corpus ABCD, primò ſuſpenſum ex puncto A, ita ut AC ſit linea directionis; ſitque punctum E. centrum gravitatis extra lineam directionis AC poſitum: dico fore ut corpus ABCD ſuapte natura moveatur, & centrum gravitatis E conſtituat in lineâ directionis.



Demonſtratio. Linea AC dividit corpus ABCD in partes momentorum inæqualium, momentumque partis ACD majus eſt: ergo ſuperabit, & elevabit, partem ABC, motus autem quem efficere poteſt eſt circa punctum A: quare punctum E deſcribet arcum EO, qui arcus continet deſcenſum. Punctum enim O vicinius eſt centro terræ, quàm reliqua ejuſdem arcus puncta: ergo centrum gravitatis, lineæ directionis AC ſe ſubjiciet.

Si verò corpus ABCD innitatur puncto C, deſcribendus erit circulus ex puncto C ut centro, & pars ACD pariter præponderabit, & punctum gravitatis deſcribet arcum EF, neque enim poteſt regredi ad lineam directionis, ita ut feratur, per arcum EI, alioquin aſcenderet.

COROLLARIUM.

Quoties centrum gravitatis eſt extra lineam directionis, & corpus innititur puncto infra centrum poſito, toties debet fieri motus, & corpus deorſum ferri.

PROPO

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Ad motum hominis progreſſivum, aut cujuſcumque animalis, mutatur linea directionis, Zenith, & horizon.

Progrediatur homo, feraturque motu progreſſivo: aſſero lineam directionis mutatum iri, item Zenith, & horizontem.

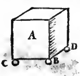
Cum enim linea directionis, ſit linea ducta à centro terræ per punctum cui innititur corpus, neceſſariò mutabitur, & alia erit hæc linea, per aliud oempe, atque aliud terræ puoctom ducta. Quæ linea cum corpus non cadat per ceutrum gravitatis illius tranſit, item per Zenith; ergo continuò mutatur linea directionis hominis & Zenith; mutato autem Zenith, alium horizontem eſſe neceſſe eſt. Neque enim ex diverſis punctis tanquam polis idem deſcribi poteſt circulus maximos.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Quotieſcumque multa ſunt lineæ directionis, corpus non cadit, modò centrum gravitatis aut in una earum, aut inter illas inveniatur.

Voco hic ſemper lineam directionis, eam quæ ducitur à centro terræ, per punctum cui innititur corpus, ſæpè autem accidit ut aliquod grave pluribus punctis terræ innitatur; dico ergo in tali caſu fieri non poſſe, ut corpus illud cadat. Sit



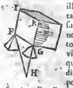
enim tale corpus cujus centrum gravitatis A, quod pavimento innitatur punctis D, B, C, dico fieri non poſſe ut corpus illud deorſum feratur. Si enim moveatur verſus partes B, fingatur deſcribi circulus ex puncto B per centrum gravitatis A, debebit centrum gravitatis in eo circulo aſcendere. Idem dico de motu verſus partes C: igitur in neutram partem poteſt fieri motus. Si verò centrum gravitatis, ſit in linea directionis aliqua, in ea fiet æquilibrium; atque adeò non erit ulla ratio cur in unam potiùs partem fiat inclinatio, quàm in aliam.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Toties grave duobus punctis innixum, inclinatur ad motum deorſum; quoties centrum gravitatis eſt extra planum trianguli, in quo centrum terræ, & duo puncta ſuſtentantia.

Sit grave cujus centrum gravitatis E, poncta ſuſtentántia ſint F, & G, intelligatur plaoum HIK, in quo centrum terræ H, & puncta F & G, ſitque centrum gravitatis E, extra illud planum; dico fore ut tale corpus inclinetur ad caſum. Concipiatur circa lineam FG immotam, volui totum corpus, centrum gravitatis deſcribet circulum, in quo circulo cum nihil impediat quominùs deſcendere poſſit, pluribus partibus in caſum impellentibus, neceſſariò cadet, ut ſatis manifeſtè patet.



Si autem plura eſſent, quàm duo puncta ſuſtentantia, tunc corpus inclinaretur cùm extra planum duorum extremorum, conſtituetur centrum gravitatis propter eandem rationem.

COROLLARIUM.

Ex hoc vides rationem quare hominis latiores ſint pedes quam aliorum animalium, cum enim alia animalia quatuor pedibus innitantur, modò centrum gravitatis habeant intra pyramidem cujus apex eſt centrum terræ, baſis ſpatium comprehenſum intra quatuor pedes, ſtabunt. At verò ſi intelligatur ſolidum lineis à centro terræ per utriuſque pedis partes ductis comprehenſum, modò in eo inveniatur centrum gravitatis hominis; ſtabit homo: ſi extra neceſſarius eſt caſus.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Motus progreſſivus hominis.

Non erit difficile iis poſitis fundamentis motum hominis progreſſivum explicare. Cum enim incipit motus, centrum gravitatis, innititur verbi gratiâ pedi ſiniſtro, pes dexter extenditur in anteriora; tum corpus ſequitur, & centrum gravitatis, in utriuſque pedis medio invenitur: cum verò incipit imminere pedi dextro, aut ex præconcepto impetu, nullum reſtat periculum ne regrediatur, elevatur pes ſiniſter & in anteriora propellitur, & ita deinceps. Si verò ex præconcepto impetu feratur centrum gravitatis, ſiſtanturque ambo pedes, aut is qui in anteriora extendendus erat, cum primum centrum gravitatis, nec inter utrumque pedem ſitum erit, nec alterutri imminebit perpendiculariter, neceſſariò cadit homo.

Qui humeris geſtat aliquod onus, neceſſariò corpus incurvat, cum enim aliud fiat centrum gravitatis hoc conſtitui debet, aut inter utrumque pedem, aut ſupra alterutrum, quod non niſi incurvato corpore obtineri poteſt.

Dum in lubrico conſiſtunt pedes; ſi accidat, ut centro gravitatis ſubducantur; neceſſariò cadimus.

Ex hoc vides in quo conſiſtat difficultas ambulandi in fune, aut in trabe non admodum latâ, nempe cum tota pedum planta non ſuſtentetur, ſed ejus tantum exigua pars, faciliùs centrum gravitatis exorbitat, & extra lineas directionis egreditur; ita ut difficillimum ſit motum progreſſivum producere, & centrum gravitatis intra tam arctum ſpatium continere. Idem dico de grallis.

Colliges item, quare adjectis hinc inde ponderibus faciliùs centrum gravitatis intra dire-

ctionis lineas conſervetur : cùm pondus extraordinarium adjicitur, cui ferendo aſſueti non ſumus, illud ſentimus, faciliúſque dignoſcimus, quam in partem inclinet, & conſequenter ubi nam ſit centrum gravitatis, quàm dum corpus noſtrum tantum ferendum eſt.

Dum montem, ſeo planum ad horizontem inclinatum percurrimus, linea pariter directionis, in quâ debet eſſe centrum gravitatis ad tale planum angulos inæquales, hinc accutum, inde obtuſum efficit, quod ſufficienter experimur : inde fit ut ſiot aliqua plana, ita inclinata, ut iis inſiſtere non poſſimus ; labuntur enim pedes, & ſecundum plani longitudinem fluunt.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Centrum gravitatis mutatur, quoties aliquid ex unâ parte additur ; vel quaties aliqua pars, à lineâ directionis removetur.

Prima pars hujus propoſitioola ſatis patet, cum enim planum per centrum gravitatis ductum, illud in partes æquiponderantes dividat, adjectâ quâcumque gravitate ex una parte, idem planum non diſtinguet corpus in partes æquales, atque adeò aliud eſſe centrum gravitatis, & in alio plano ex.ſtere neceſſe eſt.

Ex hoc deducantur nonnulla ad uſum communem pertinentia, ita experimur quotidie dom pondus ſatis magnum, unâ manu ſuſtentamus, neceſſarium eſſe ut corpus in oppoſitam partem inclinemus, cum enim tunc aliud oriatur centrum gravitatis, vicinius ponderi adjecto, ut illod intra lineas directionis collocetur, corpus eſt inclinandum.

Secunda itidem pars ex ſuperiùs tradita doctrina manifeſta eſt ; diximus enim adjecto pondere, aliam eſſe ſeapi diviſionem, ut habeatur punctum è quo ſuſpenditur ad æquilibriom : in puncto autem ſuſpenſionis eſt ſemper centrum gravitatis, ſaltem in plaoo per illud ducto, & hoc ex definitione centri gravitatis.

Ita dum aliquid è terra attollimus, ſi periculum ſit deſtruendi æquilibrij pedem aot manum in adverſam partem extendimus, ut ſemper conſtet æquilibrium: in quo vides per ſolam extenſionem pedis, conſervari poſſe, ſine adjectione ponderis, quia ſuppletur per majorem diſtantiam.

Ita quotieſcumque homo ſedens vult ſurgere, neceſſarium eſt ot pedes ſedi admoveat, quantum poteſt, caputque & pectus in anteriora edoeat, nempe ut ceotrum gravitatis, ſit in linea directionis. Alioquin non ſurget, niſi forſitan maximo impetu, ex complicatione corporis, quaſi ab arcu, & elatere adducto, aliquis violentus motus producatur.

Qui totus extenſus jacet ; non ſe eriget, ſi extenſus maneat ; neque enim eum impetum producere poteſt, quin uno ictu centrum gravitatis in lineam directionis ſtatuat, à qua diſtat toto circuli quadrante. Quare ſi ſupinus jaceat, prius manibus innitendo ſuperiorem corporis partem eriget ; tum in genua innitetur ; denique interea dum centrum gravitatis quærit, uno genu innitetur, pedem unum ſtatuet in ſitu naturali, denique totum ſe eriget. Si verò pronus jaceat manibus primum innitetur, tum genua & pedes complicabit, & centro gravitatis ſubmittet.

Si quis ita ſtet ut linea directionis per centrum gravitatis ducta, per pedis extremitatem tranſeat, ſi brachium ex eadem parte extendat, dubio procul cadet ; ratio clara eſt quia extento brachio mutatur centrum gravitatis, quod extra omnes lineas directionis invenitur.

Si quis ad parietem humeris incumbens, longiùs à pariete pedes ſubductos habeat, nunquam ſurget, niſi aut pedes ad ſe retrahat ; vel manibus corpus in anteriora propolſet : quod quia ſæpe fieri non poteſt, eò quòd brachia invertere non poſſit ; ut plurimum totum corpus, in ſitum contrarium convertet.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Motus progreſſivus quadrupedum.

Quadrupedia centrum gravitatis inter quatuor pedes habent, inſiſtuntque duobus pedibus diametraliter oppoſitis, interea dum alij pedes moventur : ita ut nomquam centrum gravitatis uni tantum pedi inſiſtat, nec duobus anterioribus, aut duobus poſterioribus, nec etiam duobos ex eodem latere poſitis, ſed duobus diagonaliter oppoſitis, & hoc in motu moderato. Dum enim currunt aliter, ut plurimum procedont, ſimul enim duos pedes anteriores, quaſi per ſaltum promovent ; tum pedes poſteriores anterioribus admovent, & ita conſequenter. In ſaltu antem quia impetus, acquiſitus poteſt corpus ad aliquod temporis intervallum ſuſtentare, non eſt ſemper neceſſe, ut centrum gravitatis lineæ directionis impendeat : quod tamen neceſſarium eſt, ut in eodem ſitu aliquandiu perſeverent.

Aves volantes aliter ſe habent, alis enim ſuſpenduntur atque adeò, ut de ſuſpenſis philoſophandum eſt : quando ergo in altum evehi volont, in anteriores partes alas extendunt, ſi verò deſcendere in poſteriores : nempe ut centrum gravitatis quaſi præcipitetur.

TRACTATUS X.

GEOGRAPHIA.

INTER Matheſeos mixta ſeu peculiari materia affixa partes, (ſi dignitatem ſpectes) non ultimum locum obtinet Geographia, quæ telluris deſcriptionem non nudam & abſolutam, ſed reſpectivam, & ad diverſa cæli puncta relatam ſuſcipit. Quamvis enim accurata omnium regionum deſcriptio, diligenſque telluris in regna & provincias partitio, ad matheſin minimè pertineat; univerſalia tamen Geographia placita quibus in ſcientiarum numerum adſcribitur, ita cum Aſtronomicis præſertim principiis connexa ſunt, ut ab iis divelli & ſeparari non poſſint. Inchoatam enim motuum cæleſtium ideam ſupponit Geographia, ex quo fit ut à multis cum Aſtronomia ſub nomine Coſmographia conjungatur. Nos quidem eam ſeparatim tradimus. Solis tamen motum annuum in Eclyptica ab occaſu in ortum, diurnaſque eius circumvolutiones ab ortu in occaſum ſupponimus: Ex quibus motibus primo telluris figuram, locum, ſitum, arguimus, locum infimum, ſeu omnium gravitationum terminum in eius centro ſtatuimus, multaſque ſcitu dignas, vulgares licet & communes concluſiones, elicimus. Exinde eius magnitudinem abſolutam, ſeu circuitum Geometricè metimur, aliaſque eius dimenſiones definimus. Reſpectivam item eius magnitudinem reſpectu firmamenti determinamus. Aſtronomica etiam nonnulla delibamus ſingulorum circulorum ſphara armillaris uſus, & proprietates explicamus.

Hac erit primi libri materia, univerſalia principia, notioneſque communes complectens. Cùm autem pracipua telluris proprietates ab eius figura dependeant, qua ſive à ſeptentrione in Auſtrum ſpectetur, ſive ab occaſu in ortum percurratur, ſpharica eſt. Secundus liber cum prima illa rotunditate ab aquatore ad polum pertinente, proprietates connexas conſiderat. Primò quidem latitudinem, polique ab horizonte diſtantiam variam; tum zonas quinque definit, ſingularumque proprietates demonſtrat. Exinde totum inaqualitatis dierum progreſſum in ſingulis regionibus perſequitur, dieique longiſſima quantitatem determinat, totamque telluris latitudinem per varia climata & gradus, hinc inde ab aquatore ad polum utrumque partitur: quatuor item anni tempeſtatum viciſſitudinem in ſingulis regionibus abſolvit; crepuſculorum item cauſas, & durationem determinat, umbras denique, variaſque inde ortas appellationes explicat.

Tertius liber alteram telluris dimenſionem ab occaſu in ortum conſiderat; poſitóque primo meridiano tanquam omnium longitudinum termino, ſolemne illud longitudinis inveniendæ problema proponit. Tum horarum differentias in omnibus meridianis explicat; omni tempore omnem horam eſſe oſtendit, data hora pro qualibet orbis parte, horam aliarum omnium regionum aſſignat, ex telluris circumnavigatione diei unius acceſſionem fieri, aut certè diem unum decedere demonſtrat. Quolibet item tempore locum cui ſol ſit perpendicularis exhibet, quibus locis oriatur aut occidat; locorum item telluris comparationem inſtituit; nempe Antœcos, periœcos antichtones determinat; varias item plagas ventorumque appellationes, ſitumque locorum ad invicem explicat; Diſtantiam item eorumdem, methodumque recta via ab uno ad alium locum determinanda explicat; totam denique telluris illuminationem exhibet.

Quartus liber proprietates telluris à cælo non pendentes contemplatur, pracipuas præſertim eius notas, & quaſi regionum ſtabiles characteres, ut terra per maria diſtributionem, inſulas, freta, iſthmos recenſet. De motibus item diſſerit, nempe eorum altitudines determinat. Exinde montes ſeparatos, ignivomos, nivoſos, & juga deſcribit; oceanum item fluvioſque, lacus, fontes exhibet. Diviſionem verò in regna, & provincias, cum arbitraria ſit & ab hominum voluntate pendeat conſiderationi ſcientifica non ſubjacet, quare vulgaribus Geographis utpote à matheſi alienam relinquendam cenſemus.

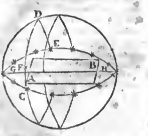
GEOGRAPHIÆ LIBER PRIMUS.

Vniverſalia Geographiæ principia.

PROPOSITIO I.

Tellus in infinitam ſuperficiem planam non excurrit.

Nomine telluris ſeu terræ, deinceps molem ex terra, & aqua compactam intelligo; cujus figuram in hac propoſitione inquirere incipio quaſi fundamentum præcipuarum ejus affectionum, ut in decurſu ſatis manifeſtum fiet. Vulgarem igitur errorem depellere aggredior, quo indocti terram in planam ſuperficiem exporrigi & extendi ſibi facile perſuadent: Quam ſententiam Veteres nonnulli ſunt amplexi, inter quos antiquiſſimus Heraclitus recenſetur; quamvis concavam potius ei tribuiſſe figuram videatur. Leucippus item Tympani figuram ei aſſignat; à quibus opinionibus non multum abfuiſſe Auguſtinus & Lactantius exiſtimantur: qui antipodas negaverunt & terram infinitis radicibus deorſum extendi, & fundari, ex aliquibus Scripturæ locis non ſatis intellectis, aſſeruerunt. Tellurem ſimiliter planam fingunt etiam nunc Philoſophi Sinenſes. Contra quos ut ordine procedam; dico terram non excurrere in infinitam ſuperficiem planam. Suppono autem experientiam communem; nempe ſydera apparere ex parte orientali, ſenſimque aſſurgere ad meridianum uſque, donec in parte oppoſitâ ad horizontem deprimantur, & tandem deliteſcant. Suppono item nullam eſſe partem horizontis, in his præſertim regionibus, in qua aliqua ſtella non oriatur, aut non occidat. Sit enim terræ ſuperficies AB, ſitque aliquod ſydus quod ad partes orientales apparere incipiat in puncto C, ſenſimque elevetur in D, deſcendatque in E, & occultetur, & poſt aliquas horas idem aſtrum rurſus ſe exhibebit in C. Si autem terra infinita eſſet,



ſydus quod occultatur in E, regredi non poſſet in C, ſed occurreret ſuperficiei terræ, niſi aliquos canales cogites, per quos via ſit aperta, ut regrediatur: Nullos autem tales reperimus; Ergo verè ſydera tellurem ſuis motibus; complectuntur. Et cum undique id obſervemus, ita ut nulla ſit plaga in ſuperficie terræ in quâ aliqua ſtella non oriatur, aut non occidat, ex nullâ parte infinita eſſe poteſt, ut pote quam undique ſuis circumvolutionibus ſydera complectuntur, & ambiunt.

Quòd ſi ipſi terræ motum aliquem tribuas, neque in hac hypotheſi infinitam efficere potes, ut ſi velles eam circumagi circa axem GH; ſi enim infinita eſſet, & ita moveretur, in Aſtra incurreret; quæ omnia experientiis repugnant.

PROPOSITIO II.

Tellus non conſtat ſuperficie planâ.

Ariſtoteles hanc propoſitionem per centrum omnium gravium demonſtrare conatur; ſed videtur aſſumere dari aliquod punctum commune, ad quod ferantur omnia gravia; quæ ſuppoſitio difficilius probatur quàm ipſa terræ rotunditas. Sic ergo oſtendo terram ſuperficie planâ non conſtare.

Demonſtr. Si tellus ſuperficiem planam haberet, hæc infinita non eſſet (*per præcedentem*;) ergo certis terminis definiretur: ſed experientiâ conſtat non inveniri tales terminos, ſed tellurem poſſe ulterius peragrari, aut navigari mare; ita ut ſi quis in eamdem ſemper plagam procedat, tandem ad eum locum revertatur, unde profectus fuit; quod cum ſuperficie planâ conſiſtere non poteſt. Si enim quia ex A feratur in B, quantumlibet inſiſtat huic viæ, ſemper magis ac magis à puncto A recedet: ergo nunquam invenietur in A: Reperiet igitur aliquos fines, ultra quos ulteriùs procedere non poterit. Quid autem ibi inveniet à quo ſiſtetur; An erit periculum ne cadat præceps in cœlum: Cùm ergo tales fines nullibi occurrant, dicendum eſt tellurem non conſtare ſuperficie planâ.

Demonſtratur ſecundò. Si tellus conſtaret ſuperficie planâ inciperet dies omnibus ſimul hominibus, ſimulque omnibus ſol occumberet; ſed experientiâ conſtat in aliquibus regionibus eoſdem dies longiores, in aliis breviores eſſe, quod in ſuperficie plana nullo modo locum habere poteſt. Supponamus enim ſolem apparere in horizonte reſpectu eorum qui ſunt in A, hoc eſt ſuperficiem terræ ſtringere, in eadem ſuperficie videtur ab iis qui in puncto B habitant; ergo omnibus hominibus ſimul ſol orietur, & ſimul occumberet; ergo nulli longiores haberent dies quàm alii quòd falſum eſſe conſtat. Nam Pariſiis æſtate ſol oritur hora quarta occidit octava;

Maſſiliæ

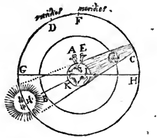
Maſiliæ oritur ſeſquiquarta, occidit ſeſquiſeptima; in Suecia oritur hora ſecunda, occidit decima.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Moles terraquea rotunda eſt ab ortu in occaſum.

Ut terræ rotunditatem omnimodam aſſeram, demonſtro in hac propoſitione eam planam non eſſe, ſed ſphæricam ab ortu in occaſum.



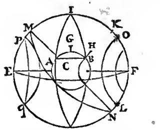
Demonſtratio. Si terra plana eſſet ab ortu in occaſum, ſydera omnibus hominibus ſimul orirentur,& ſimul occiderent;ſed non ſimul oriuntur & occidunt. Nam ſupponatur luna Eclypſin patiens ex interpoſitione terræ inter eam & ſolem, impedientis ne lumen ſolis excipiat. Supponatur inquam oriri exiſtentibus in puncto A, ita ut ſit eorum meridies in D, & horizon BC. Sit alius orientalior in E, cujus meridies in F, & horizon GH; certum eſt ex obſervationibus variorum, quod ſi exiſtens in puncto A lunarem Eclypſin videat in horizonte orientali & diſtantem 6, verbi gratia horis à meridiano, qui erit orientalior nempe in E, videbit eandem Eclypſin magis diſtantem à ſuo horizonte, nempe arcu HC, & minus diſtantem à ſuo meridiano; ita ut ſi in regione A ſit ſexta veſpertina, in puncto E ſit futura ſeptima, aut octava veſpertiva. Sed hoc explicari non poteſt niſi terra ponatur ſphærica ab ortu in occaſum, ex qua rotunditate oritur mutatio horizontis: ergo verè ſphærica eſt ab ortu in occaſum. Si enim unicam haberet ſuperficiem planam & in Eclypſi ſtingeret horizon exiſtentium in puncto A, appareret in horizonte etiam exiſtentibus in puncto E, quia unica eſſet telluris ſuperficies, & conſequenter unicus communis horizon. Hoc igitur phænomenon explicari non poteſt, niſi tellus ſphærica ponatur ab ortu in occaſum. Hac autem poſita rotunditate rationem reddit cur hi qui verſantur in A lunam videant in horizonte; qui in E, elevatam obſervent; qui in I, eam tunc temporis ſpectent ſupra verticem; qui in K, lunam non videant, ſed ſolem.

Neque verò tellus cogitari poteſt polygona. Si enim duo telluris loca notabiliter diſſita, putà 300 leucis, ut A & E, eſſent in eadem ſuperficie plana, haberent eundem horizontem; atque adeo ſi luna eclypſin patiens, in unius eſſet horizonte, alterius quoque horizontem attingeret; ſed hoc eſt contra obſervationes, nam in orientaliori elevatior ſpectabitur, ita ut in ſingulas viginti leucas ſub æquatore reſpondeat differentia unius gradus; & in parallelis minoribus, pauciores requirantur leucæ: Ergo verè tellus ſphærica eſt ab ortu ad occaſum.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Tellus rotunda eſt ab Auſtro in ſeptentrionem.



Reſtat probanda telluris rotunditas à ſeptentrione in Auſtrum, quam ſic demonſtro.

Demonſtratio. Niſi tellus rotunda eſſet procedendo ab Auſtro ad ſeptentrionem, vel eſſet plana, vel polygona, vel ellyptica, vel alterius cujuſcumque figuræ; ſed nullum hoc eorum dici poteſt; ergo rotunda eſt etiam ab Auſtro ad ſeptentrionem.

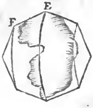
Primò oſtendo non eſſe planam. Si enim plana eſſet à ſeptentrione in auſtrum, cum (*per præcedentem.*) ſit rotunda ab ortu ad occaſum, haberet figuram cylindricam qualem exhibet columna AB. Supponamus eos qui verſantur in puncto C, habere polos in horizonte, habent, nempe in E & F, ut eos vident qui ſub æquinoctiali degunt; ſequeretur quòd procedendo ex C verſus B, poli non magis viderentur, atque adeo tam in B quàm in C omnes ſtellæ occiderent, & orirentur. Certum autem eſt experientiâ, quòd aliquibus hominibus in ſeptentrionali plagâ exiſtentibus, aliquæ ſtellæ ſint perpetuæ apparitionis, eæ ſcilicet quæ ſunt prope polum arcticum; aliæ ſunt perpetuæ occultationis, hoc eſt quæ nunquam ſupra horizontem aſſurgunt, eæ ſcilicet quæ polo antarctico ſunt viciniores; immò ſi tendat à ſeptentrione in Auſtrum, eæ quæ prius occultabantur, incipiunt apparere, & quæ prius ad horizontem non perveniebant', incipiunt occidere. Item polus qui prius erat in horizonte, ſi procedas verſus illum polum, aſſurgit ſemper magis ac magis: Sed hæc accidentia conſiſtere non poſſunt cum terra plana à ſeptentrione ad Auſtrum; ergo talis non eſt, quamvis enim percurratur tota linea AB, ſemper polus F manebit in horizonte, à quo omnes ſtellarum circuli ſecabuntur bifariam, ſicut & paralleli à ſole deſcripti, perpetuum igitur erit æquinoctium. Si verò ponatur terra ſphærica, recenſita accidentia ſequentur eo modo quo obſervantur. Qui enim exiſtit in puncto I, habetque punctum eius vertici impendens in I, horizontem habebit EF dividentem omnes circulos ſtellarum

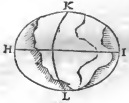
bifariam;

biſatiam ; qui verò in puncto H verſabitur, habebit horizontem in M N, ſtellæ L circulus LO totus erit ſupra horizontem, & circulus Pq infra horizontem. Si denique quis procedat ex G verſus A, apparebit polus E, ſenſimque deſcendente horizonte elevabitur, & quæ ſtellæ priùs deliteſcebant circulos ſuos ſupra horizontem perficient. Quæ omnia ſunt experientiis conformia, & explicari nequeunt niſi tellus ſit ſphærica ab Auſtro in ſeptentrionem.

Neque etiam tellus pyramidalis cogitari poteſt. Si enim talis eſſet, omnes qui in linea A B verſarentur, eadem experientur accidentia, cùm tamen







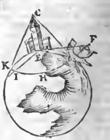
experientiâ conſtet, ſi 20 leucis ad ſeptentrionem procedas elevationem poli, dierumque & noctium quantitatem variari. Quo etiam argumento oſtendemus non poſſe tellurem ex partibus conorum coaleſcere ; qui enim in tota linea FE habitarent, nullam variationem haberent, cùm tamen diverſitas quæ accidit, ſit continua.

Denique ovalem figuram rejicimus, quia ovalis figura prope vertices H & I, minorem ſphæram imitatur, verſus æquinoctialem K in majorem ſphæram degeneret ; ergo plura milliaria decurrenda eſſent verſus æquinoctialem ad inveniendam in elevatione poli mutationem unius gradûs quam verſus polos ; quod cum experientiæ repugnet, eam item refellimus.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Tellus abſolutè ſphærica eſt.





Quia ſuperiores demonſtrationes ex obſervationibus Aſtrorum petitæ, nonnihil Tytonum captum excedere videntur, quamvis ex iis manifeſtè terra ſphærica concludatur, duas faciliores ſubjungo.

Demonſtratio. Niſi tellus eſſet ſphærica, explicari non poſſet quare navigantibus, aut iter in magnâ planitie habentibus, montium cacumina, aut ædificiorum faſtigia primò appareant, & è terra erumpere videantur ; nam ſi tellus eſſet plana ut linea AB, è puncto B melius ſpectaretur punctum A quam punctum C, cùm in triangulo rectangulo BAC latus BC majus ſit latere AB. Contrarium tamen accidit, impediente ſcilicet terræ tumore ne videatur punctum A, è loco, è quo detegitur punctum C : Quod manifeſtius experimur in mari, in quo qui in inferiori loco navis ſedent, ut in puncto D, ædificii EC partes inferiores detegere non poſſunt, ſed tantum faſtigium C, maris tumore radios viſuales intercipiente ; qui verò in ſuperiori carcheſio aſcendit, punctum E intuebitur. Addo inſuper circularem eſſe & ſphæricum hunc tumorem, cum idem mons aut ædificium EC, undique videri incipiat ex punctis D, H, I æqualiter ab eo diſtantibus ; quod ſoli ſphæricæ ſuperficiei poteſt convenire. Hæc telluris globoſitas, ita à navigantibus manifeſtè ſe exhibet, ut viderim nautas, cæteroquin ignaros, qui mirarentur non vehementer Philoſophis in mentem veniſſe, terram planam eſſe.

Alia Demonſtratio petitur ab Eclypſi lunari, in qua terræ umbra in lunarem diſcum incidens circularis apparet ; Sed fieri non poteſt ut alicujus corporis umbra in omni ſitu circularis appareat, quin corpus illud ſphæricum ſit, præcipuè ſi umbra eius excipiatur in modicâ diſtantiâ, qualis eſt diſtantia lunæ, quæ quinquaginta aut ſexaginta terræ ſemidiametros non excedit.

Huic Aſſertioni videtur repugnare ſenſus ; id enim quod de terra detegimus planum apparet : Reſpondeo quoties exiguam telluris portionem

ſimul

ſimul videmus, hæc plana videtur, quia ſegmentum modicum majoris circuli, ſenſibiliter à lineâ rectâ non deflectit, ut ſi ſpectes circumferentiæ circuli 20 pedum, partem uni pedi æqualem, lineam eſſe rectam judicabis; ita quia plerique è ſuperiori loco planities maximas non proſpexerunt, aut navigarunt nonquam, id quod ſimul de tellure ſpectant, ita modicum eſt eius ſegmentum, ut à planâ ſuperficie ſenſibiliter non exorbitet.

Nonnulli ex antiquioribus ideoque cubicam telluri figuram tribuerunt, quod firmior, & ſtabilior videretur, ſphærica mobilior. Sed non adverterunt cubicam eſſe ſtabiliorem, ſi agatur de corpore quod alteri inſiſtit, ſi verò de corpore quod fulcro non indigeat, quamcumque figuram ad hoc indifferentem eſſe.

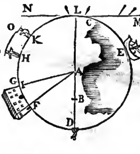
Neque verò tot montes telluris globoſitati multum nocent, cùm reſpectu tanti globi vix habeant ſenſibilem proportionem. Aliæ difficultates ſolventur inferiùs.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Locus infimus, ſeu terminus ad quem feruntur omnia gravia, eſt centrum terræ.

Hæc propoſitio maximè valet ad Tyromm imaginationem formandam, eſtque propterea diligenter explicanda cum adjectis corollariis, in eum præcipuè finem adductis. Dico igitur dari aliquod centrum, ſeu terminum communem ad quem tendunt omnia gravia, tam ſolida, quàm liquida.



Demonſtr. Telluris figura ſphærica eſt (*per præcedentes*) conſtat autem experientiâ quòd gravia quæcumque deſcendunt per lineam perpendicularem ad ſuperficiem terræ. Hoc eſt, quotieſcumque datur telluris tractus aliquis longior, gravia deſcendunt per lineam perpendicularem tangentem hujuſmodi ſuperficiem. Ut ſi linea LN tangat ſuperficiem terræ, certom eſt gravia deſcendere per lineam L A, perpendicularem ad talem lineam; ſed (*per 18.3.Eucl.*) hæc linea tranſit per centrum: Ergo linea per quam feruntur gravia, producta, tranſit per centrum; ergo omnes lioeæ per quas deſcendunt gravia, in centro terræ uniuntur,& non alibi, ergo nullus alins terminos communis omnium gravitationum aſſignari poteſt quàm centrum terræ: ſed terminus ad quem feruntur omnia gravia eſt locus infimus; ergo centrum terræ eſt locus infimus.

Notandum autem me poſuiſſe in demonſtratione tractum telluris longiorem, quia ſi ſumatur aliqua eius portio exigua, inclinata eſſe poterit, ut accidit in montibus,& reſpectu illius non procedit demonſtratio. Potius item locutus ſum de centro terræ quàm de centro univerſi; quia de centro univerſi nihil ex ſuperioribus conſtitui poteſt, ſed de centro terræ res eſt extra controverſiam.

COROLLARIUM I.

Si perfotaretut terra ſecundùm lineam C D, lapis demiſſus, tandem conſiſteret in A; ſi enim ex A tenderet B, aſcenderet; nam aſcendere eſt deſerere locum infimum A, & petere ab infimo remotum, ſeu ſuperiorem B.

COROLLARIUM II.

Concipitur etiam quomodo antipodes I, & D, licet adverſis pedibus inſiſtentes, ſitum tamen naturalem habeant; quia ſitus naturalis eſt ut pedes locum inferiorem,caput ſuperiorem obtineat; ſed homo in K poſitus cujus pedes obverſi ſunt ad punctum A, ita ſe habet; cùm eius pedes viciniores ſint centro, ſeu loco infimo, quàm eius caput. Neque verò periculum eſt ne pronus in caput decidat, hoc enim non eſſet cadere, ſed aſcendere; tunc enim aſcenditur cùm receditur à loco infimo, tunc deſcenditur cum ad locum infimum acceditur.

COROLLARIUM III.

Quomodocumque procedatur in ſuperficie terræ, ſive ad polos accedatur, ſive ab iiſdem recedatur, non eſt aſcenſus, aut deſcenſus, cùm eadem ſeruetur à ceotro, ſeu loco infimo, diſtantia. Ex quo ſequitur terræ globoſitatem ſeu tumorem, nihil conferre ad aquarum fluxum; ſed ſolam alveorum declivitatem quâ à rotunditate deflectunt, & ad centrum, ſeu locum infimum nonnihil inclinantur. In quocumque igitur loco ſuperficiei terræ collocetur globus ut in puncto B ſequentis figuræ, ibi quietus conſiſtet.

COROLLARIUM IV.

Veriſſimum item eſt id quod communiter aſſeritur; nempe caput plus itineris conficere quàm pedes. Nam ſi quis ex K in H proceſſerit, cum ſemper pedes eius ad centrum A dirigantur, caput arcum OP confecerit, & pedes minorem KH.

COROLLARIUM V.

Circumnavigari poteſt tellus, ita ut ſi navis E procedat ſemper in eaſdem partes, rurſus ad locum, è quo ſolvit, redeat, item ſi duo homines K & H contrariis itineribus procedant, nempe unus per KO alter per HP, neceſſariò ſibi occurrent.

COROLLARIUM VI.

Si duo parietes ad perpendiculum erigantur ut G & F paralleli non erunt, ſed accedent ad ſe invicem, & producti in centro terræ convenient.

COROLLARIUM VII.

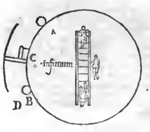
Si detur planum terram tangens, & in puncto contactûs cum ſuperficie terræ congruens; ulte-

rius productum, ita inclinabitur, ut in eo nemo poſſit conſiſtere. Sit enim tale planum C M, quamvis in puncto I facile illi inſiſtatur, in puncto tamen M ita fiet declive ad modum montis, ut impoſſibile ſit in eo conſiſtere. Si ergo illi plano imponatur globus, hic feretur in partes I, utpote centro viciniores.

COROLLARIUM VIII.

Pavimenta ad libellam exacta, ſive quæ ita ſunt ut libella iis congruat, ubique ſunt neceſſariò ſphærica. Si enim eſſent plana quale eſt planum I M, quamvis in punctis I linea perpendiculi ad planum ſit perpendicularis, in puncto tamen M oblique incidit, cùm tendere debeat ad centrum terræ: ergo ſi ubique ita in ſuperficiem aliquam incidit, ut cum ea angulos rectos ubique efficiat, neceſſariò hæc ſuperficies ſphærica eſt.

COROLLARIUM IX.



Si ſcala in centro terræ ſtatueretur, in ea ad medium uſque deſcenderetur; Exinde qui ulterius in ea pergeret, aſcendere cogeretur; atque adeo in eadem ſcala duo qui ad oppoſitas illius extremitates procederent ambo aſcenderent: qui ſibi ab extremitatibus occurrerent in eo puncto, ambo deſcenderent.

COROLLARIUM X.

Poteſt homo rectus ſtare, & habere pedes & caput ventre altiores, ſi nempe eius venter cum centro terræ congruat.

COROLLARIUM XI.

Facilè concipi poteſt quomodo ædificia, quæ in terræ partibus (ut ita dicam) lateralibus ſita ſunt, non defluunt: ut ædificium C non cadit ad partes D, cùm vi gravitatis tendat ad locum infimum, ſeu ad centrum terræ. Idem dicendum de globis A & B, qui ferri non debent in C, aut D, ſed feruntur ad centrum.

PROPOSITIO VII.

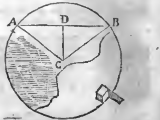
Theorema.

Ex Aqua & terra fit unus globus.

Utemur ad hanc propoſitionem probandam demonſtratione Ariſtotelis, quæ ad id hoc loco præſtandum vim ſuam totam obtinet. Nempe ſuppoſito centro gravium, ut termino ad quem vi innata gravitatis feruntur omnia. Ut autem majorem vim obtineat, ſuppono unicum eſſe omnium gravium tam ſolidorum, quàm liquidorum centrum; quia nempe per eaſdem lineas deſcendunt gravia liquida, per quas & ſolida. Si autem haberent centra diverſa ad quæ tenderent, neceſſariò per diverſas lineas ad ea alicubi eſſet procedendum. Suppono item eam eſſe liquidorum proprietatem, ut non tantum perpendiculariter ad locum inferiorem ferantur; ſed etiam per plana declivia, ſeu inclinata.

Demonſtratio Ariſtotelis. Sit aquæ ſuperficies plana A B: ſi fieri poteſt, ſitque locus infimus, ſeu centrum terræ C. Ad ſuperficiem AB, ducatur perpendicularis C D, aqua quæ eſt in A & B, confluet ad partes D. Cùm enim in triangulo CDB angulus D rectus ſit, erit (*per* 17.1. *Eucl.*) latus C B, majus quàm C D; igitur punctum D vicinius erit centro terræ, ſeu erit inferius; & conſequenter aqua, quæ ad locum inferiorem non tantum per lineam perpendicularem ferri poteſt, ſed etiam viâ declivi, feretur in D; & hoc quandiu erit aliqua declivitas; nempe donec eius ſuperficies æqualiter à centro C recedat; quod eſt ſphæricum eſſe.

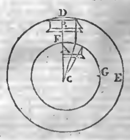
Hæc demonſtratio partibus ſolidis terræ accommodari non poteſt; Ex quo vides quòd niſi



obſtarent montes, mare totam terram tegeret, & circa eam ſphæricè ſe accommodant.

In idem fere recidit Archimedis demonſtratio, quâ, poſitâ terræ rotunditate, & omnium gravium naturâ, & aquæ liquiditate, oſtendit aquæ ſuperficiem ſphæricam eſſe. Supponit autem aquam minus preſſam, à magis preſſá ſuperari. In ſuperiori igitur figurâ, cùm lineâ BC major ſit quam linea DC, aqua C plus premetur ab aquâ incumbente BC quàm ab aquâ DC; igitur aqua DC minus preſſa, ſuperabitur ab aqua B C magis preſſâ, & elevabitur aqua CD ut ſit æquilibrium. Erit autem æquilibrium cùm ſuperficies utriuſque aquæ, æqualiter à centro diſtabit.

COROLLARIUM.



Ex ea aquæ proprietate quòd ſe accommodet ad

ad ſuperficiem terræ concentricam, ſeu æqualiter à centro terræ diſtantem, unum concludimus à ſenſu vulgi alienum; nempe idem vas in ſublimiori loco poſitum, minorem liquoris copiam excipere, quàm ſi in loco inferiori poneretur.

Demonſtr. Liquidorum eſt proprietas, ut eorum ſuperficies ſe accommodet circulo terræ concentrico: ergo ſuperficies liquoris in vaſis æqualibus A & B contenti, ſe accommodat circulis DE, FG concentricis, quorum qui magis diſtat eſt major; ſed circumferentia circuli majoris magis accedit ad lineam rectam, quam circuli minoris; ergo tumor BD minor erit quàm tumor AF: ſed vas in loco inferiori continet præter eum qui lateribus ſuis continetur illum qui continetur tumore AF, & in B eum liquorem qui tumorem BD efficit: ergo vas A majorem liquoris copiam continet quam vas B.

DE LOCO TELLURIS.

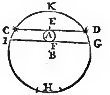
PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Tellus eſt in centro firmamenti ſaltem quoad ſenſum.

Si tellus non exiſteret ſenſibiliter in medio firmamenti, non videretur ab omnibus terræ habitatoribus cœli medietas, nec duæ ſtellæ diametraliter oppoſitæ, quales ferè ſunt Oculus tauri Auſtralis, & Cor ſcorpii, ita ſe haberent, ut unâ oriente, altera occideret, & viciſſim; ſed multi ambas ſimul ſupra horizontem viderent, alii aliquando neutram ſpectarent; ideoque quilibet medietatem cœli non ſpectaret; quæ omnia ſunt contra omnium ſæculorum experimenta.

Demonſtr. Sit enim, ſi fieri poteſt, tellus in puncto A, ſenſibiliter extra centrum univerſi B,



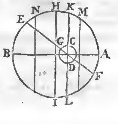
& linea CD ſit horizon habitantium in puncto E, ita ut videantur duæ ſtellæ C & D, hæ non diſtabunt ab invicem ſemidiametro; ergo ſi circumvolvatur cœlum & quæ eſt in C transferatur in D, quæ eſt in D non invenietur in puncto C.

Secundò, qui in puncto F verſarentur, viderent majorem cœli partem, quàm qui in puncto E habitarent; arcus enim GHI major eſt arcu CKD; ergo dum ſtella C tranſlata erit in G, ſtella D non transferetur in I, atque adeo qui eſſet in puncto F utramque ſtellam videret ſupra horizontem. Quæ ratio non convincit ſi motus ſyderum ab occaſu in ortum apparens tantum ſit, nempe telluris motus ſupra ſuū axem eum motū ſyderibus affingat. In ea enim ſuppoſitione tellus in centro univerſi non eſſet. Nam cum obſervator erit in E, videbit ſtellas CD in horizonte; cùm verò tranſlatus fuerit in F, & horizon ejus erit IG, eaſdem etiam ſtellas in horizonte videbit, eritque ſola differentia diametri terræ: quare in ea opinione, dicenda eſt tellus eſſe in axe circumvolutionum diurnarum.

Secundò, ſtellæ quæ ſunt æquatori proximæ, 12 horis apparent ſupra horizontem, & totidem horis infra horizontem deliteſcunt: ſed hoc non eveniret ſi tellus eſſet in A; nempe reſpectu habitatoris puncti E minus temporis inſumerent quam reſpectu habitatoris puncti F.

Probatur tertiò, Stella eadem ſemper & ubique apparet eadem ſeu ejuſdem magnitudinis, ſive in horizonte, ſive in ipſo zenith videatur; item ſive in una regione ſpectetur, ſive in aliâ; item diſtantia unius ſtellæ ab alia ſemper æqualis: Ergo ſignum eſt, quod cœleſtis circumvolutio, ita ſtellas moveat, ut eamdem ſemper à tellure diſtantiam obſervent; ergo tellus eſt in axe motuum cœleſtium. Quare ſi cœli ſupra ſuum axem moventur, tellus neceſſariò in axe mundi poſita erit.

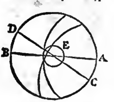
Addo quòd in medio axe, & in plano æquatoris poſita ſit. Sit enim ſi fieri poteſt tellus in axe AB, in C, non in plano æquatoris ſed extra pla-



num æquatoris, ſit aliquis horizon EF, hic non ſecaret æquatorem bifariam; atque adeo ſole æquatorem HI percurrente, non eſſet æquinoctium, quod etiam eſt contra obſervationes. Eſſet igitur æquinoctium univerſale quando ſol percurreret parallelum KL, à quo minus recederet verſus polum A quàm verſus polum B, quod etiam eſt contra experientiam; ſol enim ab eo parallelo in quo æquinoctium efficit, hinc inde gradibus viginti tribus cum dimidio recedit.

Quartò, duplex in cœlo motus animadvertitur. Primus diurnus eſt quo ſydera ſingula moventur ab ortu in occaſum ſupra polos mundi, & tellus neceſſariò in hujus motus axe poſita eſt; alioquin ſydera telluri viciniora nonnumquam fierent, atque adeo majora apparerent, quod eſt contra experientiam.

Secundus motus circa polos Eclypticæ peragi-



tur, quo ſydera feruntur per circulos parallelos Eclypticæ. Hic quidem motus valde lentus eſt, ita

ita ut à tempore Ptolemæi ad nos uſque vix integrum ſignum abſolverint. Cùm igitur per hunc motum ſydera non accedant ad tellurem, nec ab ea recedant, ſed quæ antiquitus erant primæ magnitudinis, etiam nunc primæ magnitudinis eſſe videantur; pariter concludo terram eſſe in axe C D, ergo eſt in communi concurſu utrinſque axis, nempe in E.

Hæc propoſitio ſuam vim obtinet in omni opinione; Copernicus enim propter rationes allatas, etiam tellurem in centro univerſi ad ſenſum ſtatuit. Quamvis enim motu annuo circa ſolem percurrat magnum orbem, cujus diameter ex Ricciolio ſepties mille ſemidiametros terræ continet; tenetur tamen dicere hunc magnum orbem inſtar puncti ſe habere reſpectu firmamenti. In quocumque enim illius magni circuli puncto verſetur terra, ſemper mediam firmamenti partem intuetur; & ſtellæ quæ aliquando ſunt è diametro oppoſitæ, ſemper ſunt è diametro oppoſitæ; quæ in plano æquatoris aliquando videntur, ſemper in eodem plano ſpectantur; quæ prope polum apparent æqualem ab eodem ſemper diſtantiam tenent, quamvis tellus feratur extra planum æquatoris cœleſtis; Ergo ſignum quod tota illa deviatio reſpectu firmamenti ſit exigua, & conſequenter quòd terra adhuc poſita ſit ſenſibiliter in centro univerſi.

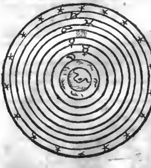
PROPOSITIO IX.

Theorema.

Locus telluris reſpectivus ad planetas, in opinione communi.

Multiplex in ordine orbium cœleſtium conſtituendo Aſtronomorum opinio invaluit; nihil enim in hac materia hactenus demonſtrari potuit. Nos in hac propoſitione communem referemus hypotheſin; eam nempe quam in ſacris paginis conſtitutam invenimus.

Commune Syſtema terram in medio omnino



immobilem ſtatuit: Circa terram aëream regionem omnino etiam immobilem, in tres regiones diviſam; quarum quæ propior eſt terræ temperatum calorem fovendis animalibus idoneum habeat, media frigore majore rigeſcat concretioni pluviarum nivium, aliorumque meteororum accomodatiorem, ſuperior ſit defæcatior & purior, hanc athmoſphæram ambiat cœlum lunæ, quod à cœlo Mercurii ambiatur, hoc à cœlo Veneris, ſolis cœlum medium locum occupet, quem cœlum martis excipiat, tum Iovis, ſaturni, denique ſtellarum fixarum, atque ita ex concentricis orbibus tota cœli machina coaleſcat.

Cœlo multiplicem motum, explicandis omnibus phænomenis idoneum communiter tribuunt Aſtronomi. Primum quo intra tempus 24 horarum tota cœli machina, quaſi per modum unius circumvolvitur, qui motus generalis eſt, & communis omnibus; alter verò particularis multiplex eſt, fitque circa polos Eclypticæ, vi cujus planetæ omnes huic primo motui contra nituntur, ſuaſque periodos intra certum tempus ab occaſu in ortum abſolvunt; ita Saturnus ſuum circulum motu ſibi proprio intra 30 annos abſolvit, hoc eſt nobis in terrâ exiſtentibus videtur ſucceſſivè reſpondere ſingulis partibus zodiaci. Nempe duobus primis annis cum dimidio, in ariete inveniatur, & cum illo oriatur & occidat, ſequentibus duobus annis cum dimidio à Tauro non digrediatur, atque ita conſequenter omnes zodiaci partes perluſtret; Jupiter ſuum ſimiliter abſolvat circulum & zodiacum perficiat, ſed breviori tempore; nempe ſpatio 12 annorum; Mars intra duos annos ſuum abſolvat, ſol intra annum; Venus & Mercurius eodem fere tempore zodiacum percurrat; communis tamen eſt opinio Venerem, & Mercurium circa ſolem moveri; Luna intra 27 dies circiter ſingulis Zodiaci partibus à nobis ſucceſſive reſpondere ſpectatur.

Diſtantia telluris à ſingulis planetis nec eadem ſemper eſt, neque in eâ aſſignandâ conveniunt Aſtronomi. Ut tamen aliquid dicamus: Veteres Aſtronomi has diſtantias communiter aſſerebant.

Tellus diſtat à lunâ in mediocri diſtantia 60 ſemidiametris terræ. Eſt autem ſemidiameter terræ 1200 leucarum.

A Mercurio diſtat 550 ſemidiametris.
A Venere 700.
A Sole 1150.
A Marte 5000.
A Jove 11000.
A Saturno 18000.
A Stellis fixis 45000.

Quæ tamen omnia valde incerta ſunt, niſi pro Luna. Nam pro Mercurio, & Venere communis eſt modo Aſtronomorum ſententia, Venerem, & Mercurium nonnunquam ſole ſuperiores eſſe, atque adeo in mediocribus diſtantiis, æque à terra diſtare ac ſolem. Solis autem diſtantiam nonnulli majorem faciunt, inter quos Ricciolius, eum ſupra 7000 ſemidiametros terræ evehit, Saturnum ultra 70000, fixas verò intervallo pene inexplicabili.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Locus telluris inter Planetas in Copernicana hypotheſi.

Secunda opinio præcedenti oppoſita, fuit Ariſtarchi Samii, aliorumque Pythagoreorum, quam pene antiquatam excitavit Copernicus, multoſque modò ſectatores habet.

Hæc

Hæc in medio ſeu centro planetarum ſolem immobilem ſtatuit, ſecundum ſe totum ; ad ex-

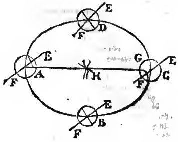


plicandum tamen macularum motum, eumdem ſolem ſupra ſuum axem intra dies 27 circumvolvit. Hunc Mercurius ambit, ſuumque circa illum circuitum ſpatio 4 circiter menſium abſolvit. Hunc ſequitur Venus, quæ intra octo circiter menſes circumvolvitur. Sequitur terra quæ circulum ſuum annuo ſpatio definit ; lunamque quaſi in Epicyclo, diebus 27 ſuam periodum abſolventem devehit. Poſt terram ſequitur Mars, biennio totum perluſtrans zodiacum. Poſt quem Jupiter circulum ſuum intra duodecim annos perficit ; denique Saturnus tardiſſimus orbem ſuum 30 annis abſolvit. Stellæ fixæ ſunt omnino immobiles.

Ut autem omnia excuſentur, & explicentur phænomena, multiplex terræ motus admittitur, Primus, quaſi diurnus, eſt circumrotatio telluris circa proprium axem. Cùm enim ſolem, lunam cæteraque ſydera apparere ſingulis diebus videamus, & ſpatio 24 horarum ab oriente in occidentem moveri, & ad eadem fere cœli puncta redire; vel ipſa moveri neceſſe eſt, vel tellurem ipſam, & nos cum ipſâ circumrotari, noſtrumque motum ſyderibus immotis licet imputari, eò ferè modò, quò navigantibus, & motum ſuum non advertentibus, littora recedere aut prætetire videntur. Sola igitur telluris circumrotatione circa proprium axem motus ille raptûs pene in ſua velocitate incredibilis excuſatur,

Secundus motus qui telluri tribuitur, pro ſolis præcipuè motu ſubſtituitur, eſtque motus ille annuus, quo centrum terræ per eclypticam ſpatio annuo transfertur. Ex quo fit ut ſimili motu ſolis centrum circumferri videatur totamque Eclypticam percurrere, ſeu omnibus eius punctis ſucceſſivè reſpondere, quamvis revera immotus ſit localiter, & ſemper in centro conſiſtat.

Tertius motus eſt paralleliſmus axis, quo nempe axis terræ inclinatus gradibus 23 cum dimidio ad planum Eclypticæ, eandem inclinationem & verſus eandem partem conſtanter obſervat. Hic paralleliſmus cæteris motibus junctus, totam tempeſtatum mutationem efficit ; rationemque reddit cur ſol uni polo fiat propior & ab eo recedere videatur. Sit enim terra in A, ducaturque à ſole ad eius centrum linea, hæc ſecabit telluris ſuperficiem, in puncto viciniore pole E ; quòd ſi interea tellus motu ſuo diurno circumrotetur, videtur ſol percurrere aliquem circulum, ſeu reſpondere perpendiculariter omnibus partibus circuli terræ ex polo E deſcribendis. Dum verò



tellus erit in C, ſol videbitur vicinior alteri polo F, & circumrotatio diurna telluris, illi affinget motum quo ſucceſſivè reſpondere videbitur circulo minori, ſed viciniore polo F. In punctis verò B & D, linea ducta à ſole ad centrum telluris ſuperficiem eius ſecabit in aliquo puncto æquatoris terreſtris, & per terræ circumrotationem ſol videbitur fieri perpendicularis ſucceſſivè ſingulis punctis æquatoris.

Hæc ſunt præcipua hujus ſyſtematis accidentia, alia enim minora omitto ; mirum enim quas irregularitates in apparentes planetarum motus invexerit ſimplex telluris tranſlatio in Eclyprica, cùm eos incitare, aut retardare videatur ; quæ omnes irregularitates ab unico telluris motu pendentes, ita reſpondent obſervationibus, planetarumque directiones, ſtationes, regreſſus ita ſimpliciter explicant, ut nihil accuratius excogitari poſſit. Hoc ultrò omnes etiam contrariæ opinionis fautores vel inviti fateri coguntur.

PROPOSITIO XL

Theorema.

Quid de Copernicana hypotheſi ſit ſentiendum.

Hæc difficultas his præcipuè temporibus ſatis acriter agitatur, Peripateticis terræ immobilitatem adſtruentibus, Copernicanis verò ejuſdem motum defendentibus. In qua materiâ duplex mihi quæſtio movenda eſt. Prima an revera tellus moveatur ; ſecunda an vi rationum humanarum ab obſervationibus aut à priori deductarum, aliquid certi conſtitui poſſit. Quæ duo breviter perſtringo, quantùm ſcilicet ad inſtitutum noſtrum ſatis judicabitur. Neque enim ex profeſſo hanc quæſtionem moveo, ſed quantum ad geographiæ intelligentiam conducere videbitur. Certum eſt terræ quietem competere, id nempe pluribus locis aſſerente Scripturâ, Matth. 5. *Solem ſuum oriri facit ſuper bonos, & malos.* Ad Epheſ. 4. *Sol non occidat ſuper iracundiam veſtram.* Geneſ. 15. *Sol egreſſus eſt ſuper terram.* Judith. 14. *Et erit cum exierit ſol.* Joſue 10. *Sol contra Gabaon ne movearis, & luna contra vallem Aialon, ſteteruntque ſol, & luna donec ulciſceretur ſe gens de inimicis ſuis: ſtetit itaque ſol in medio cœli, & non feſtinavit occumbere ſpatio*

unius

unius diei, obediente ſole voci hominis. Pſalmo 18. de ſole dicitur; *Exultavit ut Gigas ad currendam viam.* Eccleſiaſtis primo, *Generatio præterit, & generatio advenit, terra autem in æternum ſtat. Oritur ſol, & occidit, & ad locum ſuum revertitur, ibique renaſcens girat per meridiem, & flectitur ad aquilonem luſtrans univerſa in circuitu.* I. Paralipomenon cap. 16. *Commoveatur à facie eius omnis terra, ipſe enim fundavit orbem terræ immobilem,* Prov. 8. *Quando appendebat fundamenta terræ.* Pſ. 92. *Etenim firmavit orbem terræ qui non commovebitur.* Sunt alia loca aſſerentia terram eſſe deorſum, & cœlum ſurſum.

Nimis longum eſſet referre Patres, & Interpretes hæc loca ſcripturæ ad litteram exponentia. Ex quo factum eſt ut multi erroneam in fide Copernicanã ſententiam cẽſuerint, proptereaque liber Copernici à ſacrâ Inquiſitione primò fuerit prohibitus, deinde permiſerit ut correctus legeretur. Nempe delerentur loca in quibus nimis affirmativè videretur aſſerere terram moveri, & eius liber quaſi ex hypotheſi explicans motus cœleſtes non prohiberetur. Nempe ut aſſerens motus omnes cœleſtes per motum telluris explicari poſſe.

Inſuper Galilæus qui in ſyſtemate mundi nimis inclinaſſe viſus eſt in prædictam ſententiam, damnatus fuit, & coactus hanc abjurare opinionem, & ex dolore ſibi illatæ contumeliæ contabuit. Inquiſitio autem talem de hac opinione ſententiam tulit. Solem eſſe in centro mundi, & immobilem motu locali, eſt propoſitio abſurda, & falſa in philoſophiâ, & formaliter hæretica. Terram autem eſſe in centro mundi mobilem motu diurno, eſt propoſitio abſurda, & falſa in Philoſophia, & Theologicè conſiderata, ad minus erronea in fide.

Quare tellus propugnari non poteſt ut mobilis. Ratio eſt quia non debemus vim facere Scripturæ verbis, niſi apertè demonſtrari poſſit eius verba ad literam explicari non poſſe. Sed nulla eſt demonſtratio pro opinione Copernici; ergo verba ſcripturæ prout jacent explicanda ſunt.

Hanc opinionem periculoſam exiſtimo; dum enim tellurem in Planetarum numerum refert, locum præbet ſuſpicioni reliquos planetas, totidem terras eſſe, incolique ab hominibus. Immò dum tanta inter ſtellas, & planetas animadvertitur differentia, quod nempe immobiles ſint, proprioque lumine fulgeant, planetæ verò mutuatò; procedit ulterius ſuſpicio, fixas totidem eſſe ſoles, circa quos variæ ſtellæ ob immenſam à nobis diſtantiam inviſibiles ſuos orbes abſolvant. Ex quibus conſequenter inquiritur an pro illis mortuus ſit Chriſtus, variaque & periculoſa dubia pullulant.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Copernicana hypotheſis nullâ ratione demonſtrativa refellitur aut probatur.

Quod pertinet ad ſecundam quæſtionem an vi rationum naturalium, ſive ab obſervationibus, ſive à ratione petitarum aliquid conſtitui poſſit, exiſtimo quidem nihil eſſe ex utraque parte quod convincat, nullamque hactenus allatam eſſe rationem, aut contra, aut pro Copernico quæ demonſtrationis vim obtineret. Hanc quæſtionem in Aſtronomia ex profeſſo examino: quare hic tantum indico quæ pro utraque ſententia afferuntur.

Prima ratio quæ pro Copernico ſolet afferri, eſt hæc.

Natura per plura non præſtat, id quod per pauciora, & compendioſiùs poteſt efficere, ſed tantus eſt numerus ſtellarum quæ ſpatio 24 horarum circulum ſuum abſolvere videntur in tanta celeritate, ut omnem pene fidem & cogitationem ſuperet. Hæc autem apparentia faciliùs per unicum telluris circuitum explicari poteſt, idemque emolumentum percipi hoc unico eius motu, quod ex motu tot ſtellarum haberi poſſet; ergo credibilius eſt naturam in hoc negotio viam compendioſiorem iniviſſe. Nam à terrâ ad ſolem ſunt ex Ricciolio ſepties mille ſemidiametri terræ, ad Saturnum ſeptuagies mille, ad ſtellas pluſquam 700000. Quare unus circuitus terræ ad circuitum unius ſtellæ ſe habebit ut 1 ad 700000. Adde tantum numerum ſtellarum.

Secundum argumentum petitur ab apparentiis, quòd unico telluris motu annuo ſimpliciſſimè explicantur regreſſus, & ſtationes planetarum, quæ conſequenter tantum ſunt apparentes ex motu telluris; quæ omnia ita facili negotio ex hac hypotheſi ſequuntur, ut nihil ſimplicius excogitari poſſit; præcipuè cum hæc planetarum accidentia majora ſint in planetis ſoli vicinioribus, prout nempe circulus telluris majorem ad planetæ circulum rationem habuerit. Sic Saturni regreſſus ad quinque tantum gradus pervenit, Jovis ad 12, Martis ad 40; Veneris & Mercurii regreſſus non ſint, ſed per totum zodiacum apparens tranſlatio.

Tertiò videtur dari ratio cur planetæ & tellus ipſa circa ſolem moveantur, & cum decremento velocitatis pro ratione diſtantiæ; eo modo Jovis ſatellites remotiores diuturniori tempore ſuum circulum abſolvunt. Reliqua omitto.

Contra Copernicum primo affertur quod tellus ut gravis inepta ſit ad motum; gravitas enim impellit ad centrum per lineam rectam, quare motus circularis eſſet contra naturam.

Secundò proferuntur multa argumenta ex motu locali petita. Nempe lapidem è vertice turris demiſſum non poſſe cadere ad pedem turris; aves non poſſent aſſequi ſuos nidos, nec globi ex tormentis bellicis ad orientem emiſſi, ſcopum unquam attingerent.

Tertiò & præcipue ſi tellus motu annuo peragraret Zodiacum, aliqua ex hoc motu variatio in ſtellis fixis apparere deberet, vel infinita erit ſtellarum à tellure diſtantia. Certum eſt enim quòd tellus è plano æquatoris egrediatur dum nempe invenitur in Solſtitiis; ergo ſi dum erat in punctis æquinoctialibus aliqua ſtella eius æquatori reſpondebat, eadem ſtella eidem æquatori terræ tranſlatæ ad puncta æquinoctialia non reſpondebit. Idem dico de regreſſu & ſtatione; ſi enim motus telluris annuus in Saturno apparentem reciprocationem hinc inde quinque graduum efficit, & propterea ponitur diſtantia Saturni à ſole, decupla diſtantiæ telluris ab eodem ſole, ut in ſtellis nulla talis reciprocatio ne unius quidem minuti animadvertatur, debebit totus orbis annuus eſſe inſtar puncti reſpectu firmamenti; quare ut ſalva conſiſtat Copernicana hypotheſis, debebit eandem rationem orbis annuus ad firmamentum

mentum habere, quàm habet tellus ad idem firmamentum in opinione communi; & cum ex probatis Aſtronomis ponatur ſemidiameter terræ ad ſemidiametrum orbis annui ut 1 ad 7000, erit firmamenti Copernicani ſemidiameter ad firmamentum opinionis communis, ut 7000 ad 1. Et cum ſoliditates ſint in triplicatâ ratione ſemidiametrorum, continnentur quatuor numeri in ratione 1 ad 7000 nempe 1. 7000. 49000000. 343000000000, erit firmamentum in hypotheſi Copernicana 343000000000 majus firmamento opinionis communis, nec aliter ſubſiſtere poteſt, niſi hoc admittatur; quod eſt maximum hujus opinionis abſurdum, & compenſat velocitatem illam ſummam quam in moto primi mobilis admittunt communiter Peripatetici. Atque hæc ſufficiant ad hujus quæſtionis intelligentiam.

In hoc tractatu Geographico Tytonum imaginationem hypotheſi communi accomodabo, utpote cui facilius aſſuefieri poſſumus, ſingulaſque telluris proprietates in ea conſiderabo; Indicabo tamen ſuis locis quomodo in Copernicana omnia explicentur.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

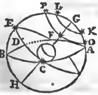
Primus cœlorum motus ab ortu in occaſum.

Ad intelligentiam plerarumque telluris affectionum, neceſſariò aliqua prærequiritur motus cœleſtis notitia. Ex his enim principiis, nempe ſyderum circumvolutionibus, & telluris rotunditate, ferè omnia eius accidentia originem ducunt. Motus igitur cœleſtis duplex agnoſcitur, & ex indubitatis obſervationibus concluditur; ſive à diverſis principiis oriatur, ſive ab unico, parum intereſt. Qui enim unicum ſpiralem agnoſcunt, nihil explicant, ſed confundentes omnia, præcipuarum hujus motus circumſtantiarum rationem nullam afferunt.

Quare jure meritò omnes quotquot fuerunt Aſtronomi hanc diviſionem admiſerunt, ut de motu particulari ſingulorum planetarum loquantur, quaſi nullus eſſet communis quo ab oriente in occidentem ſingulis diebus ferrentur, & ab hoc motu abſtrahentes, conſiderent tantum eas firmamenti partes quibus ſucceſſive reſpondere videntur.

Primus igitur motus omnibus ſyderibus communis eſt quo ab ortu ad occaſum continuâ circircumrotatione feruntur circa duo puncta cœli immobilia.

Demonſtratio. Primò videmus ſolem, lunam



planetaſque cæteros, ſtellas, fixas, viam lacteam, cometas, & quidquid in cœlo apparet, apparere in horizonte ortivo; tum ſenſim aſcendere ad meridianum uſque, deinde ſenſim ad horizontem occiduum inclinari. Sit enim ortivus ACB, obſervamus ſydera in ipſo horizonte apparere verbi gratia in puncto C, tum ex eo emergere ſenſimque elevari in D, uſque ad meridianum in puncto E; deinde ex aliâ parte ſenſim deprimi, donec ad horizontem occiduum pervenerit in puncto F. Quod verò hic motus quaſi communis ſit, & quaſi ſyderibus ab ipſo cœlo communicatus, oſtendit eadem diſtantia quam inter ſe obſervant.

Quòd verò hic motus perficiatur circa puncta cœli immobilia G & H, facilè probamus: Nobis in Europa degentibus videntur plurimæ ſtellæ circulos ſuos minores abſolvere circa unum idemque punctum G nobis conſpicuum, ita ut ea aſtra quæ huic puncto viciniora ſunt circulos minores deſcribant. Ex quo fit ut nobis non occidant, eo quòd eorum circuli horizontem noſtrum non attingant, ut ſi ſydus aliquod ſit in puncto K, perficiat circulum KL, circa polum G, ſi vero fuerit remotius ut in puncto O, deſcribat intra diem circulum OP.

Hic motus communis eſt omnibus partibus cœli, quaſi per modum unius corporis omnes eius partes ſimul moverentur, aut potius circa ſuum axem, & polum circumvolverentur. Hujus primi motus proprietates nonnullis propoſitionibus explicat Autolycus, quæ non parum ad eius intelligentiam formandamque imaginationem conferre videntur.

Hunc motum quaſi communem primo alicui mobili tribuerunt veteres Aſtronomi, nempe cœlo alicui ſuperiori, quod ſecum cuncta in ſe comprehenſa neceſſariò circumageret. *Quare*, inquit Cleomedes, *Syderum alia ſimpliciſſimum motum habent, à mundo ſeu primo mobili circumducta, & eadem ſemper loca in cœlo occupantia. Alia verò moventur, illa quidem neceſſariò, eodem etiam quo mundus motu circumacta, cujus complexu coercentur, ſed moventur alio quoque ſpontaneo motu, quo aliàs alia cœli loca occupant. Hic autem eorum motus, mundi motu tardior eſt. Verſari autem videntur contrario motu atque cœlum, quaſi retrò ab occaſu in ortum delata. Priora igitur illa vocantur inerrantia, hæc errantia, & vaga, ſiquidem aliàs in aliis mundi partibus apparent. Infixa igitur cœlo ſydera, rectè quiſpiam vectoribus eſſe ſimilia dixerit, qui navigio delati à ſuis non recedunt locis: Errantia verò iis qui contrario atque navis motu à prora progrediuntur ad puppim. Eadem etiam formicis ſimilia eſſe putaverit, quæ in figulari rota, contra rotæ verſationem ſuâ ſponte repunt. Et infixarum quidem cœlo ſtellarum immenſa quædam multitudo eſt: errantes vero incertum adhuc anne plures, ſed ſeptem ſola nobis hactenus innotuerunt.*

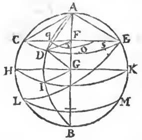
PROPOSITIO XIV.

Theorema

Si æqualiter ſphæra volvatur circa ſuum axem, cuncta quæ in ſuperficie ſphæræ ſunt, puncta præter polos, circulos deſcribunt parallelos, & ad axem rectos, & eoſdem cum ſphærâ polos habentes.

Sit ſphæra AB, quæ immoto axe AB circumvolvatur,

volvatur, dico punctum C in ſuperficie ſphæræ aſſumptum deſcribere circulum cujus poli ſint A



& B, ad quem axis ſit rectus. Punctum C transferatur in D, ducatur linea CFE ad axem recta, ducantur item ad centtum ſphæræ lineæ CG, DG, & linea DF.

Demonſtr. Iu triangulis CAG, DAG, cùm latus AG ſit commune, radii ſphæræ GC, DG æquales, & latera AC, AD æqualia, cum punctum C tranſlatnm in D æqualiter diſtet à puncto.A, etunt (*per* 8 1.) anguli CAF DAF æquales. Quare (*per* 4 1.) in triaugulis CAF, DAF erunt anguli DFA, CFA æquales, & recti, cùm CFA ſit factus tectus; ergo idem oſtendam de quibuſl ber aliis punctis. Lineæ item CF, DF æquales ſunt, quare oſtendam punctum C deſcribere circulum cujus F ſit centrum, & ad quem axis AB ſit rectus.

Quòd ſi aſſumatur aliud quodcumque punctum H, oſtendam paritet ab eo eirculum deſcribi, ad quem axis tectus ſit, & conſequenter (*per* 14.11.) plana CDE, HiK ſunt parallela.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Si duo puncta æqualiter à polo diſtent, eundem parallelum deſcribent; æqualeſque & ſimiles arcus deſcribent.

Vide figuram præcedentem.

Sint duo puncta in ſuperficie ſphæræ aſſumpta C & D, æqualiter à polo A diſſita, dico quòd eundem parallelum deſcribent. Hoc eſt punctum C ttanſlatum in D, erit in loco in quo priua erat D.

Demonſtratio. Punctum C deſcribit circulum æqualiter diſtantem à polo (*per præcedentem*) ergo tranſeuntem per punctum D, qood æqualiter diſtare ſupponitur ab eodem polo, ergo punctum C occupabit ſparium à puncto D derelictum. Clarum autem eſt cùm puncta C & D per circumvolutionem ſphæræ non fiant magis diſtantia inter ſe, (ſunt enim quaſi infixa ipſi ſphæræ,) dum punctum C erit in D, punctum D erit in O, eruntque arcus CD, DO æquales: ſed arcus CD eſt arcus à puncto D deſcriptus, & arcua DO eſt arcus deſcriptus à puncto D; ergo arcus deſcripti ſunt æquales. Quòd ſi ulterius moveantur, ſitque punctum C tranſlatum in O, & D in S. Cùm arcus CD, & OS ſint æquales cum per motum hæc puncta non recedant à ſe invicem, addito communi arcu DO, erunt arcua CO, DS, æquales; ergo puncta æqualiter à polo diſtantia deſcribunt arcus æquales, æqoalibus temporibus.

COROLLARIUM.

Puncta inæqualiter à polia diſtantia diverſos circulos deſcribunt, ſed parallelos.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

In circumvolutione ſphæra omnia puncta ſuperficiei eius arcus ſimiles deſcribunt.

Vide figuram præcedentem.

Proponantur duo puncta ſupetficiei ſphætæ, D & H, dico quod temporibus æqualibus arcus ſimiles ſuorum circulorum deſcribent. Determinentur duo puncta C & H in eodem plano per polum tranſeunte poſita.

Demonſtratio. Dum tota ſphæra movetur, planum illud tranſiens per A, C & H, tranſlatum erit in ADI; ergo punctum C erit in D, & punctum H, in I; & cùm ſupra oſtenderimua, axem AB ad plana circulorum CDE, HIK, rectum eſſe, erunt anguli AFC, AGH recti, & conſequenter lineæ CF, HG, ſicut DF, IG, parallelæ; ergo (*per* 10.11.) anguli CFD, HGI æquales erunt: ergo arcus CD, HI ſimiles ſunt. Sed puncta C & D (*per præcedentem*) deſcribunt arcua æquales & ſimiles; ergo puncta D & H deſcribent in ſuis circulis arcus ſimilea.

COROLLARIUM.

Addo quòd puncta quælibet ſphæræ, etiam quæ interius accipiuntur, comparata cum punctis ſuperficiei, percurraot eodem tempore arcus ſimiles. Sumatur enim punctum q ductaque linea qF ad axem AB perpendiculari, quæ producta ſecet ſuperficiem in puncto C, dum circumvolvetur ſphæra, linea FC transferetur in FD, & punctum q transferetur in T, eruntque lineæ Fq, FT, æqualea ergo arcus qT, CD circulorum concentricorum, ſimiles erunt. Sed CD & HI ſimiles ſunt ergo puncta q & H arcus ſimiles deſcribunt.

Hoc corollarium neceſſarium eſt, ut motum ſolis diurnum comparemus cum motu ſtellarum, quamvis ſol ſit intra profunditatem ſphæræ, & ſtellæ in ſuperficie.

PROPOSITIO XVII.

Circuli ad axem obliqui puncta varios parallelos deſcribunt.

Vide figuram præcedentem.

Sit circulus aliqois maximus EGL, qui ſit ad axem AB obliquus, atque adeo cujus peripheria ad unum polum magis accedat, in uno puncto; & in oppoſito ad alium: dico quòd varia puncta hujus circuli varios parallelos deſcribent.

Demonſtr

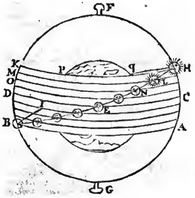
Demonſtratio. Puncta hujus circuli varia à polo mundi A diſtant, cum obliquus ſit; ſed (*per coroll.*14.) puncta inæqualiter à polo A diſſita diverſos parallelos deſcribunt: ergo puncta hujus circuli diverſos parallelos deſcribunt.

Quare punctum E, quod maximè ad polum A accedit, per circumvolutionem ſphæræ parallelum CDE, deſcribet; punctum vero L, quod ad alium polum B maximè accedit, deſcribet parallelum LM; punctum verò G quod æqualiter ab utroque polo diſtat per ſpheræ circumvolutionem parallelum HGK percurret.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

De motu ſolis annuo.



Ea quæ hactenus diximus ad motum diurnum omnibus ſyderibus communem pertinent, ſed præter hunc, motum peculiarem,& ſibi proprium habent ſinguli planetæ, & inter eos magis ſenſibilem ſol ipſe; ex quo nimirum anni tempeſtatum viciſſitudines dependent. Vi illius ſecundi motus totum zodiacum ſeu Eclypticam percurrit, & tempus quo integrum abſolvit circulum, dicitur annus, nempe 365 diebus conſtans, horis 5 & minutis circiter 49. Vi iſtius ſecundi motûs, ſol aliis atque aliis punctis cœli ſtelliferi ſucceſſivè reſpondet: hoc eſt alias, atque alias ſtellas regit. Dixi (vi iſtius motus) ſi enim ſolum motum diurnum haberet & ſimul cum cœlo ſtellifero tantum moveretur, ſi ſemel uni ſtellæ reſponderet, ab ea non digrederetur, ſed unà cum eâ ſingulis diebus oriretur, & cum eadem ad occaſum pergeret: ſed obſervatum eſt ſolem ſtellas quibuſcum oritur ſenſim deſerere, & ad ortum procedere; ita ut ſuum ortum retardet; quæ retardatio à proprio eius motu oritur. Unde ut ſuprà diximus non ineptè aſſumitur exemplum navigii, in quo quis motu proprio ambulat, quamvis motu navigii communi, cum aliis vehatur. Ab aliis affertur exemplum muſcæ quæ lentè in globo, circa axem moto progrediatur. Quæ quidem exempla ſatis bene rem explicant. Debent autem præceptores hanc doctrinam explanare diligentiùs, diligenterque iſtus motus diſtinguere; ut diſcant Tyrones motum unum ab alio ſeparare, nec duplicem motum in unum ſpiralem inextricabilem confundere. Hæc enim diſtinctio à viris alioquin doctis non ſatis percipitur, ut ineptiæ in quas quotidiè impingunt, ſatis indicant.

Ut autem motum hunc ſoli proprium, à generali diſtinguam. Sit globus qui æquabiliter circa immotum axem FG continuò volvatur, ſupponaturque ſol in puncto H, motu globi rapi, & deſcribere eundem circulum HPK, quem deſcribit punctum H. Interea verò ſol motu proprio reptet ex H in L; tunc ſi tota machina circumferatur, ſol non amplius deſcribet circulum H P K, ſed alium ipſi parallelum, nempe L M. Pariter cum motu proprio pervenerit in N, motu communi globi cogetur deſcribere parallelum NO. Dum erit in puncto E æqualiter diſtante ab utroque pulo, deſcribere cogetur motu communi ſeu diurno æquatorem DC. Denique dum motu ſuo pervenerit in B, feretur motu communi per circumferentiam circuli tropici AB. Quia autem zodiacus HEB, ex aliâ parte regreditur per B I q H, cum ſol motu ſuo pervenerit in B, punctum maximè vicinum polo G, ſenſim regredietur ad punctum C, eoſdemque parallelos deſcribet, quos prius deſcendendo ex H in B percurrerat.

Quamvis autem ſol non ſit in ſuperficie extimâ firmamenti, tegit tamen nobis aliquam eius partem, & cum ea circumvolvitur; quare ſucceſſivè alteri atque alteri cœli ſtelliferi puncto ſucceſſivè reſpondet.

Hæc puncta quæ ſucceſſivè tegit intra annum, in circuli maximi circumferentiâ poſita ſunt, nempe circuli H E B I q H, qui circulus Eclyptica dicitur; eo quòd luna in eo circulo verſetur dum

accidunt Eclypſes. Quia autem reliqui planetæ, viam ſolis præcisè non ſequuntur, ſed ab eâ hinc inde nonnihil exorbitant; hinc inde latitudinem aliquam zodiaco tribuimus, ut zonam aliquam habeamus, planetarum omnium ſemitas complectentem.

Hæc diſtinctio motus generalis & particularis in hypotheſi communi diligenter notaoda, & Tyronibus inculcanda. Vi motus generalis ſol ſingulis diebus ſemel circa terram circumvolvitur; vi motûs particularis Eclypticam annuatim percurrit, ſingulisque diebus gradum unum. Quia autem ſitus Eclypticæ obliquus eſt, unâque ſui parte ad unum polum ſpectat, & aliâ ad alterum deflectit, inde tota anni tempeſtatum variatio oritur.

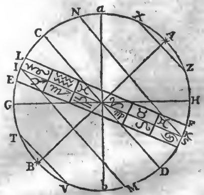
Copernicana hypoteſis triplici motu eget ut obſervationibus ſatisfaciat, nempe motu diurno telluris circa axem, motu centri in zodiaco, quo nempe tellus circulum abſolvit annuum, cui ſi addas parallelismum axis ejus, per hanc tranſlationem ſol reſpondebit perpendiculariter diverſis partibus telluris. Nempe modo uni tropico exinde æquinoctiali, tum alteri tropico, & cum interea tellus circumvolvatur circa axem, & hic motus in ſolem apparenter transferatur, hos circulos ſol percurrere videbitur, fierique ſucceſſivè perpendicularis illis partibus terræ, quæ his circulis ſubjacent.

Semicopernicana ſententia terram in centro mundi ſtatuens, mobilem tamen motu diurno circa ſuum axem, hos motus commodiſſimè diſtinguit. Nam ſoli motum tantum annuum tribuit, quo Eclypticam percurrit. Telluri motum diurnum, quo quotidie circumvolvitor, qui motus in ſolem omniaque ſydera per apparentiam refunditur. Nos tamen hanc Geographiæ explicationem ſententiæ communi ut plurimùm accommodabimus; ne tot hypotheſes confuſionem pariant.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

De primo circulo ſphæræ Armillaris, ſeu de æquatore.



Ex ſuperiùs explicatis motibus nonnulli in cœlis, aut etiam in tellure circuli ſunt diſtinguendi, quibus nempe horum motuum proprietates oculis ſubjiciuntur. Quod ut meliùs præſtemus machinam compouimus quæ hos tantum circulos contineat; & ut meliùs eorum ad tellurem habitudo concipiatur, hanc non ſolidam efficimus, ſed apertam ubique, ut tellus in medio videri poſſit. Hujus ergo machinæ, ſeu Armillaris Sphæræ partes ſingulas, & uſus inferiùs cùm opus erit diligentius indicabimus.

I. Sphæra à Theodoſio ita definitur; Solidum unicâ ſuperficie contentum, in cujus medio punctum eſt à quo omnes lineæ ad ſuperficiem uſque productæ, æquales ſunt. Ab Euclide autem ſphæra eſt tranſitus circumferentiæ dimidii circuli, quæ fixâ diametro eo uſque circumducitur, quo uſque ad locum ſuum redeat. Nempe ſphæra eſt rotundum aliquod ſolidum, quod à ſemicirculo circa axem ſeu diametrum immotam circumducto deſcribitur. Hæc definitio ſphæræ omni omninò globo convenit, quia autem cœlum ſphæricum exiſtimatur, illi etiam accommodatur.

Sphæra autem Armillaris ſphæra nòn eſt integra, cum eius ſuperficies ſit aperta, & in pluribus locis deficiat; imaginatio tamen hunc defectum ſupplere poteſt, atque adeo illi ſic per imaginationem correctæ definitio conveniet. Sphæra hæc Armillaris cœlum repræſentat.

Centrum ſphæræ eſt punctum illud medium, à quo omnes lineæ ad ſuperficiem ductæ ſunt æquales. Hoc punctum in opinione communi cum centro terræ coincidit. Cogitandum igitur eſt cœlum tanquam globus in cujus medio tellus ſuſpenſa detineatur.

Poli ſunt duo puncta in ſphæræ, ſeu cœli ſuperficie immobilia, circa quæ cœlum motu diurno volvitur. Talia ſunt puncta A & B.

Axis

Digitized by Google

Axis eſt linea à polo ad polum per centrum ſphæræ ducta, quæ conſequenter immobilis cogitatur, quaſi rei alicui immobili infixa, ſtabilis permaneret. Circa hunc axem motus cœleſtis peragitur, ex quo fit, ut puncta ſuperficiei ſphæræ polis propiora minores circulos peragant, dum nempe motu diurno tota ſphæra circumvolvitur. Quæ verò à polis longius diſtant, circulos majores perficiunt.

Polus cœli qui nobis Europæis conſpicuus eſt, dicitur polus ſeptentrionalis, borealis, & arcticus. Septentrionalis dicitur quòd curſus minor ſeptem ſtellas contineat. Volunt autem Trion bovem ſignificare; atque ita dici quòd tardè moveantur, qua voce borealem etiam appellationem deduci volunt alii. Manifeſtior eſt Etymologia vocis Arcticus; cùm ἄρκτος urſam ſignificet, huic polo vicinam. Oppoſitus dictus eſt Antarcticus, nempe oppoſitus arctico, ignoratione ſcilicet conſtellationum illi vicinarum, quas veteres Aſtronomi viderant nunquam; utpote terræ hemiſphærium boreale incolentes.

Circuli componentes ſphæram armillarem 10 numerantur; qui etiam in cœlo cogitantur. Primus eſt æquator, nempe CD, circulus maximus ab utroque polo æqualiter diſtans; quem nempe motu diurno ſol percurrit, dum æqualiter ab utroque polo diſtat. Dicitur æquator, quòd dies noctibus adæquet.

Hujus officia varia ſunt. Primum eſt facere æquinoctium, hoc eſt cum ſol motu ſuo annuo in ſua Eclyptica delatus, ad ea puncta pervenerit, in quibus hi duo circuli ſe interſecant, motu diurno delatus, æquatorem percurrit, ſeu ab eius plano ſenſibiliter non digreditur. Et cum illius circuli medietas infra horizontem lateat, alia ſupra horizontem emineat, tantùm temporis ſol apparet ſupra horizontem, quantùm deliteſcit. Vides enim horizontem, & æquatorem ſe invicem ſecare bifariam.

Secundò diſtinguit hemiſphærium Boreale ab Auſtrali, eſtque quaſi communis utriuſque limes. Ex quo fit cùm medietas zodiaci ab æquatore verſus polum arcticum declinet, alia verò verſus antarcticum, ſol 6 menſibus ſit in boreali hemiſphærio, & totidem in auſtrali.

In globo item cœleſti facilè determinare poſſumus quænam ſtellæ ſint boreales, & quænam ſint Auſtrales.

Tertiò eſt terminus ſeu limes à quo numerantur declinationes ſtellarum. Ut enim ſtellæ cujuſlibet ſitum determinemus, debemus ſcire an ſint polo vicinæ, an verò ab eo removeantur. Id indicat declinatio, quæ eſt diſtantia ſyderis cujuſque ab æquatore, quæ etiam magnitudinem circuli ab eo ſydere deſcribendi, motu ſcilicet diurno indicat.

Quartò, longitudinem cujuſque diei artificialis determinat, ſeu moræ ſolis ſupra horizontem; nempe ſi ſole in horizonte ortivo poſito notetur punctum æquatoris ſimul oriens, promoveaturque ſol donec ad horizontem occiduum perveniat, numerenturque gradus æquatoris qui horizontem ortivum attigerunt. Si unicuique horæ quindenos gradus attribuas, habebis quantitatem diei artificialis, primuſque erit uſus ſphæræ armillaris: quàm ſi ſtatuas juxta elevationem poli tuæ regionis, locumque ſolis pro eo die, in Eclypticâ ad horizontem ortivum transferas, ſimulque notes punctum æquatoris aſcendens, tum locum ſolis circumacto globo ad occiduum horizontē promoveas, ſimulque notes punctum æquatoris in oriente poſitum; numerus graduum, inter hæc puncta æquatoris, interceptorum per 15 diviſus, exhibebit quantitatem diei artificialis.

Quintò, æquinoctialis eſt menſura temporis; nempe 15 ejus gradus unam horam efficiunt; quod ut melius concipiatur, cogitari poteſt ſupra ſphæram mobilem aliquis æquator immobilis diviſus in gradus, cùm circulus à polo per ſolem ductus, & ſecans talem æquatorem immobilem in aliquo puncto, percurrerit 15 ejus gradus erit hora una.

Sextò irregularitatem ex obliquitate zodiaci ortam, nempe quòd temporibus æqualibus, inæquales arcus zodiaci, per meridianum tranſeant, ad regularitatem reducit, aſcenſioneſque rectas determinat. Item quantum, unum aſtrum aut ſignum ante aliud oriatur in ſphæra recta, aut ad meridianum perveniat, hoc eſt aſcenſiones rectæ ad æquatorem exiguntur.

Septimò utilis eſt Geographis, neque enim tantum circulus æquinoctialis in cœlo cogitatur, ſed alius illi ſubjectus in tellure cogitatur, qui communiter linea dicitur: à qua hinc inde regionum latitudo numeratur, uſque ad polos qui pariter in tellure cogitantur: ſuntque puncta in terræ ſuperficie polis mundi ſubjecta.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

De zodiaco.

Secundus circulus ſphæræ armillaris, qui pariter in cœlo cogitari debet, habetque proprietates inſignes; eſt zodiacus, æquinoctialem in in duobus punctis ſecans; ita ut una ejus medietas ab æquatore verſus borealem polum declinet, alia verò verſus occaſum; talis eſt E F. Hunc circulum in 12 ſigna dividi jam ſupra diximus. Cur autem in 12 & non in plura, multæ rationes afferuntur. Prima quòd cùm ſint quatuor elementa, cuilibet tria ſigna attribuerunt: quod etiam obſervant Aſtrologi qui ſigna Arietis, Leonis, & Sagittarii ignea, Geminorum Libræ Aquarii aërea; Cancri, Scorpii, Piſcium aquea; Tauri, Virginis, & Capricorni terrea eſſe voluerunt.

Secunda quòd ſint quatuor anni tempeſtates, ver, æſtás, autumnus, & hiems, quas in initium, medium & finem commodè dividi placuit, ex quibus ſiunt 12.

Tertia quòd cùm communiter ſingulis annis ſint 12 lunationes, annus propterea in duodecim menſes dividi debuit, ex quo duodenario menſium numero, hæc partitio in 12 ſigna originem duxerit.

Ab initio arietis initium hujus numerationis ducunt Aſtronomi. Ideo ut aſſerit Ptolemæus quòd tempus quo ſol arietem ſubit generationibus ſit aptiſſimum, videaturque quaſi innovari natura; ſol item totum orbem illuminet, æqualiterque ab utroque polo diſtet; addunt aliqui quod tempore verno creatus fuerit mundus.

Vulgus tamen ad annum inchoandum non debuit puncta æquinoctialia aſſumere, eo quod ad ea obſervanda opus ſit Aſtronomia: ſed puncta ſolſtitialia, & adhuc non præciſa, ſed ubi ſenſi-

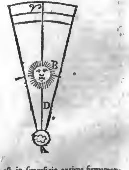
bilitet ad nos regreditur : nempe regreſſus ejus incipit eſſe ſenſibilis : ſicut antiqui initium lunationum à primâ lunæ apparentiâ deſumebant.

Signa autem Arietis, Tauri, Geminorum & cætera dupliciter ſumi poſſunt, nempe pro duodecimâ parte Zodiaci, initio facto ab interſectione vernâ æquatoris, & eclypticæ, & hæc acceptio eſt communis ; (vel pro conſtellationibus ſtellarum) quæ ulteriùs progreſſa ſunt ; hoc eſt, aliàs in primâ duodecimâ parte zodiaci inveniebatur conſtellatio illa, quæ ſuis ſtellis arietem repræſentat, quæ conſequenter huic ſigno nomen dedit: modò verò hæc conſtellatio propter motum ſtellarum proprium, ulterius progreſſa eſt, deſertáque primâ zodiaci parte, ulteriùs ad ſecundum ſignum progreſſa eſt.

Innuimus jam ſuprà omnem alium circulum intelligi ot lineam curvam indiviſibilem, ſeu eius circumferentiam cogitari ut omnis latitudinis expertem, ſolum zodiacum continere binc inde ſex gradus latitudinis; eo quòd planetæ reliqui hinc inde à ſolis ſemitâ aberrent. Volumus autem hac faſciâ omnes planetarum ſemitas comprehendere.

Linea autem dividens zodiacum per medium dicitur linea Eclyptica, quoniam quoties luua in noviluniis, aut pleniluniis bane lineam attingit, cùm ſol ab ea nunquam digrediatur, neceſſariò accidunt Eclypſes, Solis quidem in noviluniis dum luna interponitur inter tellurem & ſolem; Lunæ in Pleniluniis, cùm tellus interjicitur inter ſolem & lunam.

Cùm dicitur ſol eſſe in ariete, aut in alio quocumque ſigno, bæc præpoſitio(*in*)ſignificat (ſub,)



ſol enim non eſt in ſuperficie extima firmamenti, ſed major eſt diſtantia ſolis à firmamento quàm à tellure ; ſed quòd linea ducta à tellure A per ſolem B, & producta ad firmamentum uſque, attingat ſemper aliquod punctum Eclypticæ. Planetæ verò ſuut in aliquo ſigno, etiamſi linea à tellure per eorum centra ducta, non attingat Eclypticam, modò tamen, inveniatur intra terminos illius ſigni ; quare in ea acceptione ſignum cogitabitur ut figura aliqua pyramidalis quadrilatera, in quam ſi incidat aliquis planeta, dicetur eſſe in tali ſigno.

Zodiacus eſt prima regula motuum particularium ; nempe ſicut æquatuor eſt menſura primi motus generalis, quo totum cœlum circumvolvitur ſupra proprios polos ; ita etiam xodiacus habet ſuos polos diſtantes à polis mundi gradibus 23 cum dimidio ; & cum ſol cujus præcipuè motum intuemur ab Eclyptica nou digrediatur, æqualiter ſemper diſtat à polis Eeclypticæ K & L, ita ut motus ejus particularis ſecundum Eclypticæ polos peragatur.

Secundò, ſub Eclyptica accidunt omnes Eclypſes, & numquam alibi.

Tertiò, Eclyptica obliquitate ſua, totam inæqualitatem dierum & noctium, tempeſtatumque viciſſitudinem producit ; nempe quòd ſol percurrendo Eclypticam modò ad unum polum accedat, modò deſcendat ad alium, modò æqualiter ab utroque diſtet.

Quartò, dividit cœlum in duo hemiſphæria; ſed aliter quàm æquator; eſt item terminus latitudinis ſyderum ; latitudo enim eſt diſtantia ab Eclyptica.

Hunc circulum zodiacum nominamus, quòd duòdecim figuris animalium, ſeu conſtellationibus diſtinguatur, quæ his duobus verſibus compreheuduntur

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

Eclyptica HB obliquè ſecat æquatorem duobus in punctis, nempe in puncto E, & in puncto illi oppoſito ex alia parte. Hoc eſt cum Eclyptica obliquè poſita ſit reſpectu polorum, hoc eſt uno puncto H maximè accedat ad polum F, & puncto illi oppoſito B propior ſit alteri polo G, inveniuntur duo ejus puncta nempe E, quæ æqualiter ab utroque polo diſtent; ad quos cum ſol motu proprio pervenerit, totius cœli rotatione diurna delatus circulum maximum CD percurret, quem æquatorem nominamus. Si ergo Eclypticæ in ſtatu quaſi quieto reſpiciatur, æquatorem iu duobus punctis ſecare videbitur ; cùm tamen potiùs æquator à puncto medio Eclypticæ E deſcribatur.

Initium numerationis in Eclyptica factæ fit in puncto E, à quo deſcribitur æquator, diviſoque zodiaco in 12 partes æquales, prima pars vocatur Aries; ſecunda Taurus, & ita conſequenter. Singulis ergo menſibus percurrigur unum ſignum, quod cùm in partes 30 dividatur: percurruntur ſingulis diebus ſinguli ferè gradus, paulò tamen minus. Nam in percurrendâ totâ Eeclypticâ, ſeu gradibus 360, impenduntur dies $365\frac{1}{4}$. Initia autem ſignorum in Gregoriano Kalendario ſunt circa 21. uniuſcujuſque menſis, ut ſi in figurâ appoſitâ F ſit polus Arcticus, G antarcticus, pars AH Orientalis, BK Occidentalis, punctum E Eclypticæ AH erit initium arietis. In eo ſol invenietur 21 Martij, pe[illegible]rretque eo die æquatorem CED, vi ſcilicet motus totius machinæ; tribus ſequentibus menſibus percurret quadrantem Eclypticæ EH, ita ut circa 22 Junij vi motus proprii pervenerit in H, & motu generali deſcribat parallelum HK, quem tropicum nominamus, ideo quia ultimus eſt parallelus quem ſol deſcribit ex ea parte. Statim enim ſol incipit deſcendere ex H in I, & tres ſequentes menſes impendit, ut ad punctum oppoſitum æquinoctio E perveniat, quod accidet circa 24 Septembris, quo æqualiter ab utroque polo diſtabit, ruſuſque vi motus communis æquatorem deſcribet. Tribus ſequentibus menſibus deſcendet ad punctum B A, ibique circumrotatus motu communi, deſcribet tropicum Capriconi AB. Duo tropici dicuntur ſolſtitialia puncta, eo quòd, cum

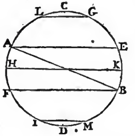
Eclyptica

Eclyptica tangat tropicos, & cum iis initio non multum recedat, ſol videatur eoſdem parallelos percurrere, quod ſuo loco meliùs explicabitur.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

De quatuor circulis minoribus ſphæra, duobus ſcilicet tropicis, duobuſque polaribus, reliquiſque parallelis.



Diximus ſupra ſolem annuatim percurrere Eclypticam AB, atque adeò ſucceſſivè in ſingulis eius punctis inveniri. Cùm ergo verſatur in primo puncto Cancri, nempe in A, hoc eſt in puncto Eclypticæ quod maximè accedit ad polum borealem C, & interea totum cœlum motu diurno circumvolvitur, punctum A deſcribet parallelum AE, & cùm ſol toto die puncto A reſpondeat, cum eo deſcribet eundem parallelum AE, aut potiùs ſub eò deſcribet alium parallelum in ſuo cœlo, huic reſpondentem. Cùm ergo ex ſuppoſitione punctum A ſit totius Eclypticæ punctum quod maximè ad polum C accedit, ſol deſcribere non poterit circulum polo C viciniorem; quare circulus AE dicetur tropicus, à voce τροπὴ quod converſionem ſignificat. Dicitur punctum illud ſolſtitiale, quod ſol ulterius verſus illam partem non progrediatur, ſed ſtat, & tegrediatur, non quidem abſolutè in ſuo circulo; ſed reſpectivè ad punctum C. Pariter cum ſol motu proprio percurrens Eclypticam pervenerit ad punctum B, & interea motu primi mobilis circumvolvatur, deſcribet alium tropicum BF, hyemalem ſcilicet, nec ulterius accedet ad polum antarcticum D; ſed ſequendo Eclypticam ſuam, ad nos regredietur.

Cùm autem Eclyptica AB, ab æquatore declinet gradibus $23\frac{1}{2}$, totidem etiam polus Eclypticæ G & I declinabunt à polis mundi. Cùm enim æquator HK diſtet à polo ſuo C gradibus 90, ſeu quadrante integro, & pariter Eclyptica quadrante integro à ſuis polis ſit remota, erunt arcus HC, AG quadrantes & æquales, & ſubtracto communi arcu AC, erunt arcus HA, CG æquales; quare punctum G diſtabit à polis mundi gradibus viginti tribus cum dimidio. Et cum totum cœlum motu diurno circumvolvatur, poli Eclypticæ G & I circulos polares deſcribent; quorum qui vicinus eſt polo arctico circulus polaris Arcticus dicitur, alter vero Antarcticus.

Eſt ergo ab æquatore HK ad polos C & D hinc inde quadrans circuli HC, HD, arcus autem HA eſt 23 graduum cum dimidio, ſicut & arcus CL; quare reſtabit arcus AL à tropico ad polarem graduum 43. Quare ſi ſolos conſideremus quatuor parallelos nempe tropicos, & polares, intervallum inter duos tropicos eſt graduum 47, inter tropicos & polares 43, ſpatium polari comprehenſum, nempe LG eſt graduum 47.

Tropici includunt viam ſolis; ſunt enim veluti limites includentes in cœlo regionem extra quam ſol nunquam vagatur.

Secundò indicant in Eclyptica puncta ſolſtitialia, nempe Eclypticam tangunt in punctis ſolſtitialibus.

Polares circuli determinant diſtantiam polorum zodiaci à polis mundi, determinant item regiones, in quibus maxima dies 24 horas ſuperat.

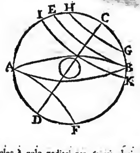
Duo tropici, & duo polares quinque zonas determinant ut videbimus. Nempe zona torrida duobus tropicis comprehenditur, continetque in latum gradus 47, duæ vicinæ polaribus & tropicis comprehenſæ ſunt temperatæ, continentque ſingulæ gradus 43, duæ frigidæ polaribus clauſæ gradus item 47 habent.

Præter tropicos, & polares alii circuli paralleli æquatori cogitari poſſunt; & primo quidem inter tropicos, paralleli 182 cogitantur. Cùm enim ſol tot dies impendat ad percurrendum ſemicirculum Eclypticæ inter utrumque tropicum poſitum, ſingulíſque diebus motu primi mobilis circumvolvatur, unicum ſingulis diebus æquatori parallelum deſcribet. Quamvis autem præcisè non deſcribat unum parallelum eò quod toto die non maneat in eodem Eclypticæ puncto, ſed ſenſim & ſine interruptione ſub illa moveatur, ad ſenſum tamen, ſine erroris periculo eas ſolis vias pro parallelis aſſumere poſſumus. Quarè totum intervallum inter tropicos ſitum in 182 parallelos diviſum in ordine ad ſolem cogitamus.

Præter hujuſmodi parallelos à ſole deſcriptos, inter tropicos, alios etiam cogitare poſſumus, nam ſtellæ omnes etiam extra tropicos poſitæ, motu diurno circulos æquatori parallelos percurrunt; qui in Aſtronomia magnum uſum habent.

In tellure etiam multos circulos æquatori parallelos cogitamus, qui circuli latitudinum dicuntur, de eorum uſibus erit infra dicendi locus, cùm de climatibus agemus.

Antiqui Coſmographi alios circulos vocaverunt polares, nempe nos per polares intelligimus



circulos à polo zodiaci per circumvolutionem diurnam deſcriptos, antiqui verò per polarem intelligebant ſemper apparentium, aut nunquam apparentium

apparentium maximum. Diximus enim ſupra quamplurimos poſſe cogitari parallelos æquatori, cùm ſingula ſphæræ puncta per circumvolutionem diurnam circulos deſcribant, quorum qui ſunt vicini polo conſpicuo, horizontem non attingunt, ſed toti ſunt ſupra illum, unus tamen horizonté tantum ſtringit, eſtque maximus omnium circulorum qui toti apparent ſupra horizontem. Ut ſi AB ſit horizon ſupra quem elevatus ſit polus C, punctum B per circumvolutionem ſphæræ deſcribet circulum BE, maximum omnium eorum qui toti extant ſupra horizontem, nam circulus GH ad polum magis accedens eo minor eſt, & circulus IK eo major; horizontem ſecat, & infra illum deſcendit, ergo BE omnium ſemper apparentium maximus. Sicut AF eſt nunquam apparentium maximus.

Uſus autem talium circulorum erat ſatis manifeſtus, nempe ut determinarentur ſtellæ fixæ quæ ſemper in aliquo horizonte apparerent, ſeu nunquam occiderent, & ex alia parte, quæ nunquam oriretur, ſed ſemper deliteſcerent.

Quia tamen ſphæræ ita compoſitæ univerſales eſſe non poterant, & alium habemus uſum magis ad Geographiam accommodatum circulorum polarium, nempe ut determinent regiones quibus ſol diem efficit horis 24 majorem, circulos polares quales deſcripſimus in ſphæris armillaribus aptamus.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

De duobus coluris.

Sphæra Armillaris interior præter recenſitos circulos duos majores æquatorem & zodiacum, & quatuor minores; tropicos ſcilicet duos, & duos polares, aliis duobus majoribus conſtat; coluris ſcilicet, per polos mundi & puncta eclypticæ ſolſtitialia & æquinoctialia tranſeuntibus. Hi circuli primò ad compoſitionem ſphæræ armillaris neceſſarii videbantur; nempe ut firma conſiſteret, nam hi circuli ita alios continent, ut inter ſe connectant. Secundò officium aliquod habent nempe ut ſolſtitia, & æquinoctia indicent. In etymologia hujus vocis *colurus*, non omnes conveniunt. Videtur illa eſſe aptior hujus vocabuli origo, quæ ſignificet imperfectum, & mutilum, nempe quod ſupra horizontem obliquum imperfecti appareant, & quaſi mutili.

Colurus ergo ſolſtitiorum tranſit per polos mundi, per polos Eclypticæ, & per puncta ſolſtitialia ejuſdem Eclypticæ; nempe per initia Cancri, & Capricorni, dividit Eclypticam in duos ſemicirculos; quorum qui ab initio Capricorni ad initium Cancri pertinet dicitur ſemicirculus aſcendens, in quo nempe ſol ad nos aſcendit, alter verò à Cancro per libram ad Capricornum deſcendens, dici poteſt; eo quod in eo ſol à nobis deſcendat ad alium polum, ſeu potiùs à nobis recedat.

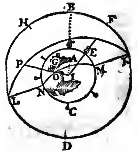
Secundò in eo coluro ſolſtitiorum numeramus maximam ſolis ab æquatore declinationem. Punctum enim ſolſtitii æſtivi in quo ſol ad noſtrum polum maximè accedit, fitque noſtro vertici propior, ab æquatore removetur gradibus $23\frac{1}{2}$. In eo item diſtantias polorum zodiaci à polis mundi numeramus.

Colurus Æquinoctiorum per polos item mundi tranſit, & per puncta æquinoctialia, nempe per ea puncta in quibus Eclyptica æquatorem ſecat. Hic coluros Eclypticam in duos ſemicirculos ſecat, borealem nempe à principio arietis ad initium Libræ, & auſtralem ab initio Libræ per Capricornum ad initium arietis. Hi duo coluri ſe in polis mundi ad angulos rectos interſecant. Alii multi coluri cogitari poſſunt, nempe circuli per polos mundi tranſeuntes, & per ſingula puncta Eclypticæ, & qui in æquatore indicent punctum ſimul oriens cum eo gradu Eclypticæ in Sphæra recta, & in quo numeretur declinatio cujuſque puncti Eclypticæ. Sed hæc ad Aſtronomiam potius, quam ad Geographiam pertinent.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

De meridiano.



Zenith ſeu vertex, eſt punctum illud cœli quod perpendiculariter capiti noſtro imminet, ita ut linea recta ex centro terræ, per nos ducta punctum illud attingat. Punctum oppoſitum dicitur Nadir: Ut ſi proponatur regio quæcumque A, in qua verſetur incola, ſi ex centro terræ ducatur linea IAB, attingens in cœlo punctum B, illud erit Zenith propoſitæ regionis. Punctum verò illi diametraliter oppoſitum, nempe punctum D, erit Nadir, quæ duæ voces ſunt Arabicæ. Nadir igitur eſt Zenith noſtrorum Antipodum, ſicut Zenith noſtrum eſt Nadir eorumdem Antipodum. Ex quibus vides tot Zenith diſtingui poſſe quot ſunt puncta in ſuperficie terræ.

Dico item arcum cœli inter vertices duorum locorum interceptum, ſimilem eſſe arcui terræ inter ea loca comprehenſo. Ut ſi proponantur duæ regiones A & E, quarum vertices ſint B, & IF, dico arcus AE, BF ſimiles eſſe, nempe æqualem eſſe numerum graduum in arcubus AE, BF. Sunt enim arcus circulorum concentricorum; cum punctum I ſit centrum terræ, & centrum cœli.

Hæc duo puncta Zenith & Nadir uniuſcujuſque regionis, cogitantur ut immobilia; hoc eſt etiamſi moveatur totum cœlum, & omnes ejus partes aſſiduâ circumvolutione rotentur circa po-

los mundi, hæc tamen puncta ut immobilia ſpectantur. Quod de aliis multis punctis inferiùs explicandis dicendum etiam eſt. Quare cogitari poteſt alia ſuperficies ſphærica immobilis & cœlos mobiles ambiens, in qua prædicta puncta cogitentur. Talis eſt ſuperficies concava cœli empyrei, quod immobile cenſemus.

Meridianus circulus, eſt maximus in ſphærâ circulus per polum utrumque, & per Zenith & Nadir tranſiens; ut ſi poli mundi ſint K, & L, ſitque aliqua regio A, cujus Zenith punctum B & Nadir punctum D, circulus KBLD erit meridianus illius regionis. Cùm autem poli mundi ſint tam puncta immobilia quàm Zenith, & Nadir, meridianus non erit circulus mobilis; ſiempe non erit circulus, qui cœli circumvolutione moveatur. Atque hæc eſt ratio cur in ſphæris Armillaribus meridianus non rotatur, ſed immobiliter in eodem loco permanet.

Non ſunt tot meridiani quot Zenith diſtingui poſſunt; eo quòd idem circulus per polos mundi tranſiens per plura Zenith tranſeat, atque adeo ex definitione allata ſit omnium illarum regionum meridianus. Intelligatur enim circulus maximus cœli, per polos K & L deſcriptus, maximi circuli planum per centrum cœli tranſeat, & tellus cœlo concentrica ſupponitur, tranſibit per centrum telluris, communemque ſectionem in ea faciet circulum maximum E A G. Quicumque in hoc terræ circulo verſabuntur, ſuos vertices in eodem circulo maximo per polos mundi tranſeunte habent; ergo ii omnes unicum habent meridianum. Ex quibus jam vides circulum meridianum poſſe non tantum in cœlo cogitari, ſed etiam in telluris ſuperficie notari. In qua item diſtinguere poſſumus polos, puncta ſcilicet ſuperficiei polis cœleſtibus ſubjecta. Regiones igitur quæ ad ſeptenttionem & auſtrum reſpectivè poſitæ ſunt, eundem habent meridianum. Ut ſi procedendo ex regione A directè ad polum M, occurras regioni E, hæc duo loca A & E, eidem meridiano ſubjacebunt.

Quæ verò ita ſunt in eadem terræ ſuperficie, ut una ad Orientem aut Occidentem alterius poſita ſit, diverſum meridianum ſibi vendicant, ut ſi ſint duæ regiones A & O, ſitque hæc ultima orientalior, meridianus per A ductus, non attinget regionem O, ſi enim ex centro terræ I ducas lineam I O, hæc producta ad cœlum uſque, perveniet in P, circulus igitur KPL erit illius loci meridianus.

In ſphæris Armillaribus ſicut & in Globis unicum apponimus meridianum, qui vices omnium meridianorum obeat, ſitque meridianus propriè loquendo illius regionis in qua verſamur.

Meridianus ſuam habet denominationem à proprietate inſigni; nempe quòd diem artificialem dividat biſariam; nempe tantum temporis ſol impendat ab ortu ſuo, donec ad meridianum perveniat, quantum requiritur à meridiano ad occaſum. Hæc proprietas inferiùs demonſtrabitur, ex ejus definitione, nempe ex eo quòd per polos, & per zenith tranſeat. Primum igitur meridiani officium eſt ut tempus meridiei indicet, hoc eſt cum ſol ad circulum alicujus regionis motu ſuo diurno pervenerit, illi erit meridies.

2 Pars meridiani, quæ ad Nadir ſpectat noctem pariter biſariam dividit, ita ut tunc ſit media nox, cùm ſol attigerit eam meridiani circuli medietatem in quâ reperitur Nadir.

3 In meridiano Aſtra maximam habent elevationem, ſeu minimam à vertice diſtantiam.

4 In meridiano facilè metiri poſſumus diſtantiam cujuſque ſyderis ab æquatore.

5 Meridianus eſt terminus à quo horas Aſtronomicas numeramus, atque adeo qui eundem habent meridianum, ſimul habent meridiem, & conſequenter ſimul reliquas horas.

6 In Aſtronomiâ uſus habet inſignes hic circulus, tam ad inveniendam declinationem ſtellarum, quam ad obſervationes latitudinis, & elevationis poli; ſed hæ praxes non ſunt hujus loci.

7 In coſmographia multa præſtat, indicat enim locorum longitudines, in eo latitudines numeramus, aliaque multa præſtat; ut in decurſu ſatis patebit.

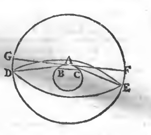
PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

De Horizonte.

Horizon ſeu finitor eſt circulus partem cœli conſpicuam à parte cœli latente diſtinguens ſeu determinans. Hic circulus intelligitur tanquam planum tangens terram, in loco in quo ſtamus. Cum enim oculus noſter diſtet tantum quatuor, aut quinque pedibus à ſuperficie terræ, phyſicè & ſenſibiliter aſſumitur, quaſi in ſuperficie terræ poſitus eſſet; ſed ſi conſiſteret in ſuperficie, nihil videre poſſemus infra planum tangens eam ſuperficiem, impediente ſcilicet terræ opacitate, & ejus tumore, ne aliquid infra poſitum ſpectare poſſimus.

Si tamen accuratiùs loquamur cogitandus eſſet horizon non admodum alicujus plani; ut ſi oculus eſſet in plano quocumque A diſtante



quinque aut ſex pedibus à ſuperficie terræ, & hinc inde intelligerentur lineæ ABD, ACE, & aliæ in circuitu tellurem tangentes in punctis B & C, & aliis, hæ formarent in ſuperficie telluris circulum BC, ultra quem oculus A nihil videret telluris; & in hoc ſenſu horizon ſenſibilis dicitur excurrere ad aliqua ſtadia. In quo non conveniunt authores. Nonnulli enim huic circulo terreſtri 250 ſtadia tribuunt, alii pauciora; ſed diſtinctione opus eſt, ſecundum diverſam oculi elevationem, ſeu diſtantiam à ſuperficie terræ. Si enim oculus ſit elevatus 6 pedibus, horizon ſenſibilis non excurret hinc inde ultra tria milliaria Italica; ſi decem pedibus, quatuor milliaria ſi pedibus 20 quinque milliaria, ſi pedibus 45 octo

45 octo milliaria ; ſi uno milliari octoginta milliaribus, eſt autem unum milliare in terrâ unum minutum gradus. Quare ſi oculus elevetur ſex pedibus, videbit infra horizontem planum tria minuta gradus, nempe erit arcus FE trium minutorum. In ſupercilio montis, cujus altitudo perpendicularis eſſet 2000 paſſuum, videremus duos gradus infra horizontem citiuſque orirentur ſidera quam in planitie ſemiquadrante & amplius, octo nempe minutis, & tardius pariter occiderent.

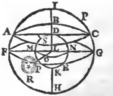
Quia tamen hæc hominis altitudo non attenditur, communiter horizontem quem vocant phyſicum & ſenſibilem, pro plano tellurem tangente aſſumemus, quale eſt planum CAF tellurem tangens in puncto A, qui eſt horizon eorum qui habitant in puncto A.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

De Horizonte rationali.

Dividitur communiter horizon in ſenſibilem, ſeu phyſicum, & rationalem ; horizontem ſenſibilem jam definivimus eſſe planum tangens tellurem.



Horizon rationalis eſt planum per centrum telluris ductum, horizonti ſenſibili parallelum & terminatum ad cœli ſuperficiem, & conſequenter in ea circulum efficiens. Tale eſt planum EFG. Hæc duo plana in ordine ad cœleſtes apparentias, pro uno eodemque plano ſumuntur propter modicam eorum diſtantiam, quæ nempe telluris ſemidiametrum non ſuperat, quæ reſpectû cœli, præcipuè firmamenti eſt nullius momenti.

Hic igitur circulus propriè loquendo eſt finitor, diſtinguens partem cœli conſpicuã ab eâ quæ ex puncto D videri non poteſt ; cum autem tranſeat per centrum terræ, quod etiam eſſe centrum firmamenti ſupponimus, illud in duas partes æquales dividet, eritque ex Theodoſio circulus maximus : quare ſtatim ac aſtrum quodcumque planum FGE attigerit, videbitur ex puncto D, ubi vero infra idem planum pervenerit videri deſinet.

Idem planum FEG, eſt horizon duorum punctorum ſuperficiei terræ, ſibi è diametro oppoſitorum, contrario tamen modo ; ea enim pars horizontis, quæ pro puncto D eſt ortiva, pro habitantibus in puncto K eſt occidua. Quilibet igitur telluris incolæ, & eorum antipodes eundem habent horizontem.

Ad planum horizontis tam ſenſibilis, quam rationalis linea perpendiculo ducta, recta eſt ſeu perpendicularis.

Demonſtr. Linea perpendiculo ducta, qualis eſt DL tendit ad centrum terræ L, terminum ad quem tendunt omnia gravia ; planum autem ABC tangit tellurem in puncto D : ergo (*per* 4. 1. *Theod.*) linea DL ad planum ABC recta eſt; ſed planum FEG, plano ABC ſupponitur parallelum ; ergo (*per* 14. 11. *Eucl.*) linea DL eſt ad planum horizontis EFG perpendicularis.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Zenith & Nadir ſunt poli horizontis.

Vide Figuram præcedentem.

Ex his demonſtro Zenith & Nadir eſſe polos horizontis. Si enim producatur linea LD hinc inde uſque ad cœlum, punctum I erit Zenith, & punctum H erit Nadir, ex eorum definitione. Oſtendo autem puncta I & H eſſe polos horizontis.

Demonſtratio. Linea LI eſt recta ad planum maximi circuli EFG, & per L centrum ejus tranſit : ergo (*per* 10. 1 *Theodoſij*) per polos ejus tranſit, quare à puncto I ad horizontem ex omni parte eſt quadrans circuli, nempe ſunt arcus IAF, ICG, HF, HG quadrantes circuli. Et cùm ſemidiameter terræ LD non ſit alicujus momenti, ſi cum ſemidiametro firmamenti comparetur, etiam arcus IA, IC pro quadrantibus tutò aſſumi poſsũt.

Planum horizontis alicujus regionis, in opinione communi immobile eſt. At verò in hypotheſi Copernicana ſimul cum tellure volvitur, vertigine ſcilicet diurnâ, atque adeo ſolem oriri in puncto D nihil eſt aliud, quam planum horizontis DEG ita motum fuiſſe, ut in eo, per intellectum ſcilicet producto ſolis centrum inveniatur.

In omni igitur hypotheſi cum ſol attigerit horizontem ut in P, illuminabitur in ſuperficie tellure punctum D. Sol enim hinc inde illuminat quadrantem in ſuperficie terræ, quare ſicut à Zenith I ad horizontis punctum P in quo ſol verſatur, eſt quadrans, ita etiam à puncto D ſuperficiei terræ ad punctum O horizontis in tellure notati cui nempe puncto ſol perpendiculariter reſpondet eſt etiam quadrans ; ergo illuminatur punctum D.

Ex hoc etiam intelliges quòd ſi procedas verſus unum polum, horizon inclinabitur ex ea parte nempe fit alius horizon.

Intelligis item quod nobis in puncto verbi gratiâ D habitantibus & diem habentibus, antipodes noſtri punctum ſcilicet K incolentes noctem habeant. Nihil enim ex puncto D videre poſſumus eorum quæ ſunt infra planum FEG ; ſicut antipodes noſtri K non vident ea quæ ſunt ultra eundem horizontem FEG.

Colligis item quid ſit diem artificialem eſſe majorem nocte, nempe eſt circulum diurnum, quem ſol circumvolutione totius cœli deſcribit, ita ab horizonte ſecari, ut pars quæ eſt ſupra horizontem noſtrum, major ſit ea, quæ infra horizontem latet.

Circuli horizontales in globis artificialibus non notantur, quia infiniti eſſent & confuſionem parerent, ſed illorum loco ponitur circulus globum mobilem ambiens, qui vices omnium horizontalium

horizontalium obeat: & cum globus terreſtris immobilis eſſe deberet, & horizontes varij deſcribi pro variis regionibus, unicus apponitur; itáque globus aptatur, ut horizon communis ad regionem de qua agitur ſimili modo reſpiciat ac horizon eius.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Horizontis officia.

Horizontis officia ſunt hæc. Primo dividit cœlum in duo hemiſphæria, viſum, & nobis occultum.

2. horizontis diſpoſitio ad æquatorem dat denominationem ſphæræ rectæ, & obliquæ, aut etiam parallelæ. Nempe ſi æquatorem ſecet ad angulas rectos, ſphæram rectam denominabit; ſi obliquè, ſphæram obliquam; ſi cum æquatore congruat, parallelá. De qua diviſione dicemus.

3 Ab horizonte quantitas diei artificialis dependet, eſt enim quantitas diei, mora ſolis ſupra horizontem;& nox, mora ejuſdem ſolis infra horizontem. De qua re agemus.

4 Indicat tempus quo ſtella aliqua à nobis videri poteſt; determinat quænam perpetuò appareant, quænam nunquam oriantur.

5 In horizonte numeramus puncta ortus, & occaſus omnium ſyderum, & quantum diſtent à punctis veri ortus, & occaſus; quæ diſtantia vocatur amplitudo ortiva.

6 Ab horizonte numeramus altitudinem poli, aliaque multa, quæ partim explicantur inferius, partim Aſtronomis relinquuntur.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Circulus meridianus biſariam ſecat arcum diurnum.



In hac propoſitione reddo rationem cur circulus per zenith, & per polos mundi deſcriptus, meridianus dicatur. Quia nempe meridicio indicat, ſeu mediam diem artificialem; hoc eſt paralleli quem ſol quocumque die percurrit arcum ſupra horizontem extantem biſariam ſecat. Atque adeo cum ſol circulum per zenith, & per mundi polos tranſeuntem attigerit ſemper eſt meridies; quod ita demonſtro.

Sit horizon ABC, circulus AEC tranſeat per zenith E, & polum H, ſitque parallelus quem ſol percurrit GBFD, arcus ejus ſupra horizontem exiſtens ſit BFD. Sitque punctum F in meridiano: dico arcus BF, FD æquales eſſe, & conſequenter cum circumvolutio diurna ſit uniformis; tantum temporis inſumi ut percurratur arcus BF, quanto perficitur arcus FD. Ducatur linea AC communis ſectio meridiani & horizontis, item linea BD communis ſectio paralleli, & horizontis, & linea FG communis ſectio paralleli & meridiani.

Demonſtratio. Cum meridianus tranſeat per zenith E, polum horizontis, & per H polum æquatoris, & omnium parallelorum, meridianus tam ad horizontem, ABCD quam ad parallelum BFDG rectus erit, & viciſſim ipſi ad meridianum recti erunt Cum ergo duo plana ſcilicet horizontis ABCD, & paralleli BFDG ſint recta ad idem planum meridiani AFCG, erit BD communis eorum ſectio, ad planum meridiani recta (*per* 19. 11. *Euclidis*) quare angulus BIF rectus erit. Item cum meridianus tranſeat, per polos paralleli BFDG, eum biſariam divider (*per* 10. 1. *Theodoſij*) eritque GF communis ſectio diameter paralleli. Cum ergo linea BD ſit perpendicularis ad diametrum GF, arcus BF, FD (*per* 30. 3. *Eucl.*) æquales erunt, Quod erat demonſtrandum.

Ex hoc ſequitur omnes regiones eidem meridiano ſubjectas, eodem tempore habere meridiem, eò quòd communem habeant meridianum. Sequitur item eas reliquas horas ſimul numerare.

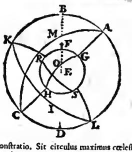
PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Circuli cœleſtes in tellure conſiderari & in globis notari poſſunt.

Circuli cœleſtes, præcipuè maximi, non debent conſiderari quaſi circumferentiæ tantum annulares, ſed per modum planorum integrorum; & de facto ita conſiderantur à Theodoſio immo & ab omnibus Aſtronomis. Neque enim planetæ poſiti ſunt in ipſa circumferentia firmamenti. Dicuntur tamen eſſe in aliquo circulo cœleſti præcipuè maximo, eo quòd in ejus plano inveniantur; quare cum planum circulorum maximorum commune centrum terræ habentium, terram etiam ſecent, in ea communem ſectionem circulum efficient, qui in ejus ſuperficie notari poterit. Ut autem regulam aliquam tradam.

Dico I. Circulum omnem cœleſtem maximum immobilem, qui motu ſuo ſitum non mutat, nec ex ſuo plano egreditur, in telluris ſuperficie non inutiliter notari poſſe.



Demonſtratio. Sit circulus maximus cœleſtis ABCD verbi gratiâ meridianus alicujus regionis F, quem diximus immobilem cogitari poſſe,

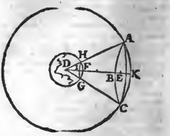
nempe in ſuperficie concavâ Empyrei; ita ut quamvis firmamentum intrà ejus concavitatem moveatur, hic tamen circulus immotus permaneat, dico hunc circulum appoſitè in telluris ſuperficie notari poſſe. Cum enim circulus ille ſit maximus (*ex Theodoſio,*) centrum ſphæræ, in ejus plano erit; hoc eſt erit telluri concentricus. Ergo verè habebit communem in tellure ſectionem, efficietque circulum GFH, cujus partes perpendiculariter ſubjacebunt circulo ABC. Verbi gratiâ, ſi ex puncto B ad centrum terræ ducatur linea BE, hæc in ſuperficie telluris attinget punctum F; omnis autem linea per centrum ſphæræ ducta perpendicularis eſt ad ejus ſuperficiem. In quocumque igitur puncto circuli ABC ſol aut quodlibet aſtrum inveniatur, perpendiculariter inſiſtet alicui puncto circumferentiæ GFH. Sic circulo cœleſti AMC reſpondet alius circulus terreſtris GOH.

Non tantum circuli maximi immobiles hoc modo notari aut cogitari poſſunt in ſuperficie terræ; ſed etiam circuli maximi mobiles, modò tamen eundem ſitum ſervent, hoc eſt non mutent planum, ut ſi proponatur circulus æquinoctialis KL, qui ita circumvolvitur motu primi mobilis, ut extra ſuum planum non egrediatur: hoc eſt, ita movetur ut una pars ſuccedat in locum alterius; hic etiam circulus in tellure notari poteſt, peculiaremque ſibi vendicat circulum in ejus ſuperficie, cui perpendiculariter immineat. Immo nonnulli duplicem in cœlo æquinoctialem circulum cogitant; unum quidem mobilem, alium in concavo Empyrei priori concentricum, & in eodem plano. Quomodocumque intelligatur, cùm æquator ſit circulus maximus, in cujus plano eſt centrum terræ, communem in tellure ſectionem faciet, circularem; ita ut dum ſol in æquatore cœleſti verſabitur, perpendiculariter immineat terreſtri æquatori, & dum cœleſtem percurret, ſucceſſivè etiam reſpondeat partibus terreſtris.

Circulus vero maximus cœleſtis ita mobilis, ut alium atque alium ſitum obtineat, propriè loquendo in tellure cogitari non poteſt; ratio eſt quia in diverſo ſitu, diverſimode notandus eſſet, & cùm ſingulis momentis aliter ſe habeat, aliter atque aliter exhibendus eſſet. Ita zodiacus in globis terreſtribus propriè loquendo notari non deberet. Poſſet tamen exhiberi in eo ſitu quem habet aliquando, hoc eſt pro uno & determinato tempore. Quod cum aliquo emolumento etiam præſtari poteſt, ut nempe habeantur paralleli quos ſol motu diurno deſcribit.

Minores circuli cœleſtes in tellure notari poſſunt; habent enim in ejus ſuperficie aliquos circulos ſibi reſpondentes, non quidem qui in eodem plano exiſtant, ſed qui in eadem ſuperficie conica poſiti ſint, quibus etiam perpendiculariter imminent.

Quod ut melius infigatur imaginationi, Proponatur ſphæræ cœleſtis circulus minor A B C, ſitque centrum terræ D, ad quod ex ſingulis punctis circumferentiæ ABC intelligantur duci lineæ AD, BD, & CD &c. Cùm circulus ABC ex ſuppoſitione ſit minor, centrum ſphæræ D non erit in ejus plano; quare figura ADC ex definitione erit conus rectus, cujus apex D, & baſis circulus ABC, axis DE, ſecans ſuperficiem terræ in puncto F. Cùm autem anguli FDG, FDH ſint æquales, erunt F G, F H æquales; ergo figura FIH eſt circulus cujus polus F, item arcus HF, AK ſunt ſimiles. Circulus ergo H I G tot gradibus diſtat à ſuo polo F, quod gradibus circulus ABC in cœlo

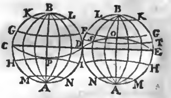


diſtat à ſuo polo K. Quare ſi aliquod aſtrum percurreret circulum ABC, ſucceſſivè reſponderet perpendiculariter partibus circuli HIG; quare ſi ſciamus circulum cœleſtem quem ſol percurrit, reſpondentem ei in tellure, circulum invenire poterimus, & aſſerere hunc à ſole percurri; hoc eſt ſingulis ejus partibus ſolem fieri ſucceſſivè perpendicularem, hæc propoſitio neceſſaria fuit, ut ſciretur ratio cur multi circuli in tellure notarentur.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Qui circuli communiter in globis terreſtribus, & mappis Geographicis notari debeant.



In globis terreſtribus facilè notare poſſumus circulos meridianos reſpondentes meridianis cœleſtibus ſingularum regionum. Circulus enim meridianus cœleſtis alicujus regionis tranſiens per zenith & per polos mundi, eſt circulus ſphæræ maximus qui concipitur ut fixus & immobilis in concavo Empyrei, perpendiculariter imminens alicui circulo terreſtri, in eodem plano exiſtenti, tales communiter in globis terreſtribus inſcribuntur. Ut in mappa univerſali quæ per duo hemiſphæria exhibetur, ſtatuuntur poli telluris A auſtralis, B borealis; circuli per puncta A & B tranſeuntes ſunt meridiani terreſtres per ſingulas regiones tranſeuntes; ita ut dum ſol meridianum cœleſtem alicujus regionis attigerit, intelligatur reſpondere perpendiculariter alicui puncto meridiani terreſtris, per eam regionem tranſeuntis. Notatur item in hujuſmodi globis, ut mappis Geographicis, circulus æquinoctialis CDE; eò quòd circulum æquinoctialem immobilem cogitare poſſimus. Hunc etiam in gradus dividimus, ut meliùs diſtinguamus meridianos inter ſe, quorum

rum diſtantiam per grados in æquatore interceptos percipimus.

Circulos item æquatori patallelos notate poſſumus. Et primò quidem ttopicos FG , H I , & polares K L , M N ; quia hi omnes circuli ſunt minores , qui in circumvolutione cœleſti ita moventur , ut una pars ſuccedat in locum altetius, atque adeo ſitum non mutent.

De aliis parallelis idem ſit judicium, qui etiam non inotiliter in globis terreſtribus notantur, præcipuè verò qui intet tropicos poſiti ſunt.

Zodiacus aut potius Eclyptica propriè loqoendo in globis terreſtribus notari non deberet; eò quòd noo babeat ſitum determinatum, ſingulíſque inſtantibus alium habeat , nec ſit potior ratio , cur in ono potius depingatur quàm in alio. Depingitur tamen , & ſeligitur aliqnis eios ſitos , verbi gratia dum initium arietis D invenitur in primo meridiano , ita ot DOE exhibeat ſemicircnlum borealem ab ariete per cancrum ad libram; ſemetriculus CPD ſit auſtralis à librâ per capricornum ad arietem. Semel quidem in die zodiacus talem obtinet ſitum, ut congruat cum hoc zodiaco terreſtri , illique perpendiculariter immineat ; ſcilicet eo tempore quo arietis initium attingit meridianum cœleſtem, reſpondentem meridiano terreſtri ADB. Ideo antem notatur hic circulus, ut faciliùs intueri poſſimos & diſtinguere parallelos, quos percurrunt ſingula ponƈta Eclypticæ, & conſequenter quos ſol deſcribit, dom in iis Eclypticæ punƈtis verſabitur. Ut ſi ſcite cupiam quem parallslum percurtit ſol dum verſatur in priocipio Tauri , quæro in Eclypticâ initium tauri , & invenio punƈtum S; parallelus qui quæritur tranſit per S, eſtque ST, quem ſol in cœlo percurret dum etit in principio Tauri ; & conſequentet fiet eo die perpendicularis omnibus partibus circuli terreſtris ST, omnibuſque regiooibus in eo notatis.

Ex his quæ ſupra explicuimus circa cœleſtes motus , iotelligere facilè potes , ſolem aliquando percurrere motu diutno tropicum cancri F G , nempe circa 22 Junii ; nonnunquam percurrere æquatorem, nempe dum eſt in puoƈto D Eclypticæ, vel io punƈto C, nempe 21 Martii & 23 Septembris ; aliquando percurrete tropicum cancri HI, nempe citca 23 Decembris , aliis temporibus parallelos intermedios.

Horizontes in msppis non notsmus vitandæ confuſionis gratiâ , ſed circulum horizontalem communem addimus , qui vices borizontis illius regionis obtinebit , ſi regio transferatur in punƈtum ſuptemum meridiani.

Circulos recenſitos in mappis omnibus notamus, ex iis enim circulis fete omnes proprietates telluris cœleſtes dependent.

Addimus item globis terreſttibus circulum æneum polatem immobilem diviſum in horas 24, item indicem axi aptamus.

DE MAGNITVDINE TERRÆ.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Variæ menſuræ.

Ex menſuratum diverſitate apud varias nationes , uſurpatarum in hoc maximè magnitudinis terræ negotio tanta oritur confuſio , ut quidquid de hac memotiæ proditum eſt, inutile ſit omnino; quare ut ordine procedamus , varias menſuratum explicationes præmitto , non qood eas poſſim exhibere realiter , ſed ut ſaltem quid his vocibus ſignificetur intelligamus.

Pes duodecim digitos contiuet ; digitus 12 lineas, ſeu grana.



Quoniam antem multi utuntur pede Rynlandico , quem Snellius contendit fuiſſe veterem pedem Romanum , quamvis Ricciolios aliam eios longitudinem proferat, erit AB ſemipes Rynlandicus : ſive ſit Romanus ſive non , ſit item CD ſemipes Pariſienſis , linea AE ſemipes Romanus Veſpaſianeus ex Ricciolio.

Pedis partes ſunt digitos , duodecima pedis pars. Paſſus Geometricus continet paſſus quinque.

Stadium continet 125 paſſus , ſeu pedes 625, quamvis Græci ut plurimum ſtadio dederint tantum pedes 600, communiter tamen continet 625; debuerunt igitur Græci ſtadium efficere paſſuum 120.

Milliare Italicum continet paſſus 1000 à quo denominationem accepit , ſeu pedes 5000, ſtadia autem oƈto.

Milliare Germanicum videtur continere milliaria Italica quatuor.

Leuca videtur communiter cootinere milliaria tria.

Cubitus pedem cum dimidio continet.

Paraſange apud Perſas Leucæ noſtræ reſpondet, triáque paſſuum milliaria continet.

Schœnus Ægyptiorum ſexaginta ſtadia dicitur continuiſſe, ſeu milliaria $7\frac{1}{2}$.

Milliare Thraicum videtur æquale Italico.

Milliare Indorum minus eſt noſtro ; continentur enim 1000 milliaria in gradu.

Longum eſſet tecenſere omnium nationum menſuras , etiam eâdem appellatione nominatas, ut Leuca apud Hiſpanos videtur major , cùm 17 tantum ſint in gradu, Parienſes aotem Leucæ ſint 25 in gradu terræ.

Quare cenſeo non ex menſutis aliarum nationum conſtituendam eſſe magnitudinem terræ, ſed potius omnes menſuras ad ipſam terræ magnitudinem revocandas.

Quare circuitus terræ, ſeu circumferentis maximi circuli telluris ſit prims menſura. Hæc dividatur in 360 gradus more Aſtronomorum, quilibet gradus terræ contineat milliatia 60, quodlibet minutum gradus contineat unum milliate; milliare contineat mille paſſus, ſeu octo ſtadia, paſſus contineat quinque pedes. Milliaria tria efficiant unam Leucam, ao Leucæ unum gradum; centum Leucæ quinque: gradus atque hæc ſit prima menſuta, quæ cum deſumator à tellure quæ omnibus communis eſt, communis etiam cenſebitur.

Pedem igitur geometricum ex tellure ſeilicet deſumptum, & communem omnibus nationibus inquiremus, qui quinquies repetitus, paſſum Geometricum efficiat, & ex mille paſſibus unum minutum in tellure componemus.

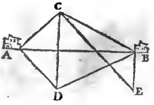
PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Modus metiendarum diſtantiarum terreſtrium.

Praxes omnes quibus telluris magnitudinem explotamus; aliquem terræ tractum cognitum in menſurâ aliquâ determinatâ ſupponunt; quare ex Geometriâ practicâ aliqua accerſeoda eſſent. Primus modus hanc menſurationem perficit per applicationem repetitam decempedæ; hic tamen cenſetur nimis tædioſus & lungus cum toties movenda eſſet illa deeempeda. Agrimenſotes communiter catenulam adhibent viginti circiter pedes longam: catenulam dixi, non funes qui madore ſolent contrahi, aut extendi. Probavi etiam plurimùm circinum aliquem majorem, cujus ſcilieet crura ad decem aut duodeeim pedes divaricarentur ab invicem. Omnium inſtrumentorum aptiſſimum judicavi eſſe rotam notæ circumferentiæ, cujus circumvolutiones sut numeratentur, aut etiam adhibitâ machinâ, ab indicibus aliquibus earum numerus exhiberentur. Alii voluerunt ex tempore quod ſonus in percurrendo ſpatio impendit, illud definire, ſed hæc methodus, eſt nimis lubrica, deprehenditurque in dies fallsx.

Intervalla locorum ex eodem loco viſorum, facilè per Geodeſiam innoteſcunt, etiamſi tota non percurrantur, modò tsmen in capiendis angulis exacti ſimus, circuliſque prægrandibus, & accuratiſſimis utamur, in qoibus in ſiogula ſaltem graduum minuts diſtinguere liceat. Its Snellius ſpatium inter Lugdunum Batavorum, ſeu Leyden, & pagum Socterwuoudam dimenſus eſt. Ponatur Leyden eſſe A, pagus autem ſit in B. Aſſumptis



duobus loeis C & D in planitie æquabili, dimenſus eſt Mechanicè non ſemel, ſed bis, iterumque lineam CD, tum magno quadtante exploravit angulos DCB, DCA, ADC, CDB. Ex quibus in triangulo BCD datur latus DB, & in triangulo ADC datur latus AD, deniqoe in triangulo ADB, datis lateribus AD, DB, & angulo comprehenſo ADB; innoteſcit latus AB.

Ita fere Villebtotdus Snellius ſuam telluris dimenſionem inſtituit, utinam ita Geometricè procederent qui locorum diſtantias metiuntur, mappas geographicas exactiores haberemus. Sed cum rudiori minervâ opus tantæ dignitatis exequantur, & ad communem vulgi æſtimationem locorum diſtantias exigant; mirum non eſt ſi chorogrsphias omninò detortas, & à vero abludentes exhibeant. Certum eſt enim hanc milliariorum æſtimationem lubricam eſſe, & vagam, cum millisria non ſint ubique æqualia, nulla anfractuum & obliquitatis ratio habeatur; tellus ut plana sſumatur, cum tamen convexs ſit; circuli poſitionum ſæpe pro loxodromiis ſubſtituantur, cum magnitudo telluris ignoretur, altitudo poli negligatur; quæ vitia ita Geogrsphicas Mappas à vero abducunt, ut vix quidquam ſuo loco repoſitum inveniamus.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

A quibus ambitus telluris fuerit determinatus.

Triplicem eſſe telluris dimenſionem ſatis manifeſtum eſt, nempe linearem, quâ eius aliquam dimenſionem nempe, aut diametrum, aut ambitum inquirimus; ſecundam ſuperficialem, quâ nempe terreſtris ſuperficiei capacitatem ſeu aream determinare ſatagimus; tertiam ſoliditatis, quâ totius molis menſuram exhibere volumus. Ex quibus ſi vel una innoteſcat, cum jam telluris figura ſupra fuerit conſtituta, reliquæ facile notæ fient. A facilioribus incipiemus, Methodi autem omnes ab antiquis uſurpatæ obſervationibus cœleſtibus nitebantur, recentiores etiam terreſtres adhibuerunt, nos hac propoſitione antiquorum praxes exhibebimus in ſequenti terreſtres explicaturi.

Primus telluris circuitum definivit Anaximander Mileſius, Thaletis diſcipulus quingentis quinquaginta circiter ante Chriſtum annis. Eius tamen methodus non refertur, quare uſque ad Erstoſthenem eius determinstioni inhæſerunt Geographi, quæ fuit 400000 ſtadiis ſeu milliaribus 50000, ſeu Leucis 16666. Nos infra ponemus ſtadia 172800, milliaria 21600, Leucas 7200, qoare hic ambitus major eſt quam psr eſt, pluſquam mediâ parte, vel ſtadia minima erant.

Poſt Anaximandrum Eratoſtenes ducentis circiter ante Chriſtum annis, eandem telluris dimenſionem aggreſſus eſt, definitque telluris perimetrum eſſe 250000 ſtadiorum, ſeu milliariorum 31250, & leucarum 10417. Quæ quidem determinatio licet videatur à noſtra diſſentire, bene cum illa congruit; nam milliaria in gradu ponimus 60, quæ ſunt msjora quam Italica, aut Rinlandica. Vult enim Pater Ricciolius eſſe in grado 83 Italica, ſeu in toto circuitu 29880, quæ determinatio ſstis, ad Erstoſtenis menſurationem accedit, ita ut diſcrepantia facilè in menſurarum differentiam referri poſſit.

Poſſidonius poſt Erathoſtenem, nempe tempore

Pompeii

Pompeii magni, in Inſula Rhodo eandem aggreſſus eſt dimenſionem, invenitque telluris ambitum eſſe ſtadiorum 240000, ſeu milliariorum 30000, & leucarum 10000, quæ non multum à ſuperiori diſerepat. Ita refert Cleomedes. Strabo autem dicit inventam eſſe à Poſſidonio 180000 ſtadiorum. Quam menſuram ſequutus videtur Ptolemæus, qui etiam aſſerit ſe tentaviſſe hujuſmodi dimenſionem.

Arabes eandem dimenſionem ſunt aggreſſi, nam Maimon rex Arabum, ſeu Calypha Babyloniorum, matheſeon ſtudioſiſſimus, in magnâ planitie, progreſſus à ſeptentrione in Auſtrum donec altitudo poli uno gradu decreſceret, invenit uni gradui terræ deberi milliaria $16\frac{1}{2}$ ſeu in toto ambitu eſſe ſtadia 162720, milliaria 20340, leucas 6780.

Hæ tamen omnes determinationes nobis ſunt inutiles, eo quòd menſuram ignoremus ad quam exactæ ſunt hæ menſurationes. Hactenus enim modum non habuimus quo menſuras poſteris traderemus, modò tamen ope pendulorum id præſtare poterimus.

Villebrordus Snellius hanc telluris dimenſionem tentavit invenitque uni gradui terræ competere pedes Rynlandicos 341000, hoc eſt uni gradui terræ deberi milliaria Rynlandica 68, $\frac{2}{5}$ hoc eſt eſſe in toto ambitu telluris ſtadia Rynlandica 198992, milliaria 24624, Leucas 8208. Hanc dimenſionem non ſatis accuratam fuiſſe jure queritur Ricciolius noſter, oſtenditque in multiplici illâ triangulorum ſolutione, angulos non fuiſſe ſatis exquiſitè determinatos.

Poſt illum Ricciolius noſter hanc dimenſionem per 10 annos integros variis modis perfecit, cui determinationi inſiſtemus. Exhibebimus infra juſtam telluris dimenſionem juxta eius obſervationes, quæ toties repetitæ adhibitis omnibus cautionibus quæ adhiberi potuerunt, aliis omnibus ſemel tantum peractis, & ſæpe in ſpecimen tantum artis editis, præferendas cenſeo.

Denique mathematici noſtri Pariſienſes ex elevatione poli invenerunt uni telluris gradui competere pedes Pariſinos 342360.

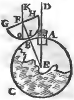
PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Determinatio ambitus telluris ex obſervationibus cæleſtibus.

Prima occurrit praxis Eratoſtenis qui duabus urbibus uſus eſt, ſub eodem meridiano ſitis, Alexandria Ægypti, & Siene ſitâ in ſuperiori Ægypto, intervallum itinerarium fuit ſtadiorum 5000. Siene ſub tropico cancri directè ſita fuit, cujus ſignum manifeſtum fuit, nempe quod putei horâ meridianâ, uſque ad aquam illuminabantur; ex quibus facilè ſuam demonſtrationem inſtituit. Supponit tamen duos radios ſolares à centro ſolis ad duo quælibet telluris ductos, eſſe phyſicè parallelos, eò quòd ad tantam diſtantiam ſolummodò conveniant. Si enim darentur duæ lineæ rectæ ſuprà eandem menſam hîc Pariſiis ductæ quæ convenirent tantum Conſtantinopoli, verè phyſicè eſſent parallelæ. Idem dico de duobus radiis, in centro ſolis tantum convenientibus.

Sit ergo terra ABC, Siene in A, & ſolſtitialis radios DA, perpendicularis ſcilicet ad Sienen: Eratoſthenes die ſolſtitii ſcaphium ſoli exponebat

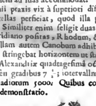


bat Alexandriæ, nempe in puncto B, vel ſemicirculum GIH, in quo ſtylus IF perpendicularis eſt ad horizontem, & obſervabat umbram extremitatis ſtyli quæ eſt O, invenitque arcum OI eſſe graduum 7 & min. 12, ſeu eſſe quinquageſimam partem circuli GOH ſi perficeretur. Quare multiplicando ſtadia 5000 per 50, exurgit ambitus telluris eſſe ſtadiorum 250000.

Demonſtr. Radij ſolſtitiales DAE, KFO ſunt paralleli (*ex ſuppoſitione ſuperiori:*) ergo (*per 27. 1. Eucl.*) anguli alterni OFB, FEA ſunt æquales; ſed angulus OFB eſt graduum 7. 12; ergo BEA eſt totidem graduum, & conſequenter arcus AB eſt ſeptem graduum & min. 12, ſeu quinquageſima pars ſui circuli; quod erat demonſtrandum. Sed ſupponitur ſpatium AB cognitum in ſtadiis 5000; ergo ſi multiplicetur per 50 habebitur totus terræ ambitus.

Pater Ricciolius hanc obſervationem reprehendit quòd puteus non eſſet appoſitum inſtrumentū. Neque enim in ſolâ urbe Siene, ſed in toto aliquo tractu, ad multa milliaria putei ad aquam uſque illuminabantur. Deinde antiqui in ſuis obſervationibus per umbram, rationem penumbræ, & radii centralis non habebant. Dubitat item an Eratoſthenes intervallum hoc habuerit ex obſervatione, an ab æſtimatione vulgi, cum Plinius aſſerat ea efficere milliaria 570, ex quibus ſequerentur milliaria 28500. Vult autem Ricciolius eſſe milliaria Italica 29880 atque ita Eratoſtenis obſervationem ad ſuas accommodat.

Poſſidonii praxis vix à ſuperiori differt; niſi quòd per ſtellas perficiat, quod illa per ſolem exequitur. Similiter enim ſeligit duas urbes ſub eodem meridiano poſitas, Rhodum, & Alexandriam. Stellam autem Canobum adhibet, quæ Rhodi ita ſtringebat horizontem ut ſtatim occideret; at Alexandriæ quadrageſimâ octavâ parte circuli, ſeu gradibus $7\frac{1}{2}$; intervallum itinerarium eſt ſtadiorum 5000. Quibus cognitis ita inſtituitur demonſtratio.



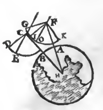
Sit terra LM centrum q, L ſit Rhodus, & M Alexandria ſintque radii LN, MO tendentes ad eandem ſtellam, qui ob immenſam ſtellæ diſtantiam ſunt paralleli eritque LN horizon Rhodius tangens

tangens terram in L, ducatur linea qL, eritque qLN angulus rectus. Ducatur per M horizon Alexandrinus MP, & pariter angulus qMR rectus erit.

Demonſtr. Cùm angulus OMP ſit 7 graduum cum dimidio, angulus NRM illi alternus, (*per* 27. 1. *Eucl.*) illi æqualis, erit totidem graduum. Sed anguli NRM, MRL (*per* 13. 1. *Eucl.*) ſunt duobus rectis æquales. Item in quadrilatero LRMq, cum omnes anguli ſint quatuor rectis æquales, reſolvi enim poteſt in duo triangula, & anguli in L & M ſint recti (*per* 18. 3. *Eucl.*) erunt anguli q & LRM duobus rectis æquales, ſicut LRM, & NRM; & ſubducto communi LRM, erunt anguli q & NRM æquales: ergo angulus q & arcus LM ejus menſura obtinet 7 gradus cum dimidio. Si ergo 5000 ſtadia multiplices per 48 habebitur telluris ambitus 240000.

Hæc praxis deficit primò quòd iter inter Rhodum, & Alexandriam interjectum cum ſit maritimum, ſub manſurationem exactam non cadat. Secundò nulla fuit habitu ratio refractionis quæ propè horizontem eſt maxima. Tertiò dicunt nonnulli canobum non videri niſi ex locis elevatioribus inſulæ Rhodi, quæ antem ita videntur ſunt infra horizontem.

Poterat Poſſidonius uti quâcumque ſtellâ etiam elevatiore, & quæ conſequenter refractionem omnem reſpuiſſet. Immò à ſole, ſi modo eodem die ejus altitudo meridiana obſervetur: differentia enim altitudinum fuiſſet numerus graduum inter Rhodum & Alexandriam interceptus. Sint enim duo loca A & B ſub eodem meridiano ſita.



In utroque applicentur quadrantes CDB, FGA ſitque FG horizontalis in A, & DC in B ejuſdemque ſyderis elevatio obſervetur; nempe videatur idem ſydus per lineas CE, FO, parallelas. Ducatur FI parallela lineæ DC, & FK, lineæ CB.

Demonſtratio. Cùm IF, FO, lineis DC, CE ſunt parallelæ, erunt anguli DCE, IFO æquales; ſed angulus DCE eſt elevatio ſyderis in loco B, angulus IFO eſt elevatio ſyderis in loco A; ergo arcus GI eſt differentia, cui æqualis eſt arcus AK. Cùm enim GA, IK ſint quadrantes, ablatò communi IA, reſtant GI, AK æquales. Eſt igitur AK ſeu angulus AFK, cui æqualis alternus AHB, in parallelis, ſeu arcus AB; ergo differentia elevationum in duobus locis, æqualis in gradibus diſtantiæ locorum. Ut ſi verbi gratiâ in uno elevatio ſyderis eſſet 30, in alio 35; arcus inter ea loca interceptus foret quinque graduum. Supponantur eſſe trecenta milliaria, fiat regula trium: ſi 5 gradus dent milliaria 30, quot dabunt 360 gradus.

Quia tamen difficile eſt ut duæ urbes eidem meridiano præcisè ſubjaceant, Villebrordus Snellius duas quaſcumque urbes aſſumit, nempe Almariam, & Bergam ad Zomum.

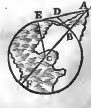


Sit ergo AB meridianus Almariæ, B Almaria, cujus elevatio poli eſt 52 gr. min. $40\frac{11}{2}$, & diſtantia à polo A grad. 37. $19\frac{1}{2}$ ſit E Berga ad Zomum, Elevatio poli 51.29. & complementum ſeu diſtantia à polo nempe arcus AE 38.31. ducatur arcus BE, ſed obſervetur angulus poſitionis CBE, gr. 11. min. 26. In triangulo ABE, datis tribus, nempe arcubus AB, AE, & angulo ABE, 168.34, innoteſcit per trigonometriam arcus BE gr. 1. min. 13. ſed intervallum itinerarium BE inventum fuit pedum Rynlandicorum 416520; factâque regulâ trium, inveniuntur in uno gradu milliaria Rynlandica $68\frac{2}{3}$.

Quam operationem jure reprehendit Ricciolius, quòd multiplicem triangulorum ſolutionem adhibuerit, ut cognoſceret ſpatium BE, uſuſque ſit ad cognitionem angulorum, quadrantibus nimis parvis. Debuerat autem Snellius realiter percurrere ſpatium BE.

PROPOSITIO XXXV.

Metiendi ambitûs terreſtris praxes à cœlo non dependentes.



Hæc praxis eſt Maurolyci. Sit igitur cognita montis altitudo AB, obſerveturque ex puncto A angulus BAE, ultimi viſûs, ita ut linea AE tangat terram in E. Intelligatur ex centro eius C, ducta CE, item BD perpendicularis ad AC cum ambæ BD, DE ſint tangentes, erunt æquales. In triangulo ABD.

Dato angulo DAB, obſervato, & angulo recto B, item altitudine montis AB, quam ſuppono cognitam eſſe, innoteſcent latera AD, BD; & cùm BD, DE ſint oſtenſæ æquales, dabitur tota AE. Sed (*per* 37. 3. *Eucl.*) quadratum tangentis AE, æquale eſt rectangulo comprehenſo ſub AB, AF; quare ſi dividas quadratum ex AE, cognitum, per AB montis altitudinem, quotiens erit linea AF. Ex

Ex quâ ſi auferas altitudinem AB, reſtabit diameter terræ BF. Secundùm hanc methodum invenit Maurolicus diametrum terræ continere paſſus Geometricos 6745454 $\frac{1}{4}$ ſeu milliaria 6745 $\frac{2}{5}$ in diametro, ſeu in circumferentia 21200, & pro uno gradu terræ milliaria 59 fere.

Alio item modo faciliori idem præſtare poſſumus. Sit data altitudo AB paſſuum 480 & angulus BAE ultimi viſus graduum 88. min 37. cumque angulus E rectus ſit, erit angulus C anguli A complementum grad. 1. min. 23. Quæratur ſecans anguli unius gradus, & 23 min. quæ erit 10002915, à qua ſi auferas ſinum totum 10000000, reſtabit 2915, fiat ergo ut 2915 ad 10000000 ſinum totum, ita altitudo AB 480 ad BC 1646670, eritque eius duplum 3293340. Quod exempli tantum causâ refero.

Hunc modum reprehendit P. Ricciolius, quòd in eo nulla refractionis ratio habeatur. Videretur tamen refractio non pertimeſcenda, cùm tam montis cacumen, quàm ſuperficies maris quæ reſpicitur, in Athmoſphærâ inveniantur, atque adeo non fiat mutatio medii, qualis accidit dum ab æthere puriori in athmoſphæram incurrunt ſyderum radii. Contendit tamen idem Ricciolius athmoſphæram ipſam non eſſe uniformem, ita ut prope terras ſit craſſior, quàm in montis cacumine, & in eam rem affert experimentum quòd ſuperficies ultima telluris ex determinato loco viſa, aliquando altior aliquâ arbore, & aliquando depreſſior ſpectaretur. Idem experti ſumus in cacumine montis qui altior videbatur mane quàm de meridie: opus tamen eſſet adhibere inſtrumenta ut determinaretur quantum vitii ex hac refractione timendum eſſet. Omnes modi terreſtres huic vitio ſunt obnoxii, atque adeo cœleſtes ſunt exactiores, eò quòd ſyderum obſervationes ſeligi poſſunt quæ ſint extra refractionis aleam.

PROPOSITIO XXXVI.

Conſtituitur magnitudo Terra.

Occurrit primò controverſia inter Snellium & Ricciolium componenda. Invenit ergo Snellius in uno gradu terræ pedes Rynlandicos 342000, ſeu milliar. 68. qui ut reducantur ad pedes Riccioli, nempe ut melius concipiatur diſſidium; ſciendum eſt pedem Veſpaſianeum quo utitur Ricciolius ad Rynlandicũ ſe habere ut 1200 ad 1218, eſt enim minor; quare in uno gradu terræ ſecundum Snellium erunt pedes Veſpaſiani 347130 ſeu milliaria 69, & paſſus 426, ex pedibus ſcilicet Veſpaſianeis compoſita.

Pater autem Ricciolius contendit inveniri milliaria Veſpaſianea in uno gradu terræ 80, & aſſerit ſe in pluribus inveniſſe 81, & Snellius ponit 69 $\frac{1}{2}$ fere. Diſſidium obtinet octavam fere partem, Snellius unicam tantum obſervationem fecit, in ſpecimen artis, nempe coram ſuis ſcholaſticis, fuit item intricatiſſima, nempe multiplici triangulo Geodetico, cujus anguli determinati non fuerant ſatis accuratè.

Pater Ricciolius per undecim annos huic operi incubuit repetitis obſervationibus, & adhibitis quibuſcumque cautionibus. Quare puto unicam obſervationem, tot aliis, & toties repetitis non debere derogare. Ponit ergo Ricciolius in uno gradu terræ milliaria Veſpaſianea 80.

Hæc obſervationum diſcrepantia nonnullis ſuſpicionem fecit, tellurem non omnino ſphæricam eſſe, ſed ſphæroidem ellypticam, ita ut verſus polos in minorem circulum; ſed opus eſſet pluribus obſervationibus ad id perſuadendum.

Litem hanc videntur dirimere Pariſini; obſervarunt autem in uno gradu terræ eſſe exapedas 57060, ſeu pedes Pariſienſes 342360, & paſſus 68472; pes autem Pariſienſis ſe habet ad Bononienſem ut volunt ſicut 1440 ad 1686, quare paſſus Pariſienſes 68472 efficiunt paſſus Bononienſes 58482.

Pater autem Ricciolius invenerat in obſervatione minima paſſus Bononienſes 63159, defectus eſt 4677, nempe decima tertia pars qui defectus ferri non poteſt.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Reductio magnitudinis terra ad commodiores menſuras.

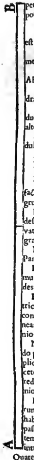
Commodiſſima erit menſura, ſi in uno gradu terræ 60 milliaria ponamus, milliare continens mille paſſus, ſeu pedes 5000. Si unum minutum gradus 83 pedes $\frac{1}{3}$ efficiunt unum minutum ſecundum, ſed in tali caſu pes quo uremur tanquam menſurâ, quem propterea pedem Geometricum nuncupabimus, major erit pede Veſpaſianeo Riccioli, & ſicut ſe habent 80 milliaria ad 60, nempe ut 4 ad 3, ita reciprocè ſe habere debet pes quo utimur ad pedem Romanum Veſpaſianeum; igitur ſi tertiâ parte pedem Riccioli augeamus, habebimus pedem Geometricum. Se habebit ergo pes Romanus Veſpaſianeus ad pedem Geometricum ut 1200 ad 1600.

Pendulum autem cujus longitudo pedem Veſpaſianeum adæquat in una hora perficit vibrationes. . . . . quare pendulum cujus . . . .

Sed eundem pedem ita cum Domino Mouton determinabimus. Pater Ricciolius miſit ad Dominum Mouton pedem Bononienſem in ære inciſum. Obſervavit autem idem Ricciolius in uno gradu terræ eſſe pedes Bononienſes 315790, & cum velimus in quolibet gradu terræ milliaria 60, quodlibet milliare Geometricum continebit pedes Bononienſes 5363, pollices 7, ſeu paſſus 1072, pedes 3, pollices 7, hanc ſummam 5363 $\frac{7}{12}$ ſi dividamus per 5000, quot ſunt pedes Geometrici in uno milliari, habebimus pedem Geometricum continere unum pedem Bononienſem, lineas 10 $\frac{16}{17}$ Ex quibus habebimus pedem Geometricum ſe habere ad Bononienſem ut 1072 ad 1000.

Hîc exhibemus ſemipedem Geometricum nempe lineam AB, quæ decies repetita paſſum Geometricum efficit. Quia autem menſuræ alterari poſſunt, pendulum longitudinis virgæ ſeu paſſus Geometrici compoſuit; nempe quòd ita ſe haberet ut à puncto ſuſpenſionis, ad centrum globuli plumbei decies contineret lineam AB, invenitque tale perpendiculum abſolvere intra ſemihoram vibrationes ſimplices 1252, & conſequenter perpendiculum cujus longitudo AB vibrationes ſimplices abſolveret, intra ſemihoram 3959 $\frac{1}{5}$; quod & experientiâ, & calculo comprobavit.

Calculo cùm viderimus in ſtatica, longitudines



pendulorum ſe habere ut quadrata, & tempora ut radices.

Fiat ergo ut longitudo lineæ AB 1

Ad longitudinem paſſus Geometrici, quæ eſt 10.

Ita quadratum vibrationum paſſus Geometrici 1272, nempe 1567504

Ad quadratum vibrationum ſemipedis AB 15675040.

Cujus numeri ſi extrahatur radix quadrata, prodibit numerus $3959\frac{1}{5}$.

Pariter cognito numero vibrationum duorum pendulorum, & longitudine unius, alterius longitudinem inveniemus.

Si fiat ut quadratum vibrationum penduli B

Ad quadratum vibrationum penduli A.

Ita longitudo penduli A.

Ad longitudinem penduli B.

Videamus jam an hæc cum obſervatione facta à Pariſienſibus Mathematicis, congruat.

Invenerunt autem Exapedas Pariſienſes deſumptas ex modulo pedis Parienſis aſſervati in magno *Chaſtelet* 57060 deberi uni gradui terræ.

Nempe in uno gradu terræ eſſe pedes Pariſienſes 342360.

Et dividendo per 60 ut minutum efficiamus, unum milliare terreſtre continere pedes hujuſmodi Pariſienſes 5706.

Et dividendo per 1000 paſſum Geometricum, ſeu virgam Geometricam terreſtrem, continere pedes Pariſienſes 5, digitos 8, lineas $5\frac{1}{11}$ & reducendo ad ſemilineas invenio 1643.

Notarunt item pendulum cujus longitudo pedum 3, & linearum $8\frac{1}{2}$ habere ſimplices vibrationes unius ſecundi, ſeu efficere vibrationes 1800 intra ſemihoram, & reducendo eius longit. ad ſemilineas, invenio 881.

Habemus ergo longitudinem pendulorum duorum, & vibrationes unius, quare haberi poteſt longitudo alterius, & invenio paſſum Geometricum terreſtrem continentem pedes 5, digitos 8, lineas $5\frac{1}{2}$ efficere intra ſemihoram vibrationes 1318.

Quare paſſus Geometricus terræ proveniens ex obſervatione Pariſienſi, minor eſt eo quem ſupra poſuimus, qui intra ſemihoram perficiebat vibrationes ſimplices 1272.

Quare ſi fiat regula ſuperior paſſus Geometricus ex obſervationibus Patris Riccioli proveniens, ſe habet ad paſſum Geometricum terræ inventum per hanc obſervationem ut 1000 ad 932, nempe hic ſecundus deficit à primo paulò plus quàm decima quintâ parte. Snellius autem deficiebat fere octavâ parte.

Quare hæc determinatio fere media eſt præcisè inter Snellianam, & Ricciolianam; ſi nempe loco, decimæ quintæ partis decima ſexta tantum auferretur.

Quamvis in hac ultima obſervatione videam adhibitas eſſe eas omnes cautiones, quæ ſecundum locorum circumſtantias adhiberi potuerunt, nonnihil tamen diſplicuit triangulorum tredecim ſolutio, & quod prima baſis & quaſi fundamentum totius operationis, nempe id quod actu dimenſum fuit, exapedas tantum 5663 continuit.

Ego vero exiſtimo quod ſine tanto labore exactius haberetur telluris dimenſio, ſi nempe fieret machina duabus rotis majoribus conſtans, verbi gratia quinque aut 6 pedum, cujus circumvolutiones numerarentur, vel ab aliquo numeratore, vel etiam additis rotulis, & indicibus, qui eas indicarent: ſeligereturque in Gallia aliquis tractus terræ planus ad ſenſum ſatis magnus exiſtimo rem facilius, & ſine ulla erroris ſuſpicione conſtitui poſſe; & quidem ſine tanta triangulorum multiplicatione. Neque verò curandum multum eſſet etiamſi via nonnihil inæqualis foret; communiter enim viæ declives per quas aſcendere poſſunt currus, vix habent unum digitum aſcenſus in ſingulos pedes, nam aſcenſus ſeſquipedis in ſingulos pedes, vix ferri poteſt. Ponatur ergo linea AC inclinata, & linea AB horizonta-



lis, ſit linea AB duodecim digitorum, eritque quadratum eius 144, quadratum AB erit 145, ſe habet AC ad AB ut radix quadrata 125 ad radicem quadratum 124, quæ eſt or 249 ad 248, circiter, nempe unâ ducenteſimâ quadrageſimâ octavâ parte.

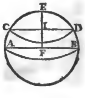
PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Reliquas terræ dimenſiones lineares determinare.

Conſtitutâ ſemel magnitudine unius gradûs terræ, nempe quòd contineat milliaria 60, facilè totum telluris ambitum determinabimus, nempe 21600 milliariorum Geometricorum, ſeu Leucarum Geometricarum 7200.

Cùm viderimus in Geometria practica ita eſſe circumferentiam ad diametrum proximè, ut 223 ad 71, ſi ita faciamus 21600 ad 6877, habebimus diametrum terræ milliariorum 6877, ſeu leucarum $2192\frac{1}{3}$. Quare ſemidiameter terræ eſt leucarum $1096\frac{1}{6}$; quæ leucæ non ſunt Pariſinæ, ſed Gallicæ communes.



Si quis deſideret, aut diametrum, aut circumferentiam cujuſlibet paralleli terræ, ita operabitur. Quæratur verbi gratia diameter paralleli CD, cujus declinatio AC complementum declinationis eſt CE. Fiat ergo,

Ut ſinus totus,

Ad ſinum complementi declinationis,

Ita

Ita diameter terræ
Ad diametrum paralleli;
Vel ita ambitus terræ
Ad ambitum, ſeu circumferentiam paralleli.
Vel ita unus gradus terræ,
Ad unum gradum paralleli.
Nam ſemidiameter paralleli eſt ſinus complementi declinationis ejuſdem paralleli, ut manifeſtum eſt ex figura.

Eſt autem diameter ad diametrum, ut circumferentia, ad circumferentiam, & gradus, ad gradum.

Ex quibus facilè tabulam conficies, continentem milliaria unius gradus in quocumque parallelo.

Æquator.	Milliaria unius gradus 60 mil. min.	Milliaria totius diametri 6877.	Milliaria circumferentiæ 21600.	Paralleli.	Milliaria uniu. gr.	Milliaria diametri.	Milliaria circumferentiæ.
1	59. 56			46	41. 40		
2	59. 55			47	41. 0		
3	59. 52			48	40. 8		
4	59. 50			49	39. 16		
5	59. 46			50	38. 32		
6	59. 40			51	37. 44		
7	59. 37			52	37. 0		
8	59. 24			53	36. 8		
9	59. 12			54	35. 26		
10	59. 4			55	34. 24		
11	58. 52			56	33. 42		
12	58. 40			57	32. 40		
13	58. 28			58	31. 48		
14	58. 12			59	30. 56		
15	58			60	30. 0		
16	57. 40			61	29. 4		
17	57. 20			62	28. 8		
18	57. 4			63	27. 12		
19	56. 44			64	26. 16		
20	56 24			65	25. 20		
21	36. 0			66	24. 24		
22	55. 36			67	23. 28		
23	55. 12			68	22. 32		
24	54. 48			69	21. 32		
25	54. 24			70	20. 32		
26	54. 0			71	19. 32		
27	53. 28			72	18. 32		
28	53. 0			73	17. 32		
29	52. 28			74	16. 32		
30	51. 56			75	15. 32		
31	51. 24			76	14. 32		
32	50. 52			77	13. 32		
33	50. 20			78	12. 32		
34	49. 44			79	11. 28		
35	49. 8			80	10. 24		
36	48. 32			81	9. 20		
37	47. 56			82	8. 20		
38	47. 16			83	7. 20		
39	46. 36			84	6. 12		
40	46			85	5. 12		
41	43. 16			86	4. 12		
42	44. 36			87	3. 12		
43	43. 32			88	2. 4		
44	43. 8			89	1. 4		
45	42. 24			90	0.		

PROPOSITIO XXXIX.

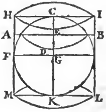
Problema.

Determinare dimenſiones telluris ſuperficiales.

Superficies maximi terræ circuli facilè habetur (*per* 23. *libri* 2 *Geometriæ practicæ*) nempe ſi multiplices ſemicircumferentiam 10800 per ſemidiametrum, nempe per 3438$\frac{1}{2}$ exurget ſuperficies maximi circuli milliariorum quadratorum 37135800.

Et tota globi terraquei ſuperficies eius quadrupla erit 148543200. Oſtendimus enim (*in* 43. *libri* 2. *Geometriæ*) ſuperficiem maximi circuli in ſphæra eſſe quadruplam ſuperficiei maximi circuli.

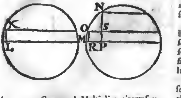
Si quis deſideret metiri ſuperficiem ſegmenti ſphæræ, verbi gratia ABCD, multiplicet maximi



terræ circuli aream per lineam CF, quæ eſt ſinus verſus arcus AC, cujus ſinus rectus AF eſt ſemidiameter circuli ADB, baſis illius ſegmẽti, & hoc (*per coroll.* 1 43. *libri* 3. *Geometr.*) in qua oſtendimus ſuperficiem ſegmenti ACB æqualem eſſe ſuperficiei cylindricæ ejuſdem altitudinis, cujus baſis HI æqualis eſſet maximo ſphæræ circulo.

Ut ſi ſcire velis ſuperficiem zonæ frigidæ ACB, quod nempe contineat milliaria quadrata, ita ratiocinaberis. Arcus AC eſt graduum 23$\frac{1}{2}$, & AE eius complementum 66$\frac{1}{2}$, cujus ſinus rectus FG eſt 9706, qualium ſemidiameter GC eſt 10000. Quare ſi 9706 auferas ex 10000 reſtabit FC 8294. Si ergo ſemidiameter 10000 dat FC 8294, ſemidiameter terræ milliariorum 3438$\frac{1}{2}$, dabit FC 285 milliariorum. Multiplica circumferentiam maximi circuli terræ 21600 per FC 285, & exurget ſuperficies zonæ frigidæ 6156000 milliariorum quadratorum.

Semizonæ torridæ ſuperficiem ita metieris



(*per* 44. 3. *Geometr.*) Multiplica circumferentiam maximi terræ circuli per ſinum LK graduum 23$\frac{1}{2}$ in milliaria reductum, & id quod exurget erit numerus milliariorum quadratorum in ſemizona torrida contentorum.

Superficiem zonæ temperatæ NO ita habebis. Arcus MN eſt graduum 66$\frac{1}{2}$, ex cujus ſinu NP 91706 auferes SP, ſeu OR ſinum graduum 23$\frac{1}{2}$, nempe 39874, reſtabit NS, 51832 quæ reduci debet in milliaria hoc modo. Si 100000 dat 51832, ſemidiameter terræ in milliaribus 3438$\frac{1}{2}$ quid dabit, & per hunc quartum numerum multiplica circumferentiam maximi circuli terræ, nempe 21600, & habebis ſuperficiem zonæ temperatæ.

PROPOSITIO XL.

Problema.

Determinatio ſoliditatis terræ.

Soliditas totius telluris facilè habebitur (*ex propoſitione* 13. *libri* 4. *Geometriæ*) in qua oſtendimus cum Archimede, cylindrum ſphæræ circumſcriptum, eſſe quoad ſoliditatem, illius ſeſquialterum; hoc eſt ſe habere ad ſoliditatem ſphæræ ut 3 ad 2. Haberetur autem facilè tota ſoliditas cylindri circumſcripti, ut in figura penultima cylindri KL ſi aream baſis HI multiplicaremus per eius altitudinem, nempe diametrum CK; Ergo habebitur ſoliditas ſphæræ, ſi area maximi circuli multiplicetur per duas tertias diametri. Diameter terræ eſt milliariorum 6877, duæ eius tertiæ efficiunt milliaria 4584$\frac{2}{3}$, area maximi circuli terræ eſt 37135800; Fiat multiplicatio, habebiſque pro ſoliditate terræ milliaria cubica 170249075100.

Cæteræ menſuræ (*ex propoſitionibus libri quarti Geometriæ practicæ*) peti debent. Quare ſi ſcias quot libras pendat pes terræ cubicus, facilè dicere poteris totum pondus terræ.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Magnitudo terræ reſpectiva. Tellus eſt inſtar puncti reſpectu firmamenti.

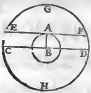
Quamvis hæc propoſitio deduci potuerit (*ex propoſitione octavâ,*) in qua locum telluris conſtituimus, cùm demonſtrationes ibi allatæ poriori jure oſtendant terram eſſe inſtar puncti reſpectu firmamenti, ut tamen id manifeſtiùs appareat, hanc demonſtrationem ſubjungo.

Terram eſſe inſtar puncti reſpectu firmamenti, eſt terræ ſemidiametrum non habere ſenſibilem aliquam rationem cum ſemidiametro firmamenti, ſed tellus ita ſe habet: ergo tellus eſt inſtar puncti.

Sit enim tellus AB, per cujus centrum B intelligatur planum CBD, quod ex Theodoſio cœlum ſecabit in duo hemiſphæria æqualia. Cùm tellus ſupponatur eſſe in eius centro, ducatur per ſuperficiei punctum A, aliud planum EF priori parallelum.

Demonſtr. Si telluris ſemidiameter haberet ſenſibilem rationem cum ſemidiametro firmamenti, pars eius EGD ſupra horizontem ſenſibilem poſita, eſſet multò minor eius parte EHF, infra eundem horizontem deliteſcente; ſed hoc eſt falſum.

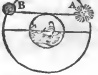
ſum. Si enim in ſphæra recta in qua circulus CGD eſt æquator, ſtella quæ oritur in E, & oc-



cidit in F minori tempore videretur ſupra horizontem quàm deliteſceret infra horizontem; quod eſt contra experientiam, nam io regionibus æquatori ſuppoſitis aſtra quælibet tanto tempore apparenr quanto infra horizontem latenr.

Secundò, In qualiber ſphæra, ſi duæ ſtellæ ita diſpoſitæ ſint, ut diametraliter opponantur, unâ occupante horizontem orienialem, alia erit in occidentali, & viciſſim; ſed id noo accideret tiiſi horizon ſenſibilis divideret bifariam cœlum, non divideret autem bifariam, ſi ſemidiameter terræ haberet ſenſibilem rationem cum ſemidiametro firmamenri, ergo non habet.

Aliud ſignum quòd telluris ſemidiameter non habeat ſenſibilem rationem, etiam cum diſtantia



ſolis, & lunæ, petitur ex Eclypſi lunari horizontali. Obſervatum enim eſt ſæpiſſimè utrumque luminare ſupra horizontem, etiam dum lnoa Eclypſin patitur; ſed id non accideret, ſi terræ ſemidiameter notabilem baberet rationem cum diſtantia ſolis, & lunæ à terra.

Demonſtr. Ponatur ſol eſſe in puncto A, & luna Eclypſin patiens in B, ita ut utrumque ſidus ſupra horizontem ſenſibilem appareat; ſitque Eclypſis centralis, hoc eſt centra ſolis, lunæ, & terræ ſint in eadem linea recta. In tali caſu non poſſunt centra ſolis, lunæ, & terræ eſſe diametraliter oppoſita, niſi ea ſint in linea recta tranſeunte per centrum terræ; ſed centra lunæ, & ſolis ſunt etiam in horizonte ſeoſibili A B, ergo horizon ſenſibilis AB ſenſibiliter coincidit cum plano per centrum terræ tranſeunte. Scio in luna poſſe deeſſe unum gradum, & refractionem aliquid efficere, ſeu attollere nonnihil, hoc tamen, ita parum efficit, ut vim demonſtrationis non infringat. Conſentit opinio communis quæ lunam à terra removet 50 ſemidiametris terræ, ſolem 1200. Ricciolius 7000.

Confirmatur experientia horologiorum Sciatericorum, quæ ita conſtruuntur ac ſi centrum cœli eſſet extremitas ſtyli, neque tamen ullam propterea animadvertimus differentiam notabilem; quam tamen animadverteremus ex horologiis noſtris automatis, præcipuè iis quæ pendulo reguntur; quæ ſi duobus conſequentibus diebus, cùm meridie ſolari conveniant, in aliis etiam horis, à ſolis hora in horologio ſciaterico indicata non aberrabunt; ergo ſenſibiliter extremitas ſtyli pro vero telluris ceotro aſſumi poteſt.

Cleomedes Græcus author in ſuis Meteoris capite 11. hanc propoſitionem bene explicat.

Et primò qoidem dubitationi occurrit, quæ prima exoritur; nempe quomodo tellus cum tanta ſit, puncti rationem habere poſſit. Dicit ergo quòd ſicut cupa aquæ, quæ centena millia continet, in ſe conſideratâ, magna videtur, ſed cum Nilo comparata, aut cum mari, eſt nihili, ita tellus. Nam ſol ipſe qui tellure multò major eſt, pedalis apparet; ergo concludit quod ſi in ſole eſſemus tellus non videretur, etiam ſi fulgorem ſoli æqualem baberet: multò minus ſi ad ſtellas uſque transferremur, quarum multæ majores ſunt terra.

Deinde affert conjecturas. 1. Eſt ſtellæ ex omni parte ſuperficiei terræ æquales apparenr. 2. Sex ſigna zodiaci ſemper apparenr ſupra horizontem. 3. Duæ ſtellæ oppoſitæ è diametro, nempe in Scorpione, & Tauro, ita ſe habent ot unâ occidente alia oriatur. 4. Ex horologiis Sciatericis, quorum quodlibet pro centro ſphæræ ſuppooit apicem ſtyli. Oſtendit tamen tellurem eſſe inſtar puncti ad ſolis altitudinem, non autem ad lunæ diſtantiam; quod manifeſtum redditur præcipuè ex Eclypſi ſolari, quæ alicubi totalis eſt, alibi nulla; quod non eveniret, ſi ad lunæ diſtantiam tellus rationem puncti haberet. Denique aliquibus ſatisfacit objectionibus. Prima eſt quòd ſi elevetur oculus ſupra ſuperficiem terræ, aliqua videat ſub horizoote, quæ prius non videbat, ergo ab aliqua parte terræ, non dividitur cœlum in duas partes æquales. Reſpondet id provenire ex terræ rotunditate, quæ facit ut lineæ tangentes terram in pluribus locis non ſint parallelæ, atque adeo ad alia firmamenti puncta dirigantur. Quodcumque igitur planum in tellure produces uſque ad cœlum, illud dividet in partes æquales. Quod ſi ex loco altiori hinc inde reſpicias, non fiet unicum planum, ſed conus aliquis, cujus apex in oculo, ut explicuimus cum de horizonte ſenſibili egimus. Objicit item quòd ſol æſtate ad nos accedat, majoremque calorem producat; quod ſi tellus eſſet punctum reſpectu telluris, non eſſet acceſſus ullus ſenſibilis. Reſpondet majorem illum calorem, non provenire ex majori acceſſu ſolis ad nos, ſed ex acceſſu ad noſtrum zenith, ex qoo ſeqoitur, radios excipi magis perpendiculariter quod majorem calorem producit.

GEOGRAPHIÆ UNIVERSALIS LIBER SECVNDVS.

Affectiones telluris eius rotunditati à Septentrione in Auſtrum Affixæ.

TELLVREM Sphaericam eſſe ſupra ſatis evidenter demonſtravimus. Reſtat ut quanam ex hac figura conſequantur proprietates, ſuppoſito tamen utroque motu ſolis, diurno, & annuo, in reliquo tractatu aperiamus. Quia autem corpus ſphaericum in omnem partem aequaliter in orbem diffunditur, placuit in hoc libro tellurem conſiderare quatenus à Septentrione in Auſtrum rotunditatem habet, ejuſque affectiones explicare qua, cum ea ſic conſiderata connectuntur. In ſequenti verò libro eas proprietates enucleabimus qua tellurem, ut rotundam ab ortu in occaſum comitantur.

PROPOSITIO I.

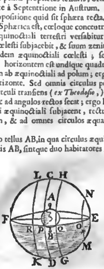
Theorema.

De Sphara rectâ.

Diviſio ſphæræ in rectam, obliquam, & parallelam, eſt prima proprietas telluris, orta ab eius rotunditate à Septentrione in Auſtrum. Explico in hac propoſitione quid ſit ſphæra recta.

Tellus Sphærica eſt, cœloque concentrica, ergo qui in æquinoctiali terreſtri verſabitur, æquinoctiali cœleſti ſubjacebit, & ſuum zenith habebit in eodem æquinoctiali cœleſti; ſed tam à zenith ad horizontem eſt undique quadrans circuli, quàm ab æquinoctiali ad polum; ergo polus erit in horizonte. Sed omnis circulus per polos alicujus circuli tranſiens (*ex Theodoſio*,) eum & bifariam & ad angulos rectos ſecat; ergo horizon eorum qui æquinoctiali ſubjacent, rectus eſt ad æquatorem, & ad omnes circulos æquatori parallelus.

Sit ergo tellus AB, in qua circulus æquinoctialis terreſtris AB, ſintque duo habitatores A, & B,



quorum vertices ſint in æquatore cœleſti, nempe in punctis C & D. Cùm à zenith C ad horizontem ſit undique quadrans circuli, erunt arcus CE, CF quadrantes, & horizon erit circulus FE. Aliunde etiam ab æquatore C D ad polum, eſt quadrans; ergo poli erunt puncta E, F; horizon igitur eorum qui in æquatore terreſtri habitant tranſit per polos E, & F, ergo (*per 8.1.Theodoſii*) ſecat perpendiculariter & bifariam æquatorem, & omnes parallelos æquatori, quos nempe ſol deſcribit motu diurno, ut tropicos, & parallelos deſcriptos à ſtellis.

Hæc diſpoſitio in qua horizon rectus eſt ad æquatorem, vocatur ſphæra recta, quòd horizon perpendicularis ſit, ad æquatorem: proptereaque horizon in ea vocatur rectus.

COROLLARIUM I.

Ex quo ſequitur quod ſol aſcendat rectà ſupra horizontem, hoc eſt circulus à ſole ſingulis diebus deſcriptus, nullo modo obliquos ſit ad horizontem; idem dicendum de circulis ſtellarum ut circulus M N deſcriptus à ſtellâ, nullam obliquitatem habet reſpectu FBE.

COROLLARIUM II.

In ſphæra recta perpetuum eſt æquinoctium, hoc eſt quemcumque parallelum ſol percurrat, ſive æquatorem C D, ſive tropicos G H, à KL, tantumdem manet ſupra horizontem ac infra horizontem, quia nempe horizon ſecat bifariam omnes circulos, per quorum polos tranſit: ergo cujuſlibet paralleli pars ſupra horizontem exiſtens eſt ſemicirculus, ad quem percurrendum 12 horas impendit. Item horizon coincidit cum circulo horæ ſextæ, quia nempe arcus C P ab horizonte ad meridiem eſt quadrans, & horizon tranſit per polos.

COROLLARIUM III.

Quælibet ſtella duodecim horis manet ſupra horizontem, & totidem infra; quia circuli à ſtella deſcripti pars ſupra horizontem poſita, eſt ſemicirculus; cum ergo intra 24 horas totum cœlum volvatur; & ſtella per hanc circumvolutionem circulum integrum deſcribat, intra duodecim horas ſemicirculum perficiet.

COROLLARIUM IV.

Omnis ſtella orietur, & omnis occidet; quia omnis ſtella, niſi in ipſo polo immobili verſetur,

circulum

circulum deſcribet ab horizonte bifariam ſe-ctum.

COROLLARIUM V.

Cùm ſol in zodiaco moveatur,& modo ad puncta æquinoctialia, modo ad puncta ſolſtitialia perveniat, aliquando motu diurno æquatorem deſcribet, aliquando tropicos. Dum percurret æquatorem, per zenith C tranſibit, in tropicis verò, hinc inde recedet à vertice C; in H & L gradibus ſcilicet 23½.

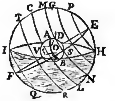
Hanc ſphæræ rectæ diſpoſitionem facilè in ſphæris armillaribus licebit intueri, aut in globis, ſi nempe polos ad horizontem transferas.

Item in mappis Geographicis univerſalibus, circularibus, ſi regulam materialem, quæ vices horizontis gerat, ita per centrum earum traducas, ut polum utrumque attingat, eandem ſphæræ rectæ diſpoſitionem,& horizontis recti, ad æquatorem & parallelos omnes habitudinem ſpectabis. Quod diligenter intueri debent Tyrones ut hæc melius imaginationi inſigantur.

PROPOSITIO II.

Theorema.

De ſphæra obliquâ.



Supponatur habitator æquatoris, qui nempe in ſuperiori figura erat in puncto A, ſuumque zenith habebat in puncto C, procedere verſus polum E, & perveniſſe ad punctum D, ducta ex centro terræ O per punctum D linea, attinget zenith G, & cum cœlo ſit tellus concentrica, erunt arcus AD, CG æquales. Item cùm à zenith ad horizontem ſit quadrans integer, neceſſariò horizon deprimetur infra polum E in H, & ex alia parte I, attolletur ſupra polum F.

Demonſtratio. Cum ab æquatore C ad utrumque polum E & F, ſit quadrans circuli, erunt arcus CE, CF quadrantes; ſed arcus GE minor eſt quàm CE, & arcus GF, major quàm CF; ergo arcus GE minor eſt quadrante, & GF major, ſed à zenith ad horizontem eſt præciſè quadrans: ergo horizon deprimetur infra polum E, & attolletur ſupra polum F.

In quo unum notandum eſt, mutationem nullam factam eſſe in polis, qui ſemper manent immobiles, & in eodem loco, ſed in zenith & horizonte; fit enim aliud zenih, & alius horizon.

Secundò, Cùm horizon non tranſeat per polos æquatoris, erit ad æquatorem obliquus, ex quo hæc ſphæræ diſpoſitio dicitur obliqua; quia æquator obliquè aſſurgit ſupra horizontem. Syderaque omnia quæ motu diurno deſcribunt circulos æquatori parallelos obliquè oriuntur,& occidunt.

Tertiò, In ſphæra obliqua omnes paralleli qui ab horizonte ſecantur, inæqualiter & non bifariam dividuntur, excepto æquinoctiali. Demonſtravit enim Theodoſius duos maximos circulos in ſphæra quales ſunt horizon, & æquator, ſe bifariam ſecare. Ex quo fit ut ſole æquatorem percurrente, in tota terra dies ſint noctibus æquales; Aliis verò tēporibus dies noctibus ſint inæquales. Quare dum ſol percurrit parallelos ad polum apparentem pertinentes, dies ſunt noctibus majores; ut quando deſcribit tropicum M N poſitum verſus polum conſpicuum E, pars tropici SM ſupra horizontem poſita, major eſt parte SN infra horizontem deliteſcente. Contra verò dum percurrit parallelos declinantes ab æquatore C L ad polum depreſſum F, verbi gratiâ, dum percurrit tropicum TR, noctes ſint diebus majores. Item paralleli magis ab æquatore remoti, ſeu polo viciniores, magis inæqualiter dividuntur.

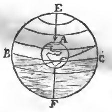
Quartò, In ſphæra obliqua aliquæ ſtellæ nunquam occidunt, aliæ non oriuntur. Illæ non occidunt à quibus deſcribuntur circuli infra horizontem non deſcendentes, talis eſt circulus HP, & alii omnes intra illum contenti. E contra verſus polum depreſſum F, aliquæ ſtellæ non oriuntur; illæ ſcilicet quarum circuli horizontem non attingent.

Hanc diſpoſitionem facilè in Sphæris Armillaribus aut globis exhibebis, ſi polum ab horizonte removeas, ſed minùs quam quadrante. Pariter ſi regulam materialem ita centro mappæ univerſalis adaptes, ut minùs quàm quadrante à polo abſit, receſſitas ſphæræ obliquæ proprietates licebit intueri.

PROPOSITIO III.

Theorema.

De ſphæra parallela.



Supponatur viator noſter, qui ab æquatore terreſtri digreſſus, verſus polum progreditur, tandem ad polum terræ A pervenit, ita ut polo cœleſti E ſubjaceat, & vertex eius cum polo congruat. Cùm à polo ad æquatorem BC, ſit undique quadrans, & pariter à zenith ad horizontem ſit undique quadrans, neceſſariò horizon, & æquator ita conveniunt, ut eundem circulum BC efficiant; ex quibus ſequentes proprietates oriuntur.

Primò, Cùm ſol per 6 menſes declinet ab æquatore BC verſus polum conſpicuum E, tanto tempore manebit ſupra horizontem, & cum per

alios

alios 6 menſes declinet ab æquatore ad polum conſpicuum F, toto illo tempore infra horizontem latebit. Annus igitur in ea regiooe unica eſt dies.

Secundò, Omnes circuli diurni quos ſol motu diurno, & communi deſcribit, cùm ſint paralleli æquatori, ſunt etiam paralleli horizooti. Singulis igitur diebus ſol deſcribit circulum horixonti parallelum, æqualiter toto die ab eo diſtat.

Tertiò, Quo die æquatorem deſcribit, oritur, incipitque apparere eius limbus, intereaque volvitur circa horixootem ſenſimque aſſurgit, ita ut intra horas 24 totus oriatur, idem præſtat dum ultimò apparet.

Quartò, Sydera, quæ in hemiſphærio boreali poſita ſunt nunqoam occidunt, ſed circulos horizonti parallelos deſcribuot. Qui in hemiſphærio Auſtrali, nunquam oriontur. Omnis circulus horarius eſt meridianus. Meridianus enim per polos mundi, & per xenith tranſit, ſed zenith cum polo congruit; ergo omnis circulus per polos ductus meridianus eſt, Omnes veoti ſunt Auſtrales, quia ab Auſtro omnes ſpirant.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

De latitudine terreſtris globi.

In omni ſuperficie duabus conſtante dimenſionibus, majorem, longitudinis nomine ſolemus appellare, minorem vero per latitudinem intelligimus. Ita dicimus aulam pedes 60 longam, latam vero triginta: quod in tellure metienda videntur oſurpaviſſe Geographi. Quamvis autem in ſuperficie ſphæricâ, undique æquabiliter fusâ, dimenſionum inæqualitas nullum habere locum videatur; ſi tamen non globum integrum terraqueum ſpectemus, ſed ſolum telluris tractum ab hominibus habitatum, aliquam inæqualitatem animadvertemus. Antiqui enim Geographi paucas admodum regiones notas habuerunt, & has ut plurimum in zona temperata boreali; zonam enim torridam, ſeu eas regiones quæ duobus tropicis continentur, ob nimium æſtum incolis carere, ſicut & zonas frigidas, polaribus circulis comprehenſas, ob nimium frigus inhabitabiles eſſe crediderunt. Quare reſtat xona temperata borealis, totam Europam comprehendens, partem Africæ, Aſiam minorem, Paleſtinam, Arabiam, Perſidem, Indiam; neque ulterius progreſſa fuerat Geographia. Has regiones ſi in mappa oniverſali inſpicias, videbis unam ejus dimenſionem à tropico cancri ad circulum polaré intra gradus 43 coarctari, aliam verò dimenſionem à Gadibus aut occidentaliores Africæ partes ad ultimos Indiæ fines ultra 140 gradus exporrigi. Jure ergo telluris cognitæ dimenſio, quæ ab Auſtro in Septentrionem ducitur, latitudo vocabitur. Quæ verò ab occidente ad orientem, nomen longitudinis babebit. Primam in hoc libro conſideramus ſecundam in ſequenti. Terminus hujus primæ dimenſionis non erit ipſe tropicus, ut initio potuit oſurpari, cùm zonæ torridæ regiones erant incognitæ, ſed ipſe æquator. Quia verò etiam nonnullæ regiones ad xonam frigidam pertinentes ſunt detectæ, in ipſo polari circulo non ſiſtemus; ſed ad polum uſque progrediemur. Latitudinis ergo terræ 90 gradus numerabimus, ab æquatore ſcilicet ad polum uſque boreum. Denique quia ſucceſſu temporis aliæ atque aliæ ultra æquatorem regiones detectæ ſunt, idem in hemiſphærio auſtrali præſtare cogimur; quod in boreali uſurpavimus, aliamque latitudinem aoſtralem numeravimus, 90 pariter gradibus conſtantem, ab æquatore ſcilicet ad polum uſque Antarcticum.

Hæc telluris dimenſio, quam latitudinem nominamus, in ſuos gradus 90 hinc inde dividitur, ot nempe ſingulas regiones io latitudinis gradu competenti collocemus.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Latitudo regionis.

Dum latitudinem regionis alicujus inquirimus, non inveſtigamus an hæc regio ſit lata, ſeu quænam ſit quantitas minoris eius dimenſionis, quod tamen verba ipſa ſignificare videntur, ſed inveſtigamus gradum latitudinis terræ, in quo ſita eſt talis regio; an ſcilicet proxima ſit æquatoris an verò ab eo remota; neque in caſſum id quærimus, cum pro varia ab æquatore diſtantia, varia etiam lucis, incrementa, aut decrementa pariatur, aliaſque habeat proprierates, quas præcipuè geographia conſideraт.

Latitudo igitur regionis, eſt gradus latitudinis terræ in quo poſita eſt ea regio; & cum numerationis terminus ab æquatore incipiat; latitudo regionis erit diſtantia regionis ab æquatore. Seu arcus meridiani illius regionis, ioter æquatorem, & eam interceptus. Hæc vel in tellure ipſa numerari poteſt, & ſic habebit pro initio numerationis æquatorem ipſum, & finem, ipſam regionem; eritque numerus graduum terreſtrium inter æquatorem terreſtrem, & regionem interceptorum. Si verò in cœlo ipſo eam numerare velis, erit arcus meridiani, inter æquatorem cœleſtem & verticem ſeu xenith regionis, interceptus. Sit ergo regio A, cujus zenith B, æquator cœleſtis CDE, æquator terreſtris ei ſubjectus ICK, poli cœleſtes S & R, poli terreſtres N, & P. Meridianus cœleſtis SBR, tranſiens ſcilicet per polos S & R, & per zenith B, Erit arcus AI, latitodo in tellure ſcilicet numerata, vel arcus BC, ſi numeretur in cœlo, ſint autem arcus AI, BC, ſimiles, hoc eſt æqualem numerum graduum continent. Latitudo duplex eſt; borealis, & auſtralis; regio omnis in hemiſphærio boreali ſita borealem latitudinem habet, quæ in auſtrali poſita eſt, auſtralem.



PROPOSITIO VI.

Theorema.

De elevatione poli.

Elevatio poli intelligitur in ordine ad horizontem, eſtque diſtantia poli ab horizonte, ſeu eſt Arcus meridiani, inter horizontem, & polum interceptus, ſive in cœlo ſive in tellure numeretur. Ut (*in præcedenti figurâ*,) ſit horizon habitantium in puncto A cœleſtis quidem FKH, terreſtris LOM, rationalis uterque, poli cœleſtes S & R, terreſtres N, P, erit elevatio poli meridiani cœleſtis arcus S H, aut arcus meridiani terreſtris M N.

Quantum polus conſpicuus attollitur ſupra horizontem, tantum polus oppoſitus infra horizontem deprimitur, ſeu arcus S H, F R; ſicut NM, LP, ſunt æquales. Axis enim S R lineam H F communem ſectionem meridiani, & horizontis in centro terræ interſecat, fiuntque anguli ad verticem oppoſiti æquales, quorum menſuræ ſunt arcus F H, S R.

PROPOSITIO VII.

Theorema

Elevatio poli, latitudini regionis æqualis eſt.

Sit in ſuperiori figura latitudo regionis B C, diſtantia zenith regionis A ab æquatore CDE, ſit item elevatio poli ſupra horizontem arcus H S, dico arcus BC, HS æquales eſſe.

Demonſtr. Cùm à zenith B ad horizontem F D H undique ſit quadrans, eo quòd zenith ſit horizontis polus, & horizon ſit circulus maximus, erit arcus HS quadrans circuli. Pariter cum poli mundi S & R ſint æquatoris circuli maximi poli, erit S C quadrans. Sunt igitur quadrantes BH, CS æquales, & ſubſtracto arcu BS utriſque communi, erit latitudo BC, æqualis altitudini poli S H.

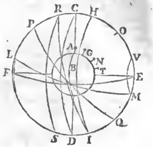
COROLLARIUM.

Altitudo æquatoris ſupra horizontem, complemento altitudinis poli, ſeu complemento latitudinis æqualis eſt. Arcus BS eſt complementum latitudinis BC ad quadrantem CS. Eſt item complementum altitudinis poli H S ad quadrantem H B: hoc eſt, ſi latitudo BC fuerit graduum 40, erit BS quinquaginta graduum, quia reſtant quinquaginta ut compleatur quadrans. Dico elevationem æquatoris FC, eſſe æqualem arcui BC: quia pariter arcus B F, C S ſunt quadrantes, & auferendo communem arcum BC, reſtant arcus F C, BS, æquales.

Ex hoc ſequitur quòd quò magis ab æquatore receſſeris, eò major erit altitudo poli; hoc eſt eò magis polus attolli videbitur, & æquator deprimi. Quò enim magis remotus fueris ab æquatore, eò major erit latitudo, ſed latitudini æqualis eſt elevatio poli, ergo & ipſa major erit; & cùm elevatio æquatoris ſit complementum latitudinis, aut elevationis poli, ipſa etiam minor erit.

Dixi videbitur attolli polus, & æquator deprimi, quia polus & æquator, immobiles perſiſtunt in eodem loco, totaque mutatio fit in horizonte. Quia tamen eundem reſpectum habemus ad horizontem novum, quem ad veterem habebamus, ideo eundem eſſe horizontem credimus, factamque eſſe mutationem in polis axe mundi & æquatore, in ordine ad horizontem; cùm tamen facta ſit mutatio in horizonte qui à polo receſſit ab unâ parte, & ad æquatorem acceſſit; vel ſi velis facta eſt mutatio in zenith, qui receſſit ab æquatore, & acceſſit ad polum; æquator ergo remotior à vertice factus videtur, ſeu depreſſior, & polus factus vertici propinquior, & ab horizonte remotior.

Quod ut oculis exhibeam. Sit tellus AB, æquator CD, horizon poli E, & F, ſitque habitator in



puncto A ſub æquatore, hic latitudinem nullam habet, ſeu verſatur in termino à quo numeratur latitudo, ſeu diſtantia ab æquatore; & cum altitudo poli æqualis ſit latitudini, nullam etiam habebit altitudinem poli, hoc eſt poli erunt in horizonte, & ab eo nullam habebunt diſtantiam. Procedat aliquis in G, erit latitudo arcûs GA, aut illi ſimilis HC, fietque novus horizon L M, eritque elevatio poli ME, æqualis latitudini CH; & cum vertex receſſerit ab æquatore, videtur æquator fieri vicinior horizonti LM: Si ulterius procederet fieret & major latitudo, majorque poli elevatio, minor æquatori. Si igitur qui eſt in G habuerit verticem in tropico HI, cùm diſtantia tropici ſit graduum $23\frac{1}{2}$ erit latitudo $23\frac{1}{2}$, eius horizon erit LM, & elevatio ME $23\frac{1}{2}$, & cùm circulus polaris deſcribatur ad illud intervallum, erit totus ſupra horizontem; eſt autem polaris circulus quem motu diurno deſcribit polus Eclypticæ, qui ſemel in die verſabitur in horizonte, & tunc Eclyptica quæ ab eo diſtat gradibus 90, tranſit per verticem H, eſtque ad horizontem recta.

Procedat ulterius in N, eritque vertex in O horizon Pq, latitudo OC, altitudo poli qE, altitudo æquatoris C P.

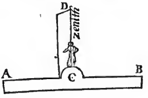
Pervenerit in T ita ut vertex ſit in V circulo polari, eritque horizon RI, totuſque tropicus H I erit ſupra horizontem; cum enim vertex diſtet à polo 23 gradibus cum dimidio, ſitque diſtantia verticis à polo, complementum elevationis, quod vidimus æqualem eſſe elevationi æquatoris ab horizonte, ſeu arcui RC, erit arcus RC graduum $23\frac{1}{2}$: & cum tantumdem tropicus diſtet ab æquatore, horizon R I attinget tropicum in R, & conſequenter attinget punctum oppoſitum, I in alio ſcilicet tropico HI, erit ergo totus tropicus HI ſupra horizontem, & alius RS totus

infra horizontem, atque adeo dum ſol deſcribet tropicum HI, non occidet; dum percurret tropicum RS non orietur.

Denique ſi viator noſter perveniret ad polum, ejus latitudo eſſet CE 90 graduum, & altitudo poli 90 graduum, ſeu polus eſſet in vertice. De huc caſu jam diximus ſuprà.

Totam hanc mutationem latitudinis, & elevationis poli videant Tyrones in globo; nempe removeant polum ſucceſſivè ab horizonte, donec cum vertice conveniat. Videbunt autem facilè quòd quò magis attolletur polus, eo magis æquator deprimetur. Obſervabunt item eam æqualitatem perpetuam elevationis poli, & latitudinis.

Eamdem obſervare poſſumus in mappa univerſali circulari, ſi in ejus centro affigatur regula



materialis, mobilis, quæ ſenſim removeatur à polis & quæ horizontem repræſentet. Facilius autem omnia exhibebit, ſi in medio tertium brachium perpendiculariter adjunctum habeat, quod verticem indicet, talis eſt regula AB, CD. Quod dixi de hemiſphærio boreali, auſtrali etiam applica. In iis enim regionibus quæ auſtralem habent latitudinem, polus auſtralis totidem gradibus ſupra horizontem aſſurgit.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Aſſignatæ in globo aut in mappa cujuſcumque regionis latitudinem determinare.

Ut melius cujuſcumque regionis latitudo cognoſcatur in globis terreſtribus, & mappis Geographicis, circulos æquatori parallelos deſcribimus, quibus diſtantiam ab æquatore facilè diſtinguamus. Hos circulos latitudinum appellamus, quos in globis terreſtribus per circulos exhibemus; in mappis verò nonnullis per circulos item eos repræſentamus, in aliis verò per lineas parallelas. Ne autem ex tot circulorum inſcriptione aliquid confuſionis oriatur, per ſingulos gradus eos non ducimus, niſi forſitan in majoribus mappis, in aliis verò quintos quoſque, aut decimos aliis prætermiſſis annotamus; ita ut primus ab æquatore hinc inde decem gradibus ab eo diſtet, ſecundus viginti, tertius triginta, atque ita utrumque hemiſphærium in 9 quaſi zonas & unum ſegmentum dividamus.

Facilè autem in mappis quibuſlibet datæ regionis latitudinem, ſeu diſtantiam ab æquatore intuebimur; ſi enim per propoſitam regionem, aut urbem tranſeat aliquis parallelus, ſeu circulos latitudinis, ſive exhibeantur per circulum, ſive per lineam, hanc ſi ſequamur uſque ad primum meridianum, ſi fuerit mappa univerſalis circularis, aut uſque ad ejus limbum, in eo appoſitus character latitudinem indicabit.

Ut ſi urbis Lugdunenſis latitudinem quæras, quia ſubjacet parallelo in mappa notato, hunc ſequere digito, invenieſque in limbo gradus 45; concludes totidem gradibus eam urbem diſſitam eſſe, verſus polum boreum.

Si vero nulli parallelo præcisè ſubjaceat propoſita regio, ſequere ad limbum uſque parallelos intra quos comprehenditur, videbiſque quot gradibus æquivaleat intervallum inter parallelos interceptum, & facilè judicabis ex diſtantia regionis à viciniore parallelo, quantum ab eo diſtet. Ita quia urbs Pariſienſis invenitur inter parallelum quadrageſimum quintum & quinquageſimum, ita tamen ut ferè ſita ſit ſub quinquageſimo, facilè judicare poteris latitudinem Pariſienſem eſſe graduum circiter 49, borealem.

In globo faciliùs & magis præcisè hoc problema abſolves, ſi nempe propoſitam regionem ad meridianum transferas. Videbis enim facilè in nota meridiani, quot gradus inter eam & æquatorem intercipiantur. Ex his facilè Tyro quilibet dicere poterit quot gradibus unaquæque regio ab æquatore abſit, ſive ad boream, ſive ad Auſtrum, & conſequenter, quot gradibus in unaquaque regione polus ſupra horizontem elevatur. Item quiſnam polus, borealis an Auſtralis.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Datâ elevatione poli, aut latitudine, regiones omnes recenſere, prædictæ elevationi aut latitudini ſubjectas.

Hæc propoſitio eſt converſa ſuperioris quæ facilè perfici poteſt. Quære parallelum prædictam notam elevationis poli aut latitudinis præſerentem. Quære autem eum in hemiſpherio boreali, ſi latitudo borealis aut elevatio poli borealis proponitur, ſequere hunc parallelum, omnes enim regiones per quas tranſit talem habent latitudinem, & elevationem poli; ita nullo negotio, percurrendo ſingulos parallelos univerſalis mappæ, aut globi terreſtris, facilè omnium regionum latitudinem aſſignabis, aut potius latitudinibus regiones convenientes recenſebis. In hoc puncto poſſunt ſe exercere qui Geographiam addiſcunt. Sic enim regiones per ſuas latitudines quaſi diviſæ, & in ſuas claſſes digeſtæ melius memoriæ, & imaginationi mandabuntur.

Item dato loco in ſuperficie globi, aut datâ ejus latitudine, omnia telluris loca invenies, quæ eandem ab æquatore diſtantiam, eandem elevationem poli habeant, & conſequenter in quibus noctes & dies eodem modo ſe habeant. Si enim locum propoſitum ad meridianum adducas, noreſque gradum ei reſpondentem, tum volvas globum, regiones quæ ſucceſſivè ei gradui ſubjacebunt, eandem habent latitudinem. In mappis rectilineis, ſi per prædictam regionem lineam ducas æquatori parallelam, ab ea indicabuntur regiones ejuſdem latitudinis. Item ſi ſcias alicujus regionis latitudinem, eam facilè invenies. Si enim circulum latitudinis propoſitæ ſequaris

in

in ejus aliqua parte regionem prædictam invenies.

PROPOSITIO X.

Problema.

Globum ita ſtatuere ut horizon immobilis dicta regionis horizon evadat.

Quia ut diximus ſuprà, infiniti ſunt horizontes, tot nempe quot zenith cogitati poſſunt, vitandæ confuſionis gratiâ illi in globis non notantur, ſed unicus immobilis apponitur, qui vices ſingulorum dum opus fuerit gerat. Id autem ita conſequeris. Regionem propoſitam ad meridianum transfer, & nota cui gradui reſpondeat; tum ab eo verſus polum ejuſdem hemiſphærij numera gradus 90,& numerationis terminum horizonti admove; dico quòd tunc horizon immobilis cum horizonte proprio illius regionis congruet. Tunc enim punctum meridiani cui talis regio ſubjacet & illius zenith, ab horizonte immobile 90 gradibus undique diſtat, ergo eſt verè illius horizon.

Alio modo idem conſequeris.Quære (*per precedentem*) latitudinem regionis propoſitæ, tum polum globi, ab horizonte immobili tot gradibus remove, quot ſunt in latitudine. Tunc polus taorumdem diſtabit ab horizonte immobili, quantum reverâ diſtat, à propoſitæ regionis horizonte. Quare ſi regionem ad meridianum admoveas, horizon immobilis cum proprio illius regionis horizonte congruet, indicabitque regiones per quas prædictus horizon deſcribitur.

Mappæ Geographicæ in hoc præcipuè puncto deficiunt, minuſque ſunt utiles quàm globus ſolidus, & perfectus; quòd in iis horizon uniuſcujuſque regionis exhiberi non poſſit, quia tamen omnes regiones eidem parallelo ſubjectæ, æqualem habent dictum & noctium diſtributionem, facilè in mappa univerſali circulari exhibebis diſpoſitionem horizontis pro quacumque latitudine. Si enim regulam materialem ita per polos trajicias ut diſtet à polo tot gradibus, quot continet latitudo, exhibebis diſpoſitionem ſphæræ tuæ latitudini reſpondentem ut ſupra oſtendimus, ſicut etiam in ſphæra armillari.

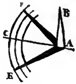
PROPOSITIO XI.

Problema.

Lineam meridianam obſervare.

Hæc propoſitio fuit neceſſaria ad ſequentem, ut nempe in quocumque loco,latitudinem regionis, & elevationem poli, non tantum ex mappis Geographicis, ſeu ex aliorum relatione, ſed etiam ex obſervatione cœleſti cognoſcamus. Lineam igitur meridianam inveſtigari voluerunt nonnulli, ex lapidum venis, alii ex arborum ſectione. Solent enim partes arborum, quæ ſpectant ad ſeptentrionem, eſſe compactiores, & magis addenſatæ: ſed hæ praxes ſunt nimis fallaces, poſſuntque conjecturam tantum meridiei, & ſeptentrionis efficere.

Acus magnetica paulò exactiùs rem perficit; cum unoque extremo ad boream,alio ad Auſtrum dirigatur. Poteſt ergo ad dirigendum iter ſufficere, non tamen ad indicandam præciſam lineam meridianam, niſi corrigatur ejus declinatio, quâ in aliquibus regionibus pars ejus borealis nonnihil ad Orientem, in aliis ad Occidentem deviat.



Infigatur ſtylus AB in plano horizontali, cujus habeatur pes verus, nempe punctum A; ſi expectetur donec minimam umbram efficiat,quæ ſit C, hæc erit meridiana. Omne enim aſtrum ſemper magis, ac magis aſcendit, donec ad meridiem pervenerit; ſed dum aſtrum elevatius eſt, umbra fit minor, igitur umbra meridiana eſt omnium minima. Quia tamen circa meridiem umbra non multùm decreſcit, hæc praxis errori obnoxia cenſenda eſt.

Quare ad ſecundam praxin communem illam quidem, exactam tamen, recurrendum eſt; quâ matutinis horis notatur extremitas umbræ E, per quam ex pede ſtyli A deſcribitur circulus; tum pomeridianis horis, notatur punctum in quo extremitas umbræ ut F, arcus FE dividitur biſariam in C, ducitutque linea AC, hæc meridiana erit. Quæ quidem praxis eſt præciſa modò pomeridiana ſolis declinatio, antemeridianæ fuerit æqualis, ideoque exactior eſt circa ſolſtitia, quàm circa æquinoctia. Poteſt aliis modis haberi, ex ſtellis, tam circumpolaribus,quàm aliis, ſed hi ad Aſtronomiam pertinent, hic ad præſens inſtitutum ſufficiet.

PROPOSITIO XII.

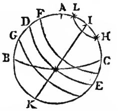
Problema.

Obſervare latitudinem aut elevationem poli regionis in qua verſamur.

Hoc problema eſſet utiliſſimum illi qui mappam Geographicam, non ex aliorum obſervationibus tantum, ſed ex propriis deſcribendam, aut corrigendam ſuſciperet. Suppono autem quadrante Aſtronomico quocumque tempore poſſe ſyderis cujuſcumque elevationem obſervari. Si enim ſolarem radium per dioptrarum foramina tranſmittas, filum oloſericum è quo dependet pondus in circumferentia quadrantis, elevationem ſyderis indicabit. Pariter ſi per dioptras ſuperiori lateri quadrantis in ſydus intendas, pendulum pariter in limbo gradum elevationis ſecabit.

Die igitur æquinoctii, ſi ſolis meridianum occupantis elevationem obſerves, eamque à gradibus 90 ſubtrahas, reliquum erit latitudo regionis. Sit meridianus ABC, horizon BC, obſervetur elevatio ſolis meridiana die æquinoctii;

ſi autem non habeatur linea meridiana, obſerventur plurimæ ſolis altitudines circa meridiem, om-



nium maxima erit meridiana. Sit ergo DB verbi gratiâ graduum 41, hanc ſubtraho ex 90, erit ejus complementum 49, arcus AD, latitudo, nempe diſtantia zenith A ab æquatore DE.

Sit ſol in tropico æſtivo in puncto F, obſerveturque ejus altitudo meridiana BF, verbi gratiâ 60 graduoum, è qua primò aufer gradus $23\frac{1}{2}$ declinationem tropici, reſtabit elevatio æquatoris $36\frac{1}{2}$ quam ſi auferas ex 90, reſtabit latitudo AD $53\frac{1}{2}$.

Supponatur ſol in tropico hyemali in G obſervetur ejus elevatio BG, graduum verbi gratiâ 20. huic adde declinationem tropici GD $23\frac{1}{2}$ habebis BD $43\frac{1}{2}$ quam ſi auferas ex 90 reſtabit latitudo AD graduum $46\frac{1}{2}$.

In aliis locis cognoſcenda eſt declinatio ſolis, & an ſit borealis, & auſtralis, quam ſubtrahes ſi ſit borealis, addes ſi auſtralis, ut habeas elevationem æquatoris. Ita communiter naucleri habent tabulam indicantem declinationem ſolis, pro ſingulis anni diebus, ut quolibet die meridie latitudinem poſſint obſervare.

Hanc pariter conſequeris obſervando altitudinem meridianam ſtellæ cujus notam habeas declinationem, tabulæ autem declinationum ſtellarum habentur in Aſtronomicis. Elevationem poli ita obſervabis ex ſtellis circompolaribus. Obſervetur alicujus ſtellæ ſemper apparentis, ſeu nunquam occidentis, maxima altitudo meridiana CL, tum vel eadem nocte, vel poſt aliquos menſes obſervetur minima ejus elevatio CH, ſit maxima AL 70 graduum, minima CH 30 graduum. Adde 70 & 30, fient 100; divide per medium, habebis 50 pro elevatione poli CI.

Quòd ſi notam habeas declinationem ſtellæ, unica obſervatio ſufficiet. Supponatur obſervata maxima elevatio CL 70 graduum, ſitque declinatio DL graduum 65, hanc aufer ex 90, reſtabit arcus LI, graduum 25, quæ ſubtrahes ex CL graduum 70, reſtabit arcus CI graduum 45.

Si obſervata fuerit altitudo minima illios ſyderis CH 20 graduum, ſitque declioatio EH graduum 65, qua ſubtracta ex EI 90 graduum, reſtabit HI graduum 25, quem arcum HI, addes ad arcum CK ut habeas elevationem poli CI, graduum 45.

Cognitâ autem elevatione poli, aut latitudine facilè io mappa, aut in globo, indicabis circulum latitudinis in quo verſatis. Ita naucleri ſingulis diebus aſſignant circulum latitudinis ad quem pervenerunt, & ex aliis circumſtantiis punctom telluris in quo verſantur. Ita corrigere poteris mappas Geographicas, regioneſque quas peragrabis ſub ſuis latitudinum circulis reponere.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Latitudo in variis regionibus obſervatā.

	Gradus. Min.
Anconæ	43. 26
Avenione D. S.Leger	43. 52
Aquis ſextiis, Gaſſeodus	43. 35
Almariæ, Snellius	52. 40
Amſtelodami, Snellius	52. 25
Antuerpiæ, Gutiſcovios	51. 12
Auguſtæ Vindelicorum	48. 24
Athenis	37. 40
Aracta	36. 0
Aſpan	36. 55
Aden Arabiæ	13. 36
Agra Metrop. Mogorenſis	26. 50
Alexandriæ, Ptolomæus	30. 58
Bonooiæ, Ricciolius	44. 30
Blæſis Ant. Marchais	47. 46
Burdigalæ P. Mercurius Verdier	44. 51
Barcinone, Joan.B.Cyſſatus	41. 26
Bruxellis, Langrenus	50. 48
Bambergæ	49. 56
Bernaticæ, Tycho	$50.\ 18\frac{1}{2}$
Brunopoli	52. 15
Babylon antiqua	34. 30
Catazij in calabria catanzaro D. Fraoc. Zupus	49. 5
Cremonæ, Gerardus	45.
Cadomi Caen, Maſſeus	49. 10
Coriani ex nautis	43. 54
Copenaghen	55. 43
Caſſellæ	51. 19
Cracoviæ	50. 10
Calecur	11. 0
Ceylani medium	7. 50
Cochinum	10. 0
Comorinum	8. 0
Comorini prom.	7. 40
Cangoxima	31. 10
Digniæ, Gaſſendos	44. 6
Daventriæ, Metius	52. 51
Dantſich	54. 22
Enchuſæ, Richardus Sloteon	52. 51
Erbel	35. 35
Ecbatana Tauris	36. 15
C. Finis terræ, ex naucl.	43. 4
Florentiæ, Dantes	43. 41
Focalcarii, Gotefridus	43. 54
Frenequeræ, Metius	53. 11
Francfort	52. 24
Fruemburgi	54. 22
Firando	33. 15
Facata	33. 50
Ferrariæ, Ricciolius	44. 49
Genuæ, Vincentius Reynerus	44. 33
Gratianopoli, Gaſſendus	45. 11
Goezæ, Lansbergius	51. 31
Glats Bohemiæ	50. 22
Goæ	15. 30

Herizthua

	Grad. Min.
Heritzthzua Tycho	55. 58
Herſæ, Vendelinus	50. 53
Heidelbergæ	49. 22
Hainam inſula	18. 50
Hoingam Chinæ	33. 58
Jonchæum Chinæ	32. 30
Ingolſtadium	48. 40
Inſprnc Oenipontum	47. 15
Lauretii P. Joan. Viva	43. 42
Lodunum in Pictavis	48. 1
Lugduni D. Mouton	45. 46
Londini Brichtus	51. 32
Limout Dudlæus	51. 32
C. Lizard.	50. 4
Leyden	52. 10
Lovanii Gemmafryſius	50. 50
Lincium Auſtriæ Kepler	48. 16
Lipſia	51. 19
Mutinæ	44. 38
Mantuæ Vincentius Maria	45. 11
Maſſiliæ Gaſſendus	43. 20
Majoricæ Vincentius Mut	39. 35
Madriti P. Joan. Viva	40. 46
Moſæ oſtia	52.
Moſcua	55. 18
Macaum	22. 13
Meaco	36. 0
Neapolis	41. 5
Niceæ	43. 37
Norimberga	49. 26
Ninive Moſul	35. 40
Nanchinum Chinæ	32. 15
Nangoya	33. 54
Nangazaqui	32. 50
Ortegall.	44. 4
Oxford	51. 46
Oenipontum	47. 15
Omura	33. 0
Parmæ Ricciolius	44. 45
Piſis Vincentius Reynerus	43. 30
Taurini D. Julius Torrinus	44. 50
Pariſiis Bullialdus	48. 51
Pennas de Guzan	43. 25
Plimout Dudlæus	51. 0
Portlandiæ	50. 40
Pachin	40. 0
Pragæ Tycho	50. 6
Romæ varie obſervata	41. 54
Rothomagi Grandamicus	49. 0
Rhodus	36. 22
Ravennæ. Ricciolius	44. 26
Smirnæ Bullialdus	38. 22
Sayde	33. 25
Samarcandæ	46. 30
Suſa	33. 20
Socotora	13. 0
Syene	23. 30
Taurini D. Julius Torrinus	44. 50
Tanger	35. 25
Tubingæ	48. 34
Teredon Baſora	30. 55
Tyrus	33. 20
Ternate	0. 42. Auſtr.
Venetia	45. 27
Uliſippo	38. 39
Valentiæ Hyeronimus Muſonius	39. 30
S. Vincentij Promon.	37. 3
Uranoburgum Tycho	55. 54. 40
Viennæ Auſtriæ	48. 22
Vvitemberga	51. 48
Vulfemburel	52. 9
Varſoviæ	52. 14
Zeuta	35. 32
Nova Zembella	77.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Globum ſtatuere juxta telluris ſitum.

Supponitur linea meridiana inventa, aut ex obſervatione cœleſti, aut per magneticam acum. Ita ſtatuatur globus, ut planum meridiani circuli, lineæ meridianæ inſiſtat quod ope magneticæ pixidis facilè præſtare potes. Si enim horizontis plano pixidem magneticam ita imponas, ut eius unum latus congruat cum plano meridiani circuli, tum globum ita ſtatuas donec acus ſuum ſitum obtineat, meridianus globi cum meridiano cœleſti congruet. Diſponatur globus ſecundum latitudinem tuæ regionis, quam ad meridianum adduces, globus ſitum congruentem obtinebit, eundem ſcilicet quem tellus obtinet. In hoc ſitu, ſi per intellectum ad ſingula horizontis puncta circulos duci intelligas, videbis quem ſitum habeant ſingula telluris loca in globo notata, in ordine ad tuam regionem. Item ſi globus ſoli fuerit expoſitus, eodem modo illuminabitur ac tellus, atque adeo in eó licebit intueri quænam regiones illuminentur, quænam ſint in tenebris, quibus ſol oriatur, & quibus occidat.

PROPOSITIO XV.

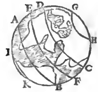
Theorema.

De Diviſione telluris in zonas.

Hæc zonarum diſtinctio à motu ſolis annuo ducit originem; vi cujus aliquando æquali diſtat intervallo ab utroque polo, æquatoremque motu diurno perficit, modo ad alterum polum maximè accedit, ut in ſolſtitio, tandem oppoſito polo fit vicinior ut in alio ſolſtitio. Tres igitur circuli in hac materia ſunt conſiderandi, nempe æquator, & tropici duo, quos ſol diverſis temporibus percurrit, his addi debent duo polares; Ex his quinque circulis tota zonarum diſtributio naſcitur. Zona igitur eſt pars telluris, tropicis, & polaribus circulis comprehenſa, hoc nomine vocata, quod terram quaſi zonâ ambiat. Sunt igitur zonæ quinque, torrida duobus tropicis comprehenſa, duæ temperatæ tropicis & polaribus contentæ, frigidæ ſeu glaciales duæ, polaribus clauſæ.

Torridâ continentur illæ omnes regiones quibus aliquando ſol fit verticalis, ſeu eorum verti-

cibus imminet. Talis eſt tractus terræ inter tropicos AB,CD poſitus, qui per medium æquinoctiali linea EF dividitur, quæ duas quaſi torridas efficit, borealem unam EFCD, auſtralem alteram ABFE. Præcipua proprietas zonæ torridæ & regionum in ea contentarum, eſt ut per ſe loquendo, maximos calores experiatur; cum enim ſol omnibus zonæ torridæ locis fiat aliquando verticalis, & aliis temporibus licet non ſit verticalis, à vertice tamen non longius digrediatur, inde fit ut calor ſit maximus. Experimur enim calores maximos quando ſol ad noſtrum zenith maximè accedit: ut hic Pariſiis æſtate ſol diſtat à vertice gradibus $25\frac{1}{2}$. Ergo qui in medio zonæ torridæ habitant, ſemper maximos calores experiri debent, cùm ſolem habeant verticalem bis in anno, dum ſcilicet in æquatore verſatur, & ab eorum vertice gradibus $23\frac{1}{2}$ cum dimidio digrediatur. In aliis verò locis ut in iis qui inter E & D verſantur licet ab una parte ſol recedat magis quam ex alia, ille tamen receſſus non eſt tantus ac in zonis temperatis.



Dixi per ſe, Deus enim omnibus ita proſpexit, ut multa ubique accidant quæ calorem minuant.

Primò in nonnullis locis tellus in montes aſſurgit, qui tepido illo calore tellurem ambiente caput exerunt. Neque enim ſolus acceſſus aut diſtantia à polo frigus aut calorem efficit; ſed diſtantia à centro terræ, ex quo fit ut montium cacumina radicibus ſint frigidiora cum tanta differentia, ut aſcenſus unius milliarii recedendo ſcilicet à centro terræ; majorem in frigore, & calore diverſitatem afferat, quàm ſi per ducentas leucas procederetur verſus polos. Ita in Malacenſi tractu æquatori ſubjecto calor non ſufficiat ad maturandos racemos.

Secundò in pluribus locis ſunt frequentes pluviæ, cùm enim calor ſit immodicus, educitur è mari plurimus vapor, qui ſingulis diebus recedit.

Tertiò in aliis locis noctes frigidiſſimæ ſunt, & cum ſit perpetuum æquinoctium ſunt longiores.

Quartò venti ab oriente continuò flantes calorem minuunt.

Zona Torrida totam terram ambit, eius latitudo ab uno ad alium tropicum protenditur, circuliſque AB, CD continetur, eſtque graduum 47. Incipit à latitudine boreali graduum $23\frac{1}{2}$ & protenditur ad latitudinem Auſtralem totidem graduum. Quæcumque igitur loca latitudinem habent minorem gradibus $23\frac{1}{2}$ ſive auſtralem, ſive borealem, ea ſunt in zona torrida.] Temperatæ hinc inde duæ, borealis inter tropicum cancri CD & polarem arcticum GH. Auſtralis inter tropicum Capricorni AB, & polarem antarcticum IK, utraque lata eſt gradus 43. Quæ igitur loca majorem habent latitudinem borealem gradibus $23\frac{1}{2}$, ſed minorem gradibus $66\frac{1}{2}$, ea ſunt in zona temperata boreali. Idem dicendum de Auſtrali.

Zonæ frigidæ polaribus circulis clauduntur, unde non ſunt propriè ad modum zonæ, ſed potius circulares. Diameter hujus ſegmenti, nempe arcus GH continet gradus 47, quæ igitur loca latitudinem habent majorem gradibus $66\frac{1}{2}$ ea ſunt in zona frigida.

PROPOSITIO XVI.

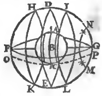
Theorema.

De regionibus æquatori ſubjectis earumque proprietatibus.

Æquator terreſtris ita zonam torridam bifariam in longum dividit, ut non immeritò duæ zonæ torridæ dici poſſint, borealis una, Auſtralis altera.

Æquatori hæc loca ſubjacent, Inſula Sancti Laurenti in Oceano Æthiopico ſita, Æthiopiæ pars. Oceanus Indicus, Inſulæ Maldivæ, quæ numerum duodecim millium dicuntur ſuperare, Inſula Sumatra, quæ Taprobana ab aliis dicitur, Cherſoneſus aurea, ſive Malacenſis, aliæque inſulæ Oceani Indici, Molucæ, Oceanus Pacificus, Peruana Provincia, Lacus Parima, Oceani Athlantici pars, quæ omnia debent in mappa univerſali luſtrare Tyrones, ut diſcant regiones cum circulis conjungere.

Quicumque in æquatore terreſtri habitant, in



æquinoctiali cœleſti DE verticem habent, ut qui ſunt in A, verticem habent in D, qui autem illis ſunt antipodes & habitant in puncto C, verticem habent in E, alii in aliis punctis.

Sequitur ex hoc quod cum bis in anno ſol æquatorem percurrat, nempe 21 Martii in æquinoctio verno, & 24 ſeptembris in autumnali, bis in anno recenſitis regionibus fiat verticalis, nempe meridie nullæ erunt umbræ, puteique ad aquam uſque illuminabuntur. Iis igitur diebus, ſucceſſivè fiet verticalis, illis omnibus locis.

2 Cùm ſol ab æquatore nunquam recedat ultra gradus $23\frac{1}{2}$, ſol in meridie ab eorum vertice, niſi 23 gradibus cum dimidio diſtabit, atque adeò etiam nunc magnum ſentient calorem. Hæc ſolis à vertice diſtantia ſemel erit ad boream in I, & ſemel ad Auſtrum in H.

3 Uterque polus erit in horizonte, in G & F, cùm enim latitudine careant, nullam etiam elevationem poli habebunt, cum latitudo, elevationi poli ſit æqualis.

4 Jam vidimus perpetuum ibi eſſe æquinoctium, eo quod paralleli quos ſol motu diurno deſcribit ut LI, ED, KD, omnes bifariam ab horizonte per polos eorum tranſeunte ſecentur,

&

& ad rectos angulos propterea que dicitur ſphæra recta.

Ex hoc recto aſcenſu ſolis, producuntur crepuſcula valde parva, cùm enim crepuſculum ſeu dubia lux perſeveret, donec ſol gradibus 18 infra horizontem deprimatur, verbi gratia donec pervenerit ad circulum PO horizonti parallelum, & gradibus 18 ab eo diſtantem, citius ſol illum attinget ſi perpendiculariter ad illum feratur, quam ſi obliquè, quare in ſphæra recta crepuſcula dicuntur perdurare per ſemihoram, id eſt ad medium crepuſculum. hoc eſt donec non ſufficiat lumen ad legendum facile.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

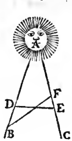
Diſtributio anni tempeſtatum in regionibus æquatori ſubjectis.

Æſtatis, hyemis, Veris & autumni definitiones, non ita faciles ſunt, ut primâ fronte videntur. Neque enim cum aliquibus Aſtronomis eas certis zodiaci ſignis affigemus, cùm in oppoſitis regionibus hæ tempeſtates oppoſita ſibi vendicent tempora, idemque ſolis in aliquod ſignum ingreſſus aliquibus æſtatem, aliis hyemem efficiat. Multo minus ex calore, & frigore, hæ tempeſtates definiri poterunt, ne cogamur ad peculiaria accidentia deſcendere, quæ contrariam in nonnullis regionibus tempeſtatum ſeriem invehit, quam ferat ſyderum curſus. Duplicem igitur anni tempeſtatum ordinem ſpectare poſſumus; cœleſtem, ſcilicet qui nulla accidentium particularium habita ratione, eas ut eſſe deberent ſpectato ſolis motu conſiderat; terreſtrem, qui ex peculiaribus pendet regionum accidentibus. Priorem tempeſtatum anni ordinem hîc ſpectamus, infra terreſtrem recenſebimus.

Æſtatis igitur initium ſtatuimus eum diem quô ſol meridianus vertici propior fuerit, Autumni initium cum recedendo à vertice mediocrem ab eo diſtantiam obtinuerit, Hyemis cum maximè à vertice receſſeris, Veris denique cum accedendo ad verticem, in mediocri fuerit diſtantia. Ita enim ſolemus initium æſtatis in ſolſtitio æſtivo ſtatuere; in æquinoctio ſequenti initium autumni; hyemis in hyemali ſolſtitio; veris rurſus in æquinoctio. Ex hac determinatione ſequitur ſub linea æquinoctiali duplicem dari hyemem, duplicem æſtatem, autumnum, & ver. Cùm enim ſol erit in tropicis erit hyems, in quantum in iis regionibus eſſe poteſt, cùm ſit in maxima à vertice diſtantia, nec ſit potior ratio cum unus tropicus potiùs hyemem faciat quàm alter. In utroque æquinoctio erit æſtas, eo quod ſol per verticem tranſeat. Sole ergo ingrediente arietem erit æſtas, poſt unum menſem, id eſt circa tertium aut quartum Tauri incipiet autumnus, poſt duos circiter menſes incipiet hyems, cùm ſol erit in tropico cancri, hæc duos obtinebit menſes, tum ſole ingrediente virginem erit ver, in æquinoctio autumnali erit rurſus æſtas, quæ unum menſem obtinebit, tum autumnus duos, hyems duos.

Quæres rationem cur ver & æſtas unum menſem obtineat, Autumnus & hyems duos ſinguli ſibi vendicent. Reſpondeo id oriri ex obliquitate, & ſitu zodiaci, quo nempe intra menſem circa æquinoctia, tantumdem mutatur eius declinatio, quantùm circa duos verſus ſolſtitia; quod in ipſa mappa univerſali ſpectare poteris, in qua ſcilicet Eclyptica notatur. Videbis enim primo ſigno prope æquatorem tantam fieri mutationem declinationis, quanta reſpondet duobos ſequentibus; nam primus Tauri gradus declinat gradibus $11\frac{1}{2}$ cum dimidio, & pro aliis duobus ſignis reſpondent gradus $12\frac{1}{2}$.

Notandum autem acceſſum ſolis ad verticem, calorem efficere, non ob majorem viciniam; Cùm



enim tellus ſit inſtar puncti, quæcumque poteſt ex tumore telluris oriri inæqualitas nullius eſt momenti. Quare dico ideo calorem majorem eſſe; dum ſol eſt perpendicularis, quia plures radii ab eodem plano excipiuntur. Sint enim radii ſolares AB, AC qui excipiantur directè plano DE, & obliquè plano BF, duplo ipſius DE, cum idem lumen diſtribuatur pluribus partibus majoris plani BF, ſingula minus luminis obtinebit, quam ſi idem lumen diſtribueretur paucioribus partibus plani DE, ergo planum DE intenſius illuminatur quàm planum BF.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

De regionibus inter æquatorem, & tropicum ſitis; earumque proprietatibus.

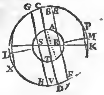
Regiones non multùm ab æquatore diſſitæ; proprietates eaſdem habent, ac quæ directè æquatori ſubjacent, quæ verò longiùs abſunt alias item proprietates ſibi vendicant; eas igitur hîc conſideramus quarum zenith inter æquatorem, & tropicum ſtatuitur, ſeu quæ in latitudine gradibus $23\frac{1}{2}$ minore ſive boreali ſive auſtrali ſitæ ſunt.

Inter æquatorem, & tropicum cancri jacent hæ regiones, Lybia interior, Nubia, ſuperior pars Ægypti, regna Gualatæ, Madingæ, Banganæ Guinea, Benin, Abyſſina. Magadoxo, Doara, magna pars Arabici Sinus, ad fauces uſque. Arabia fœlix, Indicum mare, India Goana, cum regnis Narſinga Orixa, magna pars Inſolarum Maldivarum; Inſula Zeilan, Fretum Bengala, Malaca Camboya, Jancoma, Cochinchina, Inſulæ Luconia, Mindanao, aliæque Philippinæ, Pars ſuperior Pacifici Maris, Mexicanum regnum in America, Pars ſuperior Braſiliæ, Inſulæ omnes Antillæ in Mexicano Freto. Inſulæ Promontorii Viridis.

Inter æquatorem & tropicum Capricorni jacent hæ regiones, Cuſpis Africæ complectens

regna

regna Congo, Batta, ubi celebris Lacus Zaire, origo Nili, Regnum Angolæ, pars Monomotapæ, Mozambicum, Guiloa, Madagaſcar ſeu inſula S. Laurentii cum aliis adjacentibus, Java, aliæque



inſulæ vicinæ, Pacifici maris pars maxima. In America Peruviana provincia, Braſilia, pars Athlantici Oceani.

Hæ autem omnes regiones inter æquatorem cœleſtem & tropicum ſuum zenith habent. Ut ſi proponatur locus habitationis A, 15 verbi gratiâ gradibus ab æquatore remotus, eius zenith erit B inter æquinoctialem D, & tropicum E F, ſit horizon EK, axis mundi ML.

Primò alter polorum M 15 gradibus ſupra horizontem attollitur, alter totidem deprimitur, & quæcumque ſtellæ à polo M paucioribus aberunt quàm 15 gradibus, non occident unquam, è contra quæ à polo L non aberunt gradibus 15, hæ non orientur.

Secundò bis in anno ſol illis fiet verticalis, nempe ſemel dum ab æquatore ad tropicum procedet, & ſemel dum à tropico ad æquatorem regredietur. Ut ſi quadraginta diebus antè ſolſtitium fuerit verticalis, totidem poſt ſolſtitiom iterum per verticem tranſibit, fietque eo die ſucceſſivè verticalis omnibus in eodem parallelo poſitis.

Tertiò ſole æquinoctium percurrente, erit iis æquinoctium, quia æquator CD, bifariam ab omni horizonte dividitur.

Dies maximus erit ſole tropicum vicinum EF percurrente, quia pars R E major parte RF, ſub horizonte deliteſcente, & inter omnes parallelos quos ſol deſcribit, magis inæqualiter dividitur ab horizonte. Nox RF æquatur diei alterius tropici nempe S G; hæc igitur regula eſto, maxima dies nocti maximæ æquatur, & viciſſim minima nox minimæ diei.

Quartò eorum Antipodes in puncto T exiſtentes, eundem horizontem, eam tamen partem cœli conſpicuam habent, quæ iſtos latet, habent quidem æquinoctium commune, ſed maximam diem, cùm iſti maximam noctem experiuntur, ſole percurente tropicum EF exiſtentibus in A eſt maxima dies, exiſtenribus in T eſt minima.

Quintò ſol à vertice B, in tropico E F parum diſtabit, nempe gradibus $8\frac{1}{2}$, in tropico GH gradibus 38. in æquatore C B gradibus 15.

Sextò jam ſphæra iis eſt obliqua.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Diſtributio Anni tempeſtatum, pro regionibus inter æquatorem, & tropicum ſitis.

Diſtinctio tempeſtatum anni, hoc eſt veris, æſtatia, autumni & hyemis, varia eſt pro diverſa ab æquatore diſtantia. Hæc tamen in genere dici poſſunt iis omnibus regionibus, quæ inter æquatorem, & tropicum jacent, initium hyemis erit ſole tropicum adverſum percurrente. Initium veris varium, pro varia ab æquatore diſtantia. Ponamus verbi gratiâ regionem præcisè in medio intervallo, ſeu in gradu $11\frac{3}{4}$, erit media diſtantia qualem volumus ad initium; cùm ſol erit ultra æquatorem remotus gradibus 5, id eſt circiter 15 diebus ante æquinoctium. Æſtas erit cum ſolem habebunt verticalem, nempe uno menſe poſt æquinoctium, eritque longior æſtas, quia ſol in tropico vicino diſtabit gradibus 12 circiter, regredieturque denuo ad verticem, tum 15 diebus poſt æquinoctium incipiet autumnus, rurſuſque in oppoſito tropico incipiet hyems.

Ut verum tamen fatear in zona torrida, diſtinctio anni tempeſtatum potius petenda eſt à pluviis, quæ à variis pendent accidentibus, quàm à cœleſti motu præcisè ſumpto.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Dato loco in zona torrida invenire duos anni dies, quibus ſol illi meridie fiat verticalis.

In globo ita perfici poteſt problema. Hunc locum adduc ad meridianum immobilem, & nota punctum, ſeu gradum cui reſpondet, qui erit gradus latitudinis. Volvatur globus donec Eclyptica quam ſuppono notatam eſſe in globo, attingat hujuſmodi gradum. Attinget autem neceſſariò in duobus punctis æqualiter ab æquatore, aut à tropico diſtantibus, hæc duo puncta ſunt aliqui gradus ſignorum, ſi quæras in horizonte in quo communiter notantur ſingulis gradibus Eclypticæ dies reſpondentes, & habebis duos dies quibus ſol huic regioni fit verticalis. Proponatur verbi gratiâ regio cujus latitudo borealis ſit undecim graduum cum dimidio, volvatur globus donec Eclyptica attingat in meridiano hunc gradum $11\frac{1}{2}$, videbiſque eſſe primum gradum Tauri, & primum Virginis; Invenies ſolem ingredi primum Tauri, die 21 Aprilis, & primum Virginis circa 22. Auguſti. Hi ſunt igitur dies quibus ſol fit ſucceſſivè verticalis, omnibus regionibus latitudinem graduum 11 cum dimidio habentibus.

In mappis univerſalibus facilè idem habebis. Si enim ſequaris parallelum regionis illius, donec Eclypticam ſecet; ſecabit autem in duobus punctis videbis ut prius in quibuſnam gradibus ſignorum ſol percurrat eum parallelum. Si ergo ſcias memoriter omnia ſigna, & memineris circa 21 menſis ſolem ingredi in ſignum, ita ut arietem incat 21 Martii, & Taurum 21. Aprilis, & ita conſequenter, facilè determinabis dies in quibus ſol per verticem regionis tranſibit in quo debent ſe exercere Tyrones ut meliùs hæc memoriæ hæreant.

Qui exactiùs iſta habere vellet, utetetur Ephemeride, quæ in ſingulos dies exhibet ſolis declinationem, & talem dedimus in tractatu de navigatione. Solis autem declinatio indicat quem parallelum ſol eo die percurrat. Ut quia Goa habet latitudinem graduum 17 borealem: Invenio autem

tem 18 gradum Taori, & 12 Leonis. Ingreditur Taurum 21 Aprilis. Quare 18 gradus, reſpondebit octavo Maij. Ingreditur Leonem 22 Junij, quare, tertia Auguſti erit in 12 gradu Leonis, dico ergo octava Maij, & 3 Auguſti circiter ſolem percurrere parallelum declinantem gradibus 17, atque adeo ſucceſſivè perpendicularem fieri omnibus regionibus ei parallelo ſubjectis.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Dato die exhibere omnia loca quibus ſol fiat verticalis.

Hæc propoſitio eſt ſuperioris converſa, itáque abſolvitur. Quæratur ſolis locus in Eclyptica. Hic primò haberi poteſt ex Ephemeridibus. Secundò haberi poteſt ex horizonte globi cui propterea latitudo conveniens tribuitur, or ſit capax Kalendarii. In eo igitur quære diem propoſitum, & è regione videbis gradum ſigni ipſi reſpondentem. Hunc gradum quære in globi Eclyptica, parallelus enim per hujuſmodi gradum deſcriptus, indicabit omnes regionex, quibus eo die ſol fiet verticalis, meridie ſcilicet.

In mappa univerſali idem conſequeris, ſi nempe in ejus Eclyptica quæras gradum in quo ſol invenitur. Proponatur dies 22 Maij in qua ſcilicet ſol ingreditur Geminos; quære in mappæ univerſalis Eclyptica primum gradum geminorum, invenieſque eum declinare gradibus 20 ab æquatore. Si ſequatis parallelum, declinantem ad boream gradibus 20 invenies in Africa promontorium Album, Lybiam interiorem, Garamantas; ſupra Ægyptum, Regionem Daſilam, medium ſinus Arabici; paulò infra Mecham medium Arabiæ fœlicis; in India Suraten, ſuperiores partes inſulæ Locaniæ; in Mexicano ſinu Inſulam Spagnolam, Jucatan, Novam Galiciam, quibus eo die ſol erit verticalis.

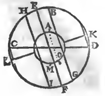
PROPOSITIO XXII.

Theorema.

De regionibus tropico ſuppoſitis, earumque proprietatibus.

Tropicus caneri per hæc loca tranſit, per Lybiæ fines paulò ultra Athlantem montem, per deſerta Numidiæ, Barcæ, per Sienem orbem in ſuperiori Ægypto, per Sinum Arabicum ſeu mare rubrum, per Meccam Mahometis ſepulchrum, per Arabiam fœlicem, per extremitates Perſidis, Cambaiam, Indiam, Camboyam, fines Sinenſis Imperii, provinciam ſcilicet Cantom, prope Macao, per Mare Pacificom, infra Calefomiam, Mexicanum regnum, ſeu Palueo, Cubam inſulam, aliaſque minores in eodem freto, per mare Athlanticom.

Tropicus capricorni regnum Monomotapæ ad Africæ promontorium ſitum pervadit, inſulam ſancti Laorentii dictam Madagaſcar, Oceanum Indicum, novam Guineam, Oceanum Pacificum, Peruviam, Braſiliam, & Oceanum Athlanticum.



Sit locus habitationis A, Zenith B in alterutro tropico BG, ſit Horizon CD, æqoinoctialis EF, alter tropicus HI. Axis KL.

Primò cum tropicus BG diſtet ab æqoatore gradibus $23\frac{1}{2}$ erit latitudo, EB, & elevatio poli DK, & depreſſio alterius poli CL, graduum $23\frac{1}{2}$. Quæcumque igitur ſtellæ circulo polari comprehendentur verſus polum K, eæ non occident unquam, & ad polum latentem L non orientur.

Secundò ſemel tantum in anno ſol fiet illis regionibus verticalis; ſole ſcilicet talem tropicum percurrente; tunc enim meridie potei ad aquam uſque illuminabuntur.

Tertiò maxima dies erit ſole cum tropicum percurreote, eò quòd horizon CD tropicum BG ita inæqualiter dividat, ut ſegmentum majus ſupra horizontem inveniatur, eritque maxima dies horarum $13\frac{1}{2}$ circiter, & nox horarum $10\frac{1}{2}$. E contra maxima nox erit dum ſol percurret tropicum oppoſitum HI, eritque totidem horarum $13\frac{1}{2}$, & dies tuoc minima horarum $10\frac{1}{2}$.

Quartò qui habitant in toto circulo AO, dies omnes habeot ſicut qui in puncto A habitant.

Quintò Æquinoctium commune habent toti telluri, ſole æquatorem percurrente, quia cum æquator & horizon ſint circuli maximi, ſe bifariam ſecant.

Sextò ſol ab eorum vertice diſtabit gradibus 47, cum alterum tropicum HI percurret.

Septimò eorùm Antipodes exiſtentes in puncto M, habebunt verticem in oppoſito tropico, HI, & conſequenter æſtatem, dum ſol illum percurret.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Diſtributio anni tempeſtatum in regionibus tropico ſubjectis.

Facilis eſt diſtributio anni tempeſtatom pro regionibus tropico ſubjectis, immò in iis primum hæc diſtributio locum habet. Quæ enim loca in torrida jacent, potius ex accidentibus terreſtribus, & ventis, quam ex motu ſolis præciſè ſumpto, has mutationes accipiont. Qui ergo in tropico caneri verſantur, æſtatis initium habent circa 23 Junij, ſole nempe eum tropicum percurrente, & conſequenter per eorum verticem tranſeunte. Initium Autumni habebunt ſole in receſſu æquatorem percurrente. Tunc ſol diſtabit meridie ab eo-

Digitized by Google

rum verticibus gradibus $23\frac{1}{2}$, id autem accidet circa 23 Septembris.

Hyemis initium erit, dum ſol alium tropicum HI percurret, maximéque recedet ab eorum verticibus meridie, nempe gradibus 47.

Veris initium accidet, dum ſol denuo ad æquatorem pervenerit, obtinueritque ab eorum verticibus medioerem diſtantiam, ſeu graduum $23\frac{1}{2}$. Quod accidet 21 Martii, atque hi ſunt termini zonæ temperatæ.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

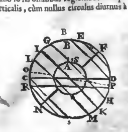
Regiones in zonis temperatis ſita, earumque propietates.

Regiones quarum zenith cadit inter tropicum, & circulum polarem, in zona temperata jacent, ſeu quæ latitudinem & elevationem poli majorem habent gradibus $23\frac{1}{2}$ minorem verò gradibus $66\frac{1}{2}$.

In zona temperata boreali poſita eſt tota Europa, ſeu regna Luſitaniæ, Hiſpaniæ, Galliæ, Angliæ, Germania tota, Flandria, Regna, Daniæ, Succiæ, Sabaudia, Pedemontium, Venetorum Regio, Italia tota, totum mediterraneum mare, cum inſulis in eo poſitis, Turcicum Imperium, Polonia, Moſcovia, minor Tartaria, Perſidis regnum, Mogoris, Sinarum, Japon Inſula, Septentrionalis America, Africæ para quæ mediterraneo alluitur, nempe Barbaria conſtans regnis Maroc, & Fes, ditionibus Algeriana, Tunetana, Tripolitana, regno Barca, & Ægypto inferiori.

Temperata zona Auſtralis regiones continet, pauciſſimas, nempe in Africa ad promontorium bonæ ſpei, partem regni Monomotapæ, extremitatem inſulæ ſancti Laurentii; In America Auſtrali regnum Chili, terram Magellanicam, Paraquariam, Guaranium, multas regiones nobis incognitas; in terra Auſtrali, cætera ſpatia, mare Indicum, Pacificum, & Athlanticum occupat.

Primò in iis omnibus regionibus nunquam ſol fit verticalis, cùm nullus circulus diurnus à cœlo



deſcriptus per eorum zenith tranſeat; omnes enim circuli diurni inter tropicos GH, LM continentur. Supponitur autem vertex eſſe inter tropicum, & polarem, ex hoc ſequitur moderatus calor.

2 Bis in anno eſt æquinoctium, nempe dies eſt nocti æqualis; eo quòd horizon CD æquatorem IK, bifariam ſecet, (*per 11. 1. Theodoſii*) hoc autem accidit 21 Martii, & 24 Septembris.

3 Unus polus attollitur ſupra horizontem tot gradibus quanta eſt latitudo, quæ cùm ſupponatur major eſſe gradibus $23\frac{1}{2}$, circulus qui totus apparet ſupra horizontem ut BD major eſt circulo polari, atque adeo multò plures ſtellæ non occidunt, quàm quæ polari circulo continentur. Idem dicito ex altera parte de ſtellis nunquam ſupra horizontem aſſurgentibus circa polum N. Has ſi velis omnes intueri, conſule globum cœleſtem, quem ad latitudinem tuæ regionis aptabis; ſi nempe polum removeas ab horizonte tot gradibus, quot habet latitudo, videbis omnes ſtellas quæ non oriuntur, etiam ſi totus globus circa polos circumvolvatur.

4 Exceptâ die æquinoctii dies eſt nocti inæqualis, quia paralleli omnes excepto æquatore, inæqualiter ab horizonte dividuntur. Dum ſol verſatur in hemiſphærio in quo polus conſpicuus F invenitur, hoc eſt deſcribit aliquem parallelum ultra æquatorem verſus polum F poſitum, dies nocti major eſt; quia ſegmentum paralleli, quod eſt ſupra horizontem, majus eſt parte infra horizontem deliteſcente, ut vides accidere tropico HG. E contra paralleli ab æquatore ad polum occultum N ita ab horizonte dividuntur, ut majus eorum ſegmentum infra horizontem lateat.

5 Quò major erit latitudo eò major erit dierum inæqualitas. Hoc eſt dies æſtate majores erunt, hyeme minores. Ita vides habitatoris puncti S, horizontem OP magis inæqualiter dividere tropicos GH, LM, quam horizontem CD. Et hoc cum tali differentia ut circa initium zonæ temperatæ ſeu verſus tropicum maxima dies ſit horarum $13\frac{3}{12}$ nempe in latitudine $23\frac{1}{2}$ in latitudine 50 graduum, maxima dies ſit horarum 16, circa 66 gradum latitudinis ſit 23 horarum.

6 In zona temperata nullus eſt parallelus à ſole deſcriptus qui ab horizonte non ſecetur. Ad hoc enim ut tropicus totus extaret ſupra horizontem, deberet elevatio poli, æqualis eſſe diſtantiæ poli à tropico; tropici autem diſtantia à polo eſt $66\frac{1}{2}$. Voluimus autem ſupra, latitudinem minorem eſſe gradibus $66\frac{1}{2}$, ergo & elevationem poli. Quare in zonis temperatis ſemper eſt aliqoid noctis, id eſt quolibet die ſol occidit aliquo tempore, ſeu maxima dies non pervenit ad 24 horas, ſicut nulla eſt nox 24 horarum, ſed quolibet die ſol oritur.

7 In zona temperata crepuſcula ſunt majora, quia cum ſol obliquè deſcendat infra horizontem, major pars circuli diurni intercipitur inter horizontem CD, & parallelum RP, gradibus 18 diſtantem, quando magis obliquè incidet, quam ſi rectius deſcenderet. Ita æſtate hîc Pariſiis crepuſcula ſunt 4 horarum, ita ut nulla ſit plena nox ſole tropicum percurrente, ſed crepuſculum veſpertinum attingat auroram. Sed de crepuſculis adhuc inferius.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Diſtributio anni tempeſtatum pro zonis temperatis.

Qui zonam temperatam borealem incolunt, initium hyemis habent, ſole tropicum Capricorni percurrente, æſtatem eodem ſole tropicum Cancri deſcribente, nempe in figura, propoſita dum ſol percurret tropicum LM, erit hyems, exiſtentibus in puncto A, & æſtas dum percurret parallelum

lelum GH, ſol enim maximè recedit à vertice B, in puncto L, & maximè accedit in puncto G, ita ut differentia ſit 47 graduum. Erit initium veris dum ſol accedendo ad verticem, pervenerit ad mediam diſtantiam in I, & æquatorem IK percurret; initium Autumni dum in receſſu æquatorem rurſus attinget. Igitur initium veris ſtatuitur in 21 Martii, æſtatis in 22 Junii, autumni in 23 Septembris, hyemis in 23 Decembris. In zona temperata Auſtrali, contrario modo ſe habet hæc diſtributio; habet enim æſtatem, dum nos hyemem experimur, ver dum nos Autumnum, & viciſſim.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Dato quocumque loco & die, invenire quot gradibus ſol meridianus ab eo diſtet.

Proponitur quilibet locus notæ latitudinis, ſive In zona torrida, ſive extra ipſam poſitus, proponitur & dies quælibet; quæritur quantum ſol eo die meridie diſtet à vertice. Quære locum ſolis in zodiaco pro eo die, hic haberi poteſt facilè in horizonte, cui communiter inſcribitur Kalendarium. Supponamus 21 diem Aprilis, cui in horizonte invenies reſpondere primum gradum Tauri; quæratur in globi, vel mappæ univerſalis Eclyptica primus gradus Tauri, notetur parallelus quem eo die percurrit; hic parallelus diſtat ab æquatore gradibus $11\frac{1}{2}$ ad boream. Numera gradus qui inter hunc parrallelum & regionem propoſitam intercipiuntur, numerus enim exhibebit diſtantiam ſolis à vertice. Ut ſi locus propoſitus fuerit urbs Pariſienſis latitudinis graduum 49, invenies inter parallelum Tauri, & parallelum Pariſienſem, intercipi gradus $37\frac{1}{2}$, quare meridie diſtantia ſolis à vertice, eo die quo percurrit parallelum primi gradus Tauri, erit graduum $37\frac{1}{2}$, & complementum $52\frac{1}{2}$.

Demonſtr. Tanta eſt diſtantia in cœlo, paralleli quem ſol percurrit, ad verticem Pariſienſem, quanta in tellure parallelo reſpondentis parallelo cœleſti ſolis, ad urbem Pariſienſem. Sed hæc diſtantia invenitur grad. $37\frac{1}{2}$ ergo & hæc totidem erit.

Vel breviùs. Declinatio ſolis, à latitudine regionis ſubtrahatur, ſi fuerint ejuſdem rationis, vel ei addatur, ſi fuerint diverſæ. Nempe ſi una borealis, alia Auſtralis fuerit, & habebitur hæc diſtantia.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

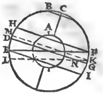
Regiones quarum zenith eſt in alterutro circulorum polarium, earumque proprietates.

Circulus polaris Arcticus tranſit per Iſlandiam inſulam, per ſupremam Norvegiam, per Lappiam, Groelandiam, Samoiedam, Tartariam majorem, Americam Septentrionalem.

Circulus polaris Antarcticus tranſit per Magellanicam regionem, eamque incognitam, terram item Auſtralem incognitam.

Jam zonam frigidam attingimus. Sit ergo aliquis in puncto A, vertex in B in circulo polari, eritque latitudo DB graduum $66\frac{1}{2}$, ſicut & elevatio poli FC, eritque horizon FE; dico tropicum totum eſſe ſupra horizontem.

Demonſtr. A polo C ad æquatorem GD ſunt



gradus 90; ex quibus ſi auferas arcum FC elevationis poli graduum $66\frac{1}{2}$, reſtat arcus GF, graduum $23\frac{1}{2}$: ſed per gradum $23\frac{1}{2}$ tranſit tropicus, ergo tropicus FH attingit horizontem in puncto F, totuſque eſt ſupra horizontem. Eodem modo oſtendam tropicum EI, totum eſſe infra horizontem.

COROLLARIUM I.

In elevatione graduum $66\frac{1}{2}$, die quâ ſol tropicum cancri percurret, deſcendet uſque ad horizontem, ſed infra horizontem non deſcendet; erit ergo dies continua 24 horarum. Dum verò idem ſol tropicum Capricorni EI percurret, non aſcendet ſupra horizontem totus, ſed tantum dimidiâ ſui parte, centrum enim eius non aſſurget. Erit ergo nox 24 horarum ſine die; dum ergo ſol erit in tropico cancri, orietur in F media nocte, aſcendetque ad meridiem uſque in H, deſcendetque ex alia parte ex H in F ad mediam uſque noctem. E contra in tropico IE, in meridie mediam ſui partem oſtendet in E, tum rurſus deſcendet, ſequenti die altiùs aſcendet parum tamen, quia verſus ſolſtitia declinationes parum mutantur.

COROLLARIUM II.

Æquinoctium conſueto tempore accidet, ſecundùm regulam generalem; nam horizon FE qui eſt circulus maximus æquatorem DG bifariam ſecat.

Crepuſcula in his regionibus ſunt maxima. Sumatur enim arcus FK graduum 18 & per K ducatur KL parallelus horizonti & MK parallelus æquatori, erit GK declinatio illius paralleli M ab æquatore graduum $5\frac{1}{2}$. Quare ab eo tempore quo poſt æquinoctium ſol declinat 5 gradibus, donec redeundo rurſus declinet $5\frac{1}{2}$ gradibus, nulla eſt nox plena, hoc eſt à die quintâ Aprilis ad 9 Septembris. In æquinoctio erit quidem aliqua nox plena, ſed paucarum horarum, nempe reſpondens arcui NG.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Diſtributio anni tempeſtatum pro initio zonæ frigidæ.

Ii qui verticem in polari circulo ſitum habent,

habent hi ſuam æſtatem tempore conſueto, cujus nempe initium coincidat cum ſolſtitio æſtivo, nempe dum ſol percurrit tropicum ad polum conſpicuum C ſitum. Initium Autumni & veris ſole æquatorem G D percurrente, initium hyemis in oppoſito ſolſtirio E I. Non eſt autem dubium, quin illæ regiones ſint frigidiſſimæ, quamvis enim æſtate, ſol per 24 horas inveniatur ſupra horizontem, aut non multum infra illum deprimatur; hoc ramen oon ita compenſare poteſt radiorum obliquitatem, ut calor ſit intenſior.

PROPOSITIO XXIX.

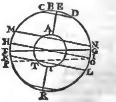
Theorema.

Regiones inter polarem circulum & polum ſita.

Zona frigida Septenttionalis complectitut dimidiam Islandiam, partem Norvegiæ, Lappiæ, Finmarchiæ, Novam zemblam, Groenlandium, Spitzbergam, Americam Septentrionalem.

Zona frigida Auſtralis ita nobis eſt incognita, ut neſciatur terraſne, an mare tantum complectatur.

Sit locus habitationis A zenith inter circulum polarem CD, & polum E, verbi gratiâ in medio, ita ut diſtantia à polo ſit graduum 12. dico in ea regione per plurimos dies ſolem non occidere, ut in loco propoſito per 4 circiter menſes. Sit horizon FG, æquator HI tropici MN. KL.



Demonſtratio, cum à polo E ad æquatorem HI ſint gradua 90, & à vertice B ad polum ſint gradus 12, erit latitudo BH, & elevatio poli EG illi æqualis, graduum 78, eritque arcus I G ab æquatore ad horizontem graduum 12: quare parallelus æquatori ab eo declinans gradibua 12, totas erit ſupra horizontem, ſicur & alii omnes uſque ad tropicum. Ergo quamdiu ſol percurrit hujuſmodi parallelos, non attinget horizontem, ſed declinat gradibus 12 dum eſt in tertio gradu Tauri, & 27 Leonis, nempa à 24 die Aprilis ad 20 Auguſti ſol non occidit, quod erat oſtendendum.

E contra dum ſol declinabit 12 gradibus ad Auſtrum non orietur.

Crepuſcula in iis regionibua ſunt maxima; ducatur enim circulua crepuſculi PI, diſtans ab horizonte FG gradibus 18, vides totum æquatorem ſupra hunc circulum inveniri r atque adeo die æquinoctii, etiamſi ſol duodecim horis maneat ſupra horizontem, & 12 infra, ita ramen obliquè incidit, ut nulla ſit plena nox, ſed crepuſculum veſpertinum auroram attingat.

Item dum ſol per quatuor menſes non oritur, multis tamen horis apparet aurora & crepuſculum veſpertinum. Ut ſole tropicum KL percurrente, quatuor aut quinque horis ante meridiem incipit aurora, augeturque uſque ad meridiem, totidemque horis poſt meridiem fulget lux crepuſculi. Nempe dum ſol percurrit arcum KT.

Diſtributio Anni tempeſtarum eſt eadem ac in ſuperioribus.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Dato loco in zona frigida, indicare dies quibus ſol illi non oritur, aut non occidit.

In globo facilè problema abſolves. Globum ſtatue ſecundum latitudinem illius regionis, nempe polus ab horizonte tot gradibus removeatur, quot ſunt in latitudine, tum circumroterur globus, & notetur arcus Eclypticæ, qui infra horizontem non deſcendet toto illo tempore, ſol non occidet. Verbi gratiâ, ſit latitudo 78 $\frac{1}{2}$ fiat altitudo poli illi æqualis, removendo polum ab horizonte gradibus 78 $\frac{1}{2}$, & rotetur globus, videbis arcum Eclypticæ ab initio Tauri, ad initium Virginis non deſcendere infra horizontem: ergo toto tempore quo ſol in eo arcu verſabitur, non occidet, nempe à 21 Aprilis ad 23 Auguſti. E contra verò arcus interceptus inter primum Scorpii, & primum Piſcium non orietur; ergo à 22 Octobria ad 18 Februarii ſol non orietur. Quare per 4 menſes non orietur per 4 non occidet, & per 4 orietur & occidet, nempe à 18 Februarii ad 22 Aprilis orietur, & occidet, à 22 Auguſti ad 22 Octobris orietur & occidet.

Alio modo idem præſtabis. Sume complementum latitudinis, ſeu quot gradibua regio à polo diſtat, tot gradus numera ab æquatore verſus polum, in meridiano hinc inde, tum circumvolve globum, donec Eclypticæ duo puncta, per hos gradus tranſeant; arcus enim comprehenſus inter illa, ex parte poli conſpicui, exhibebit tempus quo ſol non occidit, & ex alia parte quo ſol non oritur.

In mappa univerſali ita operaberis aſſume complementum latitudinis, ſeu diſtantiam regionis à polo, eamque numera hinc inde ab æquatore, inveniesque duos parallelos æqualem habentes declinationem; unus quidem verſus polum conſpicuum, alter verò ad polum occultum, uterque ſecabit Eclypticam in duobus punctis, exhibebitque unus arcum quo ſol non occidet, alter verò in quo non orietur.

Faciliùs idem conſequeris ſi regulam quæ vices horizontis gerat, hanc ita centro mappæ accommodes, ut in limbo tantum diſtet à polo, quanta eſt latitudo regionis, paralleli qui regulam non attingent, ad partes poli conſpicui toti erunt ſuprà horizontem, & in iis ſol non occidet. Ad partes verò poli occulti, toti erunt infra horizontem, & in iis ſol non orietur.

Tabula declinationis ſolis idem exhibebit, nam puncta Eclypticæ habentia æqualem aut majorem declinationem borealem, complemento latitudinis, non occident, è contra vero non orientur, quæ æqualem, aut majorem habebunt declinationem Auſtralem.

PROPO

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Dato anni die, exhibere omnia loca telluris, quibus ſol non oritur, aut non occidit.

Hæc eſt ſuperioris converſa; ſit ergo data quæcumque dies, verbi gratiâ 21 Aprilis, quæratur in horizonte locus ſolis in Eclyptica, invenies primum gradum Tauri.

Locus ſolis in globo adducatur ad meridianum; numerentur hinc inde 90 gradus ex una parte hæc numeratio comprehendet polum, & ultra illum, tot gradibus promovebitur quanta eſt declinatio talis loci Solis. Dico ſi à polo, per talem gradum intelligatur deſcribi circulus, regiones in eo ſitæ toto die ſolem videbunt.

Vel facilius globum ita ſtatue ut prædictus parallelus ſit totus ſupra horizontem, ſeu attingat horizontem, & invenies elevationem poli graduum 78 $\frac{1}{2}$. In mappis idem præſtabis, ſi regulam horizontis vices gerentem, ita centro applices ut prædictus parallelus horizontem ſtringat, habebiſque elevationem poli, & latitudinem regionis in qua hæc dies eſt 24 horarum.

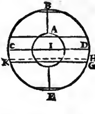
Vel circulus deſcriptus ex polo ad intervallum declinationis paralleli ſolis ex eadem parte comprehendit regiones omnes in quibus ſol eo die non occidit, & ex polo oppoſito regiones complectitur, quibus ſol non oritur.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Regiones ſub polo poſitæ & earum proprietates.

Regiones quibus polus imminet ſunt omnino incognitæ, habent tamen proprietates quas ſupra in ſphæra parallela explicuimus.



Ut ſi ſit habitator in A cujus vertex in polo B cùm tam à polo ad æquatorem undique ſint gradus 90, ac à zenith ad horizontem, æquator cum horizonte congruit, atque adeo pars Eclypticæ declinans ad polum conſpicuum non occidit, & conſequenter, ſol quamdiu in ea verſabitur non occidet: è contra verò quamdiu ſol declinabit ad alium polum, non orietur, ſtellæ non occidunt, aliæ non oriuntur, ſed ita volvuntur ut circulos parallelos horizonti deſcribant; ſed hæc jam explicuimus ſupra.

Crepuſcula autem ſunt longiſſima, nam cum arcus DG ſit graduum 23 $\frac{1}{2}$ abſcindatur arcus DH graduum 18. Quæ declinatio convenit gradui nono amphoræ, quinquaginta igitur diebus antequam ſol appareat, (incipit autem apparere in æquinoctio) incipiet aurora, nempe 29 Januarii. Pariter ab æquinoctio autumnali in quo ſol occidit ad 14 Novembris perdurabit crepuſculum, eritque plena nox tantum à 14 Novembris ad finem Januarii.

Quamvis dicantur æquinoctia toti telluri eſſe communia, non tamen intelligi poteſt de regione polo directè ſuppoſita, ibi enim horizon, & æquator, non ſe ſecant, ſed congruunt; erit igitur æquinoctium eo die, nempe eò quòd medium ſolis diſcum videant, qui ſenſim circumrotetur circa horizontem, ita ut in ortu ſuo impendat horas 30. reliqua diximus ſufficienter.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Superiorem doctrinam in globo exhibere.

Ut melius quæ ſuperius diximus imaginationi hæreant, in qua fingenda præcipuè laborandum eſt, totam ſuperiorem doctrinam in globo, & in mappis univerſalibus exhibemus.

Primò ſtatuantur poli in horizonte, habebiſque diſpoſitionem ſphæræ rectæ, earum ſcilicet regionum, quæ æquatori ſubjacent. Videbiſque ſolem diebus æquinoctii per verticem tranſire.

Secundò hinc inde non recedere niſi gradibus 23 $\frac{1}{2}$.

3. Omnes parallelos bifariam ſecari, perpetuumque propterea eſſe æquinoctium ſi regulam ligneam per mappæ univerſalis centrum ita trajicias, ut polum utrumque attingat, eadem in ea videbis.

4. Si vel globi, vel mappæ univerſalis polum ab horizonte minus quam gradibus 23 $\frac{1}{2}$ removeas, habebis diſpoſitionem locorum inter æquatorem & tropicum poſitorum. Notabis autem parallelum aliquem locum ſupremum meridiani attingere, poteriſque ex eo habere dies quibus ſol fiat verticalis.

5. Si polus ab horizonte gradibus 23 $\frac{1}{2}$ removeatur, videbis tropicum tranſire per verticem; item parallelos inæqualiter ſecari, excepto æquatore qui ſemper bifariam dividitur.

6. Si ulteriùs promoveas polum, habebis diſpoſitionem zonæ temperatæ, nullus parallelorum à ſole deſcriptorum attinget verticem; eò magis ſecabuntur inæqualiter paralleli ſolis excepto ſemper æquatore, pluresque partes globi non occident, aut non orientur, quò magis attolletur polus.

7. Si promoveas polum, ita ut ab horizonte, aut regulâ diſtet gradibus 66 $\frac{1}{2}$, tropicus unus ſupra horizontem totus extabit, alius infrà totus latebit, habebiſque diſpoſitionem huic latitudini reſpondentem.

8. Si ulterius promoveas ea omnia accidentia intueberis quæ in zonis frigidis ſuprà notavimus.

9. Tandem exiſtentium ſub polo proprietates tam in globo quam in mappâ intueberis, ſi polum in vertice ſtatuas.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Accidentales quatuor anni tempeſtatum diviſiones reſpectu zonæ torridæ.

Hæc propoſitio potiùs hiſtorica eſt quàm mathematica; hæc diſtributio anni tempeſtatum ex variis pendet accidentibus, propter quæ tempeſtates terreſtres cum cœleſtibus non conveniunt. In genere igitur in zona torrida hyems potius pluviis definitur, quàm gelu, & frigore; quod etiam in nonnullis zonæ temperatæ locis, præſertim zonæ torridæ vicinis, accidit. Optimum autem fuerit ſi qui hæc legunt globum terreſtrem, aut mappam Geographicam præ oculis habeant; ſic enim meliùs hæc memoriæ mandabuntur. Rationes non ſemper afferam cur tempeſtates terreſtres à cœleſtibus diſcrepent, quæ ſæpe ex variis circumſtantiis, non ſatis perſpectis aut notatis, petendæ eſſent: Maritimarum regionum proprietates meliùs à noſtris Europæis notæ ſunt, quàm locorum à littoribus remotorum.

A F R I C A.

Occidentalis pars Africæ quæ à Promontorio Viridi ſeu à 14 gradu latitudinis borealis ad tropicum cancri protenditur, fertilis eſt frumento, pomis, & armentis; homines habet robuſtos, calorem ſupra mediocritatem; unde incolæ nudi incedunt. Hanc fertilitatem inducunt Senega, & Gambea; vicinum mare vapores ſubminiſtrat. Non eſt ſatis notatum, quinam ſint menſes pluvii.

Ab octavo gradu latitudinis borealis ad curvaturam uſque ſeu ad ſecundum gradum latitudinis item borealis, quæ Regio Guinea dicitur, & Dißenin, non eſt adeo fertilis. In ea arbores toto anno virent, menſes pluvios habet Aprilem, Maium & Junium contra coeleſtem rationem, quibus nihil ſeritur, aut metitur, pluviæ ſunt aſſiduæ mixtæ tonitruis, & tempeſtatibus, atque hæc videtur eſſe hyems. Julio, Auguſto & Septembri eſt ipſis ver; æſtas Octobri, Novembri, & Decembri; autumnus Januario, Februario, Martio.

In inſulis Promontorii Viridis contrario modo ſe res habet: habent enim menſes pluvios 6 ab Auguſto ad Februarium.

Nigritarum Regio ſeu Lybia interior, quæ tropico cancri, & Guinea continetur, ut plurimum ſterilis eſt, excepta eâ parte quæ fluvio Nigro alluitur, qui Nilum imitatur, & fertilitatem inducit, multoſque lacus efficit. Loca Lybiæ confinia, ut plurimum arenoſa ſunt, & ſterilia.

Regna Angolæ, Manicongo & Congo à 2 gradu latit. borealis, ferè ad tropicum Capricorni, habent tempeſtates cum cœleſtibus congruentes, nam à 21 Martii ad 24 Septembris hyemem experiuntur, nempe cum ſol ab illis recedit, pluvias frequentes habent præcipuè Auguſto menſe. Accedunt juga montium altiſſima ad orientem ſita, vigetque Zephiroboreas, ſeu Noroueſt, pluvias in juga Montium impellens, ultra montes regnat Euro-Auſter Sudeſt contrarius priori. In his montibus eſt Lacus Zaire origo Nili, fluvii Congi exundant ſicut Nilus.

In Vicino regno Louango alio modo ſe res habet propter contrarium ventum ibi regnantem. Menſes pluvii ſunt Januarius, Februarius, Martius, Aprilis.

In Regnis Zofula, Mozambico, Quiloa, menſes pluvii ſunt September, October, November, December, Januarius.

Ignorantur quales ſint anni tempeſtates in reliqua ora orientali Africæ uſque ad fauces Arabici Sinus; conſtat quidem hunc tractum ſiticuloſum eſſe, & arentem.

A S I A.

Regiones Aſiæ mari rubro adjacentes à Mecca ad Aden maximo torrentur æſtu, præcipuè dum ſol fit verticalis. Tantus autem eſt calor, ut ditiores ſibi continuo aquam affundi curent. In Aden mercatores tantum noctu conveniunt. Arena ad hunc calorem plurimum confert. In tota Arabia fere ſimilis eſt calor.

In Cambaya Indiæ quæ jacet ſub ipſo tropico cancri, ſicut & in ora Malabarici littoris uſque ad latitudinem borealem graduum 8, menſes pluvii ſunt Junius, Julius, Auguſtus, September, præcipuè verò à medio Junio ad medium Septembrem.

In Goana provincia & Cocinenſi magis adhuc pluit, nonnunquam menſibus Aprilis, & Maio. Maxima ſiccitas eſt à 25 Decembris ad 21 Martii. In hoc littore frequentes ſunt procellæ, & tonitrua. Menſibus pluviis mare clauſum eſt, uſque ad Septembrem. Pluvialibus menſibus non ſemper pluit, ſed tantum per aliquas horas, unde ſolo nubibus tecto, tempus eſt aptum ad ſerendum. Si aliquo anno pluviæ deficiant, maxima eſt annonæ caritas, ut accidit anno 1630. Fertilis eſt regio, ſementem faciunt Maio, & Junio meſſem, Novembri, & Decembri Hyems eſt illic, contra cœleſtem rationem.

In Orientali littore cui nomen Coromandel menſibus Martio, Aprili, Maio, Junio, ingentes ſunt æſtus, ob ventum borealem fervidiſſimum. Pluviæ occupant Julium, Auguſtum, Septembrem, & Octobrem, Menſibus Novembri, & Decembri, Januario, Februario ſentitur aliquid frigoris præcipuè noctu. In eo tractu ſunt Montis Gatis juga Coromandelium dividentia, ita ut trans Gaten ſit hyems, cis Gaten æſtas.

In Regionibus Gangetici maris, nempe regnis Siam, Begu, Malaca pluviales menſes ſunt September, October, November. Malacæ autem exceptis menſibus, Januario, Februario, & Martio, ſingulis hebdomadibus pluit bis, aut ter. Fertilitas in his regionibus ab exundatione fluviorum oritur.

In regno Patanæ viciniſque regionibus, æſtas incipit à Februario ad finem octobris.

A M E R I C A.

America duplex eſt; Septentrionalis, & Auſtralis. Auſtralis dividitur in Peru & Braſiliam. Peruviana in tres; littoralem, planam, & montanam; quæ licet in eodem climate ſitæ ſint, contrarias tamen anni tempeſtates experiuntur.

In montanis pluviales menſes habent ab Octobri ad finem Martii, quibus pluviæ ferè continuæ, cum æſtatem habere deberent, æſtatem ab Aprili ad octobrem.

In maritima Peruvia fere nulla hyems, nulla pluvia. Ab Aprili ad octobrem non eſt calor, quia

ſol

ſol ab illis recedit, quibus menſibus aër nebuloſus, ut plurimum ſolem tegit, non pluit quidem, ſed ros decidit, quo tempore in montanis cœlum eſt ſerenum. In planitie eædem tempeſtates ac in montibus.

In inſula Gorgon pluit fere per 8 menſes cum tonitru, non pluit menſibus Maio, Junio, Julio & Auguſto. Ejus lat. Auſtr. trium graduum.

In Provincia Paſtoa nimium frigus fruges impedit.

In agro urbis Cuſco inter æquatorem, & tropicum Capricorni ſitæ Gelu & nives deprehenduntur. In his regionibus venti Auſtrales cœlum ſerenant.

Braſilia Orientem reſpicit à 2 gradu latitudinis Auſtralis, ad 24, jucunda & ſalubri temperie aëris. Pluvias habet ab Aprili ad Auguſtum; quo menſe procellæ ſæviunt, noctes ſunt frigidiſſimæ, præcipuè in locis à mari remotioribus. Pluviarum guttæ magnæ, eum impetu decidentes, haber colles amoenos. Menſes pluvii ſunt à Februario ad Auguſtum; pluit præcipuè Maio, & Julio.

In Septentrionali America menſes pluvii à Maio ad Octobrem; reliquis eſt æſtus,& ſiccitas, Montes ad S. Martham 11 graduum latitudinis borealis nive plerumque teguntur.

Conſtat igitur in torridâ, ut plurimum frigus non eſſe ſenſibile, ideoque hyemem pluviis definiri. Frigus tamen eſt aliquod, nocte præcipuè poſt mediam noctem, imminuitur calor, ex eo quod noctes ſint longiores, ſol infra horizontem multum deſcendat, & venti ſiot frequentes.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Accidentales quatuor anni tempeſtatum diviſiones reſpectu zonarum temperatarum.

In zonis temperatis acceſſus ſolis & receſſus, totam tempeſtatum viciſſitudinem efficit, ideoque non tam diſcrepant à cœleſtibus. In eodem tamen climate inæqualitas altitudinis ſummam invehit diverſitatem, cum in ſummis montibus modicus ſit calor,& maximum frigus. Proportionatam tamen habent tempeſtatum viciſſitudinem.

Loca tropicis vicina aliquid de Africâ torridâ participant, etiamſi ſint in zona temperata. Sic in ea parte Guazaratenſis regni, quæ in zona temperata jacet, iidem ſunt pluvii menſes ac in zona torrida vicina.

In tota Barbaria, nempe regnis Fes, Maroc, & ditionibus Algeriana, Tunetana, Tripolitana incipiunt imbres medio Octobri, Novembri, Decembri, & Januario; frigus Decembri, & Januario, remiſſum tamen ita ut ad ignem non cogantur accedere. Februario omnino remittit frigus. Initio Maij ceraſa matura ſunt, medio Maio ficus decerpunt, in fine Junii uvas. In montanis eſt Nix ot in Athlante 3 grad. diſtante à tropico, ſeu io latit. 26 $\frac{1}{2}$. In Numidia Maio frumentum metunt Octobri dactylos. Si Octobri, & Aprili deficiant pluviæ ſterilis eſt annus, multi ſunt montes nive cooperti non procul à tropico.

In Ægypto Janoario & Februario ver eſt temperatum, æſtas incipit cum Martio ad finem Auguſti, Autumnus Septembrem & Octobrem occupat, hyems Novembrem, & Decembrem, meſſis medio Maio perfecta eſt. Idibus Junij incipit Nili exundatio.

ASIA.

In Archipelago non pluit ab Aprili ad Octobrem, ſed regnat boreas. Ab Octobri ad Aprilem regnat Auſter,& ſæpe pluit, frigus valde remiſſum.

In littoribus Perſidis circa Ormuſiam tantus eſt æſtus, ut in aqua dormire cogantur. In tota Arabia calor intolerabilis.

Borealis pars regni Sinenſis quæ excurrit à 30 gradu latitudinis ad 42 frigus habet intenſius quàm Italia, cum flumina ſæpe gelu concreſcant.

In Japonia à 31 latitudinis borealis gradu ad 39 hyems frigidior multò, quàm in partibus Europæ, eidem parallelo ſubjectis. In Armeniæ planitie ingens calor, in montibus frigus.

EUROPA.

In Anglia aër minos frigidus quàm in Belgio,& Germania, io Gallia adhuc minus, in extrema Provincia frigus exiguum. In Hiſpania exceptis regionibus Pyreneo vicinis vix ſentitur frigus. In Germania, Polonia, Moſcovia, frigus ingens & longum. In Italia modicum.

AMERICA.

In Freto Magellanico ſub latitudine Auſtrali graduum 52 etiam æſtate oives habent, præcipuè in montanis, quod etiam notatum eſt in pleriſque locis zonæ Auſtralis temperatæ, in quibus hyeme majus frigus, & æſtate major calor.

In regno Cbili à 30 gradu larit. Auſtralis ad 42 ver incipit menſe Auguſto uſque ad medium Novembrem, ibi licet vix ningat in planitie, eſt tamen frigus acerbiſſimum;& majus quam in pleriſque Europæ partibus.

De zonis frigidis.

Vix quidquam certi habemus circa has regiones, quæ anguſtæ ſint, ob figuram ſphæricam, frigus habent intenſiſſimum fere toto anno. Sterilis eſt regio, ſaxea, habitatoribus carens. Referunt Nautæ Hollandi 21 Jonij, in boreali tractu ſe ingentem glaciem vidiſſe, quæ totum mare occupabat. In latitudine boreali graduum 76, 11 Auguſti invenerunt glaciem ad fundum maris pertinentem, 27 Septembris nives continuas.

DE MAGNITVDINE DIERVM.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

De die longiſſima.

Oſtendimus jam ſuprà in ſphæra recta ſeu in regionibus æquinoctiali circulo ſubjectis per totum annum ſolem oriri horâ ſextâ matutinâ, & occidere horâ ſextâ veſpertinâ, atque adeo perpetuum ibi eſſe æquinoctium, noctemque 12 horas obtinere & diem totidem, quia nempe horizon rectus tranſit per polos, atque adeo omnes parallelos bifariam ſecat. Hoc in globo materiali intueri licet. Si enim polos in horizonte ſtatuamus,

mus, & quemcumque locum ſolis in Eclyptica notatum adducamus ad meridianum, tum indicem axi annexum, horæ 12 circuli polaris immobilis, adjungamus, tum locum ſolis ad horizontem ſive ortivum, ſive occiduum transferamus; videbimus ſemper xb indice horam ſextam indicari.

Quare in tegionibus æquatori ſubjectis ſumma eſt dierum æqualitas. Diximus item quomodo ſe res haberet reſpectu regionum polarium.

Oſtendimua item tempore æquinoctiorum ubique terrarum eſſe diem nocti æqualem. Hoc in globo facilè poteris intueri. Statuatur enim globus juxta quamcumque latitudinem, interſectiu æquatoris, & Eclypticæ ſeu primus arieria gradus adducatur ad meridianum, & index boræ 12 imponatur; tum arietis primus gradus ad horizontem ortivum, & occiduum adducatur, videbis ſemper ab indice exhiberi horam ſextam ſive matutinam, ſive veſpertinam.

In aliis locis ab æqnatore temotis excepto die æquinoctij, omnes dies ſunt noctibus inæquales, hoc in globo, aut etiam in ſphæra armillari potes intueri. Si enim pto quacumque latitudine, globum aut ſphæram sptaveris, videbis tropicum utrumque inæqualiter ſecari, tropicum quidem, pertinentem ad polum conſpicuum, ita ut major ejus pars ſupta horizontem aſſurgat. Si ergo numeres tropici gradus ſupta horizontem poſitos, eoſque in horas convertas, attributis quindecim gradibus in ſingulas horas, habebis quantitatem diei, quam ſole tropicum percurrente, majorem invenies quantitate noctis. Idem præſtare potes circa alium tropicum; quare ſi bene inſpicias omnes parallelos quos ſol percurrit, invenies, omnes, excepto æquatore, inæqualiter ab horixonte ſecari, & alios magis, alios minus inæqualiter.

PROPOSITIO XXXVII.

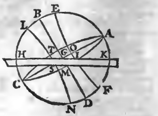
Problema.

Data loci latitudine, & luce ſolis invenire quantitatem diei ac noctis.

Duplici viâ hoc problema abſolvemus; primâ ope globi, ſecundâ ope mappæ univerſalis. Statuatur globus juxta latitudinem datam; quæratutque locus ſolis in zodiaco pro aſſignata die, qui ad meridianum adducatur, & index axis horæ 12 imponatur; transferatur locus ſolis ad horizontem ortivum: index in circulo polari immobili oſtendet horam ortus, ſi volvatur globus donec idem ſolis locus partem horizontis occiduam occupet, index indicabit horam occaſus, atque ita tota diei quantitas habebitur.

Secunda praxis idem in mappa univerſali abſolvit. Quæratur in Eclyptica mappæ univerſalis locus ſolis propoſitus, noteturque parallelus per ipſum tranſiens; is erit, quem ſol motu primi mobilis percurrit. Trajiciatur regula per centrum ſecundum latitudinem regionis, & noterur punctum in quo parallelus ſolis notatus regulam attingit, & nota quot gradus intercipiantur in parallelo inter meridianum medium, & regulam. Hi enim gradus in horas converſi indicabunt quot horis ante ſextam orietur ſol eo die.

Ut ſi ſit mappa ABCD æquator BD, parallelus quem ſol eo die percurrit ſit EF, regula HK ita per centrum G trajiciatur ut Arcus AK elevationis poli, æqualis ſit latitudini regionis. Noretur punctum I in quo parallelus EF ſecatur

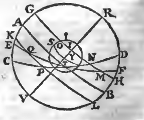


ab horizonte HK, numerenturque gradus in parallelo intercepti inter punctum I, & circulum horæ Sextæ AGC; numerus autem graduum in æquatore BD faciliùs numerabitur, ſunt enim arcus GM, 30 ſimiles. Hi gradus in horas converſi oſtendent quot horis oriatur ſol ante ſextam, ſi nempe parallelus verſus polum apparentem A declinaverit, ut E F, vel quot horis poſt ſextam oriatur ſi parallelus declinaverit ad polum depreſſum C. Ut parallelus L N, verbi gratiâ in latitudine graduum 49, invenies in tropico cancri arcum IO, 30 graduum, ſeu duarum horarum; orietur igitur ſol hora quarta. In tropico Capricorni LN, invenies arcum S T graduum 30 atque adeo duabus horis poſt ſextam, ſeu hora octava ſol orietur in dicta latitudine graduum 45, dum percurret tropicum capricorni.

PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

Idem parallelus ſolis, ab horizonte magis obliquo, ſeu majoris latitudinis magis inæqualiter ſecatur.

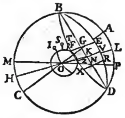


Sint æquator A B, duo loca habitationis O, & I quorum horizontes CD, EF, & EF quidem reſpondeat majori latitudini SI, dico parallelum ſolis quemliber GH, aut KL, magis inæqualiter ſecari ab horizonte magis obliquo EF, ſeu reſpondente majori latitudini, quam ab horizonte CD.

Demonſtr. Sit punctum T polus meridiani circuli, omnis maximus circulus ad meridianum rectus tranſibit per punctum T, ſed horizontes CD, E F; æquator A B, & circulus horæ ſextæ RV ſunt ad meridianum recti, ergo tranſeunt omnes per punctum T, eritque arcus YG quadrans. Clarum autem eſt arcum ſemidiurnum MG, majorem

jorem eſſe arcu ſemidiurno N G, & utrumque majorem eſſe quadrante; ergo horizon E F abſcindit arcum ſemidiurnum MG, multò majorem quàm horizon CD, utrumque majorem quadrante; & conſequenter horizon EF abſcindet arcum diurnum majorem quàm horizon CD, & utrumque majorem ſemicirculo. Sed hoc eſt horizontem EF magis inæqualiter ſecare parallelum GH, & facere arcum ſemidiurnum MG majorem, & arcum MH ſeminoctturnum minorem. Oſtendam ſimiliter arcum ſeminocturnum q L majorem eſſe, quam PL, atque adeo horizontem EF magis inæqualiter ſecare parallelum K L, quam horizontem C D.

Ut autem melius appareat veritas hujus propoſitionis, fiat paulò diverſa conſtructio. Propo-



natur idem meridianus ABCD, poli A & C, parallelus BEDF, ſectio meridiani & paralleli ſit BD. Sint tres habitatores ſub eodem meridiano I in ſphæra recta, cujus horizon tranſit per polos A & C, & communis ſectio horizontis illius & meridiani erit AC, ſecans parallelum in G, eius centro (*per 1. Theod.*) Sit F E communis ſectio horizontis, & paralleli; & cum tam paralleli quàm horizontis, plana ſint recta ad planum meridiani, (*per Theod.*) cum meridianus per polos utriuſque tranſeat, linea F E erit recta ad planum meridianum (*per 19. 11. Eucl.*) ergo erit angulus BGE rectus. Sit alius habitator in S, cujus horizon H L, nempe communis ſectio horizontis & meridiani, quæ ſecabit parallelum in K, eritque arcus AL elevatio poli, ſeu angulus AOL, ſimilis arcui I S, ſit VK communis ſectio horizontis & paralleli, & cum tam horizon HL, quàm parallelus ſint recti ad meridianum, oſtendam lineam VK eſſe perpendicularem ad BK, & conſequenter, parallelam lineæ FE. Eſt ergo arcus diurnus VBZ major ſemicirculo; ergo horizon H L ſecat inæqualiter parallelum. Sit tertius habitator T cujus horizon MP, latitudo arcus IT, elevatio poli illi æqualis AP, ſeu angulus AON, major quam AOK, eritque pariter linea XR ſectio horizontis MP & paralleli, prioribus parallela. Clarum autem eſt parallelum BEDF magis inæqualiter ſecari à linea XR, quam à linea VZ, & arcum diurnum RBX majorem eſſe arcu diurno VBZ, è contra arcum nocturnum RDX, minorem eſſe nocturno VDZ.

Hæc propoſitio demonſtrari poteſt facilè in globo. Si enim eum ſtatuas juxta quamcumque latitudinem, noteſque quot gradus paralleli cujuſcumque, verbi gratia tropici, intercipiantur inter horizontem ortivum, & occiduum, habebis arcum diurnum ex una parte, & arcum nocturnum ex alia, ſi globum diſponas pro latitudine majore, habebis alios arcus diurnum & nocturnum, videbiſque in ſecundo caſu majorem eſſe inæqualitatem.

Idem in mappa univerſali habere potes, ſi regulam quæ vices horizontis obtineat centro eius applices, eámque removeas à polo, pro ratione elevationis poli; habebis enim ut ſupra arcum ſemidiurnum, & ſeminocturnum, animadverteſque in majori elevatione poli, majorem eſſe inæqualitatem inter illos arcus, quam in minori.

Idem etiam exhibet ſphæra Armillaris, aut globus cœleſtis, ſi ſucceſſivè diſponantur pro minori, & majori latitudine.

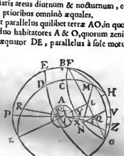
PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

Idem parallelus æqualiter ſecatur ab omnibus horizontibus ejuſdem latitudinis.

Sit idem Parallelus ſolis, verbi gratia tropicus, ſintque habitatores alicujus paralleli terræ, verbi gratia diſtantis gradibus 30 ab æquatore, qui conſequenter æqualem latitudinem habeant, & æqualem poli elevationem ſupra horizontem. Statuatur globus juxta talem poli elevationem, tum una ex regionibus prædictis admoveatur meridiano, tunc horizon immobilis evadet illius regionis horizon. Nota in tropico gradus interceptos inter horizontem ortivum, & occiduum, habebiſque arcum diurnum, & nocturnum. Admoveatur alia regio meridiano, & pariter horizon immobilis evadet illius verus horizon. Si pariter metiaris arcus diurnum & nocturnum, eos invenies prioribus omninò æquales.

Sit parallelus quilibet terræ AO, in quo ſumantur duo habitatores A & O, quorum zenith B, C ſit, æquator DE, parallelus à ſole motu diurno



deſcriptus ſit FG; dico horizontes habitatorum A, & O, ſimiliter dividere parallelum F G. Sit meridianus habitatoris A, circulus HBK, & meridianus habitatoris O, ſit HCK. Sit FG communis ſectio paralleli FG, & meridiani HBK & MN communis ſectio ejuſdem paralleli, & meridiani HCK, utraque FG, MN, bifariam dividit parallelum FG, (*per Theod.*) quia uterque meridianus tranſit per H & K polos paralleli FG; ergo utraque F G, MN eſt diameter, tranſitque per centrum L, per quod etiam tranſit axis KH. Sit Pq communis ſectio meridiani HBK, & horizontis habitatoris A, item RS ſit communis ſectio meridiani HCK, & horizontis habitatoris O.

Demonſtr. Cùm habitatores A & O ſint in eodem parallelo, æqualem habebunt latitudinem

E B, C D, & æqualem elevationem poli PK, RK. Sunt ergo anguli PIK, RIK æquales, ſicut illis oppoſiti ad verticem LIq, LIS. Sunt item anguli I L q, I L S recti, cum axis KH, ſit ad planum paralleli FG rectus (*per Theod.*) ergo cum triangula ILS, ILq habeant duos angulos æquales, & latus I K commune, habebunt latera LS, Lq æqualia. Quare lineæ qV, SZ communes ſectiones horizontium prædictorum, & paralleli FG, quæ ut ſupra oſtendimus ſunt perpendiculares ad lineas FG, MN, & æqualiter à centro diſtant (*per 3. Eucl.*) erunt æquales, ſimiliterque dividem parall lum, eritque arcus diurnus VFX, æqualis arcui diurno ZFY, quod erat oſtendendum.

COROLLARIUM.

Ex hoc ſequitur omnes regiones ejuſdem paralleli ſingulos dies æquales habere, atque adeo, ſimilem omnino luminis diſtributionem, & conſequenter alia omnia accidentia habere ſimilia. Ex quo fit ut ſufficiat inquirere quid accidat in una regione alicujus paralleli, ut ſciamus quid in aliis omnibus ejuſdem paralleli eveniat. Hoc autem indicat climatum doctrina.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Parallelus ab æquatore remotior magis inæqualiter ab eodem horizonte obliquo dividitur, quàm minus remotus.

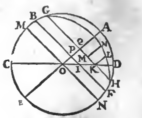
Proponantur duo paralleli verbi gratia parallelus quem ſol deſcribit initio Tauri, declinationem habens borealem graduum $11\frac{1}{4}$, & comparetur cum tropico cancri cujus declinatio eſt graduum $23\frac{1}{2}$; dico, quòd horizon quilibet obliquus dividit magis inæqualiter tropicum quàm parallelum Tauri. Ita ut in latitudine graduum 41, ſi arcus diurnus in Tauro ſit horarum 14, & arcus nocturnus horarum 10, in tropico arcus diurnus ſit futurus major, & nocturnus minor, nempe diurnus horarum 16, & nocturnus 8.

Hoc in globo facilè videbis ſi nempe ſtatuatur globus ad latitudinem graduum 50, & tunc numeres quot gradus paralleli Tauri extent ſupra horizontem, invenieſque 210, qui horas 14 efficiunt, tribuendo 15 gradus ſingulis horis. Invenies item arcum nocturnum graduum 150, ſeu horarum 10. In tropico cancri invenies extare ſupra horizontem gradus 240, ſeu horas 16, & infra gradus 120, ſeu horas 8.

E contra in parallelo Scorpii habente declinationem Auſtralem $11\frac{1}{4}$, invenies arcum diurnum horarum 10, & nocturnum horarum 14. In tropico Capricorni, diurnum horarum 8 nocturnum horarum 16.

Mappa univerſalis idem exhibet; ſi enim regulam horizontalem ita aptes, ut ab ea polus removeatur gradibus 50, invenies parallelum Tauri ita ſecari ab horizontali linea, ut inter eam & meridianum ſint in parallelo 7 horæ, & infra horizontem 5 horæ; in tropico ſupra horizontem 8 horæ, & infrà 4. Mappa enim univerſalis habet duo hemiſphæria ſeparata, & in ſingulis mediam tantum partem cœli exhibet.

Alio modo idem demonſtrabimus. Sit meridianus ABCD, poli A & E, axis AE, ſit CD communis ſectio horizontis & meridiani; ſint item BF, GH communes ſectiones parallelorum cum meridiano, GH paralleli remotioris, & BF vicinioris æquatori MN; dico parallelum GH magis inæqualiter dividi ab horizonte obliquo CD, quàm parallelum B F.



Demonſtratio. Axis AE in plano circuli meridiani ABCD, bifariam dividit lineas BF, GH, quæ ſunt diametri parallelorum, eò quòd meridianus ABCD per polos eorum tranſeat & conſequenter (*per ..4 Theodoſij*) eos bifariam dividat: Sunt igitur P & q centra parallelorum. Fiat ergo ut BP ſemidiameter ad diametrum Gq, ita PI ad qM, eritque qM minor quàm PI, eritque ut GM ad MH, ita PI ad IF: quare ſi per puncta I, & M, in planis parallelorum ducerentur perpendiculares ad diametros, quas vitandæ confuſionis gratia non duxi, illæ dividerent ſimiliter utrumque parallelum. Sed linea qK major eſt quàm linea PI, & conſequenter major quàm qM; quare ſi ducatur KL perpendicularis ad GH, quæ erit communis ſectio paralleli & horizontis, hæc magis inæqualiter dividet parallelum quàm linea MN; ergo & hæc magis inæqualiter dividet parallelum GH, quàm quæ duceretur per punctũ I quod eſt communis ſectio paralleli & horizontis dividet eundem parallelum BF, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Ex hoc ſequitur, quòd omnium parallelorum, quos ſol in uno hemiſphærio percurrit, tropicus, maximè inæqualiter dividatur; nempe in tropico ſpectante polum conſpicuum maxima ſit dies, minima nox; in oppoſito tropico maxima ſit nox & minima dies.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

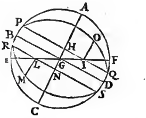
Paralleli hinc inde ab æquatore æqualiter declinantes, ſimiliter ab eodem horizonte dividuntur.

Sint duo paralleli æqualiter ab æquatore declinantes, verbi gratiâ duo tropici; dico eos ſimiliter ab eodem horizonte dividi.

In globo facilè hanc propoſitionem demonſtrabimus. Statuatur enim globus pro quacumque latitudine, verbi gratiâ, graduum 49 & notentur quot gradus tropici cancri ſint ſupra horizontem, invenies 240, & infra horizontem 120. E contra in tropico capricorni invenies ſupra horizontem gradus 120, & infra 240.

In

In mappa univerſali idem intueberis, ſi pro horizonte applices regulam centro mappæ, eamque à polo removeas gradibus 49.



Sit meridianus ABCD, poli A & C, æquator BD duorum parallelorum æqualiter diſtantium ab æquatore, communes ſectiones P cum meridiano Pq, RS, communis ſectio horizontis & ejuſdem meridiani ſit EF, ſecans diametros parallelorum in L & I, per quas ducantur perpendiculares IO, LM, quæ erunt communes ſectiones horizontis & parallelorum; dico lineas IO, LM ſimiliter dividere parallelos POQ RMS.

Demonſtratio. Cum paralleli æqualiter diſtent ab æquatore BD, erunt eorum diametri æquales, lineæ item GH, GN æquales, ſinubus declinationum æquales erunt. Quare in triangulis LGN, HGI rectangulis, & æquiangulis propter angulos oppoſitos ad verticem LGN, HGI. Cum præterea latera GH, GN ſint æqualia, erunt reliqua latera LN, HI æqualia; quare in circulis æqualibus POq, RMS, lineæ LM, IO, æqualiter à centris H & N diſtantes & æquales erunt, abſcindentque ex ſuis circulis ſegmenta æqualia, quare ſemiſegmenta OP, MS & reliqua Oq, MR æqualia ſunt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLII.

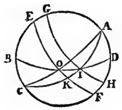
Problema.

Data latitudine minore gradibus 66 $\frac{1}{2}$ invenire diei longiſſima quantitatem.

Conſtat ex ſuperioribus in quacumque latitudine diem longiſſimam eſſe in tropico ſpectante ad polum conſpicuum, diem breviſſimam accidere in tropico oppoſito, & ſpectante ad polum depreſſum; atque ita in his regionibus borealibus diem breviſſimam eſſe 23 Decembris, & ab ea ad 22 Junii creſcere diem; decreſcere à 22 Junii ad 23 Decembris. Conſtat item in majori latitudine magis inæqualiter tropicos ſecari, atque adeo & diem breviſſimam minorem eſſe, & diem maximam majorem, qoam in latitudine minore, ex quo fit ut dies longiſſima aſſumatur quaſi menſura totius incrementi, & decrementi dierum, & noctium. Data enim quantitate maximæ diei in aliqua regione, facilè per regulas infra tradendas quantitatem cujuſlibet diei aſſignabimus. Facilè autem datæ cuiuſcumque latitudini, aſſignabimus competentem quantitatem diei longiſſimæ. Si enim globo tribuamus ſitum illi latitudini congruentem, numereſque gradus tropici vicini polo conſpicuo, extantes ſupra horizontem, habebis quantitatem diei maximæ.

Alio item modo idem præſtabis. Si enim primum gradum cancri ad horizontem ortivum transferas, noteſque punctum æquatoris ſimul oriens: tum globum circumvolvas donec hic primus cancri gradus occidat, ruſuſque notes punctum æquatoris oriens, numereſque gradus æquatoris inter hæc duo puncta interceptos, habebis arcum diurnum; ſi hunc numerum 51 per 15 dividas, habebis quantitatem maximæ diei.

Idem exhibet mappa univerſalia; applicatâ enim regulâ univerſali, ſecundum ſitum latitudinis propoſitæ, noteſque quot gradus tropici intercipiantur inter regulam horizontalem, & meridianom, hi dabunt quantitatem arcus ſemidiurni, & duplicati exhibebunt arcum diurnum integrum.



Si tamen etiam ad minuta uſque procedere velis, trigonometriâ utendum erit. Sit enim meridianus circulus ABCD, poli A & C, horizon BD, elevatio poli cognita AD æquinoctialis EF; tropicus GH ſecans horizontem in I, ſitque circulus horarius AIC; cum in æqoinoctiis ſol oriatur horâ ſextâ, circulus AOC erit circulus horæ ſextæ, & arcus OK exhibebit quantum ſol in tropico ante horam ſextam oriatur: quare ſolvendum eſt triangulum OIK in quo tria dantur, nempe angulus IOK, cujus menſura DF, complementum altitudinis poli AD, datur angulus rectus K, & declinatio ſolis in tropico, nempe IK. Fiat ergo

Ut tangens arcûs FD complementi elevationis poli

Ad tangentem arcus KI, declinationis 23 $\frac{1}{2}$,

Ita ſinus totus arcûs OF

Ad ſinum arcus OK, habebitur hic arcus.

Arcus OK eſt differentia Aſcenſionalis, habentur autem tabulæ differentiarum aſcenſionalium.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Data quantitate maxima diei, invenire latitudinem regionum cui convenit per illuminationem invenire diem longiſſimam.

Hæc propoſitio eſt ſuperioris converſa, & ita in globo perficitur. Diei maximæ ſume dimidium, verbi gratiâ, hîc dies maxima ſit horarum 16, ejus dimidium erit 8. Converte in gradus; erunt 120 gradus; Admove primum gradum

cancri meridiano, & numero in ſolſtitio gradus 120; tum globum ita inclina donec hic centeſimus vigeſimus gradus horizontem attingat, primo gradu cancri ſemper meridianum attingente; tunc polus erit diſpoſitus ſecundum latitudinem regionis, in qua talis eſt maximæ diei quantitas.

In mappa univerſali numera in tropico cancri pariter arcum ſemidiurnum 120 graduum, incipiendo numerationem à meridiano. Huic puncto & centro regulam horizontalem applica, hæc in limbo elevationem poli indicabit, quæ tanta erit, quot gradibus polus à regula removetur.

Ut ſuprà trigonometricè, idem conſequemur exactius. In triangulo enim OKI ſupponitur datus arcus O K, indicans quantum ante ſextam ſol oriatur in tropico, datur & declinatio K I, quæritur autem elevatio poli AD.

Fiat ut ſinus arcus O K differentiæ aſcenſionalis

Ad ſinum totum quadrantis OF,

Ita tangens declinationis K I

Ad tangentem arcus F D complementi elevationis poli A D.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Data latitudine majore gradibus 66 $\frac{1}{2}$ invenire quot diebus ſol non occidat, & viciſſim.

Proponatur elevatio graduum 78 $\frac{1}{2}$. quæritur quot diebus ſol non occidat. Statuatur globus juxta ſitum latitudinis propoſitæ, volvaturque; deprehendes aliquem Eclypticæ arcum qui non occidet, ſed ſemper erit ſupra horizontem, hic in noſtro exemplo erit arcus interceptus inter primum gradum Tauri & primum Virginis, igitur à 21 Aprilis ad 22 Auguſti ſol in ea regione non occidet, eritque toto illo tempore dies.

Idem exhibet Mappa univerſalis. Si regulam horizontalem à polo removeas gradibus 78 $\frac{1}{2}$, videbis parallelum Tauri ſtringere horizontem, & totum extare; & cum parallelus Tauri ſit idem ac parallelus Virginis, dices ab eo tempore quo ſol ingreditur Taurum, uſque ad Virginem, eſſe diem continuam.

Faciliùs & exactiùs tabula declinationum ſolis idem exequitur. Sumatur complementum elevationis poli, verbi gratia in noſtro caſu 11 $\frac{1}{2}$ invenies in tabula declinationis primum gradum Tauri, Virginis, Scorpii & Piſcium declinare gradibus 11 $\frac{1}{2}$, quorum duo Taurus & Virgo ſunt boreales; nempe ſpectant ad polum nobis conſpicuum, ideoque aſſeres ab initio Tauri ad initium Virginis ſolem non occidere, ſicut à principio Scorpii, ad initium piſcium non oriri.

Eodem prorſus modo, dato tempore quo ſol non occidit, invenies latitudinem reſpondentem. Verbi gratia quæro latitudinem in qua ſol duobus menſibus manet ſupra horizontem; uno ante ſolſtitium, alio poſt. In globo ſtatuendus ita eſſet globus aut Mappa, donec parallelus Geminorum & Leonis eſſet ſupra horizontem. Vel quære declinationem hujus paralleli, quæ invenitur graduum 20, complementum eius 70 eſt latitudo quæſita.

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

De incremento dierum à minimo uſque ad maximum.

Incrementa & decrementa dierum, & noctium non ſunt æqualia, hoc eſt ſingulis diebus non augentur dies æquali incremento, ſed cum incipiunt dies creſcere, primo menſe poſt ſolſtitium hybernum; quantitas diei augetur duodecima parte, totius incrementi, ſeu differentiæ quæ eſt inter maximum diem, & minimum, Secundo menſe augetur duplò, ſeu ſextâ parte ejuſdem incrementi, Tertio menſe augetur triplò ſeu quarta parte ejuſdem exceſſus, Quarto rurſus quartâ parte, quinto ſexta parte, ſexto menſe duodecima parte, quod ut in exemplo intelligas. Hic Pariſiis dies maxima eſt 16 horarum, minima octo horarum, differentia eſt octo horarum, quam ſi partiaris per 12, habebis quadraginta minuta; nempe duodecima pars illius exceſſus eſt min. 40. minima dies eſt horarum 8. Poſt primum menſem erit dies horarum 8. 40. minutorum, alio menſe adde bis 40 minuta, ſeu 80, ſeu horam cum 20 minutis, quæ addita ad 8. 40. efficiunt 10 horas. Tertio menſe adde unam quartam partem octo horarum ſeu 2 horas, eritque dies horarum 12. Adde denuo 2 horas, fientque poſt quartum menſem 14 horæ; adde & 80 pro quinto ſeu hor. 1. 20. fient horæ 15. 20. & tandem ſexto menſe 40 minuta, efficient diem horarum 16.

Hæc regula à Cleomede profertur, demonſtrari quidem non poteſt, eò quòd non ſit omninò exacta, deficiatque nonnunquam aliquibus minutis, paucis tamen, & quæ in calculo civili facilè negligi poſſint. Affert autem exemplum, in quo maxima dies minimam ſuperat 6 horis, nempe minima eſt horarum 9, & maxima horarum 15, ut accidit in elevatione poli 41. Dicit enim minimæ diei poſt unum menſem addendam ſemihoram, ita ut fiat dies horarum 9 $\frac{1}{2}$, tum horam, ita ut poſt ſecundum menſem ſit horarum 10 $\frac{1}{2}$, poſt tertium menſem ſit horarum 12, tum poſt quartum horarum 13 $\frac{1}{2}$, poſt quintum 14 $\frac{1}{2}$, poſt ſextum horarum 15, & rurſus decreſcat per ſimiles gradus.

Affert autem cauſam hujus inæqualitatis in augmento dierum, obliquitatem Eclypticæ, in qua ſol defertur, quæ æquatorem in duobus punctis ſecat, utrumque verò tropicum non ſecat, ſed tangit, ita ut aliquandiu Eclyptica procedat tropico fere parallela, & ab eo non multum recedit. Eclyptica ergo æquatorem & vicinos illi parallelos rectius ſecat, nempe ita ut cum illo angulum 23 graduum efficiat, at verò cum tropicis angulos acutiores efficit. Ex quo fit, ut ab illis minus recedat, & lentius, hoc in globo, manifeſtè deprehenditur. Sic cum intervallum inter tropicos ſit graduum 47, primo menſe poſt ſolſtitium hybernum ſol recedit à ſolſticio tribus gradibus cum dimidio, quæ eſt fere duodecima pars graduum 43; deinde recedit ſecundo menſe gradibus 8 $\frac{1}{4}$ quæ eſt ferè ſexta pars; tum tertio menſe quarta parte nempe 11 $\frac{1}{4}$, idem præſtat quarto menſe, non tamen incrementum dierum ſequitur proportionem mutationis declinationis, ſed magis accedit ad regulam à Cleomede allatam. Dicit

ergo

ergo Eclypticam tardius à tropicis diſcedere, ſed reſpectu æquinoctialis celeriores acceſſus & receſſus facere; divinâ ſcilicet providentiâ, talem ſigniferi ad tropicos ſitum moliente, ut latenter & ſenſim, non confeſtim & repente temporum mutationes fierent, hoc autem totum pendet ex figurâ ſphæricâ.

Regula à Cleomede allata facilior fieri poteſt, nempe cum dies tribus menſibus creſcant à tropico ad æquatorem, & aliis tribus ab æquatore ad tropicum incrementa pro tribus menſibus à tropico ad æquatorem ſe habent ut numeri 1.2.3. & ſequentibus ab æquatore ad tropicum 3.2 1. & pariter decrementum à ſolſtitio æſtivo ad hybernum hunc progreſſum ſequatur 1.2.3,3.2.1. Quare ſi dimidium exceſſum ſumas maximæ diei ſupra maximum, & dividas in 6; menſibus prope ſolſtitium tribuas 1. menſibus prope æquinoctium aſſignes tres; intermediis duos: ut hîc Pariſiis dies maxima habet 16 horas, ſeu 4 ſupra 12. Divide 4 horas per 6 fiunt $\frac{4}{6}$ ſeu $\frac{2}{3}$, hoc eſt 40 minuta. Primo menſe exacto adde 40 min. ſupra horas 8, ſecundò præter ea adde 80 ſeu unam horam, cum 20 minutis, fient 10 horæ; tertio menſe erit æquinoctium; poſt quartum addes ter 40 minuta, ſeu duas horas, quinto præterea unam horam cum 20 minutis poſt ſextum addes.

Vel ſi conjunctim velis procedere, numeri ita procedent 1. 3. 6. nempe minimæ diei octo horarum, addes ſemel 40 minuta, ſeu 6 partem exceſſus maximæ diei ſupra 12, ſecundo menſe dimidiam partem; tertio erit æquinoctium; quarto adde dimidium ſupra 12; quinto adde quinque ſextas, ita ut relinquatur una. Ut hic exceſſus maximæ diei ſupra minimam eſt quatuor horarum, ſexta pars eſt min.40. & media duarum horarum; Adde poſt primum menſem 40, poſt ſecundum duas horas, poſt tertium erit æquinoctium, poſt quartum adde dimidiam, nempe duas horas, poſt quintum deficiat dies à màxima minutis 40.

Eodem modo ſi velis horam ortus aut occaſus, ſume exceſſum ortus æſtivi ſupra æquinoctialem, eſt horarum duarum, cujus dimidium eſt una hora pro ſecundo menſe, & 20 minuta ſunt ſexta pars, pro primo. In ſolſtitio hyberno oritur ſol horâ octavâ, poſt unum menſem citius 20 minutis, nempe hora 7 cum 40 minutis, poſt ſecundum menſem una hora citius nempe hora 7, poſt tertium hora ſexta, poſt quartum hora quinta, poſt quintum hora 4 cum minutis 20. Idem circa occaſum præſtabis in ſolſtitio hyberno hora 4 occidit, poſt primum menſem hora 4 cum min.20. poſt duos menſes hora 5 tum hora ſexta, & pòſt hora ſeptima, tum hora ſeptima cum 40 minutis.

Hæc tamen regula nonnullis minutis aliquando deficit, præcipuè in latitudine magis boreali; ſufficit tamen ad civilem calculum.

PROPOSITIO XLVI.

Theorema.

De Climatibus.

Cùm longiſſimæ diei quantitas ſit menſura quantitatis aliorum, non ſine ratione inquirimus quantitatem longiſſimæ diei, in ſingulis regionibus: quod ut melius exequamur, totam latitudinem telluris, ab æquatore nempe ad polum in varias zonas dividimus, ut uno intuitu, determinare poſſimus quantitatem maximæ diei in qualibet regione. Has zonas vocamus climata, quod per eas quaſi aſcendatur ab æquatore ad polum, aut à die longiſſima horarum 12, ad diem longiſſimam horarum 24.

Clima igitur eſt telluris tractus duobus parallelis æquatori comprehenſus, in quibus longiſſima dies variatur notabiliter. Eſt igitur clima zona duobus parallelis comprehenſa, nempe quorum unus eſt æquator, vel alius quilibet ipſi parallelus, finis item alius parallelos, ita ut in remotiori parallelo, dies longiſſima, ſuperet longiſſimam diem paralleli alterius, (vicinioris ſcilicet æquatori) notabili aliquo exceſſu, puta una ſemihora, aut una hora, aut in zona frigida uno menſe. Vides autem rationem cur ita telluris ſuperficies dividatur, quia nempe ut vidimus quicunque ſub eodem parallelo jacent, eandem habent dierum ſingulorum magnitudinem. Si diſtributionem tantum telluris quæreremus nulla habita ratione incrementi dierum; diſtribueremus telluris hemiſphærium in novem climata, quorũ primum duceret initiũ ab æquatore & finem haberet in decimo; ſecundũ inciperet in decimo parallelo finẽ haberet in vigeſimo, nonum denique inciperet in octogeſimo parallelo, finem haberet in polo. Hæc tamen diviſio, quæ facilis eſt, & communiter habetur in mappis geographicis, nihil docet circa quantitatem maximæ diei, ſed tantum indicat latitudinem regionum, & æqualem illi altitudinem poli.

Pro quolibet climate tres aſſignantur paralleli, quorum vicinior æquatori eſt initium climatis; remotior eſt finis, medius dat denominationem climati.

Climata autem non habent æqualem latitudinem, hoc eſt in climatibus vicinioribus æquatori; plures intercipiuntur gradus inter initium, & finem, quam in remotioribus, quod diſtributionem iſtam ſatis difficilem reddit.

LEMMA I.

Si in ſemicirculo arcus hinc inde æquales abſcindantur, ducanturque lineæ parallelæ, remotiores à centro, minus inter ſe diſtabunt.



In ſemicirculo ADE abſcindantur arcus æquales AB, BC, CD, EF, FG, GH, ducantur per eorum extremitates lineæ parallelæ BF, CG, DH; dico DH, CG minus diſtare inter ſe, quam CG, BF; nempe lineam BN, ſeu OP majorem eſſe quàm CM, aut OK, & OK majorem eſſe quàm DL. Ducantur ſubtenſæ, AB, BC, CD quæ æquales erunt, cum arcus ſint æquales.

Demonſtratio. In triangulo B A N, angulus BAN, inſiſtit arcui BDE, & angulus CBM arcui CDF, & DCL arcui DG; ergo (*per 27.3. Eucl.*) angulus BAN major eſt angulo CBM, & hic major quam DCL; ſed (*per prop. 2. 3. Trigon.*) in triangulo ABN, AB ſe habet ad BN, ut ſinus to-

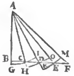
tus ad ſinum anguli ABN, & in triangulo CBM, ita ſe babet CB, ſeu AB, ad CM ut ſinus totus ſeu anguli recti M, ad Sinum anguli CBM. Sinus autem totus majorem rationem habet ad ſinum anguli minoris, quàm ad ſinum anguli majoris, ergo CB ſeu AB majorem rationem habet ad CM, quàm ad BN; ergo BN major eſt quam CM: & ita oſtendam CM majorem eſſe quàm DL, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Si ſumantur in linea perpendiculari lineæ æquales per quas ducantur parallelæ, arcus non erunt æquales, ut ſi lineæ PO, OS æquales fuerint, arcus AB minor erit ſequenti, ad lineam uſque tranſeunte per S. Si enim ſumantur arcus AB, BC æquales, linea PO major erit quam OK: ergo ſi ſumatur linea OS, ducaturque linea parallela per punctum S, angulus fiet major.

LEMMA II.

Si ex puncto lineæ, per diviſiones æquales ſuæ perpendiculari, ducantur lineæ remotiores, angulos minores comprehendent.



Ex puncto A lineæ AB, ad quam ſit perpendicularis BF, diviſa in partes æquales BC, CD, DE, EF, ducantur lineæ AC, AD, AE, AF. Dico remotiores à perpendiculari continere angulos minores, hoc eſt angulum BAC majorem eſſe angulo CAD, & hunc majorem DAE, & ita conſequenter. Ex puncto A intervallo AC deſcribatur arcus GCI, & cum linea AC (*per* 17. 1. *Eucl.*) major ſit quam AB, cum opponatur angulo recto B, ideoque hic arcus ſecabit AB in G infra B. Angulus item ACB acutus eſt, ergo ACD eſt obtuſus, ergo AD major erit quam AC. Ergo arcus GCI cadet in I ſupra D.

Demonſtratio. Angulus BAC ad angulum CAD ſe habet (*per* 37. 6. *Eucl.*) ut ſector AGC ad ſectorem ACI; ſed ſector ad ſectorem majorem rationem habet, quam triangulum ABC ad triangulum ACD, cum ſector AGC ſit major triangulo ABC, & ſector ACI ſit minor triangulo ACD; triangula autem ſunt æqualia, (*per* 1. 6. *Eucl.*) cum baſes BC, CD ſupponantur æquales. Ergo ſector GAC major eſt ſectore CAI, & conſequenter angulus BAC major eſt angulo CAD; quod erat demonſtrandum. Ita oſtendam angulum CAD majorem eſſe angulo DAE.

COROLLARIUM I.

SI Anguli ſint æquales, linea BC minor erit quam CD, & hæc minor quam DE.

COROLLARIUM II.

Si linea BC major eſſet linea CD, & hæc major quàm DE, multò magis angulus BAC, major eſſet angulo CAD, & bic major angulo DAE.

PROPOSITIO XLVII.

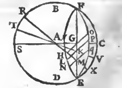
Theorema

Si tellus dividatur in climata, parallelis æqualiter inter ſe diſtantibus, non erit exceſſus longiſſimæ diei æqualis; ſed major, quò ad polum magis acceſſerit.

Latitudo.	Longiſſima dies	
Gr.	H.	mi
10	12.	36
20	13.	12
30	13.	56
40	14.	52
50	16.	10
60	18.	32

Hanc propoſitionem probare poſſumus in globo. Si enim ſtatuatur globus ſucceſſivè, ſecundum latitudines æque differentes; verbi gratiâ ſecundum latitudinem 10. 20. 30. 40 graduum, & in iis obſervetur longitudo maximæ diei (*per* 40. *hujus*) invenies in latitudine 10 diem longiſſimam eſſe hor. 12. 36. In latit. 20 eſſe horarum 13. 12. in latit. 30 hor. 13 56. in lat. 40 hor. 14. 52, in latit. 50 hor. 16. 10. in latit. 60. hor. 18. 32. Clarum autem eſt exceſſum longiſſimæ diei in latit. 60, ſuprà longiſſimam diem in latitud. 50 eſſe duarum horarum & min. 12. & longiſſimam diem latitud. 50. ſuperare longiſſimam diem latitud. 40 tantum hora una & min. 18, & hanc ſuperare ſequentem 30 graduum lat. minutis tantum 56. & diem lat. 30 ſuperare diem latitudinis 20 min. 44, & hanc ſuperare diem latitudinis 10 min. 36, ita ut exceſſus ita ſe habeant min. 36, min. 36, min. 44, min. 56 una hora min. 18, duæ horæ, & min. 12, hoc autem tam in globo quam in mappa univerſali aut etiam trigonometricè probare poſſumus: aliiſque modis innumeris.

Jam probare poſſumus abſolutè eandem propoſitionem.



Sit centrum terræ A, meridianus BCD, in quo polus ſit C tropicus EPF, communis ſectio meridiani, & tropici ſit E F, communis ſectio meridiani, & horizontis ſphæræ rectæ SC, & communis ſectio ejuſdem horizontis recti, & tropici ſit HGO. Sit communis ſectio horizontis obliqui latitudinis 10 graduum TAV, & 20 graduum RAX, & communes eorum ſectiones cum tropico, ſint LP, Nq. Dico arcum NL, majorem eſſe arcu HL, eſt autem arcus diurnus in ſphæra

recta

recta ſemicirculus HFO, in latitudine 10 graduum arcus LFP, in latitudine 20 graduum NFq. Quare ſi probem arcum LH, minorem eſſe arcu LN, probavero arcum diurnum latitudinis 10 graduum, minùs ſuperare arcum diurnum HFO ſphæræ rectæ, quam arcus diurnus latit. 20 graduum NFq ſuperet arcum diurnum latitudinis 10 graduum.

Demonſtratio. Arcus C V, V X ſeu anguli CAV, VAX ſupponuntur æquales; quare (*per Cor. 1. 2. Lemmatis*) linea KG minor erit linea KM, unde (*per Coroll. 1. 1. Lemmatis*) arcus LN major erit, arcu LH, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Si ſupponerentur GL, LN æquales, nempe æquales exceſſus, arcuum diurnorum arcus VX major eſſet arcu VC. Quare ſi ſint plurimi horizontes obliqui ita diſpoſiti, ut efficiant in tropico exceſſus dierum maximorum æquales, minus inter ſe diſtabunt qui polo erunt propiores.

PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

Antiquorum Climatum diſtributio.

Climata antiquorum					
	Nomina.	Latitudo.		Magnitudo diei.	
		Gr.	mi.	H.	mi.
1	Per Meroen.	16.	43	13.	0
2	Per Sienem.	23.	50	13.	30
3	Per Alexandriam.	30.	47	14.	0
4	Per Rhodum, Babylonem.	36.	30	14.	30
5	Per Romam Helleſp.	41.	22	15.	0
6	Per Venetias	44.	29	15.	30
7	Per Riphæos montes Pariſios.	49.	1	16.	0

Climatum diſtributio ab antiquis uſurpata longè differt ab ea, quæ communiter à recentioribus profertur, quia paucas admodum telluris partes cognitas habebant: nam, & totum hemiſphærium Auſtrale, & Americam ignorarunt, ſicut & regiones æquatori vicinas, quas inhabitabiles crediderunt; unde ſeptem tantū climata numerarunt.

Addiderunt progreſſu temporis octavum per Paludem Mæotiden, & Nonum per mare Balticum.

Primum clima non inceperunt ab æquatore; ſed à parallelo duodecimo cum min. 43, ideoque quod modo ſecundum eſt clima illis fuit primum. Multi Antiquorum cum ſuſpicarentur Auſtrale hemiſpherium eſſe habitatum, iiſdem nominibus climata Auſtralia nominarunt addita voce ἀντι. Ut per Antimeroes. Quaſi clima oppoſitum tranſeunti per Meroen.

PROPOSITIO XLIX.

Theorema.

Hodierna Climatum diſtributio.

Hic aperiendum judico, quomodo commodè diſtribuenda ſint climata; ad quod præſtandum attendendus eſt finis, quem in tali diſtinctione ſpectamus, nempe ut totam luminis diſtributionem reſpectu telluris præ oculis habeamus, quæ difficilis non erit ſi diei longiſſimæ quantitatem habeamus in uno quoque terræ tractu.

Hæc igitur in diſtributione climatum prima lex eſto, ut inter climatis initium & finem ſit unius ſaltem ſemihoræ differentia in quantitate diei longiſſimæ. Conſtat igitur clima tribus parallelis, extremis duobus & medio, ita ut differentia in ſingulis parallelis ſit unius ſaltem quadrantis, finis unius eſt initium ſequentis.

Quia tamen ubi ab æquatore longius receſſeris, ita fiunt vicini paralleli, ut aliquibus tantum minutis in latitudine diſſent, poſt clima octavum in quo maxima dies eſt 16 horarum, volunt multi ut mutatio diei maximæ ſit unius horæ integræ.

Sunt ergo ab æquatore, ad illum parallelum 49 in quo dies maxima eſt horarum 16, octo climata; exinde alia octo uſque ad circulum polarem, nempe ad latit $66\frac{1}{2}$ in qua dies maxima eſt 24 horarum; ſed in his octo incrementa diei maximæ in ſingula climata eſt unius horæ, in primis octo unius ſemihoræ.

Tum fiant alia 6 ſpatia in quibus dies creſcit per menſem integrum.

Voluit P. Ricciolius ut in diſtributione climatum haberetur ratio refractionis, ſed rem inutilem, & impoſſibilem ſectatus eſt; refractio enim eſt varia, pro varia diſpoſitione athmoſphæræ.

Climata

	Climata Principium.	Dies maxima H.	M.	Latitudo. Gr.	M.	Intervallum. Gr.	Mi.	Regiones boreales.	Regiones Auſtrales.
		12.	0	0	0				
1	medium	12.	15	4.	15				
	finis.	12	30	8.	25	8.	25		
2	medium	12.	45	12.	30				
	finis.	13.	0	16.	25	8			
3	medium	13.	15	20.	15				
	finis.	13.	30	23.	50	7	25		
4	medium	13.	45	27.	40				
	finis.	14.	0	30.	20	6.	30		
5	medium	14.	15	33.	40				
	finis.	14.	30	36.	28	6.	8		
6	medium	14.	45	39	2				
	finis.	15	0	41.	22	4.	52		
7	medium	15.	15	43.	32				
	finis.	15.	30	45.	29	4	7		
8	medium	15.	45	47.	20				
	finis.	16.	0	49.	1	3.	31		
9	medium	16.	30	51.	58				
	finis.	17.	0	54.	27	4.	56		
10	medium	17.	30	56.	37				
	finis.	18.	0	58.	29	4.	2		
11	medium	18.	30	59.	58				
	finis.	19.	0	61.	18	2.	49		
12	medium	19.	30	62.	25				
	finis.	20.	0	63.	22	2.	4		
13	medium	20.	30	64.	6				
	finis.	21.	0	64.	49	1			
14	medium	21.	30	65.	21				
	finis.	22.	0	65.	47	0.	58		
15	medium	22.	30	66.	6				
	finis.	23.	0	66.	20	0.	37		
16	medium	23.	30	66.	28				
	finis.	24.	0	66.	30	0.	10		
		Dies.							
17	medium	15.	$\frac{1}{4}$	66.	55				
	finis.	31.	$\frac{1}{2}$	67.	21	0.	50		
18	medium	47	$\frac{1}{4}$						
	finis.	62		69.	48				
19	medium	77	$\frac{1}{4}$						
	finis.	93		73.	37				
20	medium	108.	$\frac{1}{4}$						
	finis.	124		78.	30				
21	medium	141	$\frac{1}{4}$	1					
	finis.	154		84.	5				
22	medium	170	$\frac{1}{4}$						
	finis.	187	$\frac{1}{2}$	90					

PROPO

PROPOSITIO L.

Theorema.

Uſus tabulæ climatum.

Uſus tabulæ climatum facilis eſt. Vel enim data latitudine alicujus loci, vis ſcire in quo climate inveniatur, & quænam ſit diei quantitas; quæres latitudinem propoſitæ regionis in tertia columnâ, & ſecunda exhibebit quantitatem maximæ diei. Vel data maximæ diei quantitate quæris latitudinem; quantitatem diei quæres in ſecunda columna; tertia exhibebit latitudinem quæſitam.

In mappis univerſalibus in limbo primi meridiani notantur ex una parte climata incipiendo ab æquatore, & procedendo, hinc inde verſus utrumque polum, notatur item magnitudo diei maximæ, ita ut uno intuitu, tota telluris illuminatio percipi poſſit.

DE CREPUSCULO.

PROPOSITIO LI.

Theorema.

De cauſis crepuſculi, & Auroræ ſeu de Athmoſphæra.

Crepuſculum, & auroram vocamus totum illud tempus quo poſt ſolis occaſum, aut ante ſolis ortum, aliquid lucis percipimus, ſi cauſam hujus lucis dubiæ inquiramus, inveniemus illam à ſole tanquam à primario fonte oriri, cùm eius acceſſu ſenſim oriatur, & eius receſſu evaneſcat; ſed oritur difficultas, quâ viâ ad nos uſque perveniat, oculoſque noſtros feriat. Cùm enim certum ſit triplici tantum viâ lumen propagari, nempe directè, reflexè, & refractè, & in hoc caſu directo radio viam præcludi, quæritur utra ſit illius cauſa reflexio, aut refractio, & quodnam ſit corpus cui talis ſive reflexio, ſive refractio tribui poſſit; nulla occurrere poteſt commodior quàm athmoſphæra.

Athmoſphæra igitur eſt ſpatium illud circa tellurem circumfuſum, in quo exhalationes, & vapores continentur. Cauſa educens hujuſmodi halitus eſt calor, ſive ſyderum & ſolis præcipuè, ſive terreſtris, ſicut enim corpora ferè omnia admoto igne, fumum aliquem emittunt, ita etiam ex tellure vapores continuò expirare neceſſe eſt, quæ ubi calor illæ reſederit, denuo condenſentur, & in terram decidant, fiatque ferè continua reciprocatio, & halituum vi caloris aſcendentium, & eorumdem alicubi decidentium, hos halitus aſcendere percipimus, tanquam fumum, & deſcendere in rorem pruinam, & pluviam.

An verò præter hos halitus detur & aliud corpus circa tellurem, quem vocamus aërem, videtur eſſe probabilius, qui tamen purus non ſit, ſed hujuſmodi vapores excipiat, & cum iis miſceatur. Sic enim melius explicabitur, & quod exhalationes interdum plures, interdum pauciores habeat, ita ut frigore ſæviente ſæpe puriſſimus appareat, eo quod telluris ſuperficies gelu concreta, & indurata, nihil aut parum expiret: quod ſi aër totus vapor eſſet ita addenſaretur frigore, ut aquæ naturam rurſus indueret; quod cum experientiæ repugnet, neceſſariò aër diverſæ à vaporibus, & exhalationibus naturæ admittendus eſt.

Quòd autem plures, aut pauciores exhalationes è tellure educantur, præcipuè verò è diverſis eius partibus, & ratio, & experientia ſuadet; ratio quidem quia cauſæ non adſunt ſemper eædem; nempe ſol ſupra horizontem aliquando magis; aliquando minus aſſurgit, diverſitas item in telluris partibus quarum nonnullæ compactiores ſunt ut cautes, aliæ molliores ut aqua. Ex quibus etiam concludo halitus athmoſphæram componentes varios eſſe, qui ex materiis ſiccioribus educuntur, communiter exhalationes dicuntur, quæ naturam ſoli è quo educuntur ſapiunt, ſic ex ſolo ſulphureo exhalationes ſulphureæ meteoris igneis producendis aptiſſimæ educuntur, ex locis aqueis nubeculæ aſcendunt. Hæc item cauſa eſt cur in diverſis regionibus diverſa admodum aëris temperies, & ſalubritas percipiatur.

Halitus autem iſti non per ſe, & ex naturâ ſuâ aſcendunt, ſed cum vi caloris rareſiunt, & majus ſpatium occupant, extruduntur ſurſum ab aëre gravi, qui ſub æquali mole, majus pondus obtinet. Sic ut plurimum in locis frigidioribus de nocte nebula non aſcendit, ſed ubi tantum à ſole incaluerit. Certum eſt autem aquam ubi incaluerit vehementius, ſpatium millecuplò majus occupare, ut animadvertimus in Æolypilis aliiſque. Immo aër ipſe multùm calore augetur, ut experimur in thermometro, de quo multa diximus ſuo loco: Immo dum vehementius incaleſcet, ſpatium centuplò majus conſueto occupabit, condenſationis etiam ſummæ capax eſt, & à frigore, ſed præcipuè impreſſione ipſi facta. Sic in ſclopetum pneumaticum centies plus aëris compingimus, quàm in ſtatu connaturali contineret.

Multæ circa Athmoſphæram quæſtiones fieri poſſunt. Prima ſit hæc, an eius figura ſit ſphærica, an aliquando major aliquando minor, in qua quæſtione diſtinguendum puto. Vel enim per athmoſphæram intelligitur totum illud ſpatium quod ab aëre occupatur in tellurem gravitante, vel intelligitur illud ad quod exhalationes & vapores aſcendunt. Cùm enim partes aëris rariores ſint etiam leviores, ab aliis craſſioribus ſurſum extruduntur, quare neceſſariò ſuperiores erunt aliis inferioribus leviores. Poterit igitur fieri ut vapores attenuati licèt, ſint quidem aëre inferiori leviores, ſuperiori tamen graviores, ex quo fit ut hyeme nubes non ita altè aſcendunt, ac æſtate.

Oritur tamen ex his nonnulla difficultas, quòd aër circa terras fuſus videatur calidior quàm qui in ſuprema regione poſitus eſt, ubi modicus calor invenitur. Aër autem calidior videtur eſſe rarior, rarior autem eſt levior. Reſpondeo admittendum propterea eſſe motum fere continuum, partibus ſuperioribus, ubi frigore addenſatæ fuerint, deſcendentibus & partibus inferioribus ubi calore fuerint rarefactæ, aſcendentibus; non tamen partes inferiores ubi incaluerint tantiſper fiunt propterea ſuperioribus leviores, quia nempe comprimuntur à ſuperioribus, & conſtipantur, atque adeò non ſola caloris, & frigoris haberi debet ratio ſed etiam partium, plurium, & pauciorum deſuper incumbentium.

Clarum eſt ex his vapores non ſemper ita calore attenuari, ut ſint omni aëre leviores, ſed aliqua eius parte, quare meritò tota aëris craſſities, in tres regiones dividitur, in hanc infimam circa tellurem in qua degimus, mediam in qua ſunt nu-

bes, generanturque alia Meteora, & ſupremam, ex quo fit ut nomen athmoſpheræ in duplici poſſit ſignificatione uſurpari. Prima ut totum aërem circa terras fuſum ſignificet, ſecunda, ut non ultra exhalationum,& vaporum regionem,& locum excurrat. Juxta utramque acceptionem moveri poteſt quæſtio de figura athmoſpheræ, & juxta utramque quæſtioni ſatisfacio.

Dico itaque athmoſpheræ ſeu aëris altitudinem, non tantum eandem eſſe ubique, ſeu eius figuram ſphæricam eſſe, ſed etiam ſemper eandem, & invariabilem.

Probatur. Si quæ ratio mutare poſſet hanc aëris altitudinem, eſſet calor, & frigus vi cujus alicubi rarefieret, aut condenſaretur; ſed hæc ratio non mutat eius altitudinem, ergo nulla. Neque enim tota athmoſphæra ſimul magis, & minus calefit, ſed tantum aliquæ eius partes nunc hæ, nunc illæ, ſed ſi hoc modo tantum incaleſcat athmoſphera non fiet propterea major; quare etiamſi æſtate partes aëris noſtri magis rarefiant ubi vel tantillulum ſuperficiem aëris ex parte noſtra extulerunt, aër hic ſe accommodat in orbem circa alium aërem, eodem prorſus modo, quo unica fit maria ſuperficies, terræ concentrica. Pariter dum aër qui circa nos eſt frigore condenſatur, atque adeo aliquantiſper ſuperficies ſubſidit, ſuppletur ille defectus ab aliis partibus accurrentibus, & illam lacunam complentibus.

Dico inſuper Athmoſphæram in ſecundo ſenſu ſumptam, nempe pro ſpatio ab halitibus occupato, in uno loco majorem, in alio minorem obtinere altitudinem, ita ut in locis polo vicinioribus, ad minorem altitudinem perveniant nubes cæterique halitus. Ratio eſt quia halitus magis calefacti rariores evadunt, & rariores effecti, altius aſcendunt: ſed ſub zona torrida halitus hi magis calefiunt, non tantum à lumine ſolis, directo, ſed etiam à calore ipſius telluris: ergo altius aſcendere debent in zona torrida, quàm prope polos, ideoque figura, quæ communiter huic athmoſpheræ tribuitur eſt Ellyptica, prope æquatorem amplior, & prope polos contractior.

Certum eſt in athmoſphæra radios luminis pati aliquam refractionem, immo forſitan in aëre. Si enim ſupra aërem telluri incumbentem, ſit purior æther, & rarior, fiet tranſitus à medio rariori, ad aërem craſſiorem, & denſiorem, fietque propterea refractio, immo forſitan plures refractiones. Cùm enim aër non ſit æqualis ubique denſitatis, ſed per gradus fiat denſior, & gravior, prout eſt terris vicinior continua, & multiplex in eo fit refractio. Propter hanc refractionem accedit, ut ſtellæ quæ adhuc ſub horizonte latent, jam ab oculo videantur, & hoc nonnunquam duobus aut tribus horæ minutis. Quæritur ergo utrum eadem refractio ſit cauſa crepuſculi.

Dico igitur crepuſculum non eſſe refractioni tribuendum. Probatur quia nulla eſt refractio quæ in athmoſphæra ſit major ſemigradu, ſeu quæ ſydera pluſquam ſemigradu elevet, ſed radii crepuſculum producentes, ad nos perveniunt ſole infra horizontem, gradibus circiter 18 depreſſo.

Secundò ſi iſti radii per refractionem ad nos pervenirent, ſolem integrum exhiberent, quod tamen eſt contra experientiam.

Dico ergo crepuſculum, & auroram generari à radiis per reflexionem inordinatam ad nos pervenientibus, aut per refractionem mixtam reflexioni. Cùm enim athmoſphæra conſtet partibus inæquabiliter fuſis, & halitibus heterogeneis, lumen in omnem partem remittere poteſt, eò modò quo radius ſolaris in murum impingens, vel potius cancellos chartaceos pervadens, in omnem partem remittitur. Cùm igitur partes athmoſpheræ, quæ ſupra horizontem noſtrum viſibilem poſitæ ſunt, primùm radiis ſolaribus perfunduntur, ad nos per reflexionem aliquam inordinatam aliquid luminis remittunt, & incipit aurora. Non illuſtrantur autem ſemper. Cùm enim ad magnam altitudinem non aſcendat athmoſphæra, terræ convexitas impedit quo minus eæ partes, quæ ſupra noſtrum horizontem phyſicum poſitæ ſunt, illuminentur, donec ſol propius acceſſerit.

PROPOSITIO LII.

Problema.

Invenire quot gradibus ſol ſit depreſſus infra horizontem, dum incipit aurora, vel finitur crepuſculum veſpertinum.

Hæc determinatio aliquam ſupponit obſervationem, & experientiam. Supponitur igitur dies ſerena, in qua ſcilicet nec ſint nubes, nec horizon appareat craſſioribus infectus halitibus. Obſervetur manè tempus illud quo primùm incipiunt auroræ primi characteres, noteturque quot horis id accidat ante ſolis ortum. Hoc tempus multis modis habebitur; Primò haberi poteſt obſervatione elevationis ſupra horizontem alicujus ſtellæ, quæ methodus Aſtronomiam requirit. Poteſt haberi clepſydra, quæ fluere permittatur donec ſol oriatur; poteſt haberi horologio automato, præcipuè verò ſi pendulo inſtruatur. Ponamus exempli cauſa id accidere ſeſquihorâ ante ſolis ortum, ex qua obſervatione, ita depreſſionem ſolis eo tempore invenies.

Primò in globo, quæratur locus ſolis in Eclyptica, qui ad horizontem adducatur, globo ſcilicet ſitum latitudini proprium obtinere. Tum volvatur globus, verſus orientem, donec tot gradus æquatoris tranſeant, quot requirit ſeſquihora nempe $22\frac{1}{2}$. Tunc locus ſolis, in globo notatus eandem depreſſionem infra horizontem obtinebit, quam ſol tempore obſervationis; quare ſi applices laminam in gradus diviſam, eamque affigas in zenith, vel in Nadir, tranſmittaſque per locum ſolis, in ea intueberis ſolis depreſſionem infra horizontem. Vel circino accipias diſtantiam loci ſolis ab horizonte, eamque transferas in aliquem majorem circulum, deprehendeſque gradus depreſſionis ſolis infra horizontem.

Quæcumque Aſtrolabia exhibere poſſunt, ex data declinatione ſolis, & duratione auroræ, depreſſionem ſolis infra horizontem. Qui trigonometriam tenuerit, faciliùs, & exactiùs idem conſequetur.

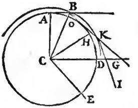
Quamvis putem nec ſemper, nec ubique eandem depreſſionem ſolis crepuſculo reſpondere propter variam athmoſpheræ diſpoſitionem, communiter tamen in regionibus zonæ temperatæ borealis inveniuntur octodecim gradus, & hæc eſt depreſſio ſolis infra horizontem, quæ ab Aſtronomicis aſſumitur tanquam menſura crepuſculi, & auroræ. Quia autem dum ſol rectiùs ad horizontem deſcendit, citiùs ad parallelum decimum octavum, dum verò obliquè, tardiùs ad illum pervenit,

venit, ideo longiora ſunt crepuſcula in ſphæra obliqua, quàm in recta.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Ex duratione crepuſculi, altitudinem athmoſpheræ determinare.



Ponatur horizon ſenſibilis AB, rationalis CD, ſol ſit depreſſus infra horizontem gradibus 18, qualem depreſſionem invenimus eſſe menſuram crepuſculi: Hoc eſt, arcus DE ſit graduum 18. Intelligatur linea à ſole ducta quæ terram tangat in H, ſitque GHB, quæ lineæ EC tendenti ad centrum ſolis, propter immenſam ipſius diſtantiam, erit parallela Et cum ſol in terra quadrantem illuminet, ſitque linea EC ducta à centro ſolis, erit arcus EH quadrans: ſed etiam AD eſt quadrans; ergo arcus AD, EH, ſunt æquales; & ſubtrahendo arcum communem HD, erunt arcus AH, DE, æquales, ſed DE eſt graduum 18, igitur, & arcus AH erit graduum 18.

Cùm primùm ergo aër B in horizonte viſibili poſitus illuminabitur, reflectet aliquid luminis in A, non quidem reflexione ordinatâ, ſed inordinatâ, qualis in corporibus ſcabris accidit. Cùm autem ex puncto eodem B, ductæ ſunt duæ tangentes BA, BH, illæ erunt inter ſe æquales, & conſequenter anguli ACB, BCH, & cum arcus totalis ACH ſit oſtenſus graduum 18, erit AO graduum 9. Quære in tabula ſecantium, ſecantem anguli 9. invenieſque 10124651, qualium radius eſt 11000000. Subducatur ab ea ſecante radius, & reſtabit linea OB 124651, alius ſemidiameter terræ CO eſt 10000000, ſed ſemidiameter terræ eſt circiter 3600 milliariorum; fiat ergo ut 10000000 ad 114651, ita 3600 milliaria, ad quartum, invenieſque milliaria 44, ad quæ protenduntur halitus qui aliquid luminis ad nos reflectunt.

Hæc tamen demonſtratio in multis deficit. Primò nulla fuit habita ratio refractionis, quæ in ingreſſu athmoſpheræ facta eſt in puncto K. Deinde cum in ipſa athmoſphæra fiant ſucceſſivè multæ refractiones, eſt ſatis difficilè certò hoc definire. Volunt aliqui quòd poſſit incipere autora, etiamſi aët B qui in horizonte eſt poſitus, non illuminetur directè à ſole, ſed reflexè ab alio aëreo corpore quæ omnia multū imminuent altitudinem athmoſpheræ: ita ut vix perveniat ad altitudinem duorum aut trium milliariorum. Ex quibus concludo in hac materia vix quidquam certi poſſe conſtitui. Nonnulli quieto tempore per Geodeſiam altitudinem nubium dimenſi ſunt, quod ex duabus

ſtationibus facilè fuit, ſi nempe eodem tempore duo obſervatores ejuſdem partis nubis altitudinem obſervent. Deprehenderunt autem vix abeſſe à terra uno milliari communi. David Frœlichius refert ſe aſcendiſſe quondam in Carpathum montē Hungariæ, quâ appellatione vocatur omnis tractus Sarmaticorum montium, qui Hungaros à Ruthenis, Polonis, Moravis, Sileſiis dirimit. Illorum montium horridiora juga ſunt in Comitatu Sepuſienſi, quæ prædictus menſe Junio anni 1615 aſcendit, poſt ſuperatos moltos vertices, alios aliis altiores, tandem ad ſummum pervenit. Putat autem illum non excedere milliare Germanicum, ſeu quatuor milliaria communia; eum tamen nubibus altiorem deprehendit. Videbat enim nubes ſub ſe, alias aliis altiores. Ibi ſclopetum exploſit, quod primò quidem majorem ſonum non edidit, quam ſi bacillum confregiſſet; ſed poſt aliquod tempus murmur invaluit, valleſque complevit. Dum verò deſcendiſſet, iterum ſclopetum exploſit, majorque exortus eſt fragor, quam ex tormento bellico oriri conſuevit. In his montibus plerumque mediâ æſtate ningit.

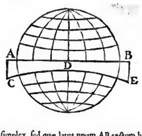
PROPOSITIO LIV.

Theorema.

Quomodo crepuſcula ſe habeant ſub æquatore.

Certum eſt quòd ſub æquatore, minimum crepuſculum accidat, ſole æquatore percurrente, eſt autem crepuſculum graduum 18, hoc eſt unius horæ, & min. 12. ſi tamen iis in locis athmoſphæra ſe habeat ſicut in his regionibus. Aliis verò temporibus paulò majora ſunt crepuſcula, quæ facilè haberi poſſunt in globo terreſtri Statuatur globus ſecundum diſpoſitionem ſphæræ rectæ, tum locus ſolis in Eclyptica ad horizontem adducatur, notetur item gradus æquatoris cum illo oriens. Tum volvatur globus donec locus ſolis diſtet ab horizonte gradibus 18. quod deprehendetur facilè lamina ærea in gradus diviſa, quæ in vertice collocatur, vel in Nadir. Et hæc methodus univerſalis eſt non tantum pro ſphæra recta, ſed etiam pro quacumque latitudine, modo globus ſitum ei congruentem habeat.

Mappa univerſalis eandem crepuſculi quantitatem exhibebit, modo ei addatur regula non qui

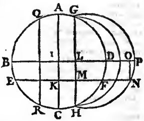


dem ſimplex, ſed quæ latus unum AB rectum habeat, latus vero CDE curvitatem habeat CDE paralleli decimi octavi; repreſentabit enim parallelum horizonti, ab eo gradibus 18 diſtantem; quare ſi hæc regula cujus latus AB horizontem

 refert,

refert, ita in centro mappæ aptetur, ut in limbo diſtet à polo ſecundum elevationem poli, regionis de qua agitur, numereſque gradus cujuſcumque paralleli, in quo ſol verſatur, interceptos inter horizontem AB, & parallelum crepuſculinum CDE. Hi gradus in horas converſi, ſeu diviſi per 15, exhibebunt quantitatem crepuſculi, ſole talem parallelum percurrente.

In ſphæra verò rectâ fiat ut parallelus ad æquatorem, ita ſinus crepuſculi in æquatore, ſeu



ſinus graduum 18 ad ſinum crepuſculi in parallelo. Sit enim meridianus ABCD, ſectio meridiani & æquatoris AC, meridiani & horizontis BD, paralleli 18 infra horizontem ſit EF, paralleli æquatori GI, eritque IK ſinus arcus BE 18 graduum in meridiano, ergo etiam in æquatore, qui æqualis eſt meridiano, LM, æqualis eſt IK, & eſt ſinus arcus PN qui eſt menſura crepuſculi in parallelo, GPH. Si LH paralleli diameter dat mihi NO ſeu IK, quid dabit ſi divideretur in partes 10000000, quas dat ſinus totus, in tabula ſinuum. Fiat ergo alternando ut parallelus ad ſinum totum, ita ſinus graduum 18, & quartus numerus erit ſinus arcus crepuſculini in parallelo, ſeu duratio crepuſculi.

Invenitur autem maximum crepuſculum in ſphæra recta, nempe in tropicis eſſe graduum 19 min. 41. ſeu horæ unius & minutorum 19. Superat ergo ſemiquadrante crepuſculum dici æquinoctii.

COROLLARIUM I.

Certum eſt ex natura rei crepuſculum matutinum, æquale eſſe crepuſculo veſpertino, ſi nempe requiratur eadem depreſſio manè ad inchoandam auroram, quæ veſperi exigitur ad finiendum crepuſculum. Quod tamen eſſet obſervandum. In refractionibus enim rerum in horizonte poſitarum invenitur aliqua differentia. Cùm enim idem ſit parallelus qui percurritur, qui ſecatur ſimiliter à plano horizontis & almicantarath gradibus 18 depreſſi, neceſſariò totidem gradus intercipientur in parte orientali, quæ in occidentali.

COROLLARIUM II.

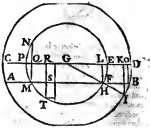
In omni ſphæra, puncta Eclypticæ æqualiter à ſolſtitio remota, æquale habent crepuſculum, quia eundem parallelum deſcribunt; ergo inter plana horizontis, & circuli depreſſionis graduum 18, idem arcus intercipietur. Sic in primo gradu Tauri, & primo Virginis æquale eſt crepuſculum, quia hæc duo puncta Eclypticæ diſtant duobus ſignis à ſolſtitio æſtivo, eandemque habent declinationem: atque adeo eundem deſcribunt parallelum.

COROLLARIUM III.

In ſphæra recta paralleli hinc inde ab æquatore æqualiter diſtantes æqualia habent crepuſcula, ut in ſuperiori figura duo tropici GH, qR. Cùm enim hi paralleli ſint æquales, utendum eſt analogia, ut inveniatur crepuſculum.

LEMMA I.

Linea parallela diametro & æqualiter ab ea diſtans, tam in majori quàm in minori circulo, in minori abſcindit arcum plurium graduum; eſtque ut radius majoris circuli, ad radium minoris, ita ſinus arcus continens, ad gradus abſciſſos in minori, ad ſinum arcus majoris.



Ut melius propoſitio innoteſcat, ponantur circuli concentrici, ſitque linea AB, parallela diametro CD, & æqualiter in utroque circulo, dico arcum EF in minori circulo plures gradus continere, quam contineat arcus BD in majori circulo abſciſſus ab eadem linea. Ducatur linea GHI, ex centro G.

Demonſtratio. Arcus EF, DI totidem gradus continent, ſed DI plures gradus continet quàm BD, ergo FE plures gradus continet quam BD, quod erat primum.

Secundò, dico ita eſſe GH radium minoris circuli, ad GI radium majoris, ut HL, ſeu BQ ſinum arcûs BD, continentis gradus in majori circulo, ad IK, ſinum arcus ID, tot gradus continentis, quot ſunt in arcu HE, minoris circuli,

LEMMA II.

Eadem linea aptata tanquam chorda, minorem arcum abſcindit, quam aptata ut ſinus.

Sit linea MN, aptata tanquam chorda arcûs MN. Sitque illi æqualis RT, aptata tanquam ſinus arcus PT, dico arcum PT majorem eſſe arcu MN, ſupponatur MN, diviſa biſariam in q, eruntque arcus PM, PN æquales.

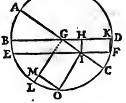
Demonſtr. Cùm RS, ST ſint æquales, erit arcus PM minor quam MT, ut probavimus ſuprà in Lemmate pro climatibus, ſed arcus PM, PN ſunt æquales. Ergo arcus PT major eſt arcu MN.

PROPO

PROPOSITIO LV.

Problema.

In ſphæra quacumque obliqua longitudinem crepuſculi invenire pro die æquinoctii.



In globo ſitum obtinente latitudinis propoſitæ, primum gradum arietis adduc ad horizontem, & indicem admove horæ ſextæ matutinæ. Volve globum donec, primus gradus arietis deprimatur octodecim gradibus infra horizontem; quod animadvertes, vel in lamina ærea affixâ puncto zenith, aut metieris circino aperto ad intercapedinem octodecim graduum. Index in circulo polari immobili indicabit initium auroræ, & cùm die æquinoctii ſol oriatur, hora ſexta habebitur duratio auroræ.

In mappa univerſali inſtructa ſua horizontali regula, ita problema abſolves. Regulam horizontalem ſtatue juxta ſitum tuæ regionis; gradus in æquatore intercepti inter limbum ſuperiorem, & inferiorem regulæ, & in gradus converſi, quantitatem crepuſculi exhibebunt.

Si Trigonometricè procedere velis in triangulo GHI, ſi fiat ut ſinus anguli HGI elevationis æquatoris, ſeu complementi latitudinis ad HI, ſeu FK, ſinum graduum 18, ita ſinus totus anguli recti, H, ad lineam GI, quæ eſt ſinus arcus crepuſculini. Intelligatur enim ſupra AC, deſcriptus æquator, qui ſit ALC, ducanturque GL, IO perpendiculares ad AC; illæ erunt HL quidem communis ſectio horizontis, & æquatoris, & IO, communis ſectio æquatoris, & paralleli crepuſculini erit MO, æqualis GI ſinus arcus crepuſculini in æquatore.

COROLLARIUM I.

Quò minus erit complementum latitudinis regionis, ſeu latitudo major, eò majus erit crepuſculum, ita ut ubi complementum latitudinis fuerit grad. 18. arcus crepuſculi æquatoris ſit 90 graduum, ſeu ſex horarum; erit enim ſinus illius æqualis radio; quare in latitudine gradoum 72 die æquinoctii nulla eſt nox, ſed crepuſculum veſpertinum attingit auroram, & utrumque eſt 6 horarum.

PROPOSITIO LVI.

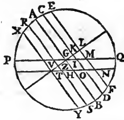
Theorema.

Ab æquatore ad tropicum æſtivum ſemper creſcit crepuſculum, non verò creſcit ſemper ad hyemale.

Id primò experiri potes in globo, ſecundum quamcumque latitudinem collocato, ſi enim magnitudinem crepuſculi pro æquatore metiaris per præcedentem; metiaris item crepuſculum pro quolibet parallelo; nempe ſi locum ſolis in Eclyptica adducas ad meridianum, & indicem horæ meridianæ; tum eundem locum ſolis ad horizontem adducas, noteſque horam indicatam, quæ erit hora ortus ſolis eo die. Denique eundem locum ſolis octodecim gradibus deprimas infra horizontem, index indicabit initium auroræ, & cum ſcias horam ortus ſolis, habebis durationem auroræ.

In mappa univerſali, gradus cujuſcumque paralleli, quos tegit regula horizontalis, ſecundum latitudinem regionis diſpoſita, exhibent quantitatem crepuſculi.

Sit ergo æquatoris ſectio AB, & duo paralleli boreales CD, EF horizon Pq, parallelus crepu-



ſculinus HN; cùm linea IO æqualis ſit lineæ GH, ſi tam per G, & H ducerentur perpendiculares ad AB, quam per I, & O perpendiculares ad CD, hæ ultimæ in circulo minori CD abſcinderent arcum plurium graduum, quàm in æquatore: duplicem ob cauſam, nempe quia & CD minor eſt circulus, & linea IO magis diſtat à diametro tranſeunte per centrum K, & hoc(*per lemmata ſuperiora.*) Pariter oſtendam quod ſi per MN ducerentur aliæ perpendiculares, hæ abſcinderent in tropico EF arcum plurium graduum, quàm perpendiculares per I & O ductæ abſcindant in parallelo CD; ergo in tropico crepuſculum majus erit.

Hoc autem non eſt ſemper verum in parallelis Auſtralibus, licèt enim parallelos RS paulò minor ſit æquatore, atque propterea in eo ſi per V & T ducerentur perpendiculares ad RS; illæ deberent in eo abſcindere arcum crepuſculi plurium graduum quàm in æquatore circulo majore, (*per coroll. præced.*) quia tamen linea VT bifariam ſecatur à centro paralleli Z, poterit fieri ut in ſuo parallelo arcum pauciorum graduum abſcindat, quàm in æquatore perpendiculares ductæ per G & H.

Si verò tropicus, aut alius parallelus, attingat

lineam crepuſculinam in puncto 2, manifeſtum eſt crepuſculum patalleli XY plutes gradus continere, quàm etepuſculum æquatoris; quæ omnia trigonometricè demonſttari poſſunt. Non videtur autem eſſe hojus loci omnia exactiùs perſequi.

PROPOSITIO LVII.

Theorema.

Totus progreſſus crepuſculi.

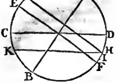
Progreſſus erepuſculorum valde diſſimilis eſt incremento & decremento dierum, & noctium; nam in latitudine boreali creſcunt dies, & noctes decreſcunt ab initio Capricorni, ad initium Canceti; contrà verò decreſcunt dies à 24 Junii ad 23 Decembris.

At verò crepuſcula aliter ptogrediuntur; in Cancro quidem crepuſculum eſt longiſſimum, ita ut decreſcat ſenſim ad æquatotem uſque; & poſt æquatorem decreſcat adhuc aliquandiu uſque ad certum patallelum, tum rurſus creſcat ad ttopicum Captieotni, in quo tameo minus eſt quàm in cancro. Quod ut in exemplo aliquo videatur, ſumatur latitudo 49 graduum in quâ hîc Pariſiis verſamor. In ſolſtitio Cancri erepuſculum eſt qoatuor horarum, ita ut nulla ſit nox. In æquinoctio crepuſculum eſt horæ unius & minutorum 52. Decreſcit autem ad 18 citciter gradum Libræ in quo eſt unius hotæ & 50 minutorum, tum turſus creſcit, ita ot in ſecundo grado Scorpii æquale ſit crepuſculo æquinoctii, continuóque creſcat ad ſolſtitium uſque hibernum, in quo eſt hotarum duarum.

PROPOSITIO LVIII.

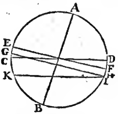
Theorema.

In illo parallelo nulla eſt nox plena, cujus declinatio borealis ſubtracta à complemento latitudinis, pauciores gradus relinquit quam 18, Et cujus declinatio Auſtralis addita complemento latitudinis ſummam efficit minorem 18 gradibus.



Proponatur illa ſpheræ diſpoſitio in qua poli ſint A & B, horizon CD, æquator E F, ſitque aliquis parallelus borealis in quo GH cujus declinatio FH ſubttacta à complemento elevationis poli DF, relinquat arcum DH minorem gradibus 18; clarum quòd ille parallelus non attingit K I, parallelum crepuſculi, ſed totus ſupra illum extabit. Ergo dum ſol eum parallelum percurret, non deprimetur octodecim gradibus infra horizontem; ſed quamdiu, non deſcendit infra hotizontem, aliquam luceio dubiam efficit, ergo nulla etit nox plena. Ita hîc Pariſiis ubi elevatio poli AD eſt graduum 49, eius complementum DF graduum 41, à quo ſi auferatur FH declinatio borealis tropici Cancti GH graduum $23\frac{1}{2}$, reſtant gradus $17\frac{1}{2}$; etgo tropicus GH, eſt totus ſupra circulum crepuſculinum, nullaque erit nox, ſed incipiet aurora, ante finem crepuſculi veſpertini.

Secundò. Sit alia ſphæræ diſpoſitio, ſitque ea, in qua paralleli GH declinatio FH, verbi gratiâ



10 graduom, addita arcui D F complemento elevationis poli verbi gratia 7 graduum, nempe in elevatione poli graduum 83, efficit ſummam graduum 17, minorem gradibus 18; Vides inquam totum parallelum GH eſſe ſupra circulum crepuſculi GH.

COROLLARIUM.

Ex his vides quòd in quacumque latitodine, ſemper detur aliqua nox plena, ſole ttopicum hyemalem percurrente; quia jam declinatio ttopici eſt 23 graduum eum dimidio, atque adeo etiam polus eſſet in ipſo vertice, & æquator cum horizonte congrueret, tropicus tamen deſcendit infra circulum crepuſculinum K I.

Quæ omnia intueri potes in globo, pro quacumque latitudine collocato, etiam majore gradibus $66\frac{1}{2}$. Quæcumque enim Eclypticæ puncta per circumvolutionem globi, non deſcendunt gradibus octodecim infra horizontem, nullam noctem plenam habebunt, hoc eſt dum ſol in iis punctis verſabitur, nullam plenam noctem efficiet. Sic diximus jam ſupra, in regionibus polo ſubjectis, quæ per 6 menſes ſolem vident, crepuſcula perdurare fere per duos menſes, ita ut ipſis per duos tantum menſes & paulò plus noctem perfectam habeant; quòd intelligendum eſt, ſeclusâ caligine, & nubibus, quæ hanc crepuſculi quantitatem poſſunt variare.

Idem in mappa univerſali inſtructâ, horizontali regula intueri potes; illi enim paralleli, qui regulæ ad latitudinem regionis collocatæ, limbum inferiorem non attingent; toti ſupra circulum crepuſculinum erunt, atque adeo ſol illos percurrens, non ſufficienter infra horizontem deſcendet, ut noctem efficiat. Hæc de crepuſculis ſufficiant.

DE VMBRIS.

PROPOSITIO LIX.

Theorema.

De Aſciis, Amphiſciis, Heteroſciis, Periſciis.

Umbra Σκία Græcè dicitur, ex qua voce, denominationes iſtas Aſciorum, Amphiſciorum, & Heteroſciorum deſumi ſatis eſt manifeſtum. Sicut etiam clarum eſt umbram ſuam denominationem accipere ab ea mundi parte, in quam protenditur, ita ut orientalis dicatur quæ ſole occidente verſus orientem porrigitur. Conſideratur autem præcipuè umbra meridiana ſtyli perpendiculariter ad planum horizontale erecti, ſeu hominis ſtantis, cujus nempe umbra fertur in plagam ſoli oppoſitam.

Aſcii dicuntur qui aliquando meridie nullam habent umbram, ſeu quorum umbra in pedes ipſos cadit, & caret omni longitudine, & quaſi nullæ ſunt.

Heteroſcii dicuntur illius regionis incolæ, quorum umbræ meridianæ, in unum eumdemque polum feruntur, ſic nos tales ſumus, umbræ enim meridie, in plano horizontali à ſtylo perpendiculariter erecto factæ ſemper ad boream porriguntur, quare ſi meridianum ſolem reſpiciamus orientem ad ſiniſtram, occidentem ad dexteram habebimus. E contra qui in zona temperata Auſtrali degunt, ſi ad ſolem meridianum convertantur, orientem ad dexteram, occidentem ad ſiniſtram habebunt.

Amphiſcii ſunt incolæ illius regionis, in qua umbræ meridianæ modo ad unum, modo ad alterum polum diriguntur, ita ut ſi ſolem meridianum reſpiciant, modo orientem habeant ad ſiniſtram, occidentem ad dexteram, eo ſcilicet tempore, quo umbra meridiana borealis erit, ſeu ad polum boreum tendet; modò orientem habeant ad dextram, occidentem ad ſiniſtram quo tempore, umbra meridiana ad polum auſtralem dirigetur.

Periſcii ſunt incolæ illius regionis in qua, umbræ ejuſdem dici in omnem plagam diriguntur, unde vides in iis, non ſolius umbræ meridianæ rationem haberi.

Incolæ zonæ Torridæ ſunt Aſcii, Amphiſcii. Aſcii quidem quia aliquando per eorum verticem ſol tranſit, nempe quo die ſol deſcribet parallelum, cujus declinatio ab æquatore æqualis erit latitudini illius regionis. Superius autem dato loco in zona torrida, docuimus quomodo invenienda ſit dies, in qua de meridie ſol illi ſit verticalis, ſeu incolæ illius regionis ſint Aſcii. Pariter dato die indicavimus regiones, quibus ſol fiet verticalis.

Sunt item Amphiſcii, quia ſol ab eorum verticibus modò declinat verſus unum polum, modò verſus alium, hoc eſt meridie umbræ modò porriguntur ad unum polum; modo ad alium.

Sub hoc titulo comprehenduntur, qui æquatori ſubjacent, qui amphiſcii ſunt, eo quòd umbra per ſex menſes in unam, & per ſex menſes in oppoſitam plagam feratur.

Incolæ tropicorum ſunt Aſcii, Heteroſcii; Aſcii quidem quo die ſol tropicum cui ſubjacent percurrit, ut accidit Syene. Heteroſcii, quia umbra meridiana, non ad utrumque polum, ſed tantum ad polum ad quem pertinent, porriguntur, ſunt igitur Aſcii die ſolſtitii, aliis vero diebus, heteroſcii.

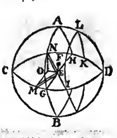
Incolæ zonarum temperatarum ſunt ſimpliciter heteroſcii. Cùm enim ſol à vertice incolarum zonæ temperatæ verbi gratia borealis, ſemper ad Auſtrum declinet, umbra meridiana ſemper ad boream tendet, nunquam ad Auſtram.

Incolæ zonarum frigidarum ſunt heteroſcii; periſcii. Heteroſcii quidem quia umbræ meridianæ ad polum vicinum ſemper diriguntur; periſcii quia umbræ iis diebus quibus ſol illis non occidit, in omnem plagam ſe convertit; atque adeo umbra totum horizontem percurrit. Hoc in globo facilè potes intueri, ſi polum eleves ſupra horizontem pluribus quam 66. gradibus, cum dimidio, eumque volvas, videbis aliquem arcum Eclypticæ non occidere, ſed totum horizontem percurrere; ergo ſol in eo arcu exiſtens, pariter circa horizontem circumvolvetur. Docuimus ſupra modum inveniendi tempus quo id accideret, nempe primum diem & ultimum, quo diem ſine nocte haberent.

PROPOSITIO LX.

Theorema.

In locis æquatori ſubjectis die æquinoctii umbra lineam rectam percurrit. Aliis diebus protenditur ad diverſas partes horizontis quæ ſemicirculum non perficiunt.



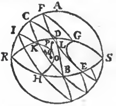
Sit æquator AB, horizontis planum CD, in quo erigatur perpendiculariter ſtylus E F, dico die æquinoctii, umbram non egreſſuram extra lineam GH, communem æquatoris, & horizontis. Cùm enim tam ſol eo die ſit in plano æquatoris A B, quam ſtyli extremitas F quæ pro centro mundi aſſumitur; radius quilibet, à ſole per verticem F ductus, erit in eodem plano æquatoris, & umbra quæ unam lineam conſtituit cum radio, in eodem plano erit; ergo non poteſt cadere niſi in communem ſectionem G H, alioquin extra planum egrederetur.

Aliis verò diebus quibus ſol percurrit parallelos æquatori circulos ſcilicet minores, umbra alias deſcribit lineas in plano horizontali, ut dum ſol percurrit parallelum I LK, dum oritur in E, umbra projicitur in N, dum pervenit ad meridianum in L, umbra cadit in O, & dum occidit in K, umbra tendit verſus M. Quare umbra toto die non reſpiciet totum ſemicirculum horizontis GCH, ſed tantum partem aliquam MCN, deficientem à ſemicirculo, arcu declinationis ſolis ab æquatore, bis ſumpto. Sunt enim arcus MG, NH, arcubus declinationis HK, GI æquales, quæ omnia ex inſpectione globi facilè concipimus.

PROPOSITIO LXI.

Theotema.

In zonis temperatis dum ſol parallelos hyemales percurrit, umbra ad minorem ſemicirculo arcum horizontis porrigitur, diebus æſtivis ad majorem arcum ſemicirculo.



Sit zona tempetata cujus vertex A, extra tropicos cadat æquator BCD, parallelus hyemalis HIK, æſtivus FEG, dico quòd ſole percurrente parallelum hyemalem, umbra ſtyli MP ſole oriente in H tendet in horizontis punctum G, ſole ad meridianum perveniente in I umbra protendetur ex M pede ſtyli verſus S partes boreales horizontis nempe in L; ſole occidente in K umbra erit in E. Videbitur ergo umbra ſucceſſivè dirigi ad partes horizootis GSE, quæ ſunt minores ſemicirculo.

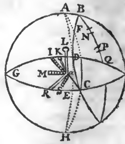
E contra dum ſol percurret parallelom æſtivum EFG, & orietur in E, umbra protendetur ad partem oppoſitam horizontis in K, dum ad meridianum pervenerit in F, umbra erit in O, hoc eſt dirigetur ex pede ſtyli M in S, & dum occidet in G umbra protendetur in H; ergo videbitur umbra reſpondiſſe ſucceſſivè ſegmento KSH, quod majus eſt ſemicirculo. Quod ſi conſideretur tantum umbra extremitatis ſtyli, hæc in primo caſu percurret lineam curvam GLE, in ſecundo KOH, in die æquinoctii lineam rectam DB.

PROPOSITIO LXII.

Theorema.

In zona torrida dum ſol verſatur inter tropicum, & loci parallelum umbra ſtyli perpendiculariter erecti ad planum horizontale, mane & veſperi ſua relegit veſtigia.

Sit vertex A, & latitudo verbi gratia graduum 20, & tropicus CDB, ad quem ex zenith ducatur circulus verticalis tangens ADEH. Ducatur & alius circulus verticalis per punctum C qui erit AFCH.



Demonſtratio. Dum ſol orietur in C, erit in verticali circulo AFC, cujus ſit communis ſectio cum horizonte C I; cadet ergo umbra in lineam O I. Dom ſol aſcenderit in D, erit in circulo verticali A D E cujus communis ſectio E O K; Cadet ergo umbra io O K: ſed dum aſcendet in F, rurſus invenietur in circulo verticali AFC, cujus communis ſectio cum horizonte eſt OI; ergo rurſus umbra cadet in lineam O I, ergo bis umbra cadet in lineam OI, & prima vice longior erit, ſecunda brevior. Dum vero ſol meridianum attinget in B, erit umbra OM.

Poſt meridiem dum attigerit punctum N, tantum diſtans à meridie quantum diſtat punctum F, umbra cadet in lineam O R, ita ut aoguli I O M, R O M ſint æquales, & cum attigerit punctum P, quod reſpondet puncto D, congruet umbra cum linea O S, denique ubi ſol occidet in q umbra regredietur io O R, quare manè ombra vix verticalem mutat, circa meridiem multum movetur in verticalibus.

Hoc qui melius intueri voluerit horologium horizontale conſtruat pro elevatione graduum 20, in quo tropicum deſcribat, & videbit, tropicum Cancri, ab eadem verticali linea bis ſecari, & ab aliqua tangi tantum. Quòd ſi tale horologium in plano deſcriptum elevet pro ut exigit latitudo graduum 20, hunc umbræ regreſſum manè, & veſpere facile notabit.

GEOGRA

GEOGRAPHIÆ UNIVERSALIS LIBER TERTIUS.

Affectiones telluris eius rotunditati ab occaſu in ortum affixæ.

PROPOSITIO I.

Theorema.

De longitudine terræ.

Proprietates variarum regionum hactenus traditæ, ex latitudine ejuſdem terræ petebantur, & variâ locorum ab æquatore diſtantiâ; quæ verò deinceps dicentur, longitudinem telluris reſpicient, variumque regionum ſitum, in ordine ad eius dimenſionem, quâ ab occaſu, in ortum porrigitur, quam eius longitudinem vocavimus; quæ dimenſio cum plana non ſit, ſed in orbem, ſeu ſphæram extenſa, ſuas etiam haber proprietates, quas in hoc libro conſiderabimus.

Diximus jam ſupra hanc extenſionem telluris, quâ ab occaſu in ortum porrigitur, dici eius longitudinem, non quidem ex natura rei, cùm in globo, & ſphæra, omnes dimenſiones æquales ſint, & æqualiter in orbem, ſeu circulum maximum extenſæ. Quia tamen telluris à veteribus Geographis cognitæ, maxima extenſio, erat ab occaſu in ortum, nempe ab ultimis Africæ oris occidentalibus, uſque ad Indos, pluſquam 120 gradus comprehendens, major erat eâ ejuſdem telluris extenſione, quæ à tropico Cancri ad Septentrionales plagas Germaniæ, aut etiam Scythiæ, porrigebatur, & quæ non niſi quinquaginta, aut ſexaginta gradus continebat; hæc prima dicta eſt longitudo, alia verò latitudo terræ. Latitudinem per circulos parallelos jure diſtinximus; hanc vero per alios circulos quos meridianos, vocamus in ſuas partes tribuimus.

Sicut ergo per latitudinem ſingulorum locorum nihil aliud intelleximus, niſi locum latitudinis terræ in quo talis locus, & regio inveniretur; ita etiam dum longitudinem alicujus loci inquirimus, quærimus in quanam parte longitudinis terræ ſit regio collocanda. Et cum longitudo telluris, ut diximus, deſumatur ab ortu in occaſu, quærere longitudinem loci, nihil eſt aliud quàm quærere an ſit in parte orientali, aut in occidentali: ſicut dum latitudinem loci determinamus, indicamus majorem, aut minorem ab æquatore diſtantiam quæ omnia melius infra explicantur.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Regiones eidem meridiano ſubjectæ ſimul habent meridiem, & omnes horas.

Diximus jam ſupra circulum meridianum cœleſtem, eſſe circulum maximum, per polos mundi & per zenith, & Nadir regionis tranſeuntem, cui alius circulus terreſtris ſubjaceret in eodem cum ipſo plano exiſtens, per polos telluris, & per regionem ductus. Ut ſi in tellure intelligatur circulus terreſtris AGB, per polos A & B regionem



G ductus, ille erit meridianus terreſtris regionis G, itaque ſubjacet alteri circulo cœleſti, ut omnes regiones K, G, C, per quas tranſit hic circulus terreſtris, habeant ſuum zenith in eodem circulo cœleſti. Ex quibus concludo eas habere eundem meridianum cœleſtem, (*ex definitione circuli meridiani,*) quem definivimus Circulum maximum per polos, & per zenith regionis tranſeuntem, ſed illæ ſingulæ habent ſuum zenith in eodem circulo, ergo communem habent meridianum. Idem dicito de regionibus L H E, idem de I & F.

Probavimus item tunc eſſe meridiem in aliqua regione, cùm ſol attingit illius meridianum, ex quo licet concludere omnes regiones, eidem meridiano cœleſti ſubjectas, ſeu per quas tranſit idem meridianus terreſtris, eodem tempore phyſico, & reali meridiem habere. Tunc enim eſt meridies, cùm ſol meridianum attigerit, ſed unicum habent, & communem circulum meridianum, ergo communem habent meridiem.

Secundò dum erit hora prima poſt meridiem in una ex his regionibus, erit etiam una hora à meridie in alia regione. Cùm enim ſimul & eodem temporis momento meridiem habeant, dum erit verum dicere fluxiſſe unam horam ex quo erat meridies in alia, atque ita omnes, regiones per quas idem circulus maximus per polos mundi ductus tranſit, ſimul habent meridiem, ſimul horam primam, ſecundam, tertiam, aliaſque; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Qui diverſis meridianis ſubjacent, diverſo tempore eaſdem habent horas Aſtronomicas, & eodem diverſas.



Proponantur duæ regiones, ſub diverſis meridianis poſitæ, verbi gratia C, E, F aut G, H, I dico quòd diverſo tempore habebunt eandem horam, verbi gratia, meridiem. Cùm enim ex ſuppoſitione non habeant eundem meridianum, cum ſol in meridiano unius invenietur, non erit in alterius meridiano; ſed dum eſt in meridiano eſt meridies in una regione; ergo dum una meridiem habet, altera neceſſariò non habet meridiem, ſed habebit alio tempore, quando nempe ſol motu diurno delatus illius meridianum attinget.

COROLLARIUM I.

Ex his rationem vides cur tellurem dividamus ab ortu in occaſum per meridianos. Ideo enim, terram dividimus à Septentrione in Auſtrum, per circulos æquatori parallelos, ut nempe regiones in certas quaſi claſſes diſtribueremus. Oſtendimus enim ſupra eas, quæ in eodem parallelo verſantur, eaſdem habere proprietates cœleſtes, eandem ſcilicet luminis diſtributionem, eadem dierum, & noctium incrementa, & decrementa, & conſequenter eandem pati quatuor anni tempeſtatum viciſſitudinem; quare regiones in dierum & noctium æqualitate ſimiles, ſub iiſdem collocamus parallelis. Cùm ergo aliam convenientiam inveniamus, nempe quod quæ eidem meridiano ſubjiciuntur, in horis conveniunt, rectè totam tellurem in meridianos ab ortu in occaſum partimur. Diviſio igitur terræ in latum, nempe ab Auſtro in occaſum, diverſitatem in lumine & calore invehit, variamque efficit temperiem. Ejuſdem telluris partitio in longum diverſitatem in horis prodocit, ut infra explicabitur.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Horarum differentia in duobus locis æqualis eſt meridianorum diſtantiæ.

Sint duo quælibet loca A, & B, aut C & N, hoc eſt ſive ambo ſint ſub æquatore, ſive unus in æquatore, alter in parallelo, qui diverſas horas numerent pro eodem tempore phyſico & reali: verbi gratia, quo tempore eſt meridies in loco A, F & C, ſit hora prima in locis B, H, N, dico meridianum BHN diſtantem eſſe ab ortu una hora, ſeu 15 gradibus, à meridiano AFC, ſi



dum eſt meridies in loco A, ſunt duæ horæ in loco G, dico diſtantiam meridianorum A & G eſſe 30 graduum eumque eſſe orientaliorem qui plores horas numerat. Quod intelligendum eſt de aliis omnibus horis, ut ſi quando eſt octava in meridiano BHG, eſt tantum ſexta in meridiano AC, dico meridianum A C diſtare ab eo verſus occaſum gradibus 30.

Demonſtratio. In ea ſuppoſitione primo ſol percurrat æquatorem DC, ita ut dum eſt meridies in A, ſeu quando ſol attingit meridianum AC, in puncto C, ſit hora ſecunda in loco G, hoc eſt à duabus horis fuit meridies in G, ſeu ſol erat in meridiano G, ſed cum intra 24 horas uniformiter percurrat totum æquatorem, ſeu gradus 360 ſingulis horis percurrit 15 gradus; ergo arcus C G eſt 30 graduum. Sed arcus CG vocatur diſtantia meridianorum, ſeu differentia longitudinis: ergo horarum differentia in duobus locis in gradus converſa, dat diſtantiam meridianorum.

Secundò ſol percurrat parallelum EF, & dum erit meridies in puncto A, hoc eſt ſol erit in puncto F, ſit hora prima in loco B, hoc eſt ab una hora fuerit meridies in B, ſeu ſol attigerit meridianum BN, nempe in puncto H: ſed cum ſol intra 24 horas totum percurrat parallelum EF, & hoc æquabiliter, intra unam horam percurret gradus 15, ſeu arcus H F erit 15 graduum. Sed ex Theodoſio circuli meridiani ſimiles arcus abſcindunt, in parallelo, & in æquatore, erit ergo arcus NC graduum 15, ergo etiam in tali, caſu differentia horarum in locis A & B, æquabitur diſtantiæ meridianorum.

Quod ſi fuerit hora octava in loco G, & hora ſexta in loco A, poſt quatuor horas, erit meridies in G, & hora 10 in A: vel ſi velis poſt ſex horas erit meridies in A. & hora ſecunda in G, & ſemper oſtendetur differentia horarum in duobus locis, æquari diſtantiæ meridianorum, quam infra oſtendemus æquari differentiæ longitudinis.

COROLLARIUM.

Diſtantia meridianorum, ſeu differentia horarum, tam numerari poteſt in parallelis quam in æqoatore, ſunt enim arcus æquatoris, & paralleli inter duos meridianos intercepti, ſimiles, ſeu æqualem numerum graduum continent hoc, eſt ſi arcus CN fuerit graduum 15, arcus FH erit totidem graduum meridiani, igitur totidem gradibus inter ſe ubique diſtant, ſed minoribus dum ad polos magis acceditur.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Qui pro eodem tempore, plures horas numerant, ſunt orientaliores.

Proponantur duo loca, A & B, ita ut in loco A ſit numerus horarum minor, dico regionem B eſſe Orientaliorem regione A.

Demonſtratio. Ut regio B plures horas numeret, debuit prius fuiſſe meridies in regione B, quam in regione A, ſeu ſol debuit prior eſſe in meridiano regionis B, quam in meridiano regionis A; ſed ſol motu diurno, quem hic præcipuè attendimus, fertur ab Oriente ad Occidentem, priuſque attingit partes orientaliores; ergo priùs attingit meridianum orientaliorem, quam occidentalem. Ponamus igitur eſſe tres horas poſt meridiem in regione A, & quatuor in regione B, ergo à quatuor horis fuit ſol in meridiano BN, & tantum à tribus in meridiano AC; ergo priùs attigit meridianum BN, quam meridianum AC. Et cum procedat à partibus orientalibus ad occidentales, neceſſario meridianus BN ſitus eſt ad orientem, reſpectu meridiani AC; pariter ſi ſit hora undecima in meridiano AC, & prima poſt meridiem in meridiano G, hic meridianus erit orientalior.

Quòd tamen intelligendum eſt modò differentia horarum non ſuperet horas 12, ſeu diſtantia meridianorum non ſuperet gradus 180, alioquin ſæpe in aliquo ſenſu falſa eſſet propoſitio, ſed hæc difficultas melius infra explicabitur.

Hæc propoſitio intelligenda tantum eſt, de horis Aſtronomicis, quæ incipiunt à meridie, aut media nocte, aut quovis alio circulo per polos mundi tranſeunte, & dividente circulos omnes parallelos æquatori bifariàm, non autem de horis Babylonicis incipientibus, ab ortu ſolis, aut Italicis inchoatis ab occaſu.

PROPOSITIO VI.

Theorema

Quolibet tempore eſt omnis hora.

Determinetur quodlibet tempus phyſicum, & reale verbi gratià dum hæc legis. Oſtendo eſſe alicubi meridiem, alicubi horam primam, alibi horam ſecundam, in alio loco mediam noctem & ita de reliquis horis.

Demonſtratio. Hoc inſtanti ſol eſt alicubi, ducique poteſt à polis mundi per centrum ſolis circulus aliquis, qui meridianus eſt, huic enim ſubjacet aliquis circulus terreſtris, quia ſol aliquorum hominum capiti imminet, cum poſſit duci linea à centro ſolis, ad centrum terræ, ſecans ejus ſuperficiem in aliquo puncto; ergo in illius puncti vertice ſol invenitur, ergo circulus per polos, & ſolem deſcriptus, illius regionis meridianus; ergo ibi erit meridies. Pariter ante unam horam ſol erat alicubi, imminebatque capiti alicujus regionis, poteratque à polis per centrum ſolis duci aliquis meridianus, cui alius terreſtris ſubjacet; ergo in regionibus talis meridiani ante unam horam erat meridies: ergo modò eſt hora prima poſt meridiem. Eodem argumento oſtendo eſſe mediam noctem, nam ante duodecim horas ſol erat alicubi, & in aliquo meridiano cum nullus ſit locus in cœlo per quem duci non poſſit aliquis meridianus, nulluſque ſit meridianus cœleſtis, cujus planum non tranſeat per centrum terræ, communemque faciat in ea, ſectionem, circulum terreſtrem, ergo ante 12 horas, in toto aliquo meridiano ſeu in omnibus regionibus illius meridiani, erat meridies; ergo modo eſt in illis regionibus media nox. Denique hoc phyſico inſtanti quo hæc legis ſol eſt in aliquo meridiano. Ponatur eſſe in meridiano BN, erit meridies in omnibus regionibus per quas tranſit meridianus BN, ponatur meridianus AC, à meridiano BN diſtare gradibus 15 verſus occaſum; ergo in meridiano AN eſt hora undecima, ſi verſus occaſum numeres 30. 45. 60, gradus, invenies meridianos in quibus eſt hora decima, nona, octava. Numera item ad partes orientales 15 gradus, ponatur verbi gratià meridianus G diſtare 15 gradibus ad ortum à meridiano BN in quo dicitur ſol exiſtere, ergo ante unam horam ſol erat in meridiano G, ergo eſt una hora & ita de reliquis.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Sol à quolibet meridiano ſingulis horis 15 gradibus removetur occaſum verſus.

Supponatur ſol eſſe in aliquo meridiano verbi gratià G pro aliquo tempore determinato, dico eum, ab illo meridiano removeri verſus occaſum ſingulis horis gradibus 15. Ponatur enim ſol percurrere æquatorem DC, cum intra 24 horas ſol digreſſus à meridiano G ad eundem rurſus redeat, percurratque totum æquatorem graduum 360 intra unam horam percurret vigeſimam quartam partem trecentorum ſexaginta graduum, ergo in æquatore recedet verſus occaſum gradibus 15. Quòd ſi percurrat parallelum EF, cum illum pariter motu diurno intra 24 horas percurrat parallelum EF pariter ſingulis horis, quindecim gradus in parallelo perficiet, ſed meridiani totidem gradibus paralleli diſtant inter ſe quot gradibus æquatoris; ergo ſingulis horis, à meridiano quolibet recedet gradibus 15, pervenietque ad meridianum diſtantem ab eo verſus occaſum gradibus 15.

Hoc globus ſatis clarè exhibebit, aſſumatur quilibet Eclypticæ gradus in quo ſupponatur exiſtere ſol, hic ad meridianum adducatur, noteturque punctum æquatoris, ei reſpondens, item index horæ 12 imponatur, volvatur globus donec index horam primam indicet, videbis pertranſiiſſe ſub æquatore 15 gradus & continuando motum globi videbis ſingulis horis reſpondere 15 gradus.

Quod quidem verum eſt de ſole, quia diem numeramus ad ſolem, non tamen de luna, & ſtellis ſi præciſe loqui velimus. De luna quidem, quia hæc motu proprio recedit ad orientem ſingulis diebus 13 gradibus, & à ſole duodecim gradibus, ita ut impendat horas 24, & inſuper tres quadrantes, ut ad eundem meridianum redeat. Stellæ autem impendunt minus quam horas 24, quia ſol recedit uno gradu ad orientem, placuit tamen diem numerare ad ſolem, quia ejus motus eſt manifeſtior, longior eſt ergo dies ſolaris, una

circumvolutione ſtellarum quatuor fere horæ minutis, quæ differentia per 24 horas diviſa ſit modica & ſolum 10 ſecunda efficiat, tutò poſſumus aſſumere quamlibet ſtellam ſingulis horis recedere à quocumque meridiano gradibus 15, revera tamen recedit gradibus 15, & minutis gradus $2\frac{1}{2}$.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Datâ horâ in aliqua orbis parte determinare quænam ſit hora in quacumque regione.

Ponamus eſſe horam ſextam matutinam reſpectu eorum qui ſunt in meridiano AC, dico facilè determinari poſſe in globo aut mappa univerſali quænam ſit hora in qualibet regione. Quicumque enim verſabuntur ſub meridiano BN gradibus 15 orientaliore, ii habebunt ſeptimam, octavam, qui 30 gradibus, nonam qui gradibus 45; qui verò erunt occidentaliores gradibus 15, nondum habebunt ſextam, ſed quintam. Quibus ſuppoſitis proponatur alia regio I, numera gradus interceptos inter meridianum AC, & meridianum I, ponamus eſſe gradus 120, qui numerus per 15 diviſos efficit horas 8: & quia procedit ab occidente ad orientem, eas horas adde horæ meridiani AC, quæ ſupponebatur ſexta matutina, efficieſque horam ſecundam pomeridianam. Si proceſſiſſes ab ortu in occaſu, ſubtrahendæ fuiſſent horæ; ut ſi in meridiano I ſit meridies veliſque ſcire quænam ſit hora in loco C, numera quot gradus intercipiantur inter meridianos I & AC inveniantur que gradus 120, ex quibus in horas converſis efficiuntur 8 horæ; ſubtrahe octo horas ex duodecim, reſtantque horæ 4, eſt igitur hora quarta matutina in meridiano AC.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Data hora in aliqua orbis parte, invenire regiones in quibus ſit hora propoſita.

Proponatur meridianus AC, in quo ſit hora quælibet, verbi gratia octava antemeridiana, quæruntur regiones in quibus ſit meridies, & aliæ in quibus ſit hora ſexta matutina. Ab octava matutina ad meridiem ſunt quatuor horæ, ſeu 60 gradus, numera verſus ortum 60 gradus, omnes regiones ſubjectæ meridiano ſexaginta gradibus diſtante ad ortum à meridiano AC; meridiem habebunt. Pro ſecundo caſu cum ſit hora octava matutina in meridiano AC, & ab octava matutina, ad ſextam item matutinam, ſit diſtantia duarum horarum, ſeu graduum 30, ſi numeres 30 gradus verſus occaſum, invenies meridianum in quo eſt hora ſexta matutina.

Si meridiani in globo, aut mappa ducerentur per quindenos gradus, facilè utrumque problema abſolveres hoc modo. Supponatur data hora in meridiano AC, ponatur eſſe octava matutina, procede ad ortum per quindenos gradus, & dicito in meridiano BN eſt nona, in meridiano G decima, in ſequente undecima, & ita deinceps ſi velis totum telluris circuitum abſolves. Si procedas verſus occaſum pro ſingulis quindenis gradibus unam horam ſubtrahes. Sit igitur hora octava in meridiano DE, in meridiano O diſtante quindecim gradibus ad occaſum, erit hora ſeptima, in I ſexta, atque ita prout procedes ad occaſum, contra ſeriem procedes in horis.

COROLLARIUM.

Hinc facilè invenies in quo circulo meridiano verſetur ſol ſi nempe quæras regiones quibus eſt meridies.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Cognitâ horâ quâ fiet Eclypſis lunaris in aliquo meridiano, horam invenire quâ accidet in tuo meridiano.

Tabulæ Aſtronomicæ quibus utimur ad prædicendas Eclypſes, uni alicui meridiano ſunt affixæ, qui communiter initio tabularum præfigitur, quare dum invenitur ope illarum hora qua luna patietur Eclypſim, intelligitur pro tali meridiano, & non pro aliis: ſed ope ſuperioris problematis, tabulæ quæ pro uno tantum meridiano concinnatæ videbantur, fiunt univerſales, & omni meridiano accommodantur. Cum enim calculo Aſtronomico, erutas quænam ſit hora pro meridiano tabularum, ſi (*per octavam*) quæras quænam ſit hora in tua regione, habebis intentum. Neque ad hoc ſemper opus eſt habere præ manibus globum, aut mappam geographicam; ſufficit enim ſi ſcias diſtantiam meridianorum, ſeu differentiam longitudinum, quam in horas & minuta mutabis, dividendo ſcilicet numerum graduum per 15. Si fuerit orientalior meridiano tabularum, hunc numerum horarum, & minutorum, adde horis tabularis, habebiſque horam in quo Eclypſis accidet, in tuo meridiano. Si verò fueris occidentalior, horas ex diſtantia meridianorum provenientes ſubtrahes ex horis per tabulas inventis, & pariter invenies horam Eclypſis pro tuo meridiano.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Circuli meridiani, ſunt circuli horarii.

Ut melius quæ ad horarum diverſitatem pertinent concipiantur, hæc conſideratio inutilis non erit; dico ergo circulos per polos mundi deſcriptos, qui reſpectu regionum per quas tranſeunt meridiani ſunt, meridiemque ſinguli in ſua determinent, quando ſol in iis fuerit, dico inquam reſpectu aliarum regionum per quas non tranſeunt eſſe circulos horarios reliquarum horarum. Quod ut manifeſtum fiat, proponatur aliqua regio determinata verbi gratiâ A, cujus reſpectu circulus AC eſt meridianus, dico reſpectu illius circulum BN, à meridiano AC diſtantem ad ortum gradibus 15 eſſe circulum horæ undecimæ, circulum G diſtantem gradibus 30, eſſe circulum horæ 10, atque ita conſequenter, intelligendo ſemper reſpectu regionum AC.

Demonſtratio. Cùm ſol attingit meridianum AC eſt meridies in regionibus illi ſubjectis, &

una

una hora antea eſt hora undecima, ſed una hora antea, ſol eſt in meridiano diſtanre ad ortum gradibus 15, ergo eſt in meridiano BN; ergo quories ſol meridianum BN attinger, erit hora undecima in regione AC, & meridianus G erir circulus horarius horæ decimæ, & ita conſeqnenter, ſi omnes meridianos diſtanres per gradus quindenos aſſumas; qui ad ortum meridiani AC erunr poſiri, erunt circuli horarii, horarum matutinarum, qui ad occaſum erunr horarii, hotarom veſpetrinarum. Ex quibus vides nos poſſe totam rellurem dividere in ſuos meridianos, eoſqne exhibere per diem aliquem naturalem, intelligendo ſemper reſpectu alicujus regionis determinatæ.

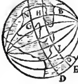
Manifeſtum irem eſt circulum quemeumque meridianum reſpectu unius regionis habere vices unius hotarii circuli, & reſpectu alterius regionis, fungi officio alterius cireuli horarii: ut circulus meridinnus G, qui reſpectu regionis AC eſt circulus horæ deeimæ, ita ur dum ad illum ſol pervenerit, ſir hora decima in regione AC, reſpectu regionis BN, erit I circulus hotæ uodecimæ. Atque ita omnis circulus meridianus eſt horarius omnium horarum teſpectu diverſarum regionum, id autem eoincidit eum eò qoòd ſupra diximus quocumque rempore eſſe omnem horam: nempe in quocumque meridiano ſol inveoiarur, cum ille circulus ſir circulus horarius omnium horarum, pro diverſis ſeilicet regionibus erit neceſſario omnis hora.

In Globo totam hanc doctrinam exhibemus per circulum polatem immobilem affixum immobilirer metidiano. Dum enim regionẽ aliquam, ad meridianum globi addocimus ſi ex polo per ſingulas horas, in circulo polari noratas, intelligamus cireulos meridianos duci, hi evadent circuli horarii illarum regionum quæ meridiano ſubſunt, denominarionis hotæ in polari notaræ. Si verò aliam tegionem ad meridianum adducamus, alii fient circuli horarii illius regionis. Atque adeo per circulum illum polarem immobilem ſupplemus defectum tot circulorum horatiorum, aut potius tor denominationum, quæ eidem circulo convenirent, nam modò eſt circulus horæ unius, & modò alterius horæ.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Qui ad occaſum progreditur, dies naturales longiores habet, qui ad ortum breviores.



Supponatur viator proficiſci ex poncto D aut E, ſeu ex meridiano DE, & progredi verſus occaſum, vel pet æquarorem DC, vel per parallelum EF, vel quomodocumque, parum intereſt, & iter incepiſſe dum erat hora meridiana, quod facilitatis tantum gratia dico, perveniſſeque poſt aliquot dies ad meridianum occidentaliorem BG diſtantem octo hotis à meridiano DE, & iter fuiſſe octo dierum, dico licet in qualibet die numeraverit tantum 24 horas, revera tamen quamlibet diem fuiſſe horarum 25.

Demonſtratio. In rali hypotheſi ſingulis diebus viator percurrit 15 gradus, nempe primo die progreſſus eſt ad meridianum O diſtantem 15 gradibus à meridiano DE, ſol autem digreſſus à meridiano D E, in quo erat cum viatore, impendir 24 horas, ut ad meridianum DE regrediatur; & tunc non eſt meridies reſpectu viatoris in meridiano O exiſtentis, quare una hora requiritur, ut ſol inveniatur in metidiano O, hoc eſt ur viator poſſit habere meridiem. Quare cum viator numeret diem ab eo tempore quo ipſi exiſtẽti io meridiano DE, & meridies donec denuo ipſi tranſlato ad meridianum O, ſit rurſus meridies, à meridie meridiani DE, ad meridiem meridiani O numerat unicam tantum diem cum tamen ſint horæ 25.

Idem dico de ſecundo, & terrio die, ergo dies longiores facit. Ratio hujus deceprionis eſt, quod viaror noſter dies eodem modo numeret, ac ſi immotus fuiſſet nec in computandis diebus ullam rationem habeat ſui itineris; quate ab eo tempore quo habuit metidiem in DE, ad illud quo obſervar meridiem in O, porat eſſe unum diem naturalem, à meridie ſcilicet ad meridiem, cum tamen ſint 25 horæ.

Si verò contra ſolis curſum iter faceret, dies breviores efficeret. Ut ſi proficiſceeretur ex meridiano AC horâ pariter meridiana intra 23 horas, mutarer 15 meridianos, perveniretqne ad meridianum BN, diſtanrem quindecim gradibus à meridiano AF, baberet meridiem, quamvis in metidiano è quo profectus eſt, eſſet hora rantum undecima. Ergo ſimilirer numetarer diem integrum à meridie, ad metidiem, cum tamen revera forenr 23 rantum. Horæ hallucinatio in eo conſiſtir, quod diem efficiar à meridie loci à quo profectus eſt, ad meridiem illius ad quem pervenir, cùm tamen dies 24 horarum, ſit à meridie ad meridiem ejuſdem loci.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Qui terram circumnavigat, unum diem aut deperdit, aut lucratur.

Suppono viatorem itinere orientali totam tellurem circumnavigare, ita ur ad metidianum è quo ſolvit revertarur, dico eum onum diem lucrari ſupra eos qui immobiles fuerunt. Ponamus eum profectum fuiſſe, dum erat meridies primæ diei Januarii, & redire poſt annum communem, prima die Januarii, dico eum loeratum eſſe unum diem, hoc eſt numerare ſecundam diem Januarii, eum tamen qoi ex eodem meridiano pedem non moverunt primam tantum diem Januarii habeant.

Demonſtr. Qui hoc modo itinere Orientali procedir dies breviores efficit, ergo neceſſariò plures habere debet, quàm qui immotus fuit. Iter enim facir contra ſolis curſum, ergo ſingulis diebus eitius meridiem babet, ergo randem ſequirur quod unum diem ſupra illos habeat, eodem prorſus,

ſus, modo, quo ſtellæ fixæ quia citius ad meridianum revertuntur quam ſol, tandem intra annum unam circumvolutionem ſupra ſolem habent, nempe 366 abſolvunt, interea dum ſol 365 efficit.

E contra ſi quis totum orbem itinere occidentali circumnaviget, unum diem minus, quàm qui immotus permanſit videt; dies enim longiores efficit (*per præcedentem*) & in ſingulas circumvolutiones unum diem deperdit, ita ut ſi quater totam tellurem ambiret itinere occidentali, quatuor illi dies decederent.

Pariter ſi duo ex iiſdem regionibus profecti contrarium curſum teneant, & ad eundem locum ambo revertantur, differentia erit duorum dierum, nempe ambo different uno die ab iis qui immoti permanſerunt in eodem loco, unus quidem per exceſſum, alter vero per defectum. Si denique media tellure circumnavigata, ſibi occurrant, differentia erit unius diei propter rationes allatas.

Hæc res maxima olim admirationem movit nautis Luſitanis, & Hiſpanis, qui cum ſibi occurriſſent in Philippinis, deprehenſi ſunt diſcrepare ab invicem in dierum computo, cum tamen utrique aſſererent, ſe exactè numerum dierum iniviſſe, & de facto neutri erraviſſent. Ratio hujus diſcrepantiæ ex diverſo itinere petenda eſt. Luſitani enim ad Philippinas curſu orientali pervenerunt, & conſequenter quia facti ſunt ſenſim orientaliores Europa, dies inchoabant ante Europæos decem circiter horis. Meridianus enim illarum inſularum ferè totidem diſtat horis à meridiano Uliſipponenſi; Hiſpani vero ad eaſdem inſulas pervenerunt itinere occidentali, per fretum ſcilicet Magellanicum, & mare pacificum. Facti ſunt igitur ſenſim Occidentaliores Europa, quare ſenſim retardabant initium diei; cum ergo Luſitani anteverterint initium diei, ſupra Europæos, alii vero retardaverint, non eſt mirum ſi ubi convenerunt, differentes ſint uno die. Si enim Luſitani primum diem Januarii incipiant 10 horis ante quam Europæi eundem diem inchoent, & Hiſpani 14 horis tardius quàm iidem Europæi, neceſſariò 24 horis diſcrepabunt, quamvis loca ſint vicina. Ex his propoſitionibus, poſſunt fieri nonnullæ quæſtiones ludicræ; quomodo fieri poſſit, ut duo homines eodem tempore nati, & mortui, diſcrepent tamen in numero dierum vitæ.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Duo loca vicina neceſſariò uno die, ſeu 24 horis, in ſuo Kalendario diſcrepant.

Aſſero in hac propoſitione neceſſarium eſſe, ut duo loca vicina licet, & ſibi invicem immediata in ſuo Kalendario, ſeu appellatione dierum, diſcrepent uno die, neque aliter fieri potuiſſe, quin alicubi id accideret. Volo totam tellurem uti eodem Kalendario; dico quod duæ regiones finitimæ, quæ ferè ſimul habent meridiem & diſcrepent in horis vix uno minuto, non tamen ſimul & eodem tempore inchoent primam diem Januarii, ſed una 24 horis tardius eam incipiat: non erit quidem neceſſarium ut id accidat in his potius, quàm illis regionibus, erit tamen neceſſarium, ut alicubi id eveniat, quod inductione, & progreſſu facile demonſtro.

Demonſtr. Niſi duæ aliquæ regiones ita diſcreparent, deberet eadem regio à ſe ipſa diſcrepare, nempe maturius, & tardius inchoare diem primam Januarii. Nam ut ordine procedamus Italia orientalior eſt Gallia una circiter hora, unaque hora ante nos habent mediam noctem; ergo una horâ ante nos inchoant primam diem Januarii, Conſtantinopolis duabus, Babilonii 4 horis. Mogorenſes 6 horis, Sinenſes octo circiter, Japonenſes 10, Nova Albion quæ duabus horis orientalior eſt, quam Japon duodecim horis inchoat ante nos, Inſula California quæ Nova Albione duabus aliis horis orientalior eſt, 14 horis ante nos haberet initium diei. Nova Hiſpania aliis duabus horis orientalior horis 16 nos anteverteret. Mexicana regio horam adderet, tum Florida, Nova Francia, quæ ſunt Mexicana regione orientaliores viginti una hora nos anteverteret, Braſilia adhuc orientalior una hora ante prædictas inciperet ſeu viginti duabus horis ante nos, Promontorium viride Africæ quod orientalius eſt una horâ quam Braſilia, una etiam hora debet Braſiliam præcedere, ergo incipere deberet horis 23 ante Galliam. Gallia denique quæ orientalior eſt una hora quam Promontorium viride, una hora deberet illud præcere. Ergo Gallia, viginti quatuor, horis ante Galliam initium anni habere deberet, quod abſurdum eſt.

Quare neceſſariò alicubi figendum erit initium diei, ita ut loca vicina orientaliora licet tardius incipiant totis ferè 24 horis. Caſu autem ſatis fœlici accidit ut initium diei affixum ſit meridiano diſtante à primo ſemicirculo, ſeu in eadem primi meridiani parte, quia nempe illæ regiones detectæ ſunt itinere orientali, & aliæ ipſis vicinæ itinere occidentali. Ex quibus hoc reſultat quod tota America poſt Europam diem inchoet, Africa ſimul cum Europa diem & incipiat, & finiat. Tota Aſia ante nos incipiat, exceptis nonnullis Inſolis Hiſpanicæ ditioni ſubjectis, quæ cum itinere occidentali ſint detectæ, ſunt etiam in dierum initio nobis tardiores.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

De primo meridiano.

Dimenſionis telluris quæ eſt ab Occidente in Orientem, & quam propter rationes ſupra allatas, longitudinem nominamos, nullum natura poſuit initium, vel terminum. Si enim cœlum intueamur, cùm omnia & ſingula eius puncta, ab oriente in occaſum ferantur, nihil in tellure reſpectivè ad cœlum conſiderata invenire poſſumus, quod unam potius telluris partem quam aliam, efficiat terminum hujus numerationis. In latitudine res non ita ſe habet, poli enim ſunt immobiles, atque adeo rectè in ordine ad eos, vel in circulo ab iis æqualiter remoto, conſtitui potuit terminus à quo numerarentur latitudines: At longitudo telluris, quia totam tellurem complectitur, nec ulla ſunt puncta, quæ ullam præ aliis prærogativam habeant; ideo quodlibet æquatoris punctum, & quilibet meridianus aſſumi poteſt pro termino longitudinis numerandæ.

Et

Et de facto Aſtronomi omnes pro primo meridiano ad quem ſuas tabulas Aſtronomicas referunt, & omnes obſervationes, exigunt, ſuæ habitationis meridianum eligunt, quem ſemper ſuis Ephemeridibus, aut tabulis Aſtronomicis præfigunt. Nautæ item pro ſuo primo meridiano, locum è quo ſoluunt, ſolent aſſumere, & ad illius loci meridianum, longitudinum differentias ſolent exigere. Cùm igitur in tellure reſpectivè ad cœlum conſiderata nihil ſit quod primum meridianum determinet, eam ut hominum habitationis ſedes eſt, inſpicere debemus, ut uni potius ejus parti, quam alteri primi meridiani prærogativam deferamus.

Telluris aliàs cognitæ, ſeu veteris orbis, non ultimos verſus Orientem fines aſſumere debuerunt, duplicem ob cauſam. Prima eſt, quòd tunc incogniti erant, neque enim multùm ultra Perſidem & fluvium Gangem proceſſerunt; ſecunda quod ſicut longitudo in cœlo ab ortu in occaſum procedit, pro ut progrediuntur motus ſecundi ſeu particulares ſyderum, verbi gratia, motus ſolis in Eclyptica, ita etiam ſimili modo longitudinis numeratio inſtitueretur ab occaſu in ortum; quare ultimæ ad occaſum terræ fuerunt ſeligendæ, & earum meridianus in primum aſſumendus. Sed ultimi veteris orbis ad occaſum terræ, eſt promontorium viride in Africa, cujus meridianus per Fortunatas Inſulas tranſit, aut etiam, ſi velis in inſulam Ferri ultima Fortunatarum primum meridianum cum Ptolomæo poſſumus affigere. Cum tamen decurſu temporis aliæ, atque aliæ terræ ad occaſum detectæ ſunt, ſaltem inſulæ, ideo Geographi ſuum promoverunt meridianum. Nullus tamen uſque ad Americam, cùm Oceanus videretur terram in duo hemiſpheria dividere. Hujus promotionis inter alias cauſa fuit altercatio inter Hiſpanos, & Luſitanos, quæ cùm à ſummo Pontifice compoſita fuiſſet, itáque litem diremiſſet, ut limes eorum eſſet meridianos certo intervallo diſtans, à primò, primum meridianum promovere cœperunt; ut terras nonnullas ſui juris facerent. Primò quidem nonnulli ut Hondius primum meridianum ad inſulas Promontorii Viridis promovit nempe ad inſulam Sancti Nicolai, aut Sancti Jacobi.

Alii in Inſula del Corvo, quæ eſt una ex Azoridibus, maximè occidentalis, cujus rei rationem quod ibi acus magnetica nullam patiatur declinationem. Sed hæc ratio nulla eſt, cùm in multis partibus ejuſdem meridiani, declinet magnes, in multis aliis locis omnis declinationis ſit expers, ut in promontorio quod propterea *de las Agulas* dicitur, adjacetque Bonæ Spei promontorio, nonnihil ad Orientem acus magnetica directè Septentrionem, & auſtrum reſpicit. Adde quod in eodem tractu inconſtans eſt & variabilis hæc magnetis declinatio. Belgæ ad Fortunatas ſunt regreſſi, montemque terræ altiſſimum Il pico, in Teneriffa inſula, tanquam genuinum primi meridiani characterem aſſumpſerunt. Galli ex præſcripto Ludovici XIII. eum in Inſula Ferri conſtituunt.

Hæc controverſia ſine ratione mota eſt, illique primo peccavere qui primos limites antiquitus conſtitutos ſuſtulerunt: nos cum Gallis eum in Inſula Ferri uno aut altero gradu à Teneriffa diſtantem; quiſque eo utatur qui in ſuis mappis primus notatus erit.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Numeratiò longitudinis cujuſque loci.

Conſtituto primo meridiano, à quo numerationem longitudinis telluris ineamus, facilè eam perficiemus; ſi tamen notemus non à toto illo circulo qui primus meridianus dicitur inchoandam eſſe eam numerationem; ſed ab eo ejus ſemicirculo qui à polo arctico ad polum antarcticum protenſus Inſulam Ferri pervadit: omnis enim circulus meridianus duos habet ſemicirculos, qui in æquatore abſcindunt duos gradus oppoſitos diametraliter. Ita ut qui in his duobus ſemicirculis exiſtunt, non numerent eaſdem horas, ſed horas diametraliter oppoſitas. Sumamus verbi gratiâ primum meridianum, hujus unus ſemicirculus tranſit per Fortunatas, alter vero per mare vicinum Japonenſibus, ita tamen ut dum regiones ſemicirculo per Canarias tranſeunti ſubjectæ habent meridiem, qui ſubjacent alteri ſemicirculo mediam noctem numerent, & viciſſim dum hi numerant horam primam matutinam, illi veſpertinam, & ita de reliquis omnibus; quare quilibet circulus per polos mundi tranſiens pro duobus meridianis ſumitur, nempe diſtinguuntur duo ejus ſemicirculi. Sic enim tot erunt meridiani quot ſunt in æquatore gradus. Dum igitur longitudinem alicujus regionis quærimus, nihil aliud intelligimus, niſi quem in longitudine terræ locum obtineat incipiendo à primo meridiano, ſeu quotus ſit ille ſemicirculus per polos mundi & per regionem propoſitam ductus à primo meridiano. Ut quia in mappis conſtituentibus primum meridianum in inſula Promontorii Viridis Africæ, quæ dicitur Sancti Jacobi, ſemicirculus per urbem Pariſienſem ductus, ſecat æquatorem in gradu 27, dicitur longitudo Pariſiẽſis eſſe gradus 27, hoc eſt urbem Pariſienſem eſſe collocatam in gradu 27 longitudinis terræ, ſeu in ſemimeridiano 27 à primo: ita Goa habet longitudinis centum undecim gradus, ſeu poſita eſt ſemimeridiano centeſimo undecimo. Hæc autem numeratiò non ſiſtit in nonageſimo gradu, ut latitudo, quia quoad latitudinem qui in eodem circulo latitudinis poſiti ſunt, ſimiles habent tempeſtatum viciſſitudines. Quia verò qui eidem circulo meridiano ſubjacent, in diverſis ſemicirculis ſunt poſiti, oppoſitionem aliquam habent, idem fuit neceſſariùm hos ſemicirculos non confundere. Ideo ſaltem uſque ad 180 gradus fuit procedendum.

Poterant quidem Geographi diſtinguere duas longitudines, unam orientalem à primo ſcilicet meridiano procedendo ad ortum, & uſque ad gradum 180 & alteram occidentalem, qua procederetur ad occaſum; hoc enim facilitatem attuliſſet, & memoriæ conſuluiſſet. Sicut in latitudine, non procedimus ab uno polo ad alium, ſed incipiẽdo ab æquatore, hinc inde ad utrũque polum provehimur: pariter poterat aſſumi primus meridianus, inter veterem, & novum orbem diſtinguens, & ab eo tanquam termino numerari longitudines, una oriẽtalis, occidẽtalis altera. Id tamen non ita conſtituerunt ut numerationes Aſtronomicas imitarẽtur.

Ita Cuba inſula quæ 60 gradibus eſt occidentalior primo meridiano, poteratque dici habere longitudinem occidentalem graduum 60. dicitur

tamen

tamen vulgari methodo Geographorum habere 300 gradus longitudinis, nempe diſtare à primo meridiano trecentis gradibus, ſed inſtituendo numerationem à primo meridiano verſus ortum. Quæ ratio magis eſt obſcura eò quòd majores numeri difficilius concipiantur, quam minores.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Propoſita regionis in globo, aut mappa univerſali, longitudinem invenire, & viciſſim data quacumque longitudine omnes regiones talis longitudinis aſſignare.

Problema utrumque in mappa univerſali, aut in globo facilè abſolvitur. Si enim regionis ſemimeridianum ſequaris, donec æquatorem ſecet, graduſque interceptos inter primum meridianum, & hunc regionis ſemimeridianum numeres, habebis longitudinem regionis. Item ſi primum meridianum, ad meridianum immobilem globi adducas, globumque circumvolvas, donec regio propoſita meridiano immobili ſubjaceat, ſi numeres gradus, qui ſub meridiano immobili pertranſierunt, habebis longitudinem illi reſpondentem. Ita invenies Conſtantinopolitanam longitudinem eſſe graduum 60, Macaenſem graduum 150.

Viciſſim ubi data fuerit longitudo quælibet, aſſignare poteris omnes regiones ei reſpondentes, ſi nempe ſemimeridianum illius longitudinis ſequaris. Ut ſi proponatur longitudo graduum 30, invenies Partem Norvegiæ illi reſpondere, Antuerpiam, Divionem, Lugdunum, Avenionem Majoricam inſulam, Algeriam, partem Numidiæ, Lybiæ, & partem Goineæ ei reſpondere.

Atque hi ſunt characteres præcipui omnium locorum, ita ut data alicujus loci longitudine & latitudine, facilè locum in globo, aut mappa indicare poſſimus.

Dicatur, verbi gratia, Conſtantinopolis habere longitudinem graduum 60, & latitudinem borealem graduum 42, numera in æquatore gradus 60, & in meridiano per hunc gradum ſexageſimum trãſeunte ſurſum aſcende verſus polum borealem, & numera gradus 42, & ſtatim occurret Conſtantinopolis. Si dicatur Promontorium Bonæ Spei ſitum eſſe in longitudinis gradu 50, & latitudinis auſtralis gradu 34, numera in æquatore gradus 50, & in meridiano qui occurret deſcende ad polum antarcticum, & numera gradus 34, occurretque promontorium bonæ ſpei.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Nova longitudinis numeratio.

Quia propoſita longitudinis numeratio quæ procedit à primo meridiano, verſus ortum per gradus 360 non ſatis totam tellurem exhibet, neque ullo modo imaginationi inhæret, aliam methodum faciliorem propono, & quæ melius meo judicio, cum ipſa longitudine cohæret. Superius ſatis oſtendimus, hanc telluris rotunditatem ab ortu in occaſum, diverſitatem horarum invehere, & ſub eodem meridiano collocari eas regiones quæ ſimul habent eaſdem horas. Oſtendimus item initium diei cujuſlibet in extremis orientis finibus collocari, eò quòd fœlici caſu, in inſulis Philippinis convenerint Luſitani qui orientali itinere; & Hiſpani qui occidentali ad eas oras delati fuerant. Ex quo factum eſt ut ibi duo loca vicina uno tamen die integro diſcrepent. Sic primus meridianus medius eſt inter eum meridianum in quo incipit dies, & eum in quo finitur, vel potius opponitur ei meridiano, qui ſimul diem & incipit & finit. Hoc eſt primi meridiani ſemicirculus qui per Fortunatas tranſit, quaſi meridiem efficit unius cujuſque diei in tellure: alius verò eiuſdem meridiani ſemicirculus qui ultra Japonas protenditur, initium diei, & finem efficit, ita ut quæ regiones ei ſemicirculo ſubjacent diem quamlibet incohent, ſintque primæ quæ dicant, nunc incipit verbi gratiâ prima dies Januarii, & quæ ipſis ſunt immediate orientaliores, ſint ultimæ quæ hoc dicant; Fortunatæ vero inſulæ aliæque regiones primi meridiani ſint inter utraſque mediæ. Totam igitur tellurem ſub unius diei naturalis forma exhibebo, eruntque circuli horarii hujus diei, ſingularum regionum meridiani, & hoc convenientiſſimè. Cùm enim ſol intra diem naturalem totam tellurem circumeat, non erit ineptum ſingulas regiones curſui ſolis affigere.

Quia autem ut ſupra diximus, quilibet meridianus variarum horarum eſt circulus, ſi nempe ad varias regiones referatur; ut aliquid in hac materia determinemus, aliquas regiones determinare debemus ad quas referendæ ſint horæ de quibus agimus. Quamvis autem nulla potius videatur eſſe ratio cur hoc privilegium uni potius regioni tribuamus quàm alteri, ſuprà tamen aliquas invenimus rationes, in tellure ſpectata quatenus ab hominibus incolitur, cur potius unus meridianus ſceligeretur pro primo, quam alter quilibet.

Quare dum totam tellurem uni diei affigimus, intelligimus hunc diem reſpectu primi meridiani, ita ut regiones ipſi ſubjectæ obtineant illius diei meridiem; quæ ſub meridiano 180, illius diei mediam noctem, quæ nempe eſt illius diei initium; quæ verò orientaliores ſunt, immediatè ſint ſub media nocte quæ eſt ejuſdem diei finis. Dum ergo dico aliquam regionem, verbi gratia Conſtantinopolin, eſſe in hora octava, nihil aliud intendo niſi, hanc urbem ſubjacere circulo per polos ducto, qui ſit circulus horæ octavæ reſpectu regionum primi meridiani. Sic dico regiones occidẽtaliores Inſulæ Japoniæ eſſe in hora prima matutina, hoc eſt, meridianum per has tranſeuntem vices obire circuli horarii horæ primæ matutinæ, reſpectu regionum primi meridiani. Secundum eundem ſenſum, dico medium Cubæ inſulæ, eſſe in hora quarta pomeridiana, hoc eſt eius meridianum eſſe circulum horæ quartæ veſpertinæ, reſpectu primi meridiani, ita ut dum ſol attinget meridianum Cubæ inſulæ, facietque ibi meridiem, faciat horam quartam veſpertinam in primo meridiano. Quare regio quælibet illi horæ tribuitur primi meridiani, cui ſubjacet, & in ea habet meridiem. Colliges ex his primum meridianum, qui ſolus denominationem meridiei obtinet, tellurem dividere in duo hemiſphæria, nempe in hemiſphærium matutinum, ſeu orientale, complectens ſcilicet totum veterem orbem, & in hemiſphærium veſpertinum, ſeu occidentale, comple-

ctens

ctens ſolam Americam; videtur hæc methodus eſſe facilior, meliuſque indicare, & immediatius id ad quod diſtioctio longitudinis inventa eſt, nempe ot eidem circulo meridiano ſubjiceremus eas regiones, quæ ſimol omnes horas Aſtronomicas numerant. Videtur autem tantum differre à communi, quòd commonis, omnes circulos tanquam meridianos conſideret, quæ appellatio omnibus eadem, diſtinctionem ſufficientem non efficit, ideoque ſempee addendus erat numerus aliquis, hæc vero per appellationem horarum diverſarum, melius diſtinguat. Adde quod diſtinctio diei naturalis in horas eſt vulgaris, & ita frequenter à nobis uſurpata, ut in fingenda imaginatione laborandum non ſit.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Diſtinctio totius Telluris per horas.

Circulus mediæ noctis nullas habet terras, eſtque ſemiquadrante horæ orientalior Inſula Japon.

Circulo horæ primæ matutinæ ſubjacent ultimi fines ad Occidentem inſulæ Japon.

Inſula Bungo illi adjacens, nonnullæ in Archipelago Sancti Lazari, Promontorium Novæ Guineæ, partes orientaliores Tartariæ. Inter horam primam & ſecundam pars Tartariæ à polari circulo ad Sinam, media pars regni Sinenſis.

A latitudine boreali graduum 52, ad latitudinem borealem graduum 22, continentur Philipinæ, inter quas præcipuæ Loconia latitudinis 17, Mindanao latitudinis item borealis graduum 8. Celebes ſub æquinoctiali, & aliæ minores ad latitudinem uſque auſtralem graduum 10, cætera mare occupat.

Inter horam ſecundam & tertiam Tartariæ majoris pars à polari circulo ad latit. graduum 50 occidentalis pars Sinenſis regni.

A latit. 50 ad tropicum Cancri, regnum Pegu Cochinchina, Camboya à tropico ad latit. graduū 10, Cherſonenſus Malacenſis ad æquatorem uſque in quo etiam jacent duæ inſulæ Borneo oriẽtalior, & Sumatra occidentalior. Jacet item Java major ad latitudinem auſtralem graduum 9, tum in latitudine graduum 16 Promontorium terræ Auſtralis dictum Beach.

Intee horam tertiam & quartam, in Tartaria Imai montis Juga, Lacus Kithai, regna Turcheſtan. In latitudine graduum 50, Sinmau in latitudine 40, utraque India trans & cis Gangem ad tropicum uſque, Fretum Bengalenſe, pars inſulæ Sumatræ in æquatore, cætera mare occupat, ad quadrageſimum gradum latitudinis Auſtralis in quo occurrit tellus Auſtralis incognita.

Inter quartam & quintam, In Tartaria ultra polarem regio Baida, aliæque terræ non ſatis cognitæ ad 43 gradum, Mogotis regnum, Orientales Perſidis oræ, Guzaratæ regnum Narſinga, in quo & Goa ad decimum latitudinis borealis, Maldivæ Inſulæ innumeræ quas æquator pervadit.

Inter quintam & ſextam Nova Zembla lat. 74. Samoieda lat. 66. Orientales regni Moſcovici partes ad lat. 56, Tartaria Kalmi, & Kalmucki, media pars Caſpij maris in latit. 45 Perſis, Ormuſianum regnum in latitud. 26 grad. pars Orientalior Arabiæ Fœlicis ſub tropicó, multæ Inſulæ adjacentes Madagaſcar ad latit. auſtralem 10 graduum.

Inter ſextam & ſeptimam Pitzoea in polari, Ruſciæ nonnulla pars, Moſcovia, Regnum Aſtracan, Cherqueſiana regio, pars Orientalis Caſpii maris, Trapezuntinum imperium, orientale littus Ponti Euxini in lat. 45, Aſſyria, Meſopotamia; Arabia deſerta, Petroſa & Fœlix, mare rubrum ſub tropico, Aden in latit. graduum 10, regna Magadoxo, Poara ad æquatorem uſque Inſula Madagaſcar à latitudine Auſtrali 12 graduum ad 25.

Inter ſeptimam & octavam pars Lappiæ ultra polarem, Partes Orientales Moſcoviæ, Tartaria Procopenſis, Pontus Euxinus, Aſia minor, Cyprus, in latitud. gr. 36. Tota ſyria, ſeu Paleſtina, Ægyptus, etiam ultra Tropicum, Pars nubiæ, Abiſſinorum Regio ad æquatorem uſque, Regnum Quiloæ in latitud. Auſtrali graduum 10, Mozambicum ad tropicum uſque Capricorni.

Inter octavam & nonam ultra polarem, Lappia; Caiania, Livonia in latitudine 60 Lithuania in latit. 55, Polonia in lat. 50, Hungaria, Thracia; Epirus Macedonia, Peloponeſus in latitudine 38; Archipelagus Candia in latit. 34, Barca, regnum Gaoga, & Berdoá ſub tropico Cancri, Nubia, Zanfaræ regnum in latit. boreali 13, Biafaræ regnum ad æquatorem uſque pars regni Congo: Item Angolæ, regnum Monomotapæ, ad promontorium bonæ ſpei lat. Auſtralis 35.

Inter nonam & decimam, Spitberga latit. 76 graduum, Norvegia etiam ultra polarem. Suecia, Dania, mare Balticum, Dania, Germania, Helvetii; Sabaudia, Tota Italia, Burgundia Lotaringia Delphinatus, Provincia, Inſulæ Sicilia, Corſica; Sardinia, Minorica, Barbaria, Numidia, Lybia interior, regnum Benin, Pars Guineæ, Pars regni Congo.

Inter decimam & undecimam poſita eſt Anglia & Irlandia Belgium, Gallia, Hiſpania, Luſitania, Barbatiæ pars, Fes, Maroc, Zanaba, Madinga; Guinea.

Inter undecimam & meridiem Groenlandiæ pars in latit. 73. grad. iſlandiæ pars ſub tropico Canariæ Inſulæ & littora Occidentalia Africæ ad promontorium viride, media pars inſularum viridis promontorii.

Inter meridiem & primam Iſlandiæ pars ſub polari, Friſlandia ad 6 gradum latit. Groenlandiæ pars. Azorides inſulæ ad 37 grad. latitu. Fernambuco io Braſilia in latit. Auſtrali grad. 4. ad tropicum.

A prima ad ſecundam Groenlandiæ pars, ad grad. 60, Inſula terræ novæ, prope Canada, Braſilia ab æquatore ad tropicum Capricorni, ad oſtia fluvii Argentei.

A ſecunda ad tertiam, Fretum Davis Fretum de Huſſon, Nova Francia ad lat. 40 graduum, multæ Inſulæ minores ſupra Braſiliam, Nova Andaloſia ad æquatorem uſque, ubi lacus Parima, Provincia Chicas, Paraguaria ad 35 gradum latit. Auſtralis.

A tertia ad quartam pars Canadenſis regionis in 45 gradu lat. borealis, Virginia in 35 gradu, Inſulæ Mexicani ſinus, Cuba, Spagnola in lat. 21 gradus, Nova Granata ad æquatorem uſque Peruviana ad tropicum Capricorni, regnum Chili ad fretum Magellanicum lat. Auſtralis 50.

A quarta ad quintam Florida in lat.30 & 35 fretum Mexicanum, Jucatam, Nigaraca.

A quinta ad ſextam Nova Granata latitu.35. Biſcaya latitu.30, Galicia nova, Mexico latitu. gr.23½ 21.

A ſexta ad ſeptimam California à lat.40, ad latitud.15.

A ſeptima ad octavam reliqua pars Californiæ.

A nona ad 10 nova Albion in lat. gr.40 boreali.

PROPOSITIO XX.

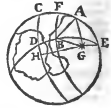
Problema.

Longitudinis differentiam inter duo loca ex data latitudine utriuſque & diſtantia reperire.

Longitudinis differentiam inter duo loca, in mappa geographica, aut in globo notata facilè invenire poſſumus, ſi nempe meridianorum diſtantiam, ſeu gradus intercepto notemus, & de hoc jam diximus ſupra. Sed quæſtio eſt quomodo ſine mappa Geographica id advertere poſſimus, prius enim quam mappæ, aut globi conficiantur, & ſingulæ regiones in proprio loco notarentur, debuit præ cognoſci earum longitudo,& latitudo. Oſtendimus quidem ſupra, quomodo obſervaretur latitudo, aut elevatio poli; quare docendum teſtat quomodo unicujuſque loci longitudo inveniatur, atque celebre eſt illud problema tamdiu expetitum, ut nempe per obſervationem cœleſtem poſſit quis certo definire meridianum in quo verſatur; ita ut ſi ab angelo, in inſtanti in terras ignotas aſportaretur, inveniret meridianum cui ſubjaceret, & quantum à primo diſtaret. Quod in navigationibus foret utiliſſimum, dum enim quis vi procellæ abripitur, ita ut itineris decurſi rationem inire non valeat, ſi ubi apparent ſydera poſſet certo definire, ſe in tali meridiano verſari,cum aliunde latitudinem ex obſervatione cœleſti facilè obſervare poſſit: datâ autem longitudine, & latitudine locus ſit ſufficienter determinatus, poſſet in mappa univerſali oſtendere locum in quo verſatur, & conſequenter ad terminum quem perit navim dirigere. In præſenti igitur propoſitione non attingimus illud celebre problema, quod obſervationibus cœleſtibus innititur, ſed ex aliis circumſtantiis præcipuè vero terreſtribus longitudinem uniuſcujuſque loci definimus.

Quinque ſunt termini reſpectivè ad duo loca, quæ inter ſe ita connectuntur, ut ex tribus datis colligatur longitudinis differentia. Sunt autem utriuſque loci latitudo, diſtantia unius ab alio, non tantum in milliaribus ſed etiam in gradibus, & angulus poſitionis alterutet. Sint loca A, & B, ſintque eorum meridiani C A E, D B E in polis convenientes, quæritur arcus C D ſeu angulus AEB diſtantia meridianorum. Poſſunt autem cognoſci C A latitudo loci A, & eius complementum A E, latitudo D B, & eius complementum BE, arcus AB, diſtantia, angulus quem facit arcus AB, & angulus quem comprehendit arcus AB, cum alterutro meridiano, nempe, vel angulus BAE, vel angulus ABE; horum quinque terminorum, ſi cognoſcantur tres, dabuntur & reliqui & longitudinis differentia.

Supponatur cognita utriuſque termini latitudo CA, CB, & diſtantia AB in milliaribus. Datam diſtantiam in milliaribus in gradus converte, tum



inter circini crura, accipe totidem gradus in maximo circulo globi, circiniquè ſic aperti pedem pone in globo ſuper loco A, & circulum deſcribe, qui ſecabit parallelum BF latitudinis loci C, in puncto B, quod erit locus regionis propoſitæ, & meridianus tranſiens per punctum B oſtendet in æquatore differentiam latitudinis.

In mappa univerſali non ita bene ſolvi poteſt illud problema, eo quod projectio in variis locis mutet unius gradus longitudinem, ſolvi tamen abſolutè poteſt, ut in Aſtrolabiorum tractatu videre potes. In mappis rectilineis quibus utuntur nautæ facilè ſolvi poteſt, & eodem modo, quamvis iter decurſum, non ſit circulus, ſed linea inflexa quam loxodromiam vocant, cujus naturam explicui in navigatione, oritur enim ex inſtrumento quo navim dirigunt nempe acu magnetica. Reſpondet autem huic problemati nautico, data latitudine utriuſque termini, & itinere decurſu, invenire locum ad quem pervenit navis.

Trigonometricè facilè in triangulo ABE dabitur angulus E, datis enim latitudinibus CA, DB, dantur earum complementa AE, BE; dato inſuper latere AB, innoteſcit angulus E ſeu arcus C D, eius menſura.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Datâ locorum latitudine, & angulo poſitionis, invenire differentiam longitudinis.

In eadem figura ſupponitur datus ut priùs uterque arcus CA, BD, & inſuper angulus BAE ita invenietur differentia longitudinis. Globum ſtatue ad latitudinem loci A, qui ad meridianum adducatur eritque in vertice. Huic adjunges laminam aream, numerabiſque in horizonte tot gradus incipiendo à parte Septentrionali meridiani, quot ſunt in angulo BAE. Huic gradui horizontis adjunges laminam, quæ in tali ſitu ſecabit parallelum latitudinis loci B,is erit locus ejus in globo, & meridianus per eum locum tranſiens indicabit in æquatore arcum CD,differentiam longitudinis.

In mappis rectilineis, idem problema eodem modo ſolvitur, ſi nempe lineam ducas quæ cum meridiano loci A,anguli poſitum comprehendat. Hæc methodus optima eſt ad conſtruendas mappas Chorographicas, præcipue cum pateт proſpectus ab uno loco A, ad alium B, poteſtque facilè haberi angulus poſitionis,ſeu angulus quem linea AB, cum meridiano comprehendit. Hoc problema

Problema reſpondet nautico, quo data latitudine utriuſque termini à quo & ad quem, & tombo quem percurrit navis, invenitur locus ad quem Pervenit. Trigonometricè perficitur, nam in triangulo ABE, datis lateribus AE, BE, & angulo BAE, facilè innoteſcit angulus E.

Eodem modo operandum eſſet ſi pro angulo BAE, daretur angulus ABE.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Datâ latitudine unâ, angulo poſitionis & diſtantiâ, invenire differentiam longitudinis.

Sit datus arcus CA latitudinis loci A, angulus BAE, & diſtantia AB, ita invenies arcum CD. Diſpone globum ſecundum latitudinem loci A, quem ad meridianum adduces, & laminam æream adjunges, & numeratis ut priùs in horizonte gradibus anguli poſitionis ibi transfer aliud extremum laminæ, in qua à zenith, ſeu loco A numerabis gradus diſtantiæ AB, finis numerationis dabit locum B, quem ſi ad meridianum adducas, meridianus ſecabit punctum D, atque ita habebis arcum CD.

In mappis rectilineis locum habet hoc problema. Si enim in loco A, ducas lineam quæ cum meridiano comprehendat angulum æqualem angulo poſitionis, tum accipiendo in ſcala millaria diſtantiæ AB, ea transferas in prædictam lineam, invenies locum B; per quem ſi ducas meridianum, qui in his mappis aliis parallelus eſſe debet; invenies differentiam longitudinis. Hoc problema reſpondet nautico, quo dato itinere confecto, & Rombo, locum ad quem pervenit navis inveniunt, & hoc dicitur punctuare chartam, quia ibi ſolent punctum inurere, ſingulis nempe diebus, *poincter une carte.*

Trigonometricè idem facilè inveniemus; nam in triangulo ABE, dato arcu CA, datur arcus AE, ſupponitur item datus angulus BAE, & latus AB; ergo dabitur angulus E, ſeu arcus CD.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Datâ diſtantiâ unius loci à duobus aliis jam cognitis; invenire longitudinem, & latitudinem illius.

Supponitur cognita longitudo & latitudo locorum A & B, ita ut jam ſint in globo aut in mappa collocata; ita etiam detur ſi opus ſit diſtantia AB, proponitur tertius locus G, ita ut cognitæ ſint diſtantiæ AG, BG, dico facilè innoteſcere in globo punctum in quo collocandus ſit locus G. Inter circini crura accipe tot gradus & minuta quot conveniunt diſtantiæ AG, & ex A ut centro eo intervallo deſcribe arcum circuli G, pariter ex puncto D, intervallo diſtantiæ B quam habet locus ille tertius à puncto B deſcribe alium arcum, qui priorem interſecabit in poncto G, dico ibi collocandum eſſe in globo tertium illum locum, qui ſi ad meridianum adducatur, meridianus dabit in æquatore punctum H, pro longitudine illius.

Hæc praxis eſt uſitatiſſima in chorographiis inſtituendis, quæ exactiſſimæ perficientur modo diſtantiæ, non ex ſolo vulgi judicio determinentur, ut ſolent, ſed verò ad aliquam menſuram exigantur, ut verbi gratiâ circumvolutione rotæ definiantur. Habeatur item nonnulla ratio obliquitatis itineris, item nonnunquam latitudinis obſervatione corrigantur. Hoc problema ſolum ſufficere poſſet ad mappas omnes, & globos perficiendos, & determinandam uniuſcujuſque loci longitudinem.

Hàc potius methodo concinnatæ ſunt mappæ Geographicæ, quam ex ulla obſervatione cœleſti, niſi forſitan in latitudine.

Trigonometricè ex iiſdem inveniri poſſet locus G, ſed plura eſſent triangula ſolvenda.

PROPOSITIO XXIV.

Differentiam longitudinis locorum ex obſervationa eclypſium lunarium invenire.

Inventio differentiæ longitudinis ex obſervatione cœleſti, inter nautica problemata recenſetur, eò quòd foret navigationibus dirigendis utiliſſimum, propterea que propoſitam habet inventori mercedem non contemnendam. Quod autem per Eclypſes lunares perficitur, non multum utile navigationi exiſtimatur, eò quòd raro admodum tales Eclypſes accidant. In Geographia tamen uſum habet non contemnendum, ad correctionem mapparum, præcipuè dum comparantor loca remotiora.

Obſervetur in duobus locis initium & finis Eclypſis lunaris, ut habeatur ejuſdem medium, bipartito ſcilicet tempore, differentia horarum in gradus redacta dat differentiam longitudinis. Macai anno 1612 nocte poſt diem octavum Novembris Eclypſis lunaris finem obſervavit hor. 11. min. 45. Eodem tempore obſervavit P. Skeiner ejuſdem Eclypſis finem Ingolſtadii hora 5 veſpertina, differentia temporis eſt horarum 6 minut. 45 quæ in gradus redacta, dat gradus 101 & min. gradus 15; igitur Macao eſt orientalior Ingolſtadio gradibus $101\frac{1}{4}$.

Cavendum tamen ab umbragine ſpuria, quæ ſolet Eclypſes antecedere, debent autem, vel ambo illam computare, vel ambo illius rationem non habere.

Secundò ambo eodem modo obſervent Eclypſin nempe vel ambo nudis oculis, vel ambo teleſcopiis. Poſſet in totalibus notari initium totalis immerſionis, & emerſionis, vel conveniant in tempore obſervando quo macula inſignis ab umbra perſtringetur.

Hora habetur vel per horologia automata pendulis instructa, vel per clepſydras vel per elevationem alicujus ſtellæ. Vel excitato plano meridiano per tranſitum alicujus ſtellæ, notæ aſaſcenſionis rectæ per meridianum, adhibito pendolo libero, ut habeatur tempus inter initium Eclypſis, & tranſitum ſtellæ.

Nonnulli comparant horam Eclypſis per tabulas aſtronomicas inventæ, pro meridiano utique tabularum, cùm hora obſervata, quæ methodus aberrat nonnihil cum tabulis.

Eclypſes lunares ſunt aptiores quidquid dicat

Keplerus, quamvis enim melius diſcernantur initium & finis Eclypſis ſolaris, quàm lunaris, parallaxis tamen in ſolaribus ita omnia confundit, ut non niſi à peritiſſimis Aſtronomis adhiberi poſſit.

Eclypſis ad differentiam longitudinis locorum vicinorum vix adhibeatur, quia eſt periculum alicujus aberrationis.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Longitudinem reperire per lunæ diſtantiam à ſtellis.

Duo obſervatores lunâ per ſuum meridianum tranſeunte, ut vitetur parallaxis, ſextante aut quolibet alio inſtrumēto, eius ab aliqua ſtella in Eclyptica præcipuè ſitæ diſtantiā obſervent: vel quod facilius videtur, dumluna pertranſit meridianum, incitetur perpendiculum donec aliqua ſtella notæ aſcenſionis rectæ per eundem meridianum tranſeat; ſi inveniatur in his duobus locis, eadem lunæ à ſtella diſtantia, loca obſervationum ſub eodem meridiano jacebunt, ſi fuerit diverſa, hoc diſcrimen in gradus converſum multiplica per 30 & habebis differentiam longitudinum. Supponamus in uno loco inveniri diſtantiam lunæ à ſtella unius gradus, in alio duorum graduum, differentia eſt circiter 30 graduum, nempe tempore poſterioris obſervationis, luna uno gradu plus receſſit à ſtella, quam in tempore primæ: ſed impendit duas circiter horas ad hoc ut motu proprio recedat à ſtella, (quod rudi tantum minerva profero, exactiùs enim procedendum foret, & non tantum motus medii, ſed etiam veri aſſumendi) ergo dices hæc loca diſtare 30 gradibus.

Hæc tamen methodus eſt periculoſa, ſi enim uno gradûs minuto erraveris, excreſcet error in ſemigradum, ſi duobus in gradum integrum, ſi committeretur in obſervatione error 33 minutorum, excreſceret error ille in 15 gradus. Ratio eſt quod hæc determinatio deſumitur à motu proprio lunæ, qui abſolvitur intra 27 dies; at Eclypſium lunarium obſervatio prout eam poſuimus, ſequebatur motum diurnum, qui ſingulis diebus ſuam circumvolutionem abſolvit. Multò minus ſuccedet hæc determinatio, ſi innitatur ſupputationi motus lunæ, præcipue extra novilunia, & plenilunia quia non exactè conſtitutus eſt.

Diſtantiæ aliorum planetarum à ſtellis, ſunt obnoxiæ majori errori, eò quòd motum habeant tardiorem.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Longitudinem reperire per Iovis ſatellites, aut maculas lunares.

Numerantur quatuor Jovis Satellites, ſeu quatuor ſtellulæ quæ circa hunc Planetam tanquam circa centrum ſui Epicycli circumvolvuntur, unde fit ut ſingulis noctibus eorum aliquis in Jovis umbram incurrat, & Eclypſin patiatur. Duo igitur obſervatores in duobus quibuſcumque locis obſervent horam, in qua una ex his ſtellulis in umbram incurrit, & obſcuratur, differentia horarum obſervationum, in gradus converſa differentiam longitudinum exhibebit.

Quòd ſi conſtituti eſſent motus illorum planetarum, & perfectæ Ephomerides pro uno meridiano, ita ut hujuſmodi Eclypſes liceret prædicere, obſervatâ in alio meridiano hujuſmodi Eclypſi, facilè haberetur differentia longitudinis inter meridianos tabularum, & obſervationis.

Hæc tamen methodus, etiam datis tabulis exactiſſimis, navigationi foret inutilis, eo quod obſervationes, non niſi longiori teleſcopio perfici poſſint; cujus uſus propter continuam navis fluctuationem, eſt impoſſibilis. Quare inter terreſtres methodos habeatur.

Ad hanc methodum revocari poteſt, quæ per maculas lunares inſtituitur. Volunt enim nonnulli ut in duobus locis diligentiſſimè obſervetur, quâ horâ macula lunaris determinata incipit, aut deſinit illuminari, & ex horarum differentia colligatur meridianorum diſtantia. Sed prætérquam quod opus ſit teleſcopiis non vulgaribus, lunæ illuminatio ita lentè procedit, ut ſit periculum errandi in horis integris; quare ita lubrica eſt hæc methodus, ut ex ea adhibitis quibuſcumque cautionibus, nihil boni ſperari poſſit.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Differentiam longitudinis per horologium automatum, pendulo inſtructum reperire.

Supponitur horologium automatum, ita exactè horas indicans, ut nullam ab aëris mutatione aut à navigii fluctuatione inæqualitatem patiatur; quod nonnulli ſe conſecuros putaverunt addito pendulo, quod horologii libratorem regeret. Quamvis autem modica ſit aberratio, & talia horologia parum admodum aberrent, omnimodam tamen præciſionem non efficiunt. Ponatur ergo dari tale horologium, quod antequam ſolvat navis ad horam ſolarem dirigatur, in loco profectionis, ponamus eſſe Maſſiliam, hoc horologium ſi perſtitiſſet Maſſiliæ, horam ſolarem ſemper indicaſſet; ſupponitur enim eſſe exactum; & cum nullam ex fluctuatione navigii alterationem, etiam tranſlatum patiatur; horam Maſſilienſem ſemper indicabit. Poſſumus autem ad ſolem obſervare horam in loco, ad quem navigatione devenimus, quæ ſi cum hora Maſſilienſi ab horologio automato indicata concordaret, eſſemus ſub meridiano Maſſilienſi. Si vero diſcordat, horarum differentia in gradus mutata, dabit differentiam longitudinis, ſeu meridianorum diſtantiam. Sciemus ergo quot gradibus meridianus ad quem pervenimus diſtet à Maſſilienſi, ſive ad Orientem, ſi plures inveniamus horas ad ſolem, quam horologium indicet, ſive ad Occidentem, ſi pauciores.

Obſervatio horæ ad ſolem exacta eſſe debet, & ad minuta uſque, quam præciſionem ſciaterica communia, præſertim magnetica ob declinationem, non habent, ita communiter operandum eſt. Cùm ſol oritur, reſpice horam ab horologio indicatam; ponamus indicari horam ſeptimam, item cum occidit, inveniatur octava veſpertina, quæro medium illarum horarum, nempe à ſeptima matutina, ad octavam ſunt 13 horæ, quod intervallum bifariam divido fiuntque $6\frac{1}{2}$; quod tempus

pus addo horæ ſeptimæ matutinæ, & invenio ſeſqui horam cum dimidia. Igitur meridies loci ad quem perveni cadit, in horam primam cum dimidia Maſſilienſem, ſum ergo occidentalior Maſſilia gradibus $22\frac{1}{3}$.

Si dies ſit longior, poteris duabus aut tribus horis ante meridiem altitudinem ſolis obſervare, & ſimul quænam ſit hora in automato, poſt meridiem, toties obſervabis altitudinem ſolis ſupra horizontem, donec aliqua occurrat matutinæ æqualis; & iterum tunc reſpice quænam ſit hora, in horologio, hoc tempus inter matutinam obſervationem divide, & pariter habebis meridiem loci ad quem perveniſti. Idem habere potes per ſtellas.

Nautæ utuntur quidem Arenariis, quæ ſi eſſent exacta, & notæ durationis poſſent etiam idem præſtare, ſi nempe eſſent paulò majora continerentque plures horas verbi gratia 12.

Dudlæus Nobilis Anglus, in Arcanis maris, proponit horologium Mercuriale; nempe clepſydram, in qua loco aquæ fluebat continuo Mercurius, & ubi erat obſervatio facienda, expendebat trutina Mercurium qui fluxiſſet, & comparabat cum eo qui per 24 horas ſolebat fluere. Sed præter expenſas non modicas, ingens enim Mercurii copia habenda eſſet, deberet certo conſtare fluxum Mercurii ex fluctuatione navigii, & ex aëris mutatione non alterati. Voluerat Mercurio priùs uti Tycho-Brahe ad metiendum ſtellarum tranſitum per meridianum, ſed irrito conatu ob inæqualitates innumeras quas deprehendit. Hoc tamen Horologium impensè commendat Dudlæus quaſi navigationis rectè dirigendæ primum principium. Ita multa ſpeculativè vera videntur, quæ in praxi non ſuccedunt.

GEOGRAPHIÆ UNIVERSALIS.

LIBER QVARTVS.

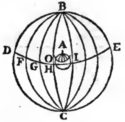
De proprietatibus telluris, ex omnimoda eius rotunditate.

SVPERIORIBVS libris præcipuas eius proprietates tam ex rotunditate eius à Septentrione in Auſtrum, quàm ab Ortu in Occaſum conſideravimus. Omnimodam eius rotunditatem ſeu in omnem partem intuebimur, agemuſque de plagis, de illuminatione terræ, variiſque comparationibus, ut hanc materiem penitus exhauriamus.

PROPOSITIO I.

De plagis ſeu circulis verticalibus.

Plaga ſeu circulus verticalis, eſt circulus maximus per verticem & Nadir alicujus loci tranſiens.



Explicatur. Supponatur habitator telluris in puncto A, cujus vertex in B, & Nadir in C. Sint circuli maximi BDC, BFC, BGC, BHC aliique innumeri, hos vocamus circulos verticales, ſeu voce Arabica Azimutales. Nos etiam plagas vocamus, eò quòd certam habitudinem ad meridianum habeant, & ad certam plagam ſeu horizontis punctum dirigantur.

Hi circuli cum tranſeant per zenith, & per verticem, polos ſcilicet horizontis, ſeu puncta à quibus horizon æqualiter diſtat, & cum bifariam dividunt, & ad angulos rectos, ita ut anguli BDF, BFG, BGF, aliique omnes recti ſunt. Eodem ergo modo comparantur hi circuli cum horizonte, quo circuli meridiani cum æquatore; Sicut ergo diſtantiam meridianorum numeramus in æquatore, ſic etiam horum circulorum diſtantiam in horizonte numeramus. Ut ſi arcus DF eſſet gradium 15, hic circulus BFC, declinaret à meridie gradibus 15.

Ex quibus vides tot poſſe plagas diſtingui, quot in horizonte puncta; ita communiter Aſtronomi 360 Azimutales diſtinguunt, initium ducendo à puncto veri ortus, ſeu à puncto in quo ſol oritur diebus æquinoctiorum. Nos hic rudiori diviſione utemur, & horizontem tantum in 24 plagas cum Antiquis, aut in 23 cum Recentioribus dividemus. Plana horum circulorum verticalium, cum plano horizontis communem ſectionem faciunt lineam rectam, quam communiter exhibemus pro ipſis planis. Et quia inter hos circulos meridianus tranſiens ſcilicet per polos, determinatus eſt, & principatum obtinet, ideo plaga meridiana principalis eſt, ut maximè nota, & ad eam cæteras referimus, ſeu eas definimus per habitudinem ad meridianum.

Hi circuli verticales non tantum in cœlo cogitati poſſunt, ſed etiam totidem in tellure, qui in loco habitationis uniantur. Ita ſi agatur de pun-

cto A, cujus horizon in tellure ſit circulus O I, diviſus in partes, ſi intelligantur ex puncto A duci totidem circuli per ſingulas horizontis partes, illi erunt circuli verticales, ſeu totidem plagæ.

Plagæ ergo reſpectum habent ad locum peculiarem, & ad ejus horizontem; totque ducendi, eſſent circuli verticales, quot ſunt puncta habitationum, & quot ſunt circuli horizontales. Sicut igitur ut tantam confuſionem vitaremus, unicum horizontem in globo appoſuimus, qui omnium vices ſuppleret, deberetque regio quælibet in ſuperiori loco ſtatui, ſeu in puncto ſupremo meridiani, ad hoc, ut horizon immobilis evaderet illius regionis horizon: ita etiam collocata regione in puncto illo ſupremo, per imaginationem ab illa per ſingulas horizontis diviſiones circulos verticales intelligimus. Et quia eos ducere non poſſumus, lamina ærea, quæ in zenith collocata, circumvolvi poteſt & ſingulis horizontis punctis applicari, ſingularum plagarum officio fungetur; & gradus horizontis inter illam, & meridianum interceptus, indicabit diſtantiam illius plagæ à meridiano, ſive plaga meridiano ſit orientalior, ſive ſit occidentalior.

Diviſio ergo horizontis ſatis hujuſmodi plagas indicat, quas ut melius ab invicem diſtinguamus, per nomina ventorum appellamus. Ita plaga borealis eſt ea pars meridiani quæ ad polum boreum protenditur, eo quod in eam horizontis partem extendatur, ex qua boreas ſpirat. Ita dicitur plaga auſtralis pars meridiani quæ auſtrum reſpicit; plaga orientalis quæ eum meridiano angulos rectos efficit, tranſitque per punctum veri ortus, ſeu horizontis ſemicirculum orientale bifariam dividit; occidentalis, quæ ſemicirculum horizontis occidentalem dividit bifariam.

Hæc plagarum diſtinctio non tantum uſui eſt ad cognoſcendos ventos, ſed etiam ut ſitus quem una regio reſpectu alterius obtinet; & plura ex hoc ſolvemus problemata Geographica, ut inferiùs patebit. Ideoque in horizonte non tantum ventorum nomina inſcribimus; ſed etiam eum in partes minutiores, ſeu gradus dividimus.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Diviſio Ventorum in 12, ſecundum Antiquos; ex Seneca.



Varia fuit etiam apud Veteres, horizontis in ventos diviſio. Prima occurrit quæ à veteribus Græcis uſurpabatur, nempe in quatuor ventos, quaſi præcipuos, & Cardinales, qui nempe ſpirarent à quatuor horizontis cardinibus; nempe boreas à polo Arctico ſeu à Septentrione. Notus, & Auſter à Meridie. Eurus ab Oriente præcisè. Zephyrus ab Occidente. Neque plures à veteribus Poëtis diſtinguebantur, cùm hæc diſtinctio videatur ad vulgi captum ſufficere. Doctiores & ii qui navigabant, ulteriorem profecuti ſunt diviſionem, nempe ſingulos quadrantes in tres partes diviſerunt, Eurumque non in ipſo ortu æquinoctiali, ſed in puncto horizontis in quo ſol oritur hyeme, & in puncto veri ortus ventum Collocarunt Apelioten, aliis ſubſolanum.

Quem ſequitur Eurus aliis Vulturnus in ortu hyemali, tum Euro-Notus, quaſi compoſitus ex Auſtro & Euro; Ezinde Notus ſeu Auſter. Notum ſequitur verſus Occidentem Lybico-Notus, vel Lybonotus; tum Lyps, ſeu Lybicus qui & Africus dictus, punctum occaſus hyemalis occupat. Zephyrus verum occaſum, dicitur etiam favonius. In puncto occaſùs Æſtivi ponitur Argeſtes ſeu Corus.

Tum Thraſcias, Septentrionalem plagam ſibi vendicat Boreas, tum Aquilo ad Orientem nonnihil deflectens. Ab ortu æſtivo ſpirat Cecias, atque ita totus horizon in 12 plagas dividitur, quæ nomina à ventis ſortiuntur.

Plagæ quatuor quæ in ortu hyemali, & æſtivo; item in occaſu hyemali collocantur non poſſunt eſſe univerſales, nam in his regionibus ortus hyemalis, caderet fere in medio quadrantis inter Apelioten, & Notum, ſaltem in 41 gradu; atque adeo hæc diviſio ſubſiſtere poterat in Archipelago, id eſt circa latitudinem gradnum 35, in qua amplitudo ortiva tropicorum eſt circiter 30 graduum. Hæc ergo diviſio ad navigationes apta non videtur.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Diviſio horizontis in plagas ſeu ventos 24.



Nonnulli aliam inſtituunt horizontis diviſionem. Et primò quidem 4 cardinales ſunt Septentrio, Auſter, Solanus & Favonius; tum alios 4 ponunt, Eurum, inter Solanum & Auſtrum, Africum, inter Favonium & Auſtrum; Gaurum, inter Septentrionem & Favonium; Boream, inter Orientem & Septentrionem, ex quibus fiunt octo venti.

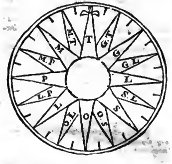
venti. Denique ſingula intervalla, in tres partes dividunt, inſertis duobus ventis. Ut inter Solanum & Eurum interponunt Ocoithiam & Ceciam, inter Eurum & Auſtrum, interponunt Vulturnum, & Euronotum; inter Auſtrum & Africum, Altanum & Libonotum agnoſcunt; inter Africum & Favonium, Subveſperum, & Argeſten ponunt; inter Favonium, & Gaurum, Eteſiam, & Circium; inter Gaorum & Septentrionem Corum & Thraſciam; inter Septentrionem & Aquilonem, Gallicum & Supernum; Carbam, & Bòream inter Solanum, & Aquilonem.

Exiſtimo tamen hanc diviſionem nullibi extare diſtinctè, ſed eſſe inſtitutam ab aliquo ut omnia nomina in variis authoribus reperta in ordinem digereret, quamvis eorum quam plurima, apud diverſas gentes eundem ventum ſignificarent. Tanta tamen nominum diverſorum, & non affinium multitudo confuſionem potius, quàm diſtinctionem efficit.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Diviſio horizontis in plagas ſeu ventos 32, uſurpata in mari mediterraneo.



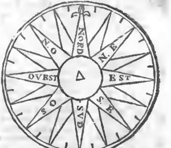
Europæi hoc tempore omnes in eo convenere, ut horizontem in partes 32 dividerent, & conſequenter ut totidem plagas, ſeu ventos agnoſcerent. In harum tamen plagarum appellatione diſſenſere; nam alia in Mediterraneo mari, alia in Oceano sũt illis indita nomina. Omnes igitur gentes, quæ mare Mediterraneum ambiunt, etiam Turcæ in hoc conveniunt, ut terminos, & vocabula nautica, eadem uſurpent. Sic igitur plagas 32 appellant. Præcipua plaga eſt Septentrionalis cui propterea lilium addunt diciturque Tramontana; Oppoſita Meridionalis *Oſtro* nuncupatur; Orientalis notata litera L, *levante* nuncupatur; oppoſita ad occidentem, *Ponente*. Tum aliæ quatuor interſeruntur, inter Septentrionem, & Occidentem plaga M, *Maeſtro* ſeu Magiſtralis, & inter meridiem, & Orientem plaga G *Greco*, inter Orientem & Meridiem S *Siroco* ſeu Syrius, inter Meridiem, & Occidentem plaga L. Lybicus ſeu Lebeſch, qui à nònnullis *Garbino* dicitur. Atque illæ ſunt 8 appellationes primariæ, ex quarum repetitione, & combinatione, aliæ intermediæ indicantur. Primo inter T & G ſeu inter Tramontanam, & Græcum plaga Græco Tramontana, inter Græcum, & Orientem, plaga Græco *Levante*, plagæ S L, S O, *Siroco-Levante*, *Siroco-Oſtro*. Plagæ LO Lebeſch *Oſtro*, L P, Lebeſch *ponente*. Plagæ M P *Maeſtro Ponente* MT plaga *Maeſtro Tramontana*.

Aliæ plagæ intermediæ dicuntur quartæ, ut quarta Tramontanæ cum Græco, quarta Græci cum Tramontana, quarta Græci cum Levante, quarta Levantis cum Græco, & ita de reliquis.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Diviſio horizontis in 32 plagas uſurpata in Oceano.



Alia plagarum appellatione illæ nationes Europeæ, quæ ad oceani littora ſitæ ſunt, utuntur, nempe Luſitani, Angli, Flandri, Hollandi, Dani, Sueci. Quatuor autem ſunt voces principales, Nord Septentrio, ſeu boreas; Sud, Auſter, meridies; Eſt, Oriens; Oueſt, Occidens, ex iis quatuor reliquæ appellationes formantur. No, ſeu Nordoueſt, plaga inter Septentrionem, & Occidentem, So, Sudoueſt, inter Meridiem & Occidentem. N E Nordeſt inter Septentrionem, & Orientem.

Aliæ intermediæ per repetitionem formantur, Nor-Nordoeſt, id eſt media inter Nord & Nordoueſt, Oeſt Nordnueſt, media inter Oueſt & Nordoueſt, ſic Oeſt Sudoeſt, Sud Sudoeſt. Sud Sudeſt; Eſt Sudeſt, Eſt Nordeſt, Nordnordeſt. Atque ita jam habentur 16 plagæ. Alias nonnulli adhuc efferunt per repetitionem nempe Nordnordnordeſt. Nordeſt Nordnordeſt. Sed hæc methodus confuſionem parit, ideoque conſultius ab aliis ut in præcedenti propoſitione per quartas efferuntur. Hoc modo Nord quard ad Nordeſt, Nordeſt quard ad Nord, Nordeſt quard ad Eſt; Eſt qoard ad Nordeſt; Eſt qoard ad Sudeſt; Sudeſt qnard ad Eſt, Sudeſt quard ad Sud, Sud quard ad Sudeſt, Sud quard ad Sudoueſt, Sudoueſt qnard ad Sud, Sudoueſt quard à l'Oueſt; Oueſt quard ad Sudoueſt, Oueſt quard ad Nordoueſt, Nordoueſt quard à l'Oueſt, Nordooeſt quard ad Nord, Nord quard ad Nordoueſt.

Hæc igitur nomina potius inſtituta ſunt ad deſignandam plagam ad quam tendimus quam ad ſignificandum

ſignificandum ventum, licet etiam indicent ventum qui ſpirat, dum igitur dicimus locum unum reſpectu alterius ſitum eſſe, ad Sud, ſeu meridiem, ſignificamus tendendum eſſe ad meridiem, ut ab eo loco, ad alium perveniamus.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

De ventis.

Ventorum naturam, & cauſas aperire, hujus loci eſſe non puto, cum hæc inquiſitio ad meteorologicam pertineat. Breviter tamen nonnulla indico & primò quidem cauſam ventorum eſſe ſolem, qui aërem præcipuè vapidum calore ſuo rarefacit. Ita communiter videmus poſt pluvias ventos oriri, non quidem validos in ea regione ſed ab aliis regionibus ventum oriri. Ita quoties in Delphinatu, & Sabaudia pluit, poſt aliquos dies vehementius ſpirat boreas in Provincia; hæc enim aqua dum rarefit, aërem expellit, faciliuſque verſus eas partes quæ magis ſunt attenuatæ, poſſuntque faciliùs condenſari. Ros item in multis regionibus ſolet in ventum mutari, ut in toto littore Troados in parte meridionali Cretæ inſulæ, æſtivo præſertim tempore, & quieto, ſolet cum ſole oriri ventus ſatis validus, ſpirans per duas, aut tres horas, qui cum humore ſenſim deficit. In torrida ferè continuò ſpirat ventus orientalis, quia cum aër à ſole rarefiat, propellitur potius verſus partes occidentales, quam verſus orientales, quæ à ſolis calore adhuc fervent, & tam facilè cedere non poſſunt, quam quæ ſolem adhuc non vident. Cùm igitur ſol eum curſum teneat, ventus eundem ſequi cogitur. Hinc frequentiores ſunt venti orientales quàm occidentales, frequentiores verè & autumno quàm hyeme, aut æſtate. Volui autem potiùs aërem vapidum, quam aërem purum, quia aqua ſi rarefiat majoris rarefactionis eſt capax, eamque à calore cum impetu concipit, dantur & cauſæ determinantes ventum ad unam potius lineam quam ad aliam. Cur autem circulariter procedat cùm tamen nullus impetus circulariter imprimi poſſe videatur, id accidit, quod ſuperius urgeatur ab athmoſphæra, à qua quaſi continetur, & coarctatur.

Non deſcendit ventus perpendiculariter quia huic motui reſiſtit telluris ſuperficies, ideoque ab eo determinatur ad arripiendam aliam viam, eo modo quo licet flamma ſurſum rectà feratur, ſi tamen incurrat in fornacis aut clibani fornicem, currit ſecundum illius ſuperficiem. Ita etiam quàcumque ventus lineâ ad tellurem feratur, cogitur ſe ejus ſuperficiei accommodare.

Quærunt nonnulli cur venti non perpetuo flatu ſpirent, ſed interrupto, & quaſi per vices interrupto curſu, id puto evenire, eò quòd aër aliquandiu condenſetur priuſquam motum concipiat, & tunc currere incipiat, & rurſus conſuetum ſtatum repetat, rurſuſque condenſetur. Cujus rei aliquod exemplum habemus, in canalibus, quibus ventus à follibus ad organa pithaulica defertur. Si enim longiores ſint, condenſatur in iis aër antequam currat, & per vices detumeſcit, ita ut non eodem tenore procedat. Videtur idem accidere in eodem inſtrumento, dum aperta feneſtella aliquem aditum vento facimus; tremor enim procreatur, aëre per vices vires reparante, ut valvulam feneſtellæ aperiente.

Venti Boreales ſunt magis continui, nec ita per vices ſpirant, anne quod ex loco viciniore veniant, quàm Auſtrales? vel quod in partibus borealibus frequentiores & abundantiores ſint pluviæ, vel quod aër in regionibus Septentrionalibus ſit denſior, atque adeò faciliùs in rarefactione impetum concipiat? Inde fit ut venti Auſtrales mare magis commoveant, multóque majores fluctus excitent, & nauſeam vectoribus creent. Sunt item Auſtrales calidiores, quia per regiones calidiores tranſeunt, ſecumque ſpiritus calidos avehunt, boreales frigidiores ſunt, propterea que totum ab initio impetum ſuum habent, nec vires acquirunt eundo, quia tellurem frigore coarctant. At verò auſtrales cum ſint calidiores, aperiantque telluris poros, novos halitus concipiunt, quibus eorum vires augentur.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Determinare plagam in qua inveniatur aliquis locus, reſpectu alterius.

Loca de quibus agitur, vel dantur in globo, aut mappis, vel realiter in ipſa telluris ſuperficie, vel utriuſque loci datur longitudo, & latitudo, quæriturque plaga in qua unus inveniatur reſpectu alterius.

Locum reſpectu cujus ſitum alterius inveſtigas, adduc ad meridianum, & colloca in vertice. Hoc eſt ad illius loci latitudinem globum accommoda, eumque meridiano ſubjice, & laminam æream ad illum transfer, & ad ſecundum locum cujus ſitum exploras, regula in horizonte oſtender, & plagam & angulum, quem circulus quem vocant poſitionis ſeu verticalem circulum, cum meridiano comprehendit.

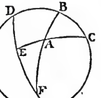
In mappis rectilineis ducitur ſimpliciter linea ab uno loco in alium, ut habeatur angulus quem hæc linea cum meridiano comprehendit. Hic tamen modus non eſt ſatis exactus, niſi forſitan in parvis diſtantiis; nam, verbi gratiâ, linea cum meridiano angulum rectum efficiens repræſentaret plagam Orientalem, aut Occidentalem, cum tamen in hujuſmodi mappis debeat repreſentare parallelum ſeu circulum latitudinis illius loci.

In mappis univerſalibus difficilius ſolvitur problema; abſolvi tamen poteſt ut docuimus in tractatu peculiari de Aſtrolabiis.

Secundò ſi obſervanda ſit in ſuperficie telluris plaga in quam cadit unus locus reſpectu alterius, eam facilè inveniemus, ſi pateat proſpectus ab uno loco in alium; Ducitur enim linea meridiana in plano horizontali, cui diopram imponimus, eaque ad alium locum dirigimus; angulus quem cum linea meridiana comprehendet, erit angulus quem plaga cum meridiano efficit. Plaga enim ſufficienter per angulum determinatur, nam primæ plagæ hinc inde meridiano adjacentes angulum graduum $11\frac{1}{4}$ cum illo comprehendunt, ſequentes autem continuò hunc angulum augent totidem gradibus, quare & angulo dato plaga determinatur, & ex plaga data angulus.

Poſſumus item trigonometricè agere dum datur

tur longitudo, & latitudo utriuſque loci volumuſque ſitum unius ad alterum expendere. Sit



verbi gratia propoſitum invenire plagam, ad quam locus A cadit reſpectu loci B, nempe ſi circulus CBD ſit meridianus loci B, quærimus angulum ABD, hunc facile invenies per trigonometriam. Cùm enim ſupponatur dati utriuſque loci latitudo, nempe arcus EA, DB, dabuntur, & eorum complementa AC, BC, & cum detur utriuſque loci longitudo, dabitur differentia longitudinis, ſeu arcus DE, ſeu angulus ACB; ergo per trigonometriam exhibebitur angulus ABC, & ABD.

Hæc propoſitio eſt maximè utilis ad formandam imaginationem. Si quis enim globum ad latitudinem loci in quo verſamur accommodet, & eum locum in globo notatum ad meridianum adducat, meridianum item, meridiano cœleſti ſubjiciat, hoc eſt ſecundùm lineam meridianam dirigit, omnes regiones plagam obtinebunt in qua reſpectu talis loci ſitæ ſunt. Unde digito facilè indicare poterit ad quam partem horizontis, ſitæ ſint, ſeu quænam via ſit arripienda, ut quamlibet petamus.

Eâdem operâ ſcire poſſumus quænam regiones ſint in plaga quolibet reſpectu loci in quo verſamur; nam in ea globi diſpoſitione, ſi laminam æream ad noſtrum locum adductam transferamus ad plagam propoſitam in horizonte immobili notatam cognoſcere id poterimus; nam hæc per eas regiones tranſit, quæ reſpectu noſtri loci in tali plaga ſitæ ſunt.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Idem circulus, & ventus qui reſpectu unius loci eſt una plaga, reſpectu alterius eſt alia.

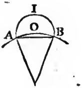
Hæc conſideratio eſt notatu digna, continetque principium aliquod in navigatione valdè utile. Proponatur locus B cujus meridianus CBD, æquator DF, ſitque aliquis circulus maximus BF, cum meridiano BD comprehendens verbi gratiâ angulum rectum, eritque plaga orientalis & occidentalis; dico quod hic circulus BF, cum loco A non erit plaga orientalis, ſed alia angulum acutum EAF efficiens cum meridiano CA. Cùm enim circulus BF ſit maximus, ſecabit æquatorem, qui etiam maximus eſt, ita ut arcus DF ſit gradium 90. In triangulo autem ABC, angulus BAC, acutus erit: quare ſi ventus aliquis ſpiret ſecundum circulum BAF erit ventus orientalis reſpectu loci B, non tamen reſpectu, aliorum locorum per quæ tranſit: quod etiam veriſſimum eſt de aliis plagis inclinatis, quæ cum meridianis quos interſecat, æquales angulos non comprehendunt. Sed hæc modò ſufficiant in ordine ad Geographiam, quæ in nautica diligentius examinantur.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

De locorum diſtantia.

Diſtantia duorum punctorum in ſuperficie telluris poſitorum, eſt arcus circuli maximi telluris ea loca conjungentis, circulus autem ille maximus eſt aliqua plaga. Dico ergo arcum maximi circuli, inter duo loca interceptum, eſſe viam breviſſimam quæ in ſuperficie terræ, ab uno ad alium duci poteſt.



Nam circulo maximo in ſphæra nullus alius eſt major, aliæ ergo viæ circulares, quæ in ſuperficie terræ deſcribi poſſunt per duo loca, erunt arcus minorum circulorum. Certum eſt autem ſi una eademque linea AB ſubtendat arcus duorum circulorum inæqualium AOB, AIB, arcus majoris circuli AOB, minor erit arcu AIB minoris circuli.

COROLLARIUM I.

Sequitur exceptis duobus locis diametraliter oppoſitis, unica eſt via breviſſima, unicus enim duci poteſt circulus maximus conjungens duo loca non diametraliter oppoſita. Ad Antipodes tamen qualibet via perveniri poteſt.

COROLLARIUM II.

Nulla loca in ſuperficie terræ magis diſtare poſſunt, quam ſemicirculo, hoc eſt leucis 3600, ſeu milliaribus 10800. qualis eſt Antipodum diſtantia.

PROPOSITIO X.

Problema.

Duorum locorum in globo notatorum diſtantiam inveſtigare.

Extende pedes circini ad duo loca propoſita, circinumque ita apertum transfer in æquatorem, aut alium maximum circulum, habebiſque locorum diſtantiam in gradibus, duplica numerum graduum: eique adde O invenieſque locorum diſtantiam

ſtantiam in milliaribus. Ut ſi invenias 4 gradus, fient 8 & addito ofient leucæ 80, ratio autem quia in unoquoque gradu 20 Leucæ.

Vel unum è locis propoſitis adduc ad meridianum, eique adjunge laminam æream quam ita circumvolves, ut per alium locum tranſeat, & in ea, videbis numerum graduum inter hæc loca interceptorum.

In mappis Geographicis minoribus, ſeu chographicis, quibus ſolet milliariorum ſcala apponi, facilè diſtantiam unius loci ab alio invenies, ſi intervallum circino accipias, illudque in ſcalam milliariorum transferas. Majores tamen mappæ ſeu univerſales non poſſunt vitio carere, & diſtantias alterare, cum ſphæra in planum projici non poſſit, quin partes inter ſe æquales, inæquales exhibeantur; quare in ſingulis projectionibus peculiares ſunt cautiones adhibendæ. Fiunt tamen mappæ reductæ, in quibus meridiani ſunt paralleli, & gradus illorum augentur quo magis ad polos acceditur; hæ diſtantias non quidem circulares, & veras, ſed loxodromicas in ordine ad navigationem exhibent.

Quæ omnia vera ſunt abſtrahendo ab impedimentis viarum, ut ſunt in terra ſylvæ, montes, & valles, In mari, ſyrtes, promontoria, inſulæ, procurrentes terræ.

PROPOSITIO XI.

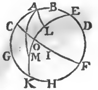
Problema.

Data longitudine, & latitudine locorum, eorum diſtantiam invenire per globum & trigonometrice.

Per globum hoc problema facilè abſolvitur, ſi enim loca eam latitudinem & longitudinem habentia, in globo quæras, & *per ſuperiorem*, eorum diſtantiam invenias, habebis intentum.

In Aſtrolabiorum uſu habetur ſimile problema.

Trigonometricè autem ita procedemos ſecundum varios caſus.



Primò ſi loca propoſita eandem habeant longitudinem, ſintque ſub eodem meridiano, & tunc ſi latitudines fuerint ejuſdem rationis, verbi gratiâ utraque borealis, ut CA, CB, ſubducatur minor CA ex majori CB, reſtabitque arcus AB diſtantia locorum in gradibus.

Secundò, ſi fuerint diſtantes in longitudine 180 gradibus, & latitudo ſimilis, ut accidit locis A & D, ſubducatur utraque latitudo ex 180 gradibus, relinquetur diſtantia AD in gradibus,

Tertiò ſi eadem fuerit longitudo, ſed latitudines borealis & Auſtralis, ut CA, CG addantur & fiet diſtantia AG in gradibus.

Quartò, ſi uterque locus latitudine careat, hoc eſt ſit in æquatore ut C & O differentia longitudinis, dat diſtantiam locorum in gradibus.

Quintò, ſi loca nec eandem longitudinem habeant, nec careant latitudine, ſed uterque latitudinem habeat, ut ſi ſint A, & L, ex utraque longitudine innoteſcit differentia longitudinis, nempe arcus C O, ſeu angulus A E L; dantur item complementa latitudinum AE, LE, quæ per trigonometriam innoteſcere debet, cognoſcitur arcus A L.

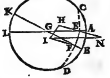
Denique ſi comparentur loca A, & M diverſi generis latitudinem habentia, addatur latitudo AC quadranti CK, exurgetque arcus AK. Aſſumatur item arcus KM, complementum latitudinia OM, ſupponitur datus arcus CO, menſura anguli AKM, nempe differentia latitudinum; quare in triangulo A K M, datis tribus innoteſcet arcus AM, ſeu diſtantia locorum.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Datâ longitudine, & latitudine duorum locorum, eorum diſtantiam Geometricè reperire.

Hæc methodus genus aliquod Aſtrolabii continet. Deſcribatur circulus ABL qui æquatorem referat, in quo arcus AB ſit differentia longitudinum, ducanturque diametri AGL, BGK, quæ ſint communes ſectiones æquatoris plani, & meridianorum, ſintque latitudines locorum arcus AC, BD. Tum ex punctis C & D ad diametros AL, BK, ducantur perpendiculares DF, CE, quæ conjungantur linea recta FE, ad quam ducantur perpendiculares EH, FI; ſitque E H æqualis lineæ EC, & FI æqualis lineæ FD; jungaturque H I; dico lineam HI eſſe ſubtenſam diſtantiæ locorum, ita ut ſi accipiatur circino transferaturque in circulum ABL, arcus quem ex eo auferet, indicabit diſtantiam locorum in gradibus.



Demonſtr. Intelligatur ſupra diametrum AL inſiſtere meridianus unius loci, pro quo quia in in ſublimi operari non poſſumus, ſubſtituatur ſemicirculus BDK, in quo ſit latitudo BD, ductaque perpendiculari DF, eritque punctum F, illud cui perpendiculariter reſpondet unus locus. Ita oſtendam punctum E eſſe locum in plano æquatoris cui perpendiculariter reſpondet Alter locus; idem enim punctû reperitur per perpendicularem CE, quod inventum eſſet, ſi ex loco prædicto, ad planum æquatoris demitteretur perpendicularis. Intelligantur lineæ EH, FI ita elevari

ut

ut ſint rectæ ad planum æquatoris, cum ſint in tali ſitu, ſintque factæ æquales lineis EC, FD; terminabuntur in ſuperficie terræ, eruntque puncta H, & I, loca propoſita, & HI ſubtenſa arcus diſtantiæ locorum, quod erat demonſtrandum.

Si verò latitudines eſſent diverſæ ſpeciei, una ex lineis perpendicularibus ad EF ducenda eſſet in Alteram partem, ut EN, eſſetque linea IN ſubtenſa arcus diſtantiæ locorum; quia in tali caſu linea IF & excitata perpendiculariter ſupra planum æquinoctialis, eſſet in uno hemiſphærio, & linea AN in alio.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Data duorum locorum latitudine & plaga invenire diſtantiam.

Sit data duorum locorum latitudo CA, OL & plaga, nempe angulus LAE ſitque invenienda diſtantia AL, in triangulo AEL, dantur complementa latitudinum nempe arcus AE, LE, & angulus LAE: ergo innoteſcet, diſtantia AL.

In globo verò ita problema ſolves, in meridiano immobili ab æquatore numera gradus latitudinis unius loci, & huic latitudini accommoda globum, nempe ut tantum polus ab horizonte removeatur quanta eſt latitudo, ſic gradus meridiani notatus erit in zenith. Huic admove laminam æream, quam circa zenith ita circumvolves, donec cum meridiano efficiat angulum plagæ datæ, ſeu congruat cum gradu plagæ datæ in horizonte notato; tunc nota gradum laminæ inſiſtentem parallelo latitudinis ſecundi loci, arcus interceptus in lamina inter hunc gradum, & verticem, indicabit diſtantiam locorum in gradibus.

Hoc problema reſpondet alteri nautico, nempe datis terminorum latitudinibus, & rombo, invenire iter confectum.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Data duorum locorum longitudine, & unius tantum latitudine, cum plaga ad quam ſitus eſt alter, invenire diſtantiam.

In globo facilè abſolvitur hoc problema. Quære meridianum in quo dicitur eſſe ſitus locus, cujus datur latitudo, quam in eo numerabis, tum locum ſic inventum ad meridianum immobilem adduces, & in zenith collocabis, accommodato ſcilicèt globo ad talem latitudinem ſecundi & laminam æream ipſi zenith admovebis, quæſitæque in horizonte plagæ impones; hæc lamina ſecabit meridianum ſecundi loci, in gradu latitudinis ſecundi loci, graduſque intercepti in lamina, inter hunc & verticem erit diſtantia locorum in gradibus.

Hoc etiam problema habet ſimile in navigatione. Alia multa problemata hoc modo formari & ſolvi poſſunt, tam trigonometricè, quam ſupra globum. Sed hæc ſufficiant modò.

De Illuminatione telluris.

Quamvis jam multa de telluris illuminatione dixerimus, quam ab eius figura dependere, ſupra innuimus, proprietateſque illuminationis explicuerimus, quæ cum duplici terræ rotunditate, tam à Septentrione in Auſtrum, quam ab ortu in occaſum; quia tamen multa reſtant dicenda, quæ ad hæc capita non ſatis revocari potuerunt, tellurem, ut omnimodè ſphæricam conſiderantes, eius illuminatione quaſi immediatè intuebimur, & ſequentibus propoſitionibus explanabimus.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Sol illuminatione centrali minus quam hemiſphærium illuminat. Phyſicè tamen hemiſphærium.



Sit ſol in A, terra B, ſitque punctum C in ſuperficie, centrum diſci ſolaris, dico punctum illud in tellure minus quam hemiſphærium illuminare. Ducantur tangentes CF, CE, & linea CB per centrum terræ, junganturque lineæ BE, BF.

Demonſtratio. In triangulo CBE, cum angulus E (*per* 18. 3. *Eucl.*) rectus ſit, angulus G E B erit minor recto, & conſequenter arcus G E, minor quadrante, & FGE minor ſemicirculo.

Quia tamen ſol in tanta eſt à tellure diſtantia, ut ſemidiameter terræ BE ſit tantum ſepties milleſima pars lineæ CB, parallelæ ſunt phyſicè lineæ CB, & CE, ut ſi ſupra planum ducerentur duæ lineæ diſtantes uno pede, quæ productæ convenirent ad diſtantiam 7000 pedum, iſtæ lineæ eſſent phyſicè & ſenſibiliter parallelæ.

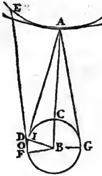
PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Sol præter hemiſphærium illuminat imperfectâ illuminatione 15 minuta.

Sit ſol A qui in tellure centrali illuminatione illuminet hemiſphærium GI, ducatur AI tangens, quæ ulterius producatur in O, eritque arcus C I phyſicè quadrans, ducatur ex limbo ſolis A alia tangens E F, quæ tellurem attingat in puncto F, ita ut punctum F, illuminetur imperfectè, nempe

tantum à limbo ſolis E, dico arcum I F, eſſe minutorum 15.

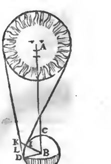


Demonſtratio. Triangula DBF, DOI ſunt rectangula in F, & I (*per* 18.3. *Eucl.*) habens item angulum BDF communem, ergo anguli reliqui EOA, IBF ſunt æquales: ſed EOA, eſt angulus ſub quo videtur media pars ſolis, nempe 15 minutorum, ut ex obſervationibus conſtat, ergo arcus DBF, ſeu arcus I F, eſt minutorum 15; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Sol minus, quam hemiſphærium illuminat illuminatione perfecta & defectus eſt 15 minutorum hinc inde.



Sit ſol A, terra B, AB conjungens centra ſolis, & terræ, ſintque duæ tangentes à limbis ſolis ductæ, quæ tangant ſuperficiem terræ in D, & I, eritque DC, quadrans cum 15 minutis, ex præcedenti, dico C I eſſe quadrantem minus 15 minutis, ſeu arcum D I eſſe minutorum 15.

Demonſtratio. Triangula KDB, KLI rectangula ſunt in I & D (*per* 18. 3. *Eucl.*) habentque angulum K communem, ergo reliqui anguli ſunt æquales, nempe DBK, KLI, ſed angulus KLI, eſt is ſub quo ſpectatur ſol, nempe 30 minutorum; ergo angulus DBI, ſeu arcus D I, eſt 30 minutorum, ſed arcus D C (*per præcedentem*) continet quadrantem cum 15 minutis: ergo arcus C I continens partem telluris quæ ex illa parte à toto ſole illuminatur deficit à quadrante minutis 15; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

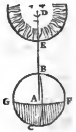
Illuminatio telluris à ſole non eſt præciſa, ſed habet penumbram 30 minutorum, ita ut id quod perfectè illuminatur à ſole, deficiat ab hemiſphærio. Nempe ſit zona 15 minutorum, illius hemiſphærii, quæ non à toto ſole illuminetur. Sol igitur perfectè illuminat in tellure hemiſphærium minus 15 minutis. Tum eſt penumbra occupans zona minutorum 30. Quod ſi medium illius penumbræ computemus intra partem illuminatam, ut verè plus habet de illuminatione, quam de tenebris, aliam vero partem penumbræ in parte non illuminata ponamus, quia plus habet de defectu, quam de illuminatione aſſumere poſſumus, quaſi ſol hemiſphærium telluris illuminaret, intelligendo tamen uſque ad medium penumbræ, hancque deinceps vocabimus centralem illuminationem, atque adeo limes illuminationis erit circulus terræ maximus.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Sol æquatorem percurrens, utrumque polum centrali illuminatione illuminat.

Sit telluris A æquator BC, in cujus plano ſit ſol D, hoc eſt linea DA centra ſolis, & terræ conjungens, attingat æquatorem terræ in B, dico utrumque polum F & G illuminari centrali illuminatione.



Demonſtratio. (*Per Coroll. præcedens*) illuminatur hinc inde quadrans centrali illuminatione; ergo BF, BG ſunt quadrantes; ſed ab æquatore ad polum, eſt undique quadrans; ergo G & F ſunt poli, & cum toto die ita ſol volvatur circa terram, ut ſol ſemper ferè maneat, in plano æquatoris, limes illuminationis per polos tranſibit.

COROLLARIUM.

Sole æquatorem percurrente, limes illuminationis eſt circulus horarius, ſeu aliquis meridianus, per polos tranſiens.

PROPO

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Quanta eſt ſolis declinatio, & tantum polus vicinus intra illuminationem immergitur & remotus intra umbram.

Sint terræ BDC poli B, & C, æquator DE, à quo ſol declinet arcu DE v. g. 20 gradibus, dico, polum C 20 gradibus intra umbram immergi, nempe arcum GC eſſe graduum 20 & polum B immerſum eſſe totidem gradibus intra illuminationem hoc eſt arcum BH eſſe 20 graduum.

Demonſtratio. Ab æquatore DE, ad polos B & C eſt undique quadrans, ſunt ergo arcus DB, DI quadrantes, ſed pariter à puncto E medio illuminationis, hinc inde illuminatio obtinet quadrantem; ergo EH, EG ſunt quadrantes. Sunt ergo arcus DB, EH æquales, & ſubducto communi arcus EB, reſtant arcus æquales DE, BH. Ita oſtendam DE, GC æquales eſſe; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Quia verò toto eo die, ſol eandem obtinet declinationem, limes illuminationis tantumdem diſtabit à polis, nempe limes illuminationis percurret parallelum HK, eumque attinget, ſucceſſivè in ſingulis eius punctis & circulis; igitur HG eas comprehendet regiones quæ toto eo die nocte carent, ſeu quæ ſemper ſolem vident. Pariter ſi duceretur circulus GI circa alium polum C, contineret regiones quibus eo die ſol non oritur, vocetur ille circulus perpetuæ noctis, & alius HK perpetuæ diei.

COROLLARIUM II.

Circulus continuæ diei, aut noctis, ab æquinoctio in quo nullus eſt, continuò creſcit ad ſolſtitium uſque. Cum enim à polo tot gradus comprehendat quot declinatio, & declinatio creſcat ad ſolſtitiũ uſque. Ideo eum circulum creſcere neceſſe eſt, maximus eſt die ſolſtitii, nempe continet tunc 23 gradus cum dimidio, & cum polaribus coincidit. Ex quo fit ut 4 regiones polaribus ſubjectæ unum tantum diem 24 horarum habeant.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Datâ horâ alicubi exhibere locum in terra cui ſol eſt verticalis.

Ut melius illuminationem telluris oculis ſubjiciamus eam in globo exhibere debemus, ad quod præſtandum neceſſarium eſt, ut quolibet tempore locum exhibeamus, cui ſol perpendiculariter imminet. Quod duobus verbis efficere poſſumus. quærantur in globo (*per 20. 2. hujus*) regiones quibus eo die ſol fiat verticalis, ſeu parallelum quem eo die percurrit; quæras item (*per 12.3. hujus*) meridianum in quo ſol invenitur; communis enim concurſus meridiani, & paralleli eſt locus ſolis. Verbi gratiâ die 22 Junij quo ſol tropicum percurrit hora 6 veſpertina Pariſiis reſpondebit verticaliter parti occidentali Cubæ Inſulæ. Idem præſtari potes in mappa Geographica.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Exhibere in globo terreſtri Regiones quæ diem aut noctem habent.

Quæratur (*per præcedentem*) in globo, locus cui ſol perpendiculariter imminet, qui ad verticem adducatur, nempe ad meridianum, globo ſecundum ejus latitudinem collocato, dico tunc horizontem immobilem coincidere cum limite illuminationis.

Demonſtratio. A zenith ad horizontem ſunt undique gradus 90, à puncto cui ſol verticalis, ſunt etiam undique 90 gradus ad circulum qui limes eſt illuminationis; hunc autem locum cui ſol verticalis eſt, poſuimus in zenith, ergo horizon, & limes illuminationis congruunt, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

In tali globi diſpoſitione pars horizontis occidua tranſit per regiones quibus ſol oritur, pars ejuſdem horizontis ortiva indicat regiones quibus ſol occidit, regiones quæ ſupra horizontem poſitæ ſunt habent diem, & ſolem vident, quæ infrà horizontem delitеſcunt, noctem habent.

COROLLARIUM II.

In eadem globi diſpoſitione videbimus regiones quæ toto die ſolem vident. Nam unus polus ſupra horizontem erit, alius infra, niſi fuerit dies æquinoctii, regiones ergo circa polum qui eſt ſupra horizontem, ſemper vident ſolem. Si enim circumvoluatur globus, limes illuminationis alias terras attinget, erunt tamen nonnullæ circa polum, elevatum, quæ nunquam erunt infra horizontem ſeu limitem illuminationis, è contra circa polum infrà horizontem depreſſum, aliæ erunt regiones, quæ ſemper intra umbram verſabuntur.

In mappa univerſali aliquid ſimile exhibere poteris, ſi nempe tantumdem elevetur polus ſupra horizontalem regulam, quanta eſt ſolis declinatio, habebis regiones ex illa parte quibus ſol toto die conſpicuus eſt, & ex alia, eas quibus non oritur.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

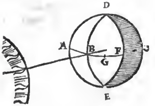
Sole exiſtente in plano maximi circuli limes illuminationis ad polum eius pervenit; & ſole reſpondente verticaliter polo alicujus maximi circuli, limes illuminationis cum eo congruit.

Sit ſol in plano alicujus maximi circuli verbi gratia horizontis, hoc eſt linea conjungens centra ſolis, & terræ ſecet horizontem in puncto B horizontis AC, ſitque ABC horizon locorum D & E dico illuminari puncta D & E, quæ ſunt poli horizontis.

Demonſtratio. A puncto B cui ſol perpendicu-

 lariter

latiter reſpondet, ad circulum EFD qui eſt limes illuminationis, ſunt undique 90 gradus : ſed à cir-



culo maximo ad polum eius ſunt etiam 90 gradus, ergo limes illuminationis tranſit per puncta D & E ; quod erat demonſtrandum.

Pariter ſit punctum B cui ſol perpendiculariter imminet, dico limitem illuminationis EFD coincidere cum circulo maximo, deſcripto ex B tanquam polo. Quia ex Theodoſio, ex polo ad maximum circulum ex eo deſcriptum ſunt 90 gradus.

COROLLARIUM I.

Sole in horizonte poſito, limes illuminationis, eſt circulus verticalis, diſtans ab eo puncto cui ſol reſpondet, 90 gradibus ; tranſit enim per zenith & eſt maximus circulus ; ergo eſt circulus verticalis per definitionem verticalium.

COROLLARIUM II.

Sole Oriente in primo verticali, ſeu puncto veri ortus, limes illuminationis congruit cum meridiano, quia, punctum veri ortûs eſt polus horizontis, quod accidit tantum in æquinoctio, tunc autem omnibus ſimul oritur qui ſunt in eodem meridiano nempe omnibus hora ſexta.

COROLLARIUM. III.

Quanta eſt amplitudo ortiva, ſolis orientis, tantùm verticalis qui eſt limes illuminationis declinat à meridiano. Oriatur enim ſol in puncto B, ſitque amplitudo ortiva arcus BG, nempe diſtantia à puncto G veri ortus in quo ſol oritur die æquinoctii, clarum eſt limitem illuminationis DFG tantumdem declinare à meridiano DCE, quantus eſt arcus BG. Cùm enim arcus BF à loco B cui ſol reſpondet, ad limitem illuminationis ſit quadrans, item arcus GC à puncto veri ortus G, ad meridianum ſit etiam quadrans, erunt arcus BF, GC æquales, & ſubducendo arcum communem GF, reſtant arcus BG, FC æquales.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Magnitudinem diei cujuſlibet determinare, pro qualibet latitudine.

Polus globi terreſtris removeatur ab horizonte, tot gradibus, quot ſol ab æquatore declinat. Sic enim parallelus quem ſol percurrit eo die tranſit per zenith horizontis immobilis. Intelligatur ſol huic puncto perpendiculariter reſpondere, & immobilis hærere, ſecundum explicationem Copernici, determineturque aliquis parallelus in quo vis ſcire magnitudinem diei, adnumera quot gradus illius paralleli ſunt ſupra horizontem, dico quod ſi eos gradus dividas per 15 habebis numerum horarum illius diei pro tali parallelo. Ut ſi die ſolſtitii æſtivi quo ſol percurrit tropicum, & declinat ab æquatore gradibus $23\frac{1}{2}$ polum arcticum attollas ſupra horizontem totidem gradibus, hæc erit diſpoſitio illius diei propria. Si velis ſcire quantitatem diei in parallelo 49, numera gradus illius paralleli ſupra horizontem exiſtentes invenies 240, quibus diviſis per 15, habebis horas 16.

Demonſtratio. Transferatur urbs Pariſienſis ad partem horizontis occiduam, eritque tunc diſpoſitio qualem habet globus terreſtris, reſpectu ſolis, dum oritur Pariſiis (*per 20. hujus*) & horizon eſt limes illuminationis. Moveatur globus ab occaſu in ortum, donec urbs Pariſienſis ſit in horizonte ortivo, nempe donec illi occidat ſol ; Eſt dies Pariſiis ab eo tempore quo ſol illi oritur, donec ſol illi occidat, hoc eſt ab eo tempore quo urbs illa eſt in parte occidua limitis illuminationis, donec ſit in parte Orientali ; ſed hoc tempus metitur arcus paralleli ab ea urbe motu telluris deſcripti, interceptus inter partem occiduam, & orientalem : ergo per praxin indicatam, habetur quantitas diei.

Ut tamen faciliorem habeas praxim in globo prout compoſitus eſt, globo ita diſpoſito ut exigit declinatio ſolis pro eo die, transfer urbem Pariſienſem ad horizontem ortivum, & pone indicem circuli polaris immobilis ſupra meridiem. Circumvolve globum donec eadem urbs ad meridianum perveniat, & index indicabit quantitatem arcus ſemidiurni.

In mappa geographica circulari idem habebis. Eleventur polus ſupra regulam horizontalem, centro affixam, tot gradibus quot habet declinatio ſolis ab æquatore, hæc regula horizontalis in tali caſu repræſentat circulum qui limes eſt illuminationi. Vide quot gradus cujuſlibet paralleli telluris, intercipiantur inter regulam ita diſpoſitam, & meridianum, ii enim ſunt arcus ſemidiurnus nempe tempus quod in hypotheſi Copernicana impendit, aliquis locus illius paralleli, ad hoc ut à limite illuminationis ad meridianum perveniat.

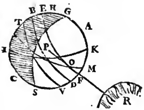
Hæc conſideratio maximè confert, ad intelligendam illuminationem terræ in hypotheſi illa, habetque id utilitatis, quod unico intuitu, magnitudinem illius diei licet intueri in tota terra ; & licet obſervare cur paralleli remotiores, & viciniores polo illuminato, majorem diem habeant. Quia nempè major pars illorum decurrenda eſt punctis illius paralleli, ut à parte occidua limitis illuminationis, ad ortivam perveniant; facit etiam ad intelligendum horologium illud univerſale quod communiter vocatur rectilineum, in quo radius ſignorum repræſentat varios limites illuminationis.

Vel in opinione communi limes ille illuminationes ſucceſſivè moveri debet, eritque dies in aliquo loco ab eo tempore quo pars eius occidua tranſibit per illum locum, donec pars Orientalis ad eundem perveniat.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Tempore æſtivo, loca majorem latitudinem habentia ex eadem parte, citiùs illuminantur.



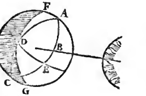
Sit terra ABC cujus poli A & C, æquinoctialis BD, ſol percurrat parallelum æſtivum, E F, ſint duo loca H G ſub eodem meridiano ſita, quorum horizontes ſint I K, OM. Supponatur ſol eſſe in R, & reſpondere perpendiculariter puncto O horizontis OM, pertinentis ad locum G.

Demonſtratio. In tali caſu illuminatio erit G S (*per 21. hujus*) & punctum H adhuc eſt in umbra: ergo citius oritor puncto G, quod majorem habet latitudinem quam puncto H quod erat demonſtrandum. Contrarium accidet dum ſol percurret parallelos oppoſitos.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Sole exiſtente in plano circuli horarii limes illuminatione tranſit per punctum æquatoris diſtans ab eo 6 horis.



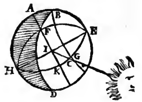
Sol reſpondeat perpendiculariter puncto B, circuli horarii ABC, dico illuminationis limitem FG, ſecare æquinoctialem EF, in puncto diſtante nonaginta gradibus à puncto E, nempe arcus ED ſit 6 horarum.

Demonſtratio. (*Per 21.*) ſole exiſtente in plano alicujus circuli illominatio pervenit ad eius polum, ſed polus circuli horarii ABC eſt in æquinoctiali. Cum enim hic circulus horarius tranſeat per polos A & C æquinoctialis, ſintque circuli maximi, (*ex Theodoſio*) viciſſim æquinoctialis per polos eius tranſit; non poteſt autem eſſe alius polus quam punctum D, quod ſupponitur gradibus 90 à circulo ABC diſtare: ergo illuminatio tranſit per punctum D; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Differentia circulorum horariorum quæ ab illuminationis circulo ſecantur, in æquatore, & in parallelo indicat horam, quâ ante aut poſt ſextam, ſol oritur in parallelo.



Sint duo loca A in æquatore, & B in parallelo, ſub eodem meridiano, & ſole exiſtente C, limes illuminationis B F D, ſecet circulum horarium ABE in puncto B pertinente ad parallelum BG, & æquatorem ſecet in K, puncto F, circuli horarii EFH, eritque arcus AF diſtantia eorum circulorum horariorum, dico illam æqualem eſſe arcui I K, qui indicat quantum ſol oriatur in parallelo BG ante ſextam; nam ſupponatur punctum C eſſe punctum horizontis pertinentis ad punctum B.

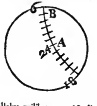
Demonſtratio. Sole poſito in C illuminabitur punctum B, polus horizontis (*per 21.*) & cum ſol ſupponatur habere aliquam declinationem, limes illuminationis non congruet cum meridiano. Sit circulus horæ 6, IEH, arcus IA eſt quadrans (*per præcedentem*) arcus KF; ergo ablato communi I F, arcus I K, FA ſunt æquales; quod erat demonſtrandum.

Quod confirmat propoſitionem 22, nempe nos poſſe videre magnitudinem diei pro quolibet parallelo.

PROPOSITIO XXVII.

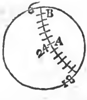
Theorema.

Si quemlibet parallelum in 24 partes æquales dividas, facto initio ab aliquo eius puncto; limes illuminationis ortivus horas Babylonicas, occiduus Italicas indicabit, reſpectu illius loci.



Sit parallelus quilibet terræ AB, diviſus in 24 partes æquales, facto initio à puncto A, cui

cyphram o, vel 24 appones, ſequenti verſus occaſum attribues cyphram 1, alteri 2, 3, 4 & ita



conſequenter; dico ſi ſtatuas locum ſolis in zenith, forè ut horizon, qui limes illuminationis erit, ſecundum eam partem quæ oſtendit quibus regionibus ſol oritur, & quàm ortivam nominavi, licet ſit pars horizontis occidua, indicet horas Babylonicas, & pars oppoſita Italicas, reſpectu loci A.

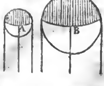
Demonſtratio. Cùm globo ita diſpoſito ut exigit locus ſulis, ſie ut diximus propoſitione 22, limes attingit punctum A, verè ſol oritur in loco A, ſed dum oritur in puncto A eſt hora 24 Babylonica in eo loco, ergo benè indicatur. Cum autem limbus illuminationis uniformiter parallelum percuttat ita ut intra 24 horas ad idem punctum regrediatur, ſi tellurem inſpicere liceret in parallelo quolibet, limes illuminationis ortivus horas Babylonicas indicaret.

Idem dico de occiduo, nam ſolem occidere reſpectu loci A, nihil eſt aliud niſi limbum illuminationis Orientale attingere punctum A: ſed dum ſol occidit, eſt hora Italica 24; ergo eam bene hic limes indicaret. Singulis autem horis idem limbus illuminationis quindecim gradibus in parallelo procedit; ergo bene horas Italicas indicaret, ſi tellurem liceret inſpicere.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Quilibet globus ſoli expoſitus, eodem modo illuminatur quo tellus.



Sit globus quilibet A, terra B, ſol ad partes inferiores, dico globum A eodem modo illuminandum, quo tellus B.

Primò quidem ſi de illuminstione centrali agatur, ſol illuminat in tellure hemiſphætium phyſicè; ſed pariter illuminstio, centralis in globo A hemiſphætium phyſicè illominat. Eædem demonſtrationes quibus oſtendi penumbram occupare 30 minuta in tellure valent etiam pro globo A.

2 Globus A ex eadem parte illuminatur, ex qua terra, lineæ enim omnes à ſolis centro ductæ, ſive ad globum A, ſive ad tellurem B ſunt parallelæ propter immenſam telluris à ſole diſtantiam.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Globum ita ſtatuere, ut in eo ſol ſimilem partem illuminet ac in tellure.

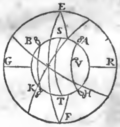
Suppono globum materialem, in qoo depictæ ſint omnes regiones; item circuli quos communiter in tellure agnoſcunt Geographi, polus elevetur ſupra horizontem prout exigit latitudo regionis in qua verſamur, ejuſque meridianus diſponatur ſecundum lineam meridianam, vel ope acus magneticæ, ille globus à ſole illuminabitur: licebitque primò intueri in eo globo ſole lucente regiones quibus dies eſt, quibus nox, quibus ſol oritur, quibus occidit, eas item quibus eo die non oritur, quibus occidit; quænam ſit quantitas illius diei pro quolibet parallelo, quænam ſit hora in tota tellure, in quonam ſigno verſetur.

Poſſet item globus materialis moveri intra 24 horas, & horizon eſſe vice limitis illuminationis, viderentur eadem ſole non lucente. Deberet tamen mutari poli elevatio ſupra horizontem pro varia ſolis declinatione.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

De Antœcis, Periœcis, Antipodibus.



Significationes iſtarum vocum continent aliquam regionum inter ſe comparationem, & à voce Græca οἶκος domus ſeu habitatio originem ſuam ducunt. Antœci dicuntur incolæ duorum locorum, in eodem meridiani ſemicirculo poſitorum æqualem, ſed contrariam latitudinem habentium. Sint incolæ A, & B, ſub eodem meridiani ſemicirculo REG habitantes, æqualiter diſtantes ab æquatore terreſtri ST ſed è diverſa parte; ut ſi Incola loci A latitudinem borealem habeat, incola puncti B Auſtralem. Dicuntur antœci, quod unus è regione alterius habitet, ſeu habitationes eo modo ſint oppoſitæ, quo in urbe qui in eodem vico habent domos ſe reſpicientes oppoſitè, ita ut ſolus vicus eas dirimat.

Periœci ſunt incolæ ejuſdem meridiani, & paralleli, ſed in diverſo ejuſdem meridiani ſemicirculo poſiti, ita ot inter eos polus mediet. Ut habitatores

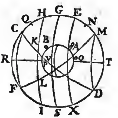
bitatores locorum A, & H; B, & K, dicuntur periœci quod habitent in orbem circa eundem parallelum, proptereaque nonnulli per periœcos incolarum A, intelligunt omnes qui in eodem parallelo AH habitant, ut eos qui habitarent in V. Communiter tamen hæc denominatio Antœcorum tribuitur incolis H, reſpective ad incolas A.

Antipodes ſunt incolæ, locorum è diametro oppoſitorum, ut A & K, B & H. dicuntur Antipodes, quod pedes ſibi contrariè oppoſitos habeant.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Antœci ſimul eaſdem horas habent & anni tempeſtates contrarias.



Sint Antœci A & B, dico primo eos ſimul habere meridiem, & conſequenter reliquas horas nempe cum eſt meridies in loco A, eſt etiam meridies in loco B.

Demonſtratio. Antœci ex definitione ſub eodem meridiani ſemicirculo habitant, ſed qui ſub eodem meridiani ſemicirculo habitant ſimul habent meridiem, eo nempe tempore quo ſol eum ſemicirculum attigerit; ergo eodem tempore habent meridiem & dum licet dicere ab una hora fuit meridies in puncto A, id licet aſſerere de puncto B; ergo omnes horas ſimul habent. Quicumque enim verſantur in ſemicirculo OABP, meridiem habent dum ſol attingit ſemicirculum TGR.

Dico 2. Antœcos tempeſtates habere contrarias hoc eſt eſſe æſtatem uni, dum eſt hyems alteri, ver uni, & automnum alteri.

Demonſtratio Antœci latitudines habent oppoſitas, hoc eſt ſi incolæ loci A ſint boreales, incolæ loci B erunt auſtrales, ergo dum ſol erit in hemiſphærio boreali, qui erunt in loco A, ver aut æſtatem habebunt, qui habitant in loco B habebunt hyemen aut autumnum, quia ſol in eo verſatur hemiſphærio in quo non ſunt, cum inveniatur in boreali, & ipſi ſint in Auſtrali quod maximè accidet, ſi extra zonam torridam verſentur; ſi enim ambo eſſent æquatori vicini, diverſitas tempeſtatum modica foret.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Reliquæ Antœcorum proprietates.

1. Dies unius æqualis eſt alterius nocti, & viciſſim.

Demonſtratio. Sint locorum A & B, horizontes CD, MF, ponaturque ſol percurrere parallelum HI, erit KH arcus ſemidiurnus reſpectu loci A, & arcus LI, arcus ſeminocturnus reſpectu loci B; quos dico æquales eſſe, & facilè oſtendi poteſt; nam triangula ſphærica CHK, FLI; habent angulos KCH, LFI rectos, item anguli KHC, LIF ſunt recti, arcus item CH, FI ſunt æquales; nam facilè oſtendi poſſunt arcus CH & EM æquales. Sint enim N & Q vertices locorum A, B æqualiter ab æquatore diſtantes; ex ſuppoſitione ſunt QM & NC quadrantes, ex quibus ſi ſubtrahas arcus NG, QG, item latitudines GE, GH æquales, reſtant arcus CH, EM æquales: ſed GM eſt æqualis FI; ergo, & CH. FI ſunt arcus æquales.

Idem oſtendere poſſumus in aliis omnibus parallelis. In æquatore verò iis ſimul oritur ſol; nempe ambobus hora ſexta, horizontes enim in æquatore ſe interſecant in puncto V.

2 Habent polos oppoſitos æqualiter elevatos, nempe polus T æque ſupra horizontem CD elevatur, ac polus R, ſupra horizontem FM.

Demonſtratio. Antoeci habent latitudinem æqualem, ſed diverſam; ſed elevatio poli latitudini æqualis eſt: ergo elevationem poli æqualem, ſed diverſam habebunt; ideoque arcus TD, F R æquales erunt.

3 Stellæ quæ ſunt uni perpetuæ apparitionis, alteri ſunt perpetuæ occultationis: ex polo T intervallo TD, elevationis poli deſcribatur circulus perpetuæ apparitionis reſpectu loci A, is circulus attinget horizontem FM, in M.

Demonſtratio. Cùm arcus TD, FR, ſint oſtenſi æquales, arcus autem FR, TM ſint æquales, erunt TD, TM æquales, ergo circulus ex polo T, & intervallo TD deſcriptus attinget horizontem FM, ergo circulus D M, eſt totus ſupra horizontem CD, & totus infra horizontem FM, è contra circulus FC, totus eſt infra horizontem CD, & totus ſupra horizontem FM, ergo ſtellæ perpetuæ apparitionis reſpectu loci A, ſunt perpetuæ occultationis reſpectu loci B.

4 Si uni eſt dies continua, alteri Antoeco eſt nox perpetua, ut, ſit verbi gratia dies continua reſpectu loci A ſole tropicum TX percurrente, deberet tropicus totus eſſe ſupra horizontem CD, ſed hoc poſito idem tropicus totus erit infra horizontem FM, ergo erit loco B nox continua.

5 Cùm dies uni Antoeco creſcunt, alteri minuuntur, cùm enim unius Antoeci dies æqualis ſit nocti alterius per primam partem hujus; ergo dum dies augetur reſpectu unius, augetur etiam nox reſpectu alterius; ſed dum augetur nox, minuitur dies: ergo dum augatur dies reſpectu unius minuitur reſpectu alterius.

6 Si ambo Antoeci obvertant facies ad æquatorem, ſeque ambo reſpiciant, boreali orietur ſol ad ſiniſtram, occidet ad dexteram. E contra Auſtrali ſol ad dexteram orietur, & ad ſiniſtram occidet.

7 Si ita diſpoſiti maneant, dum ſol exiſtenti in A poſt tergum orietur, alter ſolem Orientem ante ſe videbit, viciſſim eundem ſolem ante ſe intuebitur, qui eſt in puncto A, dum in poſtico orietur reſpectu habitantis in puncto B.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Dato loco in globo invenire locum in quo noctes ſunt prioris loci diebus æquales. Item dato die invenire horas, quibus Antœci ſimul ſolem vident.

Prima pars facilis eſt. Numera in meridiano dati loci incipiendo ab æquatore, latitudinem illius loci latitudini æqualem, habebiſque dati loci antoecos, habebiſque locum, in quo nox eſt æqualis diei loci propoſiti (*per præcedentem.*)

Pro ſecunda parte, ſumatur quantitas diei pro loco dato verbi gratia, pro loco B, quæ vel erit major vel minor, horis 12. Sit primo major verbi gratia hîc Pariſiis in tropico Cancri ſit horarum 16, nempe ſit arcus LH duplicatus horarum 16, eritque arcus LI duplicatus, quantitas noctis horarum 8, cui æqualis eſt arcus KH, diurnus reſpectu loci A (*per* 31.) ergo per horas 8 ſimul vident ſolem. E contra ſi reſpectu B dies minor eſſet 12 horis, verbi gratia 8 horis, dico toto eo tempore videndum ſolem ab utroque; igitur regula generalis eſto, antoeci ſimul ſolem vident toto tempore quo diem habet is qui minorem habet quantitatem diei. Ex quo colliges facilè determinari poſſe, quot horis prius, aut tardius oriatur ſol in aliquo loco, quam eius antoecis.

PROPOSITIO XXXIV.

Proprietates Periæcorum.

Periſcii ſumpti in lata ſignificatione pro iis qui in eodem parallelo habitant,

Primò æqualem habent latitudinem, & ejuſdem ſpeciei, cùm enim verſentur in eodem parallelo æquatoris, æqualiter ab eo diſtabunt, ſed diſtantia ab æquatore eſt latitudo, ergo æqualem habent latitudinem. Vt ſi in globo, aut mappa inſpicias eos qui in parallelo graduum 49 boreali habitant, clarum eſt eos æqualiter ab æquatore diſtare.

2 Æqualem habent elevationem poli, nempe polus borealis verbi gratia arcticus ſi latitudo fuerit borealis, æqualiter ſupra eorum horizontem elevabitur, quia ut oſtendimus, elevatio poli æquatur latitudini.

3 Singulos dies habent æquales, nempe ſi maximum diem æſtivum uni habeant horarum 16, alii eundem diem habebunt totidem horarum. Hoc in globo poteris experiri. Si enim globum diſponas ſecundum elevationem poli propoſitam, & locum aliquem illius paralleli ad meridianum adduceas, noteſque quot gradus paralleli à ſole eo die deſcripti, ſupra horizontem inveniantur, qui quantitatem diei exhibebunt, tum alium quemlibet locum ſitum in eodem circulo latitudinis adducas ad meridianum, videbis totidem gradus paralleli ſolis ſupra horizontem inveniri.

4 Omnes ſtellæ æquali tempore ſupra eorum horizonte remanebunt, quia major aut minor mora ſtellarum ſupra horizontem oritur ab inclinatione horizontis, ad parallelum à ſtella deſcriptum; ſed horizontes ſunt ſimiliter inclinati ad æquatorem, & eius parallelos, cùm æqualiter ſupra eos ſol elevetur. Quod ut melius imaginationi hæreat, experiri potes in globo; nam elevato polo prout exigit latitudo de qua agitur, ſi punctum quodcumque circuli latitudinis, ad meridianum adducas, noteſque quot gradus circuli à ſtella deſcripti, (cujus nempe ſtellæ declinationem tenes) inveniantur ſupra horizontem, hi moram ſtellæ ſupra horizontem indicabunt. Adduc aliud ejuſdem circuli latitudinis punctum ad horizontem, deprehendeſque totidem gradus, circuli à ſtella deſcripti ſupra horizontem extare.

5 Stellæ omnes quæ ſunt perpetuæ apparitionis, aut occultationis reſpectu unius, ſunt etiam perpetuæ apparitionis aut occultationis, reſpectu alterius. Cùm enim ut dixi polus idem æqualiter elevetur, ſupra eorum locorum horizontem, idem erit ſemper apparentium maximus, cui cum æqualis ſit, ſemperdeliteſcentium maximus, ſtellæ omnes iis circulis comprehenſæ aliæ ſemper apparebunt, & aliæ ſemper occultabuntur.

Sol ſingulis diebus æqualiter in meridie iis ferè elevatur, ſtellæ ſemper, item ſimiliter ad eorum verticem accedent. Omnes tempeſtates anni ſimul habent, omnia denique eadem experiuntur, niſi quod idem tempus reale non eſt omnibus eadem hora, & hoc ſecundum differentiam longitudinis.

Periœci in propria ſignificatione, nempe qui in eodem circulo latitudinis, ſed in diverſo ejuſdem meridiani ſemicirculo, præter proprietates ſupra recenſitas, has ſuperaddunt, nempe quod horas contrarias, ſeu oppoſitas ſimul numerent; hoc eſt dum eſt meridies alicui, eſt media nox ipſius periœco, ſimul eſt utriſque hora prima his pomeridiana, aliis hora prima poſt mediam noctem.

Tempore æquinoctii dum ſol oritur in uno loco, occidit periœco ſuo.

Tempore æſtivo quo dies majores ſunt 12 horis, ſimul ſolem videre poſſunt.

Quando verò ſol verſatur in hemiſphærio hyberno, ſimul aliquibus horis noctem habent, idem dicendum de ſtellis, quarum quæ æſtivo ſunt hemiſphærio ſimul ab utriſque aliquo tempore videntur, quæ in hyberno ſimul ab utriſque aliquo tempore non videntur.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Dato loco, & die anni invenire horas, quibus incola illius, ſimul ſolem vident, aut ſimul non vident, cum perioecis ſuis.

Quæratur quantitas diei pro dati loci latitudine, ponamus diem ſuperare 12 horas, verbi gratia hîc Pariſiis, cujus latitudo eſt graduum 49, diem ſolſtitialem æſtivum eſſe horarum 16, clarum eſt quod ſol orietur hora quarta matutina, dum eſt hora quarta veſpertina periſciis noſtris, ſed periſcii habent diem noſtro æqualem, ergo iis occidet ſol hora octava, ergo per quatuor horas mane,

ne, & per 4 veſperi ſimul cum Periœcis noſtris ſolem videmus. Pariter ſi diei quantitas ſit horarum 14, ſol nobis hora quinta orietur, quæ periſciis quinta veſpertina erit, ſol item ipſis occidet hora ſeptima; igitur duabus horis manè, duabus veſperi ſolem cum Periſciis noſtris videbimus.

Jam verò dies ſit tantum octo horarum, nempe ſol orietur nobis hora octava matutina, quæ eſt octava veſpertina, Periœcis noſtris, ſed iis occidit hora quarta: ergo à quarta ad octavam, tam manè quam veſperi, neutri ſolem videbimus.

Regula; igitur ſubtrahatur noctis quantitas, à diei quantitate, vel viciſſim, differentia erit tempus integrum quo Periœci ſolem ſimul vident, aut ſimul ſolem non vident.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Antipodum Proprietates.

1 Antipodes ita ſe habent ut omni tempore Aſtra quæ unis occidunt, aliis oriantur, & viciſſim.

Demonſtratio. Antipodes ita ſunt oppoſiti, ut zenith unius, ſit alterius Nadir & viciſſim, ſed zenith & Nadir ſunt poli horizontis; ergo eundem horizontem habent, ſed diverſimodè. nam ita ille horizon dividit cœlum in duo hemiſphæria, ut quod uni eſt hemiſphærium diei, alteri ſit hemiſphærium noctis & viciſſim. Ergo dum Aſtrum ſubit unius hemiſphærium diurnum, ſubit alterius nocturnum, hoc eſt dum uni oritur, alteri occidit.

2 Nox unius eſt alterius dies, ergo dum unus habet diem longiſſimam ſeu æſtivam, alter habet noctem longiſſimam ſeu hyemalem experitur.

3 Anni tempeſtates contrarias patiuntur, nempe unius æſtas, eſt alterius hyems.

4 Horas contrarias numerant, nempe cum ſint in diverſis ejuſdem meridiani ſemicirculis, clarum eſt eos habere horas contrarias.

Ut autem totam hanc doctrinam complectar, quæ oritur ex varia combinatione horarum, & tempeſtatum.

1. Qui habent ſimul eaſdem horas & tempeſtates contrarias, ſunt Antœci, qui paulò latius aſſumi poſſent pro iis qui eundem meridiani ſemicirculum incolunt, ſed hinc inde ab æquatore, iis enim conveniunt hæ duæ proprietates.

2 Qui horas contrarias numerant, ſed tempeſtates eaſdem, ſunt periœci, qui in parallelo eodem, ſed in diverſo ejuſdem meridiani ſemicirculo.

3 Qui & tempeſtates contrarias, & horas oppoſitas habent, ſunt Antipodes, iis & poli diverſi ſupra horizontem elevantur, vel ambo in horizonte jacent ſi ambo ad æquatorem reſpiciunt; borealis ſolem à ſiniſtra, auſtralis à dextra Orientem vident.

Potuiſſet addi aliud nomen, ut ſignificarentur incolæ ejuſdem quadrantis meridiani circuli, non tamen ejuſdem paralleli, qui & horas & tempeſtates habetent eaſdem.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Dato loco in globo aut mappa Antipodes invenire.

In globo locus propoſitus ad meridianum immobilem adducatur, notetur que punctum illi in meridiano reſpondens, notetur item in eodem meridiano locus Antœcorum, index horarius meridiei imponatur, volvatur que globus, donec index mediam noctem indicet, tunc gradus meridiani qui loco propoſito prius reſpondebat, nunc imminebit periœcis, & qui prius Antœcos oſtendebat, antipodes indicabit.

In mappa Geographica, horæ meridiani loci propoſiti adde 12, habebis meridianum Antipodum, in quo numerabis latitudinem æqualem latitudinem datæ ſed oppoſitam & habebis Antipodas.

Qui ſunt ſub æquatore nullos habent Antœcos, eorumque periœci cum Antipodibus confunduntur, atque adeo falſum eſt quod omnes antipodes contrarias habeant tempeſtates, qui enim ſub æquatore jacent eaſdem habent anni tempeſtates.

Qui ſub polis degunt, periœcos nullos habent.

GEOGRAPHIÆ UNIVERSALIS.

LIBER QVINTVS.

Stabiles telluris & inſigniores characteres.

CVM telluris in regna, & provincias diviſio ſit arbitraria, & ab hominum voluntate mutabili pendeat, ſub cognitionem ſtabilem, & ſcientiæ propriam cadere non poteſt, nec invariabilem omnique ævo permanentem & fixam notitiam ingenerare. Hinc tot inanes telluris Veterum deſcriptiones redditæ ſunt, qui dum regnorum potius & ditionum fines proſequuntur, quam conſtitutos à Deo & natura terminos, in mille ambages, & inextricabiles nodos ſe induunt. In hunc errorem ne incidam generales tantum à natura ipſa factas diviſiones per maria, flumina, & montes recenſebo, reliqua vero, quæ mutabilitati ſunt obnoxia tacitus prætermittam.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Generalis & prima telluris Diviſio.

Telluris in ea ſignificatione quâ globum terraqueum eo nomine intelleximus prima diviſio quaſi ratione materiæ, eſt in aquam, & terram, ſeu in partem liquidam, & ſiccam ſeu conſiſtentem. Terra ſeu pars ſicca, & conſiſtens globi terraquei, non eſt homogenea; ſed varia complectitur corpora, nempe Arenam, Sabulum, Argillam, Cretam, Cinnabarin, Ocram, terram Lemniam, Samiam, Armeniam, Lapides omnis generis, metalla nempe Aurum, Argentum, Æs, Stannum, Plumbum, Mercurium, Ferrum, Antimonium, Sulphur, Nitrum, Alumen, Bitumen, Vitriolum. Pars verò liquida, mare, fluvios, fontes, lacus, & paludes complectitur.

Ex terra conſiſtente, & liquida coaleſcit unus globus; & ex eo quòd mare fluvii & fontes in terræ cavitatibus, & foſſis contineantur, accidit ut pars ejus aliqua extet ſupra aquas, para verò aquis tegatur: quæ videtur eſſe prima in ordine ad noſtrum inſtitutum ejus diviſio. Sunt autem multi, intra terram, hiatus, per quos ſæpe currunt amnes, ut in fodinis experimur, & in nonnullis fluvii qui terram ſubeunt, & poſt aliquod intervallum rurſus emergunt. Ex quibus vides telluris ſoliditatem continuam eſſe, aquæ non item, cum nonnulli lacus recenſeantur, qui cum oceano communicare non videntur, ut de mari Caſpio communis fert opinio; quamvis per ſubterraneos illud cum Ponto-Euxino conjungant.

Ex quibuſnam corporibus conſtet terra à ſuperficie ad centrum, nihil certi dici poteſt, quamvis hac de re Pater Kiker librum integrum conſcripſerit. Nonnulli terræ nucleum magneticum arbitrantur, quem partes foſſiles, & minus conſiſtentes ad aliqua milliaria ambiant, & ad illum vi nativa gravitatis ferantur. Quamvis autem certò aſſerere non poſſimus telluris nucleum magnetem eſſe, illi tamen vim magneticam vix ullus modò illi denegat. Sed ad diviſionem noſtram revertamur.

Terra ſupra aquæ ſuperficiem extans, una non eſt, nec continua, ſed in varias quaſi partes diſtincta. Quarum aliæ ſunt præcipuæ inſigniorisque notæ propter magnitudinem, dicunturque continentes, aliæ vero minus præcipuæ, dicuntur inſulæ. Quamvis autem continentes, etiam mari videantur ambiri, quia tamen tam vaſtos tractus complectuntur, ut potius videantur complecti ipſum mare, quam à mari contineri, & ambiri, ideo in numerum inſularum non referuntur.

Continentes igitur ſunt verus orbis, ab hora prima matutina ad meridiem ferè protenſus, & à 35 gradu latitudinis Auſtralis ad ſeptuageſimum latitudinis borealis. Novus orbis ſeu America ab hora media poſt meridiem ad nonam aut decimam, & forſan ulterius productus, & à quinquageſimo quinto gradu latitudinis auſtralis ad fretum Magellanicum, ad 63 latitudinis borealis. Terra polaris Arctica ultra circulum polarem arcticum, terra Auſtralis in aliquibus tantum oris cognita.

Verus orbis ſolus Antiquis cognitus, in tres partes dividitur, à mari nempe Mediterraneo Europam, Africam, & Aſiam alluente, & à ſinu Arabico totum hunc veterem orbem à Septentrione mare glaciale ultra circulum polarem, & Tartaricum, ambit ab ortu circa primam horam matutinam mare Sinicum & pars Oceani pacifici. Ab Auſtro mare Indicum & Arabicum, in varios Sinus diviſum, ab occaſu mare Athlanticum circa undecimam horam cum dimidia.

Veterem orbem in tres inſigniores partes natura ipſa, immiſſo in terras mediterraneo mari & Sinu Arabico diviſiſſe videtur, nempe in Africam, Aſiam, & Europam.

Africa racemi figuram exhibens à Septentrione Mediterraneo mare alluitur, ad 30 latitudinis borealis gradum, alicubi ad 36; à Gadibus nempe ad Paleſtinam; nempe ab hora decima cum dimidia, ad ſeſqui ſeptimam ante meridiem. Turgeſcit tamen hujus racemi figura, ad occaſum quidem ad Promontorium Viride, in decimo quinto latitudinis gradu, ubi ſi colloces primum meridianum in inſulis vicinis, occidentalior Africæ ora

tertia

tertia circiter parte horæ à primo meridiano diſtabit. Protenditur etiam maximè ad ortum ultra fauces Arabici Sinus ad Zocotoram inſulam & ad horam uſque ſextam matutinam pervenit; Ad æquatorem coarctatur multùm hujus racemi cuſpis, obtinetque ſpatium interjectum inter ſeptimam matutinam, & trientem poſt nonam. Terminatur tandem hæc cuſpis ad bonæ ſpei promontorium ferè in octava cum triente, & in latitudine Auſtrali graduum 35.

A Septentrione Africæ imminet Europa, quæ pariter mari mediterraneo à meridie alluitur, in variis latitudinis borealis gradibus. In Gadibus in 36, ad oſtia Rhodani in 43, ad Siciliam in 38, ejus longitudo ab ortu ad occaſum à ſexta hora matutina ad undecimam. A Septentrione alluitur mari Glaciali, ad occaſum Athlantico, ab ortu Archipelago in ſeſquioctava matutina. Ad Propontidem in octava, tum à Tanai fluvio ad flexum ejus, à quo ducitur linea ad fluvium Oby, qui ad Septentrionem rectà tendit, & in mare Septentrionale influit.

Aſia ab ortu ſeparatur ab Europa Oby fluvio in ſexta hora, aut etiam ſeſqui quinta, Tanai fluvio in ſeptima in gradu lat. borealis quinquageſimo, à puncto Euxino, Propontide in gradu lat. borealis 41, tum à mari Ægæo, uſque ad 30 gradum. Separatur autem ab Africa, ſinu Arabico, in hora ſeſquiſexta & in latitudine decem graduum, à Septentrione terminatur mari Tartarico, etiam ultra circulum polarem, à meridie mari Arabico, & Indico in variis gradibus latitudinis borealis, ad fauces Arabici ſinus in latitudine boreali graduum 12, ad fauces perſici in lat. graduum 24. In malacenſi promontorio, ad æquatorem uſque procurrit. Ad ortum mari Sinenſi & Pacifico terminatur, ad horam circiter prima matutinam cum dimidia.

Novus orbis ſeu America occidentales horas obtinet, & in duas partes commodè dividitur in borealem, & Auſtralem, iſthmo Mexicano diviſas, à tropico Cancri ad 10 latitudinis borealis gradum protenſo. America Septentrionalis ab hora ſecunda circa Canadenſes ad gradum latitudinis 48, ad octavam veſpertinam porrigitur, cogniti tamen non ſunt adhuc eius fines occidui.

Auſtralis America figuram racemi exhibet, cujus cuſpis ad Fretum Magellanicum in latitudine auſtrali graduum 53 terminatur, in hora ſerotina tertia cum dimidia; baſis eius oblique incedit, à gradu borealis latitudinis decimo, ad horam ferè quartam, ad 8 gradum latitudinis Auſtralis ad horam ſeſquimeridianam, ab ortu mari Atlantico, ab occaſu mari Pacifico ad horam ferè quartam terminatur.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Inſulæ præcipuæ.

Præter has quatuor continentes, quas in numerum inſularum non referimus propter rationem allatam, decem numeramus magnas inſulas, inter quas primum locum obtinet Britannia, regna Angliæ & Scotiæ complectens, inter Americam, & Europam poſita, vicina Europæ nempe Flandriæ, & Galliæ, Athlantico cingitur. Eius forma pyramidalis eſt, cujus baſis eſt in 51 gradu latitudinis borealis, apex in ſexageſimo ferè eſt inter decimam & undecimam horam poſita, eius urbs præcipua Londinum ſupra Tameſin lat gr. 51. 52.

2 Japonia quæ non eſt minor Britannia, Aſiæ finitima nempe Sinæ, mari pacifico cingitur in 35 gradu lat. borealis; à quadrante poſt mediam noctem ultra horam primam protenditur.

3 Luconia inter Philippinas in hora ſecunda, & latitudine boreali grad. 15. Aſiæ finitima, Oceano Pacifico cingitur.

4 Madagaſcar ſeu Inſula ſancti Laurentii Africæ vicina, non longè à faucibus Arabici Sinus à tropico Capricorni ad gradum latitudinis Auſtralis decimum protenditur, in hora circiter ſeptima matutina.

5 Sumatra ſeu ut alii volunt Taprobana non multùm diſſita à Malacenſi Cherſoneſo, in mari Indico, ſubjacet lineæ æquinoctiali, in hora tertia matutina.

6 Borneo vicina Sumatræ, ſubjacet ex parte æquatori inter ſecundam horam matutinam, & tertiam.

7 Iſlandia circulo polari arctico ſubjacet, in mari Athlantico, in primo meridiano.

8 Terra Nova adjacens Canadæ in latitudine boreali 50 graduum & hora 2.

9 Nova Zembla, ſita inter Samoiedam & terram polarem arcticam ſeparatur ab Europa Freto Vaigats in 72 gradu lat. borealis, horâ ſextâ matutina.

10 Adjacet terræ polari arctica alia magna inſula, inter fretum Davis, & fretum Hudſonii quæ Groenlandia dicitur.

Idem dubium movetur circa Californiam quam nonnulli partem Americæ faciunt, à tropico cancri ad grad. lat. borealis 45 protenditur, in hora ſeptima veſpertina.

Inſulæ Mediocres 11.

1 Java una ex Indicis, formâ oblonga. Lat. Auſtr. graduum 8, inter ſecundam & tertiam matutinam.

2 Cuba, Americana Inſula in ſinu Mexicano prope Floridam, tropico Cancri ferè ſubjacens, hora quarta veſpertina.

3 Hiſpaniola non longe à Cuba, formâ ſubrotunda.

4 Hybernia ſeu Irlandia vicina Angliæ in lat. 54 hora undecima.

5 Creta ſeu Candia in mari Mediterraneo in lat. 35 paulo poſt octavam matutinam.

6 Sicilia in mari Mediterraneo, Italiæ vicina in gradu lat. 38, paulo poſt nonam.

7 Sardinia item in mari Mediterraneo infra Corſicam in eadem latitudine paulò ante decimam.

8 Ceilanum non procul à promontorio Comorino in lat. boreali 8 graduum paulo poſt quartam matutinam.

9 Mindanao una ex Philippinis, in Oceano Pacifico in lat. gr. 10. paulò ante ſecundam matutinam.

10 Celebes Inſula non procul à Borneo, ſub æquatore paulò ante ſecundam.

11 Friſlandia non procul ab Iſlandia in latitudine graduum 62 media hora poſt meridiem.

Inſula parva 10.

1 Gilolo una ex Indicis non procul à Molucis, ſub æquatore paulò ante primam matutinam.

2 Amboinum non procul à præcedenti in eodem Oceano.

3 Tomir in lat. Auſtrali 10 paulò ante primam matutinam.

4 Jamaica in ſinu Mexicano in lat. bor. 19 paulò ante quartam veſpertinam.

5 Zelandia Inſula Daniæ inter Jutlandiam & Gothiam.

6 Corſica in mari Mediterraneo in lat. boreali graduum 42, quadrante ante decimam.

7 Eubœa *Negreponte* vicina Peloponeſo, in lat. bor. 38. paulò poſt octavam.

8 Majorica in una Balearidum in lat. bor. 58. hor. 10.

9 Cyprus non procul à Syria in lat. boreali 36, hora ſeſquiſeptima matutina.

10 Iſabella in Oceano Pacifico.

Minimarum Inſularum infinitus eſt numerus.

Rhodus, Melita, Naxia, Minorica, Chius, Cephalenia in Mediterraneo.

In Oceano Athlantico inter Africam & Braſiliam, Inſulæ S.Helenæ, Aſcenſionis, S.Thomæ.

Madera è regione freti Gaditani.

Zocotora ad fauces Arabici ſinus.

Inſula Paradoo, quam nemo niſi fortuito caſu invenit.

Inſularum Agmina, ſeu Archipelagi ſunt 15.

1 Caoariæ inſulæ è regione Athlantis montis ſuntque 10, dictæ Fortunatæ.

In iis reponunt nonnulli primum meridianum in latitud. boreali graduum 28.

2 Flandricæ ſeu Azores ſunt 7, in lat.38. media poſt meridiem.

3 Heſperides è regione Promontorii Viridis, in lat. boreali 17, in ipſo meridie ſecundum pleraſque mappas.

4 Maldivæ in Oceano Indico, extenduntur ab æquatore ad ſeptimum lat. borealis gradum, ad horam quintam matutinam, dicuntur eſſe ad 12 millia, ab aliis mille ducentæ; ſunt tamen quaſi 7 majores ſubdiviſæ frequentibus fretis, & ſinubus.

5 Inſulæ Lucares inter Floridam, & Cubam 400 parvæ omnes excepta Lucia.

6 Inſulæ Principis inter Hiſpaniolam, & Americam, omnes in ſinu Mexicano.

7 Inſulæ Camercanæ propè Hiſpaniolam.

8 Inſulæ Maſcarenæ inter Madagaſcar, & Africam.

9 Inſulæ Molucæ Caryophylorum copia celebres, non longe ab æquatore, hora ſeſquiprima.

10 Inſulæ maris Ægæi, hoc eſt tam Cyclades, quàm Sporades, quæ ſunt in latitudine boreali 36 & 37 paulò poſt octavam matutinam.

11 Inſulæ Dalmaticæ in Adriatico, mari in latit. 44. poſt nonam.

12 Inſulæ Japonicæ in lat. boreali 27 hora prima matutina.

13 Inſulæ Salomonis in mari Pacifico in lat. hora.

14 Inſulæ Latrunculorum in Archipelago S. Lazari.

15 Inſulæ Bandanæ inter Javam & Bandan.
Sunt etiam inſulæ adjacentes Angliæ, Scotiæ.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Terra in mare procurrentes.

Italia quæ figuram ocreæ exhibet à gradu 45 latitudinis borealis ad 38, à 9 ad tres quadrantes poſt nonam.

Hiſpania à 36 gradu latitudinis ad 44, à decima ad undecimam matutinam, pars Angliæ, tota Græcia, Aſia minor ſeu Natolia, Norvegia, Suecia cum Lappia, India, à tropico cancri ad 8 gradum latitudinis borealis, hora quarta matutina, Camboya in gradu 10 latit. borealis poſt horam primam, Nova Guinea, cujus promontorium ad æquatorem pertingit circa horam primam matutinam, Nova Anglia, novum Belgium, Cuſpis Africæ.

Peninſula 14.

7 *Peninſulæ ſunt oblongæ.*

1 Cherſoneſus Aurea ſeu Malacenſis ad æquatorem ferè pertingens circa horam tertiam.

2 Cherſoneſus Cimbrica adhærens Holſatiæ in lat.57 boreali hora fere 10 matutina.

3 California ad littus occidentale Americæ.

4 Nova Francia ut volunt nonnulli.

5 Cherſoneſus Jucatan in ſinu Mexicano, hora ferè quinta veſpertina in latitud. boreali graduum 20.

6 Cherſoneſus Thraciæ poſt octavam matutinam in lat.40.

7 Cherſoneſus Caſſandriæ ad ſinum Theſſalonicenſem, pariter quæ Jonia.

Quinque Peninſulæ ſubrotundæ.

1 Africa tota.

2 America Auſtralis.

3 Peloponeſus ſeu Morea poſt octavam in lat. 37 & 38.

4 Taurica Cherſoneſus in latit.47, ante octavam.

5 Cambaya.

Quinque Iſthmi.

1 Iſthmus Inter ſinum Arabicum & Mediterraneum.

2 Iſthmus Corinthiacus.

3 Panamenſis inter Mexicanam Americam & Peruviam.

4 Iſthmus aureæ Cherſoneſi.

5 Iſthmus Tauricæ Cherſoneſi.

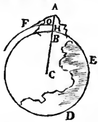
PROPOSITIO IV.

Theorema.

De Montibus.

Montes inter ſtabiles & fixos locorum characteres, & terminos à natura conſtitutos recenſentur, eſt autem mons pars terræ ad notabilem altitudinem aſſurgens. Si enim non fuerit notabilis, dicetur collis, & tumulus. Multa circa montes ſcitu digna occurrunt, & primò quidem occurrit maxima montium altitudo determinanda. Mirum

rum enim quàm in materia alioquin obvia, & in oculos incurrente diſcrepent authorum ſententiæ, aliis quatuor aut quinque milliaria, montibus altiſſimis, in perpendiculo tribuentibus, aliis vero 50, & 60 milliaria aſſignantibus.



Diſtinguenda primò eſt Altitudo montis abſoluta, ab ejuſdem montis altitudine reſpectiva. Altitudo montis abſoluta, eſt linea recta à faſtigio montis ad ſuperficiem maris producta tranſiens per centrum terræ. Sit mons AB, linea perpendiculi per centrum terræ C tranſiens, ſit A C, ſuperficies maris D E; quæ continuata ſecet lineam AC, in puncto B, erit hæc altitudo montis abſoluta. Non quod hæc etiam altitudo reſpectiva non ſit, ad ſuperficiem maris, ſed quod hic reſpectus, ita videatur à natura determinatus, ut ab hominum voluntate non pendeat.

Reſpectiva montis altitudo eſt exceſſus montis ſupra oculum reſpicientis, aut ſupra aliquam planitiem, ut ſi eſſet planities F qua ſpectaretur mons AB, intelligatur produci ſphæticè planities F H donec attingat lineam AC in puncto H, erit AH montis altitudo reſpectiva. Dixi ſphæricè, ſi enim in rectum producerentur, ut in FO, multum de montis altitudine decederet, eſſetque tantum AO, quæ in nullo ſenſu poteſt eſſe ejus altitudo, niſi in modica diſtantia, in qua linea curva à recta inſenſibiliter recederet. Diſtantia enim unius milliarii unum pedem demit, diſtantia trium, 6 pedes, 10 milliarium 15 paſſus Geometricos, 20 milliarium paſſus 59. 30 milliarium, paſſus 131, 40 milliarium paſſus 235, 60 milliarium paſſus 524, 80 milliarium paſſus 932.

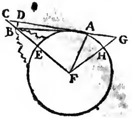
Ex his vides quam malè à nonnullis antiquis, accepta fuerit altitudo montis Atho, ex umbra ſcilicet quam Lemnon uſque projiciebat. Aſſumebant enim ſuperficiem maris ſtadiorum 700, ſeu milliarium 87, quaſi eſſet plana, & mons perpendiculariter erectus ad eam ſuperficiem. Si enim aliquis eſſet in F, obſervatoque angulo AFO vellet metiri altitudinem montis aſſumendo curvam FH, quaſi eſſet recta, illi tantum obveniret altitudo AO.

PROPOSITIO V.

Problema.

Altitudinem montis metiri.

Sit metiendus mons Athos BE, qui videatur non tantum ex Lemno inſula; ſed etiam ex Tenedo, ut eum ex tali loco vidi. Sunt autem ad minimum 100 milliaria, quorum 60 gradum efficiunt. Sit ergo arcus AE milliariorum 100, & conſtitu-



ta magnitudine terræ, erit angulus AFE unius gradus & $\frac{2}{3}$, ergo BE exceſſus ſecantis FB, ſupra ſemidiametrum FE ex tabula ſecantium colligitur eſſe 4232, qualium radius eſt 10000000; ſemidiameter autem terræ ex Ricciolio eſt 3684598. Fiat ergo ut 10000000 ad 4232, ita 3684598 paſſus, & invenio pro altitudine montis BE paſſus 1559. Ut ſi verum eſt Ætnæ cacumen videri ex 200 milliaribus ſeu tribus gradibus $\frac{1}{3}$, aſſumpto exceſſu ſecantis ſupra radium, & facta regula, invenies 5399 paſſus.

Si vero mons aliquis non tantum primò videretur ex puncto A, hoc eſt eius cacumen non eſſet in linea horizontali AB, ſed ſpectaretur ſub angulo C A B, ita operandum eſſet. In triangulo CAF ſupponitur obſervatus angulus CAF, & datus angulus F, datur enim diſtantia AE, in milliaribus, & cognito terræ ambitu cognoſcitur arcus AE in gradibus, & conſequenter angulus F, datur item AF terræ ſemidiameter. Ex quibus per trigonometriam dabitur CF, & ablatâ ſemidiametro terræ FE, reſtat CE montis altitudo.

Non procedit tamen hæc ratiocinatio, ſi ſummitas montis B videatur ex alio monte G, aut alia altitudine. Ut dicuntur montes Corſicæ ex Toloois Portu videri, quod falſum eſt ex maris ſuperficie, cùm neque videantur ex Villa Franca; etiam ex ſumma arce; quare habenda eſſet ratio altitudinis HG, qua videntur. Interrogandi igitur ſunt diligenter, qui ſe montem ex tanta diſtantia vidiſſe dicunt, an ex maris ſuperficie, an verò ex ſummo carcheſio viderint. Quare puto valde eſſe ambigua quæ de Caucaſo monte, ex ea Ponti Euxini parte, quæ Profunda dicitur, viſo referuntur, ſcilicet an ex maris ſuperficie, an ex carcheſio, an ex monte. Idem dicendum de eo qui ex Lilybæo Siciliæ promontorio, è Portu Carthaginis ſolventes diſtinguebat, aut de Pico monte in Inſula Teneriffa, ex 70, aut 60 Leucis Hiſpanicis viſo.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

An in metiendis montibus habenda ſit ratio refractionis.

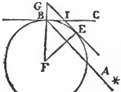
Si montis cacumen totam tranſcendat Athmoſphæram, refractio illud attollet & altius exhibebit quàm par ſit. Si verò non ſit altior vaporibus refractionem efficientibus refractionis ratio nulla habenda

habenda erit, Quod verò difficultatem non modicam facit, eſt ipſius refractionis inconſtantia, quæ nonnumquam major, aut minor eſt, pro ratione plurium, aut pauciorum vaporum. Ita refert P Athanaſius Kirker ex Inſula Melita nonnunquam ſibi viſum Æthnæ cacumen, aliquando non viſum. Sic aſſerit P.Ricciolius ſibi viſas nonnunquam ex Paterno monte Ravennates turres, ſupra quandam arborem, nonnunquam verò infra eandem arborem deprimi.

Notavimus item Lugduni Alpium prima juga, manè altiora apparere, quam horis pomeridianis. Ex quibus poſſumus ſuſpicari refractionem aliquid facere, non tamen tantum, quantum ſi mons nubes tranſcenderet: tunc enim tota refractio quæ aſtris competit, vertici tribuenda eſſet. Poſita ergo refractione Tychonica facilè demere poſſumus ex montis altitudine, id totum quo refractio addere poſſet, ita ut ad minimum illi talis altitudo competat.

L E M M A.

Quoties Aſtrum eſt infra horizontem aliquibus gradibus linea tangens terram, totidem gradibus diſtat à me.



Sit ſtella A infra hotizontem depreſſa quotcumque gradibus verbi gratia 10, hoc eſt ſit angulus ABC graduum 10. Dico ſi ex eadem ſtella A ducatur linea AEG tellurem tangens in E, quod angulus BEG erit graduum 10.

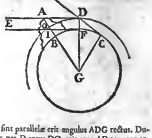
Demonſtr. Anguli EIC, ABC, in parallelis ſunt æquales; angulo item EIC angulus GIB eſt æqualis. Sed in triangulis rectangulis GBI, GFE, anguli BIG, GFE ſunt complementa ejuſdem anguli G, ergo anguli F, & I ſeu F & ABC ſunt æquales; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Determinare quid detrahendum ſit altitudini montis propter refractionem.

Supponatur mons Athos AB primum videri ex loco C, nempe ex 100 milliaribus, ſed timetur ne refractio eius altitudinem augeat, nempe ne videatur per angulum refractum AD, DC. Supponatur aliqua ſtella E, quæ videatur radere cacumen A, videaturque pariter per radios AD, DC fractum in puncto D: cum ex Tychone refractio ſit 30 minutorum, ſtella apparens in horixonte CD, realiter depreſſa erit infra horixontem 30 minutis. Ducatur ab eadem ſtella E, linea EIF tangens terram in puncto F, ducatur item GFD attingens lineam AD in puncto D, eritque per lemma ſuperius arcus FC min. 30, & cum lineæ AD,



IF ſint parallelæ erit angulus ADG rectus. Ducatur per D arcus DO, erit ergo AD tangens arcum DO. Quia autem ſupponitur cognitus arcus BC; tam in milliaribus, quam in gradibus, item cognitus arcus FC, dabitur arcus BF, in gradibus, ergo & arcus OD; & quamvis GD ſit nonnihil major quam terræ ſemidiameter, ille tamen exceſſus poteſt negligi. Componetur ergo montis Atho lineâ OB, ſeu FD, nempe exceſſu ſecantis 30 minutorum, ſupra ſemidiametrum terræ, & linea OA exceſſu ſecantis GA ſupra ſemidiametrum GD.

In exemplo autem montis Atho viſi ex 100 milliaribus nempe ex uno gradu, & 40 minutis, linea FD ſeu OB, in tabula ſecantium invenitur 380 nempe exceſſus ſecantis min. 30, reſtat autem arcus BF, minutorum 70, exceſſus autem ſecantis min. 70, ſeu linea OA eſt 3428; addantur hæ duæ fient 3808, fiat ergo ut 10000000 ad 3808, ita 3684598 paſſus, & invenio paſſus 1404. Aſſerere ergo poſſemus in illa hypotheſi altitudinem abſolutam montis Atho eſſe ad minimum 1404 paſſuum.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Dum montem ex ſuperiori loco metimur, Refractio minuit montis altitudinem.

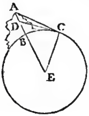
In eadem figura. Ex Altitudine A ſpectetur limbus maris, aut ſuperficiei terræ per radium refractum ADC, obſerveturque angulus DAG, ponatur refractio eſſe 30 minutorum, eademque fiat conſtructio, quæ priùs. In triangulo ADG, cùm detur angulus DAG, dabitur angulus AGD, quare ſi accipiatur exceſſus ſecantis GAD ſupra radium AD, fiatque ut 10000000 ad hujuſmodi exceſſum, ita diameter terræ in milliaribus ad quartum, habebitur tantum altitudo AO, aut BI; ſunt enim ſenſibiliter æquales. Addenda autem erit FD, nempe exceſſus ſecantis min. 30, quæ ad paſſus reducta efficit 140 paſſus: ergo ſi ex loco ſuperiori altitudinem montis metiamur, refractio imminuet ad ſummum altitudinem montis paſſibus 140, in minoribus altitudinibus minor erit refractio, minorque conſequenter detractio.

PROPO

PROPOSITIO IX.

Problema.

Altitudinem montis ex quacumque diſtantia nota inveſtigare.



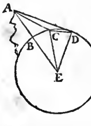
Quia rarò accidit, ut montem ex ea præcisè diſtantia videamus, ex qua videri poteſt, ſpectetur ex puncto C ſummitas montis A, ita ut habeatur quantitas anguli ACD, cognoſcatur item diſtantia BC in milliaribus, & determinata terræ diametro, habebitur arcus BC, ſeu angulus E, & complementum eius EDC, æqualis angulis ADC, DCA (*per* 32. 1.) qui propterea dabuntur. In triangulo ACE fiat ut ſinuſs anguli A ad ſinum anguli ACE, ita ſemidiameter terræ EC, ad quartum, & habebitur arcus EA, è qua ſi ſubtrahas terræ ſemidiametrum BE, reſtabit altitudo montis AB.

Vel aſſume tangentem anguli E in tabulis, factaque regula trium; habebitur AC in milliaribus. Tum ſoluatur triangulum ACD, ut habeatur AD, cui addes DB inventam ut priùs; eſt enim BD exceſſus ſecantis DE, ſupra diametrum EB. Poterit deinde ut priùs auferri id quod refractio addebat.

PROPOSITIO X.

Problema.

Altitudinem montis per duas ſtationes inveſtigare.



Sit determinanda montis altitudo AB, obſervetur ex C angulus ACE, obſervetur item angulus ADE, ſit item cognita diſtantia CD in milliaribus, & cognito telluris ambitu, in gradibus, immò ſi procederetur à Septentrione in Auſtrum facile haberetur arcus CD, in gradibus, obſervata ſcilicet in C & D elevatione poli. In planitie mechanicè metiri poſſemus arcum CD, in milliaribus; dato autem arcu CD, dabitur eius ſubtenſa CD; & cùm detur angulus CED, & anguli ECD, EDC ſint æquales, cognoſcentur & ipſi; obſervatus fuit totus ADE, quare cognoſcetur & ADC. Item cum obſervatus fuerit ACE, & cognoſcatur ECD, ſi eos ſubducas ex quatuor rectis, habebitur ACD. Quare in triangulo ACD datis angulis ACD, ADC, & latere CD, cognoſcetur latus AC. Denique in triangulo ACE, dato angulo ACE, obſervato, & lateribus AC, CE; per trigonometriam innoteſcet baſis AE, è qua ſi ſubtrahas ſemidiametrum terræ BE, reſtabit altitudo AB.

Poſſunt excogitari aliæ praxes, quæ potius ad Geometriam practicam pertinent. Volui tamen iſtas tradere, propter peculiarem facilitatem, quam ex diametro terræ cognita mutuantur.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Data montis altitudine abſoluta determinare ex quanta diſtantia primùm videri poſſit.

Hæc propoſitio eſt ſuperiorum converſa.

Fiat ut ſemidiameter terræ in milliaribus ad altitudinem datam, ita ſinus totus 10000000 ad quartum, & habebitur exceſſus ſecantis, ſupra radium; qui quæſitus in canone ſecantium, dabit arcum è quo primùm videri poterit tale objectum, & hic in milliaria redactus, exhibet diſtantiam è qua primum videri poteſt tale objectum.

Supponitur autem oculus in ſuperficie maris poſitus, Si velimus oculum elevatum. Primo quæram diſtantiam è qua objectum elevatum primùm videri poteſt, ex ſuperficie terræ, quæram item diſtantiam è qua oculus elevatus primùm videri poterit. Additis hujuſmodi diſtantiis exurget diſtantia, è qua oculus elevatus objectum elevatum videre poteſt; verbi gratia diſtantia è qua oculus hominis in primo tabulato ſedentis, vexillum navigii primum poteſt detegere.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Quid ſentiendum ſit de refractione montium Altitudinem augente, aut minuente.

Quamvis non dubitem refractionem aſtra attollere, ita ut in regionibus Septentrionalibus ut in Dania cœlo ſereno horizontalis refractio ad 30 minuta perveniat; probabile tamen eſt in regionibus æquatori vicinioribus minorem eſſe, loquendo ordinariè. Non dubito enim quin nubecula interpoſita, iſtas leges immutet.

Secundò dico improbabile eſſe, hanc refractionem inchoari tantum infra montium cacumina, cum Athmoſphæra ultra montium altitudines extollatur. Montes enim etiam altiſſimi, ut plurimùm nivibus teguntur, igitur nubes iis fuerunt altiores. Quare jam inchoata fuit refractio, radiorum antequam ad montes perveniat. Licet autem ulterior fiat refractio, tanta tamen non erit, quan-

tam Tycho obſervavit, in ſyderibus; quia æther magis differt ab athmoſphæra, quàm athmoſphæra ſuperior, ab inferiori. Quare puto totum hoc refractionis negotium in montium altitudine determinanda negligendum eſſe.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Examen Altitudinis diverſorum montium.

Prodigioſas profert certorum montium altitudines P. Ricciolius, ideo examinandum cenſui, quibus obſervationibus nixus eas altitudines proferat. Video enim probatiſſimos authores, montibus ad ſummum tribuere duo milliaria Germanica, ſeu ad ſummum 7 aut octo communia.

Primò profert montem Æthnam cujus altitudinem determinat poſito quod videatur ex 200 milliaribus, ut aſſerit Maurolycus, cùm nonnullis Melitenſibus equitibus. Sed oſtendo falſam eſſe hanc aſſertionem niſi acceſſerit aliqua extraordinaria refractio: nam Melita diſtat à monte Æthna 110 milliaribus, ut mappæ Geographicæ indicant, non tamen ſemper videtur, non dico ex ſuperficie maris, ſed ne ex ſuperioribus ædibus. Immo navigantes inter Melitam, & Siciliam non vident Æthnam montem; niſi accedat cauſa extraordinaria, ut nubecula reflectens lumen dum apex eius ardet: ut ſemel accidit triremibus Melitenſibus, quæ per aliquas horas ſecutæ ſunt hoc lumen, quod à Pharo alicujus navigii procedere putabant. Lilybeum non erit altitudinis immodicæ, etiamſi viderentur ſuperiora vela navigiorum à portu Carthaginis egredientium.

Picus Teneriffæ dicitur videri ex 4 gradibus, ex quo ſequitur altitudo novem milliariorum. Vereor tamen ne cum perpetuis flammis coruſcet, imminenteſque ipſi nubes illuſtret, quæ reflexè collucentes pro montis cacumine accipiantur. Memini enim ſemel me legiſſe ad lumen incendii, quod directè videri non poterat, remiſſum à nube; cùm tamen diſtarem fere una leuca. Erat enim incendium ferè prope ſeptem turres, & ego eram domi noſtræ ſancti Benedicti.

Accedit Caucaſus mons qui cenſetur eſſe altiſſimus duabus de cauſis. Primò eo quòd Ariſtoteles referat illuſtrari de nocte illius verticem, uſque ad tertiam partem, & in aurora, itidem à veſpera. Torſit ingenia hic locus, an Ariſtoteles intelligat, tertiam partem montis illuſtrari à ſole, an verò apicem eius illuſtrari à ſole, tertia parte noctis. Multi hanc ultimam explicationem præferunt, & favent verba ſequentia, in aurora itidem à veſpera. Ponamus ergo ſolem in ſolſtitio occidere hora octava, tertia pars temporis uſque ad mediam noctem eſſet horæ unius cum 20 min. & ſol in ea latitudine deprimeretur infra horizontem totidem gradibus, nempe mons videri poſſet ex 14 gradibus, ſeu 840 milliaribus, & ſubductis, calculis eſſet eius altitudo perpendicularis 30706 paſſuum geometricorum. Res autem tanti momenti debet niti obſervatione alicujus mathematici, & non loco Ariſtotelis, id ex fama referentis.

Notandum autem eſt montis Caucaſi verticem nivibus tectum eſſe. Quæ autem ſunt alba modo tantiſper illuſtrentur, videntur radiis ſolaribus colluſtrari, quare cum in montibus crepuſcula ſint longiora, & color albus multùm moveat viſum, inde fuit data occaſio id aſſerendi; & ut fama res creſcunt, & omni ævo Græci deprehenſi ſunt res augere, ex hoc loco nihil poſſe conſtitui exiſtimo; præcipuè cum Ariſtoteles non determinet utrum de radiis directis, an vero de reflexis, & crepuſculinis intelligat.

Idem dico de Caſio monte de quo Plinius & Solinus. Mons Caſius cujus excelſa altitudo, quarta vigilia Orientem per tenebras ſolem aſpicit; brevi circumactu corporis diem, noctemque pariter oſtendens, ambitus ad cacumen eſt novemdecim millium, altitudo per directum 4. Ammianus Marcellinus aſſerit ex eodem loco, ſecundis Galliciniis videri primum ſolis exortum. Neque aliæ feruntur obſervationes; niſi communis opinio.

Sed quid quærimus in horum montium altitudine determinanda cum conſtet Caſium eſſe altitudinis 4 milliariorum, eademque ferè de illo dicantur quæ de Caucaſo.

Alia conjectura quæ ad determinandam montium altitudinem adhibetur, petitur ab Aſcenſu. Dicitur Æthnæ aſſenſus eſſe 20 milliariorum. Experientiâ autem compertum eſt viam quæ tribus digitis in ſingulos pedes aſcendit, eſſe præruptiſſimam, & vix dari montem in quo compenſando, loca prærupta, cùm minus præruptis, via ad duos digitos in ſingulos pedes aſcendat, ſeu ſexta parte, quod ſexcentis experientiis comprobarem. Dicitur longitudo eſſe 20 milliariorum, ergo altitudo erit trium milliariorum, & $\frac{1}{3}$, quorum autem milliariorum, eorum nempe quæ in montibus ſolent numerari, quæ nempe breviora ſunt, quia communiter longitudinem viæ, ex labore ſolemus numerare.

Secundo P. Ricciolius profert Alpes, quæ quinto die dicuntur ſuperari, computat autem quantum in iis aſcendatur in ſingulos pedes, & cum ſint 26 leucæ circiter, ipſe ponit 150 milliaria. Invenit etiam altitudinem Alpium immodicam; ſed res ita ſe non habet, nam à Ponte Bonivicini ut vocant ad pedem primi montis, qui dicitur Aiguebellette, vix aſcenditur, tum aſcenſus montis, deſcenſus ferè æqualis eſt; Camberio uſque ad *Aiguebelle* ſunt milliaria circiter 20 quibus non aſcenditur, ab eo loco ad Aneburgum lenis eſt aſcenſus, & ſæpe deſcenditur, ab Aneburgo aſcenditur per tria circiter milliaria, ideo vix putarim montem Ceniſium habere in altitudine ad duo milliaria. Aſcenditur enim ex Valle Suſana per 4, aut 5. Sunt quidem in monte Ceniſio juga altiora, quàm ſit ea eius pars, per quam exporrigitur iter. Sumo autem ab eo exemplo cæterorum conjecturam, dat enim illi 10 milliaria in perpendiculo, cùm vix habeat duo aut tria.

Nonnulli Caucaſo tribount 276 milliaria, ſi nempe ad litteram explicarentur Ariſtotelis verba.

Monti Æmo aliqui aſſignant 5200 paſſus, alii 6 milliaria.

Æthnæ tria, quatuor, quinque milliaria.

Alpibus 50, alii 52, alii 7, puto tamen non excedere tria.

Arverniæ montibus 577 paſſus Geometricos.

Atho 50. 9. 5 aut 4.

Baldo monti 800 paſſus, Ricciolius unum milliare cum dimidio. Ricciolius $1\frac{1}{2}$ vel 2.

Montibus Beraguls in America Auſtrali 12, alii 24 milliaria, ſed ſine obſervatione.

Chilenſibus 13 aut 9.

Corſicæ montibus tria, aut unum.

Norvegiæ montibua 13, alii 9.

Paterni Serra paſſus 195, aut 175.

Rhodope 1250.

Caucaſo monti 27, 50, 62, 125, 180, 276, 699, 1715 ſecundum variam explicationem loci Ariſtotelis.

Concludo ergo credibile eſſe nullum montem ad 4 aut 5 milliaria aſſurgere atque adeo eam altitudinem cum diametro terræ comparatam non eſſe notabilem.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Montium diviſio.

Montes alii ſeparati ſunt, & ſpatio modico circumſcripti, qui admodum pauci ſunt.

Alii longiorem tractum obtinent, & ex pluribus montibus coaleſcunt, dicunturque juga. Celebriora ſunt Alpes Italiam à Galliis ſeparantes, in latitudine à 44 gradu ad 47, in hora 9 cum dimidia: perpetuo item ferè tractu Italiam pervadunt, & dicuntur alicubi Apennini monte . hæc Juga per Dalmatiam feruntur uſque ad Thraciam, nempe uſque ad horam 8, interrumpuntur tamen nonnihil, & Dalmatica propterea ab Alpibus diverſa cenſentur, & in Juliis Jugis finis Alpibus imponitur. Alpes non uno continuo jugorum tractu conſtant; ſed multis, ita ut latitudo 80 circiter milliaria contineat. Pyrenei montes Hiſpaniam à Gallia dividunt in 44 gradu latitudinis Borealis poſt horam decimam. Sunt item in Europa Riphæi montes, à Mari Albo, ſeu Sinu Moſcovitico ad fauces Obii montis protenſi.

Juga Norvegiæ, & Lappiæ, Norvegiam à Scotia ſeparantia.

Eſt aliud jugum incipiens à termino Auſtrali Tartariæ, ad Oceanum ſeptentrionalem, ſunt & alia in Ruſſia.

In Germania Jugum Hercinium totam Bohemiam cingens, & variis flexibus ſerpens, varias etiam ſortitur appellationes.

Scotiam Grampius mons ab Ortu in Occaſum pervadit. Idem evenit in multis inſulis, ut Sumatra, Borneo, Luconia, Celebes.

Aſia hæc juga commemorat. Tauri montis juga, quæ in Aſia minori incipiunt, progrediuntur uſque in Indiam, totam Perſiden pervadentia, Aſiamque in Septentrionalem quam intra Taurum, & Meridionalem quam extra Taurum nominant diſtinguentia. Item Armeniam à Meſopotamia: hæc multos ramos verſus Meridiem & Septentrionem emittunt.

Imaus mons, In Scytia Aſiatica in formam crucis protenditur, uſque ad Indiam Scytiam, ſeu Tartariam in Orientalem quæ extra Imaum, & Occidentalem quæ intra Imaum diſtinguit circa horam quartam matutinam protenditur per mille quingenta milliaria.

Caucaſi montis Juga propè Caſpium mare, per ducenta milliaria porrigitur ad Pontum Euxinum, & ferè attingit Tauri montis juga, & montem Armeniæ Ararat.

Sunt & juga montium in Sinenſi regno.

Juga Arabiæ quæ ad Paleſtinam uſque pertinent, inter quæ mons Sinai numeratur.

Indiam dividunt Gatis juga à Septentrione ad Auſtrum progredientia, circa horam tertiam à gradu 10 latitudinis borealis, ad 35, dividunt Malabaricam à Coromandelia.

In Africa decantatus Athlas oritur à littore Occidentali Africæ, ad Ægyptum, ab hora undecima ad octavam, in parallelo circiter 26.

Habet fontes plurimorum fluviorum, qui ſe in Mediterraneum exonerant, qui tamen non ſunt inſignes; Nivoſus eſt.

Sunt & alia juga prope Monomotapam dicunturque montes Lunæ, ad 15 gradum latitudinis Auſtralis; ibi Lacus Zaire aliique ex quibus Nilus originem ducit. Sunt alia juga in Numidia, in regnu Benin in latitudine boreali 10 graduum, quæ fluvio Nigro aquas ſubminiſtrant.

In America Celeberrima ſunt Peruviana, quæ à Freto Magellaniæ ad æquatorem protenduntur, circa horam tertiam, per milliaria 3000 unicum habent tranſitum: ſunt ita alta, ut ſupra nubes attolli dicantur, & carere aëre reſpirationi idoneo, perpetuis nivibus multis in locis teguntur, habent ramos Peruviam à Braſilia dividentes.

Dantur & juga in Septentrionali America ut in Canadenſi regione, quæ non ſatis cognita ſunt.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Montes altitudine inſignes.

Athlas mons Africæ ita altus aliàs fuit creditus, ut cœlum ſuſtentare dictus ſit, ſunt tamen alii altiores.

In inſula Teneriffa cenſetur altiſſimus totius telluris. In eo fixerunt primum Meridianum nonnulli in latit. graduum 28, licet in illis inſulis nunquam ningat, nivibus tamen tegitur, non tamen vertex, qui ſupra nubes extare videtur, ad ſummum verticem, eſt iter trium dierum, abundat ſulphure.

In una Azorum ſeu Flandricarum eſt mons altiſſimus, dictus Pico ſancti Georgii, præcedenti non inferior cenſetur.

Jugum dictum Cordhillera, ſeu Peruvianum de quo diximus.

Mons Æthna in Sicilia de cujus altitudine diximus.

Hecla mons in Iſlandia.

Pico di Adam in Inſula Ceilam.

In Japonia mons Figenoiamma.

Caucaſus, Pelion, altitudinis paſſuum 1250; hunc dimenſus eſt Dicearchus.

Olympus mons Aſiæ minoris.

Caſius mons in Aſia, quem Plinius dicit eſſe altitudinis 4 milliariorum.

Hæmos mons 6 millium paſſuum eſſe dicitur teſte Martiano Capella.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Montes Ignivomi.

Montes ignivomi qui & Vulcanii, ab inſula

parva Siciliæ vicina in parte Septentrionali, quæ monte ignivomo inſignis eſt.

Æthna mons Siciliæ propterea celeberrimus, qui ſæpe flammarũ globos eructat ut anno 1537, magno hiatu diſruptus torrentem igneum emiſit, quod & anno 1668 contigit, & ſæpe aliàs.

Hecla mons Iſlandiæ.

Veſuvius prope Neapolin,qui regnante Veſpaſiano, ita arſit ut cineres in Africam ventorum impetu ſint delati.

Mons in Java inſula anno 1586 primùm ardere cœpit, tanta eruptione ut decem hominum millia incendio perierint.

Mons Gonnapi in una Bandanarum.

Mons Balaluanus in Sumatra.

Alius in inſulis Moluccis, in una ex Mauricis.

In Japonia plures.

In Tandaia inſula una Philippinarum.

In Nicaragua Americæ Provincia.

Prope Aroquipum urbem Peruviæ.

Sunt & juga omnem tranſitum negantia, dicunturque Portæ, ut in Phocida.

Thermopylæ, Portæ caſpiæ,Porta Cordhillera in jugis Peruvianis.

Inter Abaſſiam, & Arabiam Troglodyticam.

Dantur, & Barathra, ſeu ſpecus ut in Iſlandia ſpecus S.Patricii.

In Italia Grotta del Cane.

In inſula Baruchus que Valliæ adjacet, eſt in monte hiatus, cui ſi aurem admoveris, incudum, & malleorum ictus exaudies.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Fodinæ.

Auri fodinæ feraciſſimæ in Peruviana Provincia,in quarum aliquibus plus eſt auri quàm terræ.

In Cuſco Regiæ ædes erant aureis laminis tectæ.

In monte Potoſi feraciſſima argenti fodina.

In Japonia argenti fodina.

Arabia olim auri fodinas habebat.

In montanis Perſidis, In China item argenti fodinæ.

In Guinea multi montes auriferi.

In Monomotapa ſunt auri & argenti fodinæ.

Cupri fodinam feraciſſimam habet Suecia,quæ tertiam regiorum redituum partem ſuppeditat.

Gemmeæ fodinæ ſunt in inſula Ceilam,& huic vicina parva inſula multum aurum habet.

In Chili regno Americano, ſunt auri, argenti, & gemmarum ferace fodinæ, ſed eas incolæ ſunt demoliti, fugatis, & trucidatis Hiſpanis.

In inſula Madagaſcar ſunt fodinæ argenti, ſtanni, & ferri.

In Sumatra auri fodinæ.

Salis fodinæ in Polonia, In Africa ſale ex fodinis eruto utuntur. Dantur ferri,æris,plumbi, & ſalis fodinæ in Sabaudia.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Sylvæ, & deſerta.

In Molucis Inſulis ſunt caryophylorum ſylvæ.

In Ceylano ſunt ſylvæ cynamomi, in multis locis ſunt ſylvæ malorum aureorum.

In Bandanis Nuces muſcatæ, in Braſilia ſunt ſylvæ ex arboribus dictis *Breſil*. In Lybano monte ſylvæ cedrorum.

Celebriores ſylvæ ſunt Hercinia, quæ olim totam ferè Germaniam occupabat.

In Scotia celebris ſylva Caledonia.

Deſerta loca præcipuè ſunt in Africa, in tota nempe Lybia,quæ Ægyptum ferè totam cingunt.

Arabiæ deſerta partim Arenoſa,partim Petroſa.

Deſerta Tartariæ circa Imaum montem.

Deſerta Mongul ubi dicitur eſſe regnum Catay.

Deſerta Camboyæ.

Deſerta novæ Zemblæ.

Deſerta Norvegiæ, Lappiæ, Sueciæ, Finmarchiæ.

Deſerta Americæ, quorum multa forent frugifera ſi colerentur.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

De Oceano.

Quamvis aqua peculiarem ſibi locum vindicet, præcipuæque ejus proprietates ad hunc non pertineant, quæ tamen ad eius ſitum pertinent, ſunt Geographica. Oceanus univerſam tellurem ita ambit, ut jure videatur eſſe quaſi primus meridianus naturalis: ita Pars Oceani quæ Atlantica dicitur,ſeparatque novuum Orbem à vereri. In hora meridiana ſita eſt, pars vero ejuſdem quæ Sinas ab America dividit, mediam noctem occupat, atque ita tellurem in novum veteremque Orbem partitur.

Hæc propoſitio melius probari non poteſt, quàm circumnavigatione, quam fœliciter peregit navis Victoria, ex qua conſtat totam terram Auſtralem eſſe inſulam de quo uſque ad Magellanem dubitatum fuerat. America igitur terræ auſtrali non adhæret, nexum impediendo Magellanico freto. Item dubitabatur aliàs an Africa eidem terræ Auſtrali adhæreret, ſed Luſitani hoc dubium ſuſtulerunt, invento bonæ ſpei Promontorio, quod videtur accidiſſe circa annum 1500. Oceanus varia ſortitur nomina, ſæpiuſque à regionibus quas alluit appellationes mutuatur.

Oceanus Athlanticus eſt ea pars Oceani quæ inter veteris Orbis oram Occidentalem, & novi Orbis littus Oriẽtale ſita eſt. Poſſet dividi in duas partes, quarum una ab æquatore verſus polum boreum protenderetur,altera verſus Antarcticum. Ejus figura eſt irregularis incipitque ad Africæ promontorium viride ferè ab hora meridiana ad tertiam verſus Mexicanum Sinum.

Ad æquatorem incurvatur ad Orientem ad horam ferè nonam,ubi Æthiopicus dicitur Oceanus Pacificus, mare Pacificum *Delzur* inter Americæ oram Occidentalem & Aſiæ Orientales regiones ſitus. Alluit Japonas, Sinas, Camboyam.

Oceanus Hyperboreus circa terram polarem arcticam.

Oceanus Auſtralis, qui Indicus,& Arabicus inter Africam, Aſiam, & terram Auſtralem poſitus eſt, ab hora tertia matutina ad nonam, ad tropicum Canceri protenditur ad fauces Perſici ſinus,& in ſinu Bengala,ad terram Auſtralem ex alia parte Meridionali ſcilicet.

Inter

Inter Sinus præcipuos Oceani primum Sinus locum obtinet Mare Mediterraneum, quod terras ingreditur Freto Gaditano, inter Hiſpaniam & Barbariam ad latitudinem grad.36, circa undecimam, fertutque ad Orientem per tres circiter horas. Dividit Europam ab Africa, & Aſiam minorem, & Syriam alluit. In eo ſinu ſunt alii minores, ut ſinus Adriaticus qui Veneticus dicitur, Theſſalonicenſis, tum Propontis. Inſulas habet Balearicas Sardiniam, Corſicam, Siciliam, Corcyram, Cephaloniam, Zacynthum, Inſulas Archipelagi, inter quas Euboea videtur præcipua, Cretam, Cyprum, Inſulas Dalmaticas.

Propontis à Mediterraneo exiguo freto dividitur ad Dardanelia caſtella, in latit. graduum circiter 40$\frac{1}{2}$ paulò poſt octavam, exinde Boſphorus ad Conſtantinopolin Pontus-Euxinus, ſeu mare nigrum.

Hoc mare ſicut & cætera ſuam appellationem à regionibus quas alluit ſortitur. Habet autem à Septentrione oram Hiſpanicã, Galliã nempe Provinciam, Italiam, Siciliam Illyricum ſeu Dalmatiam, Epirum, Græciam, Peloponeſum, Thraciam; ab Oriente Aſiam minorem, Syriam, ſeu Paleſtinam; ab Auſtro regnum Maroco, Feſſanum, Algerianum, Tunetanum, Tripolitanum, Barca, Ægyptum. Dicitur Ibericus prope Hiſpaniam, Balearicus prope Inſulas Balearicas, Gallicus ad Provinciam, Liguſticus, Siculus, Cretenſis, Archipelagus.

Fluvios excipit Ebrum, Rhodanum, Varum, Arnum, Tiberim, Padum; in Ponto-Euxino Danubium, Tanaim. Excipit item Nilum, alioſque minoris nominis innumeros.

Mare Baltbicum ſeu ſinus Codanus, qui in terras ingreditur, inter Zelandiam Daniæ inſulam, & Gothiæ, Sueciæ continẽtem primò ad Auſtrum deſcendit, tum ad Septentrionem reflectitur, ab Oriente alluit Pomeraniam, Caſſubiam, Boruſſiam, Livoniam ab Occidente, Sueciam & Lappiam, tres habet ſinus ſecundarios, Bornicum, Finnicum, & Livonicum, fluvios nonnullos excipit.

Mare Rubrum, ſeu Sinus Arabicus, qui inter Arabiam, & Africam protenditur ad Noroeſt, ejus fauces ſunt in latitudine boreali graduum 12, circa horam ferè ſeptimam, excurrit ad 30 ferè gradum latitudinis, innumeras habet inſulas, dividiturque à mari Mediterraneo Iſthmo 24 leucarum, ut volunt nonnulli, alii pauciorum, fluvios non excipit.

Sinus Perſicus priori ferè parallelus inter Arabiam, & Perſiden ſitus, ex Oceano Indico ad Ormuſiam in latitudine graduum 25. media ante ſextam in terras ſe inſinuat, Euphraten excipit.

Sinus Californiæ, inter Californiam, & Hiſpaniam novam, & Mexicum protenſus. Ejus fauces ſunt ferè in tropico Cancri, hora ſexta veſpertina, fluvios non excipit.

Sinus Nanquin inter Coream & littora Sinici regni, & Tartariæ à Septentrione in Auſtrum excurrit. Ejus fauces ſunt in latitudine boreali graduum 33. hora ſeſquiprima matutina. Hi ſinus fauces habent ſtrictiores, patentiores habent qui ſequuntur.

Sinus Mexicanus, inter Americam Septentrionalem, & Auſtralem poſitus, ſeparatus à Pacifico, Iſthmo Mexicano ab hora ferè tertia veſpertina ad quintam protenſus, multitudine Inſularum Ægeo ſuperior.

Sinus Gangeticus ſive Bengalæ, inter Indiam, & Malacenſem Cherſoneſum, inter tertiam & quartam horam matutinam ad tropicum Cancri, Gangem excipit, alioſque.

Sinus inter Malacam, & Camboyam, alluens regnum Sian, in latit. grad. 10. hora tertia matutina.

Sinus Ruſſicus mare Album influit in terras ex Oceano Septentrionali ad horam ſeptimam matutinam, ſub polari circulo inter Lappiam, & extremam Ruſſiam, ibi eſt Emporium celebre, cui nomen Archangel fluvios excipit.

Mare Lanchidol in Oceano Indico versùs terram Auſtralem.

Mare Hudſonii ad Canadenſes, inter Canadenſes, & terras Septentrionaliores.

Freta.

Fretum Magellanicum ab inventore ſic dictum; ut ab Athlantico in Pacificum penetraret, latitudo eſt nonnunquam tantum ſemimilliarii, longitudo 400 milliariorum in latit. auſtrali 52. 30. ſub America Auſtrali ad horam tertiam veſpertinam.

Fretum *Le Maire* huic parallelum, ferens pariter ab Atlantico ad Pacificum, ſed breviori via, in lat. gr. 54 30.

Fretum Manilias inter Luconiam & alias Philippinas ſitum, Leucarum 100. Periculoſiſſimum, hora ſecunda in lat. boreali 15. ſyrtes habet innumeras, conjungit mare Pacificum cum Indico, ſunt alii tranſitus vicini liberiores.

Fretum Vaigats, ferens ex mari Septentrionali ad Tartaricum, hactenus Europæis clauſum fuit, ob rigentes ibi perpetuò glacies.

Fretum Glaciale inter novam Zemblam, & Spitzbergam.

Fretum Davis inter Groenlandiam, & Americam Septentrionalem.

Fretum Anian inter Americam Septentrionalem, & Tartariam: quod adhuc incertum eſt.

Fretum Herculeum, ſeu Gaditanum, conjungens Mediterraneum cum Oceano, latitudinem habens milliarium 18, longitudinem majorem.

Fretum Danicum inter Zelandiam, & Scandiam, conjungens Oceanum cum mari Balthico, latitudo eſt unius milliarii, cum dimidio. Sunt alia duo, inter Zelandiam, & Funen.

Fauces Arabici ſinus ad Aden Emporium.

Fauces Perſici ſinus, quod quia anguſtius non eſt ipſo ſinu impropriè dicitur fretum.

Fretum Siculum inter Siciliam & Italiam, celebre Scyllâ & Carybdi.

Fretum Helleſponti conjungens Propontidem cum Ægeo.

Boſphorus Thraciæ ſupra Conſtantinopolim, conjungens Propontidem, cum Ponto-Euxino.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Brevis enumeratio Regionum quas mare alluit.

Ut ſenſim Tyronum imaginatio aſſuefiat ſitui regionum, optimum erit ſi oram maritimam ſequamur in mappa Geographica, omneſque regiones quas mare alluit recenſeamus.

Incipiamus à Freto Vaigats, nempe à termino Septentrionali Veteris Orbis, ſeu aggregari ex Europa, Africa, & Aſia. Eſt igitur hoc fretum in

lat. boreali grad.70. paulò poſt ſextam matutinam. Huic freto adjaces ab Auſtro Samoieda, tum Moſcovitiei segni Provineia, exinde Oceanus borealis, qui flectitur ad Noroüeſt, habet ab Auſtro Lappiam & Norvegiam, quam alluit ab Occidente Oceanus Atblanticus, circa horam decimam; in latitudine graduum 60, tum flectendo verſus Ortum Scaniam & Gothiam, ibi occurrit mare Balthicum alluens, Sueciam Finlandiam, Livoniam, Boruſſiam, Caſſubiam, Pomeraniam, Holſatiam, & Jutlandiam.

Idem Oceanus intercurrit ioter Angliam & Europam, alluitque Danos Batavos, & Flandros.

Tum Gallia à Septentrione, & ab Oceidente, exinde Galleciam Hiſpaniæ, & Luſitaniam ad fretum ferè Gaditanum.

Mare Mediterraneum oram Hiſpanieam alluit, nempe à 36 gradu lat. bora undecima ad 43 gradum: ibi allnit Provineiam, tum Ligures, totamque Italiam ad Siculum fretum. Adriaticus verò Sinus partem Septentrionalem Italiæ alluit, & Dalmatiam à meridie: exinde ruiſus Græciam Peloponeſum, Traciam. Pontus-Euxinus habet à Septentrione Tartariam mioorem, ab Oriente Colchidem, ſeu Mingreliam, à meridie partem Aſiæ Minoris, cujus Occidentalis ora Ægeo mari alluitur, meridionalis mari Mediterraneo, quod ab Oriente Syriam habet, tum à meridie in Africa Ægyptum Barcam, Barbariam, nempe ditiones, Tripolitanam, Tunetanam, Algerianam ad Gaditanum Fretum, Fes, & Maroc.

Oceanus Athlanticus habet ab Oriente regna, Fez & Maroc Zaffala Gualata ad Promontorium uſque Viride nempe ad latit. borealem graduum 15, tum flectitur in orbem verſus Orientem per duas circiter horas. habetque à Septentrione Madinga Guineam, Baſara, Benin, procedit que ad Auſtrum nempe ab Æquatore ad gradum lat. Auſtralis 35 ad Promontorium Bonæ Spei, babetque ad ortum regna Congo, Angola, Monomatapa, quod ultimum etiam alluit à meridie, ſicut & Mozambicum, Guiloa, Magadoxo; Doara, ad fauces uſque Arabici ſinus.

Arabieus ſinus habet ab occaſu Lacca, Daſila, Ægyptum, ab ortu, Arabiam deſertam, Petroſam, ubi Mecca, Arabiam fœlicem, regnum Adenicum ad fauces; ſequitur Perſicus ſinus, babens ad occaſum Fœlicem Arabiam, Ayman, ab ortu Ormuſiaoum regnum ad fauces, & Perſidem.

Exinde mare Iodicum alluit oram meridionalem Perſidis, Cambayæ, Narſingæ Indoſtanis; exinde ſinus Malacenſis, habet ab ortu Indias memoratas, Bengala Camboyæ, tum mare Occidentale alluit oram Meridiooalem & Orientalem Sinarum, tum Tartaria, quàm etiam à Septeotrione luſtrat.

In latit. graduum 35, eſt Inſula Japon.

Americam item Oceano circumſcribemus, incipiemuſque à freto Davis, & mare Hudſonii, legemuſque littora novæ Angliæ ſupra latitudinem borealem graduum 5a hora ſecunda. Sequitur Canada, ſeu Nova Francia, exiude Virginia Florida, quas regiones mare Atblanticum habet ab occaſu.

Flectitur ad Mexicum, in cujus Iſthmo ſunt nova Granada, Biſcaya, Gallecia.

Tum ad Orientem redit, alluitqoe à Septentrione & Oriente, Braſiliam Paraquariam ad Fretum Magellanicum. Pacificum mare alluit littora Occidentalia regni Chili Peruviæ, Iſthmi, Mexicani, Californiæ, novæ Albionis, Quisivæ regni Anium.

Terram polarem Arcticam ita legemus, à freto Davis, ſunt littora Groenlandiæ, & Spitsbergæ, deinde littus novæ Zemblæ.

Terra Auſtralis incognita ſeu Magellanica incipit à freto *Le Maire* & variis flexibus ad regionem Beach, ubi ſinus eſt maris Lunthidol, hinc littora Novæ Guineæ.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Nonnulla Oceani proprietates.

Jam probavimus libro primo omnium liquidorum ſuperficiem ſphæricam eſſe, & conſequenter ex aqua & terra unum fieri globum. Ex quo ſequitur mare non eſſe majoris altitudinis quam littora. Si enim eſſet altius quam littora, cum propter fluiditatem facilè dividatur, & ad loca decliviora defluat, facile ad littora tenderet & ea tegeret. Aqua enim hoc habet, ut ſemper ex locis altioribus ad minus alta feratur. Secundò ſi talia altitudo daretur in medio mari, ex majori diſtantia videretur quam ferat ejus convexitas ſphærica, & pariter qui in alto mari exiſteret, detegeret littora ex majori diſtantia: ſed experientia compertum eſt, non videri mare ad majorem diſtantiam ſi reſpiciamus ſecundum littora, quam proſpiciamus in altum mare; ergo ibi non magis attollitur. Deinde ſi fluctus exiguus diu ſuſpenſus non poteſt permanere, multò magis tantus aquarum cumulus; vel afferatur cauſa continens aquas ne defluant, quæ non per ullum miraculum detinentur; ſed quod providentia Divina ei aggeres oppoſuerit, id autem inde ſit manifeſtum, quod ſi alicubi aggeres fodiantur, & ſolum inveniatur alicubi nonnihil humilius, vera aqua influat.

Poſſent objici duo, primū quod ſi ex littore mare proſpicias, illud videas attolli, ſed in planitie æquabili, & ambulacro ad libellā exacto idem eveniat; ſecundùm leges opticas nempe quod per radium ſemper altiorem, & minus diſtantē ab horizontali linea, per oculum ducta, videatur quare facile ſolvitur objectio. Secundum quod ſicut gutta aquæ in pavimentum effuſa colligit ſe in ſphæram, terræ excentricam, ita etiam mare idem præſtare poſſet. Reſpondeo diſparitatem eſſe maximam inter guttam aquæ, quæ ita facilè diſpergi non poteſt, ob modicam gravitatem, & aëris reſiſtentiam, & totum mare, quæ diſparitas clara eſt. Si enim copiam ingentem aquæ effundamus in ſphæram unicam non coaleſcet, ergo neque mare.

Multò minus poſſes requiri hæc maris altitudo ad explicandam fontium ſcaturiginem. Oſtendimus enim cum de fontibus hanc maris altitudinem nihil poſſe ad hoc efficere, ſi enim aqua in hunc cumulum elata, non defluit ad littora humiliora, multò minus defluet ut feratus ad montium cacumina.

Quærunt nonnulli an Oceanus ejuſdem ſit obique altitudinis. Vult Ariſtoteles aquas eſſe altiores ad Septentrionem, quam ad æquatorem, ratio videtur eſſe quod ſit aliquis aquarum fluxus generalis à Septentrione ad æquatorem, confirmari poſſet opinione aſſerente tellurem eſſe nonnihil Ellypticam, multa tamen obſunt primum quod ſi tellus

tellus eſſet Ellyptica perpendicula, non caderent perpendiculariter ad lineam tangentem, vel rueret tota doctrina de tendentia gravium ad centrum terræ, hoc item poſito, ita magno impetu fluere deberent aquæ, verſus æquatorem, ut tandem alveos ſiccos relinquerent, vel oſtendatur, quomodo hoc damnum reſarciatur. Vera igitur ratio hujus fluxus eſt quod cum ſol ſuum curſum in zona torrida habeat, plurimos vapores educat, ex zona torrida, qui potius recidunt ad partes polares, & cùm aqua defluat ad loca inferiora decurrit ad zonam torridam.

Quærunt nonnulli an Oceanus ſit altior mediterraneo mari, id volunt nonnulli quod Oceanus influat, in mediterraneum. Hæc tamen ratio non eſt efficax, influit quidem ex parte Africæ Oceanus in Mediterraneum propter generalem fluxum à Septentrione ad æqoatorem, ſed fluxus ille totum circuit mediterraneum, qui deinde ſe exonerat in Oceanum ad partes Hiſpaniæ. Hunc fluxum ſequuntur piſces Tunni, qui ad littora Africæ currunt ad ortum, ad littora Italiæ, & Galliæ ad occaſum. Ad oram Africæ ſunt pingues, ad littora Galliæ macilentiores.

Afferunt nonnulli Mare Rubrum altius eſſe Mediterraneo, omiſſumque conſilium de perfodiendo eo Iſthmo, ne tota Ægyptus inundaretur, quæ cenſebatur humilior ſinu Arabico. Tellus autem Ægypti videtur altior aquis Nili. Nilus altior mediterraneo ita nonnulli ratiocinantur. Sed puto fabuloſum quod dicitur de omiſſo conſilio ob illam rationem, libellatio enim tanta exegiſſet non unicam obſervationem, ſed plures. Sed ſi mare rubrum licet altius non exundat ideo quia aut montibus, aut aggeribus continetur, ut Nilus verè altior eſt Ægypto, ſed aggeribus continetur, qui perfodiuntur, ut exundet. Quare neque ſic probatur altitudo major Rubri Maris. Sed in his omnibus determinandis, pluribus obſervationibus opus eſſet. Potuerunt igitur eſſe aliæ cauſæ omiſſi conſilii, ut modo Turcæ propter alias rationes illud omittere debent.

Colores varios habet aqua maris, communiter cœruleum, alibi fuſcum. Maris Rubri appellatio, ab arena provenit quæ hunc colorem habet, ubi verò miſcetur cum aqua, eam inficit ſimili colore ubi vero ſubſidit aqua limpida eſt.

Circa Promontorium Viride mare viride conſpicitur, ab herbis quæ innatant aquis, quæ ita implicantur, ut curſum navigiorum remorentur, quæ indigent vento ſatis forti, ut perrumpant, vocant Mare Sargaſſo. Dicunt nonnulli has herbas inveniri à 20 gradu latit. borealis, ad 34 Auſtralis, id eſt ad Promontorium Bonæ ſpei.

Alibi conſpiciuntur fluitantes arundines, ut prope idem promontorium.

Ad littora Inſulæ S. Laurentii, inveniuntur corallia rubra, & alba. Sunt autem frutices molles quidem ſub aqua, qui poſtea indurantur, inveniuntur ad littora Sardiniæ prope Tabarcam, quæ eſt inſula in Tunetana ditione, in aliis item littoribus Africæ in Mediterraneo mari.

In ſinu Balthico ad littora Boruſſiæ ejicitur ſuccinum.

Ad littora Braſiliæ ambra ejicitur, ad Promontorium Viride, ad Inſulam Madagaſcar, ad Inſulam Sumattam, & alibi, inveniuntur nonnunquam fruſta 500 & 1000 librarum, immo & plurium.

Ad Guineam, Congo, & Angola, accreſcunt navibus Conchæ virides.

In ora Armoricæ Galliæ carinis navium increſcunt volucres, quæ ſenſim formantur roſtro in navim impreſſo, quæ avelluntur ubi moveri incipiunt, & mare petunt.

In littoribus Malabaricis Serpentes feruntur in ſuperficie aquæ.

Ad fretum Magellanicum nonnunquam aqua apparet rubra, ex infinita vermiculorum rubeorum multitudine, qui excepti manu hinc inde ſaltant ad modum pulicum.

Salſedo maris, ex admixtione à ſalis, ſeu alterius materiæ oritur, vapor tamen ſolis calore eductus è mari, ſalſus non eſt, ideoque pluviæ ſalſæ non ſunt, licet ſi educatur ex Alembico vapor ex aqua ſalſa, ſalſedinem omnem non exuat, evaporatio enim quæ fit calore ſolis ſubtilior eſt. In partibus polaribus aqua non eſt ita ſalſa, quia ibi ex pluviis, & nivibus abundat aqua dulcior.

Cæteræ proprietates Oceani ut motus, ſive regulares ſive irregulares non ſunt hujus loci.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

De Lacubus & Fontibus.

Præcipuæ difficultates quæ circa fontium ſcaturigines moveri poſſunt non pertinent ad hunc tractatum, qui de geographicis tantum agit.

Primò dantur aliqui lacus, qui neque emittunt neque excipiunt fluvios, aut fontes quos ex pluviis generari exiſtimo, aliquando arte fiunt, nonnunquam caſu: ita vidimus in Sabaudia rivulum aliquem obſtructo, per caſum colliculi tranſitu in lacum excreviſſe, qui facta poſt multos annos ſibi via, maximam ſtragem edidit, & pagum integrum pene obruit.

Lacus Parima in America ſub æquatore hora ſecunda, trecentarum leucarum longitudinis, nullum fontem excipit aut emittit.

Plerique tamen lacus fluvios emittunt, ut Volga fluvius qui ſe in Ponthum Euxinum exonerat, originem ſuam ducit, à lacu in Moſcovia ejuſdem nominis.

Lacus Kithay in lat. bor. gr. 53, hora ferè quarta, fluvium emittit in mare Tartaricum. Odoium ex quo Tanais. Adac ex quo naſcitur Tigris, qui in Euphratem ingreditur.

Lacus Chiamay nonnihil Orientalior Gange, ex quo quatuor fluvii oriuntur, nempe Menau, Axa, Coſmum, Martavan, qui exundant ſicut Nilus.

Lacus Cincuyhay in finibus Sinarum, magnum fluvium emittit ad Septentrionem qui Sinas ingreditur.

Lacus Anibi in Aſia in latit. 61 grad. hora ſeſquitertia emittit fluvium in Septentrionem.

Lacus Titicaca in Carca Americæ Auſtralis provincia cujus ambitus eſt 80 Leucarum, magnum fluvium emittit qui terminatur ad parvum lacum, nec amplius apparet.

Lacus Nicaragua in provincia Americæ Auſtralis, in lat. Auſtrali 34, leucis tantum 4 à Mari Pacifico diſtans, 80 à mari Athlantico, in quod per magnum fluvium influit.

Lacus apud Iroquenſes ex quo oritur fluvius

S.Laurentii,

S.Lautentii, ſunt alii plurimi lacus & inſignes apud Canadam.

Aliqui Lacus fluvios excipiũt nullos emittunt.

Lacus Aſphaltites ſeu mare mortuum in Paleſtina, Jordanem excipit. Alius minor in Aſia minori, alius in Perſide. Soran lacus io Muſcovia.

Alii Lacus excipiunt, & reddunt fluvios, ut Lacus Lemanus Rhodanum excipit, & reddit.

Tales ſunt Lacus Nicienſis, Burgerenſis, qui tres ſunt in Sabaudia.

Lacus Zaire in Africa à 13 ad 16 gr. lat. Auſtralis extenſus, è quo tres fluvii iogentes Nilus, Cuama, Zaire.

Lacus Zaflan non longè à Zaire, mittit amnem in Nilum.

Lacus Sachaf prope Promontorium Bonæ ſpei, è quo erumpit fluvius Sancti Spiritus eſt in lat. Auſtr. 21.

Alius Vaby in latit. Auſtr. 25. emittit fluvium Infante.

Lacus Aquilunda excipit fluvium ex Zaire, aliumque emittit in regnum Congu.

Lacus Onega in Finlandia longus 45 leucas, latus 30, emittit fluvium in lacum Logodam.

Lacus Logoda emittit fluvium.

Lacus Oſera accipit fluvium Kouſan, emittit Soſnan, qui influit in Volgam.

Lacus Enarach in Japonia, longus 40 leucis, excipit fluvium Avilam, emittit fluvium Paes.

Lacus Ula in Muſcovia.

In China 4 Inſignes.

In Braſilia pariter.

Lacus ferè omnes aquam dulcem continent, ut pote ex imbribus geniti, excepto Aſphaltite lacu in Paleſtina qui licet aquam dulcem, nempe Jordanem excipiat, fœtidum tamen exhalat odorem.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

De Fluviis.

Longum eſſet, & operoſum omnes fluvios recenſere, ideo eos tantum recenſebo, qui habent aliquid peculiare.

Aliqui fluvii ſub terram ſe condunt, rurſuſque erumpunt.

Primò Niger fluvius Africæ qui in mare ad promontorium viride ſe exonerat, ubi occurrit montibus Nubiæ, ſub illis conditur, & ex altera parte erumpit.

Rodanus ſubit montium voragines, poſt Genevam, non tamen ita conditur, ut hyatus non appareat.

Tigris in Meſopotamia conditur ſub monte Tauro, & poſtquam ſubiit lacum Toſpiten rurſus latebris conditur.

Lycus, & Eraſinus in Arcadia.

Alpheus Achaiæ fluvius, qui ut volunt Poëtæ ſubterraneo meatu fertur ad Siciliam enaſciturque & dicitur Arethuſa. Id ex tali ſigno collegerunt, quod Arethuſa, quarto quoque anno, poſt celebrata Olympica certamina, turbaretur, eo quod in Elide ejectamenta pecudum, & victimarum in Alpheum projicerentur.

Guadiana fluvius in Hiſpania, inter Luſitaniam, & Beticam per octo, aut 10 Leucas conditur.

Dan qui in Jordanem influit.

Quidam fluvii ſtatis temporibus exundant, inter quos celeberrimus Nilus. Incipit autem inundatio circa 17 Junii, cauſa diu ignota fuit. Neque enim in Ægypto ſunt pluviæ, eo tempore, ſed potius ſiccitas. Unde multi Eteſiis hoc incrementum tribuerunt, ſed Eteſiæ licèt inhibeant fluminis curſum, multúmque conferant ad augmentum, non tamen tantam intumeſcentiam poſſent producere. Nam aliis temporibus boreas vehemens ſimiliter ſpirans contra fluminis curſum nihil tale producit. Vera igitur cauſa ſit quod Nilus originem ducat à Lacu Zaire, ſito in 10 gradu latitudinis Auſtralis, in quem exonerantur montium juga, iis autem locis, menſe Junio hyems incipit, quæ pluviis, non frigore definitur. Multas in ea inundatione difficultates movent nonnulli, valde inutiles, ex falſa circumſtantiarum ſuppoſitione.

Niger fluvius Africæ, ſtatis etiam temporibus exundat, ratio communis eſt, cùm ex alio vicino lacu originem ducat.

Fluvius Argenteus Braſiliæ eodem etiam tempore exundat.

Ganges menſibus pluviis illarum regionum, nempe Junio, Julio Auguſto exundat.

Pariter omnes fluvii qui ex Lacu Chiamay orti ſe exonerant in Bengalenſem ſinum tranſeuntes per regna Pegu, & Sian, menſibus Junio, Julio, Auguſto, exundant, ſicut & Macon fluvius Camboyæ.

In Coromandelia fluvii exundant.

Eufrates Meſopotamiam inundat.

Denique Sus fluvius Numidiæ.

TRACTA-

TRACTATUS XI.

DE MAGNETE.

MAGNVM haud dubiè naturæ, in informi lapide ludentis miraculum, explicandum ſuſcipio, dum Magnetem propono, cujus proprietates non minùs utiles, quam prodigioſas, hoc toto tractatu proſequor. Quamvis autem multùm phyſicam ſapiat, minuſque matheſin ſpectare videatur: quia tamen ſine lineis, & angulis, intelligi ſatis non poteſt, infinitaſque praxes continet noſtri juris, ideò Magnetem tacitus prætermittere non potui. Magnes igitur aut à Magneſia regione, in quâ luculentus, & eximiæ virtutis effoditur, nomen traxiſſe ferunt: aut à Magnete Paſtore, qui Primus in Ida monte, ex baculi ferrea cuſpide ei adhæreſcente detexit. Varia ſortitus eſt nomina. Dictus eſt Heracleus, ſeu Herculeus, quòd ſicut Hercules monſtra, ita ferrum Magnes domaret, à nonnullis Sideritis, ſeu ferreus dictus & Gallis aymant, quod ferrum amet, Italis, calamita.

Ejus natûra lapidea videtur; eſt tamen potiùs metallica, ſeu ditior ferri vena, cum ex eo chalybs eximiæ notæ educatur. Colorem habet non unicum, ſed varium, fuſcum ut plurimum; ſi tamen poliatur in ferrugineum deſinet. Datur & Magnes Albus; cum enim ferri vena in medio marmore, ut plurimùm lateat, inde fit, ut quoties dives non eſt, prævaleat marmoris color; Magneteſque ſint debiles, & minùs generoſi, qui colorem habent album, immò abraſis venis nigricantibus, tota fere deperit virtus Magnetica.

Magnetis virtutes variæ ſunt, revocari tamen poſſunt ad duas. Prima erit attractiva, quòd nempe ferrum ad ſe alliciat & hæc antiquis non fuit incognita; ut videre poſſumus apud Platonem alioſque quamplurimos. Extat Claudiani Elegans Poëma de Magnete.

Altera verò erit directiva, quâ ſe dum liberè ſuſpenditur ſecundum lineam meridianam accommodat, de qua nihilominùs antiqui, ſolum enim cùm Deus optimus maximus, pro ſuâ in homines providentiâ, diſſitas, & toto oceano remotas nationes Chriſtianis ritibus imbuere voluit, à trecentis circiter annis, directionem hanc Magnetis detexit. Melphitani in regno Neapolitano primi pixidem Nauticam inſtruxiſſe dicuntur, circa annum milleſimum trecenteſimum; nonnulli Paulum Venetum è regno Sinenſi eam in Europam detuliſſe circa annum 1260.

Invenimus autem Poëtam Gallum ita luſiſſe circa illa tempora.

Icelle eſtoile ne ſe muet,
Un art font qui mentir non puet,
Par vertu de la marinette,
Qui eſt une pierre noirette,
Alaquelle le fer volontiers ſe joingt.

Quidquid ſit de inventore, hoc invento nihil ad humanos uſus accommodatiùs excogitari potuiſſe, aſſero; ut in decurſu ſatis patebit.

Authores qui de Magnete egerunt ſunt iſti, Chabotus Primus Magneticorum variationem detexit; Fracaſtorius rationem quærit Magneticarum directionum, eamque in montes Hyperboreos transfert, Cardanus ſtellæ Cynoſuræ, Conimbricenſes alicui parti cœli. Martinus Corteſius, Beſſardus, Iacobus Severinus, Robertus Normannus, Franciſcus Maurolicus, Baptiſta Porta de Magnete ſcripſere. Noviſſimè vero Guillelmus Gilbertus, medicus Londinenſis, Patres Cobaus, Kirkerius, Grandamicus, Leotaudus è noſtra ſocietate, Magnetis naturam ſcrutati ſunt; ſcripſere & nonnulla Goſſendus, Charteſius, ſed eam materiam tantùm deliberunt.

Ordo primi libri talis erit, experimenta omnia referam eaque in certos ordines diſtribuam. Primus ordo continebit omnia experimenta, quæ ad vim ferri aut Magnetis attractivam, aut repulſivam pertinent, Secundus vim directivam ad polos Magnetis ſtabiliet, Tertius vim directivam ad polos terræ, Quartus declinationem, Quintus inclinationem, Sextus communicationem virtutis.

Secundo libro; concluſiones certas ex his principiis deducemus, incertas & probabiles attingemus variaſque opiniones referemus & refutabimus.

Tertius, aliquas praxes continebit à Magnete deſumptas.

DE MAGNETE
LIBER PRIMVS.

PRIMUS ORDO EXPERIMENTORUM.

Experimenta ſpectantia ad vim attractivam, & repulſivam.

Primum experimentum. Habeatur pixis magnetica communis, in quâ nempe acus ferrea, aut chalibea in æquilibrio poſita, in omnem partem



moveri poteſt, cui magnes A admoveatur; quamvis acus ad certam aliquam mundi plagam meridianam ſcilicet obverſa, quieſceret, ab ea quiete, & conſtanti ſitu demovebitur: unoque extremo ad magnetem convertetur. Si pixidi magnes ſubjiciatur, eique circumducatur in orbem movebitur acus.

Experimentum ſecundum. Si pro magnete A ferri venam adhibeas, idem ſequetur effectus, præcipuè ſi dives fuerit, immò, ut ipſemet expertus ſum, ſuis non caret polis, & modò acûs fuſcinulam, modò cuſpidem attrahit, ex quo concludere licèt, magnetem nihil aliud eſſe, niſi ditiorem ferri venam.

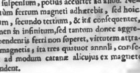
Experimentum tertium. Hæc ferri præcipuè verò liberi, ſeu ſuſpenſi in æquilibrio, à magnete attractio, interpoſito quocumque corpore, ſimiliter ſequetur, ut interpoſitâ menſâ, lignea, ebore, ære, cæteriſque ſolidioribus materiis, excepto tamen ferro, propter peculiares rationes inferiùs explicandas.

Experimentum quartum. Si magnetem ferreo pulveri, aut magnetico ad moveas, adhærebit hinc inde illius extremitatibus, ad modum barbæ.



Experimentum quintum. Si ferrum A verbi gratiâ, exiguo ſuberis fruſto innixum, aquis innatet, cui admoveatur magnes B, ſequetur ferrum, in omnem partem; idem dico de magnete C, cui ſi ſi admoveatur alius magnes D, pariter in omnem partem ſequetur. Ex quo principio varia poſſunt in aquis ludicra exhiberi, ſi enim vaſi E immò menſæ cui innititur, ſubjiciatur magnes, occultiſque rotulis, & elateriis quomodocumque moveatur, ſimilis in magnete, aut in acu motus producetur. Ut ſi orbem ſpatio duodecim horarum ſubjectus magnes circumducatur, eodem tempore magnes innatans, ſuam circumvolutionem abſolvet horaſque indicabit.

Experimentum ſextum. Si ſtylus ferreus magneti admoveatur, ad illum accurret, atque ita firmiter ei adhærebit, ut pendeat. Poteſt item vice versâ magnes ferro adhæreſcere, & ab eo pendere, neque enim magnes potiùs ferrum trahit, quàm ferrum magnetem: quare ſi attractionem ſpectemos, quod liberius eſt, verbi gratiâ levius, aut liberius ſuſpenſum, potiùs accurret ad aliud. Neque tantùm ferrum magneti adhærebit, ſed huic ſecundum, ſecundo tertium, & ità conſequenter, non tamen in infinitum, ſed tantum donec aggregatum pendentis ferri non ſuperet, virtutem attractivam magnetis; ita tres quatuor annuli, conſequenter ad modum catenæ alicujus ex magnete H dependent.



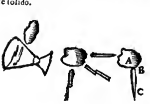
Experimentum ſeptimum. Si duo magnetes aquis innatent, aut duo quælibet ferramenta, ad invicem concurrent in certo nempe, & determinato ſitu, alioquin ſe invicem fugient, donec conſtituantur extra fines ſphærarum activitatis.

Experimentum 8. Ad eandem ferri ſuſpenſionem revocari poſſunt rotulæ illæ, quibus digitorum compreſſione à pueris motus imprimitur: ſi enim ſtylum ferreum AB inſeras rotulæ C, cui deinde motum vertiginis digito imprimas, tum magnetis polum admoveas, adhærebit ſtylus, non tamen propterea ſiſtetur ejus motus, ſed diuturnior erit, quàm ſi menſæ rotula incumberet; & quò infirmior erit, magnes, infirmiorque adhæſio,

ſio, eò minus ſiſtetur hic motus; quò validior & generoſior magnetis virtus, eo faciliùs extinguetur.

Experimentum nonum. Magnes armatus, hoc eſt cui convenienter, ſeu ad polos, aptatum eſt ferrum, aut perforato axe, ferreus ſubſtitutus eſt, ad ſuſpendendum ferrum maximè juvatur. Ita ut nonnunquam decuplo majus pondus ferri ſuſtentet, quàm antea; modò tamen inter magnetem, & ferrum nihil mediet: ſi enim ferrum immediatè non tangat, non erit validior attractio armati, quàm inermis.

Experimentum decimum. Acus ferrea magneti adhærebit, etiam interpoſito vitro, aut alio corpore ſolido.



Experimentum undecimum. Impoſſibile eſt phyſicè, ut ferrum inter duos magnetes ſupenſum maneat. Multa ſunt quæ licet Metaphyſicè loquendo poſſibilia ſint, tam accuratam tamen requirunt diligentiam, ut pro impoſſibilibus haberi debeant. Ut mola aſinaria poteſt quidem abſolutè loquendo, cuſpidi acus inniti, invento ſcilicet centro gravitatis, qui tamen id præſtiterit, mihi futurus eſt magnus Apollo. Idem in præſenti negotio aſſerere poſſum, quamvis enim P. Cabæus affirmet ſe voluiſſe id aliquando tentare, in acu aliqua, adhibitis nempe duobus magnetibus ſatis æqualibus, ſecundum polos amicos, tum acum in medio ita collocavit, ut quamdiu ſentiret majorem unius magnetis attractionem, tamdiu ſenſim acum alteri magneti admoveret; tandem evicit, ut acus per illud ſpatium quo recitarentur quatuor exametri verſus, in medio duorum lapidum ſuſpenſa hæſerit, quâlibet tamen aëris commotione, alterutri ex magnetibus adhæſit. Unde ruit totum illud Mahometani ſepulchri commentum, quod ita à veritate abhorret, ut Turcæ etiam qui Meca redeunt de hoc negotio nihil unquam audiverint. Quamvis ergo magnâ aliquâ induſtriâ conſequi poſſemus ut ferrum inter magnetes pendulum ſiſteremus, in eo tamen ſtatu perſeverare non poſſet.

Ferrum in aëre pendere poteſt ſi retineatur filo aliquo, ne ad magnetem accedat.

Experimentum 12. Ferrum ignitum non trahitur à magnete, immò per vehementem ignitionem, tam ferrum, quàm magnes, omnem verticitatem amittunt.

Experimentum 13. Ferrum magneti aliud ferrum eripit; ſæpeque imbecilior magnes, ferrum fortiori auferet, hoc prodigioſum, & ab omni veriſimilitudine alienum, experientia tamen comprobatum eſt. Ut ſi ferrum magneti adhæreat & ex alia parte eidem ferro aliud ferrum, aut debiliorem etiam magnetem admoveas; huic relicto potentiori magnete, ferrum adhærebit; quamdiu verſabuntur intra ſphæram activitatis majoris magnetis.

Experimentum 14. Magnes fortiùs trahit ferrum mundum quam rubiginoſum, meliùs chalybem quam ferrum, meliùs item temperatum, quam molle.

Experimentum 15. Magnes qui duas ferri uncias ſuſtinere poteſt, non poterit regere unam ferri, conjunctam cùm altera uncia alterius metalli, aut corporis cujuſcumque non ferrei. Ex quo ſequitur, aut ferrum ipſum conferre aliquid ad talem adhæſionem, aut magnetem ferrum totum ſua virtute complete.

Experimentum 16. Figura magnetem maximè juvat, unde informes minori pollent virtute, quam politi, intra figuras, rotunda, & ovalis cæteris, ut plurimum præſtat

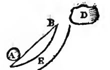
Experimentum 17. Ferrum aliàs excitatum, ſæpiſſime, ægrè admodum à magnete trahitur.

Experimentum 18. Difficilius, & lentius ferrum à magnete repellitur quam trahatur.

Experimentum 19. Faciliùs ferrum quâ parte craſſius eſt trahitur à magnete, quàm ea, quâ eſt gracilius: ut magnes A admotus ſtylo ferreo BC; fortiùs & faciliùs illi adhærebit, ſi admoveatur illius extremo B, quam ſi cuſpidem ejus C tangeret.

Nonnulli exiſtimarunt ex combinatione duarum facultatum, quæ in corporibus magneticis elucent, gravitate ſcilicet, & virtute magneticâ, poſſe celebre illud motûs perpetui problema ad exitum perduci.

Modum unum refert Pater Cabæus. Supponit autem facilius trahi, pondus quodcumque per planum inclinatum, quàm ſi perpendiculariter



elevaretur, ut globus A facilius trahetur, ſeu cogetur ad aſcenſum, per planum inclinatum AB, quàm ſi per lineam ED ſurſum traheretur, ex quo ſequitur virtutem ſufficientem ad trahendum globum A, ſecundùm planum inclinatum AB, non eſſe ſufficientem ut eum attollat, aut ſuſtineat perpendiculariter. Ponamus dari globum ferreum A, & magnetem D poſſe quidem globum A attollere per planum inclinatum A B, non poſſe autem eum perpendiculariter attollere, aut in aëre ſuſpenſum detinere. Si in pede plani inclinati AB, ponatur globus ferreus A, & magnes in D, attolletur ſeu trahetur per planum inclinatum A B, dum verò globus pervenerit in B, ubi deficit planum, non ſuſtinebitur caderque per BE vi gravitatis ſuæ, rurſuſque reſtituetur in locum A, unde rurſus attrahetur à magnete per planum inclinatum AB.

In multis deficit hoc ratiocinium, & primò quidem aſſero, quod ſi magnes D, poſſit in fine plani inclinati attollere globum A, poterit illum detinere in puncto B, etiam in aëre pendentem. Secundò in puncto A globus non eſt adhuc ſupra planum inclinatū, unde tanta requiritur virtus, ut

ſtatuatur ſupta planum inclinatum, quanta ad eum detinendum in puncto B. Alia multa dici poſſent quibus brevitatis causâ ſuperſedeo.

SECUNDUS ORDO.

Experimenta ad vim directivam verſus Magnetis polos pertinentia.

Quæ hactenus de Magnete tetulimus experimenta, concluſioneſque ea iis deducendæ, veteribus philoſophis fuerunt cognita, quæ verò hoc & ſequentibus ſectionibus referentur, iiſdem prorſus iocognita fuerunt.

In genere ergo dicete poſſumus, non inconcinnè, ferrum à Magnete attrahl, aut repelli; ſed certo ordine, & ex præſcriptis quaſi legibus illi conjungi. Unde noo incongruè hujus philoſophiæ authores, polos in Magnete excogitarunt, & conſequenter ſuum aſſignarunt æquatorem, æquatorique parallelos circulos, ſuos item meridianos, ſeu circulos horarios, per utrumque polum deſcriptos: non incongruè (inquam) tales in Magnete polos excogitator eſſe: nam cum virtus Magnetica, præcipuè indita ſit corporibus Magneticis, ut ſe dirigant ſecundùm lineam meridianam, & planum meridianum per polos excurrat, benè poli in iis cogitari poſſunt. Sed eum in præſenti ſectione non ſpectemus virtutem ad polos mundi directivam; ſed tantum directivam corporum Magneticorum in otdine ad Magnetem; independenter ab eo ſitu, quem Magnetica reſpectu univerſi, ſibi vendicant, polos Magnetis, ſtatuere debemus. Habeatur ergo Magnes eximiæ notæ ſatis magnus, (quamvis etiam in parvis, & imbecillibus poli facilè ſe prodant) ſit item Sphæricus quantum fieri poterit, ita ejus polos invenies.

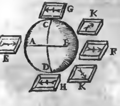


Primò Magnetem Sphæricum ABCD immitte in ſcobem, ſeu pulverem ferreum, aut etiam Magneticum, adhærebit pulvis ferreus ſolis polis, ita ut barbatus utrinque appareat magnes. Hoc enim habet lapis iſte, ut ſuam vim maximè exerat per polos, aut certè in ordine ad polos, ex quo fit, ut aliis partibus, etiam ſi adhæreſcat pulvis ferreus, non extuberet ſuprà ſuperficiem globi, ſed aut parallelus axi, aut ſecundùm longitudinem Magnetis ſe extendat; in polis verò ulteriùs continuetur virtus, plurimaſque pulviſculi partes ad invicem coagmentet, & conjungat.

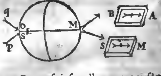
Experimentum ſecundum. Acus quæcumque, per medium ſuſpenſa & Magneti admota ſecundum aliquem meridianum ſe accommodat: quare ſi ducas planum in Magnete ſecundùm longitudinem lapidis meridianum habebis, ſi idem præſtes in duobus planis, duos meridianos invenies, quorum duplex interſectio, duplicem polum exhibebit.

3. Acus ſuſpenſa in ſolis polis A, & B, directè lapidem reſpiciet, ſeu perpendicularis erit ad ejus ſuperficiem; hoc eſt ad centrum ejus dirigetur, in aliis verò punctis, & locis variam inclinationem ſortietur, aut parallela erit axi.

Alia praxis, polos Magnetis, inveniendi, ſpectat ad ſequentem ſectionem; nempe ducta linea meridiana, ſi magnes aquis innatet ei ſe accommodabit; ex quo facilè meridianum planum, notare poteris in lapide; ſi ſitus Magnetis varietur, alium meridianum deprehendes, horum meridianorum interſectio polum dabit.



Experimentum Quartum. Sit magnes cujus poli A & B, cui in variis punctis pixis Magnetica applicetur, acus diverſimodè Magneti accommodabitur, nam acus E cuſpide polum A reſpiciet & hoc directè, acus F, directè idem ad polum B dirigetur, ſed fuſcinulam ad eum obvertet, acus G, & H axi AB parallelæ erunt; acus vero K inclinata erit non tamen polum B reſpiciet. Notandum item eſt, quod ſi acus G aut H ſucceſſivè applicaretur æquinoctiali CD, ſemper remaneret parallela axi AB. In quo vides fuſcinulam attrahi à polo B, cuſpidem vero à polo A; quod ſi polo A admoveas fuſcinulam, fugabitur ab eo, ut nempe attrahatur cuſpis; contrarium accidit in polo B, & in aliis ſitibus proportionaliter.



5. Duo verſoria ſecondùm extrema ejuſdem tationis, eidem puncto Magnetis conjunguntur, aliis extremis ſe invicem fugientibus; hæc autem duo puncta ablato Magnete fiunt inimica. Sit Magnes cujus poli L, M, admoveantur eidem polo L duo verſoria Oq, SP, ſintque extrema ejuſdem denominationis O & S putà ea quæ converti ſolent ad meridiem. Compertum eſt experientiâ, ea quidem conjungi eidem polo L, & ſimul poſſe illum tangere, recedentibus ab invicem duobus extremis P & q. Si verò auferatur magnes, extrema O & S, ſe invicem fugient, neque unquam convenient; immò extremum O conjungetur extremo P, & extremum S, attrahet extremum q & viciſſim.

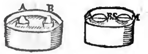
Unde ſequitur primò io Magneticis, quæ ſunt eidem amica, inter ſe eſſe inimica, hoc eſt quæ ab eodem Magnetis puncto attrahuntur, ſe invicem fugare. Item quæ ſunt eidem inimica, inter ſe inimica eſſe.

Pariter quæ ſunt ejuſdem denominationis, hoc eſt

eſt quæ ſimul Septentrionem reſpiciunt, aut ſimul meridiem, ſe averſantur.

Polus Magnetis qui acûs jam verticitatem habentis, partem Septentrionalem trahit, ſeu quæ ad Septentrionem vergit, meridionalis eſt; hoc eſt ſi magnes libretur, meridiem reſpiciet. E contrà polus Magnetis Septentrionalis trahit extremitatem acûs meridionalem, verbi gratiâ polus L qui extremitatem acûs meridionalem trahit, Septentrionalis eſt, & librato Magnete Septentrionem reſpiciet.

Experimentũ ſextum, ſi magnes ſitũ ſuum naturalẽ habeat; Id eſt libratus in aquâ, aut pendens è filo, ſe direxerit ad polos mũdi, & axis eius cum linea meridiana congruat; acus polum Magnetis reſpiciens directè, ſitum ſuum naturalem occupabit; acus verò ei ſuperimpoſita, aut ſubjecta contrarium ſitum habebit ei, quem ſibi relicta occuparet. Ut ſi polus A Magnetis ACBD, eſſet Septentrionalis, Septentrionemque reſpiceret, & conſequenter polus B meridiem, polus inquam A attraheret cuſpidem acûs, fuſcinulâ Septentrionem reſpiciente. Idem oſtendere poterimus reſpectu poli B, qui attraheret fuſcinulam, cuſpide ad meridiem obverſâ, in punctis G & H, contrarium vides ſitum obſervari, in punctis vero K incipit acus ſe ad ſitum naturalem convertere.



Experimentum ſeptimum. Si duo Magnetes in cimbis ita collocati, ut poli ejuſdem denominationis ſuperiorem locum obtineant; ſe invicem fugient; donec quilibet ſit extra ſphæram activitatis alterius. Sint duo Magnetes A & B, quorum poli A, & B ſint vel ambo Septentrionales, vel ambo meridionales, dico fore ut ſe invicem fugiant iſti duo Magnetes, neque unquam à mutuâ fugâ deſiſtant; donec unus in alium agere non poſſit. E contra verò, ſi poli A & B fuerint diverſæ denominationis: hoc eſt, A auſtralis eſſet & B borealis; ad ſe invicem accederent, & conjungerentur.

Experimentum octavum. Si duo Magnetes ita natent in cimbulis ſuis, ut amborum poli, ſint in horizonte, ſibi occurrant ſecundùm polos ejuſdem denominationis, ſe fugient aliquantulum; itaque ſitum alternabunt, ut poli amici, ſeu diverſæ denominationis, ſe reſpiciant, & tunc ad invicem accedent. Sint duo Magnetes AB, SM, quorum poli in horizonte A auſtralis, B borealis. S, Septentrionalis M meridionalis; ſi ſibi occurrant ſecundùm polos B & S, ejuſdem denominationis; ſe fugient, aliquantulum; donec ſitum alternent, & polus M obvertatur ad polum B, tunc accedent ad invicem, & conjungentur.

Si verò axes paralleli eſſent & polus S, vicinus eſſet polo A B, aut polus M polo A; ſe fugerent, non tamen alternabunt ſitum niſi æqualis eſſent virtutis: ſi verò in ſitu parallelo polus A vicinus eſſet polo S, & polus B polo M ad ſe invicem accederent.

Experimentum nonum. Si duæ acus derepentè, aut caſu fortuito aut de induſtriâ, inveniantur parallelæ, & extrema ejuſdem denominationis ſint vicina, nempe extremum Septentrionale B Septentrionali S ſit vicinum, manebunt in ſitu parallelo. Quia licèt extrema A & M ſe expellant, quia ſe expellere non poſſunt, quin B & S ad invicem accedant, quia tamen pariter ſe expellunt, perſeverabit parallelismus.

Si verò accidat ut extremum M inveniatur prope B, adhuc fieri poterit parallelismus, ſed inverſo ſitu, hoc eſt ita ut extremum meridionale unius, reſpondeat boreali alterius.

Pariter ſi duo verſoria ſuperponantur, ita ut extrema ejuſdem rationis ſibi reſpondeant, ſe fugabunt invicem, ſibique reſpondebunt extrema diverſæ rationis, & ſi ſint æqualis virtutis verticitatem ad polos non exercebunt.

Ratio horum omnium eſt, quia ſolæ facies diverſæ denominationis in Magneticis conjunguntur, & amicæ ſunt.



Experimentum decimum. Nonnunquam Magnetica diviſa, alium ſitum obtinent poſt diviſionem, quàm antea, aliquando eundem habent; notandum autem in genere quâcumque Magnetis diviſione factâ, in ſingulis partibus duos polos exurgere, & verticitatem perſeverare; ita ut pariter uno ſui extremo meridiem, alio verò Septentrionem ſpectet. Quibus poſitis.

Sit magnes AB, cujus polus A auſtralis, B borealis, dividatur ſecundum æquinoctium, fient in ſegmentis duo novi poli, nempe S Septentrionalis, & M meridionalis. Cùm enim polus A perſeveret qui auſtralis eſt, & omne Magnetis ſegmentum duos polos habeat, in ſegmento AS generabitur alter polus S, hoc eſt punctum S, incipiet terminare eundem axem, in ſegmento AS; Cùm autem polus A ſit auſtralis, neceſſariò polus S Septentrionalis erit; idem dicito de ſegmento MB; cui ratiocinio conſonant experientiæ, nam polus A ad auſtrum, polus S ad Septentrionem dirigetur, polus A fuſcinulam verſoriorum, quæ nempe Septentrionem reſpicit, attrahit, & punctum S cuſpidem.

Aſſero inſuper quod facies S & M, conjungentur, cum enim ſint diverſæ denominationis, nempe Septentrionalis, & meridionalis neceſſariò amicæ erunt, ſicut B & A: quare ſegmenta Magnetis diviſi ſecundùm planum ad axem perpendiculare, rurſus coaleſcunt, ut unum totum efficiant.

Dividatur magnes cujus duo poli A, & B plano, quod ſit axi parallelum, in utroque ſegmento erunt duo poli, (cum nullum ſit Magnetis fruſtum, quod polis careat) quare vel poli A & B perſeverabunt, vel uterque deſcendet verſus partes C, eritque pariter A polus Auſtralis, B polus borealis; in ſegmento item M D S fient duo poli, nempe M meridionalis, & S Septentrionalis.

Cùm autem Magneti alius magnes, aut verſorium ſuperponitur, extrema ejuſdem rationis ſe fugiunt, & quæ diverſæ ſunt rationis ſe alliciunt

ciunt : Quare polus M, ſeu meridionalis, meridionalem A fugiet, attrahetque ſeptentrionalem B, & polus S attrahet polum A. Non igitur convenier ſicut priùs, neque pars magnetis ab eo avulſa eundem reſpectum habet, quem anteà habebat.

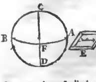
COROLLARIUM.

Ex hoc ſequitur non eſſe verum quod magnetes à terra avulſi eundem ſitum affectent, quem antea habebant; immò videtor ſeqoi, poſitâ nempe virtute magneticâ terræ (quam experimentis facilè inferiùs ſtabiliemus) poſito item quòd virtus magnetica terræ eam dirigat ad polos mundi, videtur, inquam ſequi quod contrarium ſitum habeant poſtquam avulſi ſunt à toto corpore terræ, ei quem ante ſeparationem habebant. Nam vocemus polum terræ qui vergit ad Septentrionem Septentrionalem, oppoſitum Meridionalem, pars magnetis quæ ad Septentrionem vergebat, polum Septentrionalem habebit, in hoc ſenſu; & oppoſita Meridionalem, ſed polus Septentrionalis magneris, amat polum Meridionalem alterius magneris, & conſequenter terræ, cum ſupponatur terra, megneticam vim habere.

Ergo polus magneris qui ante ſeparationem Septentrionalis erit, dirigetur ad polum Meridionalem terræ. Unde putare debemus quod avulſa à terrâ magnetica contrario modo ſe dirigerent ad polos cœli, quàm modò ſe dirigant, ad polos terræ, vel ſi transferrentur extra ſphæram activitatis terræ.

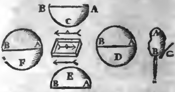
Quare ſi ſupra nubes deferretur pixis magnetica, ita ut eſſet extra ſphæram activitatis terræ, dirigeretur non ad polos terræ, ſed ad polos cœli, contrario tamen ſitu; hoc eſt pars illa quæ dirigitur ad polum Septentrionalem terræ, cum Meridionalis ſit ad polum Meridioonalem cœli dirigeretur.

Experimentum undecimum. Si magnes cujus poli in horizonte, ita circumvolvatur, ſecundùm lineam aliquam verticalem ut poli ſemper in horizonte maneant, ad unam eius circumvolutionem verſorium unicum etiam circulum abſulvet.



Sit magnes AB, cujus polus auſtralis A, borealis B, eique vicinum ſit, verſorium E, circomvolvatur magnes, circa lineam C D, immotam, ita ut poli AB deſcribant circulum horizontalem AB; dico quòd ad unam eius circomvolutionem, unam etiam circumvolutionem abſolvet acus verſorii E. Nam cum polus A movebitur verſùs F, fuſcinula etiam paulatim illud ſequetur ita ut dum polus A erit in F, acus fiat parallela axi, dum verò A erit in B, & B in A, cuſpis reſpiciet punctum B; abſolutaque erit, ſemicircumvolutio; atque ita dum circulum abſolvet magnes, circulum etiam abſolvet pixidis acus.

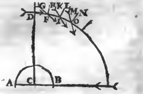
Experimentum duodecimum. Si magnes circa verſorium circumducatur, ita ut eius axis ſemper eundem ſitum obtineat, hoc eſt ſemper parallelum: dico ad unam magnetis circumvolutionem doas à verſorio circumvolutiones abſolvi. Nam ſupponatur magnes eſſe in F, fuſcinula reſpiciet polum



eius auſtralem A, cum fuſcinula ſit pars Septentrionalis, procedente autem ſenſim puncto A, uſque ad ſitum quem obtinet in C, cum polum ſequetur fuſcinula: ita ut magnete exiſteote in C fiat acus parallela axi; ſed contrario modo ſe habeat. Atque ita magoete promoto ſecundùm quadrantem circuli, verſorium ſemicirculum perfecerit; promoveatur magnes ex C in D cuſpis verſorii ſequetur polum; donec magnete in puncto D exiſtente, cuſpis directè polum B reſpiciat, atque ita verſorium circulationem perfecerit, dum magnes ſemicirculum tantùm abſolverit; cætera eodem modo intelligi poſſuot.

Idem autem eveniet ſi circa magnetem immotum, & fixum, alius magnes benè libratus circumvolvatur.

Experimentum doodecimum. Ferrum quodcumque meliùs magneti adhærebit in aliis plagis, quam præciſe in ipſis polis; ut ſi ſit magnes A B, in cujus polo B pendeat acus, experientiâ compertum eſt, eandem acum firmiùs eidem magneti adhæſuram, in puncto C, quia nempe in puncto B, ſola extremitate tenetur, in puncto vero C, totâ mole magneti adhæret.



Experimentum decimum tertium. Si verſorium circa magnetem cujus poli in horizonte exiſtunt circumducatur, varia erit illius ioclinatio. Sit magnes cujus poli A & B, ſit in horizonte, & ut meliùs totum negotium procedat, excavetur in aſſerculo locus magnetis: ita ut poli ſint in plano aſſerculi, tum ex centro magnetis intervallo quocumque deſcribatur quadrans DE, dividendus in gradus, vel in quinos, aot denos gradus. Tum ſingulis gradibus ſucceſſivè applicetur centrum verſorii, notabis quàm inclinationem habeat, vel cum radio, à centro procedente, vel cum lineâ tangente, quæ horizontem repræſentaret, ſi arcus DE intelligeretur pro meridiano.

Et primò quidem deprehendes in puncto D, acum verſorii parallelam eſſe axi AB, atque adeò cum radio DC comprehendere angulum rectum: unde ſi duceretur horizon ſeu linea tangens per punctum D, congrueret cum acu verſorii. In puncto vero E, acus verſorii incideret in radium CE, & conſequenter cum linea tangente angulum rectum cōprehenderet, ponatur arcus DF eſſe graduum 5,

inventes

invenies GFH graduum 69, ita ot ſi per F duceretur tangens, verſotium G F cum tangente comprehenderet angulum graduum 21.

Ponatur arcus DI eſſe graduum 10, erit angulus KIL grad. 55, & angulus quem comprehendet acus KI, cum tangente erit graduum 35.

Sit modò arcus D O greduum 15, erit angulua M O N 46, & angulos cum tangente graduum 44, atque ita poteria experiri in quâcumque diſtanria ab æquatore C D, quem angulum comprehendar verſorium, ſive cum radio, ſive cum tangente, uous enim eſt complemeotum alterius.

Quia autem (ut videbimus poſteà) eandem incliiarionem quam habet verſotium reſpectu Magnetis, eandem habet reſpectu tettæ, ſi circulus DE intelligatur metidianus, ut verè meridianua eſt reſpectu Magnetis, eum procedat à polo ad polum, ptimò arcus DF, DI, DO eſſent variæ latitudines, radii CF,CI,CO eſſent lineæ verticales,& tangentes ductæ in punctis F,I,O,quas non duxi vitandæ confuſionla gratiâ,exhiberent varioa horizontes. Unde poterimus facilè pro quâlibet latitudine,invenire angulum quem facit verſorium cum horizonte. Quia autem careo generoſo Magnete, aliorum obſervationibus fidere ſum coactus, alias obſervationes in locem editurus ſi potentem aliquem lapidem nanciſci potero.

Refetam autem varias tabulas, quarum aliquæ ſunt confectæ per praxin Gilberti, quæ cum ſine ulla ratione procedat, non video cur illi fidere debeamus. Pater Grandamicus aliam profert valdè diverſam à præcedente, quæ potiùs per experientiam procedit quam per ratiocinium. Tres autem ferè conveniunt nempe Gilbertus, Cabæus, & Kirxer.

Tabula Inelinationis Magnetis ex Kitchero & Cabæo ſecundum tatiocinium Gilberti.

Latitudo gradus.	Angulus quem comptehendit acus cum horizont. gr.	mi.
5	10.	51
10	20.	49
15	29.	55
20	38.	12
25	45.	43
30	52.	31
35	58.	39
40	64.	10
45	69.	6
50	73.	28
55	77.	17
60	80.	34
65	83.	20
70	85.	38
75	87.	23
80	88.	42
85	89.	34
90	90.	

Tabula Inclinationis acus circa Magnetem deſcripta ex obſervatiooibus P. Gtandam.

Latitudo ſeu diſtantia ab æquatore gr.	Angulus verſorii cum tangente gr.
0	0
5	21
10	35
15	44
20	51
25	56
30	60
35	63
40	66
45	69
50	72
55	$74\frac{1}{2}$
60	77
65	$79\frac{1}{2}$
70	82
75	84
80	86
85	88
90	90

Animadvertere potes magnam intet iſtas tabulas diffetentiam, quòd Prima vix ptocedat per experientias, niſi forſitan circa latitudinem graduum 40: potuerunt enim tàm Cabæus qoam Gilbertus, & Kirxer circa hanc poli elevatiooem habere nonnullas obſervationes circa terram, at verò Pater Gtandamicus obſervationes ſuas perfecit non citca tellurem, ſed circa Magnetem.

Notare eriam potes ex hac differentia, tam notabili, hanc materiam eſſe valde lubticam,& opus eſſe maximâ diligentiâ; nam error plorimorum graduum facilè committitur. Quomodo antem hæc inclinatio obſervari poſſit circa teliurem dicemus poſtea.

Experimentum 14. Acus ſupta Magnetem, ſicut & verſotia non directè meridianis circulia ejuſdem Magnetis ſe accommodant, ſed ſæpe nonoihil declioaot, pro majoti, aot minoti heteogeneitate ejuſdem Magnetis. Diximus ſupta exerimento ſecundo hujus ordinis acum ſuſpenſam, & Magneti admotam ſe accommodare alicui metidiano ejuſdem Magnetis: immò ſi acus brevior inconſideratè ad Magnetem applicetur, pariter ſitum meridianum affectabit. Quod quidem veriſſimum eſt niſi ſcrupuloſius agas, ſi enim rem accuratiùs examines; ubi oævus aliquis in Magnete invenietur, aut partes heterogeneas habebit, videbis acum, non nihil in onam aut aliam partem deflectere. Sit ergo magnes AB, cujus poli, A & B, ſitque meridianus,



aliquis A C B, cui in puncto C applicetur acus: ſed ſupponatur magnes habere aliquam

quam heterogeneitatem, ita ut prope punctum C, nempe in D ſit aliquis nævus valde notabilis,



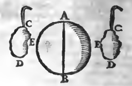
verbi gratiâ lacuna, vel terreſtris aliqua materia, dico fore ut verſorium, aut acus non ſe accommodet perfectè meridiano ACB; ſed deflectat nonnihil ut vides in figurâ expreſſum. Quod non poteſt tribui alteri cauſæ, niſi quòd propter imbecillitatem partis D, qui videbatur meridianus reſpectu molis ipſius Magnetis, non ſit meridianus reſpectu virtutis Magneticæ. Atque adeò, in eo ſaltem loco, non trahatur hinc inde æqualiter verſorium: in quo notandum eſt, in ejuſdem meridiani diverſis partibus diverſam eſſe declinationem, pro varia irregularitate partium Magneticarum, & inæquali diſtributione virtutis eius. Animadvertendum item eſt versûs polos majorem eſſe, eam declinationem, quam verſus æquinoctialem. Ratio videtur eſſe, quòd directio verſorij ſecundùm meridianos Magnetis, ex eo procedat, quod uterque polus, unum eius extremum attrahat: cùm ergo verſus polum, non multùm agat alter polus, fit quidem ut ſatis firma ſit adhæſio, unius extremi Magneticæ acûs ad polum, aliud tamen extremum quod non multùm attrahitur ab alio polo, fluctuat, & faciliùs exorbitat à plano meridiano.



Experimentum 15. Si polus Magnetis ſupponatur brevioribus acubus, aut pulveri ferreo, erigentur ad perpendiculum, etiam interpoſitâ menſâ, aut alio corpore duro; ſequentur item illæ acus, & inclinabuntur, prout in unam, aut alteram partem movebitur magnes. Ut ſit magnes A B, eujus poli A & B; ſi polus A ſupponatur menſæ in qua jacent breviores acus, aut pulvis ferreus, erigent ſe breviores acus, ſicut & pulvis ferreus in longum directus ẽriget ſe; & pro vario motu poli A, aut movebitur ſupra menſam, aut pariter inclinabitur, ad modum haſtatorum militum. Quòd ſi alium polum ſubſtituas, menſæque ſupponas, erigent ſe, tàm breviores acus, quàm pulvis ferreus ſecundùm aliud extremum, idemque motus ſequetur.

Experimentum 16. Diximus ſupra, quòd ſi polus Magnetis immittatur in ſcobem ferream, quod illi adhærebit pulvis, in pilorum figuram conformatus; ſi verò admoveatur alius magnes ſecundùm polum inimicum, hoc eſt ſecundum polum ejuſdem denominationis, inclinabuntur illi pili, & in adverſam partem detorquebuntur, & amoto ſecundo Magnete rurſus erigentur.

Experimentum 17. Si major magnes filo ſuſpenſus per polos circa majorem circumducatur, eandem ſemper faciem ad eum obvertet. Sit major magnes AB immotus, ſintque eius poli A & B, ſitque alius magnes C D, cujus poli C & D, ſintque poli A & C amici, ſuſpendatur polo C



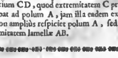
magnes CD, dico fore ut in iſtâ circumductione eadem facies CED ſemper Magnetem AB reſpiciat, & illi obvertatur. Ratio poteſt eſſe, quod impoſſibile ſit Magnetem CED eſſe perfectè homogeneum: quare ſi accidat ut pars C E D ſit perfectior, quia non tantùm magnes generoſior, validiùs trahit, idem corpus Magneticum, ſed etiam multò faciliùs allicit illud quod virtutem Magneticam habet validiorem, ſemper ad ſe convertet partem C E D.



Experimentum 18. Si polo Magnetis imponatur lamina ferrea aut chalybea, extremitas verſorij, quæ ad talem polùm priùs convertebatur, non polum, ſed limbum lamellæ reſpiciet. Ut ſi polo A Magnetis AE, imponatur lamina A B, ſitque verſorium CD, quod extremitatem C priùs convertebat ad polum A, jam illa eadem extremitas C, non ampliùs reſpiciet polum A, ſed aliquam extremitatem lamellæ AB.

TERTIUS ORDO EXPERIMENTORUM.

Experimenta ad vim directivam Magneticorum, ad polos mundi, aut terra pertinentia.



Experimentum Primum. Magnes ſuſpenſus aut natans in cimba ſe accommodat lineæ meridianæ. Experimentum non eſt difficile. Inventis duobus Magnetis polis, ita ſuſpendatur lapis, ut duo eius poli in horizonte inveniantur; dico quòd ita ſe accommodabit lineæ meridianæ, ut eius unus polus, verbi gratiâ A, reſpiciat meridiem, alius verò B, Septentrionem, & quantùmvis ab eo ſitu dimoveatur, ſe tamen reſtituet ſemper ad eandem directionem.

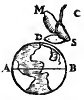
Idem accidit in Magnete liberè natante in aquis, qui ſecundùm eoſdem polos quibus priùs auſtrum & Septentrionem reſpiciebat, modò ad

eaſdem

eaſdem plagas ſe convertet & hoc conſtantiſſimè, hoc eſt non fortuito aliquo caſu, ſed ſemper, modò nulla ſint impedimenta quibus detineatur.

Lapis item qui integer ad polos mundi ſe accommodabat, etiam diviſus ad eos ſe convertit, ita ut nullum ſit Magneticum fruſtum, ex quâcumque Magnetis parte deciſum, quod ſimilem virtutem non habeat.

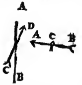
Experimentum ſecundum. In omni Magneticâ ſuſpenſione, poli Magnetis ſe accommodant polis terræ; non tantùm dum magnes ita ſuſpenditur ut ejus poli ſint in horizonte. Animadvertitur hæc directio ſecundùm lineam meridianam, quomodocumque ſuſpendatur, ita convertetur ut polus ejus unus quantùm poteſt fiat vicinus



polo terræ boreali, & alter polo auſtrali. Sit terra cujus poli A & B, ſuſpendatur magnes cujus polus Septentrionalis S, & M Meridionalis, poſt aliquas converſiones, ita ſiſtet magnes, ut polus S quantum fieri poteſt ſit vicinus polo B, & polus M ſit vicinus polo A, & axis SM ſit in plano meridiano. Quod ſi in M eſſet polus Magnetis, Septentrionalis, S Meridionalis, S tranſitet in D & M in C, ot ſic M accederet quantùm poſſet ad polum borealem B, & S ad auſtralem A.

Ut verùm tamen fatear hoc experimento non probatur converſio potiùs ad polos terræ, quam ad polos cœli, nam polus S qui in ea converſione circa filum ſuſpendens deſcribere poteſt circulum SD, quando occupar punctum S, non tantum vicinior eſt polo terræ B, quàm in alio quolibet puncto circuli SD, ſed etiam vicinior polo cœli: unde concludi non poteſt his experimentis, potiùs Magnetem converti ad polos terræ, quàm ad polos cœli.

Experimentum tertium. Acûs Magneticæ excitatæ, & ſuſpenſæ ſecundùm lineam meridianam ſe dirigunt, non tamen exactè, ſed in variis locis variè declinant, etiam aliquando ad triginta gradus: ita ut hactenus nulla certa regula obſervari potuerit. Experimentum iſtud multa ſupponit, & primò quidem ſupponit inventionem lineæ meridianæ, quam ex cœlo obſervare debemus: alibi jam dedimus ſupra, methodum triplicem inveniendi lineam meridianam. Primò quidem duabus umbris. Secundò tribus quibuſcumque obſervationibus, ſecundùm aſtrolabium horizontale. Dedimus item alias methodos, quibus uti poſſumus in mari. Inventâ autem lineâ meridianâ facilè poſſumus dignoſcere Magnetis, ſeu acûs Magneticè excitatæ declinationem. Nam ſi impoſita lineæ meridianæ, cum illa congruat, nulla erit declinatio, & quot gradibus ab illâ deflectet tot graduum dicent eſſe declinatio, ſive in Occidentem, ſive in Orientem, quod intelligendum de fuſcinula, ſeu de illa parte quæ Septentrionem reſpicit. Ut ſi vera linea meridiana, ex ſolis elevatione obſervata, ſit linea



A B, & acus Magnetica eum obſervet ſitum reſpectu lineæ AB, quem habet linea CD, quia fuſcinula C quæ in boream tendere deberet, declinat ad Orientem, dicetur ſimpliciter acus in Orientem declinare. Quod communiter dicitur Nordeſtare, hoc eſt à nord ſeu borea ad Orientem, ſeu ad eſt procedere, & Grecisare: ſi vero ad Occidentem declinaret, diceretur nordouſtare, ſive maeſtroliſare.

Hæc declinatio tàm varia eſt in variis regionibus, ut nullam certam, regulam aſſignare poſſimus, nec ullum punctum, ſive in terra, ſive in cœlo determinare ad quod præcisè dirigantur omnia Magnetica. Nam in ejuſdem meridiani diverſis punctis, diverſa obſervatur declinatio, nulluſque eſt meridianus in cujus omnibus punctis, aut ſit eadem declinatio, aut acus directè meridiem, & Septentrionem reſpiciat; nullus item, ſit parallelus in cujus omnibus punctis eadem deprehendatur declinatio. Quare, ut oſtendemus poſteà, dicendum eſt Magnetica eodem modo ſe accommodare telluri; quo ſupra Magnetem diriguntur. Sicut ergo oſtendimus ſuprà, propter inæqualitatem virtutis Magneticæ, ſæpe acus Magnetibus applicatas, exorbitare ab eorum meridianis; ita etiam dicere poſſumus propter maximos terrarum tractus, ingenti Oceano virtutem Magneticam non participante, interruptos; meridianum virtutis Magneticæ, non coincidere cum vero telluris meridiano. Ita qui ex Canadenſi regione Europam repetunt, experiuntur propè Americam Septentrionalem pixidis partem, Nordoueſtare, hoc eſt fuſcinulam quæ directè in Septentrionem tendere debuerat, ad Occidentem deflectere. America ſcilicet regione fuſcinulam attrahente. In medio autem ferè Oceano evaneſcere eam declinationem, donec prope Europam mutetur in contrariam, nam ex borea in Orientem deflectit. Quod eſt adeò verum ut unus ex Patribus noſtris, cùm ex America in Europam regrederetur, poſt ingentem tempeſtatem, in qua ratio itineris haberi non poterat; & altercarentur nautæ de loco navigii, & plerique ſe multis milliaribus regreſſos ultra primum meridianum aſſererent; ipſe ex Magnetis declinatione, quam obſervabat ad Orientem vergere, pronunciavit ſe non longè diſtare ab Europa: cui pronuntiato reſpondit eventus: nam poſtero die Hiſpaniam viderunt.

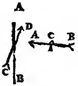
Hæc declinatio tanta eſt ut nonnunquam 20 gradus excedat, immò dicatur uſque ad trigeſimum gradum excurrere, præcipuè in polaribus regionibus. In aliquibus regionibus nulla eſt talis declinatio, ut in medio ferè tractu inter Europam, Africam ex una parte, & Americâ nulla eſt declinatio, terris hinc inde acum Magneticâ, æqualiter trahentibus. In aliquo promontorio, prope promontorium

bonæ ſpei acus diriguntur præciſè ad meridiem, & Septentrionem, hinc America meridionali, inde verò novâ Guineâ acum æqualiter librante. In Gallia tota, fuſcinula declinat à Septentrione in ortum, Conſtantinopoli autem tribus, aut quatuor gradibus declinat in occaſum, audivique ab aliquibus ultra Siciliam, in aliquo meridiano, acum nullam pati declinationem. Quia tamen declinatio in toto ferè Mediterraneo mari, quatuor, aut quinque gradus non excedit, ideò ut plurimùm contemnitur.

Notandum autem pleraſque obſervationes deviationis Magneticæ perperam eſſe factas, nam pixidulæ Magneticæ, ut plurimùm adhibetur aliqua declinatio, cujus deinde ſi ratio non habeatur in obſervationibus, error graviſſimus committetur. Ut autem in exemplo rem totam oſtendam. Quia Uliſippone datur aliqua declinatio, nempe dimidii unius rumbi: eſt autem rumbus graduum 11. graduum & $\frac{1}{4}$ declinat ergo circiter quinque gradibus & $\frac{5}{8}$. Ideo qui ſibi pixidulas componunt, removent verſùs orientem acum à lilio grad. 5$\frac{5}{8}$. Ubi ergo erit eadem declinatio, factis obſervationibus videbitur nulla eſſe, hoc eſt vera meridiana cœli cadet in lilium roſæ Chartaceæ. Batavi integro rumbo removent acum à lilio, aliqui Angli ſextam partem rumbi. Inde fit ut caput *de las agullias* nullam admittat declinationem reſpectu pixidis cujus compoſitio ſit Luſitanica.

Referunt autem quod à tota via, quæ eſt ad ortum Braſiliæ, proceditque per promontorium Sancti Auguſtini, ad promontorium Frico, uſque ad fretum Magellanicum, fuſcinula quæ ad Septentrionem ſpectare debuerat, declinat ad orientem, & propè littus major eſt, quàm in aliqua diſtantia à terris. Ita aliæ nonnullæ referuntur declinationes Magneticæ. Optandum quidem fuiſſet, ut pixides nauticæ ſimplices fierent, ſine ulla declinatione; facilius enim & ſine ulla perplexitate obſervationes declinationum habere, & forſitan ex iis regulam aliquam generalem præſcribere poſſemus. Si tamen conſtantes ſunt, & non mutabiles ut ferunt quam plurimæ recentiorum experientiæ, id nihil oberit.

Experimentum quartum. Acus nova, antequam Magneticè excitetur in æquilibrio poſita, ſi Magneticè excitetur; fit gravior, quâ parte Septentrionem ſpectat, in regionibus borealibus, hoc eſt in toto hæmiſphærio terræ Septentrionali, in hæmiſphærio autem auſtrali, fit gravior eâ parte quâ auſtrum ſpectat, ſeu ſe convertit ad polum antarcticum: ſub æquinoctiali verò manet in æquilibrio, nec inclinationem ullam acquirit ad horizontem. Ut autem oſtenda-



tur, id verè provenire ex virtute Magnetica, ſit acus chalibea A B nova æquilibrata more conſueto in C, ita ut horizontaliter librata maneat. Magneticè excitetur, & A reſpiciat auſtrum, & punctum B boream, incipiet pars B gravior eſſe, ceſſabitque æquilibrium. Unde ut fiat utilis hæc acus, hoc eſt ut ad æquilibrium reducatur, aliquid reſecandum erit ab extremitate CB; ſic enim fiet, ut major gravitas partis CA pugnet cum virtute Magneticâ. Rurſus verò auferatur verticitas ab acu, AB, ſeu contraria inducatur, hoc eſt para A incipiat dirigi ad Septentrionem, & extremitas B ad auſtrum, incipiet pars A præponderare, & deorſum inclinari; ita ut quomodocumque mutes verticitatem ſemper pars Septentrionalis deorſum vergat.

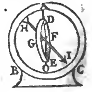
Qui primi hoc experimentum fecerunt, exiſtimarunt per contactum Magnetis ſemper adhæreſcere aliquas Magnetis partes ipſi acui, quibus ea pars quæ Magnetem tetigit gravior evadat, ſed cum virtus Magnetica convertendi ad Septentrionem extremitatem B, communicari poſſit tangendo partem A, & in hoc caſu, non pars A, ſed pars B fiat gravior, illud effugium fit omninò inutile.

Ex hoc vides cur pleræque pixides nauticæ, quæ ſunt utiles, in hæmiſphærio boreali, poſt tranſitum æquinoctialis fiant inutiles niſi corrigantur, hoc eſt niſi aliquid ponderis addatur parti Septentrionali roſæ, ad hoc ut detineatur in æquilibrio.

Simile experimentum ſumi poteſt in Magnete, quamvis difficiliùs.

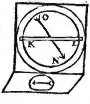
Habeatur magnes quantum fieri poteſt Sphæricus, qui libet permittatur in Mercurio, (nam in aqua ſupernatare non poteſt, niſi illi Cymbâ ſubjiciatur, quæ tamen noſtro experimento, efficeret.) Polus Septentrionalis, ſeu qui ad Septentrionem dirigitur, deorſùm deprimetur ad gradus ſexaginta, & quò major fuerit latitudo regionis in quâ fit tale experimentum; eò magis inclinabitur quod etiam acubus accidit.

Quia verò nec cuilibet ad manum eſt eximius magnes, & Mercurius, facilius fiet experimentum, ſi paretur aliquod inſtrumentum idoneum. Varia excogitata ſunt à multis, nam communes acus, quæ cuſpidi imponuntur, non ſunt libratæ ut par eſt, ad hoc negotium, neque ſatis inclinari poſſunt. Quare alios cardines habere debent, ut facillimè movari poſſint deorſum.



Tale inſtrumentum communiter proferunt nempe circulum æneum ABC innixum ſuppedaneo BC ut verticaliter ſtare poſſit, in ejus ſummitate A filum ſericum, non contortum annectunt, è quo pendeat, compacta ex duabus laminis æreis, navicula, ſeu Ellypſis, cui inſerantur duo cardines acûs, ſeu ſtyli chalybei, affabrè elaborati. Debet autem ſtylus chalybeus poni in æquilibrio antequam

quam Magnetem perſentiſcat, ita ut horizontaliter diſpoſitus in neutram partem inclinet. Tum imbuatur generoſo Magnete. Sitque planum circuli ABC in plano meridiano, ea pars quæ boream ſpectare debet infra horizontem deſcendet, & inclinabitur, pro latitudine regionis, ſecundùm tabulam propoſitam in ſuperiori ordine.



Pater Leotaudus non vult ut navicula ſuſpendatur, quia notat fluctuationem illam multùm obeſſe obſervationi, ſed acus intra duas regulas cupreas conſtringit, quibus duo cardines acus inſerantur, valde exiles, & affabrè elaborati. Vellem item cardines fieri ex chalibe benè temperato, immò regulæ inſeri tenuem bracteolam ex chalybe temperato, ſic enim faciliùs movebuntur. Addit etiam alium aſſerculum cui aptat acum Magneticam communem, ut totum inſtrumentum collocari poſſit in lineâ meridianâ Magnetica: aliæ multæ cautiones adhiberi poſſunt, debet ſecunda acus eſſe extra Sphæram activitatis primæ.

Notat idem quia difficile eſt acum cudere, quæ nullam concipiat virtutem Magneticam, quod tamen requiritur, ut in æquilibrio poſita, inclinationem ex virtute Magneticâ habeat; ita operatur, ut eam ponat in æquilibrio. Sit ergo acus propoſita NO. hanc ita tangit Magnete, ut extremum ejus N reſpiciat boream: notetur gradus inclinationis ad quem deſcendit, communicetur acui contraria verticitas, ita ut punctum O vertatur ad boream, & inclinetur, ſi attigerit eundem gradum inclinationis, quod extremum N indicaverat, benè quidem, ſi verò non tam inclinatur, aliquid limâ ab extremo N demendum eſt.

Si verò punctum O magis inclinetur, ab eo abradendum eſt aliquid; toties ergo repetatur operatio donec extrema N. & O mutatis verticitatibus, totidem gradibus inclinentur.

Jam dixi ſuprà quid ſentiendum ſit de gradibus inclinationis, pro ſingulis gradibus inclinationis, nempe Gilberti methodus, nulli rationi nititur, quare ad experientiam recurrendum eſt, & obſervationes faciendæ ſaltem in uno quadrante. Putat autem Pater Cabæus exactiùs dignoſci poſſe latitudinem regionis hoc inſtrumento, quam dignoſcatur linea meridiana acû Magnetica communi. Quod quidem commodiſſimum eſſet in navigationibus, ſi quolibet tempore latitudo obſervari poſſet. Nihilominus quia hæc obſervatio ita exactè fieri non poteſt, propter inſtrumentorum parvitatem, ut non ſit proclive errorem committere aliquorum graduum, & aliunde etiam in navigationibus ſcitur latitudo regionis, vel ex itinere confecto, vel ex aliis circumſtantiis, non mihi videtur hæc obſervatio valde utilis, quamvis eſſet exactior, quàm inventio lineæ meridianæ.

Notandum autem hoc experimento concludi acum Magneticam eo modo in ordine ad globum terræ dirigi, & ordinari, quo acus ſe accommodat Magneti, eandem enim habet inclinationem.

Notandum item, non tantùm his inſtrumentis haberi poſſe inclinationem Magneticam, ſi non exactam, ſaltem ſufficienter, ut detegatur aliqua inclinatio: verbi gratiâ ſi lamella chalybea ita ſerico filo ſuſpendatur, ut ſit in æquilibrio, antequam verticitatem habeat, ubi Magnetem debitè tetigerit, inclinabitur extremo ad Septentrionem vergente; pariter obelus natans & in æquilibrio poſitus, ſi excitetur Magneticè uno extremo ad Septentrionem deprimetur.

COROLLARIUM.

Ex hoc colliges Magnetica non reſpicere polos cœleſtes, cum enim polus Septentrionalis, in his regionibus attollatur ſupra horizontem, & antarcticus deprimatur; tantùm abeſt, ut lamella acquirendo verticitatem gravior fieri debeat, eâ extremitate quæ ſpectat ad polum boreum, quin immò levior evaderet. Quod eſt contra manifeſtam experientiam.

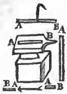


Experimentum quintum. Ferrum virtute Magneticâ non imbutum ſi perpendiculariter teneatur extremo, quod verticem reſpicit; fuſcinulam acus Magneticæ attrahet. Ut ſi ferrum oblongum AB ita teneatur ut extremum A reſpiciat verticem, idem extremum A attrahet fuſcinulam, hoc eſt idem præſtat, ac polus meridionalis Magnetis; extremum verò B adducit cuſpidem, poſito nempe quod extremum B viciniùs ſit acui, quàm extremum A. Poſito autem quòd extrema A & B æqualiter diſtent à cuſpide; acus perpendiculariter, ſecabit lineam AB: quia non eſt potior ratio cur fuſcinulam convertat ad A, quam cuſpidem ad B, & cum utrumque fieri non poſſit, ob diſpoſitionem tàm ferri, quàm acus, ideò manebit quaſi æquilibrata. Quod aliter explicari non poteſt, ut videbimus poſtea; niſi quòd cùm extremum B vicinius ſit polo terræ boreali, tranſmittatur quaſi tranſeunter virtus terræ ex eo polo per BA, & B ſit quaſi pars Magnetis Septentrionem ſpectans, quæ conſequenter attrahit partem meridionalem acus ſeu cuſpidem, & pars oppoſita nempe A attrahit Septentrionalem.

Experimentum ſextum. Acus & obeli, etiam non excitati ſi liberè ſuſpendantur, aut aquis innatent, ſe plerumque lineæ meridianæ accommodabunt, & nunc uno extremo Septentrionem ſpectabunt, & poſteà eodem meridiem reſpicient, prout ſors tulerit, detinebuntur tamen in ſitu meridiano, & ad eum ſe reducent ſi dimoveantur.

Hoc experimentum oſtendit debilem aliquam virtutem, communicatam, quæ facilè mutari poſſit in contrariam: à quo autem communicetur à cælone, an à terrâ, vi hujus experimenti nihil omninò concludi poteſt.

Experimentum ſeptimum. Si ferrum candens refrigeretur in ſitu meridiano, hoc eſt extenda-



tur ſupra incudem ſecundum lineam meridianam, verticitatem ſatis inſignem acquiret, ita ut ſi ſuſpendatur liberè unâ ſui parte ad ſeptentrionem, aliâ ad Auſtrum convertatur.

Idem dico de eodem ferro ignito, quod in ſitu perpendiculari refrigerabitur, quod etiam verticitatem habebit, extremumque ejus infimum nempe B, ſeprentriooem ſpectabit, punctum A reſpiciet auſtrum.

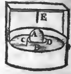
Experimentum octavum. Quæcumque ferramenta diu, in ſitu meridiano detinentur, aut in ſitu verticali, ioſignem verticitatem acquirunt: ita ferrei cancelli qui per centum, aut ducentos annos ſitum perpendicularem habent, inſignem habent vim magneticam. Expertus ſum ferreas crates, acum magoeticam detorquere à meridianâ lineâ ad quinque, aut ſex pedes, pars aotem quæ vertici propior ad Auſtrum, quæ terræ vicinior ad ſeptentrionem dirigitur; & hoc in regionibus ſeptentrionalibus, quamvis polus cœleſtis boreus vicinior ſit, & magis directè reſpiciat, illud extremum, quod verticem ſpectat, quàm quod infimum locum obtinet.

Ad hoc experimeotum revoco aliud, nempe magnetes maximè conſervantur ſuamque augent virtutem, dum in ſitu convenienti detinentur: è contra verò multùm imminuuntur ſi contrarium ſitum habeant. Situs autem naturalis eſt, ut polus boreus ſeptentrionem, Auſtralis meridiem ſpectet. Alius verò adhuc magis connaturalis erit, ſi polus Boreus inclinetur ad horizontem, pro ratiooe latitudinis regionis.

Experimur item acus magneticas in inſtrumentis aliquibus adhibitas, quæ ſitum horizontalem habent, non tantùm diuturnitate temporis nihil de verticitate ſua deperdere, ſed etiam novum robur acquirere.

Experimentum nonum. Ferrum oblongum, horizontaliter jacens, modo hanc modò illam, acûs magneticæ extremitatem alliciet. Ut ſi ferrum AB horizontale ſit, & punctum B reſpiciat ſeptentrionem, aut partes ſeptentrionales, neque enim requiritur ut directè ſpectet ad ſeptentrionem, tunc pars ejus A fiet auſtralis & alliciet fuſcinulam, è contrà verò ſi pars B auſtrum reſpiciat, extremitas ejus A alliciet cuſpidem.

Experimentum decimum. Si magnes polos in zenith & nadir habeat, & liberè natare permittatur, eamdem ſemper faciem ad Auſtrum, & ſeptentrionem obvertet. Ut ſi ſit magnes A B natans in cimbâ eburnea, aut lignea, qui habeat polum auſtralem in zenith, & borealem in nadir, pendeat etiam acus E, in medio obverſa ad magnetem, ſecundùm extremitatem ſuam amicam, ut nempe magnes detineatur in medio vaſis majoris, nec extremitates petat; ſi notentur in magnete ita diſpoſito partes obverſæ ad meridiem, & ſeptentrionem, ut ſi notentur



partes C & D, ſitque C ad meridiem, & D ad ſeptentrionem, quantùmlibet dimoveatur magnes ab hoc ſitu, ſemper poſt aliquas fluctuationes ad illum ſe reducet, & partes C meridiem & D ſeptentrionem ſpectabunt. Immò ſi transferatur magnes in quamcumque regionem eodemque modo diſponatur in cimbâ, eædem partes C & D conſtanter meridiem, & ſeptentrionem reſpicient, & hoc ſine ulla declinatione, quod mirum, & utiliſſimum eſt, ſi in navigationibus adhiberi poſſit.

Primus hanc magnetis proprietatem prodidit Pater Grandamicus, qui putat hujus eſſe veram cauſam, quòd ſingulæ partes magnetis reſpondeant iiſdem partibus terræ, quibus reſpondebant in fodina, quantùm ſaltem poſſunt, & meridianus univerſalis magnetis directè ſubjaceat meridiano regionis, in quâ magnes exiſtit. Ex eo enim (inquit) neceſſariò ſequitur ut partes orientales magnetis, ſpectent ſemper orientem regionis in qua eſt magnes, occidentales verò occidentem. Putat item ſe ex ea obſervatione immobilitatem terræ poſſe demonſtrare: ſed de hoc ultimo poſtea. Dico tamen eam rationem ſubſiſtere non poſſe, primò quia involvit pugnantia, nempe quòd ſingulæ partes magnetis reſpondeant iiſdem partibus terræ quibus reſpondebant in fodinâ, & in omni loco eædem partes obvertantur ad terram. Si enim in fodina aliqua pars reſpiciebat certam partem terræ, ponamus Europam in qua erat magnes, dum erit in Aſia, ſi eandem partem obvertat ad Europam, impoſſibile erit, ut quæ in Europa meridianum ſpectabat, in Aſia convertatur ad meridianum. Deinde falſum eſt magnetem eum ſitum affectare, quem habebat in fodinâ, immò comparando magnetem cum terrâ, eodem modo quo comparatur fruſtum magnetis reſectum à magnete cum magnete totali, dico potiùs contrarium affectare. Cum enim per ſectionem oriantur duo novi poli, & poli ejuſdem denominationis ſint inimici, inde fit ut ea pars quæ in toto, ſeptentrionem ſpectabat, habebatque propterea polum ſeptentrionalem amicum, poſt reſectionem fiat amica polo meridiano terræ, & ab eo alliciatur. Item probabile mihi videtur quod magnes in fodina ſuum habeat axem, parallelum axi mundi, ita enim videmus quoties abſcindimus à magnete aliquam partem, de novo generari duos polos; ita ut axis hic novus, ſit axi totali magnetis parallelus. Non tamen propterea ſi pars abſciſſa liberè ſuprà magnetem ſuſpendatur, axis illius erit parallelus axi magnetis, niſi illi applicetur circa æquinoctialem: in aliis enim partibus, inclinabuntur ad invicem tales axes, ut experientiis allatis ſatis conſtat.

Rationem

Rationem hujus experimenti, ex aliis experimentis deductam profrram, eertum eſt enim chalybem multò meliotis verticitatis capacem eſſe, quam ferrum, ſerrumque purum quàm rubiginoſum. Cùm ergo impoſſibile ſit magnetem, ita eſſe homogeneum, ut ſecundùm aliquas ſui partes meliorem noo habeat verticitstem, hæc pars à polis vicinis terræ potiùs allicietur, quàm aliæ: unde mirum non eſt ſi ubique terrarum hæc eadem psts aut ſeptentrionem, aut meridiem ſemper ſpectet. Cùm enim in eo ſitu in quo polus magnetis infimum locum occupat, nou ſit potior ratio, cur una pars magnetis ſit in meridisno, quàm alia, poſitâ homogeneitsre lapidis, ubi verò perfectiorem naturam participabit, ſecundùm aliquem meridianum, eum etiam meridianum ad polos eouvertere debebit. Adducor autem sd eam conjecturam, quod videam, hanc virtutem convertendi in tali ſitu determinatam psrtem ad boream & auſtrum, eſſe valde debilem, indigereque ſuſpenſione exquiſitâ, ſine ullo motu extraneo ad hoc ut ſe oſtendat. Ex quo fit ut ad uſus nauticos adhuc ſit inutilis; ſi enim facile sd praxin revocari poſſet, omnes pixides nanticæ communes, abjiciendæ eſſent, ut pote deelinationi obnoxiæ, componique deberent aliæ ſecundùm hanc methodum. Cùm ergo valde debilis ſit hæc virtus, benè tribui poteſt partium heterogeneitati.

Favent autem iſti opinioni cæteræ circumſtantiæ, & obſervationes quas refert idem author, aſſerit enim, quòd ſi invertatur magnes, & polus eius meridionalis infimum locum teneat; boreus verticem ſpectet, idem magnetis meridianus, ſe accommodabit cœleſti meridiano, eædémque partes meridiem & auſtrum reſpicieot; invertetur reliquarum ſitus, nam quæ in priori caſo orientalis erat, evadit occidentalis. Quod explicari facilè poteſt ſecundùm ſuperiorem rationem, nam, in utróque caſu eædem partes quæ ſupponebantur perfectioris naturæ, à polo trahuntur, cùm quo conveniunt, hoc eſt ſi pars quæ perfectior eſt, eſt in hemiſphærio lapidis boreo, quantùm poterit, reſpiciet polum boreum, atque adeò ſemper borealis erit.

Ex hâc propritate deducitur methodus inveniendi hunc lapidis meridianum univerſalem, etiam non inventâ ex ſydetibus lineâ meridianâ. Ponatur enim magnes in ſitu convenienti, nempe ſit polus eius Auſtralia in vertice, ſeu in A, aſſumator aliquod eius punctum C, in Orientali pla-

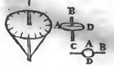


ga æſtimata, & per punctum C ducatur filum quaſi ex axe lapidis: hoc meliùs & faciliùs fit io acu, quæ tranſmittitur per cymbam aliquam cui imponitur roſs chartacea. Ducto filo notetur in margine punctum D, tum ponatur magnes in ſitu diſcoovenieoti, hoc eſt polus boreus ſit in zenith, noteturque obinam ſit punctum C priùs notatum: vidrbis illud tranſlatum eſſe in E. Ex puncto E, rursùs educatur filum E F, arcus FD dividatur bifariàm in G, meridianus lapidis reſpondens puncto G eſt meridianus quæſitus, qui in omni regione ſe accommodabit cœleſti.

Lapide convenientem ſitum oecupante, hoc eſt polo auſtrali in zenith poſito, ſi verſus meridiem eum polum deprimas, ſemper idem meridianus lapidis ſubjacebit meridiaoo cœli, quamdio polus meridionalis verſabitur in ſemicirculo meridiani auſtrali: ubi verò attigerit Nadir, aut illud trangreſſus fuerit, aut fuerit in quocumque gradu ſemicirculi meridiani, qui ad boream vergit, ſubitò converter ſe lapis, & quæ partes erant ad boream, flectentur ad meridiem, & viciſſim. Ratio horum eſt quia polus borealis terræ allicit polum borealem magnetis & viciſſim.

Ad idem experimentum revoeari poteſt ſimile omninò, quod loco magnetis ſubſtituit acum ferream craſſiorem, oempe craſſam inſtar calami hordeacei, & longam quinque aut ſex digitos; imbutam virtute magneticâ. Si enim hæc virga ferrea inſerta in ovi teſtam, aut aliam levem materiam, liberè natare permittstur; eaque pars quæ meridiem ſpectare conſuevit verticem reſpiciat, imponatur item roſa chartacea, cœli plagis, ſeu rombis diſtincta, addatur item parva acus, ſecundum extremum amicum polo meridiooali, atque its diſpoſitis omnibus liberè natare permittatur, eandem ſemper roſæ partem ad meridiem obvertet, in omni loco & hoc ſine ullâ declinatione.

Experimentum oodecimum. Si virga ferrea ſuperiùs deſcripta, inſeratur fruſto ſuberis, ut rectà natare poſſit, noteturque ut priùs, quam faciem ad meridiem obvertat, ſi extrahatur ex ſubere, & rurſus inſeratur in idem foramen, diverſo tamen ſitu, non ampliùs eadem ferri facies meridiem ſpectabit, ſed ea quæ reſpondebit, illi ſuberis parti quæ meridiem reſpiciebat. Ut ſi ſit virga ferrea B C, longa ut priùs, quinque, aut ſex



digitos quæ inſeratur in fruſtum ſuberis AD, liberéque natare permittatur; obverret quidem ſi nihil mutetur, ſemper eandem faciem in meridiem & boteam. Sitque ea facies quæ teſpondet puncto A ſuberis, ita ut punctum A reſpiciat auſtrum; extrahatur hæc virga ferrea, ſed diverſo pauliſper modo, nempe ita ut ea virgæ facies quæ reſpiciebat partem A ſuberis, ſpectet aliam ſuberis partem: dieo fore ut iterum punctum A ſuberis, teſpiciat meridiem, & conſequenter non eadem virgæ facies reſpiciat Auſtrum; qood ſi aliud foramen feceris, rurſus eadem virgæ facies vertetur ad Auſtrum.

Ex hoc experimento duo mihi licet concludere, primum eſt relinqui aliquid in ſubere, quod virtutem magneticam cootraxit, nempe ſi diu

virga ferrea in eodem foramine manſit, propter madorem aquæ cui innatat, contrahitur aliqua rubigo, quæ adhæret foramini, ſecumque nonnullas ferri partes aſportat, quæ ferri partes etiam virtutem magneticam habent. Quia autem hæc rubigo ferrea eſt, adhærens interiori ſuberis foramini, majorem habet ambitum, quam virga ambit, ideò majorem vim habet, quia trahit per partem aliquam magis diſtantem à centro ſecundùm regulas potentiarum motricium.

Non ineptè etiam ſuſpicari licet, aliquos ſpiritus magneticos in ſubere recipi, qui etiam abſente virgâ ferreâ poſſint obverti ad ſeptentrionem, & auſtrum ex quo aperitur via totam magnetis naturam explicandi, aut ſaltem illi videtur multùm favere. Nam ſi qualitatem magnes profundat per medium, hæc ita ab agente ſuo pendebit, ut in extraneo ſubjecto, amotâ cauſâ producente perire debeat, quod dicendum non erit de ſpiritibus magneticis.

Secundùm quod ex hâc experientiâ concludo erit, valdè debilem eſſe hanc virtutem, conſtanter obvertendi unam faciem, ad Auſtrum, & aliam ad boream: cum tàm facilè ſuperari poſſit, ab eâ virtute quæ reliqua eſſe poteſt in ſubere. Quod non accidit in virtute ſimplici directiva magnetis, ut ſi inſeratur ſuberi A B, arcus BC imbuta virtute magnetica, quæ natare permittatur, illius punctum C verbi gratiâ ad meridiem, & punctum B ad boream obvertentur: extrahatur ex ſubere, inſeraturque contrariâ ratione, aut ſecundum lineam AD, in omnibus his caſibus prævalebit virtus quæ acui ineſt, nec ulla advertetur reliqua eſſe in ſubere.

QUARTUS ORDO EXPERIMENTORUM.

Experimenta ad vim communicativam pertinentia.

Experimentum primum. Acus ferrea, aut chalybea nova, exquiſitè ſuſpenſa, in omni ſitu quieſcet, ſi aliquam verticitatem habet; hæc ita debilis eſt, ut dirigat ad meridiem modò cuſpidem, modò fuſcinulam, ſi magnetem tetigerit, acquiret verticitatem manifeſtam, & determinatam; ita ut una eius extremitas meridiem reſpiciat, alia ſeptentrionem, & quamtúmvis ab eo ſitu deturbetur, ad illum ſe conſtanter reſtituet. Ex quo concluditur acum ferream per contactum aliquid recipere, quod in multos annos manifeſtè ſe prodat, Quid autem ſit, hic nodus eſt.

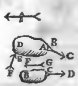
Hæc virtus aliis materiis non communicatur: ſi enim fiat acus ex auro, argento, ære aliove metallo, aut ex ligno, nihil tale continget, quamvis hæc virtus pervadat omnia corpora, quantúmvis dura.

Hæc eadem verticitas ferro communicatur, ſi producatur in ſitu meridiano, aut poſtquam incanduerit, refrigeſcat in eodem ſitu lineæ meridianæ, hoc eſt extendatur ſecundùm eandem lineam meridianam.

Experimentum ſecundum. Lateres cocti, ex magnetis contactu eamdem verticitatem acquirunt præcipuè verò oblongi; hanc autem verticitatem nonnunquam habent independenter à magnete, præcipuè verò, ſi diu in eodem ſitu permanſerunt, ex quo fit ut verſoria feneſtris impoſita ſæpè aberrent à lineâ meridianâ, quia trahuntur ab hujuſmodi lateribus.

Experimentum tertium. Hæc verticitas communicari poteſt ſine phyſico contactu magnetis, per ſolam approximationem, meliùs tamen communicabitur per contactum partis, cùm aliqua morâ, quàm per ſolam approximationem.

Hæc item verticitas non tam benè communicatur ferro craſſo, & oblongo, quàm graciliori, ex quo fit ut acus pixidum magneticarum debeant cudi valdè graciles.



Experimentum quartum. Si acus uno, tantum extremo magnetis polum unicum tetigerit, aliud extremum contrariam etiam verticitatem acquiret. Ut ſi punctum A, ſit polus auſtralis magnetis, qui tangat fuſcinulam B acûs ferreæ, non tantùm fuſcinula B acquiret virtutem, quâ dirigetur, ad boream, ſed cuſpis eius C, acquiret verticitatem auſtralem, qua nempe ad meridiem ſpectabit. Ita ut alia verticitas non acquiratur, dum cuſpis C tangeret polum D; quàm ſi fuſcinula B tangat polum A: ideoque non tantùm extremitas quæ magnetem tangit, ſed etiam quæ non tangit acquiret verticitatem.

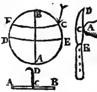
Experimentum quintum. Magnes quâcumque ſui parte, extremitatem ferri tangat, verticitatem illi communicabit quæ ſecundum ferri longitudinem procedet. Ut ſi magnes AD tangat acûs EF extremum E, aliqua ſui parte, exceptâ tamen aliquâ parte æquinoctialis circuli, illi verticitatem communicabit, quæ procedet ſecundùm ferri longitudinem, hoc eſt unum eius extremum boream, ſpectabit, aliud auſtrum.

Experimentum ſextum. Verticitas communicata ferro, ab uno magnetis polo, ab alio ita deſtrui non poteſt, quin mutetur in contrarium, hoc eſt ſi extremum C, verſorii C D tetigerit polo A auſtrali, communicabitur extremitati C verticitas borealis, nempe ea, vi cujus obeli C D extremum C boream reſpiciet; ſi eadem extremitas C alio polo B boreali tangatur, præſertim cum aliquâ morâ, ita deſtruetur prior verticitas, ut contraria producatur, ſitque difficillimum, ita in verſorio ſemel virtute magneticâ imbuto omnem virtutem deſtruere, ut nulla amplius remaneat: niſi ut jam aliàs dixi vehementi ignitione, aut contuſione validâ.

Experimentum ſeptimum. Si ferrum oblongum, ita magneti applicetur, ut ſit eius axi parallelum, verticitatem acquiret contrario modo, ac ſit in ipſo magnete, ut ſi ferrum F G ſit parallelum axi AB, ſitque A polus auſtralis, & B borealis, hoc eſt ſi ſuſpendatur punctum A ſe convertet ad auſtrum, & polus B ad boream, extremum C, ſi ſeparatim ſuſpendatur, reſpiciet auſtrum; eo modo, quo polus A, & extremum G ad eandem plagam obvertetur, quam reſpicit polus B. Quia nempe in magneticis quæ ſunt amica, contrarias habent denominationes.

Experimentum

Experimentum nonum. Eadem Magnetis pars, quæ ferro communicat faciem auſtralem, diviſo



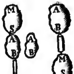
Magnete per parallelum æquatori, communicare poterit faciem borealem. Sit magnes AB, cujus poli ſint puncta A, & B, æquator DE aſſumatur in hæmiſphærio boreali DBE, quodlibet punctum C, quod ut conſtat experientiâ communicabit virtutem auſtralem, ſeu convertendi ſe ad auſtrum, ei extremitati, quæ ipſum tetigerit: ſecetur magnes per parallelum CF, aſſumaturque ſegmentum FBC, dico ſi applicetur verſotium, eidem puncto C, ſegmenti FBC, fore ut communicet illi extremo virtutem convertendi ſe ad boream, quia per ſeparationem ſegmenti FAC, punctum C ex boreo fit auſtrale.

Experimentum 10. Ferro oblongo manifeſtior communicatur verticitas, quàm ferro alterius figuræ, ſive quia verticitas omnis eſt in ordine ad aliquam longitudinem, nempe ut ditigat Magnetem à polo ad polum, ſeu ſecundum planum meridianum: ſive quia ferrum in longitudinem extenſum, fibras habet eodem tenore ductas.

Experimentum 11. Ferreus pulvis ſi unitus contineatur, ſecundum eum ordinem, quem haber dum verticitatem concipit, verticitatis actum ſecundum exerit, & ad planum meridianum ſe accommodat; ſi verò inordinatè adunetur, aut verticitatem amittit, aut ſaltem nullum verticitatis ſignum edit. Ponatur AB eſſe tubus, ex pennâ, quâ ſcribimus deſumptus, qui ſcobe ferreâ impleatur, ſed quæ priùs contactu Magnetis, verticitatem conceperit: duplici modo impleri poterit, vel ita ut pulviſculus ille liberè immittatur, eique poteſtas fiat ordinandi ſe, ſecundùm leges verticitatis, hoc eſt ut pulviſculi obvertant ad invicem polos amicos, & in tali caſu ſi calamus filo liberè ſuſpendatur; lineæ meridianæ adhærebit. Si verò inconſideratè, & cum aliqua vi immitatur pulvis in calamum, ex quo fiat, ut in pleriſque poli adverſi, & contrarii jungantur, non inſiſtet hic calamus lineæ meridianæ, quantumvis liberè ſuſpendatur: cujus rei ratio ſatis patet, quia nempe in tali caſu pulviſculi in contrarium feruntur, neque conſentiunt ad unum eundemque effectum.

Experimentum duodecimum. Dum ferro, ut cultro, per contactum poli Magnetici virtus communicatur, ſi polus ducatur à mediis partibus ad cuſpidem una verticitas, communicabitur; ſi verò idem polus à cuſpide ad manubrium, aut ad medias partes ducetur, contraria verticitas producetur. Ut ſi ducatur, polus A auſtralis, Magnetis AB, à mediis partibus C, aut à manubrio E ad cuſpidem D, culter ED eam verticitatem concipiet, quâ cuſpis D, Septentrionem reſpiciet; dum autem idem polus A, ſupra cultrum ED, à cuſpide D ad manubrium E procedet, verticitatem habebit, quâ cuſpis D, ad auſtrum feratur.

Ratio non videtur, quòd motus ille aliquid conferat; ſed quòd in primo caſu ſiſtitur polus A in cuſpide, ideóque primò producatur in eâ cuſpide, illa facies quam polus A auſtralis communicare poteſt, borealis ſcilicèt; in alio motu ultimò ſiſtatur in C aut in E, unde extremitas E, acquiret faciem borealem, & conſequenter cuſpis D auſtralem.



Experimentum 13. Si magnes magneti ſuperponatur ſecundùm leges amicitiæ, juvatur magnes inferior, ad ſuſpendendum ferrum. Sit verbi gratiâ magnes AB, cujus poli, A auſtralis; B borealis, huic alius magnes ſuperponatur, ſecundum leges amicitiæ; hoc eſt, jungatur vel admoveatur polo A, auſtralis polus S ſeu Septentrionalis; experientiâ conſtat, in tali caſu, forè ut magnes AB majus ferri pondus ſuſtineat, & attrahat, quia tunc eodem modo ſe habent iſti Magnetes, ac ſi in unum majorem Magnetem coaleſcerent.

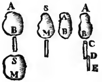
Secundò magnes à Magnete juvabitur, ſi poli ejuſdem denominationis ſint vicini, & admoveantur ferro, fit enim etiam tunc conjunctio qualis in magno Magnete eſſe deberet. Ponamus enim duos Magnetes aliquando reſectos eſſe, ſeu ſeparatos ab invicem, ſeu aliquando compoſuiſſe unum Magnetem, ſectionemque factam fuiſſe, aut per axem, aut parallelè ipſi axi; certum eſt quòd ante ſeparationem, partes boreales borealibus congruebant, & auſtrales auſtralibus. Sed ante ſeparationem erat major magnes, hoc eſt agens potentius, & validius; ergo ſi eodem modo conjungantur fiet agens validius: certum quidem quod in tali caſu extremitas C, ſtili ferrei videbitur fugere, & averſari polum B Magnetis adjoncti; re vera tamen magnes ſuſtinebit majus ferri pondus.

Tertiò ſi Magnetis AB polo boreali B adhæreat ſtylus ferreus, eique addatur infra ferrum, alius magnes ſecundum polos amicos, hoc eſt punctum M ſit polus meridionalis, ſtylus ferreus magis adhærebit puncto B. Quamvis autem polus M habeat vim attractivam, quia tamen, ex eâ poſitione validior producitur effectus in toto medio MB, ideò in puncto B erit firmior, adhæſior: neque enim magnes MS ita rapit ferrum, ut effectus qui prodit ex polo M contrarius ſit, effectui emanati ex polo B, ſed potiùs ſe invicem intendunt.

Experimentum 14. Impeditur magnes alio Magnete. Primò ſi dum ferrum Magnetis polo B, ſeu boreali adhæret, ſupponatur alius magnes cujus pariter polus Septentrionalis obvertatur ad aliud ferri extremum, impeditur ferri adhæſio ad punctum B, quia per contrariam

verticitatem

verticitatem, ejuſdem nempe rationis, procedentem, ut ita dicam in partes contrarias retunditur virtus ex polo B procedens, ex quo fit, ut ſi ferrum, non multùm excedatur à virtute ſuſtentativâ Magnetis, ubi admovebitur magnes S M, eo modo quo diximus illicò decidat.



Secundò ſi duo Magnetes ita componantur, ut ſint axes paralleli, & poli diverſæ, denominationis ſint vicini; imminuitur virtus attractiva, & ſuſtentativa: quia id quod à Magnete ſecundo producitur, contrarium habet ſitum, illi quod à primo Magnete productum eſt, ideoque contrarietatem aliquam cum eo exercet, & imminuit.

Si magnes Magneti ſuperponatur, quomodocumque invertatur non minuetur, virtus Magnetis inferioris ſuſtentantis ferrum; licèt enim magnes Magneti congruè ſuperpoſitus, poſſit unum totale agens conſtituere, ſi tamen incongruè ſuperponatur, non poterit contrariam virtutem, trans inferiorem Magnetem tranſmittere, cum illius non ſit capax; atque adeò neque imminuere eius qualitatem, quod quidem potuiſſet in alio medio, non determinato ad unam qualitatem, decurſu tamen temporis, ſe invicem deſtruerent, illi Magnetes, incongruè ſcilicèt ad in invicem applicati.

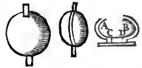
COROLLARIUM.

Sequitur ex eo, in regionibus Septentrionalibus polum borealem Magnetis, ſeu qui in boream dirigitur, majus ferri pondus ſuſtentare, quàm polus meridionalis. Cùm enim polus Septentrionalis terræ, ſit amicus polo boreali Magnetis, in ſuſpenſione ferri perinde eſt, ac ſi polus amicus, ſupponeretur Magneti. Sed in tali caſu, augentur vires Magnetis; ergo etiam in ſuſpenſione ferri à Magnetis polo boreali, augeri debent eius vires. Contrarium autem accidit, ſi ſuſpendatur ferrum à polo Magnetis meridionali: res tamen iſta requirit exactum obſervatorem, cum enim virtus terræ ſit valde tenuis, & remiſſa, exceſſus ille notabilis non erit.

Experimentum 15. Ferrum Magneticè excitatum ad attrahendum aliud ferrum, iiſdem ferè modis, quibus magnes à Magnete juvatur, ut per ſuperpoſitionem congruam Magnetis AB, ſtylus ferreus CD, faciliùs, & firmiùs ſuſtentabit acum D E, quàm antea. Si tamen ſuperpoſitio incongrua fieret, quia per applicationem Magnetis, alia verticitas ferro communicatur, ideò impedietur illa adhæſio, quæ ſuperpoſitio incongrua vix officeret Magneti, niſi diuturnitate temporis, quia ſcilicèt virtutem habet radicatam, & quaſi in fonte.

Experimentum 16. Eſt major in Magnete ferri amor, quàm alterius Magnetis. Hoc multis experimentis conſtat, faciliúſque Magneti adhæret ferrum, quàm magnes. Nempe ob peculiarem diſpoſitionem, & quia propter æquabilitatem partium, meliùs illi conjungitur quàm magnes, qui ſæpè impurus eſt, pluribuſque partibus heterogeneis conſtat.

Experimentum 17. Magnes armatus multò potentior eſt ad ſuſtentandum ferrum, quàm inermis. Multis autem modis armari poteſt. Primò ſi inventis duobus polis, perforetur magnes, hoc eſt adimatur illi axis, & pro ſuo, axis ferreus, aut chalybeus ſubſtituatur. Secundò ſi inventis pariter polis, addatur lamina ferrea in duos ſtylos ferreos, hinc inde deſinens, debet autem hæc lamina ſtringere Magnetem, in polis præcipuè, ideoque levigari debent, ut ferrum meliùs contingant.



Tertiò ſi inventis pariter Magnetis polis A, & B, fiat lamina ferrea eos tangens, non juncta in parte ſuperiori, & excurrens in duos apices ſatis craſſos C & D, in eodem Magnetis latere diſpoſitos. Sic enim fiet, ut uterque polus eidem ferro, applicari poſſit, & magnes duplum pondus ſuſtineat, quàm anteà. Nam virtus Magnetica quæ à polo, ad polum communiter excurrit, ob applicationem laminæ, quaſi refractionem patitur, ſequiturque illius ductum obeſſet autem eius virtuti perpetuus ferri circulus. Notandum autem quòd augeantur in tali caſu notabiliter vires Magnetis, quæ invento per ferrum oſtio, foràs faciliùs prorumpit, & potentiùs operatur. Quod intelligendum eſt modò inter polos Magnetis nullum corpus intercedat; ſi enim vel tenuiſſima charta interponeretur nullum eſſet augmentum virtutis Magneticæ.

Experimentum 18. Magnes armatus, ad excitandum aliud ferrum Magneticè, ſeu ad communicandam ferro virtutem Magneticam, non eſt aptior inermi; nec etiam ad attrahendum ferrum, ſed tantùm ad ſuſtinendum, immò interpoſito quocumque corpore quantúmvis tenui, non ſuperat virtute inermem. Ita ut hic effectus majoris ſuſtentationis facilè tribui poſſit ſimilitudini pororum, & texturæ, quæ utrique ferro ineſt, & quod ferrum pluribus partibus aliud ferrum tangat quàm Magnetem. Quæ ratio videtur eadem eſſe ac ea, propter quam diximus ſupra ferrum Magneti firmiùs adhærere, quàm Magnetem Magneti.

Experimentum 19. Ferro major virtus à Magnete communicatur, quàm in ſe habeat magnes: hoc eſt in ordine ad aliquos effectus neque enim hoc abſolutè verum eſſe poteſt. Sed tantum de adhæſione. Certiſſimum etiam eſt in præſentiâ Magnetis debitè applicati, ferrum majores habere vires, quàm abſente Magnete. Ex quo ſequitur quod quamvis ferrum ſit capax alicujus virtutis à Magnete receptæ, non

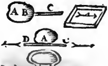
tamen

tamen propterea totam conſervat. Sed aliqua ejus pars deperit & deſinit amoto Magnete.



Experimeotum 20. Minor magnes majori ferrum ſubripit.

Hoc experimentum nonnulli videbitur prodigioſum, nempe quòd minor magnes, qui conſequenter minotes habet vires, quàm major, nihilominus illi prævaleat, ferrumque à majore ſubripiat; ſed attentiùs id conſideranti mirum non videbitur. Sit ergo magnes AB, cujus polo A ferrum adhæreat, applicetur alteri ferri extremo, minor magnes SM, ſecundùm polum amicum, hoc eſt ſi polus A auſtralis eſt. ſit polus S Seprentrionalis; relicto Magnete AB; adhætebit ferrum Magneti MS. Quia nempe non pugnant ad invicem virtutes utriuſque Magnetis, ſed potiùs ſe invicem adjuvant. quare cum virtus Magnetis AB ſit validior; Sphæram activitatis magis extenſam habebit. Unde poterit pervenire uſque ad S, cum tamen Sphæra activitatis minoris Magnetis, non perveniat uſque ad A. Poterit ergo fieri, ut virtus ſit intenſiot in puncto S, quàm in puncto A, & conſequenter ſit firmior adhæſio. Quod non impedit quo minus, magnes SM juvet etiam adhæſionem in puncto A, modò virtus minoris Magnetis perveniat uſque ad punctum A. Licèt autem major ſit adhæſio io puncto A, quàm anteà, hoc non impedit quò minùs minor magnes adhuc ſubripere poſſit ferrum, quia adhuc erit major intenſio in puncto S.

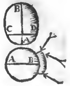


Experimentum 21. Mediante filo ferreo producitur ſphæra activitatis Magnetis, ut ſi ſit magnes AB qui ſphæram activitatis circumſcriptam habeat puncto C. ſi ejus polo B applicetur filum ferreum, mediante eo filo ferreo producentur fines ejus, ad duplum, & etiam triplum ſpatium.

Experimentum 22. Si filum ferreum, polum Magnetis tetigerit in medio, utrumque extremum eandem verticitatem habebit, ut filum ferreum DC, in medio polum A Magnetis tetigerit; extrema ejus D & C, erunt auſtralia; & acûs Magneticæ fuſcinulam attrahent. Quod ſi per medium ſuſpendatur prædictum filum ferreum; videbitur nullam habere verticitatem, hoc eſt neque in auſtrum, neque in Septentrionem dirigetur.

Experimentum 23. Si filum ferreum utrumque Magnetis polum tetigerit, ita ut hinc inde illos excedat, in extremis erunt facies contrariæ, in mediis verò, varium ſitum habebunt eædem facies, prout in varias partes ſecabitur. Ut ſi filum ferreum DC, polos A & B Magnetis tangat, in extremo C erit verticitas auſtralis, in extremo D facies borealis, in puncto A facies auſtralis, in puncto B borealis.

Experimentum 24. Filum ferreum Magnetice excitatum, ſi contundatur, aut violenter digitis incurvetur, incurvatum ad rectitudinem revocetur, omnem verticitatem amittit.



Experimentum 25. Si Magnetis pars aliquà in meridionali hæmiſphærio reſecetur, hæmiſphærium Septeotrionale, multùm de ſuis viribus amittet. Ut ſi ex Magnete AB reſecetur ſegmentum CAD, polus B tantùm ferri poodus non ſuſtinebit, quantùm antea ſuſtinebat.

Experimentum 26. Ferrum aliàs excitatum, difficiliùs nonnunquam trahitur, quam ferrum quod nunquam Magnetem expertum eſt; quia ſcilicet, antequam trahatur debet ſæpè deſtrui præconcepta verticitas, quando contingit, ut incongruè applicetur.

Experimeotum 27. Ferrum interpoſitum impedit, ne ulteriùs virtus Magnetica rectà procedat. Ut ſi polo boreali Magnetis AB, applicetur lamina ferrea, virtus Magnetis non amplius rectà procedet, ſeu in directum axi Magnetis, ſed per laminam effundetur, & verſoria non occurrent è regione poli Magnetis: ſed ad extremitatem laminæ.

Experimentum 28. Verticitas ferro communicata, & quæ in eo diu. & per multos annos perſeveravit; ſi per contactum non diuturnum Magnetis, in contrariam mutetur, poſt aliquas horas reviviſcit, & novam deſtruit.

Axiomata ab experimentis deducta.

Ex prænotatis experimentis varia axiomata, & quaſi leges Magneticorum notare poſſumus, quibus in decurſu utemur ad probandas propoſitiones noſtras.

AXIOMA I.

In inſtanti agit magnes, ſtatim enim atque ferro admovetur in debitâ diſtantiâ, & intra Sphæram activitatis ſuæ, illud commovet, dirigit, & allicit. Unde quantùm ad directionem & attractionem ſpectat, nulla intercedit mora; nullum tempus requiritur.

AXIOMA II.

Magnes agit in tempore, hoc eſt ut ferrum immutet, eique verticitatem, & virtutem aliud ferrum alliciendi communicet, diuturnior requiritur mora, & quò infirmior erit magnes. eò majori opus erit tempore. Sic terra ut cancellos ferreos perficiat, notabilique verticitate imbuat; multos annos requirit.

AXIOMA III.

Virtus Magnetica nullum habet contrarium quàm ſeipſam, niſi forſitan vehementem ignitio-

nem, contuſionem item ferri validam ; nec requirit in ſubjecto quod penetrat ullam diſpoſitionem: eſt tamen virtus Magnetica ſibi ipſi contraria, cum verticitas ab uno polo communicata, difficulter expellatur ab alio polo : & ex ea reſiſtentia contrarietatem arguere liceat.

AXIOMA IV.

In eodem ſubjecto inveniuntur contraria, in eodem quippe lapide, utraque eſt verticitas, quâ ad Auſtrum & boream convertitur, ferroque duplicem verticitatem communicat. Cenſeri autem debet aliquo modo ſibi contraria, quia & una parte uni tertio, nempe alteri Magneti amica eſt, & eidem ſecundùm aliud extremum inimica.

AXIOMA V.

Virtus Magnetica diviſibilis eſt, cum diſtinctionem partium habeat, invehatque ſemper duos polos diverſos, & æquinoctialem. Indiviſibilis etiam eſt, quia quæcumque vel minima pars Magnetis aſſumatur, eandem polorum, & æquatoris differentiam admittet : unde tota in toto eſſe, & tota in qualibet parte, dici poteſt. Centrum in circumferentia, quia ad polos præcipuè confluunt, omnia Magnetica, quaſi ad commune centrum : dici etiam poteſt vis corporea, & ſpiritualis, corporea quidem, quia proprietas eſt corporis, ſpiritualis, quia perfectiones habet rebus ſpiritualibus ſimillimas.

AXIOMA VI.

Vis omnia penetrans nihil lædens. Habet enim hoc peculiare, virtus illa, quæ à Magnete per medium propagatur, ut nullum ſit corpus ipſi impenetrabile, nulli tamen corpori, eâ penetratione nocet.

AXIOMA VII.

Actio indiſtans, non tamen ſine medio, quia magnes ita agit per medium ; ut in eo virtus propagata non advertatur ; nec ullum in eo videatur effectum formalem habere. Non tamen eadem virtus ſine medio propagatur ; quia ſi polo Magnetis admoveatur ferrum, protenditur hæc virtus ultrà præſtitutos ſibi terminos.

AXIOMA VIII.

Profuſio ſine jacturâ, hæc proprietas communis eſt omnibus fere agentibus, quæ agendo non exhauriuntur, ita ſol perpetuò producit lumen.

AXIOMA IX.

Magnes dat quod non habet, primò ferro communicat vim attollendi, certum pondus, quod vires Magnetis ſuperat ; præcipuè in Magnetis præſentiâ. Secundò polus borealis Magnetis, qui vim tantum habet convertendi ſe ad boream, ferro comunicat virtutem convertendi ſe ad meridiem.

AXIOMA X.

Idem aliquid producit, & deſtruit. Nempe idem magnes verticitatem unius rationis producit, eamque per applicationem alterius poli omninò obliterat. Quod etiam fit ſi idem polus alteri extremo admoveatur.

AXIOMA XI.

Parvus magno præſtat, hoc eſt parvus magnes majori ferrum præripit : vel proportione ſervatâ, majores animadvertuntur effectus in parvo Magnete, quàm in magno.

AXIOMA XII.

Pondere proprio non gravatur. Hoc de ferro intelligendum eſt, quod cum Magneti adhæret, non gravitat, magnes tamen illius pondere gravatur.

AXIOMA XIII.

Contraria contrariis amica, nempe polus boreus unius Magnetis, polo auſtrali alterius Magnetis amicus eſt ; ſimilia ſimilibus inimica, poli nempe ejuſdem denominationis ſe invicem averſantur, hoc eſt polus boreus unius, fugit polum boreum alterius.

AXIOMA XIV.

Quæ ſunt eidem amica, ſunt inimica inter ſe, quæ ſunt inimica eidem, inimica ſunt inter ſe. Hoc de polis Magnetis intelligitur, ut duo poli borei duorum Magnetum ſunt inimici, polo boreo tertij Magnetis ; ſunt item inimici inter ſe cum ſint ejuſdem denominationis. Ejuſdem ſunt rationis alia multa axiomata quæ formari poſſunt ut hæc. Virtus in eodem fonte petita contraria, & noxia, ut ſi ſucceſſivè eidem Magnetis polo duo verſorii extrema applicentur, communicatur contraria verticitas. Virtus in contrariis fontibus petita amica, hoc eſt ſi duo verſorii extrema admoveas duobus polis ejuſdem Magnetis, meliùs radicatur eadem verticitas. Si inimicum inter duos inimicos colloces ambos fugabit, hoc eſt ſi polum verbi gratiâ boreum, inter alios duos polos boreos ſtatuas, ambos expellet. Si tertium inter duos amicos amicitiam impediet.

AXIOMA XV.

Eadem vis motum facit, & ſedat. Si nempe ſupra, aut infra pixidem Magneticam in gyrum Magnetem moveas, acus Magnetica eundem motum immitabitur : ſedabitur autem ejuſdem acus circulatio, ſi polus contrarius motui acui occurrat, præcipuè verò ſi occurrat extremo contrariam faciem habenti, aut potiùs faciem ejuſdem denominationis.

AXIOMA XVI.

Motus circularis alicui naturalis, nempe ſi circulariter moveatur magnes, circulariter etiam verſoria ipſi impoſita movebuntur, ita ut quamvis Magneti motus ille circularis, non ſit naturalis; ſit tamen naturalis verſoriis.

AXIOMA XVII.

Motus Magneticorum mutuus eſt, hoc eſt mutuò ſe ad motum incitant.

DE

DE MAGNETE
LIBER SECUNDUS.
Propoſitiones.

P*OSTQUAM experimenta Magnetis præcipua ſufficienter explicuimus, reſtat, ut quid certi ex iis deduci poſſit, quid probabilis, aut dubii, perpendamus; quod propoſitionibus ſequentibus clare quantùm fieri poterit exequi conabor. Certa ut certa proponam, dubia quaſi dubia proferam, & probabilibus ſua probabilitas non adimetur.*

PROPOSITIO I.

Theorema.

Demonſtratur virtus Magnetica terræ ineſſe.

Illi corpori virtus ineſt Magnetica, circa quod omnia quæ hanc virtutem participant, moventur, & quieſcunt, eo modo quo moventur & quieſcunt circa Magnetem. Sed omnia Magnetica eo modo ſe habent reſpectu terræ, quo circa Magnetem: ergo terræ virtutem Magneticam ineſſe fatendum eſt. Major facilè oſtenditur, dum enim dubitamus an lapis aliquis, ſit Magneticus, necne, id experimur admovendo corpora Magnetica; rectéque judicamus, illud virtutis Magneticæ eſſe particeps, ſi unâ ſui parte, faſcinulum acus Magneticæ alliciat, aliâ verò repellat; ſi ad eius unum polum inclinentur verſoria, denique ſi dirigantur acus Magneticæ ſupra prædictum corpus, eo præcisè modo quo reliquos Magnetes reſpicere ſolent. Ergo ſi idem accidat omnibus Magneticis in ordine ad terram, idem judicare debemus. Minor autem primi ſyllogiſmi, nempe quod Magnetica eandem habitudinem obſervent reſpectu terræ, ac reſpectu Magnetis ita oſtenditur inductione.

Primò ab aliquâ causâ diriguntur Magnetica, aut ſaltem aliquem terminum habent ſuæ directionis, ſed à nullâ aliâ causâ diriguntur: ergo à terra directionem illam ad polos habent. Ergo ſicut Magnetica ſe accommodant plano meridiano Magnetis, ſecundùm quoque meridianum terræ extenduntur. Major autem quod ab aliquâ causâ, hoc modo dirigantur, aut ſaltem habeant aliquem terminum quem reſpiciant: ideo disjunctione uſus ſum, quia poſſet aliquis dicere Magnetica determinata eſſe ex natura ſua, ut reſpiciant polos. Oſtendo autem non reſpicere cœleſtes, ſed terreſtres. Secundò oſtendo etiam hanc directionem oriri à terrâ non à cœlo, immò nec ab ipſo corpore Magnetico. Si enim talis directio à cœlo, aut à corpore Magnetico oriretur, terrâ nullam vim conferente, nullam declinationem paterentur Magnetica; ſed ſemper meridiano inſiſterent; at Magnetica magnam patiuntur declinationem, in polaribus præcipuè regionibus, eo modo quo illam patiuntur dum Magneti inſiſtunt, quæ major eſt versùs polos.

Si enim à cœleſti aliquo puncto diriguntur, cum ſolus cœleſtis polus ſit immobilis, reliqua omnia puncta mobilia ſpatio 24 horarum; Magnetica, aut polum ubique, & ſemper reſpicerent; vel mutationem declinationis intra viginti quatuor horas paterentur. Sed neque à ſeipſis hanc habent directionem, niſi influat aliquid, aut ſaltem ea determinet terra. Quia omne Magneticum, ſi nihil extrinſecum accidat, determinatum eſt ad unum modum agendi; ergo ſi tota directio ab ipſo petatur, nunquam exorbitabit à lineâ meridianâ. Quare ut breviter complectar omnia, nulla alia afferri poteſt cauſa declinationis Magneticæ, niſi inæqualitas virtutis Magneticæ, per totam terram diffuſæ. Cauſa enim hujus declinationis proportione quâdam reſpondere debet, cauſæ declinationis illius, quâ Magnetica aberrant à meridiano Magnetis: ſed hæc tribuitur inæqualitati perfectionis diverſarum partium Magnetis; ergo ſimilem in terrâ cauſam agnoſcere debemus. Hoc eſt cum terra, Oceano interrumpatur, prout plures ex una parte continentes occurrunt, quàm ex alia; verſoria ad ſe magis alliciant, & declinare cogant, ita diximus in experimentis, in medio ferè Oceano, qui inter Europam, & Americam Septentrionalem interjacet, verſorium rectà meridiano ſubjacere. Si in Europam tendatur, pars Septentrionalis Magnetis, ſenſim ad Orientem deflectet.

Secundò ex inclinatione Magneticorum, oſtenditur virtus Magnetica terræ. Corpus illud virtutem Magneticam participat, circa quod verſoria eodem modo inclinantur, quo circa Magnetem; ſed experientiâ compertum eſt, verſoria ita ſe habere reſpectu terræ; ergo illi virtus Magnetica deneganda non eſt. Minor oſtenditur. Sit acus nova, quæ virtutem Magneticam nunquam ſenſerit, in æquilibrio poſita, neutro extremo præponderante, quæ imbuatur virtute Magneticâ, ſive unum extremum tangatur polo auſtrali, ſive aliud polo boreali, pars illa, in his regionibus, quæ ad boream tendit, ſexaginta aut pluribus etiam gradibus, infra horizontem deſcendet. Et ne putes id caſu accidiſſe, ſi admoto ad extremum quod uno polo tetigiſti, polo Magnetis contrario, ita ut verticitas prima deſtruatur. Sé

conttaria ptodncatur, aliud extremum quod modò ad boream ſpectabit, pariter totidem gradibus deſcendet. Dixi item quodcumque exttemum rangatur, ut iis reſponderem, qui dixetunt ideò inclinari unum exttemum, quòd per contactum fetto adhæreant nonnulla Magnetis ramenta. Illud enim extremum quod polum verbi gratiâ boreum tetigerit, atque adeò faciem auſtralem conceperit, elevabitur ſupta horizontem, & levitare videbitur.

Et quod mirum eſt quantùm experientiæ demonſtrant, tot gradibus Magnetica inclinantut ad terram, quot inclinantur ad Magnetem. Quare ſicut inclinationem verſorii circa Magnetem circumducti, benè tribuimus ipſi Magneti; illumque lapidem Magneticum aſſerimus, circa quem eadem, & ſimilis inclinatio deprehenditur; ita etiam dum eandem citca terram inclinationem obſervamus. Idem de terra pronuntiare debemus.

Ur autem hæc demonſttario majorem vim obtineat, oſtendo nec polum cœleſtem eſſe terminum directionis Magneticæ, nec eoſdem polos ad ſe verſoria attrahere. Si enim vetſoria ad polos cœleſtes dirigerentur, aut ab iis allicerentur; acus hoc modo in æquilibrio poſita, obi Magnetem tetigiſſet, attolleretur in his regionibus, ſecundum eam partem, quæ polum boreum ſpectat. Nam polus boreus ſupta horizontem attollitur gradibus quadraginta quinque hîc Camberii, cùm tamen pars borealis infra horizontem deprimatur.

Tertiò magnes circa Magnetem circumductus, eandem ſemper faciem ad illum obvertir; item magnes circa terram circumductus eandem faciem ad terram obvertit; ergo terra virtute Magneticâ non carer. Antecedens probatur nobili illâ experientiâ, quam primus protulit Pater Grandamicus de meridiano univerſali. Hoc eſt ſi magnes ita collocetur, ut polus eius meridianus, ſir in Zenith, & boreus ſpectet Nadir, hoc eſt inferiorem locum obtineat, eamdem ſemper faciem in circulo meridiano collocabit, ſed eandem faciem non collocaret in meridiano, in diverſis regionibus, niſi terræ ineſſet virtus Magnetica, ergo terra virtutem habet Magneticam. Supponamus enim ad cœlum Magnetica dirigi; cùm excepto polo cætera cœli puncta mobilia ſint, & per converſiooem unius faciei ad meridianum poli Magnetis non melius congruant cum polis cœli, nulla videretur eſſe ratio, cur determinatum, & conſtantem ſitum proſequetentur.

Ur verum tamen fatear, nam quærenti veritatem nihil diſſimulare licet, hoc terrium argumentum vim apud me demonſtrationis, non obtinet. Ponamus enim Magnetem non eſſe perfectè homogeneum, & aliquam eius partem perfectiorem eſſe, hæc potiùs attraheretur à polis cœleſtibus, quàm quælibet alia, unde mirum non eſſet ſi ſemper ſe conformarer ad ſitum meridianum. Eam enim rationem attulimus, illius conſtantis ſitus, nempe quod partes illæ quæ perfectiores ſunt, quantùm poſſunt, ſe adjungant ad polos terræ; & facilè, ad polos celeſtes idem effectus revocari poſſet. Favet tamen huic rationi quod magnes reſpectu alterius Magnetis idem faciat.

Secunda Demonſtratio. Petitur ex communicatione virtutis Magneticæ, quæ ferro novo additur. Non utor experientiâ quæ aſſerir ferrum, refrigeratum in lineâ meridianâ Verticitatem acquirere, quia id tàm facilè cœlo, quàm terræ adſcribi poſſet: ſed aliàs in medium afferam, quæ ſoli telluri conveniunt. Hoc igitur modò fieri poterit demonſtratio.

Illud cotpus Magneticum eſt, quod alteri virtutem Magneticam communicat, ſed tellus virtutem Magneticam communicat; ergo verè Magnetica eſt. Major controverti non debet, ſi enim verſorium præparatum habeamus, quod verticitate careat, ſi animadvertamus ex contactu alicujus lapidis, illud verſorium verticitatem acquirere, benè judicabimus huic lapidi virtutem Magneticam ineſſe: ergo pariter ſi terra eam tribuat, alicui, priùs illi ineſſe fatendum eſt. Ad probandam minorem illæ experientiæ proferendæ ſunt, quibus oſtendimus ſupra, ferramenta omnia, ut ſunt cancelli ferri, perpendiculariter per multos annos erecti, aut in ſitu pariter perpendiculari refrigerati, poſt vehementem ignitionem, verticitatem acquirere; & eam (quod diligenter notandum eſt) vi cujus in his borealibus regionibus, pars ſuperior vergat ad Auſtrum, inferior verò ad boream, unde concludo hanc virtutem ipſis à terra tribui. Vel enim à cœlo his ferramentis virtus Magnetica tribuitur, vel à terra; non à cœlo, ergo à terrà. Probatur minor, ſi à polis cœleſtibus produceretur hæc virtus; dum ferrum eſſet perpendiculare, eius pars ſuperior boream ſpectaret, inferior auſtrum; ſed contrarium accidit: ergo falſum eſt, quod cœlum ſit cauſa productiva talis virtutis. Probatur ſequela majoris, polus quilibet dum confert alicui ferro virtutem, id præſtat non per contactum, ſed per approximationem, polus boreus tribuit vim ſe dirigendi ad boream, ei extremo cui eſt vicinius: ſed polus cœleſtis boreus illi extremo, quod verticem reſpicit ſeu ſpectat verticem, non eſt vicinius, polus verò auſtralis vicinior eſt ei extremo quod ſpectat ad Nadir. Ut apparet in figura; in qua polus cœle-



ſtis boreus B vicinior & magis directè reſpicit extremum F, quam extremitatem E. Si tamen ſuſpenderetur virga ferrea E F, pars E tenderet in Septentrionem: quia nempe tangit hæmiſphærium terræ boreale G C H. Quare concludendum eſt verticitatem illam produci à terrâ non à cœlo.

Et hoc ſecundùm leges Magneticas, & experientias ſupra relatas, in quibus vidimus in quocumque puncto alicujus hæmiſphærii tangatur extremitas ferri, contrahi ſemper ab eo extremo verticitatem, quâ ad polum illius hæmiſphærii dirigatur, hoc eſt dum dirigitur ſecundum planum meridianum vergat ad talem polum.

Tertia demonſtratio petitur ex duabus experientiis, prima eſt, quod ferrum perpendiculare, ſecundùm partem ſuperiorem attrahit fuſcinulam acûs Magneticæ, ſecundùm partem inferiorem

attrahit

attrahit cuſpidem,ſeu partem acus meridionalem, ex quo ſequitur extremitatem F meridionalem eſſe, & extremitatem E borealem. Et hoc non tantùm quando diu perſeverarunt in eodem ſitu; ſed etiam quando de novo hunc ſitum accipiunt; ita ut eadem pars quæ, verticem occupabat, & fiebat auſtralis attrahendo fuſcinulam, ſi invertatur, & inferiorem locum de novo accipiat, jam fiat borealis, & alliciat cuſpidem ejuſdem acus. Sed hoc explicari non poteſt, niſi tribuatur polo terræ C boreali; qui tranſmittat virtutem ſuam per ferrum EF, fiatquè extremitas E illi amica, & conſequenter quæ ad boream ſeu ipſum ſemper ſpectare debeat. Ex quo fit, ut E attrahat partem Auſtralem verſorij, & punctum F partem borealem, agente ut dixi polo terræ C per ferrum EF, & hoc fortiùs quàm ſi tale ferrum non adeſſet.Quia per tale ferrum propagatur, & quaſi extenditur virtus Magnetica terræ: contrario autem modo propagaretur, ſi à polis cœleſtibus deflueret. Idem ferè dicendum eſt de ferro horizontaliter jacente, cujus extremitas quæcumque, modò unum, modò aliud verſorij extremum allicit, prout meridiem, vel auſtrum ſpectaverit, & quaſi tranſeunter fiat meridionalis, aut borealis.

Omitto quòd lateres cocti, & omni humore extraneo expurgari, præcipuè ſi eundem ſitum obſervarunt per multos annos, verticitatem habent, ſatis inſignem, ſuot autem hujuſmodi lateres terra pura. Ergo etiam terra pura eandem virtutem habet.

Experimenta quæ attuli circa inclinationem, & declinationem acus Magneticæ, intelligenda etiam ſunt de Magnete ipſo, ſi liberè natare permittatur, verbi gratiâ in Mercurio, aut aliquo alio modo ſiat liber à gravitate ſua.

Ex his vides quàm meritò jure diſtinguantur poli in Magnete, & æquinoctialis circulus, cum ſuis parallelis; cur item magnes vocetur terrella, ſi enim terra magnes aliquis eſt, propter ſimilitudinem, quam habet cum Magnete, propter eandem ſimilitudinem, magnes terrella quædam erit.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Terra, omnia Magnetica, ad ſitum meridianum dirigit.

Hæc propoſitio in præcedenti ſufficienter probata eſt, & facilè in hunc modum demonſtratur. Magnes acûs verſorias ſuprapoſitas dirigit, ad ſitum conformem ſuo meridiano, neque enim rei de ſe activæ, & neceſſariæ ad effectum aliquem, denegari debet actio: ſed magnes neceſſariò requiritur ad hoc ut acus collocetur in ſitu parallelo axi ejuſdem Magnetis; ergo illi denegari non debet actio. Nam ponere Magnetem eſſe meram conditionem ſine ullâ efficientiâ, ita ut poſito Magnete, verſorium ab intrinſeco producat motum in ſe, & ſe collocet in ſitu illo parallelo, ſine ratione ulla affirmaretur. Quæro enim quid determinet verſorium ad talem motum, ſi nihil in eo à Magnete producatur, neque enim verſorium divinare poteſt ibi eſſe Magnetem. Secundò aliquid permanens perſeverat in verſorio,quod non erat antea, nempe vis attractiva alterius ferri: ergo magnes verè dirigit ferrum, ad ſitum parallelum axi ſuo: ergo etiam terra dirigit corpora Magnetica ad ſitum meridianum. Probatur hæc ultima conſequentia rationes cur non denegetur Magneti hæc vis directiva, tàm benè oſtendunt eam non denegandam telluri, cum Magnetica ordinentur ad tellurem, eo præcisè modo, quo ad Magnetem ordinantur. Inſiſtendum autem eſt præcipuè declinationi Magnetis, cujus nullam probabilem reddere poſſumus rationem, niſi terra dirigat omnia Magnetica: idem dicito de inclinatione, & de converſione ejuſdem faciei Magnetis perpendiculariter ſuſpenſi.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Quies terræ in centro, non demonſtratur ex ejus virtute Magnetica, immo nec probabilis redditur.

Gilbertus qui primus proprietates Magnetis diligentius ſcrutatus eſt, Copernicano ſyſtemati addictus fuit, telluriſque motum, tam diurnum circa axem, quàm annuum in deferente tuetur; quam opinionem virtute Magnetica non propugnat, ſed aliunde deſumptis rationibus ſtabilire conatur.

Pater Cabæus ait ideò telluri inditam eſſe virtutem Magneticam, ut ſingulæ ejus partes ſimiliter, & eodem ſemper modo cœleſtes influentias excipiant, iiſdemque parallelis ſubjaceant. Unde benè excutitur à polo ad polum, hoe eſt ſecundùm axem motum diurnorum. Ex eo tamen, ut ſatis manifeſtum eſt non probatur terræ immobilitas, ſive enim ſit in centro immobilis, ſive moveatur, tantùm circa axem motu diurno, ut volunt Semicopernicani, ſive præterea moveatur in deferente motu annuo, eaſdem ſemper partes, iiſdem parallelis cœleſtibus ſupponit. Quare ex eo capite nihil pro ejus quiete virtus Magnetica efficit.

Pater Grandamicus à duabus qualitatibus, terræ immobilitatem omnimodam effici exiſtimat; gravitate ſcilicet, quâ omnes ejus partes ad centrum univerſi lineis rectis tendunt; & virtute Magnetica, quâ illi omnis circularis motus adimitur. Immò hoc duplici quaſi fulcro omnis fluctuatio, & trepidatio, quam ad motum animalium pati poſſet impeditur: putatque ſe novam inveniſſe immobilitatis terræ demonſtrationem, quam hac propoſitione expendendam ſuſcipio. Revocandum autem eſt id quod, in Staticâ oſtendi, incertum eſſe, an gravia tendant ad centrum univerſi, an verò ad centrum terræ, & an terra per modum unius gravitet. Poteſt enim fieri ut gravitatio, nihil ſit aliud, quàm conſenſus quidam partium terræ; quâ invicem ſe attrahunt,ut unum totum componant, quare ex hoc capite vacillat immobilitas terræ.

Quod verò pertinet ad virtutem Magneticam terræ, non video ejus circulationem circa axem impediri: neque enim conceptum vertiginis motum præcisè impedit virtus Magnetica Nam ſi gravia, præcisè quâ gravia motui horizontali

 non

non reſiſtunt, ita ut ſi ſupponatur globus perfectiſſimus, plano item perfecto inniti, & moveri in orbem ſupra punctum cui inſiſtit, ſecluſo attritu illius partis, & reſiſtentia aëris ambientis, perpetuus deberet eſſe motus ille: multò magis ſi terra dirigatur à polo ad polum, per virtutem Magneticam, hæc directio non erit contraria motui vertiginis; experimur enim multò minus virtutem magneticam eſſe contrariam motui horizontali vertiginis, quam ſit gravitas. Nam turbo cujus axis ferreus, ſi concepto motu, à polo Magnetis detineatur, diuturnior erit motus quam ſi menſæ quantumlibet levigatæ inſiſteret.

Id totum ergo quod virtus Magnetica præſtabit, erit ut ejus axis ſit parallelus axi mundi, nihilque præterea; reſtat autem, ut ejus demonſtrationem expendamus. Primò ſupponit experientiam ſupra prolatam, Meridiani ut vocat univerſalis, ſine alia declinatione, nempe quod Magnes, aut virga ferrea ſex digitos longa, & ita ſuſpenſa, ut polus ejus auſtralis verticem reſpiciat, eandem ſemper faciem ad orientem, eandem ad meridiem, & auſtrum convertat, ita autem conficit argumentum.

Nullum corpus Magneticum movetur circulariter circa polos; ſed tellus eſt corpus Magneticum ergo tellus non movetur circulariter circa polos. Minor probata eſt propoſitione prima, reſtat tantum difficultas circa majorem, quam ſic probat: Si corpus Magneticum moveretur circa polos, deberet eſſe indifferens ad hoc ut quamlibet faciem ad orientem, & occidentem converteret. Sed non eſt indifferens, ut conſtat hâc experientia; ergo nec movetur circa polos, nec aptum eſt ad motum circa polos. Major etiam conſtat; ſi enim non ſit indifferens, reſiſtet motui circulari, quare motus circularis naturalis illi non erit. Hæc eſt tota vis argumenti, quam demonſtrationem tam claram eſſe exiſtimat ac iſtam. Nullum corpus grave ſurſum movetur, ſeu recedit à centro univerſi; ſed terra eſt corpus grave; ergo non recedit à centro univerſi. De hac ultimâ jam tulimus judicium ſuo loco.

Ut meliùs hujus demonſtrationis infirmitas appareat, videamus utrum in affini materia aliquid ſimile tentare poſſimus, hoc modo.

Nullom corpus Magneticum habet axem parallelum axi mundi, ſed inclinatum ad horizontem, ſed terra eſt corpus Magneticum, ergo non habet axem parallelum axi mundi. Reſponderi debet. Nullum corpus Magneticum prope alium Magnetem poſitum habet axem parallelum axi mundi, (excepto ſitu æquinoctiali) concedo, liberum omnino, & remotum ab omni Magnete à quo coërceatur, nego. Neque enim argumentari debet ex iis quæ accidunt corporibus Magneticis directis à virtute Magneticâ terræ, ad ea quæ iiſdem acciderent, ſi ſublata terra à cœlo dirigerentur. Idem dicito in exemplo demonſtrationis propoſitæ. Immò ex eâ demonſtratione & experientiâ, cui ipſe innititur facilè demonſtro perfectam indifferentiam Magnetis reſpectu partium omnium cœli; nempe orientalium, corpus enim illud quod eandem faciem convertit modò ad unum punctum cœli, modo ad aliud, eſt indifferens, ſed tale eſt corpus Magneticum, quod in diverſas regiones tranſlatum, eandem faciem obvertit ad Orientem illarum regionum; ſed Oriens unius regionis differt ab Oriente alterius regionis, ergo corpus Magneticum obvertit eandem faciem, modò ad unum, modò ad aliud punctum cœli: ergo ex eo capite probatur indifferentia. Quare ut aliquid probaret hoc argumentum, transferendum eſſet corpus illud extra ſphæram activitatis terræ, nam hic Magnes à terra coërcetur, terra à nullo alio Magnete coërcetur.

Quod ſi proponeretur idem argumentum alicui Copernicano, facilè negaret primam Majorem, ſcilicèt nullum corpus Magneticum moveri circulariter, aſſereret enim etiam Magnetem diſpoſitum eo modo, quo exigit experientia, ſimul cum terra circulariter moveri. Neque enim ex quiete quæ apparet in ordine ad cæteras partes terræ, cum quibus eundem ſitum obſervat, licet argumentari, ad quietem omnimodam: quis enim dicat hoc argumentum aliquam vim habere. Nullum corpus grave circulariter movetur, ſed terra eſt gravis, ergo circulariter non movetur. Et probaret majorem ex eo quod partes terræ non moventur circulariter ſuper terram; puto majorem vim non ineſſe propoſitæ demonſtrationi.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Niſi obſtaret ſcripturæ authoritas, virtus magnetica terræ aliquam probabilitatem affunderet opinioni Copernicanæ.

Pater Grandamicus terræ immobilitatem ex ejus virtute magneticâ deducit, ego verò exiſtimo ſecluſâ authoritate ſcripturæ, virtutem Magneticam terræ, ejus mobilitati favere. Nam ſi conſideremus Copernicanum ſyſtema, certum eſt ut ſalventur omnes apparentiæ, axem terræ debere ſemper eſſe parallelum, primario axi, hoc eſt fingendo lineam per centrum univerſi ductam, quæ telluris axi ſemel ſit parallela: certum eſt (inquam) ut omnes obſervationes conſiſtant, axem terræ huic lineæ parallelum eſſe debere; contendo autem ad id præſtandum non potuiſſe virtutem excogitari aptiorem, quàm quæ in Magneticis obſervatur; quod ita oſtendo.

Virtus illa aptiſſima eſt, ad parallelliſmum axis terræ, cum axe mundi obſervandum, quæ in Magneticis corporibus parallelisſmum ſemper efficit: ſed virtus Magnetica id præſtat: ergo aptiſſima eſt ad paralleliſmum axis terræ efficiendum. Minor probatur experientiis. Si enim moveas in orbem pixidem Magneticam, animadvertes, in omni poſitione, acum ſibi parallelam ſemper eſſe: hoc eſt ſi ducatur linea ſecundùm longitudinem acûs, antequam pixis moveatur, in quocumque loco ponatur; ſemper huic lineæ acus verſoria parallela erit. Confirmatur hæc ratiocinatio, aliorum rationibus qui voluerunt terram contineri, virtute per polos cœli tranſmisâ, quæ contineat axem terræ, cum axe mundi in eâdem linea.

Hic finis virtutis magneticæ inditæ globo terraqueo multò majorem habet probabilitatem, quàm omnes alii qui communiter afferuntur. Ponamus enim ut communis fert ſententia, terræ omnes partes vi gravitatis ſuæ niti ad centrum univerſi, ita ut centrũ gravitatis cum eo cõgruat, ſine ulla virtute

Magneticâ

Magneticâ, anne propterea periculum erit ne ab eo ſitu dimoveatur. Primò dimoveri non poteſt niſi mutetur centrum gravitatis; non poteſt mutari ſenſibiliter, niſi addatur pondus, quod cum mole terræ ſenſibilem aliquam proportionem habeat; quod enim inſenſibiliter mutetur centrum gravitatis, & motum aliquem minimum habeat, nihil ei nocere poteſt. Quod verò nullum addatur pondus ſenſibile oſtenditur, nam omnia animalia quæ tellurem habitant, nihil ſunt ſi cum tantâ mole comparentur: impetus autem omnis à ventis, aut fluctibus impreſſus primò valde parvus eſt, quippe cui ædificia noſtra, & arbores ſufficienter reſiſtunt. Secundò etiamſi aliquam cum tantæ molis reſiſtentiâ rationem haberet, nihil ut puto efficeret, quia corpora è quibus proficiſcuntur, terræ ipſi innituntur, quod maximè notatu dignum ut jam diximus. Supponamus aliquem in navi exiſtentem totis viribus in navis quâ vehitur proram eniti, ut eam ad motum impellat; ant propterea aliquid efficiet, ſi funem ad puppim annexum omnes remiges, in triremi exiſtentes ad ſe trahant, an propterea incitabitur triremis; inutilis erit hic omnis conatus: quia quantùm impetùs antrorſum impellentis in navi producunt; tantùm impetus retrorsùm promoventis nitentes pedibus, eidem navi tribuunt.

Idem dico de quolibet, etiam vento, cum enim aër omnis, omniſque exhalatio & vapor, terræ inſiſtant, quoties accidit ut pars aliqua rarefiat & aërem impellat, potiùs in unam partem, quam in aliam, ideò quia ex illâ parte minorem invenit reſiſtentiam. Dico ergo in corpus illud reſiſtens tantumdem produci impetus, quantùm ex aliâ parte impenditur, ad propellendum totum aërem, & incitandum ea velocitate, quam in ventis animadvertimus: ex quo nullus propterea in tellure motus ſequetur, Quod innumeris probarem experimentis ſi opus eſſet. Quare ut revertar ad propoſitum. Sublatâ omni virtute Magneticâ, terra à ſitu quem ſemel à gravitate habuit non dimovebitur, neque ab animalibus, neque à ventis, aut fluctibus. Neque etiam virtus Magnetica terræ tribuitur, ne concipiat à continuâ cœlorum vertigine, & rotatione, ſimilem motum, nam huic motui non reſiſtit virtus Magnetica, cùm hæc virtus quomodocumque tandem à cœlis emanet, ſit tantum à polis cœlorum immobilibus, motui circulari non reſiſtet: immo verò contra terræ indita dici poſſet, ut ſuſpendat terram ſecundùm axem, eamque reddat alicujus rotationis capacem.

Quod nonnullis experimentis confirmari poſſit ut dixi; nempe ferreæ virgulæ incertæ in circellum chartaceum, aut ligneum; quæ ſi cum ex digitorum compreſſione motum vertiginis ſupra menſam concepit, attrahatur à Magnete, longè diuturniorem continuabit vertiginem, quàm ſi eidem menſæ inſiſteret. Oſtendo autem quod virtus Magnetica terræ eam tantùm affigat polis cœli; ſi enim reliquæ terræ partes reliquis cœli partibus affixæ eſſent, ex virtute Magneticâ potiùs ſequerentur motus, quàm quies: cùm excepto polo, reliqua omnia cœlorum puncta, mobilia ſint. Oſtendo id etiam poſitivè ab experimentis jam ſupra relatis, præcipuè à Patre Grandamico nempe experimento illo, quo lineam meridianam, ſine ullâ declinatione, ſe ubique inventurum ſperabat. Sequitur enim ex eo, Magnetis ſingulas partes non reſpondere ſingulis partibus terræ; nam eadem facies virgæ ferreæ verticaliter erectæ, obvertit ſe ſucceſſive ad omnes terræ partes: nempe ſemper ad meridianam plagam; quod facere non deberet ſi talis eſſet natura terræ, quatenus Magneticæ, ut non tantùm poli eius, ſed & reliquæ eius partes, ad certa, & determinata cœli puncta obverterentur. Nam magnes, in quo elucet præcipuè virtus hæc terræ, partes haberet ſimilea partibus terræ, & quamvis, non ſe conformaret cœlo, ob virtutem terræ prævalentem, deberet tamen ſe conformare partibus terræ. Unde concludo virtutem Magneticam terræ, non poſſe dici, ei collatam, ad impediendum motum vertiginis, à continua cœlorum circulatione in ea producendum.

Quare jure aſſerere poſſum, non ſatis explicari in communi opinione, quorſum telluri virtus Magnetica inſit.

Quam verò benè afferatur, eius utilitas in opinione Copernicanâ confirmare poſſum, ex eo quod qui ſiſtema Copernicanum machinâ aliquâ facili exprimere vellet, ut terra parallelismum via parabili, obſervaret, acu Magneticâ uti deberet; ſaltem id mihi ſæpe venit in mentem. Igitur niſi authoritas ſcripturæ cui vim facere nefas eſt, obſtaret; tantùm abeſt ut virtus Magnetica terræ eius ſtabilitatem adſtruat, quinimmò eius motum probabilem mihi redderet.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Non poteſt vera linea meridiana omnis declinationis expers, vi Magneticorum innoteſcere.

Hæc aſſertio eſt contra Patrem Grandamicum, qui aliquas tantum pro ſe experientias affert, quibus oſtendit, obelum ferreum in chartaceum circulum inſertum, & ita verticaliter erectum, ut pars eius borealis infimum locum obtineat, idem chartacei circuli punctum ad meridianum obvertere. Nam hic Pater id tantùm in aliquibus locis, non longo intervallo diſſitis, nec diverſas admodùm declinationes habentibus, expertus eſt. Et Experimentum eſt ita lubricum ut niſi plures proferantur experientiæ, fidem inconcuſſam, & firmam facere non poſſit. Præcipuè cum virtus illa, quâ ferreus obelus, verticaliter erectus ſe in orbem convertit, ſit ita tenuis, ut ſæpè acciderit, modò hoc, modò illud circuli chartacei punctum, meridianam plagam reſpexiſſe.

Probo autem id non accidere ubique, & ſuppono me in diverſis locis exiſtere quorum unus declinationem habeat Orientalem, & alter Occidentalem. Ponamus ergo punctum A chartacei circuli obverti ad meridiem directè; punctum autem B eſſe illud quod ſubjacet declinationi Magnetis, nempe quod invenitur in linea per quam in ea regione profunditur virtus Magnetica terræ.

Ideo punctum A reſpicit directè meridiem; quia in virgulâ ferreâ invenitur aliqua pars è regione puncti B melius affecta virtute Magneticâ, quæ ſe diſponit ſecundùm illam lineam quâ virtus Magnetica telluris diffunditur in ea regione;

ne ; ergo eadem pars ubique ſe accommodabit illi lineæ per quam hæc virtus terræ propagatur,



vel afferatur aliqua probabilis cauſa, cur in unâ regione ſe accommodet illi lineæ declinationis, in aliâ verò regione illi non ſe accommodet. Cùm igitur nulla poſſit afferri diſparitas, & omne agens eodem modo ſemper agat in paſſum æquè diſpoſitum, dicendum eſt partem reſpondentem puncto B, ſemper occupaturam lineam declinationis, & in aliquibus erit ad ſiniſtram veræ lineæ meridianæ, aliquando ad dextram; cum ergo punctum A ſit ſemper ad dextram puncti B, impoſſibile erit, ut ſemper ſitum meridianum occupet.

Tota igitur vis argumenti mei in eo poſita eſt, quòd virtus hujus virgulæ ad hoc ut aliqua eius facies meridiem, alia verò Septentrionem reſpiciat, (ſuppono ſemper ſitum verticalem) conſiſtit in aliqua heterogeneitate partium, quam facile in Magnete notare poſſumus. In virgula autem quamvis uniformi in omnibus ſuis partibus, poteſt heterogeneitas virtus Magneticæ communicari, dum affricatur Magneti, neque enim undique affricatur, ſed tantum ad unam quaſi lineam ſecundum longitudinem virgulæ extenſam. Ex quo fit ut ſæpè acus, verſoriorum, quæ ad latera tantùm Magnetem tetigerunt, non ſe accommodent lineæ declinationis, ſicut alia verſoria. Quare dum hoc modo lateraliter virgulæ applicabitur magnes, ut excitetur Magneticè, illa facies quæ Magnetem tetigerit, ſe diriget ad ſitum declinationis, utpote quæ meliùs diſpoſita eſt ad Magnetem.

Quare ut omnia breviter complectar, vel axis Magnetis (qui ſupponitur in navicula natare) eſt perfectè verticalis, ſeu ad horizontem rectus, vel non eſt. Si primum quod vix ulla arte conſequemur, & ſit alioquin perfecta in Magnete homogeneitas, dico fore ut magnes ſit indifferens ad hoc ut unam potiùs faciem obvertat ad meridiem, quam aliam. Si verò non fuerit perfectè homogeneus, dico fore ut ea pars Magnetis, quæ erit perfectioris notæ, verticali declinationi Magnetis ſubjaceat. Tandem ſi axis Magnetis non fuerit ad horizontem rectus, convertetur magnes, donec axem ſuum conſtituat in plano verticali declinationis. Idem dicere poſſum de virgulâ ferreâ, quæ ſi perfectè verticalis ſtatueretur, conſtaretque partibus perfectè homogeneis, & virtus Magnetica illi æqualiter ſecundùm omnes partes communicaretur, dico in tali caſo fore indifferentem perfectè, ut unam potiùs faciem ad Auſtrum quàm aliam obvertat. Si verò fuerit aliqua heterogeneitas, mirum non eſt ſi aliqua eius facies meridiem reſpiciat, aut ſaltem ſequatur planum declinationis Magneticæ. Si denique non fuerit perfectè verticalis, atque adeò non ſtatuatur in plano verticali ejuſdem declinationis, poſt multas hinc inde circulationes ei ſe accommodabit.

Confirmatur tota hæc ratiocinatio experientiâ, motus ille, quo aut magnes, aut virgula verticaliter erecta, determinatam aliquam partem, ad meridianum convertunt, lentus eſt, nec æquè validus, ac cæteri motus, qui in Magneticis corporibus inveniuntur, immò in multis caſibus ſiſtitur, & impeditur; ergo benè tribui poteſt, aut alicui inæqualitati virtutis, aut quòd axis non ſit exactè perpendicularis ;, quod ulteriùs ſtabilitur, nam quò magis à ſito verticali deviabit, eò velocior apparebit.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Terra & Magnes attrahendo, & dirigendo cætera corpora Magnetica, aliquid producunt.

Certum eſt virtutem Magneticam terræ ineſſe, cum corpora Magnetica eodem prorſus modo reſpiciant terram, quo alium Magnetem. Certum eſt item ferrum ad præſentiam Magnetis commoveri, dirigi, accurrere. Dico in hac propoſitione terram, aut etiam Magnetem reſpectu omnium iſtorum effectuum, non ſe habere purè paſſivè, ſed agere, & aliquid phyſicè producere.

Probatur, quia ſi dum ferrum antea immotum, incipit moveri ad præſentiam Magnetis, verè eum motum produceret, ſine ullâ actione Magnetis, aliquod agens de ſe indeterminatum ad hanc, vel illam actionem, & hunc, vel illum motum, talem determinatè motum produceret, quamvis non determinaretur, hoc eſt eodem modo ſe haberet, ac anteà. Sed nullum agens de ſe indeterminatum poteſt ſe determinare ad agendum; niſi aut liberum ſit, aut aliquid de novo recipiat: ergo ferrum quod ad præſentiam Magnetis incipit moveri, verè aliquid recipit, & patitur à Magnete; aut ſaltem motus ille à Magnete pendebit; ſed in tali caſu adhuc conſtat aliquid produci in ferro à Magnete, nempe ipſe motus: ergo aliquid producitur à Magnete, aut ab ipſo promanat. Valet enim principium univerſale, agens non liberum eodem modo ſe habens, operatur idem, neque enim ferrum divinare poteſt, Magnetem vicinum eſſe, aut locum, & ſitum, quibus tamen ſe accommodat, cum inclinatione ad axem eius.

Valet item commune axioma in phyſicis, quotieſcumque aliquid ad actionem requiritur, quòd de ſe activum eſt, verè non debet illi denegari actio: alioquin omnia agentia referam in numerum conditionum ſine quibus non, quod axioma, in hâc maximè materiâ locum habet, in quâ conſtat Magnetem, & ferrum ejuſdem eſſe naturæ.

Probatur ſecundò. Quotieſcumque effectus aliquis ita ſe habet, ut perfectior evadat in minori diſtantiâ, & creſcente diſtantiâ minuatur, & in aliquâ tandem nullus ſit, toties aliquis effectus illi cauſæ tribui debet, ſed motus, & directio ferri talis eſt, ut in aliquâ diſtantiâ nullus ſit talis effectus, in aliâ minori ſit major, & quò vicinior erit magnes, eò perfectior ſequetur effectus: ergo hic effectus tribuendus eſt Magneti. Major eſt ita

Digitized by Google

in certa ut ſi ſemel negetur, dicam neque lumen à ſole produci, neque calorem ab igne, nec probabitur ferè ullum agens aliquem effectum producere. Immò ſi diligentiùs res tota conſideretur, hæc ratio etiam infringit, hunc aliquorum explicandi modum, qui aſſerunt Magnetem undique in orbem virtutem producere, quæ non ſit productiva illius motûs, quem in ferro animadvertimus, ſed tantùm ſit determinativa, & quaſi commonefactiva, ita ut ferrum ſeipſo accurrat ad Magnetem. Quorum mentem ut meliùs explicem, ſupponamus explicationis tantùm causâ, hypotheſin Copernicanam de motu terræ; volunt iidem tellurem emittere ſuam athmoſphæram, ita ut grave quodcumque intra athmoſphæram poſitum, determinetur ad producendum in ſeipſo motum tendentem ad centrum terræ, non quòd athmoſphæra cogat, ſed quod tantùm determinet gravia ad talem motum. Nam ſi athmoſphæra impertinenter ſe haberet ad motum deorſum, grave non poſſet ſcire, ut ita dicam terram in eo loco eſſe, aut in alium tranſlatam eſſe. Quòd verò athmoſphæra non concurrat, oſtendunt, quia athmoſphæra, de ſe gravis eſt, & potiùs reſiſtit motui corporis gravioris, eò quòd corpore deſcendente ad motum ſurſum impellitur. Verumtamen non eſt omnimoda paritas cum ferri ad Magnetem accurrentis, & corporis gravis deſcendentis, eò quod quò remotiùs eſt grave à terra, non propterea lentiùs deſcendat. Quòd ſi hoc experientiâ aliquâ comperiremus, haud dubiè aſſererem terram concurrere ad motum deorſum omnium gravium. Non video autem quomodo id meliùs probare poſſumus, quàm ſi duo pondera priùs in exacta bilance probata, & in æquilibrio poſita, rurſus ita probarentur in alta turri, ut unum penderet medio filo ex una lance, & ferè terram tangeret, aliud verò alteri lanci imponeretur. Quidquid tamen ſit futurum circa, hanc experientiam, quamdiu aſſumetur tanquam verum, corpora gravia æqualiter initio deſcendere, ſive ex altiſſimo monte demittantur, ſive ex minori diſtantia: tamdiu apparebit manifeſta diſparitas inter accurſum Magnetis, ad ferrum, & motum deorſum gravium.

Probatur Tertiò. Reſtat aliquid in ferro ex contactu Magnetis; vel etiam ex vicinia; quod produci non potuit niſi à Magnete: ergo magnes aliquid producit. Major oſtenditur, ferrum quod antea non dirigebatur ad Septentrionem, & auſtrum, ubi Magnetem tetigerit, perſeverantem habet, hanc verticitatem: ergo aliquid recepit à Magnete.

Atque hæc de Magnete reſpectu ferri; de tellure idem conſtat, quia tellus habet virtutem Magneticam, ut vidimus ſupra ſimiliterque Magnetica dirigit, & virtutem ferro communicat: ergo ſi magnes activus eſt, non deneganda eſt telluri virtus activa.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

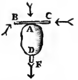
Magnes non agit in diſtans.

Conſtat ex propoſitione præcedenti aliquid in ferro à Magnete produci, immò, & à terra dum Magnetem dirigit. Dico in hac propoſitione, non tantùm aliquid in ferro produci, ſed etiam in toto medio.

Probatur Primò. Ex recepto axiomate, nullum agens agit in diſtans, niſi aliquid, aut producat, in medio, aut ſaltem cum medio unum agens totale componat. Ratio autem hujus communis axiomatis eſt, quòd niſi requireretur propagatio alicujus effectûs, aut virtutis per medium, agens illud ageret ad omnem diſtantiam, nec coarctaretur intra certos limites.

Probatur Secundò. Ferrum antequam accurrat ad Magnetem, ad certum & determinatum ſitum ſe conformat, ergo regulatur à medio, certamque lineam ſequitur; ſed niſi aliquid producatur per medium, nulla erit ratio cur hanc potiùs lineam, aut directionem ſequatur. Nam dependentia à medio oſtendit, aliquid in medio recipi.

Probatur Tertiò. Quod eſt capax extenſionis alicujus immò & refractionis alicujus, neceſſariò recipitur in medio, ſed animadvertitur in effectibus à Magnete productis, aliqua talis refractio, igitur id quod à Magnete producitur aut



emanat, per medium propagatur. Minor oſtenditur. Sit magnes AD cujus polo A applicetur lamina BC, non ampliùs obelus ad Magnetis polum A accurret, ſed ad extremitates B, & C. Sed niſi aliquid propagaretur per medium, polus A eodem modo attrahere deberet obelum, igitur aliquid propagatur per medium, & in tali caſu non directè procedit, ſed ſequitur longitudinem virgulæ BC.

Probatur Quartò, alio experimento. Interponatur inter obelum F & polum Magnetis D aliquid ferri; fortiùs trahetur obelus F quàm antea, ergo medium ibi concurrit, ergo in ferro intermedio producitur aliquid, Magnes item in puncto F aliquid efficit; nam meliùs adhæret obelus ferro DF, ad præſentiam Magnetis, quàm ablato Magnete.

Videntur poſſe duo objici. Primum erit, quod ſi Magnes ageret per medium, diverſitas medii officeret ejus actioni, hactenus autem nullum inventum eſt medium, quod ejus activitatem impediat. Antecedens videtur probari inductione omnium aliorum effectuum, qui propagantur per medium, ut odorum, ſonorum, luminis, caloris frigoris, & aliorum. Reſponderi poteſt, quod ſicut medium quod uni effectui nocet, alterius propagationem non impedit, ita fieri poteſt, ut detur certa virtus cui nullum medium ſit, contrarium. Adde quod ut oſtendimus etiam patitur aliquam in medio alterationem nempe refractionem in laminâ ferreâ, atque adeò jam inventum eſt aliquod medium contrarium ejus propagationi directæ.

Dices. Si aliquid per medium propagaretur à

Magnete, illud decreſceret uniformiter difformiter, videtur autem non propagari uniformiter difformiter: ergo nihil propagatur. Probatur, virtus ſuſpendendi ferrum eſt virtus illa quæ propagatur per medium, ſed hæc non decreſcit uniformiter difformiter: cum tota videatur deperdi, ſi inter Magnetem, & ferrum quod ſuſpenditur aliquid mediet.

Reſpondeo eam etiam virtutem decreſcere cum uniformitate, eſto non poſſit tunc habere ſuum effectum, defectu conditionis, aut obicis interpoſiti: requirit enim immediationem, quòd autem non prætereà ceſſet illa virtus, ſic oſtendo. Mediet igitur inter ferrum, & Magnetem aliquod corpus, ita ut ferrum ſuſpendi non poſſit, nihilominus iſti ferro, adhærebit firmiter aliud ferrum, ergo non ceſſavit adhuc virtus ſuſpendendi, quæ à Magnete procedit, hæc enim virtus, quæ eſt in ferro à Magnete emanat. Nam amoto Magnete ceſſat, aut minuitur.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Argumenta ſuadentia virtutem à Magnete propagatam ſubſtantialem eſſe.

Superioribus propoſitionibus oſtendimus verè aliquid à Magnete propagari, ſive in ferro, ſive etiam in medio. Nunc inquirimus, an illud ſit accidens propagatum per veram eductionem, & eductum ex potentiâ materiæ ipſius medij; ita ut compenetretur cum medio, verbi gratiâ aëre, an verò ſit aliquid ſubſtantiale, receptum in medio, eo modo, quo fumus, aut vapor quilibet in aëre recipitur. Quamvis autem hæc materia videatur purè phyſica, & fines noſtros tranſcendere: quia tamen pleráque argumenta ab experimentis, quæ matheſin noſtram ſapiunt deſumuntur, nolui ut in hoc noſtro opere deeſſent. Volui item utrique opinioni probabilitatem omnem adſtruere, contra morem plerorumque authorum, recentiorum quidem, qui qualitatum oſores, eas omninò reſpuunt, & ſua corpuſcula tenueſque ſpiritus, ubique introducunt, putantque ſe omnes ſoluiſſe difficultates, ſi unam, aut alteram comparationem, aut ſimilitudinem afferant, quâ ſuam opinionem explicent. Aliorum item qui antiquæ ut ita dicam philoſophiæ, placita, ita ebiberunt, ut ſolo nomine corpuſculorum exhorreſcant; omnemque opinionem quantavis probabilitate munitam reſpuant; quod antiquorum placitis non ſubſcribat. Uterque modus æquè mihi viſus eſt iniquus, & pernicioſus, & à ſincero veritatis amatore, alienus. In hac Aſſertione à recentiorum partibus ſtabo: in ſequenti verò aliter me geram.

Probo ergo cum recentioribus, id quod à Magnete emanat, accidens non eſſe receptum in medio.

Probatur. Id quod à Magnete propagatur, in omni medio recipitur, nullumque in eo habet effectum formalem; ſed nullum eſt accidens quod in omni omninò ſubjecto æqualiter recipiatur, & in eo nullum effectum ſenſibilem habeat: ergo id quod à Magnete propagatur accidentale non eſt. Major conſtat experientiâ, minor inductione patet. Nam qualitates Primæ non dicuntur eſſe in ſubjecto, niſi conſtet aliqua ſenſibili nota, ibi dari talem qualitatem. Addo nullam eſſe, quæ peculiares in ſuo ſubjecto conditiones, non requirat.

Probatur Secundò. Omne accidens naturâ ſua permanens, & carens contrario præſente, ubi ſemel in ſubjecto productum fuerit, in eo perſeverat. Sed id quod à Magnete propagatur eſt permanentis naturæ, nullum habet contrarium præſens: ergo ſi ſit accidens, debet perſeverare, quod tamen non facit, nam amoto Magnete, ceſſat id totum in medio. Probo autem ex naturâ ſuâ id eſſe permanens, nam ſi in ferro recipiatur, in eo per multos annos perſeverabit: ergo illud eſt permanentis naturæ. Addidi illud nomen (perſeverantis naturæ) ut occurrerem inſtantiæ, quæ fieri poteſt de lumine, quod pendet continuè à ſuâ cauſâ. Sed primò certum eſt multos etiam cum aliquâ probabilitate hoc maximè nomine, quòd lumen amoto luminoſo ceſſat, exiſtimant illud eſſe ſubſtantiale profluvium. Quòd ſi accidentale eſt, ab omnibus ferè dicetur eſſe fluentis, & non permanentis naturæ: ſola difficultas eſſet in lapide Bononienſi, qui exceptum à ſole lumen aliquandiu videtur conſervare. Sed communis fert opinio, hunc lapidem à ſolis calore & lumine excitatum, in ſeipſo tale lumen producere. Addo ad confirmationem iſtius rationis.

Id quod à Magnete producitur, non poſſe dici accidens, quod pendeat eſſentialiter à Magnete, nam perſeverat in ferro etiam amoto Magnete. Unde in ſui conſervatione ab eo pendet. Dices conſervari à ferro; ſed quomodo à ferro conſervari poteſt, quod à ferro, primò produci non poteſt: nullum eſt exemplum in totâ naturâ accidentis, quòd ab uno agente producatur, deinde ab alio conſervetur.

Probatur Tertiò. Si id quod per medium propagatur eſt qualitas accidentalis, vel ita producitur, ut tota immediatè à Magnete producatur, vel pars qualitatis remotior, pendet à viciniore. Si primum, videtur dari actio in diſtans, aut ſaltem poſſe dari; nam actio quâ magnes remotiorem qualitatem producet nullo modo pendebit, ab actione qua producet eam qualitatem in viciniori parte; ergo licèt ex accidenti, non produceretur virtus in medio, produci tamen deberet in remota parte. Supponatur ergo magnes cujus



polo A ſuperponatur lamina ferrea, aut chalybea, quare virtus illa propagatur ſecundùm longitudinem laminæ & nullo modo producitur in puncto C in quo priùs producebatur: cùm enim ſit accidens receptum in materia, quod non tranſit de ſubjecto in ſubjectum; non videtur quare hæc propagatio, ita ſequi debeat, extenſionem ſubjecti, ut propterea ceſſet ejus actio in viciniori aëre. Neque ullum habemus tale exemplum in reliquis accidentibus. Si verò una pars qualitatis aliam producat, neque propterea ceſſat difficultas, immò verò augetur; quia omnis pars in orbem producere deberet ſecundùm leges cæterorum agentium. Neque dicere potes ideo Magnetem

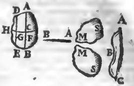
tem ſuperpoſita laminâ nihil amplius producere, in ſpatio C quia lamina eſt impedimentum. Sed contrà, lamina eſt medium aliquod receptivum qualitatis Magneticæ, immò multò magis, quàm aër: nullum autem ſubjectum capax alicujus qualitatis, poteſt habere rationem obicis, reſpectu ulterioris propagationis.

Reſpondere potes ſimilem difficultatem inveniti in reſtactione luminis. Sed inſtare poſſum, difficultatem non propterea infringi: quia teflexio & refractio probabilitatem affundunt opinioni exiſtimanti lumen, non eſſe accidens. Verſavi in omnem partem opinionem communem de lumine, ut aliquid invenirem, ſecundùm ejus principia, quo reflexio, ſed præcipue refractio explicaretur; nihil invenire potui, quod ad probabilitatem accederet. Sufficiat autem mihi, ſimilem inveniri difficultatem in refractione virtutis Magneticæ, illi quæ in refractione luminis invenitur.

Quàm autem facilè in opinione contrariâ, explicetor hæc virtutis Magneticæ refractio, nemo eſt qui non videat: ſobſtantiale profluvium conformes figuræ ſuæ poros ſecundùm laminæ extenſionem productos, nactum ſe inſinuare, alióque derivari.

Probatur Quartò. Si virtus Magnetica eſt qualitas accidentalis, vel erit una, vel multiplex, ſed neque eſt una, nec multiplex, ergo non eſt accidentalis qualitas. Oſtendo primò non eſſe unam, una & eadem qoalitas non poteſt diverſos & contrarios effectus habere, ſed attrahere idem ferrum, & illud idem expellere, ſunt effectus contrarii, ergo non poſſunt ab una eademque qualitate procedere. Pariter hæc virtus ferro commonicata, illud detinet in ſitu meridiano amoto Magnete, præſente verò Magnete, illud detorbat à ſitu meridiano. Diverſimode afficit ſubjectum in quo eſt, nonnunquam enim unum illius extremum ad meridiem obvertit, ſi aliter excitatum fuerit Magneticè, aliud ejus extremum plagam meridianam reſpiciet; quæ omnia explicari non poſſont unicâ virtute æquabiliter per totum Magnetem, & per medium diffusâ. Neque etiam duplex qualitas dici debet ne ponantur duæ contrariæ qualitates in eodem ſubjecto; quæ ita ſe habeant, ut ona creſcenre, alia etiam augeatur, contra leges contrariotum accidentium. Quòd verò ſint in eodem ſubjecto oſtenditur. Nam eadem pars ejuſdem Magnetis, poteſt fieri polus boreus, per diviſionem, & eadem polus auſtralis, ſi dividatur aliter. Diviſio autem nihil producit de novo: ergo in eadem præcisè inveniretur duplex illa qualitas, & conſequenter duo contraria in ſummo. Oſtendo item duas virtutes eſſe contrarias, nam quæ ſe expellunt ex eodem ſubjecto, & ſub eodem genere maximè diſtant, illa ſunt contraria: ſed virtus borealis expellit Auſtralem, ab eadem ferri extremitate: ergo contrariæ ſunt. Ex alia parte non videntur contrariæ, quia virtus Auſtralis quamvis Auſtralem in extremitate quam tangit producat, in alio extremo borealem producit; ergo hæ duæ qualitates ſibi invicem contrariæ ſunt, & non ſunt contrariæ.

Probatur Quintò. Qualitas accidentalis compenetrata cum ſuo ſubjecto duas facies habere non poteſt, ita ut ſitum habeat, ſitque diſpoſita ab A verſus B, potiùs quàm à puncto B verſus A: ſed etiam udverſarii coguntur dicere hanc qualitatem eſſe diſpoſitam ſecundùm longitudinem axis; ita ut ab A excurrat in B, ex B verſus A, ex D verſus E, ex E versùs D, quod quomodo intelligi poſſit in accidente unico, & uniformi ſatis perſpicere non poſſum. Animadverto enim adverſarios, velint nolint, cogi adhibere voces, quæ motum localem ſignificent, in accidente autem compenetrato, cum ſuo ſubjecto, & non tranſeunte de uno in alium, nullus motus excogitari poteſt; ergo neque dicere poſſunt virtutem Magneticam



potiùs excurrere ex A in B, quàm ex C, in D; cùm ſit in omnibus & ſingulis partibus Magnetis: Vel enim iſta excurſio, & extenſio qualitatis ex A in B, ſignificat qualitatem quæ eſt in F produci à qualitate quæ eſt in C & A, & hoc non quia in Magnete, una pars non producit aliam, cum ſiot ſimulis naturæ, nec eſt potior ratio cur pars F, dicatur produci à partibus A, & C, quàm partes C & A produci à parte F. Secundò ſi una pars aliam produceret, quare pars F non ageret in orbem, & non poſſet producere partem G. Si verò iſta extenſio qualitatis ſignificet coactionem, nempe quod pars F, coagat cum partibus C & A, non autem cum lateralibus; hoc etiam falſum erit. Quia ſi reſecaretur ſegmentum DHE, non eſſet tam intenſus effectus productus à parte A; ergo quælibet actio procedit indiviſibiliter à toto Magnete. Coguntur tamen extenſionem aliquam & ſitum tribuere virtuti Magneticæ, tàm intra, quàm extra Magnetem: vel non explicabunt cur manifeſtior ſit virtus in polis, quàm in reliquis partibus. Ergo proprietates Magneticæ, quæ ſine motu locali explicari, non poſſunt, non ſunt propriæ accidentium, ſed corporum, & ſpirituum capacium motûs localis.

Probatur Sextò. Acui A B directè obvertatur polus Magnetis inimicus, fugiet tota acus, & pars B quæ trahi dicitur à polo M etiam fugiet: ſi verò obliquè applicetur magnes, ſecundùm eundem polum eidem acui; fugiet ſola pars A, accedétque pars B. Quæro cur directa applicatio talis eſt, ut etiam fuget extremum B? Non aliter reſponderi poteſt niſi, quòd ex polo M producatur impetus, nempe à ſubſtantia egrediente ex puncto M, quæ ſi directè incurrat in partem A, propter adverſam diſpoſitionem acus, invenit reſiſtentiam etiam in parte B, ſi verò poſſit eadem ſubſtantia ingredi per A propter convenientem diſpoſitionem partium ſe inſinuat, & convertit. Denique quomodocumque explicetur, non poſſunt benè explicari, impetus iſti producti, niſi inveniatur ſubſtantia aliqua, & ſpiritus qui moveantur.

Probatur Septimò. Si id quod emanat à Magnete, eſſet qualitas accidentalis, alia & contraria produceretur ab iiſdem Magnetis partibus, nam omnes partes BA, verſus A producerent qualitatem borealem, & eædem partes AB ultra B

producerent aliam, & omninò contrariam; quod eſt inauditum in naturâ, ut detur agens quod non agat in orbem, & alio modo in unam, quàm in aliam partem. Video quidem arcum ABC inflexum dum ſe reducet ad ſtatum connaturalem versùs A verbi gratiâ, impellet aliquod corpus in auſtrum, & ad partes C impellet ad boream. Sed contendo hoc genus actionis competere corporibus, eò quòd ex ſitu partium hic effectus oriatur, ſed non video in productione ſimplicis qualitatis ab agente omninò immoto, tam ſecundùm partes principales, quàm ſecundùm partes ſubtiliores idem ſatis concipi poſſe.

Probatur octavò. Si magnes eſſet productivus alicujus accidentis, aptiſſima illius figura eſſet ſphærica, ſed aptiſſima magnetis figura non eſt ſphærica: ergo magnes non eſt productivus accidentis. Major videtur certa inductione omnium aliorum agentium, quæ communiter creduntur eſſe productiva accidentium: cum enim æqualiter agant in orbem, Sphæra activitatis debet conformis eſſe figuræ agentis. Adde quod in agente ſphærico, partes majorem habent præſentiam, cùm minor ſit cæteris paribus extima ſuperficies: unde redditur minus obnoxium agentibus externis, & contrariis. Quòd verò figura ſphærica, non conveniat maximè magneti, notatum eſt ab iis omnibus qui Magnetem verſarunt; nam omnes obſervarunt longiuſculam figuram, eam eſſe quæ aptiſſima ſit ad magneticos effectus. Optimè autem explicatur quomodo hæc figura ovalis, & longiuſcula conferat, ut ſubſtantiale effluvium, quod per lineas parallelas axis procedit, diutiùs in magnete vim currendi concipiat.

Probatur nonò. Omnis qualitas carens contrario producitur in inſtanti tota ſimul, nec requirit moram, aut ſucceſſionem temporis, ut perfectior evadat: ſed id quod producitur, aut emanat à magnete in ferrum, aut etiam à terræ globo, requirit moram aliquam: ergo id quod producitur à magnete in ferrum, non eſt aliquod accidens. Major patet in lumine, quod ideo cenſetur communiter eſſe accidens, quòd in inſtanti luminoſum exerat ſuas vires, nec addat prioribus novos gradus luminis. Minor patet experientiâ; Niſi enim fiat aliqua mora in contactu magnetis ad ferrum, communicabitur quidem aliqua virtus, ſed debilis, & languida; huic argumento vix puto reſponderi poſſe probabiliter. Quòd enim nonnulli recurrunt ad qualitatem contrariam, quæ priùs expelli debet, ſubſiſtere non poteſt, quia ferrum de novo cuſum, qualitatem magneticam nullam habet, præcipuè ſi refrigeretur ſecundùm lineam Orientalem. Secundò etiam ſi haberet aliquid contrariæ qualitatis, quia illa non eſſet major eâ quæ introduci debet, adhuc facilè ſuperari poſſet. Tertiò ponamus me velle augere borealem verticitatem jam præexiſtentem, ſi contactus fiat ſine morâ; non augebitur notabiliter, in tali tamen caſu non præexiſtit qualitas contraria. Tertiò moltò major requireretur mora, ad deſtruendum in ferro veterem qualitatem contrariam, & ad novam introducendam, in ferro indifferenti; experientiâ tamen conſtat, non majorem, aut non multò majorem requiri. Denique nulla ſuppeteret talis reſponſio ei qui unicam tantum agnoſcit qualitatem magneticam.

Probatur decimò omnis qualitas carens contrario, recepta in aliquo ſubjecto debet etiam abſente agente tota ſimul perſeverare, & non imminui; ſed virtus magnetica in ferro recepta, eſt ex ſe permanentis naturæ caretque contrario: multum tamen de illa deperditur amoto magnete: ergo non eſt qualitas. Minor probatur, nam ferrum præſente magnete magis attrahit aliud ferrum, majuſque pondus ſuſtinet. Neque dici poteſt ſubjectum non eſſe capax majoris qualitatis; nam ſi applicaretur alius magnes generoſior majorem conciperet. Hoc argumentum nullam vim habet, nam in caſu propoſito non tantùm ferrum aliud ferrum ſuſtinet, per vim à magnete ſibi communicatam; ſed etiam per virtutem ipſi magneti inexiſtentem; ſicut duo luminoſa, quamvis lumen ſuum non intendant invicem, in certo tamen & determinato loco, majorem effectum producunt.

Probatur undecimò. Accidentalis qualitas, per receptionem contrariæ in ſuo ſubjecto, non manet illæſa, nec ſe reducit ad ſtatum priorem, niſi adſit forma ſubſtantialis à qua emanat: ſed virtus communicata ferro à magnete, ita ſe habet, ergo non eſt accidentalis qualitas. Probatur minor, ſi ferro jam habenti unam verticitatem applicetur brevi tempore contrarius polus eam concipiet, videbiturque prior verticitas omninò periiſſe, poſt aliquod tamen tempus hæc ſuperinducta verticitas evaneſcit: ergo virtus ferro communicata non eſt accidentalis; nam accidentia recepta in eodem ſubjecto, nunquam pugnant inter ſe, nec ſe viciſſim expellunt. Fateor quidem duo accidentia in diverſis ſubjectis exiſtentia poſſe hoc modo pugnare, non tamen exiſtentia in eodem: ita quando aqua ſe ad priſtinum frigus reſtituit, tribui non poteſt hæc victoria gradibus frigoris adhuc reſiduis in aqua, ſed formæ ſubſtantiali aquæ. Quare ſatis difficile videtur propoſitam experientiam explicare, in ſententia aſſerente, id quod ferro communicatur à magnete, eſſe purum accidens. Nam in alia opinione ſubſtantiale effluvium agnoſcenti, multis modis id explicarut; præcipuè verò aſſerendo ſubſtantiale illud effluvium excavare ſibi canaliculos congruentes qui aliter coformari debeant pro contraria verticitate. Cùm igitur hæc contraria verticitas introducitur; licet pori iſti, novam conformationem accipiant, quia tamen veterem diu retinuerunt, quaſi aliqua elateria ad eam redeunt, ſenſimque ſpiritoſam quam ebiberat ferrum materiam expellunt.

Probatur duodecimò. Quod in ſuâ diffuſione, & propagatione, pendet à certa partium ſubjecti coordinatione, poroſitate, non poteſt eſſe accidens, ſed neceſſariò eſt aliquid ſubſtantiale ſuam habens impenetrabilitatem: ſed quod recipitur in ferro, à magnete propagatum tale eſt, ergo non eſt accidens, ſed aliquid corporeum ſuam habens quantitatem. Probatur major. Quod compenetratur cum ſuo ſubjecto, non exigit certam coordinationem partium, certamque poroſitatem; nam hæc poroſitas potiùs illi noceret, quàm prodeſſet; quia cum accidens in poris recipi non debeat, diſtraheret ejus partes. Oſtendo minorem multis exemplis, ferrum quod potentiſſimè caleſit amittit ſuam verticitatem, ſed non propter aliam cauſam illam amittit, niſi quia pori amittunt ſuas figuras, fiuntque alii, atque alii, diverſi à prioribus. Pariter dum virga ferrea incurvatur, aut validâ

Digitized by Google

validâ percuſſione contunditur, perit omnis verticitas : ideò nempe quia in illis tribus caſibus, calefactionis, tunſionis, & incurvationis, particulæ ferri evolvuntur, flectuntur, deordinantur. Quod patet ex teneritudine quam habet ferrum ex vehementi ignitione, idem dico de duobus aliis caſibus, non poteſt autem aſſignari quid oriatur de novo in ferro, quod contrarium ſit verticitati. Unde ſi dicatur id quod à Magnete recepit, qualitas accidentalis, deberet permanere, etiamſi ferrum cui ineſt fricetur, teratur digitis, incurvetur : nulla enim ceſſat diſpoſitio neceſſaria ad eius conſervationem.

Dices calorem vehementem contrarium eſſe virtuti Magneticæ. Sed contrà ferrum ignitum trahitur à Magnete. Neque etiam præcisè tunſio, nam ferrum benè contuſum capax eſt concipiendæ virtutis Magneticæ, ſi de novo Magneti admoveatur, idem dico de incurvatione.

Secundò benè explicatur ſi dicatur virtus Magnetica, poſita in ſubſtantiola aliqua in poris recepta, benè explicatur quomodo per vehementem calefactionem aliter conformatis poris, aut per contuſionem foràs expellatur hæc ſubſtantiola.

Dices in vehementi calefactione, incurvatione, fricatione, attritione, contuſione, idem evenire quod dum pulvis imbutus Magnetiſmo, violenter in calamum immittitur : quia poli inimici pleruͣmque conjunguntur, fiuntque agentia contraria : in contrarias ut ita dicam trahentia. Sed contra in tribus caſibus recenſitis partes ferri, non ita perturbantur, ut multæ contrarium ſitum aſſumant, ſicut accidit in ſcobe ferrea.

Probatur 13. Ex declinatione Magneticorum, quæ non eſt in eodem loco ſemper eadem, ſed decurſu temporis alia invenitur ; Quod multis experimentis probari poſſet. Unum aut alterum proferam. Dominus Galterius Prior Vallettæ, jam olim declinationem acûs Magneticæ, Aquis ſextiis obſervarat, eamque invenerat Orientalem graduum citeiter octo. Exinde eadem acus ab eadem linea meridiana, quam in pavimento notarat, declinavit quinque tantum gradibus, tum quatuor, tribus ; & poſt multos annos eius nepos non declinare invenit, immò ad Occidentem nonnihil deflectere his temporibus obſervavit. Idem de Londinenſi declinatione notatum, quæ 11 circiter graduum erat, modò verò trium, aut quatuor ; idem in multis aliis obſervatum fuit.

Referam item aliud experimentum, nempe nonnunquam in mari accidere ut acus meridianam lineam non indicet, ſed in orbem perpetuò circumvolvatur ; id multi referunt ſibi ſæpiſſime accidiſſe, non tamen ultra aliquem exiguum maris tractum, hujuſmodi motum in pixide Magnetica perduraſſe. Memini etiam me legiſſe in mathematico Pariſienſi cujus nomen excidit, idem à ſe obſervatum eſſe, dum ad menſurationem peragendam, in acervo lapidum pedem fixiſſet Magnetici inſtrumenti. Ex quibus omnibus ducitur conjectura ſatis valida, virtutem Magneticam quæ terræ ineſt, non niſi per Magneticorum ſpirituum effluvium propagari. Si enim in partibus terræ fixis, & omnino immobilibus conſiſteret ; firmior eſſet, & minus mutationi obnoxia declinatio Magneticorum, quippe quæ à telluris partibus fixis omnino penderet. Idem dicendum de ſecundo effectu, qui indicat motum aliquem in partibus terræ Magneticis.

Multa alia argumenta ſatis valida, contra accidentalem virtutis Magneticæ qualitatem fieri poſſunt, utinam tam facilè omnia ſolveremus, poſſemuſque omnes effectus facilè, & probabiliter explicare. Neque enim ſufficit aſſerere id quod à Magnete procedit eſſe ſubſtantiale, ſed etiam requiritur ut explicemus, quomodo hæc ſubſtantiola ſe habeat, & effectus Magneticos producat. Suas enim etiam hæc opinio difficultates, non contemnendas patitur ; quas ut oculis ſubjiciam, varios modos explicandi proponendos eſſe exiſtimavi.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Variæ explicationes ſubſtantialis Magnetiſmi.

Quamvis plerique ex recentioribus in eo conveniant, ut virtutem à Magnete propagatam in numerum ſubſtantiarum referant, in modo tamen explicandi non conveniunt : neque enim facilè eſt oſtendere, quomodo hoc ſubſtantiale effluvium eos effectus præſtet, quos in eo lapide animadvertimus. Ratio difficultatis in eo poſita eſt, quod modum aliquem operandi ſenſibilem, exigant. Nam opinio communis quæ eam virtutem accidentalem facit, de modo operandi nihil dicit, ſed tantum aſſerit motus Magneticos ab ea procedere : vocant illam qualitatem duarum facierum, putantque ſe ſufficienter eius naturam explicuiſſe. Iſti verò in materia phyſicâ aliquid ſenſibile requirunt ; unde mirum non eſt ſi in principia difficilia incurrant. Rident communis philoſophiæ ſectatores, recentiorum ut vocant commenta, jure id facerent ſi aliquid dicerent : ſed dum ipſi nihil explicant, & principiis univerſalibus inſiſtunt ; alios ulteriùs progredi æquo animo patiantur. Nam qui nihil aliud diceret, niſi circa Magnetem dari ſubſtantialem aliquam athmoſphæram, quæ ſit ſubſtantia duarum facierum, hoc eſt conſtans partibus heterogeneis, aut certa configuratione prædictis, quæ effectus omnes Magneticos producat, adhuc plura diceret, quàm qui accidentalem ex Magnete virtutem emanare contendit, neque ulla contra eum fiet difficultas, quæ in adverſarium non regeratur. Sed ut dixi aliquid ulteriùs audent plerique, in eoque difficultatem patiuntur.

Quæ ego monere volui, non quòd hæc omnia probem, ſed ut qui non meliora, ſed ſæpe nihil dicit, etiam non optima dicentem æquo animo audiat.

Aſſerunt nonnulli ex recentioribus, aliquid ſubſtantiæ tenuis, versùs utrumque polum terræ colligi : tellurem enim jam diximus Magneticam eſſe, hæc ſubſtantia tenuis ex diverſis quidem terræ partibus egreditur ; colligitur tamen versùs utrumque polum. Egreditur inquam ex diverſis, ſive id oriatur à calore ſolis partes terræ præcipuè circa torridam attenuante, quæ niſi repararentur continuò, haud dubiè imminueretur terra, multùmque detrimenti pateretur. Et ne quid fingere videantur, aut ſine probabilitate aſſumere ; ſimile non tantùm in materia tenui, ſenſuumque

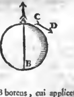
aciem fugiente ; ſed etiam in valde craſsâ, profluvium ad polos agnoſcere omnes tenentur. Nam ſol circa torridam ubi multa maria ſunt, exhalationes, & vapores colligit, & cùm novos ſemper educat, & attenuet, propelluntur versùs utrumque polum, ubi deficiente ſolis calore innatâ gravitate in pluvias & nives decidunt, augentque maria, quæ ideo in auſtrum feruntur. Hanc continuam circulationem nemo negare poteſt.

Hoc ſubſtantiale effluvium confirmatur, eo quod in nobis ipſis experimur ; & in animalibus cæteris animadvertimus ; nam ſecundùm hoc ſubſtantiale effluvium canes, feras ad multa milliaria ſequuntur. Exolevit enim jam ea opinio, quæ odorem ſine ſubſtantia, alienis corporibus communicari volebat. Neque Magneti propterea, aut terræ timendum eſt, cum reparet ſua detrimenta : & quamvis non repararet, cogitet exiguum moſci fragmentum ad multos annos ſubſtantiam odoriferam expirare ; cogitet quàm exiguum pigmentum ingentem aquæ copiam inficiat, ex quo perpetuò aliquid extrahitur ; cogitet quam in tenues bracteas aurum ducatur, quo ſi inauretur argenteus cylindrus, qui in fila extendatur, omnia inaurata erunt. Si motus hic mirabilis videbitur, attendat ad granum ſalis aquæ admixtum, quod per totam maſſam ſeſe infundit, eamque agitat, propter heterogeneitatem maximam : attendat ad corroſiva omnia quæ ſunt in perpetuo motu, dum certis corporibus admiſcentur : talis eſt aqua fortis ſupra cuprum, quæ perpetuam agitationem patitur, & ſupra vitrum quieſcit. Si iſte regreſſus improbabilis exiſtimatur, pulverem ſympathicum meminerit, cujus efficacia mirabilis in parvâ diſtantiâ, fundatur tota in regreſſu ſpirituum ad vulnus. Teſtis ſum oculatus aliquem qui acerbiſſimo dentium dolore cruciabatur, ex gingiva modicum ſanguinis expreſſiſſe, & ſtrophiolo excepiſſe, quem ſanguinem pulvere ſympathico aſperſit : mirum dictu intra tempus quo recitaretur bis miſerere ceſſavit dolor ille acerbus. Reſiduua tamen erat aliquis, unde juſſit calefieri ſtrophiolum, & genæ admovit, denuò cepit cruciari ita acerbè, ut dolor lachrymas exprimeret : ego qui intereram petii, an ſtrophiolum illud eſſet quo ſanguinem ex gingiva expreſſum exceperat, cumque annueret, ſubriſi, quòd dolorem novum ex calefactione ortum eſſe intelligerem. Quare juſſit ut Strophiolum aquæ immergeretur, eique redderetur, intra tempus quo recitaretur pſalmus Miſerere, dolorem omnem ceſſaſſe aſſeruit. Dico ergo me non dubitare, dari aliquem ſpirituum regreſſum, ad vulnus è quo deſumptus eſt ſanguis. Et in eo regreſſu forſitan poſita eſt fermentatio, quæ & febres in animalium corporibus, & æſtum in mari procreat. Immò nonnulli etiam in odoramentia aliquem regreſſum, agnoſcunt, non enim continuò expirant corpora, ſed per alternas vices : quæ omnia non gratis aſſeruntur, ſed certis experientiis comprobari poſſunt. Notavi non ſemel cum alicubi repoſiti eſſent crambes caudices, & cæpiom, & alliorum aliarumque herbarum, quæ computruerant, identidem nos unius tantùm odorem percipere verbi gratiâ crambes, poſt aliquot verò tempus, cæpium tantum. Unde aliquis in iis motus, & quaſi fermentatio agnoſcenda eſt, quâ identidem expirant, identidémque ſpiritus coacervant. Quæ omnia retuli ne incredibile videretur hoc ſubſtantiale effluvium, cùm tot in aliis corporibus ſimilia agnoſcere cogamur.

Duo talia Magneticæ ſubſtantiæ effluvia adſtruere debet hæc opinio ; quæ licèt ſubſtantialiter ejuſdem ſint naturæ, modum tamen fluendi habent omninò contrarium. Quod præcipuè oritur ex diſpoſitione fibrarum ipſius Magnetis quaa in ſua generatione habuit : has fibras ſaltem ut plurimum parallelas axi cogitamus, quamvis non ita exquiſitè, ut non detur tranſitus tranſverſalis ab uno quaſi canaliculo, in alium vicinum. Quia autem faciliùs iſti Magnetici ſpiritus moventur in ipſo Magnete, & ferro, quàm in reliquis corporibus in quibus alia eſt textura, ideò quantùm poſſont, per maximam Magnetis longitudinem excurrunt, confertioreſque in polis colliguntur : ubi quaſi collecti, dum egrediuntur, quaſi in orbem ſparguntur, & procedunt, nullâ texturâ peculiari eos ampliùs determinante ad paralleliſmum.

Hæc ſpirituum peculiaris configuratio, non ſine exemplo ab aliis materiis aſſumpto fingitur : exemplum enim habemus in ſalibus, ex variis corporibus eductis, qui omnes diverſam habent configurationem, nempe ut minutæ aliquorum partes affectent cubicam, aliorum Sphæricam, exagonam, cylindricam. Ita ſal eductum ex quâcumque arbore, ſi aquæ tepidæ infundatur, quæ congelari permittatur, exprimet totam arborem, cum foliis & ramis. Sal commune in aquam injectum, & diſſolutum, ſi rurſus evaporatâ aquâ coaleſcat, in cubos efformabitur. Omitto arborum ſemina, foliorum texturam, in quorum figuratione exquiſitum naturæ artificium elucet : Omitto nivia in ſtellulas configurationem, ſexcentaque alia exempla, quæ de novo ope microſpii deteximus.

Oſtendo autem confertiorem eſſe in polo, & in eo quaſi in fonte colligi hanc ſpirituum Magneticorum emanationem. Sit enim polus Magne-



tis A auſtralis, B boreus, cui applicetur obelus A, eius extremitas A contrahet vim ſe convertendi ad boream, qualem communicat polus auſtralis A, & extremitas alia, concipiet virtutem ſe convertendi ad auſtrum, qualem communicat polus boreus .B. Quod ſi ad latera applicetur obelus, ut in C D, punctum C contrahet verticitatem auſtralem, & extremitas D borealem, unde debet dici virtus illa ex B ad A, ex A ad F, & ad C D, procedere. Quare communiter duo cogitantur ſubſtantiarum profluvia, unum quod egreditur ex A factóque longiori circuitu, regreditur per B, ut rurſus fluat in A ; alterum quod egreſſum per B rurſus, facto circuitu ingreditur per A, ut rurſus per B egrediatur. Videntur iſta quidem gratis aſſeri, & ſine ratione, ſed duo habeo reponenda.

Primùm eſt ut attendatur ad communem loquendi modum, eorum etiam qui accidentalem agnoſcunt virtutem Magneticam, ut Gilbertus,

Cabæus

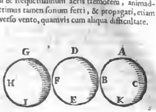
Cabæus qui volunt totam hanc virtutem in polis colligi, & ex polis ductis hinc inde radiis diffundi. Quod ego in accidente puro difficillimum intellectu, quare id quod ipſi metaphoricè intelligi volunt, putantque ſe experimentis convinci, & cogi ut ita loquantur, ego ſublatâ metaphorâ, idem ferè dicendum puto, de ſubſtantiali materiæ Magneticæ profluvio.

Secundum eſt. Quod quoties explicandum ſuſcipimus aliquem effectum phyſicum, toties demonſtraſſe exiſtimandi ſumus, quoties ſyſtema, & hypotheſin non incongruam ponimus, in quâ effectus omnes optimè explicentur. Si enim qui horologium automatum nunquam vidiſſet, audiret tamen appoſitè numerum horarum, & indice oſtendere. & Campanâ ſignificare, optimè cauſam illius effectus aſſignare credendus eſſet, ſi certam configurationem rotarum in medium proferret, quâ poſitâ neceſſariò hic effectus ſequeretur.

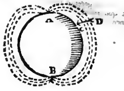
Prima difficultas quæ occurrit, erit hæc quomodo duo hæc effluvia ſubſtantialia: non ſibi invicem adverſentur, nec ſe invicem impediant. Primò quidem dicendum, eſt in Magnete peculiarem eſſe conformationem ex una parte, quæ non ſit ex alia, propter quam peculiarem conformationem, poſſit excipere unam ex his emanationibus, aliam verò excipere non poſſit: unde emanationem borealem excipiet ex una parte, auſtralem verò minimè poterit excipere, quod multis modis evenire poteſt. Si enim ſuccus arborum aſcendere quidem poteſt, & ſe inſinuare per fibras, regredi tamen non poteſt, ſi ſpicæ intra foramen aliquod intromiſſæ regreſſum nullum habent, ariſtis reſiſtentibus, ſi ſanguis per dextrum cordis ſinum intromiſſus, regredi non poteſt valvis occludentibus, ſi cochleæ noſtræ unâ tantum ſui parte foramen pariter in cochleam efformatum ſubire poſſunt, ſi claves in certas tantum ſeras intromitti poſſunt, quæ omnia in ſola figura poſita ſunt. Quid ni idem dicendum eſt de ferro, quod ante primum Magnetis contactum indifferens erat, ut exciperet unum, aut alterum Magneticæ virtutis profluvium, non tamen ſine difficultate, viam ſibi aperiente, & poros eius conformante per frequentem tranſitum eâ ſubſtantiâ. Ex quo benè explicatur, cur requiratur aliqua mora, cur ferrum nullâ imbutum virtute Magneticâ, prout variè ad polos terræ objicitur, modò unum, modò alterum profluvium excipiat, non quidem permanenter, eò quòd valde remiſsè tellus agat, Magneticóſque ſpiritus, valdè tenues emittat. Si verò ferrum per multos annos eundem ſitum conſervet, & impregnetur his ſpiritibus, meatus tandem iis conformes acquirit, unde ſi contrarium ſitum acquirat, ſpiritus per aliud extremum non admittit: multa alia in hunc modum explicantur, quæ infra recenſebo poſtquam alteri difficultati reſpondero.

Secundò quomodo hæc effluvia non ſibi invicem adverſentur, aut in ſe invicem incurrant. Quod ut ſolvam videndum eſt, an in rebus naturalibus, aut etiam artefactis, ſimilia exempla non inveniam. Primò quidem in naturalibus, ſi phiala aqua plena, inverſo collo in cyathum, vino plenum immittatur, per idem phialæ collum, & aſcendet vinum ad modum vaporis alicujus tenuis, & per idem deſcendet aqua, hoc enim ſolemne eſt & uſitatum in liquidis ut ſe mutuò permeent, dividant, nec tamen multum de ſuo impetu, & velocitate remittant. Ita in eodem vaſe, ſi diverſimodè agitetur aqua, plurima advertemus profluvia, in diverſa tendentia, & ſe invicem dividentia; ita vapor continuo ſolis calore rarefactus aſcendit, & aër ut locum vaporis occupet deſcendit.

Id explicatem multis aliis exemplis ſimilibus, nam cum ſit pervulgata & ſatis communis opinio, aſſerens ſonum nihil eſſe aliud, quam conciſum & frequentiſſimum aëris tremorem, animadvertimus tamen ſonum ferri, & propagari, etiam adverſo vento, quamvis cum aliqua difficultate.



Si ad artefacta confugere liceat dico poſſe fieri ut duo corpora vicina ſibi invicem non adverſentur, etiam ſi motu contrario recto ferantur, modò præterea motum habeant circularem; ita ſi tres globuli ſint vicini ita ut globus ABC; feratur rectâ ab A in K, globus vero D F E, feratur ab E in D, & GHI feratur pariter rectà, à G in I ſibi invicem non contradicent, modò præterea motum habeant circularem contrarium, immò verò motum ſuum invicem intendent. Ut ſi globus ABC, moveatur circulariter ab A in B K; medius contrario motu ex D in B; E in F, tertius in G H I. Nonnulli alia afferunt exempla, ut ſi duos funes invicem in ſpiras implices. poteris unum trahere in unam partem, alium verò in contrarium, afferunt alii exempla ſpirarum & cochlearum. Sed faciliùs dico hujuſmodi ſubſtantialia profluvia, non eandem omnino viam inire; ſed vicinam: nec eoſdem omninò Magnetia poros ingredi, & egredi, ſed nonnullos uni profluvio aptos eſſe, & alios verò alteri, ſed neque cogimur totum hunc motum, & fluxum admittere, cum omnia inferius ſine tali motu ſimus explicaturi. Qui tamen volet aliquam hujus rei ideam habere; Magnetem, Sphæricum habeat in quo. Sint poli A & B, hunc in plano aliquo horizontali deponat;



& ut meliùs ſuccedat experimentum, ita planum horizontale excavet, ut meridianus Magnetis jaceat in plano illo, & axis ſit parallelus horizonti, tum ſcobem ferream priùs Magneticè excitatam, quaqua verſus ſpargat, videbit eam diſponi eo modo, quo figura exprimit, & quo Magneticos ſpiritus circa Magnetem fluere volunt.

Hæc opinio ſicut & aliæ ſimiles, non probantur, niſi quòd hic modus videatur aptiſſimus ad explicanda

explicanda omnia experimenta, quæ ſupra recenſuimus.

Primò quidem apparet cur ferrum oblongum aptiùs ſit ad Magneticos effectus, & verticitatem concipiendam, quàm ſi eſſet alterius figuræ; quia nempe faciliùs excavantur meatus, & pori in longum quàm in latum, unde faciliorem præbet aditum Magnetico illi effluvio, cui cum meliùs ſit per ferrum excurrere, quàm per alia corpora, facilè longitudinem ferri ſequitur.

Ex quo vides ſecundò rationem cur virtus Magnetica aliquam refractionem patiatur, quamvis enim in aëre, rectà ex Magnetis polo egrederetur, cum applicatam laminam ingreſſa eſt, & incurrit in aërem, poroſque eius non ſibi uſque adeò conformes reperit, in lamina autem aptiſſimos, circumquáque ſecundùm laminæ extenſionem ſe inſinuat.

Tertiò, Vides cur ferrum oblongum meliùs diſponatur, modò non obſit gravitas, quàm ſi aliam figuram haberet, quia nempe longiorem tractum in eo obtinet ſubſtantia Magnetica, cujus partes potiùs conjunguntur ſecundùm longitudinem axis.

Quartò vides rationem cur emanatio terræ faciliùs dirigat ferrum, jam excitatum Magneticè, primò quòd meatus habeat illi emanationi excipiendæ magis idoneos. Secundò quòd jam imbutum ſit Magnetico effluvio; unde major copia eorum ſpirituum, tam veterum, quam novorum, majores vires habet ad commovendum, & dirigendum, dirigit autem quia motui proprio, & ſibi connaturali illud conformat quantùm poteſt; eum enim ita impellit ſive in ingreſſu, ſive in egreſſu, ſive etiam dum in eum occurrit, ut ad ſitum tandem ſibi naturalem adducat.

Quintò. Ex his intelliges quomodo ferrum perpendiculariter erectum, ſuperiori parte fuſcinulam verſorii attrahat, inferiori vero cuſpidem: quia nempe emanatio borealis ingreditur per partem infimam, eique communicat ſpiritus qui poſſint eam convertere ad polum borealem, refringitur autem illa emanatio per virgam, & egreſſa per aliam extremitatem, apta eſt pariter attrahere ad ſe eam partem, quæ ſolet ad boream converti.

Quamvis ex eo ſpirituum motu explicari ſatis poſſint directiones Magneticæ, tam ſecundum lineam meridianam, quàm etiam ſecundùm eam inclinationem, quam habet ad horizontem; impellitur enim ferrum, donec directè excipiat fluentes hujuſmodi ſpiritus. Intacta tamen manet præcipua difficultas, nempe quomodo magnes attrahat ferrum, aut ad ferrum accurrat; iſta enim agentia mutuò ſe habent, hoc eſt mutuus Magnetis ad ferrum, & ferri ad Magnetem congreſſus; ſic ad immotum ferrum accedit magnes, ad immotum Magnetem accedit ferrum. Pater Grimaldi in ſuo de lumine tractatu, agit ex occaſione de Magnete; multáque profert ex ſuperioribus argumentis, & rationibus, ut ſtatuat iſtas ſpirituum Magneticorum emanationes; tamen dum explicat tractionem, & mutuum illum acceſſum videtur deficere. Refert enim tantùm finem iſtius mutui acceſſus; accedunt enim (inquit) ad invicem ferrum & magnes, ut meliùs hanc materiæ ſibi conformis emanationem excipiant. Debet ergo cogitari quaſi appetitus aliquis, vi cujus dum pulſantur hâc materiâ, accurrant ut illam excipiant, eo modo quo ineſt gravibus vis movendi ab intrinſeco versùs centrum terræ, ubi intra athmoſphæram fuerint poſita. Hic modus mihi non videtur ſatis phyſicus, nec tanto apparatu, & conatu conſtituendus emanationis Magneticæ fluxus, ut præcipuus effectus, per ſolam finalem cauſam explicaretur. Pariter non benè hoc modo explicatur adhæſio tanta ferri ad Magnetem, quæ quocumque interpoſito corpore non interrumpitur. Video quidem ob pororum conformitatem meliùs communicari ferro hanc emanationem, dum tangitur immediatè magnes à ferro, & interpoſito quocumque corpore etiam tenui, multùm imminui, quia tunc fluit ea emanatio, tantùm ſecundùm poros illius corporis extranei, quod interponitur: non video tamen ex eo ullam adhæſionem majorem, niſi dicantur iſti ſpiritus conferri, inter ſe unionem aliquam habere, quæ per ſeparationem ferri à Magnete diſrumpi debeat. Hoc ſatis probabiliter dici poſſet, ſed nullum acceſſum propterea aut congreſſum explicat. Satis tamen benè explicatur quomodo ferrum ferro meliùs adhæreat, quàm nudo Magneti, propter iſtam fibrarum ſimilitudinem. Immò ſolvitur objectio; quæ non impetit hanc præ cæteris opinionem, ſed potiùs aſſertionem primam, quæ in tellure ſtatuit virtutem Magneticam, cur nempe ferrum non adhæreat terræ. Sed dicendum eſt virtutem Magneticam non ineſſe, huic extimæ ſuperficiei, ſed tantum nucleo. Secundò etiamſi nonnihil magis adhæreret terræ, quàm ferret eius gravitas, hoc tribueremus gravitati: unde non poſſumus habere ullum experimentum, quo dignoſcamus an ferrum nonnihil terræ adhæreat, ob virtutem Magneticam, quæ volui hic innuere, antequam ulterius procederemus.

Novus non eſt iſte emanationis Magneticæ fluxus, ſed jam ab antiquis philoſophis admiſſus, ad explicandum ſolum acceſſum ferri ad Magnetem.

Inter eos nonnulli quos referunt Gilbertus, & Cabæus, voluerunt emitti continuò ſpiritus à Magnete versùs ferrum, qui aërem loco ſuo pellerent, unde facto inter Magnetem, & ferrum vacuo, à tergo inſtaret aër, & vi ſi velimus elaſticâ, dum poteſt ſe extendere impellit ferrum, & ad Magnetem accedere cogit. Hic modus explicandi conſtare non poteſt ob triplicem rationem.

Prima quòd nullam potiorem afferat rationem, cur ferrum accedat ad Magnetem, & non alia quæcumque corpora. Secundò non explicat quomodo ſpiritus Magnetici, qui aërem loco ſuo pellunt, & in locum alterius aëris compingunt, non poſſint impetum retrò pellentis ferrum aëris ſuſtinere; ſi enim infirmiores ſunt, quàm ut reſiſtant aëri ſe extendere volentis, quomodo partes ejuſdem aëris loco ſuo pellent.

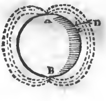
Poſſet forſitan aliquis ſuſpicari facilem eſſe, hujus acceſſus ferri ad Magnetem rationem afferre, admiſſo ſemel Magneticorum ſpirituum fluxu; cum enim inquiet confluant ad polum Magnetis, mirum non eſt, ſi ſecum deferant ferrum, eo modo quo videmus, paleas, ligna, cæteráque corpora aquæ innatantia, ſecundo fluvio deferri. Sed neque hic modus ſatisfacere poteſt, primò quia non affertur ulla ratio cur ferrum hujuſmodi vortices potiùs ſequatur, quàm quodcumque aliud corpus.

Verè quidem hic modus ſufficere poſſet ad electricas

ctricas attractiones, eò quòd nulla peculiaris diſpoſitio requiratur, & æqualiter omnia levia alliciantur, neque ad peculiarem aliquam partem. Expertus ſum aliquando corpus electricum attritione excitatum, fumum ex candelâ recenter extinctâ erumpentem, ita cum impetu attrahere, ut totum corpus fumo involveretur: unde in eam ſententiam facilè abivi, electricas attractiones à ſpiritibus vi caloris, & attritionis excitatis, & quaſi circumquaque diffuſis oriri, qui ubi ceſſaret calor, ad corpus unde deciſi eſſent; etiam cum impetu redirent, ſecúmque corpora quæcumque levia aſportarent. At in Magnetica attractione longè aliter ſe res habet, non omnia corpora attrahuntur, ſed ferrum tantummodo, neque etiam ferrum utcúmque, ſed modò pars eius amica, ad polum ſibi convenientem obverteretur, aliter diſpoſitum repelleret, & fugaret. Faciunt autem difficultatem duo, aut tria, primum eſt quod duæ ſint emanationes, una per polum ingrediens, alia ex polo eodem egrediens: unde ſi quæ ad polum fertur ſecum devehere poteſt ferrum, ea quæ ab eo emanat illud repellere poteſt. Hæc eſt prima difficultas, cur fluxui, & motui emanationum Magneticarum, ſimpliciter ſumpto tribui non poſſit acceſſus ferri ad Magnetem.

Secunda difficultas petitur ex eo quòd æqualiter, & magnes ad ferrum, & ferrum ad Magnetem accedant: non video autem quomodo ſi ſimpliciter ex Magnete per utrúmque Magnetis polum egrediantur ſpiritus, quomodo inquam ſi occurrat ferrum, quod moveri non poſſit, vel propter nimiam gravitatem, vel propter aliam obicem, debeat propterea accedere ille polus, ad quem talis emanatio ferrum deferre nitebatur.

Tertia difficultas petitur ex duplici emanatione, una ad unum polum accedente, alia ad alium, cui tribuetur acceſſus ferri ad polum. Ut explicem



meam mentem. Sit magnes AB, cius poli A, & B; in hac opinione duplex eſt fluxus ſpirituum Magneticorum, eſt enim aliquis fluxus ſpirituum Magneticorum ex polo B, per C ad polum A, & alius pariter ex polo A erumpens qui feratur ad partes C, & tandem ad polum B perveniat. Attrahetur cuſpis C à polo A, & quantùm poterit fuſcinula D attrahetur à polo B, & quia polus A vicinior eſt, plus inclinabitur ad eum cuſpis C, quàm fuſcinula D ad polum B, hoc eſt magis ſe conformabit obelus CD ad emanationem procedentem ex A, quàm ad emanationem procedentem ex polo B. Quæritur an obelus CD accedat ad polum A quòd retrò impellatur ab emanatione procedente ex polo B, an verò quod emanatio procedens, ex polo A eum trahat? vel etiam quod ſpiritus egreſſi ex polo B, & recepti in obelo C D, dum habent fluxum ad A ſecum deferant eundem obelum; an quod emanatio procedens ex AC, cum per modum catenæ trahat. In primo licèt videatur hic impulſus obeli ab emanatione B D facilior in aliquo, non reſpondet tamen experientiis. Nam cùm ſupponatur obelus C D. vicinior eſſe polo A, quam polo B, ſi congreſſus ferri cum Magnete, fieret per expulſionem, polus vicinus A plus impelleret obelum, quam polus remotior B, atque adeò deberet, potiùs recedere à polo A viciniori. Cui difficultati vix puto poſſe reſponderi, niſi excogitetur aliud principium, nempe iſtud quod faciliùs iſti ſpiritus fluant in Magnete quam extra Magnetem, unde fit ut quo emanatio vicinior eſt polo ad quem tendit, quia pars quæ antecedit, & jam immerſa eſt, facit locum anteriori, ea etiam incipiat accelerare gradum, eo quod ab anteriori cum qua habet aliquam unionem trahatur. Ex quo ſequetur, quod emanatio procedens ex B, & ingreſſa per D, ubi egreditur per C & petit polum A, incipiat accelerare gradum, ſitque potentior propter hanc accelerationem, quam emanatio quæ procedit ex A, ingrediúrque per C. Cùm enim eſt egreſſa per D, quia adhuc longius diſtat à polo B, in quo acquirit velocitatem, tardiùs adhuc incedit; nec tam potens eſt ad convertendam fuſcinulam D, quàm alia emanatio ad convertendam cuſpidem C.

Sed alia occurrit difficultas, quamvis hoc modo, non ineptè explicaretur acceſſus ferri ad Magnetem, nullo modo explicatur, acceſſus Magnetis ad ferrum. Ponamus enim detineri obelum CD, certum eſt quod ſi poſſit magnes moveri, ita ut propter æquilibrium liber fiat à gravitate ſuâ, accedet ad obelum CD, quæro à quo deferetur? An ab emanatione ſpirituum, quæ procedit ex A in C, ſed cum hæc emanatio etiam ſublato obelo CD, non ceſſet, quare tamen ceſſabit motus Magnetis? An quod dum emanatio AC incurrit in obelum, velocius in eo fluit, ex quo fit ut reliquæ partes uſque ad Magnetem quaſi trahantur, & aliquem impetum Magneti tribuant. Quamvis hæc cum aliqua probabilitate dici poſſint; non tamen ſatisfaciunt uſquequaque. Referam ergo quæ graviſſimi authores in hac materia, excogitarunt, ut unuſquiſque breviter intueatur quidquid ſuper ea re conſtitui poſſit.

Gaſſendus duplicem modum in medium profert quo magnes ferrum ad ſe pelliciat, primus erit unciuulis, hamuliſque è Magnete proſilientibus ſibique catenatim ſuccedentibus, & ſingulis evolutione ſuâ intra ferri anſulas impulſum ſuum præbentibus. Poſſet quis cogitare his verbis innui duplicis generis atomos à Magnete quidem uncinulatas, & hamulatas verſus ferrum, procedere, à ferro autem anſulatas, quibus inſerantur hamuli, & hoc modo quaſi catenatum ferrum, ad Magnetem adducant. Multa contra eum obiicit Pater Leotaud, & jure, quorum nonnulla urgere videntur, alia verò non multùm premunt. Primò inſtat quomodo hæc probentur? Sed reſponſio communis eſt, eo modo probari quo cæteræ omnes hypotheſes probantur, nempe quod eâ poſitâ benè explicentur omnes effectus, & experientiæ. Neque mirum videri debet, ſi ad explicandum effectum incognitum, ex ſimilitudine cum effectu

nobis noto ad eius cauſam aſcendamus : hæ ſimilitudines mihi ſatiùs introducendæ, quam recurrere ad qualitatem occultam, ſi nihil ulteriùs addatur, cui authoritatem ſola vetuſtas conciliat. Sed ad rem veniamus, & omni præoccupatione depoſitâ expendamus, an hæc hypotheſis poſſit ſubſiſtere; & an in bonum ſenſum detorqueri poſſit. Videamus ergo quid contra eam obiici poſſit.

Urget ergo non immeritò Patet Leoutaud, quid hamatas & uncinulatas atomos ad Magnetem revocat; an eſt in Magnete virtus eas emittendi, & revocandi, an eſt aliquis motus quaſi ſyſtoles, & diaſtoles? Deinde poteſtne cogitari tanta firmitas, in ſpiritibus catenatim ſibi annexis, ut non rumpatur & diſſiliat eorum textura. Sed pro hac firmitate facilè reſponderi poteſt, etiamſi identidem diſcontinuetur, non deſinit tamen aliquem impetum imprimere, ſingulis ut ita dicam ictibus, unde quoad hoc meo judicio non urget. Aliud obiicit nempe quod non tantùm Ferrum ad Magnetem, ſed etiam magnes ad Magnetem, immò etiam magnes ad ferrum moveatur? debebunt igitur, etiam dari anſatæ atomi in ipſo Magnete. Iſta etiam ſunt levis momenti, nam duo etiam uncini ejuſdem rationis ſibi adhæreſcunt, & connectuntur, immò ſi trahatur à Magnete catenula & detineatur magnes, ferrum accedet, ſi detineatur ferrum magnes movebitur: ut experimur in multis. Quare authoris cujuſque opinio & verba in meliorem ſenſum accipiantur quem pati poſſunt, ut melius eluceſcat veritas. Dico quod opus non erit anſatis atomis, ſed ipſæ uncinulatæ atomi, intra ferri poros implexæ ſi retraherentur, haud dubiè ferrum ſecum adducerent. Non urget autem id quod ulteriùs proponit, nempe quare iſtæ atomi hamatæ expellant ferrum Magneticè excitum, aut alium Magnetem indebitè & ſecundùm polos ejuſdem rationis applicatum. Facilè enim reſponderi poteſt atomos uncinulatas dum poros ferri applicati indebitè ſubire non poſſunt, illud propulſant, & avertunt. Proponit item quomodo iſtæ ſubſtantiolæ non ægriùs marmora, quam aërem ſubeant: Quod argumentum eſt firmiſſimum eique ſuo loco reſpondebimus, ſicut & alteri de imminutione Magnetis ſi ſpiritus continuo emitteret. Ex quibus omnibus conſtat unicam reſtare difficultatem ex omnibus à Patre Leoutaud propoſitis, nempe quid retrahat hos ſpiritus ad Magnetem. Unde niſi admittatur aliud principium, vel quod hi ſpiritus ad Magnetem identidem revertantur, haud dubiè nulla eſt tota hæc hypotheſis.

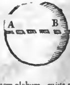
Videamus utrum præter ea quæ ſuperiùs diximus, poſſimus invenire aliquid quo hi ſpiritus ſive hamati, ſive anſulati, & ferrum ad Magnetem adducant, & Magnetem ferro admoveant. Supponamus eos ſpiritus connexionem aliquam inter ſe habere, ſive hæc connexio oriatur ex peculiari intricatione partium, ſive aliquid aliud præterea dicat. Atque hoc novum non eſt, cum ſal ex arbore in aquam tepidam diſſolutum, connexionem ſufficientem in ſuis partibus conſervet, quæ neceſſaria eſt ut arborem rurſus exprimat. Supponamus item retardari eorum motum dum per aliena corpora fluunt, multóque faciliùs in Magnete, & ferro viam ſibi facere, illique etiam & partibus eius adhærere. Quibus poſitis, ita rem totam explico. Emittuntur è Magnete ſpiritus, qui certâ cum velocitate in aëre feruntur, hi ut primùm ferrum ſubintrant, accelerant ſuum motum, poſterioréſque utpote connexos ſecum trahunt. Hæc tractio fieri non poteſt, niſi qui adhuc ſunt in Magnete, cogantur erumpere cum majori velocitate: & quia nonnullam habent cum eo connexionem ſecum Magnetem trahunt, aut ſaltem aliquem ei aut ferro, licet modicum impetum communicant. Quia autem hic fluxus continuus eſt, ſemper augetur ille impetus donec ad perfectum contactum adducat. Dicea hæc tibi non ſatisfacere.

Reſpondeo nec iis omninò me acquieſcere, volui tamen innuere, ut nihil intentatum relinquerem, adderemque aliorum placitis nonnulla quæ mihi in mentem venerunt.

Aliam affert idem Gaſſendus Explicationem. Ferri (inquit) ad Magnetem fit acceſſus, quia ex corpuſculis ex Magnete indeſinenter ſuccedentibus, fiunt quaſi radij ſive virgulæ, quarum duæ quæque proximæ hinc inde anſulas ferri ſubeuntea, intraque ipſum deflexæ, citeriorem eius partem atque adeo omnes ſimul totam ferri maſſam verſus Magnetem premant. Adducit deinde duo exempla, ſeu ſimilitudines, unam deſumptam à chelis cancrorum, alteram verò deſumptam à duobus funiculis, quos ſi in aſſerem inſerueris, & à citeriore parte conſtrinxeris aſſerem in partem anteriorem promovebis.

Non arridet hæc explicatio, neque invenio modum me extricandi ex difficultatibus, quæ innumeræ fieri poſſunt. Eſto enim ex atomis quaſi virgulæ fieri poſſint hoc non impugno, cum videam etiam ſcobis ferreæ diſcretas particulas in acus ſatis firmas coaleſcere, & barbatum nobis Magnetem exhibere. Sed non video cur inflectantur hi radii, cur poſtquam ferrum penetrarunt conſtringi propterea debeant, hic modus agendi in rebus naturalibus inſuetus eſt, & ſine exemplo. Secundò non video quomodo ſi ferrum immobile ſit, propterea magnes accedere debeat; multa alia obiici poſſunt quibus ſuperſedeo. Hæc ſufficiant ad convellendum omninò hunc modum explicandi.

Carteſius aliam hypotheſin valdè ingenioſam comminiſcitur; an verò ſatis ſolidam patebit inferiùs. Exiſtimat particulas ſtriatas, & ad modum cochlearum contortas, ſeu in ſpiras contortas, ab utroque cœleſti polo, in terram defluere; ita tamen ut boreales alios flexus, aliáſque ſpiras habeant, quàm auſtrales. Hæ igitur particulæ ſub-



eunt terreſtrem globum, cujus polus auſtralis A, & borealis B, & quæ à polo cœleſti auſtrali originem ducunt, partem auſtralem telluris ingreſſæ, feruntur per lineas axi parallelas ab A verſus B. Pariter quæ ex polo cœleſti boreo proficiſcuntur, per partes terræ boreales ſeſe inſinuant, feruntúrque per lineas axi parallelas, ex B ad A: ita autem, ſunt conformatæ, ut quæ auſtrales ſunt, non poſſint intromitti per partes terræ boreales,

Digitized by Google

realea : eò quòd ibi ſuæ figuræ congruentes canaliculos non offendant, hoc enim habent cylindri in ſpiras inflexi, ut conformibus tantùm canaliculis intromitti, & ex certâ & determinata parte exigant. Ubi verò per terram tranſierunt, quæ longiùs ab eâ recedunt, cum ſemper in orbem convolvantur, & ſibi in reliquis corporibus ut in aëre & æthere, reſpondentia foramina non offendant, atteruntur tandem eorum ſpiræ, abeuntque in alienas figuras. In terrâ tantùm, & Magnete poros convenientes inveniunt, per quos, & celerrimè fluunt, & perficiuntur magis, & magis. Supponit igitur totam Magneticam virtutem eſſe aliquid tantùm paſſivum in Magnete, & in terra; nihilque aliud invehere, niſi cochleata foramina: tota autem virtus activa conſiſtat in ſtriatis particulis, ab utroque cœleſti polo defluentibus, & in orbem quàm celerrimè motis & agitatis. His poſitis tanquam fundamentis putat ſe omnes effectus explicaturum.

Primò quidem ita directionem explicat, ſi iſtæ particulæ ſtriatæ, quæ per lineas paralielas axi continuò feruntur, non inveniant Magnetem, aut ferrum ſimilibus canaliculis inſtructum, & perforatum, ſibi directè oppoſitum, ut non canaliculi partibus ſtriatis objiciantur, illud quantùm poſſunt crebris ictibus impetentes, tandem dirigunt ad planum axi parallelum, & eo modo explicatur directio.

Non diſſimili ratione explicabitur inclinatio Magneticorum ad terram, quia nempe particulæ ab utroque polo terreſtri prodeuntes; circa terram excurrentes, dum ex utrâque parte, in canaliculos Magnetis incurrunt, illum ſingulæ in ſuum ſitum detorquent, & quæ à polo viciniore procedunt prævalent, illumque inclinant ad polum viciniorem.

Eodem modo explicatur, & directio Magneticorum inter ſe, & inclinatio.

Accedunt Magnetes ad invicem, quia cum ſemel ſunt converſi ut par eſt, & ſe reſpiciunt appoſitè, quia faciliùs eſt partibus ſtriatis ab uno Magnete egredientibus, ſubire alium Magnetem poris ſibi conformibus præparatum, quàm flecti in orbem, ideò illum pertranſeunt; & cum in orbem velociſſimè moveantur, aërem ex intermedio ſpatio propellunt, quare aër inſtat à tergo & Magnetes urget. Urget autem quando duo Magnetica, hoc modo ſe reſpiciunt; quia tunc major eſt copia illarum particularum, ideoque major aëris copia disjicitur, & loco ſuo pellitur.

Poſſet item addi quod cum cochleati illi ſpiritus, utrumque Magnetem attingant & pervadant, mirum non eſt ſi accedant ad invicem. Acceſſum tamen non refert Carteſius hujuſmodi figuræ particularum, unde puto ſatis ipſi fuiſſe inutile ad effectus Magneticos explicandos, hanc ſpiralem particulis ſtriatis figuram concedere.

Se refugient Magnetes, cùm poli boreales utriuſque Magnetis ſe reſpiciunt, quia cum particulæ ſtriatæ egreſſæ ex partibus borealibus unius Magnetis ita ſint convolutæ, ut ingredi non poſſint per partes boreales alterius; impellunt Magnetem, donec converſus fuerit ſecundùm polos amicos.

Explicat autem cur ſecto Magnete ſectione parallelâ axi, partes ſe refugiant; quia nempe particulæ egreſſæ ex partibus borealibus unius, fruſti, ſubire non poſſunt partes boreales alterius, eas impellunt, donec boreales auſtralibus congruant.

Explicat item quòd vis Magnetica ferro novo communicetur, eò quòd ferrum jam habeat canaliculos, & meatus convenientes, qui perficiuntur à particulis ſtriatis, egredientibus à Magnete, eo modo quo foramina in ſpiras excavamus, ſi intromittamus, cylindrum in ſpiras contortum. Facilè etiam vides cur requiratur aliqua mora, cur mutetur verticitas pro diverſitate applicationis, cur perfectiori ferro perfectior vis communicetur, cur à perfectiori Magnete perfectior; quia nempe multò major eſt copia meatuum, & conſequenter particularum ſtriatarum erumpentium, velociorique motu ſe moventium, eò quòd inveniant canaliculos ſibi conformiores. Vides item cur terra eam virtutem communicare poſſit, quam quidem eximiam habet, ſaltem in nucleo; ſed pleræque partes ſtriatæ, per cruſtam illam quam incolimus decurrunt, & pauciſſimæ ad nos uſque perveniunt.

Declinationem Magnetis tribuit inæqualitati terræ, & quòd in aliquibus locis canaliculi nonnihil exorbitent à paralleliſmo.

Magnes armatus majus pondus ſuſtinet quàm inermis, eò quòd meatus ferri, melius congruant meatibus alterius ferri. Duo poli ſimul duplò plùs ferri ſuſtinent, quàm unus, eò quòd duplò plus aëris de loco ſuo disjiciant, duplicaturque propterea virtus aëris ferrum ad Magnetem applicantis.

Explicatur etiam facilè teſtactio virtutis Magneticæ, quæ ſe extendit ſecundum longitudinem laminæ ferreæ, cur ſcobes ferrea ſe diſponat eo modo quo moventur particulæ ſtriatæ, & alia multa quæ ipſe etiam ſtrictim perſequitur.

Contra iſtam hypotheſin multa poſſunt obiici. Et primò quidem ut attractionem aggrediar. Si Magnetem inter, & ferrum interponatur quodcumque corpus ſolidum, nullus aër loco movebitur, non deſinet tamen attrahi ferrum, igitur hæc attractio non ſequitur ex vacuitatibus, aut disjecto aëre, & retro Magnetem impellente aut ferrum.

Secundò particulæ ſtriatæ, in ſpiras convolutæ, non juvant hanc attractionem, nam ut inſiſtam ſpiris à quibus ducta eſt iſta ſimilitudo; impoſſibile eſt, ut ſi dentur duo corpora in cochleas perforata, cylindrus in cochleam pariter convolutus, qui utrique corpori inſeratur, ea conjungat. Quoties enim ſpiris duo corpora remota conjungimus, debet cylindrus qui intromittitur, adhærere uni corpori, unde capitatum efformamus hujuſmodi cylindrum, ut in uno corpore firmus permaneat, illudque ſecum vehat.

Tertiò ſi ſpiræ iſtæ aërem disjiciunt & è loco ſuo propellunt, quidni alia corpora ſolida non propellunt? Nam ſi in aëre ita laxi eſſent pori, ut particulæ ſtriatæ in iis liberum motum haberent, haud dubiè loco non moveretur: certum tamen eſt multa dari corpora, quorum pori ſunt minores poris aëris, ea tamen corpora, non propellit virtus Magnetica, ſed ſolum ferrum, aut Magnetem indebitè applicatum. Nam ideo propellitur magnes indebitè alteri applicatus, quia nempe particulæ ſtriatæ ab uno egreſſæ, alterius poros ingredi non poſſunt; ergo ſi applicetur quodcumque corpus, per cujus poros ingredi non

poſſint particulæ ſtriatæ, illud etiam expelletur à vi Magneticâ. Nullum tamen hactenus inventum eſt corpus, quod hoc modo repelletetur.

Diſplicet etiam hæc hypotheſis, quod nimis multa aſſumat, & ſine exemplu in aliis agentibus. Natura enim ſibi conſtat, & quem in ono corpore agendi modum obſervat, illi in aliis etiam agentibus ſervatâ tamen proportione inſiſtit.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Argumenta ſuadentia id quod à Magnete propagatur accidens eſſe.

Quamvis difficiles ſint hypotheſes, quas hactenus propoſuimus, multaſque, & innumeras difficultates patiantur, ſi tamen rem attentiùs perpendamus, vix ulla hactenus allata eſt ratio, quæ ſubſtantiale illud effluvium convelleret; ſed tantùm multa objecta ſunt modis explicandi, quibus effectus Magneticos, per ſolum motum localem illarum ſubſtantiolarum explicare voluerunt. In hac autem Aſſertione nonnulla affetam, quæ directè ſuadere videntur, virtutem illam, à Magnete per medium propagatam accidentalem eſſe.

Probatur Primò. Id quod compenetratur cum omni omninò ſubjecto, penetratione propriè dictâ, nec eſt principium permanens, & fixum operationum immanentium, quæ tali ſubjecto conveniunt, illud eſſe accidens neceſſe eſt; ſed id quod in medio à Magnete propagatur, eſt hujuſmodi: ergo illud eſt accidens. Major eſt certa, nam primò quidquid hoc modo cum omni corpore compenetratur, non eſt ſubſtantia perfecta, corpoream intelligo, quia non careret ſuâ quantitate, cuius effectus formalis inter alia hoc habet, ut reddat ſuum ſubjectum impenetrabile. Non eſt etiam forma ſubſtantialis, quia forma ſubſtantialis debet eſſe principium permanens, & fixum operationum tali ſubjecto convenientium: eſt enim nota, character & diſtinctio formæ ſubſtantialis ab accidentibus. Probatur minor quoad primam partem, nam virtus Magnetica æqualiter agit, trans quælibet corpora, ſed niſi cum corporibus compenetraretur non ageret trans quælibet corpora. Ergo cum illis compenetratur. Si enim non compenetratur, poterit tantum ſe per poros inſinuare, ſed eſt incredibile in omni omninò corpore dari poros, & tot dari ut æqualiter permeet hæc virtus, corpus quantúmvis durum, & compactum, quàm aërem. Præcipuè cùm etiam permeet omnia liquida, in quibus propter fluiditatem pori ſubſiſtére non poſſunt: alioquin dicendum erit omnia corpora eſſe perforata ad modum cribrorum, quod ſine evidenti ratione aſſeri non debet, & hoc licèt admitteretur nunquam tamen cogitari poſſet æqualiter tranſmitti virtutem Magneticam. Denique dicendum eſt, vel nullum eſſe in natura accidens, vel emanationem illam Magneticam accidens eſſe: ideo enim, & lumen cenſent communiter philoſophi eſſe accidens, quia nullâ in chriſtallo diviſione factâ, recipitur, eam tranſmeat, & pervadit; idem dicendum eſt de calore, frigore cæteriſque accidentibus. Unde vel nullum eſt in totâ naturâ accidens, vel iſtud in numerum accidentium referendum eſt. Nam alia accidentia, non niſi ægrè & cum difficultate in aliquibus ſubjectis recipiuntur, cum tempore in illis diffunduntur, ut lumen in ſolis diaphanis, calor ut lapides pervadat tempus requirit; iſtud autem per omne omninò ſubjectum diffunditur.

Hoc eſt præcipuum hujus Aſſertionis fundamentum.

Probatur Secundò. Nulla ſubſtantia propagatur in inſtanti per medium aliquod; ſed virtus Magnetica, diffunditur in inſtanti per medium; igitur ſubſtantialis non eſt. Major eſt certa quia ſubſtantia, non propagatur niſi per motum localem, omnis autem motus localis fit cum ſucceſſione, & tempore. Minorem probat experientia, nam ubi primùm intra Sphæram activitatis Magneos conſtituitur verſorium, ſtatim convertit ſe, & movetur; ergo in inſtanti virtus Magnetica, ad verſorium uſque pervenit.

Ut verum fatear hæc ratio non urget; quia etiamſi eſſet aliqua ſucceſſio in tam modico ſpatio, non adverteretur; præcipuè cum poſſet dici deferri ſimul cum Magnete, totam ut ita dicam eius athmoſphæram, propter connexionem eam, quam habent inter ſe iſti ſpiritus Magnetici: qui ſaltem æquè benè connectuntur, ac partes ſcobis ferreæ, Magnetiſmo imbutæ. Denique ſi ſimile argumentum, non cenſetur habere ullam vim ad probandum lumen eſſe accidens, neque etiam aliquam obtinebit in hac materiâ, in quâ Sphæra activitatis eſt ita parva, ut aliquos pedes non excedat.

Probatur Tertiò. Quòd non tantùm in ſuo primo eſſe, ſed etiam in ſuo conſervari, dependet ab agente creato, illud eſt accidens, non ſubſtantia; ſed id quod à Magnete propagatur per medium, ita ſe habet: ergo non eſt ſubſtantia, ſed accidens. Major videtur certa, quamvis enim hæc dependentia connaturalis ab àliquo agente, non ſit proprietas quarto modo accidentium, & pleráque accidentia eam dependentiam non habeant, hæc tamen nulli ſubſtantiæ convenit, ob perfectionem ſuam; vi cujus debet eſſe primum principium ſuarum operationum, ita ut ſicut non dependet ab aliis in ſuo operari; non dependeat etiam in ſuo eſſe. Minorem probat experientia, nam amoto Magnete ceſſat tota virtus quæ per medium diffundebatur, nec ampliùs dirigitur verſorium; eo modo quo dirigebatur præſente Magnete.

Neque etiam quidquam probat hæc ratio. Primò etiamſi perſeverarent in medio hi ſpiritus Magnetici, cum ſint ejuſdem naturæ, cum ſpiritibus Magneticis, quos conſequenter dicunt à tellure, aut etiam à cœlo emanare, ſe iis conformarent, juvarentque eam directionem, quæ polos terræ reſpicit: neque enim ex eò quòd idem effectus ceſſat, propterea judicare poſſumus ſemper totam cauſam adæquatè ſumptam, amotam eſſe, aut ceſſare, cum ultima determinatio ab unâ parte peti poſſit. Secundò ſi iſti ſpiritus aliquam adhuc connexionem habent cum Magnete, adſportantur ſimul cum illo, ſicut ſcobs ferrea adhærens uni polo, ſimul cum Magnete transfertur, propter eam, quam ad Magnetem adhæſionem habet. Quod magis eſt verum de his ſpiritibus, ſi dentur, utpote tenuioribus gravita-

témque

témque nullam aut certè modicam habentibus.

Probatur quarto. Si id quod à magnete propagatur, non eſſet accidens, ſed ſubſtantia, ea utique deciſa eſſet à magnete, ſed hoc dici non poteſt, ergo non eſt ſubſtantia. Major videtur facilè probari poſſe, nam magnes non invenit in aëre, aut in aliis corporibus per quæ propagatur eius virtus, diſpoſitiones neceſſarias, ut producat ſpiritus magneticos; ergo illi à magnete ipſo per motum localem emanant. Minorem autem probo, ſi magnes continuum haberet magneticorum ſpirituum profluvium ſtatim exinaniretur, & periret, aut ſaltem notabiliter minueretur eius virtus; cum tamen per multos annos integer perſeveret ſine ullo virtutis ſuæ decremento.

Reſponderi poſſet non ſine aliqua probabilitate, verum eſſe quod decurſu temporis deteratur virtus in magnete, niſi nutriatur ſcobe ferrea, è qua educit ſpiritus ſibi conformes. Melius adhuc, & probabilius dici poſſet, ſuppeditari à terrâ ſpiritus magneticos, quò fit, ut optimus modus conſervandi magnetem ſit ut ſitum naturalem reſpectu terræ obtineat, ejuſque polus boreus inclinetur ad polum boreum, terræ: hoc enim modo diuturnitate temporis imprægnabitur ſpiritibus magneticis è terrâ erumpentibus. Nam ſi ferrum quod per centum annos eundem ſitum obtinuit, tam validè virtutem magneticam ebibit, quidni etiam magnes. Immò poſſet aliquis dicere non à magnete in orbem emitti iſtos ſpiritus, ſed colligi circa illum ſpiritus à terra emiſſos, cum quibus poteſt magnes agere, in alia corpora magnetica, quæ licèt videantur à magnete diſtare, non diſtant tamen ab agente totali. Quod autem circa illum colligantur ſpiritus à terra emiſſi, poteſt oſtendere directio quâ magnes liber & in æquilibrio poſitus ſe dirigit ad polos terræ.

Ex his vides nullum validum argumentum afferri ad probandum virtutem à magnete per medium diffuſam accidentalem eſſe, niſi primum, petitum ſcilicèt ex eo quod hæc virtus æqualiter omnia corpora penetret.

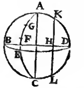
PROPOSITIO XI.

Theorema.

Modus explicandi hanc virtutem accidentalem à Gilberto propoſitus expenditur.

Quemadmodum ſupra propoſitis argumentis quibus virtus Magnetica ſubſtantialis ſtatuebatur, difficultates propoſuimus ferè inſuperabiles in variis authorum modis explicandis, ita etiam æquum eſt, ut poſtquam conati ſumus probare eandem virtutem per medium diffuſam accidentalem eſſe, expendamus etiam, diverſos explicandi modos. Nam magnes hoc habet, ut eius præcipui effectus in polis eluceant, & non uniformiter diffundantur in orbem, contra leges agentium cæterorum: quod quomodo fiat inter authores non conſtat, & forſitan iis pares rependemus vices, & non minora abſurda in eorum explicationibus inveniemus, quàm ſint ea quæ in variis recentiorum, ut vocant commentis deprehenderunt.

Gilbertus qui primus Magnetis naturam inveſtigavit, præcipuaque experimenta attulit, quæ modò demiramur, laudandus in eo maximè, cùm deprehenderet cæterorum agentium leges, non obſervari accurate in Magnete, qui vires ſuas præcipuè in duobus polis exereret, diverſas utique, & ſibi invicem contrarias. Duo aſſeruit, primum



Magnetis verbi gratiâ ABCD, æquinoctiali plano BD diviſum eſſe imperium, ita ut omnia puncta unius hæmiſphærii agant verſus polum illius hæmiſphærii, non quidem directè ſed quaſi ſecundùm ductum meridianorum, à puncto E immittitur verticitas in F, ab E F in G, ab EFG in A: ſimiliter contingere aſſerit in alio hæmiſphærio uſque ad polum C. Ut autem prætereà corroboret virtutem axis AC, aſſerit punctum verbi gratia H, immittere ſuam virtutem versùs interiora, hoc eſt versùs axem AI, nullum autem exteriùs versùs partes D.

Hæc eſt Gilberti ſententia, ſed multò plura hîc reprehendenda puto quàm in priùs propoſitis hypotheſibus. Loquitur enim hic de immiſſione virtutis, quaſi de facto daretur motus localis. Quare ut convellam penitus hæc omnia, & quæ dicentur inferiùs meliùs intelligantur, & quem ſenſum habere debeant.

Dico Primò. Magnetem totum eſſe unius naturæ, intelligo ſecundum partes quaslibet ſenſibiles: non enim intelligo, eum dividi uſque in minutiſſimas atomos. Poſſet enim dubitari, an ita contuſus virtutem ſuam conſervaret, ſed aſſumo partem ſenſibilem, cum aliâ item ſenſibili, & aſſero Magnetem totum eſſe unius naturæ, & ejuſdem cujus ſingulæ partes.

Probatur experimento communi, ſi reſecetur quælibet pars, tàm quæ prope polos, quàm quæ in æquinoctiali jacet, non majorem habet virtutem una quàm alia, & ſi ſint æqualis magnitudinis, æqualiter ferrum allicient; æqualiter utraque ſuos polos habebit. Suppono enim Magnetem uniformem, & ſecludo accidentia nonnulla, cum ergo ſimiles omninò effectus utraque pars producat; gratis fingerentur eſſe diverſæ naturæ. Hæc aſſertio præcisè non eſt contra Gilbertum.

Dico Secundò. Ad quamcúmque Magneticam actionem concurrere utrúmque hæmiſphærium, unde ſi hoc vocetur corroborare virtutem unius poli, eò quod hæc actio circa hunc polum exerceatur, falſum eſſe quod dicit Gilbertus, utrúmque hæmiſphærium virtutem ſui poli corroborare, non autem virtutem poli oppoſiti, ſeu in alio hæmiſphærio exiſtentis. Dico igitur quemcúmque effectum productum circa polum, verbi gratiâ boreum, ſive is ſit communicatio virtutis obelo, ſive adhæſio ferri, dico hunc effectum dependere ab omnibus, & ſingulis partibus utriuſque hæmiſphærii.

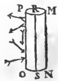
Probatur Experimento, ſi actio quæ exercetur

 prope

ptope polum boteum, non dependeret ab hæmiſphætio auſtrali; avulſo, hæmiſphærio auſtrali, non minor aut minùs intenſus ſequeretur effectus; ſed experientiâ compertum eſt, reſecto uno hæmiſphætio, imminui talem effectum, nec tantam vittutem communicari: ergo hic effectus ab hæmiſphætio auſtrali dependet. Quotieſcúmque enim aliquid quod de ſe activum eſt, requiritur ad actionem, non eſt illi deneganda virtus activa; ſed hæmiſphærium auſtrale requiritur, ut ſit intenſior actio, quæ circa polum boreum exercetur: ergo hæmiſphærium auſtrale ad eam concurrit.

Dices quoties fit ſeparatio auſtralis hæmiſphærii, toties fieri novum totum & mediam partem hæmiſphætii botealis evadere auſtralem, novúmque modum agendi acquirere, deſinereque corroborare polum boteum, ſed incipere ſuas vires emittere ad novum polum auſtralem. Sed quæro quomodo hæc media pats hæmiſphærii botealis, quæ dicitur poſt ſeparationem fieri auſtralis, divinare poteſt, teſectum eſſe hæmiſphætium auſtrale, ſi nihil ab eo recipiebat, nullumque augmentum virtutis ab eo habebat. Quare concipi nullo modo poteſt, quomodo determinetur ad novum modum agendi, & deſinat poſſe coagere cum polo boteo; cùm antea poſſet, ſine cooperatione hæmiſphætii auſtralis. Unde contra omnem rationem eſt iſte modus agendi, præcipuè cum nulla ſit pars, quæ polus eſſe non poſſit per varias diviſiones: unde dicendum eſt omnes, & ſingulas partes, ad quamcumque actionem Magneticam concurrere, in quâcumque tandem Magnetis parte exerceatur. Quod ſi hoc vocare velis virtutem ſuam emittere, & alicujus partis vires corroborare, dico nullam eſſe quæ in omnem pattem virtutem ſuam non emittat, & cujuſlibet vires non corroboret & augeat; & hoc convenientet legibus omnium agentium, quæ in omnem partem agunt.

Mulò minus ſubſiſtere poteſt, id quod aſſerit idem Gilbertus, nempe ducto plano KL axi AC, parallelo, vim omnium punctorum totius ſegmenti ACLK, ad interna ferri, & corroborare, ut ita dicam virtutem ipſius axis. Si enim omnia puncta illius ſegmenti poſſunt tantùm agere verſus partes internas, factâ reali diviſione ſequeretur, quòd obelus ſuperficiei K L, applicatus illi non adhæreret, ſed hoc eſt contra omnem experientiam: ergo ſegmentum propoſitum, non tantùm virtutem ſuam ad interna dirigit, ſed etiam exteriùs agit. Alioquin ſi daretur magnes cylindricus



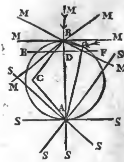
qualem figura MNOP repræſentat; ſequeretur (inquam) ſuperficiem M N, nullos effectus Magneticos poſſe prodere, quippe quæ ſit parallela axi RS, atque adeò cujus virtus ad interna dirigi debeat. Certum autem eſt experientiâ in hujuſmodi Magnetibus, etiam ſuperficiei extimæ, obelos adhærere, & quò fuerint propiores extremitatibus, eo rectiores eidem inſiſtere.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Modus explicandi virtutem Magnetis accidentalem, à Patre Cabæo propoſitus expenditur.

Hîc modus explicandi à Patre Cabæo, omnibus excepto Patre Leoutaud probatus eſt. Ponamus ergo Magnetem ſphæricum, cujus polus A auſtralis, B boreus, vult igitur ex ſingulis Magnetis punctis, ſumatur unum C pro omnibus, duos radios emitti ad utrumque Magnetis polum A, & B, nempe radios CB, CA, qui collecti in polis A & B, debent concipi foràs prodire, & ſpargi in omnem partem, quaſi eſſent A & B duo centra; & non tantùm foràs prodire, ſed etiam ex centris A & B, intra ipſum Magnetem diffundi, immo & incurrere in radios à quibus nati ſunt, & hoc modo refuſi radii, dum penetrant ipſum Magnetem, eodem modo ſe habent, ac ſi pervaderent purum medium, & diffunderentur in aëre, quare Magnetem non afficiunt. Vult etiam Cabæus omnes iſtos radios à polis diffuſos duplicem habere faciem, ut omnium radiorum B M facies B in polo ſcilicet ſit borealis, facies autem M meridionalis ſit; pariter omnium radiorum AS, facies A auſtralis ſit, facies S Septentrionalis.



Radii item qui à quibuſvis punctis C ad polum protenduntur, nullum actum Magneticum exercent, neque obelum convertent, ſed tantum ipſum Magnetem ad polos dirigent: agendi autem actione ut ita dicam externâ, & tranſeunte munus demandatur radiis à polis A, & B prodeuntibus. Hi tamen radii in omnem partem ſparſi vim agendi non habent à polis ipſis, ſed à partibus C à quibus procedunt, quæ intelliguntur agere per radios quaſi in polis B & C fractos, & reflexos. Ex quo ſequi volunt Sphæram activitatis Magnetis non Sphæram imitari, ſed ovalem figuram.

Egregium haud dubiè commentum, conteudo autem nullum in hypotheſibus hamatarum, anſulatarum atomorum, aut cochlearum Carteſii eſſe

eſſe minùs probatum, & gratis confictum, ita omnia explicatis terminis evaneſcunt, ut oſtendo ſatis aperiè.

Primò modus agendi longè diverſus à modo agendi conſueto, quo agentia productiva qualitatum communiter in philoſophiâ peripateticâ, agere dicuntur introducitur; nullum enim agens non in orbem agit: cur ergo pars quæcúmque C, duos tantum radios emittit, unum ad polum A, alterum ad polum C. Quare ad alia quæcúmque puncta, radios non emittit. Lucidi quæcúmque pars in omnem lineam radios emittit: cur hic non obſervatur idem agendi modus, afferatur aliqua potior ratio. Deinde oſtendo poſitivè à puncto quolibet C, alios radios emitti. Dividatur magnes ſectione parallelâ æquatori, quam hic repræſento per lineam EF, fiet novus polus D, & punctum quodlibet C, radium ad illud profundet, ergo etiam anteà, talem radium emittebat. Quid enim punctum C, determinare poteſt ad novum agendi modum, non reſectio, & ſeparatio ſegmenti E B F; cum enim nullam ab eo vim agendi haberet, non eſt cur eo ſeparato incipiat de novo agere in punctum D, & deſinat emittere radium C B, ergo antea agebat. Hoc enim argumento jure refellit Gilbertum, Cabæus, qui contendebat utrúmque hæmiſphærium non coagere cum alio, ſed tantùm corroborare virtutem ſui poli.

Secundò polus non eſt alterius naturæ, quàm quælibet alia pars, ut jam probavimus ſuprà; cùm nullum ſit punctum, quod per aliquam diviſionem oon poſſit fieri polus: ergo non eſt potior ratio cur puncta A,& B virturem habeant refringendi radios à cæteris partibus emiſſos, & diſpergendi in omnem partem: Non erit potior ratio cur puncta A & B, non ſint activa cæteris omnibus agentibus. Vult enim Cabæus per radios refractos, & reflexos in polis, polos ipſos non agere, ſed partes à quibus emiſſi fuerant hujuſmodi radii. Cur ſolus radius AB,eſt irrefractus, cur procedendo ex B in A, eſt auſtralis; & ex B in S, eſt pariter auſtralis; multáque alia, quorum nullus unquam afferre poterit rationem.

Tertiò cum Cabæus aſſerat radiorum in polis collectorum partem alteram ultra polum procedere, aliam verò intra Magnetem regredi; quæro à quo determinentur ad ulteriùs procedendum, à quo ad regrediendum intra Magnetem.

Quartò cum Aſſerat Cabæus radios collectos in polo B, rurſus refl cti in omnem partem, cum radiorum omnium à ſingulis partibus emiſſorum facies B ſit borealis, & pariter omnium radiorum à polo B, in omnem partem diſperſorum facies B, ſit pariter borealis, ſequeretur duas facies boreales, unam radiorum à ſingulis partibus emiſſorum, alteram radiorum in omnem partem remiſſorum, coaleſcere in puncto B; quod eſt contra communes leges Magneticorum quorum facies ejuſdem denominationis inimicæ ſunt, & contrariæ.

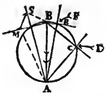
Quintò ſequeretur partes hæmiſphærii borei eſſe auſtrales, & communicare virtutem convertendi ſe ad boream. Ducatur enim radius BO,certum eſt experientiâ quod ſi verſorium ad polum B, obvertat cuſpidem acûs, eandem cuſpidem obvertet ad punctum O: contrarium tamen eveniret, nam radii BO,facies O auſtralis eſt, & facies B borealis. Quamvis enim ducto radio AO,reſpectu radii AO facies O ſit borealis,quia tamen radius AO longior eſt radio BO, & conſequenter longius diſtat à fonte ſuo, debebit prævalere facies radii BO, & eſſe auſtralis, & alterius denominationis, quàm ſit punctum B; unde extremum verſorii quod reſpicit punctum B, non reſpiciet punctum O.

Sextò invenio maximam incongruitatem,quod eadem pars O, radios & facies diverſæ rationis exciperet, unde in puncto O eſſet contrarietas,& lucta, ſenſimque deſtrueretur omnis virtus in puncto O.

Septimò invenio quòd cum radius ABM, qui ultra Magnetem procenditur, habeat faciem meridionalem in puncto M, ſi illi admoveatur verſorium, aliud extremum verſorii attrahere debebit, quàm quod à puncto B allicitur: quod etiam eſt contra experientiam. Ergo falſum eſt eum radium BM, ita eſſe conſtitutum, ut punctum eius M, ſit meridionale; eo modo quo punctum A, radii BA auſtrale eſt. Unde puto iſtas radiorum diverſas facies omninò confictas eſſe.

Octavò pars radii ABM, quæ eſt extra Magnetem, & potentiſſimè allicit Magnetica, eſſet valde debilis, & minoris virtutis, quam quilibet alius radius. Nam radii procedentes à duobus polis oppoſitis, in eo radio coaleſcunt; nempe radii procedentes à punctis A & B, unde ille radius ultra B, quatenus procedit à puncto A, ſemper conſervat ſuam faciem borealem etiam ultra B, quatenus vero procedit à polo B, ultra B nempe in puncto M, habet ſuam faciem borealem: ergo duæ facies ibi coaleſcunt, in eodem puncto, impediúntque invicem ſuam actionem.

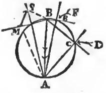
Nonò ſi quælibet pars Magnetis mitteret radios ſuus ad polos, qui deinde in omnem partem remitterentur, etiam per Magnetem, ita ut magnes reſpectu radiorum hoc modo reflexorum haberet rationem pori medii, nulla afferri poſſet ratio, declinationis Magneticæ. Nam communis ratio quæ affertur declinationis Magneticæ, eſt imperfectio alicujus partis, aut exceſſus perfectionis unius ſupra aliam: ſed hic exceſſus, aut hæc imperfectio non poſſet cauſare declinationem. Cùm enim omnes radii confundantur in polis, impoſſibile eſt aſſignare radium qui ad hanc potiùs partem pertineat quam ad aliam; ſed omnes ad ſingulas pertinent. Igitur non erit ulla ratio cur unus præ alio radius deficiat, multò minus in regreſſu poterunt detorqueri à plano meridiano, ob imperfectionem alicujus partis: cum reſpecto radiorum ſic acceptorum magnes ſe habeat, ut purum medium, & in hoc nulla debet haberi ratio perfectionis, aut imperfectionis partium.



Decimò. Ratio quam in ſua hypotheſi affert inclinationis Magnetis nulla eſt. Ideo enim aſſerit

verſoria

verſotia inclinati ad Magnetem, quia cum procedant duo radij BC, AC obelus CD potiùs



ſe conformat radio BC, utpote breviori, quàm radio AC longiori: ideò inquit ſequitur inclinatio. Oſtendo longè aliter rem ſe habere, nam in puncto E, radius ſequitur potiùs ductum radii AE, longioris, quàm radii BE brevioris: ergo falſa eſt eius ratio. Adde quod ſi cuſpis E, obeli EF ſe conformare debet radio BE, fuſcinula deberet quantùm poteſt, ſequi radium AE, ita ut alia longe conformatio ſequi debeat; nempe qualem vides in MS.

Denique ut omnia complectar, hæc hypotheſis loquitur de radiis eodem modo, ac ſi daretur, fluxus & motus localis alicujus ſubſtantiæ. Quæro enim quid ſit omnia puncta Magnetis emittere ſingulos radios, ad polos A, & B.

An aliquid in polis producunt? & hoc non, nam nullum ſimile agit in ſimile, ut commune fert axioma philoſophorum, partes autem Magnetis ſunt ſimiles & æquales: igitur falſa eſt illa radiorum in polis collectio. Vel quod ita ſingulæ partes agunt per radios in polis refractos? & hoc nòn, quia vel ſingulæ per omnes agerent, vel ſingulæ per ſingulos: non primum. Nam hic agendi modus eſt alienus ab omni modo agendi: nec afferri poteſt aliqua ratio cur ita agant, & cur hæc qualitas præ omnibus aliis, hunc heteroclitum agendi genus ſibi vendicet. Nam cum penetrari poſſit cum omni ſubjecto vero, lineas rectas, ut breviſſimas ſequi debet, nullóſque circuitus, & ambages ſectari: nam circuitus iſti oriri non poſſunt, niſi ex eo quòd qualitas in aliquo ſubjecto recipi non poſſit, aut cum aliqua difficultate, in eo ſubjectatur, ut accidit in refractione, & reflexione luminis. Unde tanta irregularitas ſatis indicat non eſſe qualitatem, ſed ſpiritus, qui venas, & ductum meatuum, & pororum conſectentur, Quid tamen ſentiendum ſit non adhuc definio.

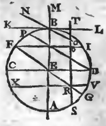
PROPOSITIO XIII.

Theorema.

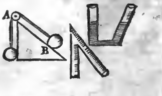
Modus explicandi virtutem Magnetis accidentalem à R. Patre Leotaud propoſitus expenditur.

Pater Leotaud animadverſis incongruitatibus, quæ in aliis duabus hypotheſibus inveniebantur, nempe quod & inſolitum agendi modum inveherent, neque tamen experientiis reſponderent; alium agendi modum excogitavit, quo & meliùs experimentis reſponderet, neque ita abhorreret, à communi agentium modo. Duo ergo ſibi obſervanda ſtatuit, nempe ut primò rationem haberet qualitatis in Auſtrum, & boream ſuum ſubjectum dirigentis, & in eo aliquatenus imitantis gravitatem, quæ per lineas rectas quantùm poſſet ad centrum univerſi inclinaret, & conſequenter cujus effectus formalis, ad eos ſemper terminos impelleret. Secundò meminiſſet modi conſueti agentium naturalium, quæ in orbem ſuas qualitates producerent.

Aſſerit igitur primò quodlibet punctum Magnetici corporis in orbem agere, & non tantum unum radium ad polum ſui hæmiſphærii emittere ut volebat Gilbertus, aut ſingulos ad utrúmque polum, ſed in omnem omninò partem, ita ut virtus quam emittit quatenus boream reſpicit, borealis ſit, quatenus vero ad auſtrum procedit ſit auſtralis, hoc eſt virtus quæ à quolibet Magnetis puncto emittitur locomotiva eſt, nempe in boream, & in auſtrum, pro ut vergit in boream, & in auſtrum. Quod ut meliùs intelligatur, conſiderat varia puncta quæ in Magnete conſiderari poſſunt. Sit ergo magnes AB, cujus poli A



& B, æquator CD. Primò conſideretur quomodo agat centrum E: contendit autem centrum E, agere primò in omnem partem, ſed ubique producere virtutem motivam verſus Septentrionem, & Auſtrum, ita ut punctum E ſecundùm lineam EB, virtutem producat borealem, ſecundùm lineam EA auſtralem, & hoc directè, & quaſi perpendiculariter. Non quod in axe EB, non inveniatur virtus auſtralis ſeu movens ad Auſtrum, ſed ea prout motiva eſt ad auſtrum in radio EB; non procedit à puncto E, ſed ab alio quocúmque puncto; pariter in radio EA, nullam centrum E producit virtutem motivam, aut directivam niſi ad Auſtrum. Agit etiam idem centrum per radios EG, EF, ita ut virtus quæ ab ipſo producitur in radio EF, ſit pariter borealis, quæ verò in radio EG auſtralis licet in eodem radio EF, ſit etiam virtus auſtralis, non tamen producta à puncto E, ſed ab aliis punctis.



Addit inſuper virtutem à puncto E productam in radio EF, borealem quidem eſſe, quia tamen in radio EP obliquo, ut ita conſideratur, tantas

vires

vires non habet,ac virtus quæ in axe eodem protſus modo, quo gravia ſuper planum inclinatum poſita, multùm amittunt de ſuis viribus, eò quòd gravitas deorſum inclinet, per lineas perpendiculares. Unde motus qui fit per planum inclinatum, cùm habeat multùm, de præternaturali, minores vires habet quas perpendicularis metitur: nam velocitatem acquiſitam in toto aliquo plano, hoc eſt velocitas acquiſita per totum planum AB, licèt longiori, æqualis eſt velocitati acquiſitæ per AC; pariter grave ſupra planum AB, multùm amittit de ſua velocitate, quia ſuſtentatur à plano inclinato. Ita etiam qualitas à puncto E, diffuſa per radium EF, quia eſt qualitas motiva ſicut gravitas, & directè movens, per lineam parallelam axi, erit minoris virtutis quam ſi diffunderetur per axem; ita ut menſura virtutis quam habet totus radius EF, & qualitas in eo exiſtens, ſi comparetur cum qualitate diffuſa per axem EF, erit ſicut EB ad perpendicularem EH Id multis aliis exemplis confirmari poſſet, ut ſyphonum inclinatorum, & cylindrorum, ut explicabimus in hydroſtatica: quia in omnibus menſura virtutis eſt perpendicularis. Iſtis non immoror, quia qui plura requiret poterit Staticam, & hydroſtaticam noſtram conſulere; in æquinoctiali CD producitur quidem aliqua qualitas ſed quæ ſit dubiæ virtutis.

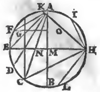
Si placet aliquod aliud punctum Magnetis conſiderare, verbi gratia quomodo agat polus B; vult enim duci ejus æquatorem KL, in quo qualitas à puncto B producta, ſit dubiæ virtutis, hoc eſt neque in boream, neque in auſtrum trahat. Virtus in radio BM producta, ſit pariter borealis, in BA verò ſit auſtralis, hoc eſt illa qualitas quæ in BA, producitur præcisè à polo B, auſtralis eſt, quia eſt infra ejus æquatorem, quæ verò producitur in radio obliquo BN, quamvis ſit borealis, eſt tamen multò debilior, quàm ſi directè produceretur; qualitas verò producta in BO auſtralis eſt, quatenus producta à puncto B.

Sit propoſitum aliud punctum H, ducatur ejus æquator FI, punctum H in radio HB, virtutem borealem producit, in HA auſtralem, in æquatore FI dubiam, in radio HP borealem quidem, ſed debiliorem; in radio pariter HD, auſtralem, ſed debiliorem, ob obliquitatem radij.

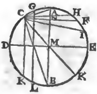
Denique conſideretur punctum R, cujus pariter ducatur æquator XV, & axis TS; in axe RT borealem qualitatem producet, in RS auſtralem, in æquatore XV. dubiam, in radio obliquo RF borealem, ſed debiliorem, & in radio RG, auſtralem pariter debilem.

Ex his facilè conſtituemus quam virtutem participet quodlibet Magnetici corporis punctum, primò proponatur polus A, auſtralis, dico in polo A ſolam eſſe virtutem auſtralem: quia nullum eſt punctum in toto Magnete, quod aliam quam auſtralem in polo A qualitatem producat. Sumatur enim centrum M, certum eſt quod centrum M in toto radio MA, & punctum B in toto radio BA,& punctum D in toto DA, & punctum F immo & punctum G,in toto GA auſtralem qualitatem producet: quare hoc unum habemus in polis inveniri, unicam virtutem, in boreo borealem, in auſtrali auſtralem.

In æquinoctiali quolibet puncto H, omnia puncta quæ in auſtrali hæmiſphærio EAH, inveniuntur in puncto H, producent virtutem borealem: ſit enim propoſitum punctum O, ex præ-



ſuppoſitis fundamentis punctum O, in toto radio OH, qualitatem producet borealem, auſtralem in OK. E contrà quodcumque punctum hæmiſphærii borealis EBH, aget tantùm virtute auſtrali, & cum tot puncta ſint in hæmiſphærio auſtrali, quot in boreali, erunt in puncto H, & aliis omnibus ejuſdem æquatoris tot gradus, ut ita dicam unius qualitatis, quot alterius.



Proponatur denique quodcúmque punctum C, in hæmiſphærio auſtrali DAE, dico in eo virtutem auſtralem prævalere. Ducatur enim planum CF, parallelum æquatori DE, omne punctum in ſegmento CAF exiſtens, in puncto G qualitatem producit, & omne punctum ſegmenti CBF, in eodem puncto C, virtutem auſtralem emittit; ſed plura ſunt puncta in ſegmento CBP, quam in ſegmento CAF; ergo qualitas auſtralis prævalebit.

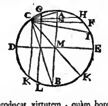
His principiis præſuppoſitis, facilè explicabuntur omnes proprietates Magnetis. Primò quòd magnes majorem exerat virtutem per polos, quàm per quæcúmque alia puncta. Quia ſoli poli virtutem habent unius rationis, alia verò habent aliquid admixtum contrariæ qualitatis, & quò longiùs à polis receſſeris; eò plus admiſcebitur contrariæ qualitatis, & pauciora puncta directè qualitatem prævalentem producent. Ut in puncto C, ſola puncta in radio CK, producunt qualitatem auſtralem directè in puncto C, in puncto vero G, puncta omnia in radio KC exiſtentia, & ſumptis in punctis C, & G, radiis ſimiliter inclinatis, plura ſemper puncta invenientur, producentia qualitatem in puncto G, quàm in puncto C.

Hinc ablato per reſectionem CAF, punctum C, majorem oſtendet virtutem auſtralem, quàm anteà; quia puncta omnia quæ erant in CAF, in puncto C producebant borealem virtutem, quæ auſtralis vires videbatur retundere.

Conſtat etiam quòd ſi magnes ſecetur per æquatorem primarium ED,quod idem perſeveret in

 ſegmento

ſ gmento DBE, polus B, quia pariter in eo ſegmento nullum erit punctum, quod in polo B



allam producat virtutem, quàm borealem: ut percurrenti omoia puncta ſatis oſtenditur & nullum eſt, in quo aliqua qualitas auſtralis non producatur. Alius polus erit in centro M, quia licet alia puncta totius plani æquatoris ſolam virtutem auſtralem babeant, cum nullum ſit punctum ulterius, quòd eam borealem virtutem producat, non habebunt tamen eam virtutem, tam directè productam. Primò quia axis BM, eſt omni aliâ lineâ ipſi parallelâ longior, tùm quia ſumptis radiis æquè obliquis in puncto M.& in alio quocumque plani DE, ſemper qui ad centrum M ducentur, longiores erunt: ex quo fit, ut in puncto M intenſior ſit qualitas, & hæc fuit cauſa cur babita fuerit ratio obliquitatis radiorum.

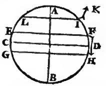
Si verò dividatur magnes per æquatorem ſecundarium CF, idem in ſegmento CBF remanebit polus B, & in ſegmento CAF polus A, & in utroque fient novi poli in N, quia plures & directiores radij ducentur ad punctum N, quàm ad quodlibet aliud, plani per CF repræſentati.

Si verò per axem, aut planum axi parallelum, dividatur magnes, alii fiunt poli, in utroque ſegmento, verbi gratiâ in ſegmento ADB, & in ſegmento AEB. Quia autem ſingula puncta non mutant modum agendi; ſed ſimiliter profundunt ſuam virtutem, inde fit ut axis novos fiat, antiquo axi parallelos, duóque in otroque ſegmento poli enaſcantur. Non libet autem modò conſtituere ubi ſint futuri illi poli. Quamvis enim puncta A & B ſint ita conſtituta, ut habeant qualitatem ſine admixtione contrariæ qualitatis, quia tamen poſt ſeparationem poteſt fieri, ut aliquod aliud punctum, inter polum verbi gratiâ A, & æquatorem E, conſtitutum, verbi gratiâ punctum H, plures radios minùs obliquos excipiat, quàm punctum A, inde fit ut polus non ſit idem qui erat antea. Nam ut diximus ſupra, iſtæ duæ cauſæ concurrere poſſunt, ad hoc ut major ſit virtus in uno poncto, quàm in cæteris omnibus, nempe & quòd minùs habeat contrariæ, & quod radij illam communicantes minus aberrent, à lineâ quæ axis erit, hoc eſt minus ſint obliqui.

Deducit item ex ſuo modo explicandi rationem aliquam, declinationis verſoriorum ſupra ipſum Magnetem, & benè arguit, quòd nullam opinio Gilberti, aut Cabæi poſſit afferre, ut ſufficienter oſtendimus: cùm enim ipſe voluerit à quolibet puncto Magnetis ad quodlibet hanc virtutem propagari, mirum non erit ſi aliqua pars inſignior protuberans, attrahat verſorium eumque à recto, & meridiano plano avertat.

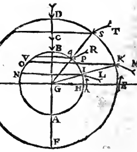
Oſtendit exinde figuram Magneticæ ot vocant Sphæræ activitatis eſſe perſimilem figuræ ipſius Magnetis; quodquidem conſectarium non poſſumus ullo modo experientiis arguere, neque enim poteſt figura ſatis conſtare.

Vult etiam idem author ex ſuâ doctrinâ dari rationem inclinationis Magneticæ, quam putat perperam tribui radiis ab utroque polo prodeuntibus, ut etiam ſuperiori propoſitione notavimus. Applicetur ergo obelus brevior, cui regendo non ſit impar virtus Magnetis, qui primò applicetur in ipſo æquinoctiali, ita ut ejus extrema F &



H, hinc inde protendantur; quia in puncto H eſt virtus borealis; eo quod ſegmentum totum GAH tale ſit in puncto H, plures ut ita dicam gradus qualitatis borealis producet quam ſegmentum minus GBH, in eodem puncto H, producet gradus qualitatis borealis; quare ſimpliciter attrahet cuſpidem verſorij, & quia pariter in puncto F, virtus auſtralis prævalet, ideo attrahet fuſcinulam; quia autem ſupponuntur æqualia ſegmenta, ideo erit æqualis attractio.

Quod ſi obelum ab æquatore removeris; verbi gratiâ in puncto I, quia ſegmentum LBI longè majus eſt ſegmento LAI, in puncto I prævalebit auſtralis virtus, quæ fuſcinulam obeli attrahit, fortiuſque diriget obelum, quàm minus ſegmentum LAI; quod tamen ſegmentum LAI obluctatur, & nonnihil obelum detorquet, à ſitu quem illi tribueret ſolum ſegmentum LAI, & quò magis ad polum acceſſeris, cum major ſemper ſit ratio ſegmenti majoris, ſupra minus, eò ſemper minùs, & minùs deturbabitur à ſuo ſitu.



Explicat denique ſupradictus Pater experientiam ſatis communem, quâ ſi duo obeli applicentur, unus in quocumque puncto Magnetis, alius verò in ſimili puncto alicujus circuli concentrici Magneti, intra tamen Sphæram activitatis Magnetis, hi duo obeli ſitum parallelum, aut ferè Parallelum obtinebunt. Vult ergo in aſſerculo aut laminâ æreâ, excavari circulum excipiendo Magnetis maximo circulo accommodatum, in quo collocetur magnes AB; ita ut poli attingant circumferentiam

cumferentiam illius circuli excavati; ſit item deſcriptos circulus DEF, Magneti concentricus, qui tamen ſit intra Sphæram activitatis Magnetis. Tum primò in axe Magnetis duo applicentur obeli BC, & D, clarum eſt quod congruent cum axe, quia totus magnes AB, ſingulaque ejus puncta non aliam virtutem in BD, producere poſſunt niſi borealem. Adde quod cum omnia hinc inde ſint æqualia, nulla apparet porior ratio, cur obelus BC, aut D in unam potiùs partem deflectat, quàm aliam. Ducto deinde æquatore GE, ſi in punctis H & E, duo applicentur obeli, clarum eſt, quòd ſtabunt paralleli: quia cùm in punctis æqualiter diſtantibus ab æquatore, virtutes ſint æquales, reſpiciantque eodem modo ambas utriuſque obeli extremitates, ſtabunt paralleli ut ſatis manifeſtum eſt.

Ducatur non longè ab æquatore radius GI, ſecans Magnetem in puncto I, & circulum deſcriptum in puncto K, eiſque punctis I & K, ſimilia reſpectu ſuorum circulorum, applicentur obeli IL, & KM, obſervabunt ſitum ferè parallelum: nam in puncto I eſt quidem virtus, quæ convenit parti boreali productæ à ſegmento NAI, cui ſe accommodaret niſi obſtaret ſegmentum NBI, quod deturbat obelum IL à ſuo ſitu, quem nempe habere deberet vi ſegmenti majoris NAI. Sed obelus KM ſe accommodare debet ſegmento OAP, & deturbatur à ſegmento OBP, cùm ergo major ſit proportio ſegmenti OAP ad ſegmentum OBP, quàm ſegmenti NAI ad ſegmentum NBP, longè meliùs ſe diſponet reſpectu ſegmenti OAP, obelus KM, quàm reſpectu ſegmenti NAI obelus IL: atque adeò parallelifmus non obſervabitur, & quò longiùs diſtabit KM à Magnete, eò major erit deviatio à parallelifmo.

Ducatur denique radius GS, non multùm diſſitus ab axe AB, qui ſecet Magnetem in puncto Q & circulum in puncto S; applicenturque obeli in punctis ſimilibus I, & S, dicit fore, ut illi obeli ſint ſenſibiliter paralleli. Quamvis enim (inquit) ſegmentum VBQ, deturbet obelum QR, à ſitu quem illi tribuere deberet ſegmentum majus VAQ, & reſpectu obeli ST nihil inveniatur tale, ſed magnes totus agat eâdem virtute quia tamen ſegmentum VBQ valde parvum eſt, & non multùm detorquet obelum QR, ideò parallelifmus obſervabitur. Hæc eſt ſententia Patris Leoutaud, quam pluribus explicat oſtenditque cum experimentis convenire. Fatendum quidem eſt, ea quæ aſſerit longè eſſe probabiliora, quàm quæ hactenus prolata ſunt à Cabæo, aut à Gilberto: multa tamen aut non ſatis explicata proferre, dubia multa relinquere, aut difficilia mihi videtur.

Primò igitur quæro, an dum radios ab unâ Magnetis parte protendit, verè intelligat unam Magnetis partem in aliam agere, eamque accidentalem virtutem producere. Tria enim mihi in hâc materiâ diſtinguenda videntur, primò ipſa ſubſtantia Magnetis, quæ haud dubiè ſecundùm peripateticæ philoſophiæ placita, ſua conſtat materia, & formâ; deinde erit virtus illa accidentalis, quam exiſtimat eſſe proximum principium motus, quietis, directionis, cæterorúmque effectuum. Tertio loco erit motus ille localis quo Magnetica corpora moventur, diriguntur, uniuntur, ſe invicem fugiunt. De ſecundò, ut puto procedit tota quæſtio, & quærit an id quod, per medium propagatur, ſeu per totam Sphæram activitatis Magnetis, & quo immediatè magnes agit, ſit aliquid accidentale. Nam de motu locali quiſque loquitur ſecundùm ſua principia, neque eſt hujus loci diſputate, quid ſit motus, de formâ ſubſtantiali Magnetis nulla movetur hic controverſia, ſed tantum de virtute illâ accidentali, quam invehere cupit.

Quæro igitur an duo ſint talia accidentia ſibi invicem contraria, expellentia ſe ex eodem ſubjecto, aut ſaltem ſe ita temperantia, ut unum impediat actionem alterius. Si unicum eſt, & ejuſdem rationis, quomodo in eodem indiviſibili puncto, aut ſaltem indiviſibiliter ſumpto, diſtinguit diverſas facies? Scio quidem unum, & idem extremum poſſe habere rationem faciei, ſeu ultimi termini reſpectu plurimorum radiorum, quos terminat; ſed ſi ab ſingulis iis radiis, recipit unum verbi gratiâ gradum, & illi omnes gradus ſunt ejuſdem rationis, non video, quomodo unus impediat actionem alterius, eò quòd producitur à parte boreali, alter autem ab auſtrali, iſtæ enim denominationes ſunt omninò extrinſecæ, nec mutant rationem agendi. Quare ex hoc capite mihi certiſſimum eſt, ſi detur hæc qualitas accidentalis, eam non poſſe eſſe unicam, ſed duplicem; neque enim poſſum concipere diverſas facies in accidente ejuſdem rationis, per totale aliquod corpus diffuſo.

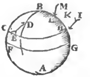
Quod ſi detur duplex illud accidens diverſæ rationis, quæro an iſta duo accidentia ſint ſibi invicem contraria? Si ſunt contraria, ergo ſe invicem expellunt ex eodem ſubjecto. Mirum erit quod illa pars quæ plures habet gradus unius contrarietatis, non producat ſimiles, ſed omninò diſſimiles: nam polus verbi gratiâ boreus, qui borealem habet qualitatem accidentalem ſolam, & maximè intenſam producet in toto axe plures gradus contrariæ qualitatis uſque ad polum auſtralem; & hæmiſphærium boreale in quo prævalet hæc virtus accidentalis borealis, producit qualitatem auſtralem in hæmiſphærio auſtrali; contra communem agendi modum accidentium: quæ ita ſe habent, ut quæ habent unum accidens, ſimile in ſubjecto vicino producant, non autem accidens alterius rationis; alioquin non obſervaretur commune principium, Nemo dat quod non habet. Non ita operatur lumen, à quo radiorum iſtorum deſumpta eſt ſimilitudo.

Quæro tertiò an iſta accidentia ſint productiva alterius accidentis ſimilis, tam intrà ipſum Magnetem, quàm extra, intrà tamen Sphæram activitatis. Si dicatur unum accidens eſſe productivum alterius ejuſdem, aut etiam diverſæ rationis, ſequitur quod minùs intenſum, aget in magis intenſum, pluréſque in eo producat radios quàm habeat. Si verò dicatur ſubſtantia immediatè producere iſtud accidens, quidni poterit immediatè producere motum localem, dum opus erit: unde ſuperfluum erit omne tale accidens.

Quæro quartò an verè una pars Magnetis agat in aliam; & viciſſim hæc ab illâ patiatur. Si hoc admittatur, quomodo non dabitur actio ſimilis in ſimile. Nam licèt intrà luminoſi corpus radios cogitemus, non tamen admittimus in bonâ philoſophia, etiam peripatetica, unam partem luminoſi in aliam agere, ſed quamlibet tantùm intrà ſe producere lumen, Quod licèt nihil agat, in aliis partibus luminoſi, neque propterea cenſemus

dari actionem in diſtans, etiamſi non agant ad invicem: quia actio in diſtans non cenſetur illa quâ partialia agentia componentia unum totale agens, agunt indiviſibili actione; licèt illa pars quæ eſt diſtans à paſſo, & quæ illud non attingit, ſed tantùm conjuncta eſt cum alia comparte attingente paſſum, nihil producat in medio. Iſti omnes radii qui cogitantur in aliquo agente totali, verbi gratiâ in luminoſo, non ſemper ſignificant actionem unius partis in aliam, quæ ut plurimum nulla eſſe poteſt, cùm à forma ſubſtantiali totam qualitatem habeant, cujus capaces ſunt; ſed hi radij cogitantur ut indicent dependentiam alicujus actionis externæ à ſingulis partibus agentis.

Addo multa non explicari in hac hypotheſi, quæ tamen ſunt maximi momenti in re Magneticâ. Primò oſtendo non explicari declinationem Magnetis, video quidem eam tribui inæqualitati virtutis Magneticæ, & benè: ſed expendendum nobis reſtat, an benè ſequatur in propoſitâ hypotheſi.



Sit ergo polus boreus B, auſtralis A, ſit aliqua pars C, in quâ magnes ſit perfectior, applicetúrque obelus in plano meridiani ADE Cum pars C ſit perfectior, perfectiùs aget in ſingula puncta totius Magnetis, & in illis perfectiorem producet qualitatem, ipſa autem ſi de qualitate accidentali quæ eſt ultimum inſtrumentum Magnetis ad agendum, cum eam habeat præcipuè à majori hæmiſphærio CAH, non ſequitur propterea in ea perfectiorem eſſe qualitatem borealem. Refunditur ergo tota ejus perfectio in omnes partes totius Magnetis, in ordine ad qualitatem accidentalem, quæ eſt loco motivæ, ipſa autem majorem non habet, nec plus attrahet, quam quælibet alia, hoc videtur ſequi incommodum ex hac hypotheſi. Deinde etiamſi ex parte perfectiori C produceretur qualitas perfectior in extremitate E, quàm ab aliis partibus, hæc tamen qualitas dubia erit, ſi extremitas E, fuerit in eodem parallelo; & conſequenter, neque contraria, neque amica extremo E, quod auſtrali qualitati amicum eſt; & conſequenter nec repelletur, nec attrahetur: in eo tamen maximè caſu datur declinatio. Multa alia dici poſſent.

Oſtendo item non benè explicari inclinationem Magneticam; applicetur enim in puncto H, obelus cui tegendo magnes non ſit impar. In puncto H, datur virtus borealis producta à toto hæmiſphærio CEH, & benè quidem video cur cuſpia obeli adhæreat puncto H, non video tamen quomodo propterea ſe accommodare debeat, ſegmento CAH, neque quid hoc ſit. Anne quod virtus illa puncti H ſit borealis, debeat fieri obelus parallelus axi; ſi enim auferretur ſegmentum CBH, deberet eſſe obelus HI parallelus axi; quod verò deturbetur ab eo ſitu à ſegmento CBH, non explicatur quid ſit, neque in hac hypotheſi explicari poteſt. Anne quia in puncto H, mixta eſt qualitas ex auſtrali, & boreali, prævalente tamen boreali, propterea obelus HI, non ſe conformat axi? Sed contrà quia ſi obelus tantum concepiſſet virtutem ex puncto H, ſi ſepararetur à Magnete, rectà tenderet ad meridiem: ergo virtus hæc borealis, quæ eſt in puncto H etiamſi mixta contrariæ, non debet ad aliud punctum tendere, aut dirigere quam meridianum. An deturbare obelum ex ſito ſuo eſt repelli cuſpidem I à ſegmento CBH? Sed contra ſegmentum CBH eſt productivum qualitatis auſtralis, cui benè convenit cum fuſcinula I, atque adeò ſi producat, id quod producere poteſt, producet tantùm auſtralem. Quod ſi dicas à toto ſegmento CAH, in puncto I, produci qualitatem borealem quæ eſt inimica extremo I, & quia in puncto K eſt perfectior quàm in I, refugit K. Sed quæro cur non fugiet adhuc magis, donec occurrat qualitas borealis minus intenſa, aut etiam donec occurrat qualitas omninò auſtralis, quod fit versùs hæmiſphærium Auſtrale; quare in puncto L obelus ſtat ferè perpendicularis? Si enim in puncto M prævalet qualitas borealis cur non refugit extremitas M à puncto M, donec occurrat qualitas minùs intenſa.

Addo multiplicationem alicujus accidentis, immò & duplicis ſine ulla neceſſitate cum ſine illo omnia explicari poſſint.

Denique ut breviter meam mentem aperiam, qualitas non benè convenit, cum virtute Magnetica, eò quòd virtus Magnetica neceſſariò duas invehat facies diſtinctas, & proprietatibus diverſis inſtructas duæ autem facies in qualitate compenetrata cum ſubjecto inveniri non poſſint, nec ſatis diſtinctæ; unde ſine ulla qualitate totam virtutem Magneticam explicare conabor.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Magneticæ partes poſſunt immediatè ſe diſponere ad invicem, ſine ulla qualitate ſuperaddita.

In hac aſſertione non loquor de partibus à ſe ſeparatis, & diſtantibus, ſed de partibus ſibi invicem contiguis, quas contendo poſſe immediatè ſine productione alterius qualitatis, excepto motu qui communiter inter qualitates non recenſetur. Et in hoc contendo nullâ opus eſſe qualitate in ſingulis partibus receptâ, aut productâ, quando partes præſentes ſunt, & non ſeparatæ.

Probatur, Dantur plurimæ formæ ſubſtantiales, quæ ſine productione ullius accidentis ad certam figuram ſe accommodant, ſuaſque partes peculiari modo diſponunt: ergo etiam poterit magnes ſuas partes hoc modo diſponere. Conſequentia patet in paritate rationis, & ideò quia nulla eſt ratio, cur formæ ſubſtantiali denegetur virtus motiva alterius, & hoc qualitatibus ſemper tribui debeat. Probatur ulteriùs, quia formæ ſubſtantiales viventium habent hoc ut ſine productione ullius qualitatis ſe moveant, & alia etiam multa; poteſtque ſimi paritas à viventibus ad non viventia, modò addatur particula eorum diſtinctiva,

Google

diſtioſtiva, nempe quod viventia, id præſtent, quando ſunt, etiam in loco & ſtatu conſtituta; at verò non viventia, idem efficiant ad ſtatum connaturalem conſequendum. Ideò autem hoc habent, quòd non tepugnet motum à formâ ſubſtantiali produci: ergo nulla invenietur repugnantia ut motus à forma ſubſtantiali procedat.

Antecedens probo innumeris exemplis, etiam non viventium. Semina omnia ſaltem ſecundùm multorum opinionem, non vivunt; ſed ſemina omnia hoc habent, ut non ſolùm partes ſuas diſponant in ordinem, ſed etiam ut partes ab alimentis deſumptas pariter diſtribuant: ergo convenit hujuſmodi facultas aliquibus non viventibus, neque propterea qualitates introducimus quibus id præſtent. Præcipuè cum non ſit periculum ne agant in diſtans, omnibus partibus ſufficienter præſentibus.

Secundò idem oſtendo in cineribus, ſi enim ex vitibus recenter reciſis, cineres facias, quos in aquam tepidam immittas, ſi congelaverit aqua hujuſmodi cineribus ſaturata; in eâ apparebunt vitis folia optimè efformata, cum palmitibus ſuis, idem dicendum de aliis omnibus arboribus. Quotieſcúmque ex aliquo corpore præcipuè heterogeneo, extrahitur ſal arte chymicâ, hoc eſt bene comburitur, donec cineres candorem contrahant, tùm hi cineres in aquam præcipitentur, abjectis fecibus, quæ in fundo vaſis reſidebunt, ſi aqua lento igni imponatur, donec tota evaporetur, reſtabit ſal. Experientiâ autem compertum eſt, ſal ex diverſis corporibus eductum varias habere figuras, & eaſdem ſemper, quod ex eodem corpore verbi gratiâ ſal commune & marinum, ſi benè teratur, & in minutiſſimas partes reducatur, tum in aquam immittatur, donec benè ſaturetur ſale, haud dubiè confuſæ erunt, & nullo ordine intricatæ illæ partes, hoc eſt per aquæ poros diſperſæ; ſi tamen evaporetur aqua, ſal coaleſcet in cubos, quod ſine adhæſione peculiari, & motu locali fieri non poteſt.

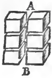
Idem dico de cryſtallis, quæ non enaſcuntur niſi in priſmata exangularia, idem dicito de nive, quæ ex ſtellulis conſtat: reliquæ ſalis cujuſcumque generis partes peculiarem, ſibi vendicant figuram. Tot ac tanta experiontur quotidie chymici, ut de iis dubitare non poſſimus. Quis tamen tot Magneticas qualitates multiplicate velit, cum id totum quod præſtarent iſtæ qualitates, immediatè ipſi ſubſtantiæ tribui poſſit; tantáque ſit difficultas in explicando, quomodo iſtæ qualitates adducant, aut uniant unam partem alteri, quàm in eo effectu tribuendo immediatè ipſi ſubſtantiæ.

In genere ergo omne corpus partibus heterogeneis conſtans, certamque figuram, aut diſpoſitionem affectantibus, habet in ſe principium motivum, & diſpoſitivum partium, ſive id fiat per unionem, aut adhæſionem partium quam poteſt immediatè producere. Cùm non ſit difficiliùs, ut ei immediatè, hæc virtus producendi adhæſionem in partibus ſibi vicinis, aut motum localem ſi is neceſſarius ſit ad coordinationem efficiendam, concedatur; quàm vis producendi in ſe, aliquam qualitatem quæ id præſtet.

Si ergo referatur magnes in numerum corporum heterogeneorum, & facies diverſas, habere dicatur, quarum quæ ejuſdem denominationis; ſint inimicæ, utpote quæ quadrare non poſſint, ut ſæpe accidit in rebus artificialibus; neque enim foramen cum foramine, porus cum poro congruit, ſed contraria aliquo modo conformatio neceſſaria eſt ad unionem: cur denegabitur formæ ſubſtantiali Magnetis hæc facultas ſibi congenita, immò & ſecum identificata expellendi faciem inimicam, ſi fortè accidat, ut in eam incurrat, ſibique uniendi partem amicam. Has facies agnoſcere licet in quâlibet parte Magnetis reciſſa; neſcitur autem an ſi in minutiſſimum pulverem conteratur, hanc adhuc facierum diſtinctionem retineret, formámque ſuam ſubſtantialem haberet: multa enim ſunt, quæ hoc modo diviſa, ceſſant habere eaſdem formas. Neque enim credendum eſt, ſulam combinationem quatuor primarum qualitatum eſſe diſpoſitionem ad formas; in entibus eſſentialiter heterogeneis, etiam certa partium diſpoſitio, & combinatio requiritur. Ponamus ergo hanc facierum diſtinctionem dari in Magnete, vi cujus illius partes ſe fugiant, aut averſentur. Si ſibi invicem occurrant inimicè ſitu, poſſintque & in ſeipſis motum fugæ producere, & in parte ſibi inimica ſi eam tangat, benè concipio quomodo ſi in partibus ex quibus conſtat ſcobes Magnetica, perſeveret hæc facierum diſtinctio ſe mutuò ordinent, ita ut quæ tangit aliam inconcinnè, aut ſe in ordinem reducat, producendo in ſe motum, aut ab aliâ vicinâ parte etiam impellatur, ſine ullâ productione qualitatis accidentalis, quæ motum producat. Ad quem motum non concurrat tantùm partis tangentis ultima ſuperficies, ſed etiam omnes partes, etiam remotiores, neque in eo periculum eſt, ne agat in diſtans, eò quòd unum efficiat totale agens, cum parte contingente, & agente immò, ſi alia pars infra hanc agentem benè ſit ordinata, eámque contingat, ſecundùm faciem convenientem, & amicam, poterit ad talem effectum concurrere, ſine periculo actionis in diſtans, etiamſi in parte intermedia cooperante nihil producat. Quia ut jam dixi hæc actio in paſſim diſtans, agentis partialis nunquam rejecta eſt, immò admiſſa ab omnibus. Iſtæ autem facies omnes ſunt ſibi invicem oppoſitæ, & non laterales, hoc eſt non in omnem partem directæ, ex quo fit ut Magnetica non conjungantur niſi per accidens ad latera, ſed omnis eorum motus feratur ſecundum axis longitudinem. In hoc concipiendo non video difficultatem, ſi conſiderentur facultates quæ cæteris corporibus inſunt, ut certam figuram componant. Habent enim hoc, ut certum tantummodò motum efficiant: ita virtus Magnetica tantùm in longum protenditur, ſolúmque eſt, ut conjungat corpora Magnetica ſecundum longitudinem unam, non autem ſecundum omnes dimenſiones. Si quando autem accidit, ut corpus Magneticum coaleſcat ex pluribus partibus ſecundùm aliam dimenſionem conjunctis, primò talis unio non eſt ſimpliciter à Magnetis facultate; ſed ab aliis cauſis provenit, & tunc omnes facies ejuſdem rationis obvertuntur ſimiliter, ſimilitérque aliæ ſibi reſpondent.

Quod ut melius intelligatur, finge tibi quamplurimos cubos, qui duas facies oppoſitas tantùm habent aptas, ut cum aliis conjungantur, & ad quas Magneti virtus ineſt conjungendi alia Magnetica, aut repellendi eadem, & hoc quantùm poteſt ſecundùm lineas rectas, ita ut hæc virtus, non feratur niſi directè, hoc eſt motum lateralem non faciat niſi ex accidente, quia aut detorquetur, aut retinetur. Hæ faciès quæ unita-

re notantur eandem plagam reſpiciant, oppoſitæ verò oppoſitam: quæ ita ſe habeant, ut jam dixi,



ut iſtæ quæ unitate notantur conjungi non poſſint, ſed ſi quando accidat, ut ſibi occurrant ſe invicem expellant.

Ita gutta aquæ in terram projecta ſiccitatem refugit, & partes ſuas in orbem colligit, quæ ſi terram jam madefactam reperiiſſet, cum aliâ aquâ conjungeretur: cæteræ autem laterales cuborum facies non ſunt aptæ, ut cum aliis conjungantur, nec ſe invicem fugiunt præcisè, aut ſe invicem conſectantur. Unde tota vis iſtius Magnetis facta eſt in ordine ad motum, ſactum tantùm ſecundùm unam dimenſionem. Suppono autem globos iſtos eſſe minima phyſica Magnetica. Cum enim à me ſupponatur magnes eſſe corpus heterogeneum eſſentialiter: & nullius corporis eſſentialiter heterogenei forma, ex natura ſubſiſtere poſſit, niſi ſub certis dimenſionibus, debet etiam habere ſua minima phyſica, ita ut ſub minoribus ſtare non poſſit. Concipiantur facies oppoſitæ de quibus eſt ſermo, eſſe diverſæ quaſi naturæ, ita ut quæ unitate notantur, & ſunt obverſæ ad partes A, poſſint tantum agere verſus partes A, aliæ vero versùs partes B, non verò omnino ad latera.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Nullum Magneticum aliud corpus Magneticum afficit, niſi illud tangat immediatè.

Hæc Aſſertio videtur omni experientiæ contraria, quà videmus Magnetem trahere ferrum diſtans. Aſſero tamen ferrum intrà Sphæram ut vocant activitatis Magnetis poſitum, quamvis diſtet à Magnete, non tamen diſtare ab agente totali Magnetico, ita ut per totum ſpatium diffundatur virtus Magnetica ſubſtantialis, ſeu ſpiritus Magnetici.

Dico ergo hic quod profunditur per medium, vi cujus conjungitur ferrum cum Magnete, non eſt aliqua qualitas accidentalis per medium diffuſa, ſed ſubſtantiale effluvium ipſius Magnetis. Ita multi cenſent, gravia ſi ad maximam diſtantiam amoverentur à terrâ, non deſcenſura, ſed quamdiu tantùm ſunt intra athmoſphæram terræ: certum eſt autem athmoſphæram terræ eſſe ſubſtantiale effluvium, ita etiam corpora odorifera ſuum habent ſubſtantiale effluvium. Immò vix datur corpus, quod talem ſpirituum emanationem non patiatur; quamvis non ſit perceptibile. Quidquid autem ſit de aliis corporibus, quæ non aſſero, ut meliùs intelligatur mea aſſertio, contendo dari tale ſubſtantiale effluvium, quod etiam ſit activum, habeátque ſuam partialem activitatem, pro ratione ſuæ denſitatis.

Probatur Magnes agit in ferrum diſtans ab eo, ſed non poteſt agere niſi aliquid per medium propagetur, quod cum ipſo coagat; illud autem non poteſt eſſe niſi aut qualitas accidentalis, aut ſubſtantialis forma, aut certe aliquid quod non producatur, ſed tantum motu locali feratur per medium. Sed attulimus ſupra ſufficientes rationes, ut oſtenderemus non eſſe aliquam qualitatem de novo productam, quæ etiam rationes multò magis valent pro forma ſubſtantiali de novo producta: ergo reſtat ut ſit ſubſtantiale effluvium. Non eſt opus ut eas rationes de novo afferam, cum eas jam ſuprà attulerim.

Reſtat mihi tantùm unicum argumentum ſolvendum, nempe incredibile eſſe, ut detur ſubſtantia tam tenuis, quæ omne omninò ſubjectum pervadat, & quæ æqualiter omne corpus penetret. Quamvis enim daretur talis ſubſtantia ita tenuis; ut ſe per poros inſinuaret, videtur tamen, quòd per poros laxiores, aut frequentiores, copioſior eſſet talis emanatio: non eſt autem animadverſum, quod ab interpoſitione cujuſcúmque corporis fiat ulla imminutio talis emanationis, quamvis interponantur corpora maximè compacta, & minime ad ſenſum poroſa. Secundò, agitato medio, deberent avolare hujuſmodi ſpiritus, qui tamen perſeverant, ita ut etiamſi exponatur vento validiſſimo perſeveret tamen eadem diffuſio. Tertiò, ſi Magnetes ſuas attractiones, cæteroſque effectus diſtantes peragant per hujuſmodi ſpiritus, tellus etiam cui convenire diximus virtutem Magneticam, & acuum noſtrarum directionem, debebit id præſtare: quanta ergo erit ſpirituum Magneticorum diffuſio, cum nullus ſit locus in ſuperficie terræ, nullus in domibus, in mari ipſo, in quo acus ſtatui non poſſit, & dirigi; ergo omnia plena erunt ſpiritibus Magneticis.

Reſpondendum eſt: Experimentum non eſſe factum circa omnia corpora, ſed tantum circa duo, aut tria, verbi gratiâ, lignum, lapides & cæmenta, ſaltem in craſſitie aliqua notabili. Circa laminam ferream non ſuccedet, diffundente ſe virtute per laminam ferream: circa aurum factum non eſt hactenus experimentum, neque circa alia multa, & certe omnes fatentur attractionem, ſeu, ſuſpenſionem non eſſe tantam, ſi vel mediet folium chartæ, ita ut ſicut jam ſuprà notavi, decrementum ſit valdè notabile. In aliquibus corporibus nulla eſt differentia in directione acûs ſuſpenſæ; quia hic effectus nempe quod acus ſuſpenſa, dirigat ſe ad polos terræ aut ad polos Magnetis, non eſt effectus præcipuus, & quamvis pauci admodum ſpiritus à Magnete ad acum accurrant, poteſt tamen ſequi ille effectus. Quia nempe ſpiritus ipſi à terra emiſſi, qui circa Magnetem jam inveniebantur, poſſunt facilè cohærere cum ſpiritibus à Magnete emiſſis. Dicendum igitur eſt illos eſſe valde tenues, poſſeque per poros cujuſlibet corporis ſe facilè inſinuare: ſi enim experimur odores affixos materiæ ita craſſæ ut videri poſſit, nihilominus ſe inſinuant per rimas & poros tenuiſſimos, quid ni etiam cogitare poſſumus ſpiritus millecuplò tenuiores, qui per poros adhuc minores tranſmitti poſſint. Certum eſt enim naturam etiam in minimis rebus diligentiſſimam

ſimam eſſe. Ita in pulice diſtinguimus membra exactè elaborata, ope microſcopii, quæ nunquam nobis in mentem veniſſent, & certum eſt eſſe alia adhuc tenviora, quàm ut ſub viſum, quantocunque ſpecillo adjutum, & corroboratum cadant. Unde quoad hoc nullam difficultatem patietur qui opera naturæ, paulò attentiùs perſpexerit.

Quod pertinet ad ſpiritus Magneticos à terra emiſſos, quid eſſe poſſint reſpectu tantæ molis, cum nunquam experti ſimus ullum effectum Magneticum, niſi in extremâ eius ſuperficie, aut in ſummis montibus; an verò ulteriùs protendatur Sphæra activitatis illius, hoc porro neſcimus.

Dices ſi terra dirigeret Magnetica, per ſpiritus emiſſos, cœlum ipſum tellurem dirigeret per ſpiritus Magneticos, quanta autem copia ſpirituum à cælo emiſſorum, ex hac aſſertione ſequitur. Reſpondeo, verè plurimos requiri ſpiritus, ut tellus dirigatur, & à tantâ diſtantiâ. Sed non puto difficiliùs eſſe ſpiritus emittere quàm accidens producere: ſavet autem hujuſmodi ſpiritibus, quòd in aliis corporibus frequentes animadvertuntur. Quare ergo ingentibus illis corporibus pro ratione ſuæ molis denegabuntur.

PROPOSITIO XVI.

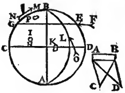
Theorema.

Quomodo fiat attractio.

Difficultates quæ ſupra diffuſionem ſpirituum Magneticorum fiebant, præcipuè in eo fundabantur, quod etiam admiſſo hoc ſubſtantiolarum effluvio, non poterat tamen attractio ferri à Magnete ſatis explicari. Si tamen attentiùs rem totam perpendamus, difficultates enaſcebantur, quòd authores vellent per ſimplicem motum ſpirituum, ſequi attractionem ferri, in quo illos ad varia commenta deſcendere neceſſe fuit. Nolo autem ullum ſpirituum iſtorum motum neceſſarium eſſe; ſed tantùm eos virtutem Magneticam habere, ſimilibus faciculis præditos eſſe, ſimiliter connexos vi iſtius Magneticæ facultatis, ſicut ſcobis ferreæ Magnetiſmo imbutæ minutiſſima quæque fragmenta inter ſe connexa ſunt. Ex quibus ſequitur, quod cum toto Magnete unum totale agens componere poſſint, nec major ſit difficultas in explicanda attractione diſtantis ferri; quàm in explicandâ adhæſione tangentis ferri; & quod maximè experientiis congruit, eſt quòd eodem modo diſponi debeat obelus intra Sphæram activitatis poſitus, reſpectu ejuſdem Sphæræ activitatis, ac idem obelus immediatè eidem Magneti applicatus, niſi quòd in magnâ diſtantia cavendum ſit à virtute directivâ terræ, ad polos ſuos, quæ directio vincenda eſt à virtute Magnetis.

Arridet autem maximè modus explicandi Patris Leotaud, niſi quòd ipſe vellet aliquid à ſingulis partibus Magnetis in aliis produci, ego verò nihil tale velim, ſed tantùm motum aliquem localem, aut in ferro applicato, ſi ſit mobile, aut in Magnete ipſo ſi facilius moveatur, aut etiam in utróque produci, ſine ullâ qualitate intermediâ. Hunc autem motum localem, volo produci non à toto Magnete, ſed ab iis, tantùm partibus, quarum facies amicæ ſunt obverſæ, ad faciem obeli, quæ trahitur, aut ſunt inimicæ, illi faciei quæ expellitur: rem totam ni fallor paulò clariorem reddo, præſtoque per pauciora, quæ ipſe per plura exequitur. Vito etiam qualitatem accidentalem, qui modus agendi Magneticus multa continet aliena, à modo communi agendi accidentium: deinde diſtinctio facierum, quæ non tantùm in partibus ipſis, ſed etiam ut ritè omnia explicarentur, in totâ Sphæra activitatis admitti debebat, licèt multò infirmioribus viribus valeant ſingulæ minimæ partes ſpirituum, talem Sphæram componentium, vix autem in accidente compenetrato cum ſubjecto fieri poterat.

Ut igitur explicem primò, cur una ſtyli ferrei facies, uni toti hæmiſphærio adhæreat, contrario



vero oppoſito, ſupponamus dari Magnetem A B; cujus polus auſtralis A, boreus B, æquinoctialis C, D, totum Magnetem in duo hæmiſphæria dirimens. Sit obelus E F, in quocumque puncto E, hæmiſphærij borealis applicatus, ſecundùm faciem E, auſtralem, hoc eſt amicam hæmiſphærii borealis, dico fore ut obeli E F facies E adhæreat hæmiſphærio C B D. Supponatur enim quodcúmque minimum phyſicum H I, illius hæmiſphærii, quod autem dicam de illo, de aliis omnibus intelligendum eſt: cum ergo facies eius I ſupponatur borealis, & amica cuſpidi E obeli E F, in eâ erit virtus attrahendi, & uniendi obelum E, ergo poterit trahere cuſpidem E, nihil videtur obſtare niſi diſtantia. Sed neque diſtantia quidquam obeſt, cum per totum medium continuentur agentia ſimilia rationis, & quorum facies omnes obverſæ ſunt ad punctum E; ergo fiet adhæſio in puncto E cuſpidis, obeli E F: quamvis autem partes componentes ſegmentum G B E, obvertant facies ejuſdem rationis, hoc eſt Auſtrales, ad punctum E, & quantùm poſſunt motum contrarium in iis nitantur producere: prævalent tamen, partes majoris ſegmenti GAE. Et quia in quocumque tandem puncto hæmiſphærii CBD, applicetur punctum E, plures ſemper partes obvertent facies boreales, quàm ſint illæ quæ obvertunt facies auſtrales, ſemper attrahetur pars auſtralis ejuſdem obeli. Contrarium intelligendum eſt in hæmiſphærio auſtrali C A D, in quo facies auſtrales plures obvertentur ad obelum, quàm boreales.

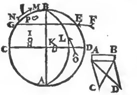
Ex hoc vides eò majorem fore attractionem, quò major erit exceſſus unius ſegmenti ſupra aliud. Volo item ut ſi quæ ſit pars quæ majorem habeat virtutem, eo magis ad ſe trahat. In quo diſſero à Patre Leotaud quod ipſe videretur velle, ut omnes partes augerent virtutem cujuſlibet partis, atque adeò quicumque ille exceſſus refunderetur in totum Magnetem; ego verò nolo, ut

pars

pars in partem agat, nec augeat virtutem illius, ſed tantùm immediatè producat motum in obelo. Quod ſi una pars in aliam agit, erit tantùm, ut eam uniat ad ſe, quæ productio non terminabitur ad virtutem Magneticam, ſed tantum ad adhæſionem aliquam, aut impetum; cæters ſunt valde ſimilia.

Sequitur ex hac hypotheſi tam benè, ac in hypotheſi prædicti authoris, in polis eſſe virtutem maximam, tum quia dum obelus illi applicatur omnia puncta totius Magnetis ſimiles obvertunt facies, ad obelum, nullumque eſt quod inimica facie illum aſpiciat.

Admitto item quòd puncta illa quæ obliquè ad obelum obvertuntur, minus agant; non tantùm quia cum motus omnis Magneticorum per ſe tendat in boream, aut in Auſtrum, omnis alius motus ſit præternaturalis, atque adeò ad illum faciendum virtus Magnetica minores habeat vires: ſed etiam quia ſub minori angulo aget. Neque enim res phyſicæ ſemper ſpectandæ ſunt uſque ad ultimas diviſiones, & ſpectanda ſingula puncta ſeparatim; ſic enim multæ proprietates, illis non conveniunt, aut non videntur convenire, quæ tamen ſub aliqua



magnitudine conſideratis competunt. Sit ergo AB lucidum aliquod, volui planum exhibere non Sphæricum, quia Sphæricum ex omni parte ſub eodem angulo videtur. Poſui item planum quia volumus facies tantum obverſas ad meridiem, aut auſtrum eſſe eas, in ordine ad quas activum eſt minimum Magneticum. Dico fore ut luminoſum AB, meliùs agat in puncto C, quam in puncto B, ita dum ignem in longum accendimus hyeme; meliùs in medio calefimus quàm ad lateta. Ratio autem eſt; quia ſub majori angulo id fit. Conſtat ergo in polis fieri, quàm maximam adhæſionem propter rationes allatas, quia nempe omnes partes Magnetis eaſdem facies obvertunt, & plures minùs obliquè illum reſpiciunt.

Sequitur item quò punctum quodcúmque fuerit polo vicinius, eò etiam in eo fieri majorem adhæſionem, quia in eo magnes ſecatur in duo ſegmenta, magis inæqualia, eſtque ſemper major proportio majoris ſegmenti ad minus.

Sequitur ſicut priùs æquatorem nullam oſtendere adhæſionem; nec poſſe illi præcisè cuſpidem, aut fuſcinulam adhærere, propter æqualitatem facierum contrariarum obverſarum: in quo notandum eſt fieri poſſe, ut maximus circulus magnitudini, Magnetis etiam Sphærici, non ſit verus æquator virtutis, ſi nempe unum hæmiſphærium ſit melioris notæ, intenſioremque habeat virtutem Magneticam. Item poſſe ita ſecari Magnetem, ut aliqua pars determinata poſt diviſionem majorem virtutem oſtendat, quàm anteà, ablatis ſcilicet partibus quæ contrarium motum in obelo producebant.

Sequitur etiam ſecto Magnete per æquatorem, aut per planum æquatori parallelum antiquos polos remanere, & novos naſci, in punctis in quibus axis attingit ſectionem. Puto tamen hoc non eſſe ſemper verum, ſicut neque in Sphærico axe, polos eſſe in extremis punctis, directè ſibi oppoſitis, fieri enim poteſt ut ſit ad latera ex una parte, & axis non tranſeat per centrum magnitudinis. Ut in propoſito Magnete AB, ſi ſegmentum ACB, prævaleret ſegmento ADB, poſſet fieri ut punctum B, non eſſet illud in quo fieret maxima attractio. Quia nempe licèt in puncto B nulla eſſet facies obverſa auſtralis, nihilominus, in puncto aliquo vicino, quia ſegmentum ACB ſupponitur prævalere poterit exceſſus virtutis magis directè agentis in aliud punctum, vicinum puncto B, ex parte C compenſare illud detrimentum, quod patitur ab aliquibus punctis circa B, exiſtentibus; & obvertentibus faciem auſtralem. Pariter etiam poli integri Magnetis eſſent in A & B, non puto ſemper eſſe verum, ut novi poli ſint præcisè in axe propter irregularitatem virtutis Magneticæ, per Magnetem diffuſæ, quæ modò in una parte, modò in aliâ invenitur.

Optimè etiam ſequitur ſicut prius, diviſo per axem Magnete, novos polos exurgere propter eandem rationem quàm ibi explicuimus.

Meliùs autem ſequitur ſecundùm hanc explicationem, quàm ſecundùm opinionem Patris Leoutaud, nude conſideratam, ſequi ex inæqualitate virtutis Magneticæ, per Magnetem diffuſæ declinationem verſoriorum, melius dico propter rationem allatam: quia vult R. Pater Leoutaud virtutem cujuſlibet partis augere virtutem activam alterius. Unde vis agendi immediata tribueretur tandem ei parti cui applicatur obelus. At verò non ita rem explico, ſed volo ut quælibet pars agat in obelum; unde ego video duos modos quibus obelus applicari poteſt. Primus eſt, ſi uno extremo tangat aliquam partem, in uno hæmiſphærio, eique adhæreat; & in tali caſu tota declinatio, tribui debet alteri extremo quod non directè, ſequitur planum ejuſdem meridiani, in quo obelus Magnetem tangit. Quod oriri poteſt, vel quòd ab aliâ parte extremum liberum trahatur, & tunc neceſſarium erit, ut hoc fiat versùs æquatorem. Ut ſi obelus LO, tangeret Septentrionale hæmiſphærium in puncto L, ita ut traheretur ab omnibus faciebus borealibus totius ſegmenti infra L, verſus A poſiti, eſſetque pars aliqua, vel in boreali hæmiſphærio, vel in auſtrali: ſed ſupra obeli extremitatem O, qualis eſt pars K, quæ obverteret faciem ſuam auſtralem ad fuſcinulam O, eámque traheret, præ aliis, quia eſt præſtantioris alicujus virtutis. Volo autem partem illam K, eſſe extra planum meridiani B L A, cùm pars A extra planum illud exiſtens extremitatem O, præ cæteris trahat; neceſſariò extra planum meridianum eam deducet. Vel è contrà ſi eadem pars K, eſſet infrà obeli extremitatem O, eique obverteret faciem borealem, eam utique fugaret quantùm poſſet: & cum ſit eximiæ alicujus virtutis, non eſſet æquilibrium in plano meridiano. Idem dicendum eſt quoties obelus applicatur in puncto aliquo magis diſtante ab æquatore, videndum eſt à quibus partibus, extremum quod non

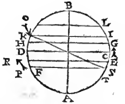
tangit,

tangit, ſed liberum eſt, & elevatur ſupra ſuperficiem Magnetis, attrahatur aut repellatur, ſi aliqua eximiæ virtutis, atttahens extra planum meridianum invenitur, fit etiam declinatio.

Alius modus quo obeli applicantur Magneti, erit, ſi utrúmque extremũ liberum ſit, ut dum ſuſpendimus obelum, illúmque parallelum reddimus horizontali plano. Ut ſi obelum MN, ita ſuſpendamus compenſatâ ejus inclinatione vi gravitatis, ut ſit parallelus horizontali plano; ſi extra planum circuli meridiani poſita ſit pars Magnetis eximiæ notæ, quæ partem borealem obvertat ad extremitatem M, eam trahet extra planum meridianum: hæc autem jacere debet in ſegmento auſtrali, deſumptio illius termini à puncto cui reſpondet cuſpis, ſi verò in reſiduo versùs boream ſegmento, eadem pars eximiæ notæ inveniatur, per repulſam fiet declinatio.

Atque hoc modo explicandi optimè conſtabit inclinatio.

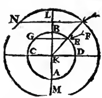
Sit ergo primò obelus prope æquinoctiale



planum CD, clarum eſt quod firmiter adhærebit in puncto C, trahentibus utrimque extremitatibus G & E, ſegmenti GAH, & EBF, nam cùm omnes partes ſegmenti GAH, obvertant facies ſuas boreales ad cuſpidem G, trahetur hæc ab iis punctis. Quamvis autem ſegmenti GBH, partes omnes obvertant ſuas facies ad eamdem cuſpidem G, eámque expellant, quia tamen prævalent partes ſegmenti majoris GAH, abſolutè trahetur extremum G. Idem dicendum de extremo E, & quia æqualia ſunt utrimque momenta, erit æquilibrium; eritque in tali ſitu obelus axi parallelus: firmior autem erit adhæſio in puncto C, quàm ſi ulteriùs promoveretur, quia trahitur per duas extremitates, & quamvis ſit debilior utraque adhæſio, utraque tamen coaleſſcens in puncto C, erit firma, & quò longior erit acus, eò firmior erit; quia à partibus remotioribus ab æquatore, ejus extrema trahentur.

Jam promoveatur ulteriùs obelus in PR, fuſcinula P quæ borealis eſt, attrahetur ab omnibus partibus ſegmenti PBS, quæ ad fuſcinulam P, obvertunt faciem auſtralem ad illam, cuſpis verò expellitur ab omnibus partibus EBR, quæ faciem ſuam auſtralem ad illam obvertunt; trahitur item eadem fuſcinula R, ab omnibus partibus ſegmenti EAF, & quia ſegmentum EAF, minus eſt ſegmento EBF, plùs fugabitur, quàm trahatur, erit ergo inclinatio ſecundùm aliquam proportionem quam habent hæc duo ſegmenta.

In partibus remotioribus adhuc creſcet magis inclinatio. Ut ſi promoveatur obelus uſque ad K, cuſpis K trahetur à ſegmento KAI, facies ſuas boreales obvertente versùs B, facies autem eædem boreales etiam totius ſegmenti LAO, fugabunt extremitatem O, ita ut vi illius niſus obelus OK dirigi deberet ad centrum Magnitudinis, ſegmenti LAO, per lineam OKT, quia etiam ex parte D, puncta illius ſegmenti expellunt extremitatem O. Sed etiam ratio habenda eſt ſegmenti LBM, cujus omnes partes attrahunt fuſcinulam O, immò & ſpirituum exiſtentium in tota Sphæra activitatis.



Denique multò meliùs in hâc hypotheſi affertur ratio, cur in quocumque puncto Sphæræ activitatis, applicentur obeli, eamdem fere habebunt inclinationem, ac ſi applicarentur in ſimilibus punctis circuli maximi ipſius Magnetis. Sit enim ſicut priùs magnes AB, ita collocatus in aſſerculo excavato, ut poli attingant planum illius aſſerculi, ſitque circulus illius meridianus ACBD: ductâ deinde ſemidiametro KH, apponantur duo obeli breviores quibus regendis, non ſit impar virtus illius Magnetis, in punctis ſimilibus E, & H; illi obtinebunt ſitum fere parallelum, quod in hac hypotheſi meliùs explicabitur quàm in quâlibet aliâ. Nam ſitus obeli EF, oritur primò ex ſegmento GAE, cujus omnes partes facies ſuas boreales obvertunt ad obelum EF & cuſpidem E trahunt, fuſcinulam F, expellunt, & vi illius tenderet obelus ad centrum magnitudinis illius ſegmenti, detorquetur tamen ab eo ſitu à partibus ſegmenti GBE, trahentibus fuſcinulam F. Dum verò obelus HI collocatur in puncto H, ſi in toto circulo LNM, ſoli reſtarent ſpiritus Magnetici; ſitum præciſè parallelum priori obtineret obelus HI, quia eſt eadem ratio, nempe totius ſegmenti NMH, partes omnes, obvertunt faciem ſuam borealem ad cuſpidem H, unde eam attrahunt, expellunt tamen etiam aliquantulum fuſcinulam, quæ adhuc attrahitur à ſegmento NLH, obvertente facies auſtrales. Unde eſſet utrobique ferè paritas, niſi quòd ſpiritus iſti ſenſim attenuentur, minorémque vim habeant, quò magis à Magnete recedunt: at verò corpus ipſum Magnetis non ita ſe habet, ut partes ejus ſint minùs compactæ, minoreſque habeant vires. quò magis ad circumferentiam tendunt. Alia differentia eſt quòd ſegmentum NMH, totum Magnetem contineat, cujus partes compactiores, & magis denſæ in hac hypotheſi, debent cenſeri eſſe virtutis majoris quam partes tantum ſpiritoſæ: unde in aliquibus punctis non obſervabitur exactus parallelismus.

Denique ſatis commodè explicabitur in hac opinione attractio, ponatur enim obelus in puncto H, diſtante quidem à Magnete, ſed intra Sphæram activitatis Magnetis, non tantùm ſpiritus illi Magnetici, qui obelum attingunt, ſed

partes Magnetis, quas oſtendi obvertere ſuas facies boreales ad punctum H, per modum unius agentis, producent in obelo H motum quo feretur ad Magnetem; immò & in Magnete ipſo, motum quo ad obelum feretur; pariter obelus, quia virtute Magneticâ ſupponitur non carere; etiam in ſeipſo talem motum producet, & in Magnete, ſi magnes ſit intra Sphæram activitatis illius. Quod id ita fieri poſſit ſine alio adjuncto probant exempla multa ſuperius allata, in quibus formæ ſubſtantiales, quæ non minùs ſunt activæ, quàm accidentales, attrahunt aut repellunt multa alia corpora nociva, neque opus eſt ſemper explicare quomodo id fiat. Nam neque qui Magneticam virtutem, per medium diffuſam, aſſerunt eſſe qualitatem accidentalem, aliquid ulteriùs explicant; ſed aſſerunt virtutem hanc accidentalem motum immediatè producere, quod ipſi accidenti alicui competere aſſerunt; hoc ſpiritibus ſubſtantialibus, immò ipſi ſubſtantiæ ejuſdem Magnetis tribuo, quæ per ſeipſam immediatè poteſt agere.

Quod ſi rem attentiùs conſideremus, neque qui per motum localem ſpirituum hamatorum, anſulatorum, vel in cochleas efformatorum aliquid meliùs explicant. Quæro enim à quo agente ſit motus ipſorum ſpirituum, haud dubiè à formâ ſubſtantiali, aut ſi nomen formæ tibi ſuſpectum eſt, à ſubſtantiâ ſpirituum, aut à ſubſtantiâ ipſius Magnetis, quem motum aſſeris his ſpiritibus communicari à Magnete, nec ulteriùs inquirendum putas, quomodo is motus producatur. Hunc motum à Magnete, corporibus Magneticis, volo communicari, quare tu non melius rem explicas, ſed tantùm eam transfers à motu Magneticorum ad motum ſpirituum, & præter difficultatem, quam experitis in tua hypotheſi ſtatuenda, experitis prætetea aliam non minorem in explicando motu Magneticorum per motum ſpirituum. Hoc enim ſolemne eſt pleriſque hypotheſibus neotericorum, ut majorem contineant difficultatem, quàm effectus ad quos explicandos excogitatæ ſunt.

Oſtendam inferiùs in hac quam ſtatui hypotheſi, reliquas Magnetis proprietates facilè explicari.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Probabile eſt in ſolis ſpiritibus Magneticam virtutem ineſſe.

Cùm attentiùs naturam Magnetis conſiderarem, omneſque agendi modos, & circumſtantias perpenderem, fuerunt nonnulla quæ me in eam ſententiam adducerent, ſolos ſpiritus in Magneticis activos eſſe: Magnetem autem nihil eſſe aliud quam venam ferri ditiorem, quaſi imprægnatam Magneticis ſpiritibus.

Duæ autem ſunt præcipuæ rationes quæ id ſuaſerunt. Prima eſt quod ferrum ex ſuâ naturâ nullam verticitatem habeat, nullam vim attrahendi aliud ferrum: non videtur autem propterea naturam mutare, aut tranſire in naturam Magnetis, dum affricatur illi magnes, qui habet omnes effectus quos ferrum; quod per mille annos ſitum perpendicularem tenuit. Ergo eos effectus omnes habet, ſine productione ullius formæ ſubſtantialis, ſed neque tunc eſſe in eo productam formam accidentalem, oſtendit modus quo producitur; ſi enim eſſet forma accidentalis, utique forma, carens contrario, ergo quæ in inſtanti produceretur, & non tam diuturnum tempus requireret. Multa video in natura quæ tempus requirunt, ut adoleſcant, video primò viventia omnia, quæ attrahere debent alimentum, illúdque præparatum, & per poros tranſmiſſum, tandem in ſuam ſubſtantiam tranſmutare: ſed ad hoc ut ferrum concipiat Magneticam virtutem, ſi hæc ſit accidens in ferro productum; non video, requiri tempus in opinione contraria. Primò quia ad productionem accidentis, non prærequiritur præparatio aliqua, & diſpoſitio accidentalis, ne detur diſpoſitio, diſpoſitionis; fiatque progreſſus infinitus. Unde probabile mihi eſt, ut jam initio indicavi, ſpiritus Magneticos à terrâ emiſſos, ferri poros ſubire, ſenſimque augere, donec tandem multi ſpiritus, & copioſi fiat capax. Quod autem convenienter requiratur aliquod tempus, oſtendo ex aliis multis. Dum ſal in aquam immiſſum diſſolvitur, id non fit in inſtanti, quia requiritur ut partes aquæ ſubeant poros, ſenſim augeant, ſeparent partes à partibus. Sed pariter ſi ferrum novum à terra debeat ſaturari ſpiritibus Magneticis, cum tellus copioſos non emittat, mirum non erit ſi tanto opus ſit tempore.

Secunda eſt quod per vehementiorem ignitionem omnis evaneſcat in ferro verticitas, nolo autem ita vehementem, ut liquefiat ferrum, ſuámque partium texturam amittat: ſcio enim in partium confuſione etiamſi non ſtatim deperdatur vis Magnetica, attamen in ordine ad actum ſecundum videri deſtructam.

Quare ergo amittitur iſta verticitas, cum ferrum candens à Magnete trahatur, id puto explicari non poſſe, nam calor præciſè illi non eſt contrarius, quod ſic oſtendo. Si calor contrarius eſſet virtuti Magneticæ, ferrum candens in linea meridiana frigefactum non conciperet verticitatem, ſed id accidere certæ oſtendunt experientiæ: igitur contrarius non eſt virtuti Magneticæ. Quare ergo illam per calorem amittit? quare ferrum quod incanduerat, ſi frigefiat in linea meridiana illam concipit? niſi quod in tali ſtatu, ſit magis capax, & idoneum ad excipiendos à tellure ſpiritus Magneticos. Quid autem habet niſi poros apertos, & materiam molliorem, quam hi ſpiritus faciliùs pervadant, & penetrent; & quod perpendendum eſt, majorem concipiet à tellure virtutem intra quadrantem, quam acquireret in alio ſtatu, quamvis eſſet in ſitu meridiano per decem annos.

Affero item alios modos excipiendæ virtutis Magneticæ, nempe quod non ſufficiat ad contactum Magnetis admovere ferrum; ſed etiam opus ſit morâ, & attritione partium, ut aperiantur pori utriúſque tam Magnetis, quàm ferri, unde plures exeant ſpiritus pluréſque excipiantur.

Hanc ſpirituum non tantùm emanationem, ſed etiam vim activam oſtendit refractio virtutis Magneticæ per virgam ferream, quæ nullam habet probabilem cauſam in opinione communi. Quare enim magnes cujus polo impoſita eſt lamina plana, non attrahit amplius ſecundum lineam rectam, ſed virtus agendi derivatur ad extremitates illius laminæ, niſi quòd hæc virtus in ſpiritibus

tibus

tibus tota conſiſtat, qui ſe facilè inſinuant per poroa ferri, illiuſque ductum ſequuntur.

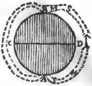
Id etiam quod me movet ad dicendum virtutem Magnetis potiùa coosiſtere in ſpiritibus deliteſcentibus, in materia ſolida; eſt quod etiam magnes ipſe per vehementem ignitionem amirtat ſuam virtutem: non videtur autem in tali caſu amittere ſuam ſubſtaotiam ſecundùm partes ſolidaa, quia illæ non mutant colorem, nec alia accidentia, unde puto eandem ſubſtantiam remanere, ſed avolate illos ſpiritus ſive congenitos, ſive quos diuturnitate tempotia à tellure ptimario Magnete acquirit.

Exiſtimo autem eos ſpiritus multò conſtipatiores intrà Magnetem, eſſe quàm extra, & quò ſunt magneti viciniores, eò etiam eſſe fortiorea, & eam eſſe cauſam decrementi Sphæræ activitaris: ex quo ſequitur ferrum, quod etiam plurea continet in ſe ſpiritus, quam ſint in aëre trahi magis à conſtipatioribus ſpiritibua, io eo deliteſcentibus, & trahi firmius dum eſt Magneti vicinius.

Item cum hi ſpiritus Magnetici ſint corporei, non penetrantut cum Magnete, ſed in poris ejua deliteſcunt, qui poti præcipuè ſecundùm longitudinem axis extenduntur, ſuntque illi paralleli, & quia axis eſt longiot, quam omnes lineæ ipſi patallelæ, inde fit ut præter ea quæ diximus habeant majorea vires. Immò quia in polis reliquæ omnes Magnetis pattes nullâ exceptâ agunt, & magia directè, ſpiritus citca polum, & citca axem magia adunantur; fiuntque fortiorea. Ex eo autem quod poti in quibus tales ſpiritus deliteſcunt, ſint axi paralleli, ſequitur prope æquatorem, aut nulla eſſe, aut pauca admodum pororum orificia, pauciſſimóſque vetsùs eas pattes ſpiritus ex Magnete effluere.

Hi Magnetici ſpiritua cettam habent intet ſe connexionem, facieculiſque ſuis boreali, & auſtrali instructi, non tamen extra Magnetem ſitum ſetvaot parallelum axi, cum enim uniantur præcipuè circa polos Magnetis, in egreſſu vicinas habent facies, ejuſdem denominationis, quæ ſe fugiunt, & averſantur, unde nonnihil ſeparantur, idemque illis accedit, quod ſcobi ferreæ, cujus ramenta adhærent quidem polo, ſed in orbem diſperguntur. Quia alio ſito extremo ſe nonnihil averſantur, & cum hoc modo ſpiritus ſunt ſeparati, & in decutſu magis adhuc ſeparantur, & tandem incurrunt in alios ſpititos, ab oppoſito ſcilicet polo quaſi exeuntes ſecundùm faciea amicas tiſque conjunguntur. Unde fit ut ſpiritus Magnetici, in Sphæra activitatis, citca æquinoctiale planum, contrarium ſitum obtineant ei quem in Magnete obtinent, ot oſtendam infra in figura. Cujus tei habes ideam ſatis luculentam io ſcobe fertea priùs Magneticè excitata, quæ ſe otdinat non tantùm propè Magnetem, ſed in totâ Sphærâ activitatis, in eâ ſcilicet diſtantiâ, in quâ ſufficienter poteſt dirigi, aut à Magnete, aut à ſpiritibus Magneticis, circa Magnetem diſpoſitia, & hæc ratio videtur poſſe afferri inclinationis: quam habeot obeli aut ipſi Magneti applicati, aut certe iotra Sphætam activitatis conſtituti, nempe quod diſponaotur ſecundùm ductum ſpirituum Magneticorum.

Ut hoc meliùs intelligatur. Sit magnea AB cujus poli A & B, æquator CD, intelligantur lineæ axi parallelæ, in quibus ſpiritus Magnetici deliteſcant, qoi ſpiritus ita ſiot intra Magnetem coordinati ut omnes facies boreales in eandem



plagam ſint obvetſæ, & auſtrales pariter contrariam plagam reſpiciant. Spiritus qui effluunt ex polo B, & poris vicinis, adhætent quidem ona extremitate, paulatim tamen ſeparaotur, quia quamvis faciea auſtrales in polo B contineantur, reliquæ facies boteales hinc inde ſeparantur, & ſe nonnihil fugiunt, & hoc ſemper magis, & magis præſtant; donec facies meridiooales ſpirituum auſtralium incurraot in Septenttiooales auſtralium, & tandem circa æquinoctiale planum ſpiritus Magnetici contrarium habent ſitum, ei qui intrà Magoetem invenitur. Id experite in ſcobe Magneticâ aut ferreâ, & videbis non gratis confiogi.

Probatur denique eadem aſſettio experimento novo cujua rationem ultimam non dabimus.

Virtus magoetis, ejuſdem eſt rationis cum illa virtute quæ telluri ineſt; & qua omnia magnetica dirigit, ſed hæc virtua in ſpiritibus præcipuè poſita eſt, etgo virtos quæ magneti ineſt, in ſpiritibus præcipuè poſita eſt. Probatur minot. Si virtus magnetica quæ telluri ioeſt, non vigeret præcipuè in ſpiritibus; in partibus eius fixis & immobilibus conſiſteret; ſed in iis non conſiſtit, ergo in ſpiritibus. Pr. mi. Si virtus magnetica telluria in partibus fixia conſiſteret, eodem ſemper modo operaretur, nulliuſque motationia eſſet capax; partes enim fixæ cum immobiles ſint, atque adeo in eodem ſemper loco, & ſtatu perſeverent, eodem etiam modo operari debent: ſed non eodem ſemper modo operatur: etgo non conſiſtit in partibus immobilibus & fixis. Probatur minor directio magneticorum eſt aliqua actio quæ terræ tribuitot, ſed hæc non eſt ſemper eadem, variatur quippe in dies declinatio magnetis; ergo actio telluris mutationi eſt obnoxia. Hujos variationia declinationis innumera afferri poſſunt exempla, & io genere dicere poſſumus, io tota ferè Europa initio hujoa ſæculi, declinationem magneticorum fuiſſe Orientalem, nempe fuſcinula quæ ad Septentrionem dirigitur, per aliquos gradus ad Orientem declinabat, verbi gratia alicubi 8, & 11 gradibus. Hæc ſemper imminuta eſt ita ot in plerisqoe locia, oolla ſit, in benè multis, ad Occidentem traoſierit; cujus rei rationem aliquam afferre non poſſum: in genere tamen concludo hanc virtutem tellotis, magneticorum directivam non in partibus eius fixis, ſed in mobilibus, ſeu ſpiritibus præcipuè vigete.

PROPOSITIO XVIII.

Carteſiana opinio circa magnetis naturam proponitur, & refellitur.

Quamvis multa dixerim quæ Carteſianæ opinioni favere viderentur, id de induſtria factum eſſe dico, ut nihil probabilitatis illi adimerem, re tamen diligenter examinata, invenio nihil ab eo explicari, ſed difficultatem aliò tantum traduci; & quam in ipſo ferri ad magnetem acceſſu alii experiuntur, ipſe in ſuis ſtriatis partibus movendis eandem, immò multò majorem & inſuperabilem offendit. Quare admitto quidem virtutem Magneticam in ſpiritibus conſiſtere qui in Magnetis poris deliteſcant, quod hi ſpiritus certam etiam circa Magnetem athmoſphæram efforment, quod certo ordine ſe diſponant, cum ſimilia in pleriſque entibus exempla id mihi facilè perſuadeant, quod verò hi ſpiritus perpetuum motum habeant choreaſque circa Magnetem agant, id verò mihi difficilius eſt, admittere. Quare ſingula Carthesianæ opinionis puncta hîc referam, & ut puto demonſtrativè refellam.

Primò ergo Carteſius tellurẽ ut magnũ magnetem cõſiderat, vultque in media eius regione multos eſſe meatus per quo particulæ ſtriatæ ab uno polo ad aliũ pergentes liberè tranſeant, ita tamen excavatos, ut qui recipere poſſunt venientes à polo Auſtrali, non poſſint admittere à polo boreali prodeuntes. quia nempe ad modum cochlearum intortæ ſunt, unæ in unam partem, aliæ in aliam. Ex quo fit ut particulæ ſtriatæ regredi non poſſint, ſed poſtquam totam telluris molem per lineas axi parallelas pertranſierunt, revertantur ad illud idem hemiſphærium, per quod prius terram ingreſſæ ſunt; atque ita terram permeantes quemdam ibi vorticem componunt. Nun refero ſingulas hujus opinionis circumſtantias, ut præcipuas tantum examinem.

Dico ergo Carthesianam hypotheſin circa Magnetiſmum nihil explicare.

Probatur. Illa opinio effectum de quo agitur non explicat, quæ ſupponit difficiliora principia quam ſit ipſe effectus, eandem difficultatem continentia, & quorum nulla ratio aſſignatur immo nec aſſignari poteſt: ſed Carthesiana opinio ita ſe habet, circa motus magneticorum; ergo illa opinio Magneticorum motum non explicat. Major videtur certa. Si enim principia quæ accerſis eandem difficultatem contineant, quam rationem afferes ad tua principia explicanda, eandem ſine tuis principiis effectui de quo agitur applicabo, & per pauciora efficiam, quæ per plura præſtas. Minor pr. Effectus qui proponitur eſt motus, & directio Magneticorum, accerſis ad hunc effectum ſtriatas particulas ab uno cœli polo ad alium procedentes; ſed hic motus ſtriatarum particularum, ut explicetur, difficultatem eandem continet, ac motus ipſe Magneticorum, immo eſt aliquis motus Magneticorum cujus nulla ratio redditur; ergo afferuntur difficiliora principia, quorum nulla ratio redditur. Probatur minor. In tota explicatione à Carthesio allata nulla fit mentio cauſæ à qua moveantur hujuſmodi partes ſtriatæ, ergo verè motûs particularum ſtriatarum nulla affertur ratio.

Addo quod nec afferri poſſit cauſa illorum motuum, nec illarum circumſtantiarum aut proprietatum, quas habere debent hujuſmodi particulæ ut eum præſtent effectum.

Immò quod in iis circumſtantiis multa afferuntur quæ in principiis Carthesianis apertam involvant implicantiam.

1. Motus à quo.

2. An non pereant cum in aëre non ſint meatus.

3 An abducantur à verticibus, an ſibi mutuò occurrant.

4 Si non occurrant meatibus.

5 Cur regrediantur.

6 Dirigere non poſſe quia cochleæ inditæ.

7 Cur in auro non excaventur.

8 Improbabile eſſe tenues ſpiritus poſſe excavare.

9 Nec approximatio, quia fieri poteſt aëris circulatio ante magnetem.

Quæro ergo primò an hæ particulæ ſtriatæ hunc motum habeant à ſe, an ab alio, ut ab uno polo ferantur ad alium. Non à ſe cum ſecundum principia Carteſiana omnis materia ſit ad omnem motum indifferens, & indeterminata, ergo ab alio eum accipit; non à cœlo, quod immobile ſupponitur. Non video cui cauſæ tribui poſſit hic motus, nempe à quo accipiant hunc motum, qui duplex cogitari debet, nempe ut per lineam rectam procedant; deinde ut etiam in orbem volvantur, neque enim ſolus rectus motus ſufficit, alioqnin cochleata Magnetis foramina ſubire non poſſent: debet igitur utriuſque motus aliqua cauſa afferri. Si enim dicerentur à ſeipſis habere hunc duplicem motum, præterquam quod id eſt contra Carthesii principia, pari jure ſine tanto apparatu, dicerem hos motus quos in magneticis obſervamus, ab iis immediatè produci abſque eo quod neceſſarium ſit, ut tales motus ab extrinſeco recipiant.

Secundò, cùm particula ſtriata hoc duplici motu movetur, tantumque ſpatium emetitur in aëre, aut in æthere amittere deberet ſuum motum; ergo cum ad terram perveniret nihil amplius præſtare poſſet. Probatur antecedens. In aëre aut æthere non ſunt canaliculi excavati, ut per eos inoffenſo quaſi pede decurrant; ergo in aëre incurrunt, illumque expellunt. Quantus autem eſt motus quem particulis aëris tribuunt, tantum amittunt de ſuo, ſecundum leges communes circa motum à Deo ſancitas; ergo tandem motus ille rotationis ſemper imminuetur, ergo tandem finietur. Cùm enim ſemper minuatur ille motus, & à nulla cauſa reſtituatur, tandem ceſſare debet. Quod autem à nulla cauſa reſtituatur, ita oſtendo. Aſſignetur à quanam cauſa in toto illo itinere augeatur ille rotationis motus, aut reſtituatur; non ab ipſo aëre qui cum non in orbem, ſed quaſi per tangentes ejiciatur, hunc motum non continuat. Non ab ipſis particulis ſtriatis, nullum enim agens ſecundum Carthesiana principia producit in ſe motum, ſed ab alio accipit, Deus enim ab initio certam motus quantitatem produxit, quam etiam nunc eandem & illibatam producit, quam ſibi invicem agentia naturalia mutuo tradant, ita ut tantundem uni decedat de ſuo motu, quantum alteri communicat: ergo nullum agens poteſt motum ſuum augere, ſed debet ab alio talem motus acceſſionem accipere.

Tertiò, cùm dicuntur hujuſmodi particulæ ſtriatæ ab uno cœli polo, ad alium rectis lineis

procedere,

procedere, utique à polis æquatoris, non à polis Zodiaci, cum Magnetica nullam ad polos Zodiaci habitudinem habeant, ſed Magnetica particularia ad polos æquatoris terræ, poli autem telluris cœleſtes æquatoris polos reſpiciant. Quamvis autem cœlum ſtelliferum immobile fiat à Carthesio, magnus tamen vortex planetas omnes, & terram ipſam cum toto ſuo particulari vertice circa ſolem aſſiduè circumvolvens, cur hujuſmodi ſtriatas particulas non abducet à ſuo itinere, & ſecum circuire non coget? anne tam vehemens illarum particularum determinatio ad motum rectum, ut nulla vi à cœpto itinere deviare poſſint Quomodo ergo ſi ſemel à vortice ubi maximam circulationem efficit nempe Saturnalem abducantur terram invenient: quæ etiam ipſa ſemper ſuam circulationem efficit. Duobus verbis nulli ſunt poli æquatoris in cœlo, ſed ſunt tantum in tellure.

Quartò. Sed fac tandem ut telluri occurrat. Si accidat ut particula ſtriata non offendat præcisè canaliculum ſibi proportionatum, ſed vel in partem ſolidam, vel in canaliculum oppoſitis partibus deſtinatum, quid fiet de illa particula, an regredietur? ſed à quo talem regreſſionis motum accipiet, non à ſe, non ab alio; an per reflexionem regredietur, ſed ubi inchoatit hunc motum contrarium, anne ad ſuum polum regredietur, cùm tamen ſit cochleatum flexum diſſimilem iis quæ ad talem polum feruntur. Expectabit forſitan ad januam donec ex circumvolutione telluris aliquis ei proportionatus porus occurrat. Sed ubi motum ſuum rectum amiſerit, quis ei talem motum reſtituet. Quid ſi ei directè particula ſtriata oppoſiti poli occurrerit, cum per facies diverſas id eſt amicas occurrant, conjungentur, & in unam totalem particulam coaleſcent, cum tamen in diverſas partes agitentur: nec habeant communes poros, forſitan leges amicitiæ quibus Magnetica conjunguntur, pro partibus tantum ſolidis valent, non autem pro particulis iſtis ſtriatis, quaſi non eſſent ejuſdem rationis.

Quintò, Et præcipuè impugnator. Supponamus particulas ſtriatas ſibi accommodatos poros nactas eſſe. Vult Carthesius ut in tellure, & Magnete velocius moveantur quam in aëre, oſtendo id non poſſe concipi in ſuis principiis. Nullum enim agens poteſt habere majorem quantitatem motus quam antea, niſi ab aliquo extrinſeco eam accipiat, & aliquis motus in aliquo alio ente ceſſet, ſed hic non adeſt ulla cauſa, quæ ei majorem motum communicet, dum ingreditur tellurem, ergo non debet citius moveri, quam extra illam, nec ubi eius motus tantiſper retardatus poteſt illum reſtituere, quod aſſero præcisè ſiſtendo in Carthesianis principiis. Ratio eſt quia non retardatus eſt eius motus, niſi quia illum alteri corpori communicavit, quantum autem communicavit, tantum ipſi periit; hoc autem damnum reſarciri non poteſt, niſi rurſus aliud agens reſtituat motum, amittendo ſuum. Id quidem benè conciperem in aliis principiis, ut verbi gratia, homo, qui certas vires habet ad producendum motum in ſe, majorem producat in medio minus reſiſtente; ſed ſequendo Carthesii leges, mobile quod ſemel ſuum amiſit motum, nunquam illud damnum reſarciet.

Sextò, ubi particula ſtriata totam terræ, aut Magnetis craſſitiem pervadit, & jam in auras per adverſum hemiſphærium erupit cur in orbem flectitur, ut ad illud hemiſphærium redeat per quod primò ingreſſa eſt; hujus regreſſus aliqua cauſa aſſignari deberet, quæ tamen nulla aſſignatur. Ex legibus enim motus localis, motus quilibet in lineam rectam continuari debet, niſi ab aliquo in unam aut alteram partem detorqueatur, ſed ibi nihil eſt quod particulas ſtriatas ad motum circularem determinet. Neque magis determinari poſſunt, quam ſi ibi magnes non adeſſet, ſed ſi ubi egreſſa eſt pars ſtriata, magnes abduceretur, hæc continuaret motum ſuum in lineam rectam; ergo etiam ibi poſito Magnete, in lineam rectam continuare debet ſuum motum. Aſſero ergo facilius eſſe omnium Magneticorum motuum cauſam afferre, quam hujus regreſſus, hunc tamen admittit Carthesius. Si enim dicat eſſe in particulis, inclinationem ad hoc ut ita moveantur, incidit in reſponſum quod maxime reſpuit, & quod ut vitaret, totum hunc apparatum inſtruxit.

Septimò, oſtendo quod iis etiam poſitis particulis ſtriatis, & eo modo motis quo vult ipſe, Carthesius motum tamen Magneticorum non ſequi, neque alias proprietates. Incipiamus à directione quam ita explicat Carteſius, ut cum poli Magnetis, & conſequenter pori axi paralleli eas terræ partes à quibus veniunt eæ particulæ ſtriatæ, quibus liberum tranſitum præbere poſſunt, non reſpiciunt, tunc iſtæ particulæ obliquè in Magnetis meatus irruentes illum impellunt, ea vi qua pollent ad perſeverandum in ſuo motu ſecundum lineas rectas donec ad naturalem ſitum reduxerint. Ponamus ergo polum Auſtralem Magnetis (*voco Auſtralem qui ad Auſtralem telluris obvertitur*) obverſum eſſe ad polum borealem telluris, ſeu ſitum perverſum reſpectu illius obtinere, oſtendo quod etiam tunc non debeat magnes ſitum mutare.

Probatur non debet magnes ſitum mutare ſi emanatio borealis terræ poſſit Magnetem ſubire, & in eius hæmiſphærio Auſtrali, ad boream tunc obverſo inveniant poros ſibi congruentes, per quos ingredi poteſt, ſed ſecundum principia Carthesiana ſequitur quod emanatio borealis telluris inveniat in hæmiſphærio Auſtrali Magnetis poros ſibi congruentes, quos ſubeat; ergo magnes ſitum non mutabit. Probatur minor. Emanatio borealis per eos poros ingredi poteſt, per quos poteſt egredi, ſed hæc poteſt egredi per poros hemiſphærii Auſtralis, ergo poros hemiſphærii auſtralis ſubire, ſeu ingredi poteſt. Probatur major. Pori Magnetis ſunt cochleati, Emanatio particularum ſtriatarum, ſunt cochleæ, ſed cochlea convexa, quæ per unam extremitatem cochleæ concavæ ingredi poteſt, poteſt & per aliam partem ſubire; ergo particulæ ſtriatæ poſſunt æqualiter ex utraque parte ſubire porum ſibi conformem. Probatur minor experientiâ, & appello omnium artificum judicium qui in elaborandis hujuſmodi ſpiris, ſeu cochleis ſuam ponunt operam, num ſit idem ex quacumque parte ſpiræ concavæ, inſeratur convexa. Quare deficit in ſuo principio Carthesius nec debuit cochlearum mentionem facere, quin prius experiretur an ſpiræ ſuos canaliculos ex ambabus partibus æqualiter ſubirent.

Concludo igitur ex his Carthesianam hypotheſin non ſufficienter explicare Magnetis duplicem faciem, nec cur ejuſdem denominationis, ſibi invicem adverſentur, ſi eius poruli ad modum cochleatum concipiuntur. Concipio quidem dari Cochleas, dextras, & ſiniſtras, ſeu contrario modo

do detortas, ſed contendo quæ dextrorſum involuta eſt, dum conſideratur ſecundum introitum, pariter exitum habere dextrorſum, ſi fiat introitus. Ad aliam igitur conformationem confugiendum erit, quæ cum afferetur, ad examen pariter revocabitur, & expendetur an effectui reſpondeat; ſed certum eſt cochleatas ſeu ſtriatas particulas poſſe ſubire ex utraque parte canaliculum ſibi conformem atque adeo ab iis peti non poſſe directionem Magneticam.

Sed neque explicari poteſt cur magnes, ad Magnetem pro vario ſitu, variè inclinetur; quia cum falſum ſit hujuſmodi particulas habere motus inclinatos, ut oſtendimus ſupra, eò quòd omnis motus feratur in lineam rectam, niſi peculiaris aliqua determinatio interveniat quæ in noſtro caſu nulla invenitur; non poterunt particulæ ſtriatæ hunc ſitum inclinatum in ordine ad Magnetem tribuere Magnetico corpori.

Octavò. Oſtendo ſtriatarum particularum motum non poſſe cauſare acceſſum Magneticorum ad invicem. Quem acceſſum ita explicat cum duo Magnetes diſtantes amicis polis ſe reſpiciunt verbi gratia Auſtralis unius Magnetis, borealem alterius reſpicit, quia emanatio egrediens per polum unius recipi poteſt per polum alterius, iſtæ emanationes in orbem non feruntur ſed ulterius tendunt & quæ ab uno egreditur alium Magnetem recta ſubit quia tunc ipſi facilius eſt, rectà ulterius tendere, quàm reflecti, & redire ad hemiſphærium quod primo ingreſſæ fuerant, ideoque tranſeunt per hos duos Magnetes facilius quam ſi eſſet unus Magnes, *ex quo tamen nullus adhuc ſequitur motus*. Ideoque addit facilius eſt particulis ſtriatis rectà pergentibus ab uno Magnete in alium, aërem intermedium expellere poſt Magnetes & in locum Magnetum, ſicque efficere ut hi Magnetes ad invicem accedant donec ſe contingant, quam per totum aërem eniti, quæ duæ viæ breviores fiunt cum hi duo Magnetes ad invicem accedunt, vel ſi unus retineatur dum alter ad ipſum venit.

Multa aſſumuntur tanquam certa in hac explicatione, quæ probatione indigerent, quæ tamen non probantur. Primò dum poli amici ſe reſpiciunt, vult ut emanationes ex iis polis prodeuntes non perficiant ſuam circulationem; quia inquit facilius eſt, ut quæ à polo Auſtrali unius procedit, in polo boreali alterius recipiatur, & viciſſim; Anne quod eſt facilius, propterea neceſſario fit, ſi nulla ſit determinatio ad hoc ut illud fiat. Iſte modus argumentandi optimus eſt in entibus cognoſcitivis, quæ difficultatem cognoſcere, & fugere poſſunt. Sed quod emanatio particularum ſtriatarum procedens ab hemiſphærio Auſtrali unius Magnetis, & quæ vorticem format, & circulatur, ut per hemiſphærium boreale ejuſdem Magnetis ingrediatur, propoſito in aliqua diſtantia hemiſphærio boreali alterius Magnetis, jam ſuam circulationem omittat, hoc ipſo quod ſit facilius ingredi per hoc hemiſphærium boreale ex quo habeant figuram hanc, hoc porro phyſicum non eſt. Quomodo enim hæ particulæ ſtriatæ divinare poſſunt ibi eſſe appoſitum Magnetem? nam verè cauſa detorquens eorum motum, & cogens ad circulandum ibi invenitur, ergo nihil eſt quod invitet ad deſerendam circulationem, & continuandam lineam rectam. Immo verò in tali caſu invenio majorem cauſam iſtius circulationis, ideo enim cogitur ad circulationem perficiendam omnia emanatio dum egreſſa eſt ex Magnete, quia invenit aërem quem debet dividere; ſed eundem aërem invenit, qui eius motui directò obſiſtat, invenit & emanationem particularum ſtriatarum contrariam ab alterius Magnetis polo prodeuntem, quæ illam repellere debet, ergo in tali caſu multò magis perficienda eſſet circulatio.

Sed demus quod particulæ ſtriatæ ab uno Magnete prodeuntes, alium Magnetem ſubeunt & viciſſim, non video ſequi quod debeant propterea accedere Magnetes. Nam quod iſtæ particulæ ſtriatæ inter utrumque, Magnetem currentes inde expellant aërem, ut nempe eius locum occupent, non ſequitur quod hic aër poſt duos Magnetes ita expellatur, ut eos impellat tam. Nam cum antequam admoverentur Magnetes eorum emanationes circulationem faciebant, dum fiunt vicini deſinunt circulationes inter ipſos fieri, & incipiunt recta procedere, ejiciunt aërem, qui occupat locum quem deſerunt, locus autem quem deſerunt, eſt ad latera, cum deſiniant circulari; quare nunquam fiet argumentum in forma, cujus concluſio ſit hæc, ergo Magnetes ad ſe invicem accedent.

Ego quidem cum primò hanc hypotheſin fui intuitus, exiſtimabam has particulas ſtriatas & cochleatas excogitatas fuiſſe, ut ſicut dum in cavitatem cochlearum inſeritur cylindrus in ſpiras exciſus, machinam efformamus, qua corpora inter ſe ſtringimus, & disjuncta conjungimus; ita duo corpora Magnetica iis particulis cochleatis accedere ut ad invicem, ſed nequidquam hæc figura, particularum ſolutarum talem motum præſtare poteſt.

Ex quibus concludo acceſſum duorum Magnetum etiam poſito motu particularum ſtriatarum difficiliorem quam ſit ipſe acceſſus Magnetum, iis perfici non poſſe, fugam quidem ſatis benè ſequi fateor, ſed ſemper principium ponere difficilius effectu explicando contendo.

Sunt alia multa experimenta Magnetica quæ in hac hypotheſi non ſuccedunt, licet etiam multa ſint quæ explicentur, quod mirum videri non debet, cum nulla ſit hypotheſis tam abſona, quæ aliquorum effectuum rationem non reddat, ſufficiatque ad eam rejiciendam ſi vel unus non reſpondeat, aut ſi principia ſupponat, quorum rationem reddere non magis poſſimus quam effectuum.

Nonò non explicat hæc hypotheſis quomodo tam citò in ferro directio una in aliam mutari poteſt. Supponamus enim obelum cujus fuſcinula emanationem à polo boreali excipiat, & cuſpis emanationem poli Auſtralis, hoc ferrum contrario ſitu alicui Magneti admoveatur, jam fuſcinula borealem telluris emanationem non excipiet. Annè quod particulæ ſtriatæ è Magnete prodeuntes tam brevi tempore canaliculorum cochleas in cõtrariam partem detorquere potuerunt, ut jam inepti ſint boreali emanationi excipiendæ? hoc incredibile videtur. Nempe ut tam tenues ſpiritus in materia ita dura, tam facilè, & intrà tam breve tempus etiam ſine tactu Magnetis, per ſolam approximationem, ſpiras dextras in ſiniſtras mutare poſſint; item quod hæc mutatio non ſit diuturna, ſed poſt aliquas horas reſtituantur priores cochleæ, hoc porrò non videtur ſatis explicari.

Decimò. Non explicatur in hac hypotheſi cur cætera corpora dura, licet non æquè dura ac ferrum, non habeant canaliculos excipiendis iſtis emanationibus ſtriatis accommodatos. Certum enim eſt quod pleraque pervadantur à particulis

ſtriatis,

ſtriatis ; cum trans illa metalla fiant Magneticæ attractiones, verbi gratia trans aurum ; nullus tamen in auro motus, aut directio. Ponamus ergo cylindrum aureum, Magnetis generoſo polo admotum fuiſſe, ita ut particulæ ſtriatæ, ab eo polo prodeuntes, & ad eundem accedentes illud pervadant, per unum aut alterum diem : hoc metallum habet omnes diſpoſitiones neceſſarias ad hoc ut dirigatur ſecundum lineam meridianam : ergo deberet dirigi à particulis ſtriatis à tellure prodeuntibus. Probatur antecedens hæc hypotheſis requirit tantùm in ferro ut diſpoſitionem, ad hoc ut ad meridianum ſitum adducatur, canaliculos in cochleam efformatos ; ſed illos habet aurum, ergo habet diſpoſitiones neceſſarias, ut dirigatur. Probatur minor. Corpus durum per quod tranſierunt particulæ ſtriatæ, habet canaliculos iis excipiendis accommodatos : ſed aurum eſt tale corpus per quod tranſierunt particulæ ſtriatæ ; ergo habet canaliculos requiſitos. Probatur minor ſi ponatur aurum inter duos Magnetes, aut inter Magnetem & ferrum, accedent ad invicem ; ſed non poſſunt accedere ad invicem, niſi particulæ ſtriatæ procedant ab uno Magnete ad alium, non poſſunt autem procedere niſi ſibi faciant porulos conformes. Concipio quidem quomodo in liquidis non perſeverẽt hujuſmodi pori cochleati, quia liquiditas efficit ut ſuo proprio termino contineri non poſſint : Sed in duris hoc non concipio: Quod ſi dicas in aliis corporibus duris eſſe vim elaſticam per quam fit, ut ſe reducant ad ſuum ſtatum naturalem; Contra. In chalibe eſt virtus elaſtica inſignior, quam in auro, ære, ligno, cæteriſque corporibus duris : deinde dum factum eſt ſtriatum foramen in ære, auro, cæteriſque metallis, tam perſeverat quam in ferro.

Undecimò. Non aſſignatur quænam ſit, & quiſnam tribuerit hanc cochleæ figuram particulis iſtis ab uno polo ad alium prodeuntibus ; anne in polis, vel circa polos ſunt cochleata foramina, per quæ tranſmittantur hæ particulæ, & hanc figuram induant? Hæc figura cur ita extraordinaria, ut ex caſu in tot præſertim corporibus inveniri non poſſit, cur enim iſoſaedræ figuræ, pyramidales aliæque omnes regulares corporibus naturalibus non tribuuntur.

Duodecimò. Non datur ratio cur cæteris paribus longior Magnes plus habeat virtutis quam brevior, intelligendo de longitudine axi parallela : quod enim diutius in eo currant particulæ ſtriatæ nihil confert ad virtutem Magneticam ; nec quoties diutius manent in ipſo Magnete hi ſpiritus ſtriati accelerant, & augent velocitatem ſui motûs, ut jam ſupra probavimus ſatis efficaciter ſecundum Carthesiana principia, ergo longior Magnes cæteris paribus non erit efficacior. Multò minus dat rationem cur tellus licet ſit tam Magna, ſi comparetur cum Magnete unius palmi, tam exiguas tamen habeat vires. Id enim quod affert eſt exigui momenti ; vult enim interiorem tantum telluris nucleum Magneticum eſſe, & particulas ab eo egreſſas maxima parte reverti per ſuperiorem eius cruſtam, ita ut pauciſſimæ ſint, quæ in hoc aëre noſtro ferantur, dico inquam hanc rationem ſubſiſtere non poſſe. Si enim pauciſſimæ ſunt in hoc aëre noſtro, cum parvus Magnes ſecundum eius principia, particulas tantum excipiat à tellure procedentes, nec ullas habeat ex ſe, nec generet, non deberet majorem habere virtutem.

Decimò tertiò. Motus particularum ſtriatarum non conſentit cum motu rotularũ ferrearum, quæ turbinis inſtar contortæ diutius gyrant, è Magnete pendentes, quam ſi à Magnete remotæ terræ inſiſtant. Cùm enim particulæ ſtriatæ motu recto ferantur, moveanturque in orbem, meatus per quos ingredi debent, ita ut circa axem iſtius motus circulos deſcribant, fieri non poterit, ut particulæ ſtriatæ recta porulos inveniant, ſed plerumque in partem ſolidam incurrent : & adhuc cum ingreſſæ erunt, quia illi additur novus motus, quo præter motum circularem quem habet in porulo, & motum rectum quo in eo progrediuntur, volvuntur in orbem circa axem rotulæ, cui tertio motui contrarius eſt motus rectus, ideo ſiſti deberet motus hic in orbem. Neque enim motus circularis ipſarum particularum quidquam juvare poteſt motum rotularum, tum quia ſæpe particula à Magnete procedens in contrarias partes volvitur, aut cum in eaſdem, particulæ per rotulam ad Magnetem accurrentes in contrarias moventur : deinde quia ſingulæ particulæ ſtriatæ circa proprium axem moventur in orbem, non autem circa axem rotulæ, ergo orbicularis earum motus nihil juvat motum rotularum. Igitur in hac hypotheſi non redditur ratio hujus experimenti, quæ in qualibet alia facilis eſt ; cùm enim ut plurimum plus rotula graviter in terram quam Magneti adhæreat, cum ab eo pendet, non tam applicatur Magneti, leviuſque illum tangit, ideoque motus eius minus impeditur.

Quamvis alias experientias perſequi poſſem, & & oſtendere in hac hypotheſi explicari non poſſe, hæc tamen ut puto abundè ſufficiant.

PROPOSITIO XIX.

Gaſſendi opinio circa Magnetem refellitur.

Gaſſendus ſecutus ut plurimum Epicuri, & antiquorum veſtigia, Magnetis proprietates explicare conatur, duobus capitibus. Primò quidem recenſet veterum placita, qui ſolam Magnetis vim attractivam noverant, directivam vero penitus ignorabant. Horum opiniones utpote ſcitu dignas breviter ex illo referam, & breviter refellam.

Prima opinio fuit Empedoclis exiſtimantis defluxus quoſdam ſpirituum utique, tum ex Magnete, tum ex ferro fieri, & eſſe in utroque poros ſibi commenſuratos, evenire autem ut defluxibus aëris abigentibus aërem ex poris ferri, defluxus è ferro prodiens ipſum ad Magnetem trahat.

Facilè refellitur hæc opinio. Nunquam defluxus è ferro exiens trahet ipſum ferrum, niſi detur unio, inter ferrum, & hos ſpiritus, ſi autem detur unio, non erumpent ex ferro. Deinde quare hi ſpiritus de novo erumpent ? an quia ibi ſunt nimis coarctati, an quia ad Magnetem utpote ſibi conformem accurrunt ? Si primum non tantum vim faciunt, ut erumpant, ſed etiam contra ipſum ferrum. Quæ enim vi extenſiva ab aliquo corpore prorumpunt, hunc tantum impetum ex una parte ſibi imprimunt, quod alicui corpori ex alia parte inſiſtant ; ita dum pulvis pyrius inflammatur, ideo erumpit, ex tormento bellico, quod in adverſam partem impetum exerat, & tormentum impellat. Si vero hic defluxus ad Magnetem accurrat quidni ferrum ipſum idem ſeipſo præſtet.

Secunda opinio eſt Democriti ſpirituum de-

fluxiones

flaxiones atomorum pariter admittentia, quæ in Magnete ſimiles, ſed tenuiores ſint iis quæ in ferro ſunt, ac propterea eius meatus ſubeuntes, eius atomos extimulent propter ſimilitudinem; quibus versùs Magnetem effluentibus tum propter ſimilitudinem, tum ob uberius in ipſo vacuum, tota ferri maſſa effluvio cohærens ad Magnetem transfertur.

Hæc item rejicitur, quia non explicat in quo conſiſtat extimulatio ferreorum ſpirituum. Videtur afferre aliquam rationem, nempe ſimilitudinem, & vacuum, nempe quod obeuntes ſpiritus Magnetici ſpatium in ipſo vacuum relinquant; ſed cur abeunt hi ſpiritus ad ferrum, ſi majus ſpatium in ipſo Magnete, quam in ferro habeant? ſecundò ferrei ſpiritus cur abeunt in Magnetem ſi ſufficientem habent in ferro locum, ut in eo contineantur.

Tertiò. Plato aliquas effluxiones admiſit, quibus aër Magneti vicinus in orbem propulſus, dum redit ſecum una ferrum corripiat.

Hæc opinio non explicat cur iſti effluxus aërem propellant, & moveant, non enim immoti movent, motus autem iſtorum ſpirituum difficilius explicatur, quam motus ipſe ferri, item nullam reddit rationem cur alia corpora, non etiam accurrant ad Magnetem.

In genere autem ferè omnes antiqui in eo deficiebant, quod ſolius ferri motum conſiderarent, Magnetis autem minimè, cum tamen æqualiter magnes ad ferrum accedat.

Quartò. Epicuri ſententia tam à Lucretio, quam à Galeno relata videtur duplex eſſe. Utraque autem per corpuſculs, ſeu ſpirituum effluvia explicat.

Et primò quidem ſupponit ex omnibus ferè corporibus ſpiritus profluere: ut ſunt ea corpuſcula quæ ex coloribus procedunt, feriuntque oculos, pariter odores à certis rebus. Frigus ab aqua, calor à ſole. Soni item per aërem feruntur: ſalſus humor ambulantibus prope mare in os venit, amarorem percipimus dum procul miſcentur abſinthia, & hæc effluvia ſunt continua.

Supponit ſecundò dari rebus in omnibus poros ſeu inania ſpatiola. Sic etiam in ſpeluncis ſudant ſaxa, è corporibus animaliũ prorumpit ſudor, creſcit barba, pilique, utique per meatus, nutriuntur item animalia, plantæ etiam ad extremas uſque partes, frigus penetrat æs, calidus vapor aurum, voces muros penetrant &c.

Tertiò ſupponit ea effluvia non omnibus corporibus æquè congruere. Nam ſol terram arefacit, glaciem, & nives diſſolvit. Cera item igne liqueſcit, ſicut metalla, carnem, & coria indurat. Item aqua emollit corium, ferrum indurat, dum ea temperatur; ſic multa ſunt aliquibus animalibus proficua, quæ aliis nocent: nempe foramina non excipiunt æqualiter omnia effluvia. Nam diverſi ſenſus percipiunt diverſas res, auris ſonum admittit, lingua ſapores, aliuſque ſuccus ſaxa, alius ligna, alius vitrum penetrat, quod oritur ex natura viarum ſeu meatuum. Quibus ſuppoſitis ita explicat priorem modum. Effluunt è Magnete, & è ferro corpuſcula, plura tamen ex Magnete, ergo aër magis diſcutitur ſeu ejicitur propè Magnetem, quam propè ferrum, quare plura circa Magnetem, quam circa ferrum vacuola generantur, & in toto ſpatio intermedio, tunc ſpiritus ferri, in ſpatium illud vacuum prolabuntur, & ſecum ferrum trahunt. Adjuvat item motus aëris qui continuò movetur, inveniturque rarior in ſpatio inter Magnetem & ferrum interjecto, denſior vero poſt ferrum, quare inſtat à tergo, ferrumque promovet, propellitque ferrum in ea partem, quæ magis vacua eſt. Addit & aërem qui ferro ineſt qui illud continuò agitat, & in eam partem impellit in qua minor eſt reſiſtentia, minor autem eſt reſiſtentia, ubi majora ſunt vacua.

Sed contra eſt, quia dum è Magnete exeunt hi ſpiritus, cum impenetrabilia ſint, ejiciunt quidem aërem ex intermedio ſpatio, ſed illud occupant: falſum igitur eſt quod inter Magnetem, & ferrum fiat vacuum, cum totum illud ſpatium ſpiritibus Magneticis plenum ſit; non igitur magis in illud ſpatium prorumpere poſſunt ferri corpuſcula quam antea. Ideo enim ſpiritus Magnetici è tali loco aërem ejecerunt, quia majorem habent vim, quam ſit aëris reſiſtentia; ergo non poterunt, ſpiritus ferrei ejicere Magneticos, cum enim antea non ejicerent aërem, eo quod minorem vim haberent Magneticos ejicere non poterunt qui majores vires habent quam aër.

Sed ponamus utroſque in ſpatium illud intermedium irrumpere, & aërem deturbare, non video quare ex eo ſequatur motus. Duo enim odorifera, in aliqua diſtantia ſuos odores emittunt in ſpatium illud intermedium, aëremque disjiciunt, non tamen ſequitur ullus eorum motus: ergo etiamſi Magnes & ferrum pariter ſua effluvia emittant, non ſequetur ulla approximatio.

Non video item quomodo aër poſſit pulſare ferrum, & Magneti admovere. Anne quod in ſpatio intermedio inveniantur hi ſpiritus, qui cum ſint rariores aëre minus reſiſtunt approximationi, quam aër: cùm ergo aër ambiens Magnetem & ferrum ante emiſſionem iſtorum ſpirituum eſſet in æquilibrio cum aëre intermedio &, hi ſpiritus ſint aëre rariores, & minus reſiſtentes, poterit admovere utrumque.

Sed contra ſi hi ſpiritus licet rariores aërem è ſpatio intermedio illum ejecerunt, majorem habent vim, quam aër intermedius: ergo tam aëri ambienti poterunt reſiſtere quam reſiſtebat aër. Concipio quidem quod ſi hi ſpiritus in eo ſpatio, contenti ex raris, denſi evaderent, coarctarentur, & cederent compreſſioni; ſed adhuc cum aër poſſit locum derelictum occupare, abſque eò quòd ferrum magneti admoveat, non video quod talis approximatio ſequi debeat.

Forſitan poſſet dici quod ſpiritus hi Magnetici, & ferrei, dum ſeparati ſunt Magnum locum occupant, eò quòd aër qui craſſior eſt, non poſſit ſubire illorum porulos, ubi verò miſcentur ſpiritus ferrei cum Magneticis, quia ſunt conformes commiſceri melius poſſunt & uni aliorum poros ſubingredi, ex quo fiet ut minus ſpatium occupent, atque adeo aër externus eos comprimere poſſit & admovere ferrum magneti. Sed præterquam quod non ſequeretur approximatio uſque ad contactum, cum aër accurrere poſſit, immotis Magnete, & ferro, nullus in iis motus ſequetur. Addo quod ſi etiam aliena corpora eſſent vicina deberent pariter ab aëre propulſari.

Secundus modus eidem Epicuro à Galeno tribuitur. Supponitque Magnetem, & ferrum ex conſimilibus corpuſculis conſtare, conſimiliaque vacuola, ſeu poros habere, quod facilè illi conceditur; ſunt enim ex conſimili fodina, immo Magnetica attractio æqualiter inter Magnetes, ac inter Magnetem, & ferrum exercetur. Quare Magnetis

netis atomi in ferrum impingentes, eius ſubibunt poros, ita ut conſimilibus hærentes, reſiliant, cohærenteſque abducant, adeo ut cum reciprocè atomi ex ferro incurrentes in Magnetem ſimile quid præſtent, neceſſe ſit atomos, utrinque regredientes, & implicitas ipſis corporibus, ipſa corpora Magnetis & ferri ſecum trahere. Videtur autem ratio reddi cur alia corpora non trahantur; quia atomi Magnetis propter diſſimilitudinem non implicantur cum eorum atomis.

Primò contra obiici poſſet, videri incredibile ut tam ſubtiles & infirmi ſpiritus tam gravia corpora ſecum vehant. Hæc tamen ratio non eſt efficax, non enim trahuntur hujuſmodi corpora niſi ſint in æquilibrio, deinde motus animalium per ſpiritus animales fiunt, ventus item quam multa præſtant: adde quod qualitas tenuior ſit, quolibet corpuſculo, aut ſpiritu, cui irregularitas figuræ in hamuli formam, aut aliam ſimilem compoſitæ, hanc vim tribuere poteſt, ut alteri ſpiritui, aut etiam Magneti & ferro poſſit cohærere.

Confirmat hos modos Lucretius conſimilibus exemplis, Nam primò ſaxa ſola calce coaleſcunt: tabulæ glutine ita junguntur, ut potius alibi frangantur, quam hæc ſolvatur unio. Color purpureus ita lanæ jungitur, ut ſi totum mare in eo detergendo adhibeas, maneat tamen, afferuminantur metalla inter ſe, ut aurum argento &c.

Objicit Galenus. Eſt improbabile quod aliquæ atomi ex Magnete prodeuntes, & in ferrum impingentes regrediantur, aliæ vero ipſum prætergredientes, ſeu penetrantes, aliud ferrum attrahant, & hoc tertium, & ita conſequenter. Hæc tamen objectio non videtur difficilis: Poſſet enim dici aliquas atomos impingere in partes ſolidiores ferri, & reſilire, alias verò in meatus, & conſequenter ulterius progredi, ita tamen ut ſemper imminuatur virtus illa, nec ſecundum ferrum ita magnum eſſe debeat ac primum.

Rejicitur tamen hæc opinio, primò quod non videam cur Magneticæ atomi, ubi ex eo ad ferrum appulerunt debeant regredi ad Magnetem. Si enim id fit per ſimplicem reflexionem impetus quem primo impulſu in ferrum imprimunt, erit æquè validus, ac ille impetus quem regrediendo ad Magnetem eidem ferro poſſent communicare, & quia continuò effluunt ſpiritus ex Magnete in ferrum, impetus repellens, attractivo erit æqualis, atque adeo nihil fiet. Quod ſi velis hos ſpiritus ex ſeipſis habere hunc motum quo regrediantur ad ſuum principium, quaſi eſſent exploratores qui ex arce emitterentur, & excurſione facta remearent; rem difficilem proponis. Quæro enim quis moveat hujuſmodi ſpiritus? Si dicas ex ſeipſis habere quod ſe moveant, ego independenter à motu horum ſpirituum, dico in Magnete & ferro eſſe vim productivam motus. Scio quidem poſſe aliquibus exemplis confirmari hunc ſpirituum regreſſum, nempe ſi vera ſint quæ de pulvere ſympathico, non quidem ex qualibet diſtantia, ſed ex modica, vulnus ſanante. Volunt enim quod puriſſimi ſpiritus ex vulnere prodeuntes, panno excepti, & ſpiritibus pulveris ſympathici iis affuſi, imprægnati ad vulnus regrediantur. Hoc tamen principium quod regrediantur eſt valde difficile, continetque difficultatem ſaltem æqualem Magneticæ attractioni.

Secundò. Adhuc non explicatur quomodo trahatur ferrum. Si enim dum exeunt à Magnete ſpiritus ſecum Magnetem non trahunt, licet habeant connexionem cum eo; cur iidem ſpiritus regredientes, & implexi cum Magnetis ſpiritu, ferrum trahunt.

Tertiò. Non videtur quare in aliis etiam entibus ejuſdem naturæ, non fiat ſimilis attractio.

Quartò. Nec directionem, nec polorum diſtinctionem explicat hæc hypotheſis; quare eam directioni applicatam melius infra rejiciemus.

Gaſſendus igitur ita totam hanc doctrinam explicat, ſupponitque experientias ab aliis factas & alia notatu digna circa Magnetis naturam.

Primò. Supponit Magnetem eſſe ferrum crudum, & ferrum eſſe Magnetem excoctum, quod veriſſimum eſt, ita ut Magnes ſit vegetior, quo profundius eruitur.

Secundò. Magnetem polos, æquatorem, & meridianos habere, & ſe ad polos telluris accommodare, & inclinari ut explicuimus.

Tertiò. Ferrum non modo ex affrictione ad Magnetem, ſed ex ſolo ad terram poſitu hanc vim attractivam, & directivam concipere, tranſeuntem ex poſitu non diuturno, permanentem ex diuturno.

Quartò. Probabiliſſimum eſſe Magnetem & ferrum ejuſdem eſſe naturæ cum interiori terræ nucleo.

Quintò. Cùm ferrum ex ſitu ad terram hanc verticitatem contrahit, id videtur fieri non poſſe, niſi partium eius mutatione; quam perdit dum potenter ignitur.

Sextò. Cùm etiam Magnes affrictu ad Magnetem ſimilem contrahat verticitatem, ſimilem etiam partium diſpoſitionem acquirit, præſertim cum viderimus uno ductu Magnetis ſupra ferrum, unius generis verticitate imbui, & contrario ductu ea deſtitui.

Septimò. Virtutem Magnetis in ferrum immiſſam effluxum eſſe corporeorum ſpirituum, quod ſupra ſufficienter probavimus, ſimilibus exemplis; partes enim ignis marmor penetrant, & calcinant, metalla penetrando liqueſaciunt.

Octavò. Comparat vim Magneticam vitæ plantarum, habet enim & Magnes ſuas fibras, & meatus quos in eandem partem ſemper dirigit; ſicut plantæ fibrarum ductum habent, quem immutare non licet, hoc eſt, quæ pars terram ſpectat, primáque alimentum excipit inverſo ſitu inſerta exareſcit.

Nonò. Tellus ſuis etiam fibris inſtructa eſt à borea in auſtrum extenſis, ſeu axi parallelis, ita ut ſi in plurimas partes divideretur, ſingulæ ſuum axem, & polos haberent; id enim in ipſo Magnete videmus. Adde quod foſſores aſſerant venarum ferrearum ductus à borea in Auſtrum procedere.

Decimò. Huic rupium, ſeu venarum metallicarum ductui, qui aliquando nonnihil à plano meridiano exorbitat tribuit Magnetis declinationem, variationeſque refert.

Undecimò. Si telluris fibræ, quæ ſunt ſuperficiei propiores, aliqua ratione emoveantur aut ex ſitu obliquiore, directionem acquirant, mutabitur declinatio.

Duodecimò. Vult etiam in Magnete, ac ferro eſſe aliquid analogum animali. Nam ut animal perculſum objecti exterioris ſpecie, ipſum ſtatim appetit, ita etiam ferrum Magnetem, nempe ſicut ut objectum ſenſibile per immiſſam ſpeciem convertit, trahitque ad ſe animam, quæ vi ſua corpus quantumvis craſſum versùs objectum transfert: comparatque animam bruti, quam vocat tenuiſſi-

mum ſpiritum, cum ſpiritibus Magneticis, & ferreis, pluribuſque oſtendere conatur eandem eſſe difficultatem.

Decimo tertiò. Explicat hic præcipuè modum quo fiat non tantum attractio, ſed etiam firma adhæſio, quæ ſine aliquibus catenulis ſatis explicari non poteſt. Vult ergo ut emanationem ſpirituum à Magnete, aut ferro prodeuntium concipiamus, ut radium, aut quaſi tenſam chordulam, ob corpuſcula continuò manantia, & à tergo inſtantia: eo modo quo ſalientes, in virgulas aqueas efformantur, & radii lucis diriguntur. Sicut igitur radii lucis ita perſpicuum prætermeant, ut medius ſit perpendicularis, alii vero refringantur, atque adeo eorum anguli fiant ſicut cubiti, quibus partes ſolidas, poris interceptas perſtringant; ideo fit ut totis corporibus hinc inde perſtrictis, mutua utriuſque adductio fiat. Indicat autem exemplum chordularum trajectarum per aſſerem, qui ab ipſis compellatur versùs eam partem quâ coeunt. Hi Magnetici radii alia corpora non pelliciunt licet penetrent, quia ea non habent radios reciprocos, neque eam pororum diſpoſitionem, quâ radios reſtringant, & ab iis ſtringantur.

Decimo quartò. In Magnetica attractione vult haberi rationem centri, quod ab omnibus partibus corroboratur, & axis in quem velut transfuſa omnium fibrarum virtus confertur & æquatoris, cujus planum ſingulas fibras bifariam dividit: atque adeò fortiſſimam earum virtutem continet. Inde enim fiet ut cùm ex centro diffundantur radij, in omnia puncta ſuperficiei & ultra, radius per polum attrahat vi ſolius axis, radius per æquatorem vi ſolius diametri æquatoris, radii per cæteras, quaſi meridiani, attrahant compoſita vi. Ex quibus omnes inclinationes Magneticorum deducere, ſed ita intricatè ut non capiatur.

Decimo quintò. Quemadmodum Magnes ita comparatur dum eſt integer, ut dimidium particularum ejus in unam partem, aliud verò in aliam convertatur; ſi tamen ad æquatorem dividatur, utrumque fragmentum rurſus dimidium convertit ad unum polum, & dimidium ad aliud.

Decimo ſexto denique puncto oſtendit imbecillitatem Magnetis provenire ex materia hæterogenea admixta. Summa hæc eſt ejus doctrinæ.

Dico primò difficultatem attractionis decimo tertio præcipue puncto explicatam, nihil continere quod ſatisfaciat. Eſto enim concipiantur lineæ ex Magneticis ſpiritibus compoſitæ tanquam virgulæ, & radii, qui etiam ex continuo partium ſuccedentium fluxu aliquam quaſi firmitatem, habeant qualem concipimus in ſaliente, ſeu aqua à perenni fonte ejaculata; non video tamen cur ulla propterea ſequatur attractio. Si enim in porulis ferri reſtringuntur hi radii; ideo ſanè quia porulos non directè ſibi oppoſitos nanciſcuntur; ergo ſi internè flectuntur, ideo quia in externum poruli latus impingunt; ergo tantum abeſt ut hoc modo attractionem aliquam cauſent quin immò in ferrum impreſſionem efficient. Quantumvis enim in omnem partem verſaverim, hujuſmodi antecedens, nempe quod ſpiritus Magnetici, componerent radios quaſi continuos & refractos, nunquam tamen potui concludere, ergo magnes & ferrum concurrent. Neque enim angulus ille ad modum cubiti efformatus quidquam juvat approximationem; niſi partes extremæ illius radii ſeu remotiores à Magnete, ad illum redeant.

Paritas verò quæ affertur de chordis intrà aſſerem inſertis, ſolida non eſt, cum maxima ſit diſparitas inter partes ſeipſis continuas, & per unionem aliquam, vi cujus ſi una loco dimoveatur alteram ſequi neceſſe ſit, immò totam ſeriem inflecti & ſeriem partium liquidarum ratione continui fluxus lineam efformantium. Hujus enim ultimæ ſeriei, ſi partem à cœpto itinere deflectere cogas, non propterea reliquæ ſequentur.

Secundò non explicatur in hac hypotheſi directio Magneticorum corporum. Si enim magnes in orbem radios emittit tanquam radios, non propterea ſequetur, peculiaria in Magneticis ſitus, multò minùs inclinatio, atque adeò duæ ex præcipuis Magnetis proprietatibus, nempe directio, & inclinatio nullo modo in hac ſententia locum habent, nec video aliquid proferri, ex quo videantur promanare.

Tertiò diſtinctio facierum in Magnete nullo modo probatur, nec explicatur, quomodo emanatio una alteri ſit ſuo modo contraria, & cur ferrum nonnunquam attrahat, nonnunquam item repellere videatur; debuiſſet enim dicere, vel meatus aliter efformatos eſſe, aut ſpiritus alio modo ſe habere, vel aliquid hujuſmodi.

Quartò declinationis cauſa ſufficiens non traditur. Eſto enim Magneticæ telluris fibræ ab Auſtro in boream protendantur, quare ſequetur ſimilis in verſoriis directio. Addo mutationis declinationis Magneticæ cauſam improbabilem afferri, nempe quod emoveantur loco hujuſmodi fibræ, & modo magis modo minùs à ſitu meridiano exorbitent; partes enim fixæ eædem videntur permanere, ſed partes ſpirituoſæ, & mobiles alicui potius mutationi obnoxiæ eſſe poſſunt.

Quintò addo motum continuum iſtorum ſpirituum eſſe valdè difficilem, multóque difficiliorem, quam ſint omnes Magneticæ attractiones. Addo quod ſi continuò effluerent hi ſpiritus, nempe ita ut quaſi ſalientes efficerent, brevi exhauriretur virtus Magnetica. Evaporantur quidem ex odoriferis corporibus aliqui ſpiritus, ſed ad modum lenia alicujus vaporis, in Magnete autem adſtruitur tale ſpirituum effluvium, ut etiam ferrum poſſit loco dimovere, ex quo concludo vehementem eſſe hujuſmodi fluxum, & conſequenter brevi totum Magnetem in ſpiritus commutandum.

PROPOSITIO XX.

Opinio Patris Honorati Fabri circa Magnetiſmum proponitur.

Pater Honoratus Fabri fusè ſatis de Magnetiſmo agit, & in multis à noſtra ſententia non diſſentit, illius modum in hac propoſitione examinandum ſuſcipio, & primò quidem ea omnia proponam quæ nobis ſunt communia.

Magnetem eſſe corpus mixtum ex materia lapidea, & metallica primò aſſerit, addam ego me expertum eſſe, omnes lapides vena ferrea fœtos, duplicem habere polum, in Sabaudia autem venæ ferreæ marmore albo ut plurimum immixtæ. Quod verò aſſerit poſt Gilbertum ex Magnete chalybem educi, facilè admitterem cum chalibs à ferro non differat, niſi in modo temperandi. Quidquid tamen ſit certum eſt portionem lapideam non eſſe Magneticam, ſed tantum ferream; nam educto chalibe in reliquo nulla reſtat virtus,

item

item ſi ex Magnete eæ partes reſecentur, quæ lapideæ ſunt, eæ nullam virtutem Magneticam exhibebunt. Sed neque in portione metallica præcisè ſumpta virtus Magnetica poſita eſt, cùm poſt fuſionem totum metallum reſtet, virtus tamen Magnetica pereat; neque enim in fuſione metallorum producitur ulla forma ſubſtantialis. Dixi præcisè ſumptâ, quia puto in partium coordinatione præcipuè ſitam eſſe hanc virtutem; unde ſi in fodina inveniretur ferrum purum, haud dubiè generoſſimus eſſet magnes. Vult tamen virtutem Magneticam in aliquo alio conſiſtere nempè in ſpiritibus: quod probat, eò quòd Magnetis affrictu aliquid accedat ferro, illud autem non eſt forma ſubſtantialis, quia manet eadem ferri ſubſtantia. Secundò ſi incurvetur violenter, aut malleo contundatur, aut diutius digitis attrectetur ferrum, perit hæc verticitas; ergo forma ſubſtantialis non eſt, quæ nunquam generatur ſine mutatione ſenſibili accidentium tanquam diſpoſitionum. Deinde probat id quod à Magnete in ferro ponitur non eſſe qualitatem abſolutam, 1. Quia nullum accidens agit ad intrà, ſed hæc virtus in ferro impetum producit. 2. Si eſſet qualitas, reciperetur in omni ſubjecto capaci ſui eff ctus formalis, & ſuum effectum haberet qui cum ſit motus, & directio, etiam in ligno, & aliis metallis eum præſtaret, præcipuè cùm certum ſit quod in iis recipiatur. Deinde modus agendi oſtendit qualitatem non eſſe, nempe quod colligatur verſus polos, neque enim hoc in qualitatem cadere poteſt, quæ non migrat de ſubjecto in ſubjectum. Item qualitas illa in ferro producta nunquam deſtrui deberet, quod nunquam eſſet fruſtra, nec habeat contrarium. Multis tamen modis deſtruitur; Nam per rubiginem non tranſit, ita ut acus Magnetica quæ prius alias acus trahere poterat, ſi rubiginem contrahat id non poſſit, derersâ rubigine ſuam virtutem producat. Denique ſi eſſet qualitas reſtringeretur in medio, non eſſet ſibi ipſi contraria; & cæteræ quæ argumenta ſatis fusè ſupra explicui.

Ex quibus benè concludit, id quod à Magnete ferro communicatur eſſe corpus, ſed tenuiſſimum quod poros eius ſubire poſſit. Addit tamen corpuſcula illa longiora eſſe, quia nempe cum unum extremum ad unum polum, aliud ad alterum convertant, ſi ſphærica eſſent, aut polyedra, nulla eſſet potior ratio, cur unum potius punctum, aut faciem ad polum ita converterent, aut etiam ferrum in quo ſunt, converterent; poſſent enim ipſa corpora dirigi, ſine ulla converſione ſubjecti in quo exiſterent. Quare oblonga eſſe oportet eamque faciem ad eum polum ſemper convertant, quem in prima creatione reſpexerunt. Hactenus cum Patre Fabri mihi optimè convenit. Jam ad explicationem hypotheſis veniamus.

Explicat autem ſuam hypotheſin hoc modo ut cogitet totam virtutem Magneticam in corpuſculis oblongis quaſi acubus primigineis poſitam eſſe, quæ in Magneticis poris delıteſcant parallelæ inter ſe, quæ quantum poſſunt omnes unum ſuum extremum ad polum arcticum, aliud vero ad Antarcticum convertunt. Hæc corpuſcula oblonga ſunt quaſi acus Magneticæ, quæ hanc vim ſe dirigendi ad boream & Auſtrum ex propria indole & natura habeant, conſequenter tamen ſuum vas ſeu Magnetem, etiam ad ſimilem ſitum convertant. Quare cum in iſtis primigineis acubus tota hæc vis poſita ſit, explicandum reſtat, quomodò hanc vim habeant, traducitur enim difficultas à Magnete ipſo, ad acus iſtas primigenias, neque hoc invento quidquam explicatur, niſi quæ pertinent ad communicationem virtutis, & quomodo unum, ſubjectum afficiat, aliud vero deſerat, aliaſque circumſtantias. Quare reſtat inquirendum, & quomodò hæ acus primigeniæ accedant ad invicem, & quomodò dirigantur ad polos cæteroſque effectus præſtent, in quo ſi nihil aliud aſſertur, quam quod communiter ab aliis proferrur ad explicandam attractionem Magnetis, à Magnete, in ſubſtantia non videtur differre, ſed tantum in aliquo adjuncto; nempe quod virtus non in ipſa ſubſtantia Magnetis, ſed tantum in ſpiritibus Magneticis conſiſtat. Ita ergo primò directionem explicat:

Acus Primigeniæ in eum finem creatæ ſunt, ut primum ſemper aſpectum, quantum eſt de ſe ſervarent. Ergo hanc de ſe virtutem habent. Sicut enim ignis finis eſt calefacere, corpora mixta conſtituere, eorumque particulas invicem implicare; ita ut ſi nihil harum præſtare poſſet fruſtra eſſet; finis illarum acuum eſt ſuum ſitum ſemper obſervare, quare ſicut quæri non debet ulterior ratio, cur ignis potius calefaciat quam aqua, cum ipſa ignis natura talis ſit, quam in ſe noſcere non poſſumus, ſed ex effectu quem producit, ita etiam de iſtis acubus primigeniis ratiocinandum eſt. Pariter ſicut quia cum Deus optimè noſſet, ad rerum corporearum conſervationem vim aliquam calorificam, non quidem continuam, ſed per vices participatam neceſſariam eſſe, ideo ſolem creavit, qui id muneris præſtare poſſet; pari modo cum ſciret hominibus neceſſariam eſſe locorum cognitionem, huic uſui acus illas primarias deſtinavit, ut eſſent in loca, nempe ut cœli aſpectus indicarent. Denique ſicut lapis gravitatem habet quæ motum producat neceſſarium, ut cum aliis partibus unum totalem globum componat, ſic acus illam vim habent, ut ſuum finem obtineant. Ad hoc autem neceſſarium fuit, ut pars una determinata, Auſtrum, alia vero boream reſpiceret, ne ſi indifferenter ſe haberent, eſſet aliqua perplexitas. Atque hoc tantum de directione dicit.

De adhæſione, & attractione ita habet una acus primaria ſeu unum corpuſculum alteri adhæret. Probat autem ex eo quod acus noſtræ Magneticæ inter ſe adhæreant. Ratio eſt quod cum finis iſtarum acuum, ſit indicare loca, cum una tantum eo munere defungi non poſſet, cum multis aliis conjungi debuit, ſicut enim quia partes telluris fruſtra eſſent, niſi in unum globum coaleſcerent, ideo virtutem motivam habent, ita etiam iſtæ acus ſe habent, à fine iſto extrinſeco.

Addit unam acum primariam ad aliam diſtantem poſſe accedere, quod pariter ex fine probat. Vult etiam hunc motum eſſe ab intrinſeco, ita ut una acus ab alia non trahatur, ſed ſit quaſi communis acceſſua, quo pars borealis unius, ad Auſtralem alterius accedit, quod pariter ex fine probatur.

Cætera omitto, neque enim totum eius tractatum hic referre libet: Poſitis autem iſtis fundamentis reliquas Magnetici motûs circumſtantias explicare conatur, ſequuntur autem omnes ſatis facilè.

Diſplicet autem primò hic modus explicandi, quod à fine valde extrinſeco rem totam deducat, nempe quod Deus lapidem produxerit ad cognitionem locorum, & aſpectuum, ita ut per ſex an-

notum millia latuerit hic finis, fueritque inutilis tota hæc virtus Magnetica. Ideoque credibile eſt alium eſſe finem, nempe ut partes terræ immobiliter eoſdem cœli aſpectus exciperent.

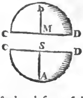
Secundò hic modus ratiocinandi per finem non ſatis phyſicè rem explicat. Scio quidem devenendum tandem eſſe ad primum aliquod motuum Magneticorum principium, & quidquid tandem dicetur, licet aliò difficultas traducatur, ſemper erit aſſignanda aliqua cauſa immediata. Ego tamen vix poſſum iſta concipere, quod acus una ad aliam diſtantem feratur niſi ſit aliquid transfuſum per medium. Sicut non admitterem lapidem extra athmoſphæram poſitum in terram caſurum, ita etiam non ſatis concipio quomodo una acûs primigeniæ extremitas polum boreum reſpiciat, alia Septentrionalem, ita tamen ut plus inclinetur ad propiorem, & magis recedat à remotiore, ſi nihil propagetur per medium. Quare in hac hypotheſi inclinationem ſatis explicari non puto, nec etiam declinationem: & quoad inclinationem falſum habet inclinationem Magnetis æqualem eſſe elevationi poli, cum hoc repugnet experientiis omnibus.

PROPOSITIO XXI.

Sectiones Magnetica.

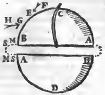
Poſtquâm quid ſentiam circa Magnetis naturam hactenus fusè ſatis explicuimus, conſequens eſt, ut de eius proprietatibus præcipuis diſſeramus, oſtendamúſque benè, cum explicatâ eius naturâ cohærere.

Inter præcipuas autem proprietates Magnetici corporis, erit habitudo quam inter ſe habent, aut cum corpore Magnetico à quo avulſæ ſunt, variæ illius partes. Primò ergo ſecetur magnes per planum æquatoris, aut per planum æquatori parallelum. Dico fore ut illa duo Magnetis ſegmenta, mutuò ſecundùm duas facies, per ſectionem ortas conjungi appetant, & hoc benè

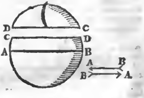


ſequi, in noſtra hypotheſi cum facies B eadem perſeveret, quæ priùs, ſitque borealis: hoc eſt omnes partes, aut ſpiritus Magnetici, habeant facies boreales obverſas ad B, facies oppoſitæ meridionales obverſæ erunt verſus lineam C D, in ſegmento ſcilicèt CBD. E contrà verò in ſegmento CAD, cùm facies auſtrales omnium partium, ſint obverſæ ad A, Septentrionales erunt obverſæ ad lineam C D; ſed facies meridionales appetunt conjungi cum Septentrionalibus; igitur ſi movere ſe poſſint duo ſegmenta Magnetica, conjungentur rurſus ſecundum lineam CD. Perinde autem erit ſive punctum C ſegmenti CBD, concurrat cum puncto C, ſegmenti CAD, ſive cum alio quolibet, quia virtus Magnetica unam tantum dimenſionem ſpectat; ideò illi erit indifferens, quomodocúmque conjungatur in ordine ad alias dimenſiones.

Secundus modus quo dividi poteſt magnes, erit ſi dividatur, in duo ſegmenta per ſectionem axi parallelam. Tunc duo illa ſegmenta, ſecundùm ſectiones illas, ex diviſione in duobus ſegmentis ortas unientur; ſed mutato ſitu, ut ſi Magnes cujus poli A & B, dividatur per axem unumque ſegmentum, ita ſuſpendatur, ut moveri poſſit, dico fore ut conjungantur quidem illa duo ſegmenta, ita tamen, ut punctum B, unius reſpondeat polo A alterius. Quod melius in nullâ hypotheſi explicari poteſt quam in noſtrâ.



Sit enim Magnes qui dividatur per axem AB, ſi eius ſegmentum ADB, deponatur in plano horizontali, aliud verò ACB, ſuſpendatur, ita ut in orbem circumagi liberè poſſit, dico fore ut punctum eius B, quod priùs intimè conjunctum erat cum puncto B, alterius ſegmenti, reſpondeat puncto A, ſegmenti ADB, & quamtúmvis de hoc ſitu deturbetur ſemper ad illum ſe reſtituet.



Ratio hujus rei in genere erit, quia facies borealis B, ſegmenti BCA, non poteſt conjungi niſi cum auſtrali ſegmenti A D B. Hæc tamen ratio non videtur ſatisfacere, ſi enim priùs benè cum facie B ſegmenti inferioris conjuncta erat, quid ni factâ diviſione poterit rurſus conjungi. Videtur autem quod debeat ita conjungi, quia ſi punctum B reſpondeat puncto B, omnes ſpiritus Magnetici, & omnes partes ejuſdem rationis in eandem plagam obvertentur, poterúntque & ſe invicem conſervare, & unire ſuas vires, ad agendum ſimul, producendóſque aliquos effectus Magneticos. At verò ſi conjungantur eo ordine præpoſtero, ut punctum A, unius reſpondeat polo B alterius, ſibi invicem contraria erunt duo ſegmenta, nullum effectum Magneticum habebunt nec ad boream, & auſtrum movebuntur, ſed ſi ſuſpendantur, ad eam plagam convertentur, quam ſors tulerit. Denique ſuam virtutem ita imminuent, ut ſi diutiùs in eo ſitu permaneant; tandem virtutem omnem Magneticam amittant. Hæ ſunt rationes quibus talis ſitus probatur eſſe perniciosus Magneticis ut vere eſt; unde ab intrinſeco oriri poſſe non videretur, quibus rationibus in communi hypotheſi difficillimum eſt reſpondere, in noſtra autem non item.

Dico ergo primò nullam eſſe virtutem attractivam

ſtivam puncti B, in ſegmento BCA; à puncto B ſegmenti BDA, quia utráque eſt borealis, duæ autem boreales non ſe attrahunt. Sed neque propriè loquendo, & directè eſt ulla virtus in A in puncto B, ſegmenti BCA, ut attrahat, aut attrahatur à puncto A, alterius ſegmenti, nempe ut juxta ponantur, ſeu ad latera, quia virtus Magnetica tendit tantùm, ut duæ facies borealis unius, & auſtralis alterius coaleſcant. Secundùm quod boreales ſunt, & auſtrales, non autem ſecundum quod nec boreales ſunt, nec auſtrales, unde iſta diſpoſitio propriè partibus tribui non debet: ergo ſpiritibus Magneticis Diximus autem ſupra ſpiritus Magneticos in egreſſu à polo Magnetis, & partibus vicinis, ſeparari ſenſim ab invicem, ita ut versùs planum æquinoctiale diſponantur contrario ſitu, quam in Magnete. Dum ergo ſeparantur hæc duo ſegmenta Magnetica, & aliquo intervallo inter ſe diſtant, ſpiritus ab uno emiſſi, incurrunt in ſpiritus ab alio ſegmento emiſſos inconcinnè, hoc eſt ita ut facies auſtrales, in ſe invicem incurrant: ex quo fit, ut Magnetes ſenſim ad eum ſitum adducant, in quo facies auſtrales jungantur, faciebus borealibus: quod tantùm accidet quando punctum A, unius ſegmenti, reſpondebit puncto B alterius. Nam tunc ſpiritus ex puncto B egreſſi, habent faciem Meridionalem versùs B, & Septentrionalem verſus A, è contrà ſpiritus è puncto A egreſſi, Septentrionalem habent in S, nempe prope A, & Meridionalem prope M. Unde incurrunt in ſe invicem facies amicæ, & mediis ſpiritibus partes A & B, ſe invicem attrahunt, quæ ex ſeipſis attrahere non deberent, in ſitu quem figura exprimit. Quia facies A & B, non ſunt productivæ ſuæ virtutis in communi opinione ſecundum lineam æquatori parallelam, ſed tantum ſecundum lineas axi parallelas; aut ſi ſint productivæ, ſecundùm lineam æquatori parallelam, illa qualitas eſt dubiæ virtutis.

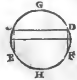
Sed propter ſpiritus effluentes fieri poteſt, ut etiam in ſitu non ita convenienti, duæ partes ſe trahant, ut ſi ſit obelus EF, cujus extremitas auſtralis E, ſit in ſitu quo vides, trahi non deberet à partibus borealibus, ſed tantùm in ſitu GH, in quo facies auſtralis G incurrit directè in partes boreales Magnetis. Spiritus tamen efficient, ut etiam in ſitu parallelo EF, trahatur extremitas E; quia ſpiritus jam ſufficienter converſi ſunt, ut partes eorum boreales incurrant in E.

Quare dum duo ſegmenta conjuncta ſunt, & unum Magnetem efficiunt, ita ut pars A, unius reſpondeat parti A alterius, non erunt in ſtatu violento quamvis partes A, ambæ ſint auſtrales, & quia illæ partes non ſe tangunt niſi ſecundùm eas facies, quæ ſunt indifferentes, & ſpiritus in ſingulis contenti, non incurrunt in ſe invicem. Hoc enim habent ſpiritus incluſi intra ſingulos poros, ſeu canaliculos parallelos axi, ut quamdiu ſunt in Magnete vel ferro, non facilè exorbitent ad latera. Cujus rei luculentam habemus experientiam in obelo tangente polum Magnetis in medio, virtus enim in ſpiritibus utique conſiſtens, ita ſe extendit ſecundùm longitudinem illius obeli, ut tota intrà ferrum contineatur, nec ſe effundat ad latera. Pariter dico cum totus Magnes, quaſi conſtet canaliculis, axi parallelis, & ſpiritus in ſingulis ſimiliter excurrentes, & facies boreales ad eamdem partem obvertentes, ſe intra canaliculos contineant, non eſt cur iſtæ facies, ſibi invicem ſint contrariæ. Dum verò ex canaliculis illis incipiunt erumpere, incipiunt ab invicem ſeparari hinc inde, donec incurrant in ſpiritus, ab parte oppoſita erumpentes. Quod de Magnete dico, idem de obelis dicendum eſt, ſi enim admoveantur ad invicem, aut potius unus alteri ſuperponatur, cuſpis unius alterius fuſcinulæ reſpondebit, & in tali ſtatu, non dirigentur ad polos. Poſſunt tamen duo obeli, ſimul conjungi & connecti, ita ut ex duobus unus fiat, & tunc verticitatem ſuam exercebunt.

Unde ſuſpicari quis poſſet ſolum ferrum & Magnetem, eſſe corpora Magnetica, quòd poros, & canaliculos, in directum excurrentes, & parallelos habeant, qui tales ſint, ut ſpiritus Magnetici iis contineantur, at in aliis corporibus, cum pori in omnem partem ferant ſe invicem, ita expellunt facies ejuſdem rationis, nec ſpiritus benè ſint paralleli, unde verticitatem nullam exercere poſſunt.

Ex dictis facilè percipies differentiam inter diviſionem factam per axem, aut planum ipſi parallelum & diviſionem factam per æquatorem, aut planum ipſi parallelum: nam in prima facies nec propriè amicæ ſunt, nec inimicæ, ſed tantum extremitates fiunt inimicæ ratione ſpirituum. Ex quo fit ut in aliqua diſtantia ſe averſentur extrema ejuſdem denominationis, ſi tamen conjungantur illæ duæ facies, etiam ita ut extrema ejuſdem rationis coaleſcant, hanc unionem admittent; quia tunc ſpiritus ſufficienter ad invicem non inclinant, ut facies ejuſdem rationis ſibi obvertantur. At verò in diviſione factâ ſecundùm planum æquatori parallelum, duæ facies ſimpliciter amicæ ſunt, quia hæc ſectio perpendicularis eſt ad lineam ſecundùm quam excurrit virtus Magnetica.

Notandum item eſt, eſſe aliquam differentiam inter duo ſegmenta Magnetis, orta ex ſectione factâ per axem, & ex ſectione facta per planum axi parallelum, ſaltem in Magnete Sphærico, aut ellyptico. Differentia autem eſt quod ſi in Magnete ſectio facta fuerit per axem AB, ſi ſegmenta ita reponantur, ut ſitum priſtinum obtineant, nulla erit unio inter hæc ſegmenta; quia partes ſe tangunt, ſecundùm quod Magneticæ non ſunt. At verò ſi diviſio fiat ſecundùm lineam æquatori parallelam, quæ ſit CD, ſi reponantur ſegmenta obtineántque ſitum priſtinum; erit aliqua unio inter illas partes. Nam punctum D, ſegmenti minoris CGD, boreale eſt, punctum vero D habet aliquid auſtrale ratione ſegmenti DBF; ideóque adhærebunt ſibi invicem. Si reſecarentur ſegmenta DBF, CAE, nulla ſentirentur talis unio, & adhæſio;

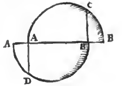


quia licèt puncta D, utriúſque ſegmenti eſſent borealia, quia tamen opponuntur ad latera, nullam habebunt unionem. Cùm ergo additur ſegmentum DBF, quoad ſegmenti CGD partes boreales obvertit facies auſtrales; neceſſariò aliqua orietur adhæſio Magnetica. Unde in Magnete cylindrico idem non eveniret, quia deeſſent ſegmenta CA, DBF protuberantia.

Si verò ſegmentum CGD pauliſper removeatur à ſegmento CHD, eodem modo ſe habebit,

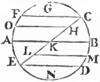
ac ſegmentum ortum ex diviſione factâ per axem, hoc eſt ſitum alternabit, propter rationes allatas.

Propter eandem rationem in ſectione factâ pee axem, ſi duo ſegmenta denuò ſibi invicem applicentur, ita ut unom promoveatur ſupra alterum,



ut figura ſatis iodicat, cohærebunt habebúntque adhæſionem Magneticam. Nam ſi abſcioderentur ſegmenta BCB, ADA, manerent quidem illa duo ſegmenta contigua, ſed ſine adhæſione Magnetica: eò quòd partes componantur, ſecundùm quod Magneticæ non ſunt. Sed addito ſegmento BCB, quod partem auſtralem B, obvertit ad borealem B, cum reliqua eius omnia puncta obvertant facies auſtrales, ad boreales ſegmenti ABD, oriri unionem Magneticam neceſſe eſt; idem dico de ſegmento ADA, reſpectu ſegmenti ACB.

Reſtat ut aliquid dicamus de ſectione quæ neque ſit parallela axi neque ad illum recta: ut ſi



Magnes AGBH, ſecaretur plano repræſentato per lineam EC, inclinatam ad axem AB. Ductis lineis FE, CD; ſupponantur abſciſſa ſegmenta FAE, CBD, jam conſiderentur duo corpora Magnetica, EFGC, CDHE, axis prioris erit FC, aut alia quælibet, ſecundi verò axis erit ED, quamdiu conjuncta erunt ut priùs, ſine ullâ adhæſione Magneticâ remanebunt, quia punctum E, utriúſque auſtrale eſt, ſicut etiam punctum C. Si verò ab invicem abſtrahantur, qnia probabiliter eorum axes erunt FC, ED ſimileſque ſpiritus emanant ex F, & D, qui ſibi mutuò incurrent ſecundùm facies ejuſdem rationis; illi movebunt Magnetes, ſitúmque alternum reddene, eo prorſus modo quo diximus. Jam ſi addi ſupponantur ſegmenta EAF, CBD, ſegmenti autem EAF facies E, borealis eſt, & ſegmenti CEDB, facies E auſtralis eſt: poterunt ergo convenire etiam ſeparata, ſi modò ſegmeotum EAF, ſuperet virtutem illam à ſpiritibus ſibi incurrentibus prodeuntem.

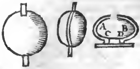
Ut verum tamen fatear antequam ulteriùs in hac materia aliquid concludatur, plurimæ ſectiones faciendæ eſſent, exiſtimo enim qood ferè ſemper mutabitur ſitus. Ponamus enim ſectionem, non parum aberrare ab æquarore, & axes eſſe LM, NO, (quò enim ſectio magis ad æquatorem accedee, eò novi axes minùs diſtabunt ab axe totius Magnetis: clarum quod mutabitur ſitus, ſi unum ſegmentum Magnetis ſuſpendatur, ut nempe, extrema axium L & N, conveniant: ſed ut dixi; ut optimè peocedat ratiocinatio, experientiis munienda eſſet.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Argumentum virtutis in Magnete armato, ſecundum propoſitam hypotheſin explicatur.

Primum qood occurrit explicandum, erit augmentum illud virtutis Magneticæ, in Magnete armato. Et primò quidem propooendæ ſunt aliquæ methodi ad armandum Magnetem. Prima erit ſi Magneti quantùm fieri poteſt lævigato, ad po-



los A & B, lamina ad eius formam excavata, cujus craſſities, ſit mediocris ita aptetur, ut eum ambiat, & qoaſi veſtiat, & ne excidat addi poterit hinc inde ferreum locum CD.

Secuodus armandi Magnetis modus erit, ſi laminæ ferreæ, duo annectantur quaſi cornua, quæ Magnetis polis lævigatis optimè quadrent. Hoc habet peculiare quòd duo poli Magnetis ſuas vires exerceant in duabus extremitatibus, & conſequenter eidem ferro applicari poſſint; & duplum pondus ſuſtinere valeat, hic magnes pe e applicationem utriúſque poli; illius quod unico polo elevare poſſet.

Tertius modus erit ſi perforetur magnes, eximatúrque eius axis, & pro Magnetico axis ferreus inſeratur, optimè cum illo congruens. Hunc modum difficiliorem puto, & periculoſiorem; Vidi tamen Magnetem magnitudinis uoius nucis, hoc modo armatum, qui ſtylum ferreum ſatis magnum ſuſtentaret.

Poteris facilè experiri an vires armati Magnetis prævaleant, viribus inermis Magnetis; nam ferrum aliquod admove armato Magneti, ſemper majus, & majus quamdiu illi ſuſtentando erit ſufficiens Magnetis virtus: tum detractâ caſſide ſeu armaturâ, nudum Magnetem eidem admove, deprehendes non poſſe idem ferrum ab eodem Magnete ſed inermi ſuſtentari. Vel quodcumque ferrum armaturæ Magnetis applicitum retrahe, ſenties aliquam reſiſtentiam, detractâ armaturâ, idem ferrum Magneti detrahe minorem ſenties reſiſtentiam.



Si velis aliquid exactiùs, adhibe bilancem, cui ex una parte ſuſpendes ſtylum ferreum, adjecto in lance oppoſitâ pondere, quòd æquilibrium faciat; tùm ab inferiori parte, Magnetem armatum appones, & ſenſim pondus in lancem adjicies, donec tantum non ſeparetur ſtylus ferreus, exime caſſidem videbis detrahendum eſſe aliquid ponderis

deris in lance oppoſita, ut ferrum Magneti adhæreat. Hic modus exquiſitus eſt, oſtenditque præciſè, quantùm armatus præſtet inermi; conſtat autem præſtare. Quæriturque in hac propoſitione quænam ſit cauſa hujus incrementi; & an in propoſitâ hypotheſi, id explicari facilè poſſit.

Revocandæ autem ſunt ſuperiùs allatæ experientiæ, ut priùs conſtet quid accidat, & quinam effectus producatur; antequam eius cauſam quæramus.

Primum experientiâ compertum eſt, licèt Magnes armatus pondus ſuſtineat, cui inermis impar fuiſſet: Sphæram tamen activitatis anguſtioribus finibus circumſcriptam habere. Experimentum facilè eſt. In menſa depone pixidem Magneticam, eique ſenſim armatum Magnetem admove, donec aliquem in acu motum deprehendas; exime armaturam, & Magnetem eodem ſitu, hoc eſt, eundem polum objiciendo, ſenſim admove, donec æqualem motum in acu deprehendas, certò metieris an ſphæra activitatis armati Magnetis ſit contractior. Pater Leoutaud contendit non coarctari; Gilbertus, & Cabæus aſſerunt.

Secundò verſoria meliorem verticitatem non concipiunt, ſive ab armato, ſive ab inermi Magneticè excitentur, ſaltem nulla hactenus notata eſt differentia. Audiveram ab aliquibus in communicandâ virtute, inermem armato longè præſtare: id tamen aſſerere nolim, videtúrque mihi difficilis experientia.

Tertiò hic exceſſus virtutis, armati ſupra inermem, facili negotio impeditur, ſi enim pulviſculus, vel arenula armaturæ adhæreat, aut ſi eam chartâ contegas, armatus Magnes inermi non præſtabit.

Hæc difficultas philoſophorum torſit ingenia, & in varias ſententias abduxit. Nonnulli ad ſympathiam recurrere, quæ major intercedit, ferrum inter & ferrum, quàm Magnetem inter & ferrum, Sed primò nomine ſympathiæ nihil explicatur, niſi ulteriùs oſtendatur effectus ille, ſympathiæ, & ſimilitudini naturæ jure tribuendus. Neque item ex eo ulla apparet ratio, cur etiam poſito, quòd ſympathia id præſtet, arenula vel pulviſculus omnem ferri ad armaturam adhæſionem interrumpat. Secundò non major eſt ſimilitudo Magnetis cum ferro, quam ferri cum Magnete, ſed armatus Magnes, majorem Magnetem ſuſtinere poteſt, quam inermis: ergo id ſympathiæ, & ſimilitudini naturæ tribuere non poſſumus.

Alij id referunt ad denſitatem ferri, quam ab incude, & malleo acceptam habet: item ad munditiem, quam majorem per varias expurgationes conſequitur. Certum eſt enim agentia denſiora vehementiùs agere, quamvis intenſiorem non habeant qualitatem: eò quòd partes denſæ ſint magis unitæ inter ſe, minúſque loco diſtantes, quàm raræ. Sic ferrum candens acriùs urit, quàm carbones, à quibus habet, ut incandeſcat. Sic etiam licèt ferrum omnem virtutem à Magnete recipiat, quia tamen denſius eſt ipſo Magnete, effectus aliquos perfectiores producet.

Quamvis hæc reſponſio non careat omni ſpecie veri, non explicat adhuc cur tantum ſit augmentum virium, ut quadruplum pondus ſuſtineat armatus Magnes. Nec etiam redditur ulla ratio cur, obice tam modico impediatur hoc augmentum; cur verſorio major virtus non communicetur, & decreſcat, aut ſaltem non creſcat amplitudo Sphæræ activitatis. Nam verſorium etiam ferrum eſt bene temperatum, æquè expurgatum, & æquè capax illius augmenti; poſſétque loco armaturæ nudo Magneti applicatum, virtutem illam æqualiter participare.

Similes patitur difficultates aliorum reſponſio, qui cum animadvertant trans virgam ferream, virtutis Magneticæ radios refractionem aliquam pati, id accidere credunt, quod accidit luminis radiis, qui ſæpè per refractionem ita colliguntur, ut denſiores, & intenſiores evadant, ignémque producant; ut accidit in Sphæris Cryſtallinis aut lentibus convexis. Verum ſi nihil aliud dicatur, videtur remanere tota difficultas, cur interpoſito quolibet obice, hæc omnis virtutis intenſio, non ſuperat vires minus intenſæ virtutis, nec proportione quâdam pertranſit chartulam aliquam, aut aliud medium non Magneticum.

Pater Leoutaud primò ab experientiâ ſupponit non tantum requiri, ut ferrum ſuſpendendum armaturam immediatè tangat, ſed etiam ut armatura immediatè adhæreat Magneti, ita ut interpoſitâ quâlibet chartulâ impediatur omne virtutis augmentum. Addit inſuper evenire nudo Magneti, ut ſi interponatur illum inter, & ferrum ſuſpendendum, vel minimus obex, non ſuſpendat tantum ferri pondus, quantùm ablato illo obice; ita ut virtutis imminutio ſit valdè notabilis. Oſtendere igitur conatur neceſſitatem immediati contactûs, reſpectu inſigniorum effectuum. Supponit autem virtutem Magneticam aliter ſe habere in Magnete, quàm in puro medio, eò quòd purum medium ſit indifferens ad illam recipiendam, egeátque propterea continuo Magnetis influxu, ut in eo conſervetur. Ex quo concludit quòd dum virtus Magnetica incipit afficere purum medium, alius modus afficiendi incipiat; hoc eſt dum primùm, à Magnete, in medium, nec actu, nec potentiâ Magneticum incurrit virtus Magnetica, majus longè decrementum patitur, quàm ſi produceretur in medio Magnetico, quia etiam ſubjectum aliquam vim confert; & quaſi concurrit. Dum ergo ferrum à Magnete diſtat, quia virtus antequam illud attingat, per purum aliquod medium tranſmittitur; ideò magnum in eo medio detrimentum paſſa, non excipitur cum tanta intenſione, ac ſi immediatus eſſet contactus. Unde jam vides rationem cur nudus magnes, multò majus ferri pondus ſuſtineat, ſi ferrum illi immediatè admoveatur, quam ſi chartula, vel aliquid hujuſmodi, quod puri medii rationem haberet, interponeretur.

Magneticarum igitur virium per armaturam incrementum naſcitur, eò quòd virtus Magnetica longè perfectiùs ferro communicatur per immediatum, & ſuppoſiti contactum, quàm ſi medium quodlibet non Magneticum intercederet. Quare Magnes in armaturam ſibi immediatam, & ad vim excipiendam aptiſſimam, virtutem inſerit validam, quâ armatura ipſa fœta, ferrum afficit vehementiſſimè: ad quod non mediocriter confert, tum armaturæ, tum ferri admoti denſitas, puritas, temperatura, politura, præſtantia &c. Nec parum etiam juvat, utriúſque ad virtutis à Magnete effuſæ radios, ſecundùm eorum curſum excipiendos aptitudo.

Nihilominus quamvis veriſſimum ſit, immediatum contactum requiri, & facilè ei concedam virtutem Magneticam maximum in puro medio detrimentum pati: nego tamen ex eo principio deduci poſſe hanc concluſionem; igitur majus

ferri

ferri pondus armaturæ adhærebit, quàm Magneti nudo. Nam ut ſibi optimè objicit, ſi armatura pro ſua perfectione radios à Magnete emiſſos perfectiùs excipit, & pro ſua denſitate aptiores, ad agendum, tranſvehit in ferrum ſibi adhærens; nonne ferrum Magneti immediatè applicitum eos radios excipiet, tam copioſos, ac armatura. Cur ergo non tam adhærebit, ipſi Magneti, vel ſi mavis, cur ferrum armaturæ magis adhæret, quàm armatura Magneti. Reſpondet quidem id oriri eò quòd armatura, ſuâ puritate radios jam perfecit, & ad agendum vehementiùs comparavit, ita ut ferrum armaturæ immediatè adhibitum radiis concitetur, jam ſecundò aptiùs diſpoſitis; perfecti enim fuerunt in armaturâ, & perficiuntur ſecundò, dum ferrum ſubeunt.

Sed hâc reſponſione non ſolvitur difficultas, immò & recurrunt, quæ ipſe aliis objecit nempe non ſolvitur cur verſorium non excitetur meliùs per armaturam quàm à Magnete. Conatur reſpondere, ferrum alteri ferro non communicare virtutem quæ perduret, ita ut omnis virtus ferro permanenter communicata, ſit tantùm à Magnete, quam haurit immediatè ab ipſo, nullâ armaturæ habitâ ratione. Nihilominus non ſolvitur difficultas; quæro enim vis ſuſpendendi ferri, nonne eſt virtus Magnetica, quæ cum purior, & ad agendum efficacior ſit, cur verſorium perfectius non immutat? cur nihil ferrum, quod ſit permanens recipit. Non enim affertur ulla ratio immo nec afferri poteſt in opinione communi: multò minus quod Sphæra activitatis detrimentum aliquod patiatur; neque cur ſi ferrum ſit longiſſimum, licet in eo Sphæra activitatis ſit productior, nihilominus non totum afficiat Magnes.

Tertiò hæc quam attulit, reſponſio, occaſionem præbet alteri objectioni, nempe quod ſi ideò ferrum meliùs armaturæ cohæreat, quàm armatura Magneti, eò quòd ſecundò perficiatur, ſequeretur (inquam) quod ſecundum ferrum meliùs primò adhæreat, quàm primum armaturæ. Reſpondet quidem non eſſe mirum ſi hoc non accidat, quia tota virtus, quâ ferramenta ſibi invicem adhærent, eſt à Magnete, & quæ ſenſim imminuatur. Sed quod ipſe dicit de ſecundo ferro, hoc dicam de primo reſpectu armaturæ, meliúſque ſecundum hanc reſponſionem armatura debebit adhærere Magneti, quàm ferrum armaturæ. Multa alia dici poſſunt, quæ prætermitto; unum tantùm notari velim, Patrem Leotaud etiam nolentem coactum fuiſſe uti vocibus quæ opinionis noſtræ propriæ ſunt, quales ſunt iſtæ, *virtutis Magneticæ radios meliùs excipit ſecundum curſum quem habent.*

Dico ergo veram rationem augmenti virtutis in armaturâ, ad ſuſtinendum ferrum, ex eo provenire quod ferrum plurimos ebibat radios, hoc eſt ſpiritus Magneticos, qui diverſi hinc inde decurrerent. Et ne aliquid aſſumere videamur, hoc egregiè confirmamus experimento ſæpius allato, virtutis Magneticæ in ferro refractionem patiente, ità ut ſpiritus qui aliàs diſperſi fuiſſent, in ferrum colligantur, ob paratiſſimos ibi poros, & accommodatiſſimos, ad excipiendos tales ſpiritus. Colliguntur igitur in armaturam plures radij, quàm ſint in Magnetis parte ſibi reſpondente, eò quòd ex materia ſolidiori, denſiori, & magis defœcatâ, conſtet. Hos autem radios, etiam ab aliis partibus ebibit, & haurit. Cum enim aptiores in ferro ut dixi poros, ſpiritus Magnetici nanſciſcantur, quàm in puro medio, immò & quàm in parte æquali Magnetis, propter minùs expurgatam materiam, Magnes enim nullus purus, nullus qui partes multas non habeat ex alienâ materiâ conſtantes; accurrunt undique, propter concatenationem illam quam habent inter ſe, unde fit, ut conſertiores in eo ſint. Dum ergo aliud ferrum, armaturæ admovebitur pluribus ſpiritibus extremum eius afficietur, quàm ſimile extremum armaturæ afficiatur à parte Magnetis ipſam tangente, propter impuritatem Magnetis, & heterogeneam materiam, unde mirum non eſt ſi firmiùs illi adhæreat, quàm armatura Magneti. Nam armatura aliunde quàm à parte Magnetis ſpiritus haurit, quos omnes in extremum illud, quo ferrum admotum tangit. Meliùs ergo adhærebit ferrum armaturæ, quàm armatura Magneti: addo conformitatem pororum in armatura, & in ferro admoto, aliquid etiam conferre ad majorem adhæſionem. Dum verò armaturæ alius Magnes admovebitur, propter eandem rationem meliùs illi adhærebit, quàm immediatè ipſi Magneti, quia plures & conſertiores, ibi invenit ſpiritus, quàm ſi immediatè alteri Magneti admoveretur. Hoc igitur oritur ex vi refractivâ ſpirituum, quæ ferro ineſt, vi cujus ad ipſum confluunt conſertiſſimi ſpiritus. Sed hæc explicatio meliùs intelligetur ex ſolutione difficultatũ priùs propoſitarum, quæ faciliùs ſolventur ſecundùm hanc ſpirituum diffuſionem, quàm in opinione communi, qualitatis accidentalis, in quâ refractionis hujus, nulla poteſt ſatis probabilis afferri ratio.

Primò intelligitur ſufficienter cur interpoſito obice quocumque, ut vel tenuiſſimâ chartâ inter armaturam, aut ferrum aut inter Magnetem, & armaturam, ceſſet omnis iſte virtutis exceſſus. Nempe quia pori iſtius chartæ, pulviſculi, aut aëris interpoſiti, non ſunt aptiſſimi ad excipiendos ſpiritus, qui fluunt tantùm ſecundùm menſuram iſtorum meatuum. Sicut ergo etiamſi canalem habeamus capaciſſimum, qui ingentem aquæ copiam effunderet, ſi ea pleno alveo in eo flueret, ſi tamen in alterutro iſtius canalis extremo aliquod ſeptum fuerit, medio foramine pertuſum, non ampliùs aqua fluet ſecundùm capacitatem totius alvei, ſed ſecundùm capacitatem foraminis, & quamvis ſeptum illud tenue fuerit, parum intereſt; fluet enim aqua ſecundum foraminum in ſepto illo exiſtentium magnitudinem. Idem proportione quâdam dicendum eſt in hâc materia: diverſitas igitur meatuum eſt cauſa illius, tam notabilis decrementi, à quocumque corpore etiam tenuiſſimo cauſari.

Secundò intelligitur cur Sphæra activitatis Magnetis armati nullo modo creſcat, immò ſi vis etiam decrementum aliquod patiatur. Nam cum hæc Sphæra præcipuè oriatur ex multitudine ſpirituum quâquâ verſum commeantium, ſi plures impendantur in armaturâ, & in eam confluant, pauciores reſtabunt ut Sphæram activitatis occupent & componant. Expertus ſum quod Magnes immiſſus in ſcobem ferream, intrà pixidem aliquam, à tanto intervallo non commoveat verſorium, à quo ſolebat nudus, excuſſa ſcobe ferrea; cujus rei nulla melior ratio afferri poteſt, niſi quod ſpiritus Magnetici plerique intra ſcobis ferreæ poros influerent. Nam alia excogitari non poteſt, cum nulla virtus activa per ſe agendo defatigetur.

Tertiò intelligi poteſt cur non melior verticitas communicetur ab armato Magnete, quàm ab inermi; quia ſcilicèt non plures verſorium excipit radios, quàm ſint in armaturâ, licèt armatura

plures

plures habeat quàm exeant per eam partem Magnetis quam tangit, atque adeò non majorem virtutem acquirat, quam ipſi tribueretur à Magnete, ſi loco Magnetis, armaturam tangeret.

Ex his colliges rationem cur ſi Magnetem in ſcobem ferream immittas totus hirſutus appareat, præcipuè verſus polos, nam quicumque pulviſculus ferreus Magneti adhæſerit; loco armaturæ ſe habet, aliumque trahit, hic tertium, & ita conſequenter, donec tandem ita decreſcat Sphæra activitatis, ut ampliùs, hic ultimus alium attrahere non poſſit. Oſtendimus autem cur hi quaſi pili, aut fila ſe averſentur invicem, & refugiant. Evidens etiam fit, cur multæ partes Magnetis quæ nudæ apparent, tegantur quidem hoc pulviſculo, ſed non ſibi invicem grana adhæreant; quia nempe in illis plagis Magnes modicam habet virtutem trahendi, nec eàm communicat ſufficientem, ut unum alteri uniatur.

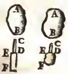
Quod dixi de ſcobe ferrea adhærente ipſi Magneti immediatè, dicendum eſt proportionaliter de eâdem ſcòbe, ipſi etiam adhærente trans chartam aliquam, aut aſſerem; quæ tamen non in tam longos pilos efformatur, eò quòd ut diximus, charta intermedia, multùm de virtute Magnetis deterat. Si verò loco laminæ ligneæ, aut cupreæ, ferream adhibeas, adhærebunt identidem illi laminæ grana ſcobis ferreæ, non tamen in fila cohærebunt. Ratio eſt quia per laminam ferream refringitur virtus Magnetica, nempe ſecundùm eius longitudinem, unde ſe habebunt grana ſupra laminam, eo modo quo ſe habent circa planum æquatoris Magnetis.

Si ferreâ, aut Magneticâ ſcobe calamum repleas, ſi accideret ut pulviſculorum facies omnes amicæ obverterentur, haud dubiè verticitatem haberet talis calamus; quod cum ſit ferè impoſſibile, eò quòd exigua in ſingulis virtus Magnetica inſit, & quæ non poſſit eos convertere, ideò hi pulviſculi in calamum intruſi, eodem ferè modo ſe habent, ac acus ferrea, quæ Magnetem nunquam ſenſit. Unde adhærebit Magneti, verticitatémque contrahet; immo etiamſi nullam ex ſe verticitatem habeat, ſi tamen exquiſitè ſuſpendatur, aut natare permittatur, aliquam ex tellure tranſeuntem accipiet, dirigeturque ſecundum lineam meridianam.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Ferrum, aut magnes ignobilior, validiori Magneti obelum ſubripit.



Hæc eſt difficultas in quâ explicandâ deſudarunt multi, inter quos Gilbertus, Cabæus, & Pater Leoutaud; habétque paradoxi alicujus ſpeciem. Experientia communis eſt & trita, Magnetis AB polo B brevior obelus adhæreat, cujus alteri extremo D, ferrum aliud EF, ita admove, ut eum tangat, adhærebit obelus CD ferro EF. Quòd ſi ulteriùs trahas, obelus dimittet Magnetem AB, ſequeturque ferrum admotum EF; hujus quæritur ratio. Facit autem difficultatem, quòd videatur ferrum EF, aut Magnes infirmior EF, majores habere vires quàm habeat magnes robuſtior AB: nihilominus certum eſt quòd adhæſio, quæ apparet in puncto E, major quàm in puncto B, ortum habet à Magnete AB, nam remoto Magnete AB, non ampliùs obelus CD adhæret Magneti, aut ferro EF. Igitur ad eam ſaltem partialiter concurrit magnes AB. Exiſtimavit Gilbertus quòd in ferro, aut minore Magnete FE, major ſit virtus, quàm in Magnete AB, utique ipſi communicata: quod ſatis eſt difficilè probare, quia fieri non poteſt in opinione exiſtimante virtutem Magneticam eſſe ſimplicem qualitatem ut agens validius, alterius minoris ita virtutem intendat, ut ſuammet ſuperet. Fateor quidem cum ipſo majorem eſſe adhæſionem in puncto D, quàm in puncto B, quod etiam ipſe aſſerit, non puto tamen ſufficientem afferri rationem, cum dicit ideò majorem eſſe adhæſionem in puncto D, quòd in eo tres cauſæ concurrant, nempe virtus ferri EF, quam accepit à Magnete AB, virtus obeli CD, & virtus ipſa Magnetis AB. Nam punctum E, ſupponitur eſſe intra fines ſphæræ activitatis Magnetis AB; in puncto verò B, duæ tantum concurrunt, nempe Magnetis AB, & obeli CD; cum ſphæra activitatis minoris Magnetis EF, non pertingat uſque ad B. Nihilominus hæc ratio ſi nihil aliud addatur, ſolida non eſt: nam virtus Magnetis AB, longè ſuperat reliquas duas, & in puncto E jam ita decrevit, ut compenſare poſſit omnem virtutem minoris Magnetis. Adde quod cum pro minori Magnete ſubſtituitur ferrum EF, quod ex ſe omni caret virtute, ita ut nullam habeat niſi communicatam à Magnete AB, non concurrunt in puncto E tres cauſæ. Deinde cur magnes EF, quò debilior erit, eò faciliùs abripit ferrum CD, & faciliùs ſubripit obelum breviorem, quàm longiorem. Denique cur in puncto D, adhibitâ leviſſimâ charta ceſſat iſta adhæſio, in puncto E, quæ circumſtantiæ non ſatis explicantur. Meliùs eamdem ferè rationem explicat Cabæus; vult enim ut validiſſimi Magnetis AB virtus perveniat ferè integra ad punctum E, Magnetis verò FD virtus exilis vix perveniat uſque ad B, unde juvet virtutem Magnetis AB, in puncto E, non autem in puncto B; non tamen explicat quomodo interjectâ minimâ chartâ inter Magnetem aut ferrum EF, & obelum CD, ceſſet omnis iſta adhæſio, & revolet obelus ad Magnetem AB.

Quare puto hanc difficultatem eodem modo ſolvi poſſe, quo ea quæ in ſuperiori propoſitione explicata eſt de armato Magnete; immò eandem eſſe puto. Si enim obelus CD ſumatur pro armatura, quærebatur cur majus pondus ab armatura CD, pendere poſſet, quam à Magnete AB, & conſequenter cur ferrum meliùs adhæreret armaturæ CD, quàm aliud ferrum, aut etiam armatura ipſa Magneti AB: hoc enim ſemel conceſſo ſequitur effectus propoſitus, nec aliter evenire poteſt, quamdiu ferrum adhibebitur in puncto E, aut magnes debiliſſimus. Si enim magnes EF, virtutis eſſet majoris, obelus CD ſe haberet tanquam armatura etiam reſpectu Magnetis EF, intenderetúrque adhæſio in puncto C, aut B. Apparet etiam ratio cur requiratur immediatio ſuppoſiti, tota igitur ratio petenda eſt, ex collectione radiorum in

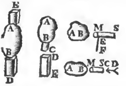
obelo CD, non tantùm ex parte Magnetis AB, qui tangebat illum, ſed etiam ex aliis, qui collecti in puncto D, meliùs uniant ferrum EF. Non rejicio etiam rationes Patris Cabæi, quibus ſi accedant eæ rationes quas fusè explicui propoſitione præcedenti, ſufficiens apparebit difficultatis ſolutio.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Magnes à ferro juvatur.

Aliqua experimenta explicanda ſuſcipio in propoſita hypotheſi, quibus apparet Magnetem à ferro juvari. Experimentum tale eſt. Sit enim fer-



rum paulò majus, quàm ut à Magnete AB, ſuſtineatur, admoveatur ferrum AE alteri polo A, poterit magnes AB, ferrum BD ſuſtinere.

Ratio eſt quod ferrum AE, ſpiritibus Magneticis ſaturetur, eóſque colligat qui per ſphæram activitatis huc illuc diſpergerentur, qui collecti in ferro CD, conſertiores & robuſtiores evadunt, ſimúlque cum Magnete AB, unum totale agens componunt, validius ad effectus Magneticos præſtandos, quàm ſolus magnes.

Secundò Magnes armatus juvatur, non tantùm ad ſuſpendendum majus pondus, ſed etiam in aliquâ diſtantiâ ad majorem virtutem producendam. Nam ſi Magnetis inermis polum obvertas ad verſorium, quod adhuc non commoveat, adhibito eidem polo ferro, incipiet illud commovere, quia propagatur virtus per ferrum, & producitur longiùs, ſaltem intenſior perſeverat aliquo tempore.

Tertiò juvatur magnes ad ſuſpendendum ferrum, alio ferro remotiore, ut ſi Magneti AB, admoveatur ferrum BC, quod tantum non ſuſtineat. Si adhibeatur ferrum DE, adhærebit ferrum C Magneti BC, modò DE, non tangat. Si enim tangeret, Magneti A B, ferrum BC ſubriperet. Ratio cur juvet adhæſionem B, eſt quia verè excipit ſpiritus Magneticos; ſitque Magneticum agens unde per modum unius, cum Magnete poteſt concurrere.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Ferrum à Magnete juvatur.

Si ferrum MS, Magneticè excitatum, cui adhæreat obelus EF, aut certè vix adhæreat, admove Magnetem AB, ſecundùm polum amicum, hoc eſt ita ut poli B, & M ſint diſſimiles, id tamen fiat non in parvâ diſtantiâ, hoc eſt non ita ut magnes B, propiùs admoveatur, ſed tantùm, ferrum CD ſit intra ſphæram activitatis, nam tunc aliquam à Magnete AB, ferrum MS, virtutem habebit, quâ intendetur eius virtus.

Sit ſecundò ferrum MS, Magneticè excitatum, quod tantum non poſſit commovere verſorium CD, adhibe Magnetem AB, commovebitur verſorium CD, ſive id oriatur ex Magnete AB immediatè, ſive quod magnes A B, virtutem ferri augeat. Hoc ſecundum melius dici poteſt, quia etiamſi magnes A B ad latera apponatur, ita ut non directè reſpiciat verſorium CD; nihilominus verſorium, accurret directè ad ferrum CD; ergo ſignum eſt virtutem Magnetis in ferro recipi, ita ut augeatur ea virtus quam primò habebat.

Hac occaſione quæri poteſt cur ferrum non conſervet totam eam virtutem quam habet præſente Magnete, ſi enim virtus Magnetica eſt accidens, quod producitur in ferro, cur aliqua pars ita conſervatur à Magnete, ut egeat perpetuò eius influxu, alia verò non, ſed perduret in ferro, etiam amoto Magnete: neque enim dici poteſt ferrum non eſſe capax majoris virtutis, cum adhuc majorem à potentiori Magnete accipere poſſit. Vix puto hanc difficultatem ſatis ſolvi poſſe in communi opinione.

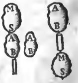
Quare dicendum puto aliquos ſpiritus ita connecti cum ferro, ut ab eo ſeparari non poſſint, præcipuè verò cum ſint in ſubjecto convenienti, nec majorem habeant compreſſionem, quam exigit eorum natura. Ubi verò præſente Magnete, aliquod majus effluvium immittitur, cum in ferro ſint conſertiores, quàm par ſit; ablato Magnete ſuperflui avolant, remanéntque, ut priùs cum ſuis ſpiritibus exceptis ſecundùm capacitatem ſubjecti: à potentiori autem Magnete aliquid majus permanenter excipit. Quia cum majore vi, emittantur iſti ſpiritus, dilatantur pori, ſitque ferrum plurium capax, quos retinet ablato Magnete. Hæc eſt mea mens, quæ ſi omninò non ſatisfaciat, illi tamen acquieſco, donec in aliis hypotheſibus aliquid proferatur quod melius ſatisfaciat.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Magnes Magneti nocet, & prodeſt.

Explicandi nobis ſunt varii modi quibus Magnetem à Magnete adjuvari contingit. Sit ergo



primò magnes AB, cui ſecundùm polos amicos addatur magnes MS, dico fore ut polus B Magnetis AB, evadat fortior, multóque majus ferrum ſuſtineat, quàm antea.

Ratio erit quòd cum duo Magnetes, AB, SM, ſitum convenientem habeant, obvertent facies ſimiles ad punctum B, verbi gratiâ partes boreales, ita ut nulla ſit pars in duobus Magnetibus, quæ non obvertat faciem borealem, ad idem punctum B, nulla quæ auſtralem oſtendat, atque adeò

nulla

nulla eſt quæ ad ſe ferrum BE, non alliciat, & quæ non iotendat ejus adhæſiooem.

Secundò ſit polus, B borealis A auſtralis, ſit pariter S auſtralis, M borealis, hoc eſt contrario, & inimico ſitu, hi duo Magnetes conveniaot, experientia compertum eſt, nec juvari, oec deteriorem reddi virtutem poli B: cujus rei nulla datur ratio in opinioo e communi, immò oſtendi ex hoc uno experimento ſatis coovelli. Nam certum eſt punctum B eſſe intrà ſphæram activitatis totius Magnetis SM; cum ſphæra activitatis nonnunquam ad unum, aut alterum pedem pertingat; cum ergo omnes partes Magnetis SM, facies auſtrales obverſas habeant ad polum B, in eo polo B, qualitatem auſtralem producere deberent. Et licet in eodem polo B, partes Magnetis A B producant qualitatem borealem, fiet mixtio qualitatum in polo B, atque adeò eo modo ſe habebit polus B, quo communiter ſe habent partes cujuſlibet Magnetis circa planum æqnatoris poſitæ. Nam quòd dicit Pater Leoutaud quòd virtus Magnetis AB, quia illi peregrina eſt virtus Magnetis SM, eam probibebit aditu, neſcio quid ſignificet: nulla virtus in agentibus impeditur omninò, ſed quotieſcumque dantur duo agentia contraria agunt, & repatiuntur. Ipſe verò non ita philoſophatus eſt, dum agebat de productione duarum qualitatum in eâdem parte ejuſdem Magnetis: unde puto opinionem communem impeti validè hâc experientia. Nam ſi duo Magnetes eodem modo ſe habeant, quo ſe babent duo quælibet agentia contraria, quæ ita agunt, ot omnes partes utriúſque intra ſphæram activitatis alterius conſtitutæ ſimul, & agant, & repatiantur: ergo polus B, qui intra ſphæram activitatis Magnetis SM conſtituitur, quantumvis agat in eum, detrimentum tamen aliquod patietur, neque enim virtutes activæ expenduntur in reſiſtendo, ſed in agendo.

Ego paulò aliter ex noſtris principiis rem expedio. Dico enim ita conſtitutis Magnetibus, ſpiritus Magneticos, ex polis A, & S exeuntes ſe invicem fugere, ita ut non ſe attingant, eò quòd ſecundùm facies ejuſdem denominationis, in ſe invicem incurrant, ex quo ſequitur, ut aliquod fiat ſine ullo ſpiritu ſpatium, unde interrumpitur otriúſque actio, ut ad alterum non pertingat. Vel ſi velis dicito ibi non pertingere actionem Magnetis SM, quò non perveniunt illius ſpiritus, aut ſaltem non conjunguntur cum aliis, cum qoibus actione communi agere poſſint, ſed ſpiritus Magnetis SM, neqoe cum ſpiritibus Magnetis AB, unum agens totale componere poſſunt, cum diverſas, immo contrarias actiones habeant; neque ſpiritus amborum confundi poſſunt, ut aliqui ex SM ad punctum B pertingant: Ergo nulla ſequetur actio. In partibus tamen vicinis pugnabunt ambo Magnetes, ſeque invicem deſtruent, & ſpoliabunt ſpiritibus Magneticis, donec tandem ſe invicem, ot ita dicam perimant.

Tertiò duo Magnetes ſe invicem poſſunt juvare reſpectu alicujus effectus, ut ſi poli ejuſdem denominationis, eidem ferro applicentur; quamvis enim ad invicem malè ſe habeant, poterunt tamen hi duo ſimul aliquod pondus trahere, quod ſeparatim non poſſent.

Quia nempe ſuppoſito, quòd poli B, & S. boreales ſint, poteruot idem extremum auſtrale ferri MS attrahere, multò meliùs ſe ad invicem haberent hi duo Magnetes, ſi axes eorum eſſent paralleli, etiam dum poli eandem plagam reſpiciunt, quia tunc eodem modo ſe habent quo duo hæmiſphæria ejuſdem Magnetis diviſi per axem, ſi iterum conjoogantur. Quod ſi poli diverſæ denominationi, axibus inclinatis conjongantur benè ſe babent Magnetes ad iovicem, non tamen in ordine ad aliquem effectum Magneticum, inter utrúmque Magnetem producendum, ut ſi inter AB & SM, poſito quòd polus B ſit borealis, & S meridionalis non ſuſpendetur ferrum in medio, quia licèt trahi poſſit à polo verbi gratiâ B, expelletur à polo S. Io quibus omnibus difficultatem non video.

Pariter dum pendet ferrum à Magnetis polo, ſi illi ſubjiciatur alter magnes polo amico, ſeo alterius rationis, jovabitur illa adhæſio, ſi tamen inferior magnes in illo ſitu convenienti eſſet infirmior, tangeréque ferrum ſubduceret illi potentiori ot oſtendimus.

Denique ſi ſubjiciatur alios magnes, ferro pendenti ex Magnete, ſed ita ot obvertatur polus inimicus, vel decidet ferrum, quia repelluntur ſpiritus Magnetici, nec tantâ copiâ accurrunt, vel ſi adhæſio illa non tota deſtruatur, extremitas inferior ejuſdem ferri pendentis in partem unam detorquebitur: ut nempe fugiat, polum ſibi inimicum. Quæ eſt etiam ratio, cur ſi ex polo Magnetis, verbi gratiâ boreo, pendeant pili ex ſcobe ferreâ compoſiti, ſi admoveatur infra alterius Magnetis polus item boreus, decidant pleráque grana, & quæ adhærebunt in partem averſam refugiant, quaſi à vento contrario diflarentur. Multa alio hujumodi afferri poſſunt quorum multa ſunt communia, & in omni hypotheſi expiicari poſſuot.

PROPOSITIO XXVII.

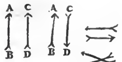
Theorema.

Combinatio obelorum, & verſoriorum varia.

Cogimur hic repetere quæ in limine hujus tractatus propoſuimus, debuimus enim experientias præponere; ut iis conſtitueremus certa principia quibus niteretur tota noſtra ratiocinatio. Conſtitutis autem quantùm licuit in materiâ ſatis peregrinâ, & mirabili, principiis, nunc eaſdem experientias revolvimos, ut oſtendamus quàm benè cum principiis cohæreant.

Prima ſit hæc, ſi duo verſoria, quæ quamdiu extra fines ſphæræ activitatis conſtituta ſunt, lineam meridianam oſtendunt, & conſequenter ſunt parallela, ſenſim admoveantur, in ſitu illo parallelo permanebunt. Oſtendimus enim ſupra partes tam auſtrales ad invicem, quam boreales eſſe inimicas ratione ſpirituum: cum ergo extremitas A fugiat extremitatem C, ſicut extremitas B, fugit extremitatem D, non poſſit autem A fugere C, niſi B accedat ad D, manebunt in æquilibrio; & qood mirum eſt ſi unirentur hi duo obeli, optimè conſentirent, & uniti conſervarentur, ſtatímque connaturalem obtinerent; ſeparati tamen non conſentiont, ſed ſe invicem fugiant. Quamvis autem unum extremum verbi gratiâ A, viribus prævaleret, fortiúſque extremum C expelleret, quam expellatur fuſcinula D, ab

extremo B, deficeret tantiſper à parallelismo; nunquam tamen convenirent. Poſſunt aſſumi hæc



duo verſoria inæqualis longitudinis, ſicut duo Magnetes quamvis inæquales, non deſinent ſitum minùs convenientem habere; etiamſi inæquales habeant axes, quoties poli ejuſdem rationis eaſdem plagas intuebuntur, quia etiam tunc ſpiritus ex uno polo egreſſi, incurrunt in ſpiritus à polo ejuſdem rationis immiſſos ordine præpoſtero, & ſecundùm facies inimicas. Si cuſpidem A manu verſus cuſpidem C impellas, ſeipsâ movebitur cuſpis C, & fugiet, quia cum in tali caſu retrahatur fuſcinula B, minuitur reſiſtentia, & augetur vis cuſpidis B, cum fiat viciniot cuſpidi C.

Impoſſibilis ferè eſt caſus, in quo duo verſoria, in plano horizontali alterno ſitu diſpoſita maneant parallela, quia ſi vel tantiſper cuſpis A magis acceſſerit ad fuſcinulam C, quàm fuſcinula B ad cuſpidem D; prævalebit cuſpis A, & attrahet validè fuſcinulam C, eique conjungetur. Quæ omnia ſunt facilia ex præpoſitis principiis, & difficultatem nullam continent.

Si duo verſoria ſuperponantur hoc eſt in diverſis planis horizontalibus; ſi diſtantia fuerit modica, ita ut validè poſſint agere alternatim ſe habebunt; hoc eſt cuſpis unius ſubjicietur fuſcinulæ alterius, ut figura ſatis exprimit, nullumque habebunt actum Magneticum, hoc eſt non dirigentur ad meridiem & auſtrum.

Si verò paulò remotiora ſint, cuſpides ab invicem recedent, una ad Occidentem & alia ad Orientem, ita ut ſi æqualis fuerint virtutis, linea meridiana inter utrámque jaceat, ſi unam contra aliam impellas, alia recedet, ſi unam ab alia abducas, ſequetur, donec ad lineam meridianam accedat non ſequetur ulteriùs. Et tandem dimiſſa, rurſus hanc è ſuo loco deturbabit.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

De communicatione virtutis Magneticæ.

Omnis magnes propè alium collocatus, ſecundùm ſitum amicum, & convenientem meliùs conſervatur, immò, & augmentum habet aliquod virium, meliorique notæ evadit; E contra verò ſi in ſtatu diſconvenienti fuerit, deſtruitur ſenſim. Ex quo clariſſimum eſt rupes Magneticas ſtatum convenientem habere, alioquin tam diuturno tempore, quo intra ſphæram activitatis terræ inveniuntur, virtutem haberent imminutam, immò omni prorſus virtute carerent, unde ſtatum convenientem habere neceſſe eſt. Vidimus autem ſuprà, ſeparatas Magnetis partes, niſi ſectio fiat perpendicularis ad axem, non ſemper diſponi eodem modo, ſed contrario, ita ut ſi ex caute aliqua Magnetica ad ejus quaſi latera, hoc eſt non directè ſecundùm polos partem aliquam ſecueris, dubitari poſſit, an hæc pars illius ſegmenti, quæ polum verbi gratiâ arcticum dum conjuncta erat cum totâ rupe reſpiciebat boream; ſeparata boream ſpectare debeat. Ad quam ſolvendam difficultatem ſuppono, quod probavi initio iſtius tractatûs; nempe Magnetica à terra dirigi, quare ſi cautes illa fuerit pars terræ, hoc eſt unum totum componat, cum tellure Magnetica dirigente, cum ea pars quæ abſcinditur, in aliqua rupe Zonæ temperatæ, non ſecetur perpendiculariter ad axem, ejus pars auſtralis à telluris polo boreo allicietur. Sicut enim in Magnete pars abſciſſa, contrarium ſitum habet; ergo pars quæ Auſtrum reſpiciebat, dum erat conjuncta terræ, & cum eâ unum totum componebat partem auſtralem ad polum boreum convertet. Sed Gilbertus aſſerit, Magnetem in vena ſua magnum viginti librarum, obſervatis primùm ejus terminis, & ſignatis excidi curaviſſe, & erutum in cymba ſupra aquam collocaſſe, ut liberè converti poſſet & tunc illico faciem, quæ in minera Septentrionem ſpectabat, in Septentrionem pariter ſupra aquas ſe convertiſſe; & in eo puncto tandem acquieviſſe.

Unde concludo mineram hanc non eſſe partem globi terreſtris, & ſe habuiſſe reſpectu illius tanquam ſeparatum quid Magneticum, cujus pars quæ auſtralis fuiſſet, ſi conjungeretur cum ſuo toto, reſpicit polum boreum, & forſitan quod rupes hæc Magnetica non à ſua forma virtutem habuit Magneticam, ſed ſolum à terra quæ illi diuturnitate temporis vim Magneticam communicare potuit, ſicut ferro illam communicat, faciliùs tamen ferro propter excellentiorem materiam.

Ferrum excitatum Magneticè, levem aliquam alteri ferro virtutem Magneticam communicat quæ citò pereat, & à contraria virtute ſtatim deſtruatur; ita videmus ferrum quodcumque jacens in plano horizontali extra lineam meridianam, indifferenter attrahere modò fuſcinulam, modò cuſpidem verſorii.

Variis modis ferrum à Magnete virtutem Mag-



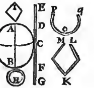
neticam poteſt accipere. Primò ſi eum non tangat, ſed per aliquod tempus illi ſit vicinus magnes. Cur requiratur aliquod tempus, rationem reddidimus ſupra meliùs tamen per contactum. Secundò ſi ferrum Magnetis AB, polum boreum B, tangat, quomodocúmque ſe habeat, & in quamcúmque partem ejus longitudo ſe habeat, ſive directè reſpiciat axem, ſive ſitum habeat obliquum, ad axem; ſemper virtutem Magneticam eodem modo concipiet. Cujus ratio non poteſt alia reddi, niſi quòd ſpiritus Magnetici in obelo refractionem patiantur: eodem modo licet non tam intenſam virtutem concipiat obelus, ſi ejus cuſpis tangat punctum G, inter æquatorem EF, & polum B poſitum. Item ſi medium acûs, tangatur

à puncto

à puncto æquatoris concipiet pariter virtutem Magnericam, modò in partem borealem, & auſtralem eius longitudo protendatur; non tamen ultra utrumque polum excurrat.

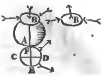
Si virga ferrea HI, in medio ſuæ longitudinis polum Magnetis tetigerit, duo eius extrema eandem virtutem habebunt; verbi gratiâ ambo borealem, quod experiemur ſi ſeorſim utrumque extremum ad verſorium admoveamus, videbimus enim ab utroque fuſcinulam attrahi, medium autem illius virgæ, quod nempe polum A tetigit, alliciet cuſpidem; quod ſi virgam in puncto A dividas, jam utraque pars ſeparata dirigetur ad auſtrum, & Septentrionem, quamvis virga tota, & integra nullam verticitatem oſtenderet; nec poſſet dirigi ad lineam meridianam.

Idem eveniet ſi virga ferrea tangatur in medio, à puncto inter æquatorem, & polos conſtituto, ut à puncto K.



Si in puncto æquatoris collocetur medium alicujus virgæ, quæ Magnetis longitudinem ſuperet, in puncto extremo E, erit virtus auſtralis ejuſdem rationis ac in polo A, in extremo G borealis; in puncto F auſtralis; in D borealis: perinde enim ſe habet ac ſi punctum D, à polo A tangeretur, & à polo B, punctum F. Quæ omnia facilè explicantur per ſpiritus Magneticos, in opinione communi non item, hæc enim refractio vix in eâ locum habere poteſt.

Si polo B, Magnetis annulum admoveris, eius extremum H, è diametro oppoſitum polo B; virtutem auſtralem habebit: idem dicendum eſt de Rhombo AI, cujus punctum I virtutem borealem habet; & licèt ſpiritus ſimiles uniantur in punctis H, & I ſecundum faeies ſimiles; nihilominus non ſunt in ſtatu violento, optiméque inter ipſos convenit. Quod non magis mirum videri debet, quàm cum duo Magnetis per axem diviſi ſegmenta, in locum ſuum reponuntur, conveniunt quidem ſpiritus quamvis ſimiles, ſi per poros valdè vicinos, & quaſi unitos exeant, ut in omni totali Magnete accidit; diſconveniunt tamen, ſi diſtent ea duo fragmenta ab invicem. Vnde peſſimè fiunt verſoria, quæ in rhombum, aut annulum formantur; ut ſi rhombus in puncto K, tangatur polo boreo Magnetis, punctum K erit auſtrale, puncta M & L borealia, quæ cum ſint ejuſdem rationis, & inter ſe diſſita, perpetuum exercebunt diſſidium, donec ſe invicem interimant. Quare ſi ex filo ferreo, aut chalybeo conſtruatur verſorium, roſarum Magneticarum, quod ferè ſemper rhombi figuram habet, ita conjungantur extrema ut in unum coaleſcant, alioquin non erit diuturna eorum verticitas; Polo B Magnetis AB imponatur lamina ferrea convenientis craſſitiei; non ſolum ad eius limbum accurrent cuſpides verſoriorum, ſed etiam ad eius centrum; quod nempe polò Magnetis boreo tangitur; quamdiu tali



puncto conjunctus erit polus Magnetis, ſi enim ſeparetur à Magnete lamina, non ampliùs ad eius centrum accurret cuſpis verſorii, ſed fuſcinula. Cujus rei difficillimum erit rationem invenire, niſi recurramus ad ſubſtantiæ Magneticæ effluvium aliquod, quæ per laminam excurrit, facieſque boreales habeat ad extremitatem laminæ ſpectantes. Quamdiu verò, centro laminæ ſubjicitur polus Magnetis item boreus, pars illa ſpirituum quæ in puncto B, lamellæ invenitur, obvertit faciem ſuam auſtralem ad polum boreum Magnetis, ideóque facies eius borealis foras ſpectat, & allicit etiam acus verſoriæ cuſpidem, dum verò ſummotus eſt magnes, ſpiritus qui in eadem parte B lamellæ relinquuntur, non obvertunt ampliùs faciem auſtralem ad polum Magnetis; ſed ſe accommodant cæteris ſpiritibus per totam lamellam ſparſis, quorum facies boreales ſpectant limbum laminæ: neceſſe eſt, ut facies auſtrales ſpectent centrum, atque adeò non jam ampliùs cuſpidem verſorii attrahant, ſed fuſcinulam. Hæc mihi videtur eſſe vera ratio hujus effectûs.

In eodem caſu laminæ interpoſitæ inter polum Magnetis, & verſorium, non tanta vi allicitur verſorium à polo Magnetis, cujus rei ſignum eſt quod ſi nudo Magnetis polo admoveatur verſorium, illicò accurret acus, crebriſque, & conciſis vibratiunculis indicabit ſe validè attrahi, ubi verò interpoſita fuerit lamina, vibratiunculæ in majores arcus excurrent, nec tam crebræ erunt. Cujus rei ratio videtur eſſe, quòd interpoſitâ laminâ, aliò deriventur.

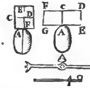
Ex quo ſequitur quod ſi magnes fuerit debilioris virtutis, non attrahetur cuſpis, ſed potiùs fuſcinula, ut ait Gilbertus.

Propter eandem ferè rationem, ſi laminæ circularis limbus admoveatur polo Magnetis A, auſtrali verbi gratiâ fuſcinula allicietur ab omni puncto periphæriæ, ubi verò ſeparata fuerit à Magnete, duos polos habebit F boreum, E Auſtralem, ſuúmque æquatorem CD, ita ut totus ſemicirculus CED alliciat fuſcinulam verſorii, ſemicirculus verò CFD cuſpidem. Quod vix aliter explicabitur, niſi concedatur aliter communicari ſpiritus Magneticos, per laminam dum adhæret Magneti, aliter dum ab eo ſeparata eſt. Scio item dici poſſe eam componere unum totale agens cum Magnete, quando illi unita eſt, in cujus hæmiſphærio auſtrali tota poſita eſt.

Si lamina rectangula alterâ parte longior Magnetis polo admota fuerit, ita ut polus minus latus attingat, erunt poli E, & F æquator pariter CD, axis FE, ut diximus de lamina circulari.

Denique ſi laminæ rectangulæ altera parte longioris, latus majus admoveatur polo

Magnetis A, idem accidet quod virgæ ferreæ quam polus in medio tangit, eruntque latera DE,



FG, ejuſdem denominationis cum polo tangente; medium autem C D contrariam habebit faciem.

Quæ omnia facilè explicantur admiſsâ ſemel radiorum, ſeu ſpiritum Magneticorum perfluvio.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

De Ferro candenti.

Certum eſt quòd ſi ferrum priùs Magneticè excitatum ita calefiat ut incandeſcat, omnem verticitatem amittet, idem de Magnete dicendum eſt, ex quo ſupra aliquod argumentum ſumpſimus ad probandam opinionem noſtram.

Quæritur nunc an ferrum candens, ſit capax recipiendæ varticitatis à Magnete.

Aſſerit autem Pater Kirker, non minùs ferrum candens, quàm frigidum à Magnete allici, idem teſtatur etiam Pater Leoutaud. Ratio videtur eſſe quod licèt calore ferventi, ſenſim evaneſcant qui in poris Magnetis latitabant ſpiritus Magnetici, in præſentiâ tamen Magnetis, cum illud detrimentum continuò reparetur, ſufficientes erunt, ut tandem ferrum ad Magnetem alliciant. An verò ita facilè non auſim aſſerere, mihi probabile videtur ægriùs id fieri: Non tamen ferrum candens ad ſe verſorium alliciet, quia cum priùs quàm verſorium alliciatur, debeat immutari ferrum alliciens, modicè autem immutari poſſit à verſorio, cum immodicus calor eos ſpiritus diſſipet; unde nullus in verſorio motus animadvertetur: dicendum igitur eſt immodicum calorem non eſſe per ſe contrarium Magneticæ virtuti, ſed tantum per accidens, unde ſaltem per aliquod tempus ſubſiſtere poterit virtus Magnetica cum calore immodico.

DE MAGNETE
LIBER TERTIVS.
Praxes à Magnetis naturâ deductæ.

MVLTVM Magnetis natura, mira licèt, & innumeris dotibus, & proprietatibus inſtructa, de ſua dignitate deperderet, ſi inutilis eſſet, nullaſque praxes & uſus ſuppeditaret: quare rationi conſonum videtur, eas praxes, & uſus hoc toto libro breviter perſequi, ut eius fructus quaſi decerpamus, & ex diſputatione ſatis longa aliquid emolumenti percipiamus.

PROPOSITIO I.

Problema.

Verſorium ſeu pixidem nauticam conſtruere.

Præcipuus Magnetis uſus, in verſorio, & pixide nautica poſitus eſt, ſeu in inventione lineæ meridianæ: ex eo enim cætera quæ in Magnete ſuſpicimus dependent, aut certè exigui ſunt momenti. Totum autem artificium in acu ferreâ, aut chalybeâ benè libranda inſumitur. Fit communiter acus valde tennis in medio perforatâ, cui afferruminatur capitellum intus in coni formam excavatum, quòd deinde tereti ſtylo, & acuminato imponitur. Capitellum ferreum non eſt, ſed cupreum. Communiter item ſtylus cui inſiſtir ex cupro elaboratur, licèt nonnulli illi acumen exiguum chalybeum adjiciant; ut exquiſitiùs tota acus libretur.

Quòd ad figuram acûs attinet, hæc relinquitur artificum induſtriæ, unum tamen moneo ne fiant craſſiores, meliùs enim minùs craſſæ verticitatem concipiunt, ne item ſint in toros, & alia ornamenta elaboratæ, quia virtus Magnetica uniformitatem affectat: debent tamen habere diſtinctionem aliquam in extremitatibus, ne quæ meridiem ſpectat, pro boreali ſumatur.

Longiores videntur indicare lineam meridianam, cum majori præciſione, & diſtinctione; quæ tamen ſuperant ſex digitos, graviores redduntur, & non ſatis mobiles.

Materia debet eſſe chalybs puriſſimus, ſine nævo, & benè temperatus.

Cavendum etiam eſt dum acus affricatur polo Magnetis, ut verticitatem contrahat, ne ductibus contrariis id fiat, hoc eſt ne ducatur Magnetis polus à medio ad extremitatem, & rurſus

ab

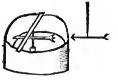
ab extremitate ad medium, quia ſi ita procedatur, deſtruitur ono ductu, quod alio productum fuerat. Sed incipiendo à medio, deſinendum in extremitate; hic contactus fieri debet cum aliquâ morâ: ſufficit ut unus polus tangatur, nunquam enim facultas obvertendi ad Septentrionem communicatur, quin auſtralis etiam producatur.

Pater Kirker vellet unum acûs brachium, alio multò longius, & ut perſeveret æquilibrium jubet addi globulum brachio breviori.

Quamvis acus antequam Magnetem tetigerint, ſint in æquilibrio, ubi tamen verticitatem conceperunt, perit æquilibrium, quia ut diximus pars illa quæ ad Septentrionem dirigitur, in hæmiſphærio boreali inclinatur, quare ut perſtet æquilibrium debet aliquid ab eâ auferri, periculum autem ne ductando limam verticitas pereat. Quare extremitas Septentrionalis paulò levior fieri debet, priuſquàm Magneti admoveatur, vel ſi ex verticitate gravior fiat. Poſtquam ad æquilibrium redacta eſt, rurſus Magnete imbuenda eſt.

Hæc acus includitur arculâ ligneâ, aut metallicâ, non tamen ferreâ benè clausâ & omni externo aëri imperviâ, cui cryſtallus, aut vitrum benè terſum additur, ut trans illud videri, & obſervari poſſit acus.

Cavendum tamen eſt ne vitrum, aut capitellum tangat, ne motum acus ſiſtat, aut ab eo longius diſter, ne acus è ſtylo cui imponitur excidat.



Hic modus ſuſpendendæ acus cenſetur optimus, & experientia comprobatus, poſſent tamen alij excogitari, ut ſi acus duos cardines haberet horizontaliter poſitos, quorum inferior in cavitatem cylindricam insereretur, ſuperior verò in foramen ſimplex. Si cardo inferior acuminatus, aut ſphæricus eſſet, facilè mobilem redderet acum Magneticam.

Poſſent item tenui filo ſuſpendi acus, ſed non ex duobus filis conſtante, neque in ſpiras ducto, quia filum vim faceret acui, ejuſque motui reſiſteret.

Uſus verſoriorum unicus eſt, inventio lineæ meridianæ, cui ut plurimum ſe accommodant, niſi in quantùm declinatio in tranſverſum illa oonnihil agit: unde qui exactam deſiderat lineam meridianam, in ſuâ regione declinationem Magnetis obſervet neceſſe eſt.

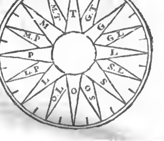
Unum item moneo, verſoria ſi horizontaliter teneantur nunquam ſuam verticitatem amittere, immò verò in dies augere, terrâ ſcilicet, augmentum illud tribuente: multa tamen accidere poſſunt, quæ ea inutilia reddant, præcipuè ſi rubiginem contrahant, ſi ſtyli apex obtundatur, ſi capitellum vitietur. Alia multa uſus ipſe docebit.

PROPOSITIO II.

Problema.

Pixidem nauticam conſtruere.

Verſorium ſimplex oon ſatis accommodatum eſt nauticis uſibus, tanta enim verſorij communis mobilitas, in continuo navigii motu, vix illud conſiſtere permittit; præcipuè ſi capſula non fuerit benè librata, ita ut vix liceat verſorio communi, horas io mari obſervare. Quamvis autem ceſſarent hæc incommoda, cùm acus verſorii lineam tantùm meridianam indicet, & navis etiam ad alias cum opus fuerit ſit dirigenda, meliùs id officii præſtant pixides nauticæ, quæ horizontem integrum referunt. Fiat ergo circulus ex charta craſſiori compactus, cujus diameter ſit 6. circiter digitorum, hic circulus dividatur primò in quatuor partes, ductis duabus diametris, in centro perpendiculariter ſeſe interſecantibus, una diameter tribuatur lineæ meridianæ, notato uno ejus extremo flore lilij, vel quâcumque aliâ notâ, quæ Septentrionem, aut tramontanam ſignificet, oppoſito appones notam Auſtri, alteri diametro notas Orientis, ſeu Levantis, & Occidentis, hoc eſt Ponentis appones. Divides ſingulus quadrantes bifariam ductis aliis duabus diametris. Illi diviſioni quæ inter tramontaoam, & Levantem poſita eſt, ap-



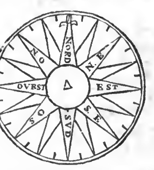
ponatur nota Græci; inter levantem, & auſtrum Siroc; inter auſtum & ponentem, Lebech quem alii Garbinum nominant; denique inter tramontanam, & ponentem, magiſtralem inſcribes.

Subdivides iterum ut habeantur octo ſubdiviſiones, quibus appellationes compoſitas tribues: ut inter tramontanam, & Græcum, conſtitues Græco tramontanam; inter Græcom & levantem Græcolevante; Siroc-Levantem, Siroc oſtro, Lebech oſtro Lebech ponente, Maëſtroponente, Maëſtro tramontana.

Subdivides iterum, ot habeantur ſexdecim novæ ſubdiviſiones, & hæ nominantur quartæ, denominationem habentes, à vento præcipuo cui adhærent, & connotantes in obliquo alium ventum: Nempe quarta tramontanæ ad Græcum, quarta Græci ad tramontanam, quarta Græci ad Levantem, qoarta levantis ad Græcum, quarta Levantis ad Sirocum, quarta Sirochi ad Levantem, quarta Sirochi ad Auſtrum, quarta auſtri ad Sirochum.

quarta

quarta auſtri ad Lybicum, quarta Lybiri ad auſtrum, quarta Lybici ad ponentem, quarta ponen-



tis ad Lybicum, quarta ponentis ad magiſtralem, quarta magiſtralis ad ponentem, quarta magiſtralis ad tramontanam, quatta tramontanæ ad Græcum. Har diviſione Buſſolæ, ut vocant utuntur nautæ mediterranei maris.

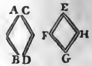
Volo item totum circulum dividi in 360, gradus more conſueto, quæ diviſio ad obſervandam Magnetis declinationem eſt perutilis.

Eſt & alia diviſio, vel potiùs nomenclatura, quæ vocibus germanicis conſtat, & eâ utuntur omnes Europæi maris Oreani accolæ. Ex quatuor tantum voribus coalrſrit, quarum prima Nord Septentrionem ſignificat, Sud Auſtrum, Eſt Orientem, Oueſt Occidentem. Ex his quatuor, aliæ quatuor intermediæ oriuntur, nempe Nordeſt, Nordoueſt, Sudeſt Sudoueſt. Item ex iſtis aliæ octo intermediæ, Nord-Nordeſt, Nordnordoueſt Sud-Sudeſt, Sud Sudoueſt. Eſt Nordeſt, Eſt Sudeſt, Oueſt Nordoueſt, Ourſt Sudoueſt. Ex his aliæ ſexdecim ortum habent, quas aliqui per repetitionem variam deſignant, alij verò per quartas nominant. Ut Nord Nord Nordrſt, Nordeſt Nord Nordrſt. Nordeſt eſt Nordeſt. Eſt eſt Nordeſt, Eſt eſt Sudeſt, Sudrſt eſt Sudeſt. Sudeſt Sud Sudeſt, Sud Sud Sudeſt, Sud Sud Sudoueſt, Sudoueſt, Sud Sudoueſt, Sudoueſt Oueſt Sudoueſt, Oueſt, Oueſt, Sudoueſt. Oueſt, Oueſt, Nordoueſt. Nordoueſt Oueſt Nordoueſt. Nordoueſt Nord Nordoueſt. Nord, Nord, Nordoueſt.

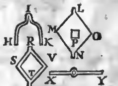
Hæc tamen ultima ſubdiviſio nimis intricata eſt, unde etiam ad quartas recurrendum eſt. Nord *quard de Nordeſt*. Nordeſt *quard au Nord*, Nordeſt *quard à Leſt*, L'eſt *quard de Nordeſt*, L'eſt *quard de Sudeſt*, Sudeſt *quard à Leſt*, Sudeſt *quard au Sud*, Sud *quard au Sudeſt*. Sud *quard au Sudoueſt*, Sudoueſt *quard au Sud*, Sudoueſt *quard à L'oueſt*, L'oueſt *quard au Sudoueſt*, Loueſt *quard au Nordoueſt*, Nordoueſt *quard à L'oueſt*, Nordoueſt *quard au Nord*, Nurd *quard au Nordoueſt*.

Poſtquam in chartaceo circulo roſam hanc deſcripſiſti, ſive adſcriptis nominibus, ſive tantùm aliquibus notis, & characteribus, qui hujuſmodi nomenclaturas ſignificent, in centro tuum orbem perforabis, & capitellum in formam cylindri exquiſitè excavatum inſeres, & agglutinabis.

Reſtat animatio quæ pluribus modis fieri poteſt Artifices communiter qui compendio laboris, ſtudent, duo fruſta ex filo ferreo deſumpta, in angulum obtuſum incurvata lineæ meridianæ ſubjiciunt, ita ut rhombum efforment: ut figura ſatis exprimit, illorúmque extremitates, verbi gratiâ A, & C eodem Magnetis polo imbuunt, ſic enim ad eaſdem plagas feruntur, totúmque circulum chartaceum deferunt, & in ſuo ſitu naturali detinent.



Hunc modum non poſſum quin reprehendam, Quia extremitates A & C, cùm ſint ejuſdem denominationis, perpetuas exercent inimicitias, præcipuè dum ſunt ſeparatæ, & invicem ſuam verticitatem interimunt. Quare extrema A & C, nó tantùm juxtà poni, ſed etiam uniri inter ſe debent, ut coaleſcant in unam extremitatem, ſi modo id fieri poſſit. Nam vix poſſunt artifices unire duo extrema fili ferrei, niſi adjungatur aliquid æris, aliena autem materia à ferro, aut chalibe, virtutis Magneticæ non eſt capax; ideóque quæ hoc modo unirentur, perinde ſe haberent ac non unita. Si tamen coaleſcere poſſent in unum idémque extremum E, & G, probarem maximè figuram EFGH, è filo chalybeo efformatam.



Reprehenſibilis item eſt figura HIK, quod extremitates H & K, pariter ut ſimili verticitate affectæ, ſe deſtruant.

R. Pater Fournier approbat multùm figuram LMNO, ex chalybe puro compactam cum foramine P in medio, per quod inſeratur ſtylus, in capitellum immiſſus. Dubito tamen an lamina integra ſat perfectè verticitatem conciperet. Ratio dubitandi petitur ex eò quòd, experientiâ conſtet acus craſſiores ineptiores eſſe.

Probo etiam maximè figuram RSTV, detractam ex lamina chalybea, aut etiam figuram XY, ſaltem in iis non apparet illud incommodum, quod in Rhombo disjuncto notavimus.

Debet circulus chartaceus eſſe in æquilibrio perfecto, quod quidem æquilibrium univerſale eſſe non poteſt Quia licèt pro ratione inclinationis Magnetis in ea regione, in qua elaboratur pixis Magnetica, poſſimus perfectum æquilibrium ſtatuere, addito aliquo corpore gravi, ad partes meridionales, ut vincat inclinationem, ad polum terræ boreum: quia tamen non eſt ubique terrarum eadem inclinatio Magnetica, & quæ borealis erat in hæmiſphærio boreali, mutatur in auſtralem, in auſtrali hæmiſphærio, ideo pixides nauticæ redduntur ſæpè inutiles defectu æquilibrii. Quod facilè reſtitui poteſt, ſi apertâ pixide tantillum ceræ Hiſpanicæ leviori parti adjicias, vel plurimas pixides pro diverſis regionibus habeas.

Multi ferrum non ſubjiciunt immediatè lineæ meridianæ

meridianæ circuli chartacei, ſed removent ad latera, ſecundùm declinationem Magnetis, pro illa regione; ut dum acus declinabit, linea meridiana pixidis, cœleſti meridiano congruat. Quæ praxis optima eſt, dum quis pixide nauticâ uti debet in ſua tantùm regione; peſſima ſi ad navigandum in diverſas regiones, uti velit: nam quod in uno loco correctionis locum habet, in alio duplicem importat errorem. Adde quod hæc methodus confuſionem peperit in re nautica, nam declinationes obſervatæ, non ad veram lineam meridianam exiguntur; ſed ad meridianam pixidis nauticæ, ad certam jam declinationem accommodatæ. Ex hâc cautione neglecta multi in mappas hydrographicas errores irrepſerunt. Unde ſatiùs eſt in conficiendo verſorio nautico, nullam declinationis Magneticæ rationem habere, quàm quilibet inter navigandum obſervare debet, ne à vero tramite aberret.

Unum item moneo, ne in lignea pixide, aut in cardinibus, & circulis ad æquilibrium obſervandum requiſitis, ullum ſit ferrum: licèt enim clavus unus, aut alter acum, omninò non abducant, ſæpè tamen duorum, aut trium graduum declinationem producent. Quod expertus ſum in pixide nautica Maſſiliæ confectâ, quæ eodem die, in eodem loco declinationes varias mihi obtulit.

PROPOSITIO III.

Problema.

Horologium horizontale, cujus planum ſeipſo, ad lineam meridianam ſe accommodet, conſtruere.

Ex pixide nautica ortum habuit horologium horizontale, quod ſeipſo, dirigitur ad ſitum ſibi congruentem; in communibus enim horologiis horizontalibus, tamdiù planum in quo deſcribuntur, movendum eſt, donec acus Magnetica, lineæ meridianæ, aut lineæ declinationis congruat: iſtud autem nullam requirit diligentiam hujuſmodi; ſed ubi ſoli exponitur ſitum ſuum invenit. Modus facilis eſt, fiat circulus ex craſſiori chartâ compactus, qualem ſuprà deſcripſimus, in cujus medio inſeratur capitellum, ſtylo benè acuminato imponendum. Inſtruatur circulus verſorio Magneticè excitato, ſicut in ſuperiori propoſitione diximus, certum eſt quod hic circulus ad ſitum ſibi congruentem ſe convertet. Unde aſſumpta in eo linea meridiana, non neglectâ declinatione Magnetis in illa regione obſervata, deſcribatur horologium horizontale, cujus praxin deſumes, ex tractatu de horologiis, centrum autem ejus ſeu polum, non in ipſo centro circuli tui chartacei conſtitues, ſed ulteriùs promovebis in lineâ meridianâ, versùs auſtrum, ut capitellum productum, ſeu longiuſculum vicem ſtyli habere poſſit, vel hypothenuſam ex charta, item compacta, aut ex ære in centro eriges, & conſtitutum erit horologium. Unum reſtat quia in pixide vento, & aëri externo aditus claudi debet, ne à vento abducatur, aut moveatur, imponi debet vitrum, ſed cum ſtylus longitudinem aliquam habeat, aut hypothenuſa promineat, ſi vitrum planum eſſet, nimis deprimendus foret intra pixidem circulus chartaceus, ex quo fieret, ut ſole non multùm ſupra horizontem elevato, non illuminaretur; ad quod incommodum tollendum, opus



eſt hæmiſphærio vitreo concavo, quale in ABC expreſſimus, ſic enim non deprimetur circulus, & ubi ſol aliquibus gradibus ſupra horizontem elevabitur, horas in circulo indicare poterit.

PROPOSITIO IV.

Problema.

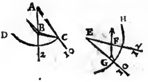
Horologium horizontale conſtruere, in quo acus horas indicet.

Deſcribatur horologium horizontale, ſecundùm praxin quam dedimus in Gnomonicâ, huic horologio addantur arcus ſignorum, nullus ſtylus apponatur. Sed loco ſtyli, in eo puncto in quo infigi deberet ſtylus ſimplex, non autem hypothenuſa, infigatur ſtylus acuminatus ad ſuſtentandum acum Magneticè excitatam, operculum ipſum ſtyli veri vices obibit, vel ſtylus, in meridianæ lineæ, quocumque puncto verticaliter erectus, characteres horarum alternentur, hoc eſt characteres horarum matutinarum horis veſpertinis tribuantur, & viciſſim.

Dico in tali diſpoſitione ſi linea meridiana directè obvertatur ad ſolem quod fiet, ſi operculum pixidis, quam rectangulam ſuppono, totum planum obumbret, vel ſtyli quem ſupra meridianam infigi voluimus, umbra in ipſam meridianam cadat; dico (inquam) quod in tali diſpoſitione, acus Magnetica in arcu diurno, in quo ſol verſatur, horam ſive aſtronomicam ſi aſtronomicum, ſive Italicam, aut Babylonicam, ſi horologium Italicum, aut Babylonicum deſcriptum fuerit, indicabit.

Demonſtratio. In horologio communi ſolis umbra, horam quamcumque indicat in communi concurſu verticalis in quo ſol exiſtit, & arcûs diurni in quo ſol verſatur eo die; ſed in hac diſpoſitione acus Magnetica circulum verticalem in quo ſol verſabitur oſtendet, alterno tamen ſitu: hoc eſt; ſi verticalis matutinus ſit, acus indicabit veſpertinum verticalem totidem gradibus diſtantem; ergo mutatis tantum horarum characteribus nempe matutinis, in veſpertinos; acus horas indicabit. Sit enim in horologio communi horizontali, linea meridiana AB umbra BC, quæ verticalem repræſentet & horam verbi gratiâ decimam ante meridiem oſtendat in concurſu C verticalis BC, & paralleli CD; idem horologium aut aliud ſimile, ita diſponatur ut linea meridiana EF ad ſolem obvertatur, ideoque parallela erit lineæ BC. Et cum linea FG, ſit

etiam meridiana, eò quòd acus Magnetica meridiem ſemper ſpectet, angulus 2BC æqualis erit



angulo GF12; ergo concurſus verticalis FG, horam poſt meridiem æqualiter diſtantem à meridie oſtendet, in concurſu cum parallelo GH; ac in alio caſu indicata fuerat ante meridiem: ergo mutatis tantùm characteribus hæc ſecunda diſpoſitio idem faciet ac prima.

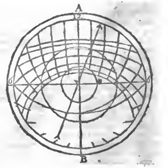
Emolumentum quod ex hac ſecunda diſpoſitione percipitur, eſt quod ſole ferè obnubilato, & umbram tantùm dubiam producente, obſervatur hora, quæ in horologio ſimplici obſervari non poſſet. Cùm enim totius operculi umbra in ſubjectum planum meliùs dignoſci poſſit, quam umbra ſtyli alicujus particularis, iſtud horologium eſt utile, etiam quando horologium commune inutile eſt.

PROPOSITIO V.

Problema.

Aſtrolabium horizontale ita acu Magnetica inſtruere, ut hæc indicet horas, & elevationem ſolis verticalem.

Horologium horizontale ita diſpoſitum, ut propoſitione ſuperiori docuimus, in eo eſt in-



commodum, quod planum ſatis amplum requirat, nec intra limites parvi circuli poſſit coarctari. Quare ad aſtrolabium horizontale, quale in Gnomonica noſtra deſcripſimus, recurrimus, quod deſcribi poterit, in fundo pixidis Magneticæ. Habeat autem ſaltem circulos horarios deſcriptos, & ſignorum parallelos; ſi horas Aſtronomicas deſideres, in eo circulos horarum Aſtronomicarum deſcribes, ſi autem Italicas, aut Babylonicas, pariter earum circulos inſcribes, ſi addere vis circulos elevationum, quos Almicantharath nominamus, eos pariter exhibebis, per circulos concentricos. Circulorum verticalium vices obibit acus Magnetica in centro aſtrolabii, librata, poteris tamen limbum aſtrolabii in gradus ſuos dividere. Si in eo velis domûs cœleſtes, in Gnomonica noſtra modum habebis eas inſcribendi in hoc aſtrolabio. His ritè peractis neque enim aliud de hoc aſtrolabio dicam, ne tractatus confundam; niſi quòd ut in horizontali horologiò alternentur characteres horarum, ſeu deſcribantur in parte Orientali, quæ in Occidentali eſſe debuerant. Quod ad horas aſtronomicas pertinet, ſola characterum mutatio ſufficiet, Babylonici verò circuli in Italicos mutentur, quod uſus indicabit.

Ita autem hoc aſtrolabio uteris. Dirige lineam meridianam aſtrolabij ad ſolem, hoc eſt ut in plano verticalis circuli, quem ſol tunc occupat inveniatur; id autem præſtabis ſi vel in uno ejus latere meridianæ lineæ parallelo ſtylum infixeris, cujus umbra ſecundùm latus illud extendatur, vel operculum pixidis, ita ad ſolem obverteris, ut planum aſtrolabii totum obumbret. In tali ſitu vide quod in punctum paralleli, quem ſol eò die percurrit acus incidat, punctum enim illud erit locus ſolis in cœlo, & circulus horarius per illud tranſiens, indicabit horam.

Demonſtratio. Dum linea meridiana circulo verticali ſolis ſubjacet, acus Magnetica oſtendit in alterno aſtrolabii ſegmento verticalem in quo ſol exiſtit, ergo ſol invenitur in lineâ per acum indicata; ſed ſol eo die, invenitur etiam in parallelo quem percurrit; ergo locus ejus eſt in interſectione lineæ per acum indicatæ, & paralleli illius diei. Quare circulus horarius ſive aſtronomicus, ſive Italicus, aut Babylonicus, per illud punctum tranſiens horam indicabit, quod erat demonſtrandum.

Notandum autem quod linea meridiana hujus aſtrolabii, non debet ſemper coincidere, cum linea parallela illi quæ ad ſolem dirigitur, ſed debeat ad latera detorqueri, & cum ea angulum declinationis Magneticæ comprehendere, ut ubi magnes declinat versùs Orientem 5 gradibus, linea meridiana aſtrolabii debeat cum ea quæ ad ſolem dirigitur, aut cum ejus parallela angulum 5 graduum comprehendere.

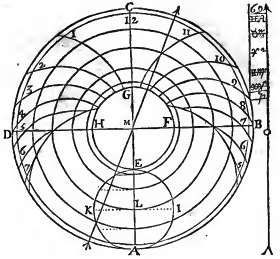
Poſſumus item altitudinem ſolis ſupra horizontem obſervare; nam ubi locus ſolis inventus eſt, videre poſſumus, qui circulus Almicantharath per eum tranſeat; acus item in limbo circulum verticalem oſtendet. Videre etiam poſſumus in eo aſtrolabio amplitudinem ſolis ortivam, magnitudinem dierum, & noctium; ſed hæc non pertinent ad Magnetem, cum hæc omnia independenter ab eo, & non lucente ſole æqualiter videre poſſimus.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Aliud verſorium Magneticum deſcribere.

Si ex aſtrolabio quocumque cognoſcas circulos verticales in quibus ſol invenitur ſingulis horis, dum percurrit tres parallelos præcipuos, nempe



nempe duos tropicos, & æquinoctialem, facilè etiam aliud verſorium conſtrues cum Patre Kirker. Hæc tabula verticalium poteſt haberi per Trigonometriam: hanc igitur tabulam ſuppono, vel deſumptam ex quocumque aſtrolabio, vel Trigonometricè confectam. Fiant ergo tres circuli concentrici, æquali intervallo diſtantes inter ſe, exterior ABCD tribuatur tropico cancri, interior EFGH tropico capricorni, medius æquatori. Ut habeantur cæteri paralleli, deſcribendi enim ſunt, non ſolum initia ſignorum, ſed etiam ſaltem deni quilibet, divide lineam EA, bifariam in puncto L, ductaque perpendiculari KLI, divide ſingulos quadrantes circuli AKEI in 9 partes æquales, ſi deſideras habere ſingulos denos parallelos, vel in 18, ſi deſideras ſingulos quinos. Tum ea diviſionum punctis, duc perpendiculares occultas ad lineam AE, quæ exhibebunt in ea puncta per quæ circuli parallelorum tranſeunt, tum ex centro M, deſcribes parallelos.

Ita deſcriptis parallelis deſcribendi ſunt circuli horarii. Dividatur circulus exterior ABCD, in 360 gradus tum vide in tabula tua circulum verticalem in quo ſol invenitur ſingulis horis, dum percurrit tropicum capricorni, & applicata regulâ centro M, & per illud punctum in exteriori limbo ſumptum, notabis interſectionem in tropico capricorni. Verbi gratiâ in tropico capricorni hora 11 antemeridianâ ſol exiſtat ſecundùm tabulam in undecimo gradu à meridie, ſit arcus undecim graduum, duc lineam occultam MO, quæ ſecet tropicum capricorni EFGH, in puncto aliquo, notabis punctum hoc, pro hora undecima. Invenies in tabula ad elevationem tuæ regionis ſupputatâ, ſolem percurrentem, æquinoctialem circulum horâ undecimâ antemeridiana occupare verticalem diſtantem à meridiano gradibus 24. Aſſumatur gradus 24 ducatur linea occulta ad M, ſecans æquatorem in puncto aliquo, notetur punctum hoc, denique tabula oſtendat ſolem in tropico cancri exiſtentem diſtare gradibus 38 ab æquatore, ſitque arcus 38 graduum, notetur punctum hoc; fiat arcus circuli tranſiens per tria puncta hæc, is erit circulus horæ undecimæ antemeridianæ. Idem præſta circa reliquos circulos horarios, & habebis verſorium Magneticum perfectum.

Poteris non deſcribere in eo verſorio, circulos parallelos, quos concentricos fecimus, ſi vice illorum, acui Magneticæ chartaceum limbum affigas, in quo deſcripti ſint arcus illorum circulorum, ut intuenti ſatis patet; nam hoc modo hi arcus motu ipſius acûs deſcribent virtualiter eos circulos.

Eodem prorſus modo quo deſcripſimus circulos horarios aſtronomicos, deſcribi poſſunt circuli horarij Babylonici, & Italici, modò tabulam ad elevationem poli tuæ regionis habeas, quæ indicet verticalem ſolis, pro ſingulis horis Italicis, & Babylonicis, ſole percurrente tropicos, & æquinoctialem.

Uſus autem talis erit, lineam meridianam AM, obverte ad ſolem, & nota cui puncto paralleli, quem ſol percurrit, acus inſiſtat, is enim erit locus ſolis, & circulus horarius per illud tranſiens indicabit horam.

Demonſtr. Certum eſt, ut vidimus ſuperioribus propoſitionibus, quod dum obvertitur linea meridiana verſorii ad ſolem, acus quæ eſt vera meridiana cœli, diſtat à ſole tot gradibus, quot ſol diſtat à meridiana cœli. Ergo acus indicat in verſorio, verticalem in quo ſol exiſtit, ſol ergo eſt in circulo verticali per acum Magneticam repræſentato: invenitur etiam in parallelo, igitur ſol exiſtit in concurſu circuli paralleli cum acu Magneticâ. Cum autem in æquatore, & duo-

bus tropicis, ſint notata puncta horaria, reſpondentia verticalibus, haud dubiè in iis acus benè horas indicabit. An verò in intermediis punctis etiam benè indicentur horæ, ſtrictè demonſtrare non poſſum. Neque enim verſorium iſtud eſt verum aſtrolabium, in quo demonſtrare poſſim circulos horarios in veros circulos projici. Certum tamen eſt, quod vel nullus ſit futurus error, vel certè ſit futurus inſenſibilis.

Qui volet exactiſſimam hujus verſurii deſcriptionem, id quod præſtitimus circa tropicos, & æquatorem, faciat circa reliquos parallelos; & puncta in ſingulis parallelis ad eamdem horam pertinentia, conjungat lineâ curvâ, & erit verſorium exactiſſimum.

Sicut inſcripſimus circulos horarios, poſſunt inſcribi alii circuli cœleſtes, ſicut horizon, linea crepuſculina, circuli domorum cœleſtium, & reliqui quicumque. Sit verbi gratiâ horizon deſcribendus.

Vide in tabulâ amplitudinum ortivarum amplitudinem ortivam ſolis percurrentis tropicum cancri, & nota in tropico cancri illud punctum. In æquatore ſol caret amplitudine ortivâ, id eſt oritur in primario verticali, ſeu in verticali diſtante à meridiano gradibus 90. Nota in æquatore tui verſorii punctum illud. Vide item in tabulâ quo in verticali ſol exiſtat, dum oritur in tropico capricorni, & notabis in tropico capricorni punctum illud; & per tria illa puncta in tropicis, & in æquatore notata, deſcribes circulum; is erit horizon.

Pro lineâ crepuſculinâ idem præſta, hoc eſt ſupputa tabulam, vel vide in aſtrolabio circulum verticalem in quo ſol invenitur, dum incipit aurora, & hoc in duobus tropicis, & æquatore. Nota hæc puncta in his tribus circulis, & per ea deſcribe circulum, is erit linea crepuſculina ſeu auroræ. Eodem artificio habebis lineam crepuſculi veſpertini.

Deſcriptio circulorum Almicantharath, ſeu altitudinum eſt paulò difficilior; fieri tamen poteſt eodem artificio. Debes enim inſpicere in alio quocumque aſtrolabio verticalem in quo ſol verbi gratiâ invenitur, dum elevatur quinque gradibus ſupra horizontem in tropico cancri; & dum totidem gradibus elevatur in æquinoctiali, & in tropico capricorni, & per tria illa puncta deſcribere circulum, is erit circulus Almicantharath, quinque gradibus elevatus ſupra horizontem.

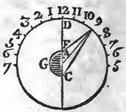
Idem faciendum eſt pro reliquis omnibus, ita habebis verſorium Magneticum complectens integram ſcientiam Primi Mobilis.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Compendium verſoris Magnetici per centrum mobile.

Animadvertere potuiſti in ſuperioris verſorii compoſitione, opus eſſe diviſione trium circulorum, nempe tropicorum, & æquatoris: nonnulli compendii causâ unicum tantum circulum dividunt, nempe æquatorem, deſumúntque diviſiones ex ſuperiori aſtrolabio. Quia tamen horæ in æquatore notatæ, ſextam non excedunt, poſſunt deſumi intervalla aliarum horarum, nempe intervallum inter quintam veſpertinam, & ſextam transferri ultra ſextam, ut habeatur ſeptima veſ-



pertina; intervallum inter quartam veſpertinam, & ſextam transferri, ut habeatur octava veſpertina: ita habebis circulum æquatorem ſufficienter diviſum. Volumus autem, ut obeat vices non tantùm proprias, ſed etiam vices utriuſque tropici. Quod præſtare poterit, modò cardo cui innititur acus Magnetica mutetur, hoc eſt acus Magnetica modò ſit in centro æquatoris deſcripti, modò verò ultra, & aliquando citra.

Quod ut meliùs intelligas intuere aſtrolabium ſuperiori propoſitione deſcriptum; in eo animadvertes, centrum longiùs diſtare à tropico capricorni, quàm à tropico cancri, & æquinoctiali circulo, quia nempe puncta horaria tropici capricorni, minùs diſtant à linea meridiana, quàm eadem puncta in æquatore deſumpta. Verbi gratiâ ſumamus punctum tertiæ horæ veſpertinæ in tropico capricorni, certum eſt verticalem circulum tranſeuntem per punctum tertiæ horæ in tropico capricorni, minùs diſtare à lineâ meridiana, quàm verticalem tranſeuntem, per punctum horæ tertiæ æquinoctialis; hoc eſt minorem angulum comprehendere. Sit igitur angulus 9AD, is quem comprehendit cum meridiano verticalis tranſiens per punctum horæ tertiæ in æquinoctiali; angulo autem 9AD, æqualis eſt alternus, fiat angulus 9CA, æqualis angulo quem comprehendit verticalis tranſiens per punctum horæ tertiæ tropici capricorni, & angulus 9FD, æqualis angulo, quem comprehendit verticalis tranſiens per punctum horæ tertiæ tropici cancri; his angulis æquales erunt anguli DC9, DF9, punctum F erit locus, ad quem transferri debet cardo ſuſtentans acum, ſole tropicum cancri percutiente, & punctum C erit deſtinatum tropico capricorni, & punctum A æquinoctiali.

Ratio clara eſt quia circulus D9, diviſus eſt eo modo, quo æquinoctialis dividitur à verticalibus, ſeu potiùs continet arcus, qui ſunt menſura angulorum, quos comprehendunt verticales circuli tranſeuntes per puncta horaria æquinoctialis; ergo ut demonſtravimus, acus Magnetica in puncto A, poſita oſtendet horas, ſi linea meridiana directè ad ſolem obvertatur, tempore æquinoctii. Quod eſt clarum ex ſuperioribus, quod verò acus tranſlata in punctum C, tempore ſolſtitii hyberni indicatura ſit horas in eodem circulo, demonſtrandum eſſet. Primò quidem certum eſt quod appoſitè indicabit horam tertiam, & meridianam, quia angulus 9CD, eſt angulus proprius illius horæ, deſumptus ſcilicet, aut ex aſtrolabio,

labio,aut per Trigonometriam inventus.Non poſſum autem demonſtrare, quod in reliquis horis nullo modo aberrabit; quia nempe erit aliquis error, licèt levis, & qui in hac materia negligi poteſt. Idem dicito de tropico cancri reſpectu puncti F.

Pro intervallis intermediis,nempe reliquis ſignis fiat ſemicirculus FGC, dividendus in 6 partes, ſi initia tantum ſignorum deſideras, vel in 12 ſi in quindenos gradus diviſionem inſtituis. Tum ex ſingulis diviſionum punctis, duc perpendiculares in lineam CF, qualis eſt HI, hæ perpendiculares exhibebunt puncta, ad quæ transferri debebit acus, dum ſol erit in reliquis partibus Zodiaci.

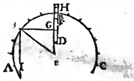
Demonſtrationem nullam afferre poſſum, eò quòd hæc horologii ſpecies non habeat præciſionem mathematicam, ſed nonnunquam pluribus minutis aberret.

PROPOSITIO VIII.

Compendium verſorii Magnetici, per circulum mobilem.

Prodiit nuper nova verſorii Magnetici ſpecies, nomine horologij Azimutalis nuncupata. In quo pariter unicus in fundo pixidis, circulus inſpicitur in horas diviſus, & mobilis. Nullus ſtylus ſed ſola acus horas indicans, dum horologii operculum ita ad ſolem obvertitur, ut horizontale planum omninò obumbret. Quæritur hujus horologii Azimutalis artificium.

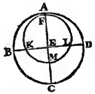
Primò ſicut priùs dividatur hic circulus,eo modo quo æquinoctialis, Aſtrolabii horizontalis, vel ex tabulis Aſtronomicis habeantur verticales cir-



culi, in quibus ſol æquinoctium percurrens invenitur ſingulis in horis; factoque circulo ABC, non quidem ex centro pixidis; ſed ex inferiori puncto,eo ferè modo quo exigit Aſtrolabium horizontale, in quo centrum Aſtrolabii, ſeu circuli horizontalis, non eſt centrum circuli æquinoctialis. Ducantur occultè verticales ſingularum horarum, & diviſus erit circulus qui in ſuo ſitu poſitus,nempe ita ut diſtet à centro D pixidis Magneticæ, in quo ſcilicet infixus eſt cardo cui imponitur acus Magnetica,ſecundùm diſtantiam BD,horas exhibebit appoſitè ab eadem acu indicandas.

Ut habeantur reliquæ diſtantiæ ex puncto,verbi gratiâ tertiæ horæ,ducantur duæ lineæ 3G,3E, quæ ſint verticales, in quibus ſol exiſtit horâ tertiâ, quando percurrit duos tropicos, eritque EB, diſtantia circuli à centro dum ſol percurrit tropicum capricorni, & BG diſtantia ejuſdem centri à circulo dum ſol exiſtet in tropico cancri. Quare fiat linea DH, æqualis lineæ BE, & linea DF, æqualis lineæ BG, poterit centrum eſſe idem hoc eſt acus eſſe infixa in puncto D,& circulus transferri in H; in ſolſtitio hyberno,& in F in ſolſtitio æſtivo. In utroque autem æquinoctio conſtituetur circulus in puncto B. In reliquis verò temporibus, & ſignis, conſtituetur in mediis aliquibus diſtantiis.

Quæret aliquis methodum quâ poſſit facilè transferri hic circulus, quamvis hoc ab artificum peritia petendum ſit; perſtringam breviter. Sub fundo pixidis,additur circulus integer in 365 dies



diviſus, ponamus talem circulum eſſe ABCD, in quo punctum A ſit 23 dies Decembris, nempe dies ſolſtitij hyberni: ductâ lineâ EA, aſſumatur EF æqualis lineæ DH ſuperioris figuræ, quæ eſt diſtantia circuli à centro, tempore ſolſtitii hyberni, ſint pariter puncta B & D æquinoctialia, nempe B ſit 21 Martii; & D 24 Septembris ſiant lineæ EK, EL æquales lineæ BD, ſuperioris figuræ, nempe diſtantiæ circuli à centro tempore æquinoctii. Denique punctum C ſit 24 Junii, ſeu dies ſolſtitij æſtivi, fiat linea EM, æqualis lineæ DF,ſuperioris figuræ,ſeu diſtantiæ circuli à centro tempore æſtivi ſolſtitii, fiatque circulus FKLM, qui excavetur, & in puncto B, circuli ſuperioris figuræ: infigatur ſtylus aliquis, qui inſeratur in cavitatem hujus circuli, dum volvetur circulus ſub pixide, crena excavata impellet circulum horarium, cúmque removebit à centro, aut centro admovebit. Cætera relinquuntur artificis induſtriæ.

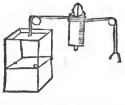
PROPOSITIO IX.

Motus diurnus verſorii.

Quia ex motu diurno verſorii, multa ad praxim utilia deducere poſſumus, ideo hanc propoſitionem cæteris præmittendam cenſui; nihil autem admirabilitatis habere poteſt motùs diurnus verſorii, quam quod melius totum artificium occultum habeat. Si enim magnes,aut ſub menſa, aut in capſa etiam metallica, motum diurnum habeat; ſuperpoſitum menſæ verſorium benè libratum more conſueto, aut in aqua innatans, eundem motum participabit; ut ſatis per ſe patet. Quare tota difficultas in eo poſita eſt,ut Magneti motum diurnum tribuamus. Non cenſentur horologia automata huic negotio accommodata, eò quòd eorum motus audiatur, totâ quam vocant occurſûs,in libratoris alas continuò incurrente,& fraudem detegente. Nihilominus cum modò habeamus horologia perpendiculis instructa, quæ muta nominamus, nullum ſtrepitum edentia; jam hoc incommodo liberi ſumus, poſſumuſque ſub menſa machinam automatam habere, quæ clarериis, aut ponderibus animata, Magnetem intra 24 horas circumvolvat.

Secundò nonnulli ad clepſydras recurrunt,

aptant enim vas oblongum in duas cavitates ſepto aliquo diviſum, cujus pars ſuperior impleatur



aqua, inferior ſit vacua, relicto tantùm exiguo foramine. Impleatur aqua ſuperior cavitas, cui aſſerculus innatet, hic aquâ ſubſidente, paulatim deſcendet, & annexum funiculum ſecum trahet; qui ſi circa cylindrum obvolvatur, rotabitur cylindrus. Unde ſi craſſities cylindri circumferentiam habeat, æqualem deſcenſui diurno illius aſſerculi, magnes intra tempus 24 aut 12 horarum pro ut libuerit, circumvolutionem abſolvet, & ſuperpoſitum Magneti intrà Sphæram activitatis verſorium, eaſdem circumvolutiones abſolvet.

Id tamen incommodi in hujuſmodi machinis experimur, quod motus non ſit æquabilis, ſed retardatus, eò quòd major aquæ copia magis premat, & ad celeriorem deſcenſum, ſubjectam ſibi aquam urgeat, poſſemus tamen congruam correctionem adhibere; niſi aqua alteri incommodo obnoxia eſſet, nempe quod contrahat ſordes, & foramine nonnihil exinde obturato lentius aliquando fluat; unde aqua tanquam menſura temporis certa, & indubitata aſſumi non debet.

Nonnulli Mercurium præferunt, exiſtimántque nullam dari exactiorem temporis menſuram, quam etiam ad longitudinem in mari inveniendam idoneam exiſtimant, adhibitis aliquibus cautionibus, ut æquabiliter ſemper fluat. Sed expenſæ ſunt nimiæ, eò quòd mercurius gravitate ſua ad deſcenſum, ſit præceps, & intra 12 horas ſexcentæ, aut ſeptingentæ libræ facile fluant, eò quòd ſi foramen ſit anguſtius, facilè illius fluxus interrumpatur.

Tertiò alij ad arenam recurrunt, quæ & parabilior eſt, & habet fluxum magis regularem. Invenio tamen nonnullas difficultates, prima eſt quod cum arena claudi non debeat exactè propter aſſeculum ipſi impoſitum, humefiat valde, dum aër humidus eſt, atque adeo fluxum habeat multùm inæqualem, immò ſæpè ſiſtatur ejus motus. Secunda erit quod quiſquilias excipiat ex quibus ſæpè omninò intercluditur ejus fluxus. Si tamen magna ſit minutiſſimæ arenulæ copia, & foramen ſatis apertum poterit arena utilis eſſe.

Tertia petetur ex inæqualitate fluxûs, arena enim dum multa eſt, ſubjectam urget ad fluxum: atque ea ſunt quæ de principio motûs diurni dici poſſunt, & quomodo ad praxin revocari debeat.

PROPOSITIO X.

Horologium conſtruere, in quo Rana aquis innatans horas indicet.

Conſtituto ſemel diurno motu Magnetis, ſub menſa deliteſcentis, facile ludicra nonnulla perficiemus. Primum erit rana aquis innatans, & horas indicans. Paretur vas aliquod rotundum, capax continendæ aquæ altitudinis unius, aut duorum digitorum. In limbo vaſis diviſo in 12 aut 24 partes, inſcribantur horæ quas motu ſuo diurno magnes percurret, ita ut modò uni horæ ſubjiciatur, modò alteri. Si fiat rana lignea, aut cimbula Neptunum ferens, aut piſciculus pariter ligneus; ſed acu ferreâ inſtructus, hic ubi in aquam immittetur, ad Magnetem accurret, quantùm poterit, eíque perpendiculariter imminebit, & conſequenter horam, cui magnes ſubjectus eſt indicabit.

Poteris idem ſine tanto artificio exhibere. Vas habeatur ligneum, aut metallicum, non tamen ferreum, cujus limbus ſit in horas diſtinctus; Magnetem ſub menſa colloca, aut ut fraudem magis occultes, inſere Magnetem in ipſum menſæ aſſerem, ut nullo modo apparere poſſit; tum horam veram aliunde tamen cognitam, in limbo notatam, impones ei parti menſæ, in qua deliteſcit magnes, tum ranam ligneam in aquam immites, hæc propter eandem rationem horam indicabit. Immò ne fraus pateat, poteris in pluribus locis, aut Magnetem aut ferreum ſtylum, priùs tamen Magneticè excitatum, abſcondere, eumdémque habebis effectum.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Totum primum mobile exhibere.

Poteris in eodem aſtrolabio totam mappam Geographicam inſcribere, faciléque intueberis quænam, ſit hora in ſingulis terræ partibus.

Ex motu diurno Magnetis ſub menſa poſiti, oritur in acu Magnetica benè librata, motus etiam diurnus. Ex quo facilè exhibebimus totum primum mobile.

Poteſt enim primò deſcribi, aſtrolabium æquinoctiale, aut in plano tropici capricorni, in quo cum horarum, intervalla ſint æqualia, acus motu ſuo appoſitè horas indicabit; & non tantum horas, ſi acui imponatur rete ex folio ſelenitis compactum, quod & ſtellas habeat, & ſuum zodiacum, & acus imponatur gradui zodiaci, quem ſol eo die occupat; azimutalem circulum & Almicantarath, non tantum ſolis, ſed etiam ſtellarum, magnitudinem dierum, & noctium, ſeu horam ortûs, & occaſûs ſolis, initium auroræ, & finem creſpuli veſpertini, horas Babylonicas & Italicas, domos cœleſtes, cæteraque omnia quæ in aſtrolabio inſcribi conſueverunt, unico aſpectu, ab acu Magneticâ, indicata intueberis.

PROPOSITIO XII.

Solis circa terram motum in phiala exhibere.

Paretur phiala vitrea rotunda in cujus centro, tellus firmetur immobilis, ope alicujus axis. Sol autem ſit ex materia aliqua quæ in ſpecie ſit levior aqua. Illique addatur aut acus ferrea, aut magnetis fruſtum, vas aquâ ad medietatem tantum impleatur; ſol innatans aquæ, ſubjecti Magnetis motum ſequetur, qui cum (*per 9. hujus*) ſupponatur moveri circulariter intra 24. horas; ſimilem

ſimilem motum in ſole producet. Qui volet totam phialam liquore implere, poterit duplicem in ſpecie liquorem habere, & ſolem ita componere, ut ſit in ſpecie levior liquore inferiori, & gravior ſuperiori; ſic enim in medio horum liquorum movebitur. Poterunt circuli horarij aut in ipſa terra notari, aut in exteriori phialæ ſuperficie, ſic enim animadvertere poteris cui circulo horario ſol reſpondeat.

PROPOSITIO XIII.

Semicopernicanum Syſtema exhibere.

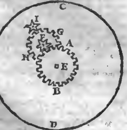
Syſtema ſemicopernicanum terram in centro ſtatuit, è quo nunquam recedit; immobilis tamen non eſt, ſed intra 24 horas circa axem ſuum rotatur. Facilè hoc ſyſtema magneticè repræſentabimus. Si ſolem in aliqua phialæ parte immobilem ſtatuamus, terram autem fruſto magnetis fœtam aquæ innatare permittamus; ſic enim moti ſub menſa magnetis motum ſequetur; ſingulisque diebus unicam circulationem abſolvet.

Poteſt terra formari ex duobus hemiſpheriis argenteis, intus cavis, aut etiam vitreis, aut ligneis, non autem æreis, ne propter aquæ humiditatem in rubiginem abeant. Debent item in terræ ſuperficie, circuli horarii notari, qui ubi ſucceſſivè ſoli immobili reſpondebunt, horas indicabunt.

PROPOSITIO XIV.

Copernicanum Syſtema magneticè exhibere.

Syſtema Copernicanum ſolem in medio orbium cœleſtium immobilem collocat, terram autem duplici motu, annuo ſcilicet, circa ſolem & diurno circa axem circumvolui exiſtimat, modò hic duplex motus annuus, & diurnus ſubjecto magneti tribuatur, terra aquæ innatans ſimiliter circa ſolem movebitur. Ita autem ut Magneti duplicem motum tribuas, fiat rota denticulata AB 182 denticulis conſtans,



quæ ſit immobilis, ſub illa rota fiat CD circulus mobilis circa centrum E, cui infigatur rota GH habens 60 denticulos, cujus rotula F, 6 denticulis conſtans occurat denticulis majoris rotæ AB, denique addatur rotula I quinque denticulorum. Dico quod ſi circulus CD ſemel intra annum circumvolvatur quod rotula I, cujus axi Magnetem annecti volumus, ſemel intrà diem circumvolvetur. Nam ſi intrà duos dies peragratur denticulus rotæ AB, & rotula GH ſextam partem ſuæ circumvolutionis abſolvit, hoc eſt decem denticulos, qui duplicem efficiunt circumvolutionem in rotula I, quinque tantum denticulis conſtante, hoc eſt ſingulis diebus ſemel circumvolvetur.

PROPOSITIO XV.

Varia Horologia Magnetica deſcribere.

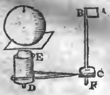
Idem principium ad varias praxes detorqueri poterit quas indicaſſe ſufficiet. Primò ſi intrà phialam ſtatuam mobilem colloces, verbi gratiâ pendulam tenui filo, quæ ferream acum manu teneat, hæc in ſuperficie notatas horas appoſitè indicabit, vel ſit ſtatua immobilis, & globus vitreus aut aquæ innatans, aut è filo pendulus, aut innixus verſorio, ad motum ſubjecti Magnetis, horas ad indicem ſucceſſivè admovebit.

Tertiò avicula volatum imitata horas item indicabit, fiat è tenui materia verbi gratiâ chartacea, avicula cui inſeratur acus Magneticè excitata; ſitque magnes verticalis in ſuperiori tabulato, horæ in ſuperficie ejuſdem tabulati; quibus ſucceſſivè reſpondebit magnes; clarum eſt quod avicula, intra ſphæram activitatis Magnetis poſita, ad illum accurret, horas indicabit. Ut autem meliùs volatum imitetur, debet filo detineri avicula, ne ad tabulatum omninò accurrat.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Anemoſcopium.



Poteſt exhiberi intra phialam ſtatua ventum indicans. Artificium facilè. In ſummitate turris aptetur pinnacidium ad ventum mobile, quod axem habeat, ſeu virgam ſimul cum illo volubilem. Sit hoc pinnacidium AB, cjus axis BF, cui inſeratur trochlea C, ſit ſub menſa alia æqualis trochlea D; & funis infinitus ab una ad aliam, Magnetem E ferens, & ſupra menſam phiala in cujus ſuperficie ſint deſcripta ventorum nomina, cum ſtatua mobili in medio phialæ. Dum ventus pinnacidium AB movebit, ſimul cum illo volvetur

trochleæ

trochlea C, item trochlea D, & impoſitus magnes E, cujus motum ſequetur ſtatua.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Varios motus ludicros ope Magnetis exhibere.

Poteris ope Magnetis varios motus ſtatuis tribuere, præcipuè verò ſi aquis innatent. Ita naviculam acu Magnetica inſtructam ſi aquæ imponas, ſubjectumque Magnetem ope alicujus machinæ, ſub aqua moveas, ſimilem in navicula motum produces, ita ut varias pro ut libuerit navigationes inſtruere poſſis; plures item ſimul naviculas in contrarias partes movere poteris. Quod dixi de naviculis, de piſcibus & aliis hujuſmodi intelligi poteſt.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Cryptologia.

Hoc artificium quod pluribus perſequitur Pater Kirker, vix ad duorum aut trium pedum diſtantiam ſe extendit vix enim majorem diſtantiam Sphæra activitatis Magnetis ſe extendit. Poteſt tamen aliquando non eſſe inutile ut ſi monendus eſſet aliquis in carcere, poſſemus ope Magnetis id præſtare. Cum enim acus Magnetica ſe diverſimodè inclinet ad Magnetem, poſſet prope murum ita in varias partes detorqueri magnes, ut acus intra carcerem variis characteribus inſtaret, atque ita mentem noſtram indicaret.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Vſus varii Magnetis in Geodeſia.

Omnes ferè uſus Magnetis in Geodeſia, ex ea Magnetis proprietate pendent, quâ ad lineam meridianam dirigitur. Sic enim facilè cognoſcere poſſumus, ſitum cujuſcumque loci reſpectu alterius, declinationem parietis, & alia hujuſmodi, quæ ſuis locis dedimus.

Qui plures uſus Magnetis deſiderat conſulat Patrem Kirker, profert enim aliquos motus perpetuos, falſos tamen, & inutiles: multa alia habet non injucunda, quæ ſemel legiſſe ſufficiet, ideóque iis non immoror ulterius.

DE MAGNETE
LIBER QVARTVS.
De ſympathia.

CVM effectus ſympathici magneticis affectionibus affines ſint, multumque lucis huic noſtro tractatui afferre poſſint de iis nonnulla hîc tradenda breviter cenſui.

PROPOSITIO I.

Phyſica.

Ex quibuſlibet corporibus erumpunt ſpirituum effluvia.

Quamvis commune ſit apud Philoſophos axioma, *nullum agens naturale agere in paſſum diſtans*, difficultatem tamen faciunt non modicam, effectus qui vulgò ſympathici dicuntur, & qui communiter ab imperitis occultæ neſcio cui ſympathiæ tribuuntur, eò quòd nulla per medium diffuſa virtus animadvertatur, quæ paſſum cum agente conjungat. Quem errorem hac propoſitione depellendum ſuſcipio.

Notandum igitur ſæpe agens cui tribuitur actio conjungi paſſo diſtanti, per aliquos ſpiritus per totum medium imperceptibiliter diffuſos; voco autem ſpiritus ſeu corpuſcula, ſubtiliſſimas, cujuſlibet ſubſtantiæ corporeæ particolas.

Neque enim compoſita omnia ut homogenea cogitanda ſunt, ſaltem ea quæ maximè activa ſunt, conſtant enim particulis quarum aliæ fixæ, & maximè mobiles ſunt, aliæ verò tenuiores, volatiles faciléque mobiles: ſive illæ ſubſtantialiter differant, ſive tantum accidentaliter ob illam tenuitatem. Crediderim potius pleraque compoſita, ex partibus etiam ſpecie differentibus coaleſcere, quarum fixæ rationem materiæ, & ſubjecti; volatiles rationem formæ obtineant. Sicut ergo actionem potius formæ, quæ propterea energia, & ἐντελεχεια nominatur, ita præcipuam agentium activitatem his ſpiritibus, ſeu particulis mobilibus tribuimus.

An illæ particulæ compoſitæ ſint & ipſæ materia, & forma, eſt quæſtio potius metaphyſica quam phyſica, communiter peripatetici, compoſitionem illam admittunt, Chymici negant, Ariſtotelicamque reſolutionem compoſiti in materiam & formam, de hujuſmodi partium differentia explicant,

cant. Satius tamen eſt à principiis communibus non diſcedere.

Fixas corporis cujuſlibet partes, etiam attenuatas nomine corporis, aut corpuſculi nominamus, mobiles autem propter tenuitatem, vim agendi majorem, aliaſque cum ſubſtantia incorporea affinitates, ſpiritus nominamus.

Dico ergo primò dari in quolibet corpore, & ex illo erumpere ſpiritus. Probatur. Explicari non poſſet quomodo canis feram quam non videt, tam certò & infallibiliter ſequatur, per multa milliaria, niſi ea aliquid in aëre relinqueret, olfactu perceptibile quod canem determinaret; id autem aliud eſſe non poteſt, quam hujuſmodi ſpiritus, ergo verè tales ſpiritus ex fera erumpunt. Probatur minor. Id quod canem determinat, eſt olfactu perceptibile ſeu odor, ſed odores non propagantur, niſi per expirationem, nam omnia odorifera poſt multùm temporis tandem deficiunt, & exhauriuntur.

Secundò juvantur calore moderato, aliaſque circumſtantias habent, ex quibus facilè concluditur, non ſolam qualitatem, ſed aliquid ſubſtantiale ab iis erumpere. Quod item ab aliis corporibus tales ſpiritus erumpant, probatur. Si quis in cubiculum non ita recens dealbatum inhabitet, à calcina multum patietur, ita ut in pluribus locis, exitioſiſſimum cenſeatur domum recenter fabricatam, intrà duos annos incolere, hanc ſpirituum evaporationem longâ inductione probare poſſumus, præcipuè verò eorum corporum quæ accenduntur, aut lento igne imponuntur.

Dico ſecundò, varios eſſe hujuſmodi ſpiritus, etiam ut ita dicam intrà eandem ſpeciem facilè conjiciet, qui canem heri ſui veſtigia, à ſexcentorum hominum veſtigiis diſtinguentem, viderit, aut ex multis lapidibus ſimul in aquam conjectis, eum ſeligentem, quem herus tetigerit.

Ex his & ſimilibus exemplis nonnulli in his ſpiritibus certum agnoſcunt characteriſmum, non tantum ſpecificum, ſed etiam individualem, nempe, quoad tale individuum peculiarem relationem habent, quod multis modis explicari poteſt.

Primò, Quod ſicut diverſi ſunt vultus hominum in eadem licet ſpecie, ita ut vix inter 100 milliones hominum, vix duos invenias perfectè ſimiles; ita etiam hi ſpiritus, aliquid ſemper diverſi, à ſpiritibus deciſis ab aliis corporibus ejuſdem ſpeciei.

Secundò, Quod ſit ſemper aliqua continuatio ſpirituum uſque ad ſuum fontem, ita ut ſemper aliquam impreſſionem ab eo recipiant: eo modo quo ſaliens licet corpore liquido, nempe aqua conſtans, à continuo impulſu, quem priores partes à ſubſequentibus patiuntur rigiditatem aliquam acquirit. Explicabo autem melius inferius in quo poſitus ſit iſte nexus ſpirituum, cum ſuo fonte, ſeu cum corpore à quo fluxerunt.

Dico tertiò, Horum ſpirituum diverſitatem non tantum peti ex forma eorum ſubſtantiali per quam in certa ſpecie entis conſtituuntur, ſed etiam ex figura ſibi connaturaliter debita, per quam fiunt aliquibus poris congrui, aliis vero incongrui. Sicut ergo non quæcumque clavis, in quamlibet ſeram immittitur, ita etiam nec quilibet ſpiritus à quibuſlibet poris ita admittitur, ut in iis reſideat, aut aliquid efficiat. Quod diſſolventia facilè probant, neque enim quodlibet corpus, à quolibet diſſolvente colliqueſcit, aut diſſolvitur, ſed quod uni aptiſſimum eſt, in alterum nihil efficit. Ita aqua uno ſale ita ſaturata, ut in reliquis ſuis poris illud excipere non poſſit aliud admittet. Denique non minus in rebus naturalibus diverſitas figuræ multa præſtare dicenda eſt, quam in artefactis.

Dico quartò, Hos ſpiritus varios motus ſibi proprios habere, quos ſæpè etiam oculis noſtris deprehendimus, & notamus. Ita in corroſivis ebullitionem continuam obſervamus, in aliis bene multis licet ſenſu non percipiamus ex ſimilitudine & uniformitate, conjicere poſſumus. Nonnullos item congenitâ luce radiare quam plurima probant experimenta, præcipuè verò vitales dum excitantur, ita dum adverſo pilo fricantur feles, ſcintillas emicare cernimus. Hyeme item dum veſtes exuimus lucidos ſpiritus excitamus, in fluctibus maris de nocte, lucentes quaſi ſtellulas animadvertimus.

Dico quintò, motum horum ſpirituum non eſſe continuum. Si enim intra porum corporis ſolidioris ita deliteſcat, ut illi commovendo ſit impar, nullum effectum ſenſibilem producet; ſi verò per diſſolutionem corporis ſolidi, plurimi ſpiritus adunentur, tunc evadunt fortiores, incipiuntque agitari. Ita dum calx in aquam diſſolvitur, ſuo carcere quaſi liberi ſpiritus ignei, & aquam agitant, fumum excitant, caloremque ſummum producunt. Ita in pulvere pyrio excitatus ignis, ſuperpoſitas moles disjicit. Excitantur item iidem ſpiritus per appulſum aliorum ſimilium, à quibus ſcilicet roborentur. Volunt item nonnulli, ut hi ſpiritus ſuam vim præcipuè exerant in eam partem è qua ſubſidium accipiunt, ſive facilior ſit via ex ea parte è qua nec eis reſiſtatur, immò vero ſunt cauſæ coagentes.

Ex hoc principio quod multis experimentis probari poſſet, quamvis difficultatem non modicam contineat, præcipuè circa modum, quo hæc contingunt, multi varios effectus explicant. Primò quidem varios excitari in nobis ſpiritus, & humores pro diverſitate ſpirituum qui in aëre, quem ſpiramus dominantur. Ita nubilo cœlo terreſtribus fœto exhalationibus melancholici, graves, triſtes ſpiritus in nobis excitantur, qui mœrorem & triſtitiam ingenerant. Contrà vero ſereno cœlo, aut molliori ſpirante aura, ignei ſpiritus commoventur, & in cerebrum aſcendentes, & hilaritatem & imagines ad hilaritatem impellentes efficiunt.

Ex his rationem reddes, cur in ſanguinei temperamenti hominibus vitales ſpiritus & ſanguis ipſe efferveſcat, & ad ſuperficiem parteſque exteriores feratur, ſi oculi in colorem rubeum paulò attentius intendunt. Cùm enim lumen colore quaſi tinctum, in multis cum ſanguine conveniat, motumque habeat affinem, ſi color in motu poſitus dicatur, aut ordine partium ferè ſimilium, facilè commoventur ſpiritus ſanguinei, ſive imaginatio quæ in humores maximum habet dominatum, dum rubei coloris imaginem format, ſanguinem etiam commoveat, ſive color ille calori alicui conjunctus ſit. Unde Galenus aliique poſt eum ſeverè prohibent, ne color rubeus eorum oculis objiciatur;

objiciatur, qui ſanguinem expuunt, aut qui æmorhagia laborant.

Ex hoc principio rationem facilè reddes, cur Galli Indici, capita rubeſcant dum ipſis rubeus color objicitur. Quod multis etiam animalibus accidit ut Tauris ferocioribus, Elephantibus item, quibus panni mororum ſucco tincti exhibebantur, ut in hoſtes ſævirent.

In hac colorum doctrina multa poſita ſunt remedia, natura ipſa ferè indicante, ex ipſo colore, cui curando morbo, res quælibet ſit accommodata. Idem dico de figura herbarum, & florum, quæ ſæpe refert, corporis humani membrum, cui præcipuè juvando deſtinantur. Quod non tantum divina diſpenſatione accidit, ita indulgente hominum inſcitiæ; ſed in ratione quoque fundatum eſt. Figuræ enim ſimilitudo, in ſimili fibrarum textura poſita eſt, hæc ſimilitudinem pororum, & ſpirituum arguit.

Ad idem principium revocant nonnulli alios effectus naturales, ut ſi cui dormienti fax accenſa admoveatur, indignatur, & dorſum obvertat: quia nempe dum lucis radii palpebras pervadentes in retinam incidunt, ſpiritus ad ſe alliciunt.

PROPOSITIO II.

Phyſica.

Similes ſpiritus facilè adunantur, aut corpora ſibi congrua ſubeunt.

Cùm ſympathici effectus in ſpirituum ſimilium adunatione poſiti ſint, quam ſine ulla attractione fieri exiſtimo, operæpretium erit, ut in hac propoſitione explicem diverſos modos, quibus ſimiles ſpiritus citra ullam attractionem, utpote quæ mihi difficilis ſemper viſa eſt adunentur.

Dico primò ſpirituum effluvia, licet temerè, & quaſi confuſè toto aëre diſperſa, diverſas tamen ſibi ſedes vendicare, ob gravitatem ſpecificam diverſam: quæ ſunt enim graviora locum inferiorem obtinent, quæ minus gravia ſuperiorem. Ita in phiala quatuor elementa 4 liquoribus diverſæ gravitatis ſpecificæ exhibemus, ut etiamſi per commotionem vaſis confundantur, & permiſceantur ab intrinſeco tamen ſe ad loca propria recipiant, totumque illud chaos in ordinem digerant. Hoc principium controverti non poteſt, cum difficultate careat. Ita vinum in inferiori loco poſitum, videmus trans aquam aſcendere ut in ſuperiorem regionem aſcendat.

Dico ſecundò, Alterum adunationis ſimilium ſpirituum, eſſe ipſam configurationis ſimilitudinem, quâ facilè conjunguntur. Cum enim ſæpè fortuito caſu erumpant, & à ventis aliiſque aëris commotionibus circumferantur, ſi in alios ſpiritus ſibi conformes incurrant, cum illis conjunguntur, permiſcentur, ob texturam congruentem, ſi verò in non congrua incidant, cum illis non uniuntur; ita gutta aquæ, alteri guttæ aquæ facilè conjungitur, & oleo non permiſcebitur, vino autem ita adhærebit, ut facilè ſeparari poſſit.

Dico tertiò, Si hujuſmodi ſpiritus motus peculiares ſibi proprios haberent, cum iis non conjungerentur, quæ in congruos motus haberent, repellerentur enim, neque unquam ad aliquem motum communem producendum convenirent.

Dico quartò, hæc ſpirituum effluvia, non in omni corpore excipi, ſed peculiares poros exigere, quos niſi proportionatos inveniant, reſiliunt ab his corporibus in quæ incurrunt, & reflexionem patiuntur. Ex hoc principio deduces hanc concluſionem ſpiritus quoſcumque in iis corporibus optimè excipi, ex quibus educti ſunt, apta enim in iis loculamenta inveniunt. Ita aſſerunt chymici eductum ex quolibet corpore humorem, à capite ut vocant, mortuo rurſus totum facilè ebibi, alium verò quemlibet humorem non excipi. Ex his multa quæ attractionem aliquam videntur præ ſe ferre facilè explicabis; Verbi gratia, terra ſpiritibus ad progignendum triticum idoneis exhauſta intrà unum aut alterum annum, totum hoc diſpendium reparabit; eò quòd poros habeat congruos ad hoc ut tales ſpiritus excipiat. Quare facilè imprægnabitur ſeminibus herbarum, illius regionis, earum præcipuè quæ ſpontè naſcuntur. Si verò fuerit terra, ex reconditiori ſpecu educta, quæ ſolem nunquam viderit, & quæ conſequenter poros non habeat ad excipiendos hujuſmodi ſeminarios ſpiritus, vix intrà ducentos annos iiſdem imprægnabitur. Cujus rei exemplum luculentum habemus in Sabaudia, nam à quingentis circiter annis montis dicti Granerii pars aliqua in ſubjectam planitiem cecidit, & hoc caſu ita telluris ſuperficies cum monte decidua ſuſdeque everſa, ut quæ pars ſolem viderat nunquam, ſuperiorem locum occupet. Sed à tot annis adhuc ferè ſterilis eſt, neque licet tanto tempore quieverit tam reddita eſt fertilis, quam alibi quæ per unum aut alterum annum nihil produxit.

Hinc rationem reddes cur Vitriolum omni ſpoliatum ſpiritu, ſub dio poſitum denuò imbibatur nativo ſpiritu. Sic aridæ vini fæces calcinatæ, aëri expoſitæ, nativo oleo ita imprægnantur, ut decuplò ſuum pondus augeant, & pro una talium fecium libra decem olei invenies, quod eſt evidentiſſimum ſignum adventitii corporis. Notat autem Digbæus expoſitas aëri hujuſmodi fœces tempore roſarum, ita illarum odorem contraxiſſe, & ſpiritus ebibiſſe, ut quotannis recurrente eo tempore, quo roſæ floreſcunt, maniſeſtiſſimum roſarum odorem emitterent. Non diſſimili ratione ſal commune, quamvis optimè exſiccatum atque adeo omni humore aqueo ſpoliatum, ſi aëri exponatur humorem excipit: quare panni & charta quæ aqua ſalſa ſemel maduerunt, nunquam ita perfectè exſiccantur, ut tempore humido, rurſus non humeſcant.

In Germaniæ ſodinis in quibus ſal conficitur, ſunt piſcinæ ſatis latæ quæ aqua implentur. Hæ autem ex circumſtantibus rupibus dicuntur ſal attrahere, hoc eſt ſalis ſpiritus, qui erumpunt, & in vicino aëre volitant, ubi in aquam incidunt poros ſibi conformes nacti, in ea reſident.

Pariter terra repetitis lotionibus toto nitro, & ſale ſpoliata, poſt aliquod tempus eo rurſus impræguatur. Scorpius contuſus impoſitus vulneri

neri quem cauda inflixit, illud ſanat, dum venenum attrahit, hoc eſt ſpiritus venenati, dum agitantur, & commoventur, ea parte erumpunt quo facilior, ſibique conformior via. Communiter pellis, aut pili ex cane detracti, ejus morſui medentur. Bufo exſiccatus ſparſam in aëre contagioſam luem ebibit, inſtar ſpongiæ. Ita nonnulli eo tempore quo ſævit peſtis araneam ſecum ferunt, quæ nempe venenatos ſpiritus attrahat.

In thermis aqua evaporata in vas aqua frigida plenum colligitur, quæ alioquin muris, aut ſupellectili adhæreſceret; qui uritur, partem igne correptam rurſus calefacit, & igni admovet, ne reſideant ſpiritus ignei, ſed vel apertis poris egrediantur, & ab aliis foràs evocentur.

Dico quintò, Poſita hâc pororum conformitate, gravitatem aëris, aut illius liquidi, cui hæc ſpirituum profluvia innatant, plurimùm juvare, ut in corpora ſibi congrua ſubeant. Hujus rei luculentum exemplum habemus in aqua, in quam ſi immergatur capillaris tubus, aſcendet ſupra æquilibrium eò quòd aër per hujuſmodi tubulum non gravitet, partibus aëris ſuperficiei tubuli adhæreſcentibus. Quod principium puto univerſaliſſimum eſſe, quo nempe innumeri effectus explicantur, qui vulgò attractionibus occultiſque qualitatibus attractivis tribuuntur.

De hoc aſcenſu aquæ in tubis capillaribus agimus præcipuè in hydroſtatica, eoque explicamus cur aqua aſcendat per arenam, per cineres, aliaque ſicca humefiant, etiam ſupra æquilibrium aquæ cui immerguntur, cur ſpongia aquam ebibat. Filtratio ad hoc principium revocatur, & quod nonnulli tribuunt concatenationi partium aquæ, ſe invicem attrahentium, nos per expulſionem ab aëre in reliquam aquam liberè gravitate factam explicamus.

PROPOSITIO III.

Phyſica.

Sympathia vulgaris nulla datur.

Quamvis ſympathia, aut antipathia in univerſum, ſit rerum diverſarum conſenſus, aut diſſenſus; ſecundùm tamen vulgarem acceptionem ſympathia erit paſſio, ſeu affectio alicujus corporis, ex eo præcisè quod aliud corpus ſimilem paſſionem, & affectionem patiatur, abſque eo quod detur ulla actio quæ propagetur per medium, eaque corpore aut immediatione ſuppoſiti, aut immediatione virtutis conjungat.

Dico ergo ſympathiam, aut antipathiam hoc modo ſumptam admitti non debere à philoſopho, neque eâ reddi rationem ullius effectus, ſed ipſam quæſtionem pro cauſa effectus reponi.

Probatur. Similitudo, aut diſſimilitudo per ſe activa non eſt, ergo afferri non poteſt pro cauſa ullius effectus, ſed ad ſummum ut diſpoſitio ad recipiendum aliquem effectum. Probatur vel illa affectio quæ in ſubjecto illo de novo oritur producitur ab eo, vel producitur ab alio quod ſimilem affectionem patitur: non primum, ſi enim antequam aliud ſubjectum quidquam pateretur non erat potens ad talem effectum producendum, neque fiet potens ab effectu qui in eo non recipitur, neque illud adjuvare, aut determinare poteſt ad agendum, qualis eſt effectus in alio receptus. Neque etiam aliud ſubjectum quod diſtare ſupponitur, poteſt quidquam efficere, quia nullum agens naturale agit in paſſum diſtans, niſi aliquid per medium propagetur. Videmus enim quo major eſt diſtantia, eo minorem produci effectum, ergo ſignum eſt diſtantiam nocere; non noceret autem ſi quodlibet agens in paſſum diſtans ageret.

Puto tamen dari actionem agentis partialis in paſſum ab eo diſtans, licet non diſtet ab agente totali, dum enim ignis agit in manum, non ſolum ultima ejus ſuperficies quæ me tangit operatur, ſed totus ignis per modum unius; quare pars etiam remotior concurrit, licet per medium propter ſimilitudinem perfectam, nihil producat. Dum malleo percutio clavum, partes etiam mallei, quæ clavum immediatè non tangunt agunt tamen, minor enim eſſet percuſſio ſi abeſſent. Sol immediatè hîc in terris lumen producit, loquor autem ſecundùm opinionem communem. Neque enim lumen unum, ab alio tantum ſibi immediatè procedit, ſed immediatè quodlibet à ſole producitur. Quod manifeſtum eſt in radio per foramen tranſmiſſo; ſi enim lumen quod poſt foramen producitur, ab eo tantum procederet quod invenitur in foramine, nulla eſſet ratio cur in linea recta à ſole produceretur, deberet enim in orbem circa foramen produci. Volo ergo ut agens poſſit agere in paſſum diſtans modò vel aliquid producat per medium, vel conjungatur cum aliquo per medium diffuſo, quod etiam agat.

PROPOSITIO IV.

Phyſica.

Sympathia ſumpta pro paſſione ſimultanea procedente ab eadem cauſa applicata ob ſimiles diſpoſitiones admittitur.

Nomine ſympathiæ intelligere poſſumus, paſſionem aliquam ſimultaneam in duobus paſſis, etiam diſtantibus, quæ propter ſimilitudinem diſpoſitionum; eadem ab iiſdem, aut ſimilibus cauſis patiuntur; atque hanc ſympathiam ab omnibus admittendam dico.

Probatur. Ubi ſunt eædem diſpoſitiones, eædemque cauſæ applicatæ, debent eſſe iidem effectus, ſed in duobus ſubjectis, etiam loco diſtantibus poſſunt eſſe eædem, aut affines diſpoſitiones reperiri: ergo poſſunt ab iiſdem aut ſimilibus, & cauſis eadem pati. Hæc ſympathia prorſus paſſiva eſt.

Dico ſecundò. Similes cauſæ, etiam loco diſtantes poſſunt ſimilem effectum, ſimul producere. Ita horologia unius civitatis omnia ſimul horas pulſant ſi exacta ſint: cùm enim eorum rotæ, & elateria commenſurentur, æquali tempore ſuas periodos abſolvunt, etiam ſi ſeparatim agant, & unum in alterius actionem nullo modo influat.

Hinc multorum effectuum rationem reddes, quos multi ſimpliciter ſympathicos vocant, aut per unius in alterum actionem explicant. Refert Bartholinus piloſam cutem ab hominis capite exciſam, occaſione vulneris inflicti, ſervatam, & incanuiſſe, & pilos depoſuiſſe, eo ipſo tempore quo is è quo deſumpta fuerat cœpit incaneſcere, & calveſcere.

Neque verò ad explicandum hujuſmodi effectum cogitanda eſt ulla actio hominis in eam cutem, ſed quia fuit eadem exciſæ cutis, & reſiduæ in illius hominis capite fibrarum textura & ſucci temperies, & habitudo, ideo proportionatus, & ſimilis in utrâque effectus.

Hinc facilè explicabis cur vinum in Angliam ubi nullæ ſunt vites deportatum, eo præcipuè tempore efferveſcat, quo vites è quibus exciſum eſt, germinant, & florent. Neque propterea advocandi ſunt ſpiritus ex iis vitibus, ut talem afferveſcentiam producerent, ſed ſimpliciter eadem in vinoſis ſpiritibus proportione tamen ſervatâ temperiem eandem, & fermentationis periodum patiebatur. In quo major difficultas non occurrit, quam in afferenda ratione, cur ceraſa in diverſis licet regionibus eodem tempore matureſcant.

Cervina caro ſale licet condita, ebullit tamen, & ſæpè corrumpitur eo tempore quo cervi ad coitum incitantur. Non quod ex cervis qui in ſylvis degunt ſpiritus in hujuſmodi carnem ſubeant: ſed quod hæc caro ſimilem quam cervi fermentationem patiatur. Sæpè etiam accidit, ut moriente patre, aut matre, filii malè afficiantur.

Ex hoc principio cauſam facilè proferes cur adſcititius ille naſus civis Bruxellenſis computruerit, mortuo eo homine ex cujus carne deciſus fuerat.

PROPOSITIO V.

Phyſica.

Pulvis ſympatichus ad aliquam diſtantiam juvare poteſt, ad omnem non poteſt.

Celebris eſt hoc præcipuè tempore pulvis ſympathicus, qui variè à multis adhibetur, crediturque à multis in qualibet diſtantia poſſe vulnera ſanare. Eius materiam compoſitionem, uſum, & modum operandi in hac propoſitione aperiam.

Componitur pulvis ſympathicus ex Calcantho, ſeu Vitriolo, quod cum carne ſeu cum omnibus ferè corporis partibus cognationem aliquam habet optimumque eſt remedium ſimpliciter applicatum ad ſiſtendas hæmorragias, & fluxiones vulnerum, immò carnes juſta temperie, optimóque ſucco replet, nonnihil tamen corroſione ſua nocet, & cauſtica qualitate. Hæc eſt materia pulveris ſympathici, qui tamen cautiùs in hac materia procedunt defœcatiorem Calcanthum ſeu Romanum adhibent, non ſimplicem, ſed ad ſolem calcinatum. Modus autem quo applicatur talis eſt. Excipitur linteo ſanguis ex vulnere erumpens, non quidem craſſior, ſed purior, multoque ſpiritu abundans, cui affunditur pulvis ſympathicus, vulneri autem nihil aliud adhibetur, niſi quod omni ſanie, expurgatur. Multi dicunt ſe hujuſmodi curatione ſanatos eſſe, etiamſi pannus ſanguine reſperſus, & pulvere ſympathico, alio transferatur.

Dico primò multos ita curatos, ad maximam diſtantiam ſanatos eſſe, ſine ullo influxu pulveris ſympatici. Probatur vulnus ſi bene expurgatum teneatur in bona natura, ſine alio medicamine ſanatur: hanc enim vim nativam habent carnes humanæ, ut rurſus coaleſcant, atque adeo ſi nihil aliud proferretur, ad probandam virtutem pulveris ſympathici, facilè ut inefficax rejiceretur.

Dico ſecundò in parva diſtantia pulverem ſympathicum, etiam modo prædicto poſſe agere in vulnus, & conſequenter illud ſanare.

Probatur. Ad hoc ut pulvis ſympathicus ita applicatus poſſit ſanare, ſufficit ut ſpiritus Vitriolici deferantur ad vulnus, ſed hi ſpiritus poſſunt deferri ad vulnus, ergo poteſt ſanare vulnus. Spiritus calcanthi conjunguntur cum ſanguine dum iis affunditur pulvis; ſed ſpiritus ex ſanguine erumpentes in vulnus eunt à quo deciſi ſunt. Tum quia in eo vulnere poros ſibi congruentes inveniunt, tum quia ab eodem vulnere erumpunt alii ſpiritus in quorum locum ſuccedit, non quidem aër cujus partes ſatis congruæ non ſunt ut ſubeant poros carnis; ſed ſpiritus cognati, & congrui, nempe ſpiritus è ſanguine prodeuntes, & ſecum ſpiritus calcanthi deferentes.

Hoc principium regreſſus ſpirituum, quod certè difficilè videtur, quodque ſemel probatum multorum effectuum cauſam daret, multis experimentis confirmant nonnulli. Refert Digbeus Dominum Hovel Nobilem Anglum graviter læſum in manu, cum in eodem cubiculo ipſe Digbæus vittam illius ſanguine conſperſam, injeciſſet in aquam in qua calcanthum diſſolverat, ſenſiſſe dolorem de repente evanuiſſe, quaſi ipſi manui frigida affuſa fuiſſet: cumque non multò poſt eandem vittam igni exſiccandam admoviſſet, Dominum Hovel qui in vicina domo habitabat, ſenſiſſe maximum dolorem, ſervumque ſuum miſiſſe ad Digbeum, qui eum admoneret, immerſaque denuo eadem vitta in aquam multo Vitriolo ſaturatam, dolorem pariter mitigatum eſſe.

Addam & alium valdè ſimilem cujus ſum teſtis oculatus. Laborabat Neptis mea graviſſimo dentium dolore, cumque à neſcio quo accepiſſet pulverem ſympathicum dentium dolorem mitigare, ſi nempe ſanguis è gengiva elicitus, & panno exceptus pulvere ſympathico conſpergeretur, id præſtitit; cumque non ſat pro votis ſuccederet, ſtrophiolum hoc ſanguine, & pulvere ſympathico conſperſum, igni exponendum, & calefaciendum pediſſequo porrexit, quod relatum cum genæ admoviſſet dolor ita auctus eſt, ut etiam lachrimas eliceret. Id cum animadvertiſſem ſuſpicatus quod erat, juſſi ſtrophiolum in aquam immergi, mirum ſanè, intrà tempus quo recitaretur ſemel Oratio Dominica, ita omnis dolor abiit, ut ſe omninò ſanam Neptis mea diceret. Scio unum ex Patribus noſtris qui cum in ſanando vulnere digiti, vitriolo ſimpliciter applicito uſus eſſet, cumque poſt aliquos dies, ſe tali medicamento amplius non egere crederet vittam quo digitum obligarat, extra cubiculum ſupra feneſtram poſuit, & cum decubuiſſet tantum frigus in eo digito ſenſit, ut ſomnum ademerit, quare

cum

cum ipſi in mentem veniſſet, id forſitan ex ea vitta, nocturno frigore correpta procedere, eandem vittam ſecum in lectum detulit, qua ſenſim calefacta omnis dolor evanuit.

Alia ſimilia refert Digbæus in diverſis materiis. Si lac è vacca elicitus in prunas ardentes incidat, vacca in ubere torquebitur, ſi vero id crebro accidat ſanguinem pro lacte dabit. Idem accidere ait mulieribus, ut autem talis effectus impediatur, lac & prunæ ſale conſpergendæ ſunt. Aſſerit item ſi prunæ ardentes injiciantur in excrementa hominis, patietur ille tormina, immo & ulcera in natibus.

Aſſerit item quod ſi canis qui aliquem momordit, deinde in rabiem agatur, ſimilem morbum etiam poſt multum tempus homo ille contrahet: quod ſi verum ſit vel oportet in ſpiritibus in vulnere relictis, jam fuiſſe hujus morbi in homine ſemina, quæ jam erant in cane. Vel ſi rabies de novo canem corripiat, & inde communicationem ſpirituum, inter canem, & vulnus admittendam cenſeo.

Ut autem melius talem ſpirituum communicationem à ſanguine ad vulnus perſuadeam, multæ circumſtantiæ hujus curationis notandæ ſunt, quæ ſi deficiant nullus item effectus ſequetur.

Prima ſit moderata diſtantia. Quod enim nonnulli volunt, in omni diſtantia hoc remedium ſuccedere vanum eſt, & ab omni ratione alienum. Interrogavi nonnunquam unum è Patribus noſtris, qui diu in exercitu regio fuerat, eumque an uſus fuiſſet aliquando pulvere ſympatico, aſſiduè reſpondit, nempe dum profundiora erant vulnera, etiam pulvere ſympatico ea conſpergebam. Si verò minora eſſent, exceptum ſanguinem tantum conſpergebam, ſed in eodem cubiculo.

Secunda circumſtantia eſt ut pannus ſanguine conſperſus, ſit in loco aperto, hoc eſt non recondatur in loco obſcuro, & undique clauſo, quia alioquin. ſpiritus erumpere non poterunt. Idem pannus ſit moderatè calidus, ſi enim congeletur, initio vulnus frigeſcet, poſtea verò non aget. Pariter ſi pannus lotus fuerit, non aqua ſimplici, ſed aceto aut lixivio, nihil fiet. Volunt item quod in enſe ſanguine conſperſo reſideant hi ſpiritus.

Hunc ſpirituum regreſſum, aut etiam attractionem videtur probare mercurius qui in exhalationem mutatus ab auro attrahitur; hoc eſt aliis corporibus non adhæret, ſed auro adhæreſcit.

Multi ut pulverem ſympathicum explicent ad principia non communia recurrunt. Inter alios Digbæus ſupponit primò lumen ſubſtantiam eſſe mobilem à luminoſo lineis rectis evibratam, quæ varias patitur reflexiones: hujus luminis particulæ è quibuſlibet corporibus tenuiores partes abradunt, & ſecum deferunt. Ita dum calefit pannus humefactus, lumen ſecum devehit partes aqueas, quæ ſole occidente, & motu luminis ceſſante, recidunt, & auram illam ſerotinam componunt ſenibus præſertim nocivum; eò quòd in eorum poros ſeſe inſinuet, adoleſcentibus non item, ob contrarium ſpirituum ab iis erumpentium motum, quo hæc aura expellitur. Ita ipſe ventos explicat, refertque cum montem Ceniſium tranſiret, ad primos ſolis orientis radios in nivem incidentes excitatam fuiſſe, primò caliginem, deinde lenem auram in ſuperiori montis parte, quæ in inferiori in ventum validum evaſit, eò quòd vapor & exhalatio terreſtris lumine deſtituta recideret, & ſecundùm regulas accelerationis gravium, motum ſuum deſcendendo augeret. Sic inquit loca arentia vix ventum emittunt. Vult deinde aërem plenum eſſe omnium corporum ſpiritibus, & corpuſculis, ita ut aër purus non ſit; id autem ita confirmat. Cùm enim intra phialam parvas viperas incluſiſſet, ita tamen ut aër admitteretur, creverunt ſine ullo cibo præcipuè circa æquinoctia. Vitriolum, Nitrum, fœces vini calcinatæ decuplò ſæpè augentur, attrahendo oleum, quod tempore roſarum illarum odorem habet. Londini corpuſcula è carbonibus lapideis accenſis erumpentia multùm nocent pulmonibus. Aliàs Pariſiis exhalatio lutoſa, muros & ſupellectilem inficiebat. Radii lunares ſpeculo concavo collecti humorem affundunt. Ex quibus concludit vi luminis è quibuſlibet corporibus vim maximè ſpirituum educi: etiam in multis ſine ulla imminutione ſenſibili, ob ſummam materiæ diviſibilitatem, quæ vix concipi poteſt. Ut in auro apparet, cujus una uncia inaurat filum longum 100 leucas, odor fabarum ad magnam diſtantiam percipitur; odor Roſmarini dum floret in Hiſpania ad 100 leucas extenditur, Vultures à trecentis leucis odorem cadaverum perceperunt. Supponit quartò idem author corpuſcula poſſe attrahi, explicatque ſuctionem, ſed malè, hæc enim gravitati aëris tribui debet. Alias item proponit attractiones, ut ferri à Magnete, paleæ ab electro, flammæ à fumo, tum filtrationem & eam attractionem qua ignis per caminum erumpens undique aërem attrahit, & ſecum vehit, eò quòd ipſi adhæreat, & in altum ſimul cum illo ab alio aëre extruditur, ita ut ſi aliunde aër accurrere non poſſit, fumus deſcendat, ſi tamen vas plenum aqua exponatur vapor ex eo erumpens in locum aëris ſuccedet, & fumum impediet. Propter hanc ignis attractionem in cubiculis lue afflatis, excitatur ignis, qui venenum omne ex parietibus, & ſupellectili attrahat. Hinc fit ut ſubſtantiæ calidæ dum evaporantur, ſecum partes aliorum corporum avehant. Ita medici jubent occidi & adhiberi columbas calentes, ægrotis, ut venenum attrahant; Panis calidus mucum ex doliis, & vino attrahit, corpus monialis malè affectæ, & jejuniis exhauſtæ, ſingulis diebus licet non biberet, ducentas libras aquæ ex aëre attrahebat, & reddebat.

Supponit ſextò in hujuſmodi attractionibus corpora magis ſimilia corpori attrahenti multò facilius attrahi, & cum iis uniri. Primò quia corpora ejuſdem gravitatis ſpecificæ facilè adunantur, eò quòd locum æquè altum ſibi vendicent. Secondò ſingula corpora peculiares figuras affectant. Tertiò ut apparet in ſale ex variis corporibus educto. Quartò aqua ex quolibet corpore per diſtillationem educta facilè imbibitur, propter poros accommodatos, corpora igitur ſimilia & congrua facilius uniuntur: ita glutini particulas corporis uniendi admiſcemus, ita partes metalli afferruminandi ferrumini adjungimus. Quintò in hoc principio fundantur variæ praxes; ita manum aduſtam igni exponimus, ut ſpiritus igneos attrahat, viperæ caput, aut ſcorpius vulneri impoſitus venenum ſuum ebibit. Aranea, aut bufo venenoſum halitum attrahunt, & equinam ſcabiem ſanant.

Aqua vaſe contenta, vaporem ex balneis attrahit. Cervina caro condita, corrumpitur dum cervi ad coitum incitantur, vinum bullit dum floreſcunt vineæ; quæ duo poſſunt aliter quam per attractionem ſpirituum ex vineis erumpentium explicari. Ad has attractiones revocat notas fœtus à matris imaginatione impreſſas revocat. Mulier quæ prægnans morum appetiit, cum caſu in ejus collum incidiſſet morum, etiamſi ſuccus ille abſterſus eſſet, fœtus tamen in collo morum habuit prominens, quod ſingulis annis tempore mororum turgeſcit. Alia figuram fragi. Alia nobilis Angla quæ muſcas in facie gerebat, fronti filiæ ſuæ notam nigram inuſſit. Alia infantem nigrum enixa eſt quod Æthiopem ſæpè intueretur, alia piloſum quod imaginem ſancti Joannis Baptiſtæ ſæpe videret. Rex Angliæ Jacobus enſem evaginatum videre non poterat, eò quòd in cubiculum matris uterum gerentis nobiles quidam evaginato gladio ingreſſi, ejus Secretarium occidiſſent. Alia quæ ſpectarat hominem cui amputabatur caput, fœtum enixa eſt cujus caput abſciſſum erat.

Ut autem prædictus author hujuſmodi effectus explicet, ſupponit ſenſus noſtros aliquid extrinſecùs recipere dum determinantur, quod manifeſtum eſt in olfactu, & guſtu. Auris item determinatur à motu aëris impellentis tympanum: in viſu item intervenit lumen, quod ſecum defert particulas corporum, à quibus reflectitur; ut autem oſtendat in tactu ſimile quid evenire, attractiones aliquas profert præcipuè mercurii ab auro. Si enim annulum in digito manus ſiniſtræ habeas, & dextera mercurium attrectes, annulus mercurio inficietur. Pariter ſi aurum in ore habeas, extremoque pedis digito mercurium tangas, mercurio ſimiliter afflabitur.

Ex quibus facilè concludes quod ſi mercuriales ſpiritus ita facilè totum corpus pervadunt, poterunt & deciſi ex fluctu ſpiritus. Adde ſpiritus internos hominis, qui à ſenſibus externis ad imaginationem continuò commeant, in eaque ideas objectis ſimillimas efformant. Imaginatio autem plurima præſtat; immò unius imaginatio in alterius imaginationem vim habet maximam; ita dum quis oſcitat, omnes ſimili oſcitatione afficiuntur, dum alios ridere videmus, in riſum effundimur, quamvis cauſam ignoremus; ad quod referri poſſunt duæ chordæ conſonæ, quarum una ſeipſa vibratur, dum alia impellitur. Cùm ergo tanta ſit conjunctio inter matrem & fœtum, dum matris imaginatio ad aliquam partem ſui corporis ſpiritus impellet, & diriget, ad ſimilem fœtus partem alios ſimiles diriget. Quare ſi matris imaginatio ſpiritibus à moro, aut à frago deciſis plena ſit, & per inopinum fragi, aut mori caſum in ſinum, aut in collum mulium commoveatur, partem horum ſpirituum in ſimilem partem pueri immittet, qui in ea utpote tenera impreſſionem permanentem efficient, licet in matre, utpote magis reſiſtente nihil efficiant. Ita prædictus author regreſſum ſpirituum confirmare nititur. Tum ad Tarentularum venenum deſcendit, quod in vulnerato deſiderium muſices alicujus peculiaris excitat, ad cujus numeros tripudiant ad ſudorem uſque, atque ita evaporato veneno ſublevantur. Muſica autem ſpiritus in corpore humano ſibi conformes, & quaſi conſonos excitat, & agitat, eodem fere modo quo dum digito terimus labra ſcyphi vitrei, vibratur aqua, criſpatur, & ſubſultat, recurrit tamen vis illius veneni, ſuam enim fermentationem patitur. Denique dum recurrunt ſpiritus, ex ſanguine deciſi, ſecum vitrioli aſperſi ſpiritus, utpote connexos, in vulnus deferunt, illudque ſanant. Volui quaſi in epitomem, colligere totam Digbei doctrinam, in qua licet nonnulla inveniantur, quæ nonnihil in meliorem ſenſum detorqueri deberent, bona tamen ſunt, & tanto homine non indigna.

PROPOSITIO VI.

Phyſica.

Sympathia, & Antipathia fundata in motu congruo, aut incongruo ſpirituum, explicatur & probatur.

Ut ex iis quæ ſcimus, ad paulò reconditiora procedamus, accerſenda eſt nobis doctrina facilis, ex tractatu muſices, in quo explicuimus quid eſſet conſonantia, & quid diſſonantia; non enim contenti generalibus definitionibus, quibus diceretur conſonantia eſſe rationalis quædam vocum diſſimilitudo, aut diſſimilium vocum proportio, nempe quod toties graves & acuti ſoni ſimol juncti delectent, quoties ea proportione admixti temperentur, ut uniformiter auribus accidant, & vibrationes ex commenſurabili vocum agitatione uniantur, & in unum concordent. Hæc enim generalia ſunt quæ nihil explicant. Dixi ergo ſonum gravem poſitum eſſe in vibratione diuturna, ſeu quæ majus tempus requireret ut perficeretur, acutum in vibratione quæ minori tempore perageretur. Conſonantiam duorum ſonorum, eſſe commenſurabilitatem duarum vibrationum, quæ frequenter ſimul abſolverentur, ut diximus. Octavam in eo poſitam ut duæ vibrationes acuti ſoni abſolverentur, interea dum unica ſoni gravioris perficeretur, atque adeo in ratione dupla conſiſteret. Diapente ſeu quinta, in ratione ſequialtera conſiſteret, hoc eſt gravioris duæ, interea dum acutioris tres vibrationes abſolverentur, ita reliquis conſonantiis ſuas rationes ſeu proportiones aſſignamus. Diſſonantia autem erit aut incommenſurabilitas vibrationum quoad durationem, nempe quod aut nunquam, aut ſaltem rarò finiantur, ut ſi dum gravior octo vibrationes perficit, acutior novem abſolvit, hic concurſus ita rarus ingratus eſt. Poſito autem quod corpora dum vibrantur determinata ſint ad vibrationes certæ durationis, benè rationem reddimus, cur duæ chordæ uniſonæ ita ſe habeant, ut una impulſâ, alia moveatur, & ſonum edat, quod & concordibus in octava, & in duodecima accidere obſervavi.

Dum enim una chorda ſonat, vibrationeſque ſuas peragit, ſingulos ictus & percuſſiones, motumque in alia efficit, qui cum eodem tempore abſolvatur, ſecundus ictus non erit contrarius motui producto, ſed ita opportunè illi accidet, ut illum augeat, noceat nunquam. Eodem prorſus modo quo ſi quis pendulum impellat repetitis ictibus, id duplici modo præſtare poteſt vel inconcinnè, hoc eſt ita ut, non expectet finem primæ vibrationis, ut rurſus impellat, & tunc ſecundus

cundus ictus motum primò impreſſum ſedabit. Si verò congruè repetantur percuſſiones, nempe ut in fine primæ vibrationis dum incipit ſecunda, rurſus impellamus, vibrationes augebimus, ita campanas, ingentes licet, cum exiguis viribus, ad agitationem congruentem incitamus.

Hanc doctrinam conſonantiarum ad motus ſpirituum traducere poſſumus. Si enim motus ſpirituum ex aliquo erumpentium, ita conformes fuerint motibus ſpirituum noſtrorum, erit quaſi conſonantia, ſi vero difformes fuerint, ita ut ſe invicem impediant, ſpiritusque propterea ſibi invicem occurrentes, ſe repellant erit anthipathia; nunquam enim coaleſcent hi ſpiritus ſed motibus ſibi adverſantibus à ſe invicem recedent. Id melius concipere non potes, quàm ſi duas fiſtulas uno tono ab invicem diſtantes, eo tempore inſones, audies enim ſtridorem aliquem, quaſi aër ad lingulas eliſus, in minutiſſimas partes diſſiliret. Simile quid in ſpiritibus cogitare potes, qui ſi motus non convenientes producant, ſympathici erunt, ſi verò incongruos, erunt dyſpatiel.

Hinc rationem reddes cur non quilibet, qualibet capiatur harmonia, ſed pro diverſitate temperamentorum, diverſæ in diverſis affectiones oriantur. Ita ut ſignum ſit ſimilitudinis temperamentorum ſi iiſdem cantiunculis, iiſdemque concentibus delectentur.

Aliud item fundamentum ſympathiæ in ipſis fibris cerebri conſiderare poſſumus, ſi eas conſideremus quaſi fides, quæ quomodocumque impellantur, vibrationes certæ durationis efficiant; ſi enim congruè, aut à ſpiritibus extrinſecus appellentibus, aut ab ipſo aëre reſonante impellantur, afficientur optimè, motumque pergratum efficient; ſi verò hic motu incongruo impellantur, lancinantur, eorumque partes motibus illis agitatæ, dividuntur. Ita ſtridor ille qui editur dum ferrum ferro raditur, ingratus eſt homini, quod nimis acutus, gratus eſt aviculis, quæ cum minores ſint, fibras etiam ad motum magis præcipitem, & conciſum edere poſſunt. Sic tympanum ex corio ovis rumpitur, dum tympanum ex pelle lupina confectum pulſatur. Si quis tonum alicujus ſcyphi inſonet non ad duplicem octavam aſcendat, rumpitur ſcyphus.

PROPOSITIO VII.

Phyſica.

Sympathia, & Antipathia conſiſtens in ſpirituum figura, faciliqne aut difficili unione, explicatur.

Experimur plerumque res aliquas ad præſentiam aliarum benè, malè vel indifferenter affici, illa autem bona vel mala affectio oritur ex diverſa activitate ſpirituum, qui ex vicinis corporibus erumpunt. Hi ſpiritus dum in ſe invicem incurrunt, vel quadrant, ita ut facilè uniantur, vel ex figurarum oppoſitione ita ſe habent, ut nullo modo conjungantur: ſive quia ſe invicem diſſolvunt, vel reſiliunt, vel etiam ita diverſum habent temperamentum ut poſt motuas pugnas exurgat aliquod omninò improportionatum ſubjecto de quo agitur. In hujuſmodi ſpirituum conſenſu fundatur ſæpè illa conſenſus animorum, ut ſi ſpectemus duos ludentes, ab unius partibus ſtemus, illique victoriam adprecemur; contra verò alteri quaſi infenſi ſimus. Hic conſenſus ſpirituum, ſæpè in ſimilitudine poſitus eſt, ita matres in eos præcipuè filios benè afficiuntur, in quibus major erit ſimilitudo. Nonnunquam fundatur in aliqua diſſimilitudine, quod nempe in iis ſit aliqua perfectio quæ nobis deeſt, & quam hoc modo acquirimus.

PROPOSITIO VIII.

Phyſica.

De ſympathicis & diſpathicis animalium motionibus.

Multæ in animalibus ſympathiæ, & dyſpathiæ in animalibus notantur, citra ullam præviam cognitionem. Ita odores aliquibus noxii ſunt, qui aliis maximè placent, ita odor thuris multis mulieribus nocet, aliis verò gratus eſt. In quo videtur non eſſe major difficultas, quam quod nonnullis animalibus aliqui cibi proſint, qui aliis aut inutiles, aut etiam nocivi ſunt. Hæc igitur omnis ſympathia, aut dyſpathia in ſpirituum conformitate, & difformitate poſita eſt. Ita fuit aliquis Rex Galliæ, qui feles ita oderat, ut ſi contingeret felem eius ingredi cubiculum, ſtatim deliquium pateretur. Commoventur enim etiam nobis non cogitantibus interni ſpiritus, ad appulſum externorum, quaſi ad propulſandam vim illatam. Sic quotieſcumque impetimur, aut vulneramur in aliquo corporis membro, accurrunt magna vi interni ſpiritus, totumque corpus in eam partem impellunt, onde ortum eſt malum Sive ex aliqua elaterii virtute id oriatur, quæ quantum eſt de ſe, dum ſe in priſtinum ſtatum reſtituit, motum producit contrarium ei quo illi vis illata eſt, & hanc determinationem ſequantur ſpiritus animales, ſive aliunde id proficiſcatur. Certum eſt experientia ita rem ſe habere, nam qui in fronte feriuntur proni, non ſupini cadunt. & qui præcipitium timent, in illud à ſpiritibus inclinantur. Qui nimio terrore corripiuntur quamvis fugere velint, propter nimium ſpirituum appulſum præpediuntur, & immobiles redduntur.

Secundùm hoc principium nonnulli explicare nituntur, celebre illud muſtellæ exemplum, quæ ſi bufonem hianti ore expectantem videat, cogitur etiam invita, & reluctans, & cum lamentabili gemitu, ſe in eius os præcipitem dare; non quod uncinis, aut catenulis trahatur à bufone, ſed cum ſpiritibus venenatis, continuo à bufone emiſſis continuò impetatur accurrunt ad partem læſam interni muſtellæ ſpiritus, ut hanc peſtem avertant, aut diſſolvant, tantoque impetu verſus eam partem propellunt, ut etiam reluctantem muſtellam impellant.

Alii verò qui ſpirituum regreſſum in hoc animali admittunt, aſſerunt dum hianti ore bufo quaſi reſorbet ſuos ſpiritus, cum illis muſtellam attrahere, eodem ferè modo, quo dum per ſyphonem aquam aut aërem trahimus, ſimul cum illo corpora quæcumque trahimus. Ita tormentum bellicum poſtquam exploſum eſſet, aërem, arenam, & canem, qui propè inventus eſt reſorbuit.

Torpedo nullam qualitatem ſtupefactivam in aëre

aëre aut in atundine piſcatotis aut in btachio producit, ſed atundine irritata ſpiritus emittit frigidos, hoc eſt qui ſint quaſi coagula ſpirituum animalium homiois, quate tunc obſtructis meatibus, totpor aliquis in nervis irrepit. Alia multa in hunc modum explicare poſſumus, ſine ullis qualitatibus occultis, per ſolam ſpirituum emiſſionem. Qui modus agendi ita communia eſt in agentibus naturalibus, ut actio ipſa ignis ſine ſpirituum emiſſione nulla ſit.

PROPOSITIO IX.

Phyſica.

De electricis attractionibus.

Notum eſt omnibus electrum, gagaten lapidem, ceram quam vocant Hiſpanicam, trahere paleas, quiſquilias, aliaque minutiora corpora ſine ullo delectu, ita ut nulla ſit peculiaris diſpoſitio, aut conditio in his corporibus requirenda niſi levitas, ad hoc ut trahantur. Referam autem aliquod experimentum ex quo hujus attractionis modum elicere poterimus. Sumatur cera Hiſpanica, Electrum, Gagates lapis, aut quodcumque aliud corpus electricum, vehementiſſiméque panoo affricetur, ut incaleſcat tum fumo candelæ jamjam extinctæ admoveatur, fumus ab electrico corpore attrahetur, non quidem tectà, ſed ita in otbem ot totum electricum cotpus ambiat. Quæritur hujus attractionis cauſa.

Dico corpus electricum afficatum vehementiſſimè panoo noonihil incaleſcere, & ſpiritus quaquà verſum expirare, qui deinde ceſſante tali calore frigeſiant, & ab aëre ambiente, & forſitan ab his ſpititibos nonnihil compreſſo, denuo verſus corpus electricum impelli io poros ſcilicet ſuæ figuræ congtuos. Secundò cum hi ſpiritus otpote ſimiles aliquam habeant inter ſe & cum electrico corpore conjunctionem, cum ceſſante calore, mious ſpatium occupare debeant, rurſùs circa electrici cotpotis ſuperficiem ſeſe accommodant.

Tertiò poſſet cogitari aliqua quaſi gravitas, in partibus corpotis electrici, vi cujus omnes tenduot ad corpos ejus: eo modo quo partes telluris vi caloris ſolis in vaporem aut exhalationem in altum elatæ, ceſſante hujuſmodi calore, proprio poodere in terram relabuntur, ut nempe cum ea unum totum componant. Neque video quid in hac materia dici poſſit. Arridet tamen magis hæc explicatio, quæ gravitati aëtis, & preſſioni hunc effectum tribuit. Nam unionem aquæ cum aqua & totunditatem guttæ alicujus totalis rectè à gravitate aëris proficiſci exiſtimamus, nempè cum duæ guttæ aquæ ſe tangunt, cum ea parte amplius non gravitet aër, ex aliis autem partibus æqualiter id præſtet, in orbem has guttas reducit, idem etiam in ſpititibus ab electrico corpore erumpentibus perficiet.

TRACTATUS XII.

ARCHITECTONICA CIVILIS.

NOMEN Architectonicæ ædificiorum omnium ſcientiam indicat, quæ cùm in menſuris, & propoſitionibus obſervandis tota poſita ſit, jure ad matheſin revocatur; quamvis à pleriſque, ut non certis, & indubitatis nixa principiis negligatur. Neque mirum videri debet, ſi hæc materia, ad ſtrictæ Geometriæ leges non exigatur, utpote quæ, vel habitationis humanæ commoda, vel operis ſoliditatem, & elegantiam, tantum, aut externam quandam magnificentiam ſpectet.

Quod ad ædium commoda pertinet, cùm variæ ſint hominum conditiones, varioſque in ſuis domibus uſus requirant, variam etiam cubiculorum diſtributionem exigunt, in quibus vix regula certa dari poteſt, ex quo ſit, ut de hâc parte utiliſſimâ licèt vix verbum quidem authores faciant; exceptiſque paucis aliquibus legibus ex Vitruvio deſumptis, nihil omninò de privatarum ædium ſtructura dicant.

Architectonicam igitur ad publica tantum ædificia, externamque illam præſtantiam, quæ ex columnarum, capitellorum & ſuperimpoſitæ trabe, zophoro, & coronice reſultat, coarctant: quare & nos cum ipſis hunc tractatum ultra hanc diſpoſitionem non extendemus, alias ejuſdem partes aliis tractatibus explicaturi. Unde autem hæc ſubſtructionis ſpecies, ortum duxerit, non ſatis liquet; cùm aperta intercolumnia, & omnino pervia incommodas ædes, & ad habitandum fere inutiles reddere, videantur: ſupervacaneum ex alia parte ſit ad ſuſtentandam contignationem, & tectum columnas addere, ſi murus undique ſolidus erectus ſit. Unde vel ex publicis ædificiis, quæ aperta & omnino pervia eſſe debebant, vel ab aliquarum nationum conſuetudine, quæ quidem imbres, ſolem, & pluvias ſuis ædibus arcebant, aërem verò liberum, & ſpirare, & videre cupiebant, hujuſmodi compoſitio originem duxiſſe dicenda eſt. Quod enim ad primum attinet in templorum veſtibulis, publiciſque porticibus columnas primò adhibitas, cernimus; & inde ad templorum ipſorum ornatum traductas, ut quod primò ob certum, & peculiarem uſum uſurpatum fuit, quia gratum oculis, & magnificum, ceſſante licèt eodem uſu, requiratur. Quod verò ad ſecundam rationem attinet, ex litteris Sinenſibus audimus, Tartaros ita conſuetos eſſe in libero aëre verſari, ut ſi quas Sinenſium ædes habitandas nanciſcantur, priùs diruto ſaltem uno pariete, eas aperiant, ne ſibi incarcerati videantur. Vel denique quod in multis regionibus, ſolos domorum angulos, & per intervalla tantum parietes columnis munire ſoleant, intercolumnia verò leviori materia, & minus ſolida claudere. A Tignariis autem operibus, potiùs, quàm à cæmentariis hæc ſcientia profecta eſt, quippe cujus præcipuæ partes à trabibus, domorum coronice cui tectum imponitur, nomenclaturam accipiant. Hinc oritur quod cum tecta, ut à ſubjectis parietibus imbres prohibeant, ultra perpendiculum promineant, tignaque ut plurimum appareant, ita in Architectura, quæ columnis imponitur moles, præcipuè coronis, & multùm ultra ſubjectas ſibi partes projecta, tignis, denticulis, mutuliſque ornetur. In explicanda hac materia, à conſueta methodo non diſcedemus, primóque per modum definitionum terminos aliquos explicabimus, tum in propoſitionibus totam hanc doctrinam enucleabimus.

DEFINITIONES.

MUrus, ſtylobata, eſt quadrangularis moles, ſeu ſolidum parallelepipedum, & rectangulum, aliquando cubicum, aliquando vero longiuſculum ut dicemus poſtea. Talis eſt cubus AB.

Tæniæ, ſeu quaſi coronis, & baſis ipſius ſtylobatæ, ſunt alia parallelepipeda, quæ ſtylobatæ imponuntur, aut ſubjiciuntur, variiſque modis efformantur, ut AD, BC.

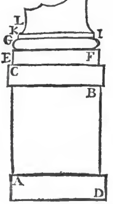
Stylobatam ſequitur baſis cujus altitudo, ut plurimùm æqualis eſt, ſemidiametro ſcapi, ſeu columnæ, dimidiam ejus partem inferiorem occupat plinthus EF, ſeu laterculus, ſic dictus, quod olim columnæ laterculus ſubjiceretur. Plintho imponitur thorus FG, ita dictus, quod torno elaboretur.

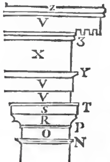
Sequitur Trochilus ſeu ſcotia, quod excavata tenebras accerſat, hæc in aliquibus deeſt, ut in hac figura, ſicut, & trochilus ſic dictus, quod ad modum trochleæ excavetur.

Trochilum ſequitur Thorus ſuperior hic etiam deeſt, ſi in baſi duplex Thorus inveniatur.

niatur, quem excipit Aſtragalus I K, ſeu corona.

Apophygis KL, ſic dicitur quòd columna videatur ex baſi quaſi emergere.





Scapus, ſeu columnæ ſtipes. Scapus inferior ſeu pars inferiot columnæ, ſcapus ſuperior, ſeu pars ſuperior columnæ.

Datur & apophygis ſuperior,& aſtragalus. Sequitur capitellum cujus hæ ſunt partes hypotrachelium O, annulus P, R Echinus, ſeu ovum, ST plinthus, S abacus, T tænia. Hæ partes in omnibus non diſtinguuntur.

Epiſtylium ſeu Architrabs, eſt quæ primò imponitur capitello ſeu pars inferior V, contignationis capitello impoſitæ.

Sequitur Zuphorus X, quòd figuræ animalium in ea parte inſculpi ſulerent, deinde erit coronix Y, Z erit cymation coronidis, 3 erit cymation Zophori, 𝛾 tænia diſtinguens inter architrabem, ſeu epiſtylium, & Zophorum.

Hæ partes ferè ſemper omnes in omni ordine inveniuntur: varias tamen diſpoſitiones pro ordinum varietate, ſortiuntur, ut meliùs inferiùs enucleabimus. Sunt ergo iſtæ omnes partes, tænia vicem baſis obrinens in ſtylobata, quadratum ſtylobratæ, tænia vicem coronicis obtinens in ſtylobata. Sequitur baſis, has continens partes, plinthum, rhorum, ſcotiam, thorum ſuperiorem, aſtragalum, apophygin; in hac tamen figûra poſuimus tantum plinthum, Thorum, & aſtragalum columnæ, apophygin ſuperiorem, & aſtragalum ſuperiorem. Columnam excipit capitellum, cujus partes ſunt hyporrachelium, annulus, tænia, Echinus ſeu ovum, pliuthus ſuo abaco, & tænia conſtans. Sequitur architrabs, cum ſua tænia, zophorus cum ſuo cymatio, coronix cum ſuo cymatio. Alias partes cum opus fuerit recenſebimus.

Menſura naturalis eſt modulus, ſeu ſemidiameter imi ſcapi columnæ. Hæc ſemidiameter in minuta triginta dividitur, atque adeò unum minutum erit pars trigeſima ſemidiametri columnæ, ſeu pars ſexageſima totius diametri, ad hanc menſuram omnia revocantur.

Ordo in Architectonica, ſumitur pro apta diſpoſitione columnæ, capitelli, Architrabis, Zophori, & Coronicis, neque alia definitio ordinis in hac acceptione ſumpti niſi deſcriptio: partium tamen eſſentialium dari poteſt, è quarum numero, & baſin; & ſtylobatam rejecimus, quippe perſæpè, in aliquibus ordinibus omittantur.

PROPOSITIO I.

Numerus ordinum.

Non omnes Architecti in ordinum numero conveniunt, quamvis enim ordines quinque communiter recenſeantur, nempe Tuſcus, Doricus, Jonicus, Corinthiacus, compoſitus, neoterici tamen plus nimio antiquitati addicti, tres tantum agnoſcunt, Græcos ſcilicet, Doricum, Jonicum, Corinthiacum; Tuſcum verò quaſi ruſticum, compoſitum, ut nimis audacem, & confuſionis parentem ab hac diſciplina procul amandant. Quorum ratio hæc eſt, tria tantum ædificiorum genera excogitari poſſunt, nempe ſolida, media, & ornata: cum ergo ſoliditatem maſculam ſectetur Doricum genus, mediocritatem quandam, & fœmineam mollitiem affectet Jonicum, ornatus omnes, & magnificentiam præ ſe ferat genus Corinthiacum, nullus videtur Tuſco, & compoſito locus relinqui. Si tamen rem attentiùs conſideremus, nec plus æquo antiquitati deferamus: video ſoliditatem maſculam excogitari poſſe, incomptam, & ornatam: ſua enim etiam ruſticis virilis fortitudo, ſua principibus, & regibus. Sæpe materia ornatum reſpuit, quorum incapax eſt; & ut rem in exemplo oſtendam. Inter alia ordinis Dorici ornamenta, ſunt triglyphi, & metopi, denticuli ova, quæ ſi omnia huic ordini adimas, in Tuſcum ferè degenerabit: aſſero tamen, lapides inveniri, horum ornatuum incapaces, hoc eſt qui ſi ita minutè inciderentur, diſſilirent omninò; onde in tali caſu ad aliud genus recurrendum eſt. Habet & ſuam ſoliditas incompta majeſtatem. Ut verò de compoſito dicam, ſi Corinthiacus ordo, ſolo Callimachi capitello, ab Ionico diſcrepans, ut vult Vitruvius; peculiarem tamen ordinem conſtituit, quare compoſitus longè diverſum habens capitellum cum Corinthiaco confundetur. Sed ne ſit altercatio, quæ in quæſtionem de nomine degenerat; cum ſit admodum difficile aſſignare, quæ partes ſint ita eſſentiales, ut vel minima in iis mutatio novum ordinem conſtituat, quæ verò ita accidant, ut quantumvis aliæ pro aliis apponantur,

apponantur, ejuſdem tamen ordinis fines non excedant. Adde quod licèt antiquis haud dubiè multùm debeamus, cum ab iis utpote magiſtris ſcientiarum principia acceperimus, non tamen iis quaſi mancipia ita addicti ſumus, ut aliquid excogitandi facultas omnis adimatur, iſque de Architectura peſſimè meritus cenſeatur, qui aliquid auſus fuerit, quod antiquis in mentem non venerit. Quam mancæ forent, & inopes matheſes noſtræ, ſi ſolis antiquorum commentationibus diteſcerent, promoventur in dies, majúſque hoc & præcedenti ſæculo incrementum accepere, quam prioribus mille annis. Primum haud dubiè Architecti ſtudium, in evolvendis antiquorum ruderibus ponatur; ne tamen unquam alium accuſet, quaſi violatæ majeſtatis, ſi quid in eius operibus irrepſerit, quod ab antiquis non fuerit uſurpatum. Exiſtimo igitur ut mediam quandam viam ineamus; & aliquid antiquis concedamus, ordinis cujúſque ſimmetriam accuratè obſervandam, diſpoſitionem tamen reliquam, Architecti docti, ingenio relinquendam. Retinendus igitur eſt quinarius ordinum numerus.

PROPOSITIO II.

De ordine Dorico.

Primus ordo quoad originem, eſt Doricus, cujus inventor dicitur Doreus, Princeps qui in urbe Argo, magnificum Junoni templum ſecundùm leges ordinis iſtius excitavit. Ad hujus ſimilitudinem alia in Græcis templa ædificata ſunt, ut in urbe Olympia Jovi, in inſula Delo Appollini, Athenis Minervæ, aliáque multa aliis in locis. Hujus proprietates ſunt virilis aliqua majeſtas, & conſequenter ſoliditas, ſed non incompta, & ſine ornatu; ex quo fit, ut in urbium & arcium, templorum, palatiorum item portis, benè adhiberi poſſit. Hujus majeſtas præcipuè oritur ex partium magnitudine: cum enim paucioribus, & minus interruptis partibus conſtet, proceritatem aliquam præ ſe ferre videtur. Si enim Coronicis lories, & ſupercilium, ſi moduli, & denticuli bene promineant, nec ea minutarum partium confuſio oculis incurrat, & angulum viſivum partiatur, magnifica quædam, Giganteæ molis idea ingeneratur. Neque enim omnis ornatus ſemper appoſitè accerſitur, qui dum in varias, quaſi partes opus dividit eius majeſtatem minuit.

Hoc habet peculiare ordo Doricus, quod à pleriſque veteribus ſine baſi, & hypobata adhibitus ſit, cujus rei duplex eſt, & illuſtre exemplum, nempe Theatrum Marcelli, & Thermæ Diocletiani. Theatrum Vicentinum, arcus Triumphalis Veronenſis. Vitruvius item quamvis, Jonici, Corinthiaci, immo & Tuſci baſim ſatis diligenter deſcripſerit, ne verbum quidèm facit, de Dorica baſi. Immo videtur eam poſitivè excludere, dum rationem affert cur Jonicæ columnæ addatur baſis. Aſſerit enim in Jonico genere, fœmineam pulchritudinem maximè ſpectari, unde columna exilior, capitellum habet, & vittis, cirris, ſeu ſpiris ornatum, ſcapum ſtriis quaſi veſtium ſinubus, & rugis aſperum; baſim, quaſi calceum. Cum ergo ibidem aſſerat genus Doricum maſculam majeſtatem referre, mirum non eſt ſi baſi careat: Hercules enim, cæterique heroes nudis incedunt pedibus. Recentiores tamen huic ordini ſuam adaptant baſim, quam ex illis referemus.

Ut autem ordine procedamus, ſemidiameter imi ſcapi columnæ erit modulus, ſeu menſura cæterarum partium, longitudo ſcapi erit modulorum 14: quam deſumptam volunt, ex menſura viri, cujus pes, ſepties circiter altitudinem continet. Non tamen hæc longitudo ita determinata eſt ad modulos 14 ut ad quindecim, & ſexdecim aliquando pervenire non poſſit.

Capitellum, unum modulum exactè ſibi vendicat.

Sicut & Architrabs comprehendendo tæniam ibi compoſitam.

Zophorus unà cum impoſitâ ſibi tæniâ, modulum habet cum dimidio, coronix modulum cum quadrante.

Tota igitur trabeatio quartam partem occupat ſcapi, & capitelli, nam ſcapus cum capitello modulos quindecim efficiunt, quorum unus modulus Architrabis modulus cum dimidio Zophori, & modulus cum quadrante coronicis, ſeu três moduli cum tribus quadrantibus ſunt quarta pars quindecim modulorum.

Si tamen ſcapus columnæ longior eſſet, trabeatio ſemper eius quartam partem occuparet, & totum incrementum in coronicem refunderetur, Architrabe, & Zophoro iiſdem perſeverantibus.

Ex quibus facilè quæcumque oblata, ædificia ordinis Dorici examinabis, ſi enim trabeationis altitudo, non habuerit quartam partem ſcapi, & capitelli, degenerat à ſymmetria, & proportione huic ordini debita.

Neque verò difficile erit datâ altitudine, ad quam erigenda eſt fabrica ordinis Dorici, ſingulis partibus, ſuas dimenſiones aſſignare, & modulum invenire: nam totius ordinis altitudo erit modulorum $18\frac{3}{4}$, ſecluſa baſi, quam hic nullam eſſe diximus, ſaltem in quamplurimis exemplis. Nam ſi altitudinem datam partiaris per $18\frac{3}{4}$ habebis modulum. Ponamus altitudinem ad quam erigi debet tota moles, eſſe pedum 50, quæritur modulus, partire pedes 50 per $18\frac{3}{4}$ eritque modulus duorum pedum, $\frac{2}{3}$ longitudo columnæ pedum $37\frac{1}{3}$, & capitellum duorum pedum cum duobus trientibus. Quare columna cum capitello, erit pedum 40 trabeatio autem erit pedum 10, quorum Architrabs, ſibi vendicet pedes duos, cum duobus trientibus includendo ſcilicet tæniam, quâ à Zophoro ſeparatur; Zophorus quatuor pedes comprehendendo tæniam, quâ ſeparatur à coronice, coronix tres pedes cum quadrante.

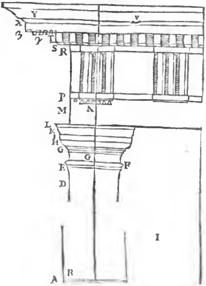
Primum exemplum deſumptum erit ex Theatro Marcelli, cujus ſectionem hic affero; adjectâ omnium partium ſymmetria, hoc eſt tam altitudine, quàm projectura. Atque ut ab imo incipiamus.

Columnæ aſtragalus A altitudinem habet minutorum duorum, diſtatque à centro columnæ minutis 33, hoc eſt eius ſemidiameter ſuperat columnæ ſemidiametrum minutis tribus; dividendo ſcilicet modulum ſeu columnæ ſemidiametrum in minuta 30.

Apophygis B tribus minutis alta eſt, definitque in ſemidiametrum columnæ.

Scapus C D eſt ipſa columna cujus longitudo eſt modulorum 14 una cum ipſius torque, eſt autem ſemidiameter imi ſcapi minut. 3. ſupremi

autem minutorum 24, ita ut ſemidiameter ſupremi ſcapi jam decreverit minutis 6.



Altitudo torquis E, eſt unius minuti cum quadrante, ſuperátque ejus diameter diametrum ſupremi ſcapi minutis duobus.

Thorus ille minor F, altitudinem habet minut. trium, diſtat à centro columnæ minut. 28, hoc eſt ſuperat ſemidiametrum ſummi ſcapi minutis 4.

Collum capitelli, ſeu ut vocant nonnulli Zophorus G, habet altitudinis minuta $7\frac{1}{2}$, ſeu quartam partem moduli, ſicut & ipſius capitelli Annuli G, habent altitudinem min. 4. rurſúſque ad 28 minuta excurrent, hoc eſt eorum ſemidiameter ſit major ſemidiametro colli, quod 24 tantum minuta habebat neque enim excurrebat ultra ſemidiametrum ſcapi ſupremi.

Ovum ſeu Echinus H habet altitudinis minuta $4\frac{1}{2}$ deſinitque in plinthum, cujus altitudo tota eſt minutorum 14, quarum octo ſibi vendicat abacus I, & K, canaliculus minuta $3\frac{1}{2}$, & tænia abaci L, duo cum dimidio; projectura illius tæniæ erit minut. 7, ultra ſemidiametrum columnæ.

Sequitur trabeatio, & primò architrabs M, cujus projectura reſpondet præcisè circumferentiæ ſupremi ſcapi, hoc eſt habet tantum minuta 24. Illius altitudo uſque ad tæniam eſt minut. $25\frac{1}{2}$, in ea formantur guttulæ N, è triglyphis dependentes, quæ guttulæ habent altitudinem minut. 4, projecturam, ſeu prominentiam minut. 3.

Tæniola O, impoſita guttulis, habet altitudinis minut. 2, eandem cum guttulis projecturam.

Tænia P altitudinis habet min. $4\frac{1}{2}$ prominet autem ſupra architraben minut. $4\frac{1}{2}$.

Altitudo Zophori uſque ad tæniam ſuperiorem eſt minut. 40, ejus projectura æqualis projecturæ architrabis minut. 24, incipiendo ſemper ab axe columnæ.

Tænia habet altitudinis minuta 5, prominet ſupra planum Zophori uno minuto, niſi ubi format quaſi capitellum triglyphorum, ea enim in parte prominet ſupra planum Zophori min. $4\frac{1}{2}$, triglyphi altitudinem habent æqualem altitudini Zophori, latitudinem habent unà cum adjectis hinc inde mediis intervallis, modulum unum, & quilibet min. 5. prominent autem min. 3.

Exinde coronix plurimas habens partes primò occurrit quaſi abacus R altitudinis habens min. 3. projecturam à 30 ad 33, deinde tæniola S unius minuti cum dimidio.

Denticuli T habent altitudinis minut. $6\frac{1}{2}$, prominent autem ſupra tæniolam 4 minutis, hoc eſt prominent ſupra Zophorum min. 13.

Corona V, altitudinis habet minut. $8\frac{1}{4}$, prominet ſupra planum Zophori minutis 44, ſeu ſupra denticulos minutis 31, plurimas autem habet partes.

In plano autem inferiori, quo tegit triglyphos, quod planum communiter horizontale eſt, in hoc tamen exemplo, propter ſummam altitudinem, non nihil inclinatur ex parte anteriori, ut ſpectantibus videatur horizontale. In eo inquam plano plurimæ ſunt partes quas expreſſimus in figura 3γ, & primò ſunt variæ vittæ 3γ, continentes circiter octo minuta, eſt & cavitas γ continens duo minuta cum dimidio.

Sequitur abacus X, altitudinis habens minutis $2\frac{1}{4}$, unà cum tæniola unius min. projecturam habens duorum minutorum initio, & in fine 6.

Cavitas Y habet altitudinis min. $9\frac{1}{4}$ projecturæ 10, ſupra reliqua, hoc eſt projectura illius ſupra axem columnæ eſt min. 84, ſeu modulorum duorum, & min. 22. ultra columnæ inferiorem ſuperficiem modulo uno, & min. 24.

Secundum exemplum refertur ab authore paralleli Architecturæ, deſumptum ex thermis Diocletiani Romæ. Non potuit habere longitudinem columnæ, quæ ipſi videtur fuiſſe modulorum 16, comprehenſo capitello. Nam trabeationis altitudo eſt modulorum 4, cum aliqnibus minutis, quam habuit, vel ex capitello, vel ex craſſitie columnæ.

Primò occurrit A aſtragulus ſuperior minut. 2, cujus projectura à centro columnæ minu. 27. Sequitur torquis B, cujus altitudo min. $3\frac{1}{4}$, projectura 30, ita ut reſpondeat perpendiculariter, ſuperficiei imi ſcapi columnæ, additur & parvus annulus C, cujus altitudo eſt min. $\frac{1}{4}$, atque hæc ad columnam pertinere videntur.

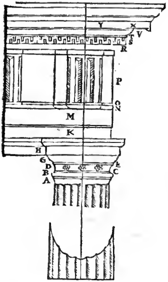
Collum capitelli D continet min. $7\frac{1}{2}$, reſpondétque ſupremo ſcapo.

Supra quem eſt parvus annulus E, ſeminiinuti; exinde parvus Thorus F min. 2. cujus projectio eſt min. 29. Ovum ſeu Echinus G min. 6, altitudinis incipit à projectura minut. 29, deſinit in 35. Plinthus H habet min. $13\frac{1}{2}$, quarum abacus ſibi vendicat 8, projecturam habens 35, canaliculus I, min. 3, deſinit in projecturam 39, tænia plinthi eandem projecturam habens min. $2\frac{1}{2}$.

Trabeatio S, primò architrabs unà cum impoſitâ tæniâ continet unum modulum, & duo minuta; diſtinguitur in duas partes, inferior K, alta eſt minutis 10, projecturam habet 25, hoc eſt reſpondet ſcapo ſuperiori, dividitur parvo Thoro L duorum minutorum.

Secunda

Secunda Architrabis pars M min. 15. addit unum min. projecturæ ſuæ, guttulæ triglyphorum



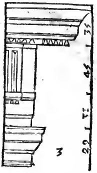
altitudinis habent min. 4. projecturæ ſuperioris Architrabis addunt tria minuta; faſcia dividens Architrabem à Zophoro habet canaliculum N, min. trium, & tæniam O min. 2. projectura eſt 29, niſi ſub triglyphis, ibi enim eſt 31½.

Triglyphorum P altitudo eſt min. 15, projectura 27, latitudo Triglyphorum omnium ſimul unius moduli. Zophorus æque altus, ac Triglyphi, projecturam habet 25, inter Triglyphos, ſpatium intercedit quadratum.

Tænia Zophoro impoſita min. 4. continet, eius projectura 28, niſi ſupra triglyphos ubi eſt major.

Canalis R altitudinis minuta 4 habet, projecturam à 30 ad 33, ſuper impoſitam habet tæniolam unius minuti. Sequuntur denticuli S altitudinis min. 7, projecturæ 39, his imponitur parvus Thorus T, unius minuti cum dimidio, projecturæ 40, Echinus V, altitudinis habet min. 6, projecturæ ad 45. Huic imponitur tæniola X unius minuti, corona Y, altitudinis habet minut. 6½, projecturam minut. 60, recurvam in fine. Exinde abacus Z altitudinis minut. 4, cum tæniola unius minuti, projecturam min. 66, denique cavitas 3 altitudinis min. 7. unà cum tænia min. trium, projectura min. 73.

Tertium exemplum ex parallelo pariter deſumptum, erit ex Albania prope Romam non ita pridem è ruderibus erutum; quod habet peculiare, & notandum, erit extraordinaria coronicia projectura, quæ ſuperat Zophori projecturam plus quam uno modulo. Corona enim protenditur minutis 67, ſeu uno modulo ferè cum quadrante; ex quo fit ut neceſſariò adhibendi ſint, mutuli ad eam ſuſtentandam. Mutulorum enim nomine intelligimus, quidquid ſuſtentat coronicem. Pluribus autem modis fieri poſſunt, iſti f...c, parallelepipedi, adhibenturque ſupra triglyphos,



& ita ut videantur eſſe quaſi capitella triglyphorum. Corona habet altitudinis min. 7. Sequitur Echinus trium minutorum, & tæniola unius minuti, cujus projectura 72. ſumendo ſcilicet ab axe columnæ, canalis 9 habet minuta, projecturam min 81. cymation eſt 4 minutorum, tota coronix eſt tantum min. 34. niſi illi addatur tæniola eam à Zophoro dividens.

Mutulis infernè adduntur guttulæ, & ſpatia inter mutulos relicta, quæ reſpondent ſpatiis interjectis inter triglyphos ornantur roſis.

Architrabs cum impoſita ſibi tænia, præcisè continet unum modulum, in duas partes dividitur, quarum inferior eſt min. 7. projecturam habet min. 26. Superior quæ eſt min. 14. projecturam habet min. 29.

Capitellum nihil habet peculiare, plinthi projectura eſt min. 38. cimatii, & abaci erit min. 34, cætera ex figura ſatis intelligentur.

PROPOSITIO III.

De baſi, & hypobata hujus ordinis.



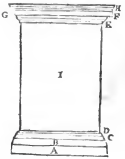
Quamvis cenſeat author aliquis, hunc ordinem eſſe ſine baſi, & hypobata; diſſentiunt tamen reliqui omnes, & ipſe Vitruvius peculiarem illi aſſignat hypobatam. Quare ut omnia conciliemus, poſſumus aſſerere, in hoc ordine deeſſe poſſe baſim, & hypobatam, cùm nonnulla id probent, antiquorum exempla; ſecundò cum omnibus dicimus omnem ordinem poſſe carere hypobata, modò illi baſis ſubjiciatur, poſſe item illi ſubjici hypobatam, quare deſcribenda eſt il-

lius baſis, in qua ferè omnes conveniunt. Nam Palladio, Scamozzi, Serlio, Barbaro, Cataneo, Alberti, Viola, Bullant, & Delorme duplici thoro, inferiori, & ſuperiori baſim hujus ordinis inſtituunt, quam canaliculus dividit. Solus Vignola unico thoro, eoque majore contentus eſt: omnes tamen illi modulum tribuunt projecturam vero plinthi inferioris, nonnulli 40. alii 45. aſſignant.

Plintho tribuunt ferè omnes min. 10, vel $9\frac{2}{3}$, project. 42 vel 45 thoro inferiori min. $7\frac{1}{2}$, projecturam eandem in medio. Sequitur cavitas min. 5, cum adjectis ſupernè, & infernè tæniolis unius circiter minuti: projectura inferioris eſt 37 ſuperioris 35, thorus ſuperior projecturam habet 37 altit. quinque min aut 6, debent autem omnia, ita diſponi, ut modulum exactè conficiant.

Vignola retenta projectura min. 41, plintho tribuit altitudinem minutorum 15. Exinde ſequitur thorus 10 minutorum: addit & thorellum 2 min. cum dimidio, & aſtragalum 2 min. cum dimidio. Quare baſis ejus non implet totum modulum, niſi thorellus, & aſtragalus columnæ ad baſim pertinere cenſeantur. Parvi thori projectura ſecundum ipſum erit $36\frac{1}{2}$, coronæ 34.

Hypobata tres habet partes, nempe inferiorem, quaſi baſim ejus; ſuperiorem quaſi capitellum, & mediam. Media dicitur habere proportionem diagonalem hoc eſt altitudo ad latitudinem ſe habet, ut latus quadrati ad diagonalem ita Vitruvius. Ejus projectura erit æqualis. projecturæ plinthi baſis, hoc eſt in pleriſque 45 min. altitudo 4 modulorum præter capitellum, & baſim.



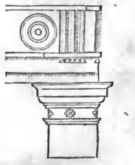
Baſis tota hypobatæ continet min. 25, plinthus A illius habet altitudinis minuta 10, projecturæ duos modulos, & duo minuta, tænia B altitudinis n i ı. $6\frac{1}{4}$ projecturæ min. 57, canaliculus C habet altitudinis min. 5. projecturæ initio $54\frac{1}{2}$, in fine 50 parvus thorus D, altitudinis minut. $2\frac{1}{2}$, projecturæ 48, aſtragalus D altitudinem habet unius minut. cum quadrante projecturæ $46\frac{1}{2}$.

Capitellum hypobatæ continet ſemimodulum in altitudine. Echinus E altitudinem habet min. $3\frac{1}{4}$, projecturam in fine min. 48. Corona F, habet altitudinis min. $6\frac{1}{4}$, projecturæ min. 52 tæniola G habet altit. min. $1\frac{1}{4}$, projecturæ min. 58. Echinus H min. $2\frac{1}{2}$, altitudinis; projecturæ 62, regula I, altitudinis min. $1\frac{1}{4}$, projecturæ 64, hypobatæ altitudo eſt tertia pars circiter aggregati ex baſi, ſcapo, & capitello. Nam communiter in hoc ordine cum ſcapus contineat modulos 14 baſis unum, capitellum alterum, aggregatum erit modulorum 16 cujus tertia pars erit modulorum 5, & 50, min. Habemus ergo trabeationem eſſe quartam partem ſcapi, & capitelli: hypobatam eſſe tertiam partem aggregati ex ſcapo, baſi, & capitello, baſim hypobatæ continere min. 25. Zophorum hypobatæ baſim modulos 4 capitellum hypobatæ, ſemimodulum, columnæ modulum. Scapum modulos 14 capitellum modulum unum, trabeationem eſſe quartam partem ſeapi, & capitelli Architrabem eſſe unius moduli, Zophorum cum tænia min. 50, reliqua tribui coronici.

PROPOSITIO IV.

De capitello Architrabe, & Zophoro ordinis Dorici.

Quamvis ſupra de capitello jam dixerimus, ut melius tamen innoteſcat ejus fabrica recenſiti au-



thores, excepto Leone Baptiſta Alberti, capitello concedunt præcisè unum modulum; in diſtributione tamen partium non nihil diſcrepantes. Alberti tribuit capitello minuta 43, unde fit prodigioſum, cæteri tantum 30 quorum tertiam partem, ſeu min. 10 concedunt ejus collo, aliqui tantum 9, aut $9\frac{2}{3}$, ejus projectura, eſt æqualis ſemidiametro ſupremæ partis columnæ. Annuli habent 3 aut 4 minuta, ſuperior annulus projecturam habet min 30, ſeu unius moduli.

Echinus ſeu ovum eſt 7 partium ferè, ejus projectura in ſuperiori parte eſt min. 35, abacus habet altitudinem 6 aut 7 minutorum, cimatrion trium minutorum, in quo eſt tæniola unius, projecturam habens 38. Quæ omnia ita ſunt diſtribuenda, ut modulum omninò adæquent. Atque in hoc ferè conveniunt; tota differentia eſt penes unum aut alterum minutum.

Quod pertinet ad Architraben comprehendendo tæniam, quâ ſeparatur à Zophoro omnes, illi tribuunt modulum, excepto Scamozzi, qui illi concedit quinque inſuper minuta, unum pro tæniola guttulis impoſita, & quatuor pro tænia qua dividitur à Zophoro. Ejus projectura, eadem quæ ſupremi ſcapi columnæ, Palladio, Alberti, Viola, Scamozzi eam in duas partes dividunt, inferior circiter tertiam partem ſuperioris continet, id eſt 10 aut 11 minuta, partis ſuperioris projectura ſuperat uno minuto projecturam

tam inferioris, altitudo tæniæ quâ à Zophoro dividitur, eſt ferè omnibus minut.4. projectura erit min. 30. vel 31.

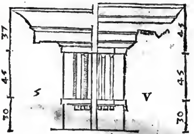
Omnes item conveniont, in Zophori altitudine, quæ eſt min.45. inter duas tænias, item in eius projectura, quæ reſpondet projecturæ architrabis. Conveniunt item in tænia Zophoro impoſita, quæ eſt minut.5. & projecturam habet minut.28.

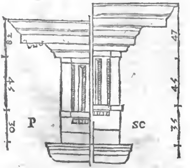
PROPOSITIO V.

Diſſenſus authorum in Coronice.

Diſſentiunt authores in coronice; aliqui minorem faciunt, alii majorem, nam Bullant. ei tribuit min.25. Barbaro min.30, ſeu unum modulum, Cataneo 32, ſicut & Serlio. Palladio 33. Delorme 34. Viola 35. Alberti 39. Vignole 40. Scamozzi 42.

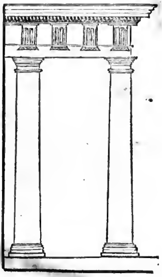
Unde verò ortum ſit tale diſſidium non ſatis liquet, crediderim quod cum altitudo totius trabeationis debeat eſſe quarta pars ſcapi columnæ, comprehenſo capitello, & in hoc ordine nonnunquam authores aſſumpſerint pro ſolo ſcapo, modulos 14, aliquando 15, & ſexdecim, debeatque tunc augeri trabeatio, ut ſemper habeat quartam partem, reliquæ autem partes ſuam determinatam habeant magnitudinem, inde fit, ut totum incrementum in coronicem refundatur. Authores igitur qui ſuam coronicem deſumpſerunt ab exemplis, in quibus ſcapus plurium erat modulorum, majorem invenerunt coronicem, qui ex aliis in quibus ſcapus pauciores habebat modulos, minorem etiam habuerunt. Quid verò in tanta diverſitate maximè ſequi debeamus, aperiam. Longitudo ſcapi ſimul cum capitello dividatur in quatuor partes, hæc quarta pars erit trabeatio. Quare detracto uno modulo pro architrabe, & ſua tænia, & minutis quinquaginta pro Zophoro, & ſua tænia, reſiduum erit altitudo coronicis. Præter exempla ſuperiùs allata, hic attexendæ ſunt coronices variorum, ut ex his ideam aliquam efformemus. Hæc autem ſatis facilè intelligentur ex appoſitis cyphris.





PROPOSITIO VI.

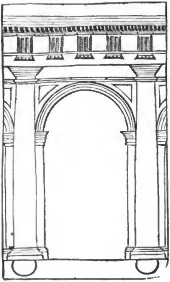
De intercolumniis.

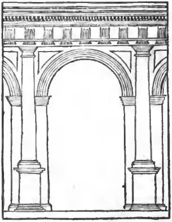


Varia eſſe poſſunt intercolumnia, Primò quidem, vel columnæ adhibentur ſine hypobata, vel cum hypobata, ſecundò vel eſt ſermo de intercolumnio principali, & medio, vel de minus principalibus. Et de mediano quidem vult Vitruvius, inter columnam & columnam eſſe ſpatium trium columnarum, ſeu modulorum ſex. Si verò non fuerit medianum eſſe tantum modulorum 4. cum dimidio. Rationem affert, quod alioquin frangitur trabeatio, hoc eſt architrabs, ſi lapidea ſit. Video tamen in ſimplici columnarum diſpoſitione, hoc eſt cum nullæ ſunt paraſtades, poſſe intercolumnium eſſe modulorum 5 cum dimidio: nam huic incommodo quod frangatur trabeatio, aliter mederi poſſumus. Si tamen addantur paraſtades, fiatque in medio arcus, ſit intercolumnium medietas altitudinis portæ. Intelligo vacuum, ut ſi ſcapus habeat 14. modulos, baſis, & capitellum unum, hoc eſt ſimul 16. quia portæ apertura, non pervenit ad architrabem: ſed ab ea deficit duobus modulis, ideo vacuum portæ arcuatæ erit modulorum 14. intercolumnium

nium eſto modulorum 7. nempe à paraſtade ad paraſtadem.

Eſt peculiaris in hoc ordine difficultas propter





triglyphos, qui directè columnis reſpondere debent, & habere latitudinem unius moduli item ſpatium inter triglyphos relictum quadratum eſſe debet, eſt autem altitudo Zophori, inter duas tænias moduli cum dimidio. Quare inter ſingulos triglyphos debet eſſe ſpatium unius moduli cum dimidio. Quæ obſervationes reddunt nonnunquam diſtributionem intercolumniorum difficilem, in præcedenti exemplo in quo ſunt quinque moduli cum dimidio, inter duas columnas & à centris columnarum ſunt 7. moduli cum dimidio; erunt intermedii duo triglyphi, & tria intervalla. Quæ intervalla efficiunt quatuor modulos cum dimidio, ſunt duo triglyphi intermedii, & duæ medietatea hinc inde, atque adeo intervallum erit modulorum 7, cum dimidio, intelligendo à centro ad centrum. In ultimo exemplo ſunt ſeptem moduli pro intercolumnio, ſeu inter paraſtades, & hinc inde modulus cum dimidio, uſque ad centra. Sunt ergo 10 moduli à centro ad centrum, quatuor intervalla requirunt 6 modulos, & tres triglyphi integri tres modulos exigunt; reliquus tribuetur duabus medietatibus trigliphorum atque adeo proba eſt diſtributio. Altitudo paraſtadis ſeclufis baſi, & capitello; erit modulorum $8\frac{1}{3}$, baſis æqualis baſi columnæ, capitellum unius moduli.

Quoties verò debet fieri intercolumnium principale, ſecundùm ordinem Doricum, ita ut columnæ ſubjiciatur non tantum baſis, ſed etiam hypobata altitudo à ſolo, uſque ad trabeationem, eſt modulorum $21\frac{1}{3}$ ex quibus ſi auferas unum cum tribus quadrantibus, pro craſſitie arcûs reſtant $19\frac{1}{2}$, circiter pro portæ vacuo à paraſtade ad paraſtadem erunt moduli 10, quælibet paraſtas erit lata modulorum quinque à centro ad centrum columnarum erunt moduli 15.

Diſtributio metopoτum, & triglyphorum talis eſto. Sint intervalla 6, quorum quodlibet erit min. 45. ſumma erit modulorum 9, ſunt quinque triglyphi integri, & duæ medietates, ſibi vendicantes 6 modulos, igitur proba eſt diviſio. Altitudo paraſtadis ſeclusâ baſi ejus & capitello, poterit eſſe modulorum 13, capitellum unius moduli, baſis altitudo, æqualis baſi hypobatæ capitellum dividetur in partes ſex, inferior hebebit min. $7\frac{1}{2}$, ſecunda 10, tertia $1\frac{1}{4}$, quarta $2\frac{1}{2}$, quinta 6, ſexta $5\frac{3}{4}$, arcus dividetur in ſimiles partes totidemque arcus formabuntur cum ſimilibus projecturis.

PROPOSITIO VII.

De ordine Ionico.

Genus hoc minus ſolidum quam præcedens, elegantiorem præſefert venuſtatem, ideo dicitur fœmineum, ſive propter hanc elegantiam, ſive quod ejus menſuræ, ex corpore muliebri deſumptæ ſint. Columnæ ſcapus craſſitiem, ſeu diametrum octies continet, & aliquid, hoc eſt modulos 16, adhuc tertiam partem. Baſi tribuitur modulus, capitello duæ tertiæ moduli, trabeatio non erit quarta para columnæ, ſed duas nonas partes continebit, hoc eſt aggregati ex columna capitello, & baſi, vel ſi mavis erit quarta pars ſolius columnæ. Ut autem ſingulas ejus partes recenſeam incipiamus à baſi.

Baſis ordinis Jonici modulum adæquat in altitudinem, plinthus minuta 10, continet in altitudinem, projecturam min. 41, Thorus inferior altitudinem habet min. $7\frac{3}{4}$, in medio eandem projecturam cum plintho. Tæniola thoro impoſita minutum cum dimidio continet, projecturam $37\frac{1}{2}$, canalis min. $4\frac{3}{4}$, habet. Tæniola thoro ſuperiori ſubjecta unum habet minutum, projecturam $35\frac{1}{2}$, thorus ſuperior altitudinem habet min. 6, projecturam in medio $37\frac{1}{2}$.

Columnæ partes ſuur primò aſtragalus unius

minut

minutum cum dimidio, projecturam habens min.34.exinde apophix.ſcapus continens 16 modulos, in ſuperiori parte projecturam habet minutorum $26\frac{1}{2}$ exinde ſequitur apophix ſuperior, & aſtragalus min.2. cum parvo Toto 4 min. quorum projectura later, ſub ſpiris capitelli, ſcapus præter aſtragalum ſuperiorem & totellum continet 16 modulos.

Capitellum continet min. circiter 20. ejus collum eſt minutorum 9 ſeqoitur latitudo ſpiræ min 5. limbus ſpiræ min.$1\frac{1}{2}$, diviſus per medium, parvus Echinus minut. $2\frac{1}{4}$, projectutam habet min.31. cymation min.$1\frac{1}{4}$, ſpiræ infima pars diſtat, à ſuprema capitelli parte uno modulo, ex quo fit ut videatur capitellum eſſe unius moduli. Oculus ejus diſtat à ſuperiori parte capitelli minut. $17\frac{1}{2}$, projectura ſpiræ in medio eſt minut. 40. dabimus infra modum deſcribendæ illius helicis.

Architrabs ut plurimum in tres partes dividitur, quarum inferior 6. minuta continet cum dimidio,projecturam æqualem ſuperiori ſcapo, ſecunda pars 9 min. continet cum dimidio, prominet ſeſquiminuto ſupra inferiorem, tæniola ornata granis; duo minuta habet, projecturam min. 29 pars ſuperior erit min. 11. projecturæ ejuſdem. Echinus ornatus, altitudinis min. 5 projecturæ 30 in parte inferiori; in ſuperiori min. 34 cymarium ſeu tænia min.$2\frac{1}{2}$, & ejuſdem projecturæ, tota Architrabs una cum Echino, & tænia erit min.36.

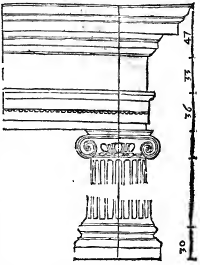
Zophorus erit altitudinis min. 33. inter duas tænias, projectura eadem quæ ſupremi ſcapi columnæ, ſeu min $26\frac{1}{2}$, habet & ſuam apophygen & quaſi aſtragalum, ſeo tæniolam min. duorum, projectura 28.

Sequitur Echinus min. 5 altitudinis, projecturæ inferiori parte min. 26 ſuperiore min.34 exinde tæniola minuti unius.

Denticuli altitudinem habent min. $5\frac{1}{2}$, projecturam 37 duæ ſequuntur tæniolæ ſingulæ unius minuti,exinde ovum min. 5.projectura inferior 39 ſuperior 42.

Corona alta min.10. projecturam habens min. 56.cymatioo min.quatuor inter duas tæniolas min. unius, cujus inferior projectura min. 58. ſuperior min. 62. Regula ſima min.8. projecturam habens ſuperiorem min. 70. tænia min. $2\frac{1}{2}$.

Zophorus variè ornatur, vel animalibus,hiſtoriis, certaminibus cæteriſque.

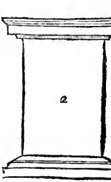


Baſis ſtylobatæ habet plinthum, cujus altitudo eſt min. 10. projectura min. 60, ſeu duorum modulorum. Sequitur regula ſima cum tæniola ſibi ſubjecta; tænia habet min. $1\frac{2}{3}$, regula ſima continet minuta $7\frac{1}{2}$, in ſuperiori parte regulæ projectuta 46. Sequitur parvus totus, aſtragalus apophix.

PROPOSITIO VIII.

De ſtylobata ordinis Ionici.

Stylobata hujus ordinis præter baſim, & capitellum continet modulos quinque, ejus projectura eſt min.41. æqualis nempe projecturæ plinthi baſis columnæ.



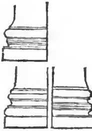
Capitellum ſtylobatæ primò habet aſtragalum duorum minutorum cum dimidio, & parvum torum, illi æqualem cujus projectura 87 ferè minut. Sequitur Echinus ſeo ovum, min.$7\frac{1}{2}$ projectura ſuperiori parte erit min. 53. illi imponitur quaſi corona altitodinis min. $7\frac{1}{2}$, projecturæ 61.

Canalis ſeu regula ſima inverſa trium minutorum cum triente, projecturam habens 71.

PROPOSITIO IX.

De baſi columnæ Ionicæ.

In efformanda baſi Ionicæ columnæ, non omnes authores conſentiunt. Nam primò eius altitudini uſque ad aſtragalum, vel parvum totum pertinentem ad columnam, ferè omnes tribuunt modulum, exceptis Serlio, & Vignolâ, qui dant illi min.28$\frac{1}{2}$, Barbaro, & Cataneo 29. alii omnes min 30. concedunt. In diſtributione partium eſt aliqua differentia, quam tamen modicam exiſtimo, & non maximi momenti. Nonnulli enim duos thoros ſuperiorem minorem, inferiorem majorem efformant, diſtinctos canaliculo 4 aut quinque minutorum, alii Torum tantum ſuperiorem, duas cavitates minutis thoris diſtinctas. Alii & duos thoros, & duas cavitates duplici aut triplici minutiori Toro diſtinctas, ſed hæ omnes differentiæ ſunt ita parvæ, ut liberum exiſtimem cuique quam libuerit amplectendi, ſine erroris periculo. Differentia in figuris ſatis apparet: illæ tamen defectuoſæ ſunt quæ Thorum ſolum ſuperiorem ſatis magnum habent.

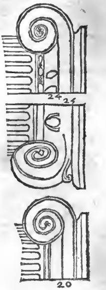


PROPOSITIO X.

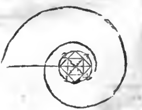
De capitello columnæ Ionicæ.

In capitello efformando differentia authorum notabilis non eſt, omnes enim non computato columnæ ſuperiori aſtragalo, & etiam parvo toro qui eſt unius aut alterius minuti, communiter altitudini integræ capitelli Ionici tribuunt minuta 20 aut 21, eâ ferè diſtributione, quam ſupra aſſignavimus, ut in eorum exemplis videre licet.

Reſtat deſcriptio ſpitæ capitelli Ionici. Ducatur ex medio torque linea horizontalis, quæ ſit min.28$\frac{1}{2}$, hoc eſt exeat extra ſcapum ſuperiorem quem voluimus eſſe min. 26$\frac{1}{2}$, circiter min. duobus, & ibi ſtatues oculum ſpitæ. Deſcribatur circulus ex eo tanquam centro, intervallo unius minuti cum tribus quadrantibus, intra quem circulum inſcribatur quadratum cujus angulus ſit in linea horizontali; illi quadrato aliud inſcribatur, ductæ à centro ad eius angulos lineæ dividantur in tres



partes æquales, ibi invenies centra ſingulorum quadrantum, ut vides in figura. Utere primo centro pro primo quadrante, ſecundo item ad deſcribendum ſecundum quadrantem, & hoc non



tantum ad interiorem helicem, ſed etiam ad exteriorem. Hoc idem centrum erit uſui ad duos quadrantes concentricos. Poſtquam uſus fueris quatuor centris exterioribus, uteris quatuor interioribus: latitudo helicis initio, ſeu ubi eſt latior, eſt quanta altitudo abaci, nempe unius moduli cum duabus tertiis. Cætera quæ ad capitellum pertinent ex ſingulorum authorum exemplis deſumantur.

Sunt nonnulli inter quos Scamozzi, qui ſpiram capitelli Ionici, non deſcribunt, in plano directè oppoſito; ſed ut capitellum ex omni parte eodem modo appareat, eam in plano quaſi diagonali efformant, ita ut ſpitæ facierum adjacentium in angulum quaſi conveniant. Communiter tamen deſcribitur tantùm in duobus planis oppoſitis,

ctis, ita ut ſecundum flexus ſpiræ intelligatur corpus ſolidum contextum; non quidem ſimpliciter, ſed cum duabus ſinuoſitatibus.

Hic conſulantur figuræ omnium capitellorum ab octo authoribus aſſignatorum. In quo illud animadvertendum eſt, ornamenta propria capitelli hujus ordinis, præter helices eſſe ova, torques ad modum unionum elaboratos, hoc eſt ornamenta muliebria.

PROPOSITIO XI.

Trabeatio ordinis Ionici.

Trabeationis hujus ordinis ornamenta, ſunt ova, tæniæ in margaritas, & uniones interciſæ, denticuli: mutulos adhibuerunt Serlio, Scamozzi, & Viola, non tamen ſatis concinnè. Vitruvius enim jure illos non admittit; nam mutuli majeſtatem, & firmitatem præſeferunt, huic muliebri generi, repugnantem.

Proportio totius trabeationis ad columnæ longitudinem, quæ eſt 18. modulorum, computatis baſi & capitello, erit duarum partium nonarum, & conſequenter 4 modulorum circiter. Nam ordinis Dorici trabeatio, ad columnæ longitudinem computatis baſi, & capitello, eſt ut 1 ad 4, ſeu quatuor modulorum; in hoc ordine Jonico erit ut 4 ad 18, ſeu ut 2 ad 9, & in ordine Corinthiaco ut 1 ad 5, ita ut trabeatio ordinis Ionici, ſit circiter media proportionalis, inter trabeationem Doricam, & Corinthiacam. Ex quo reprehendas Vignole, qui etiam trabeationem hujus ordinis erexit ad altitudinem quartæ partis altitudinis columnæ. Communiter architrabs eſt min. 54. computato cimatio quo à Zophoro dividitur: totidem circiter erit Zophorus inter duas tænias, reliqua obtinebit coronix cum ſuis ornamentis, hoc eſt cimatio Zophori, denticulis, ovis, corona, regula ſima, tænis. Illæ enim partes ferè in omnibus paradigmatibus appoſitis, ſe conſequuntur, & exceptis iis qui mutulos apponunt, ut Palladio, Scamozzi, Viola, præcipuorum authorum exempla, variam hujus ordinis Ideam præbebunt. Tu ſeligito quæ magis arriſerint.

PROPOSITIO XII.

De intercolumniis ordinis Ionici.

Si ſolæ columnæ cum ſuis baſibus, ſine hypobatis, & paraſtadibus adhibeantur: erit altitudo baſis, ſcapi columnæ, & capitelli modulorum octodecim ut diximus, intercolumnia autem, à ſuperficie columnæ, ad ſuperficiem alterius modulorum 5. Si adhibeantur paraſtades, columnæ ſcapus inferior diametrum habet duorum modulorum, paraſtas trium, hoc eſt ſuperat ſemimodulo hinc inde diametrum columnæ, altitudo baſis paraſtadis æquabitur altitudini baſis columnæ. Altitudo paraſtadis, uſque ad capitellum modulorum circiter $12\frac{1}{4}$ capitellum paraſtadis erit unius moduli. Inſpice figuras ordinis Dorici.

Vacuum januæ arcuatæ erit modulorum 17. quoad altitudinem, intercolumnium verò ſeu à paraſtade, ad paraſtaden erit modulorum $8\frac{1}{2}$.

Denique ſi adhibeatur ſtylobata, cum hæc contineat modulos $6\frac{1}{2}$, erunt uſque ad trabeationem moduli $24\frac{1}{2}$. vacuum portæ habebit in altitudine modulos 22. in latitudine modulos undecim intelligendo à paraſtade, ad paraſtaden. Paraſtadis diameter erit modulorum 4, ejus altitudo uſque ad capitellum modulorum 14, ejus capitellum moduli unius, altitudo baſis, æqualis altitudini baſi ſtylobatæ nempe minutorum 20. Reliqua ſunt facilia ex figura.



Notandum in propilæo Sanctæ Mariæ Ægyptiacæ Romæ, quod eſt ordinis Jonici, primò intercolumnium medium eſſe modulorum $4\frac{1}{2}$, intercolumnia lateralia eſſe modulorum 4. altitudinem columnæ cum baſi, & capitello eſſe tantum modulorum 17. Secundò corollas ita eſſe diſtinctas, ut in medio intercolumnio, & in medio columnarum uniantur.

Tertiò in faſtigio triangulari repeti debent omnes coronicis partes, & ornamenta, nempe regula, ſima, cymation, corona, cimatium ovatum, denticuli, cymation, denticuli autem etiam ſi obliqui ſint, habeant tamen lineas verticales; intelligo in faſtigio.

Denique invenio ſtylobatam, cui impoſitæ ſunt ſtatuæ, non eſſe propriam hujus ordinis, ſeu non habere altitudinem ſufficientem, qualem exigeret iſte ordo: quod aptius videretur, etiamſi huic non innitatur columna.

Portæ latitudo eſt æqualis intercolumnio medio, altitudo vero undecim modulorum circiter. Cætera ex inſpectione figuræ ſatis per ſe patebunt.

PROPOSITIO XIII.

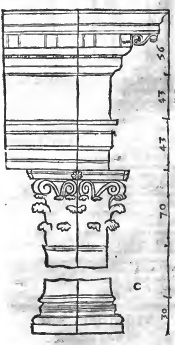
De ordine Corinthiaco.

Ordo Corinthiacus, ut omnium præſtantiſſimus,

mus, ſive in partium compoſitione, ſive in ornamentorum elegantia, primas partes ſibi vendicat. Differt ab aliis præcipuè penes capitellum cujus authorem Vitruvius omneſque poſt illum, agnoſcunt Callimachum. Cum enim Corinthiacæ puellæ fatis functæ, nutrix crepundia calatho incluſa ſepulchro impoſuiſſet, atque ut imbres arceret, regulâ operuiſſet, accidit fortuitò, ut acanthus foliis calathum ambiret, & regula pondere preſſa curvaturam aliquam indueret: hujus pulchritudinem demiratus Callimachus, in capitellum tranſtulit, indeque ordinis Corinthiaci præcipuum ornamentum profectum eſt. Ordinis Dorici firmitas, & Jonici elegantia, huic ordini maximè convenit: quare præter triglyphos, ornamenta, cætera utriúſque complectitur, nempe mutulos, & nonnunquam denticulos, qui in pluribus exemplis deſunt.

Symmetria hujus ordinis talis erit tota illius altitudo erit modulorum $23\frac{3}{4}$, ſine ſtylobata; baſis erit moduli unius, ſcapus ſolus columnæ, modulorum $15\frac{2}{3}$, capitellum modulorum duorum cum triente; ideoque tota columnæ altitudo erit modulorum novemdecim. Trabeatio erit modulorum $4\frac{3}{4}$, hoc eſt ferè quarta pars, quamvis multi velint trabeationem eſſe tantum quintam partem, columnæ, comprehensâ baſi eius, & capitello.

Aliquando totius columnæ altitudo eſt modulorum viginti, & trabeatio continet duas nonas partes, ſeu modulos 4. cum dimidio, exemplum erit deſumptum ex pantheo,



Baſis erit moduli unius, plinthus eius quartam partem obtinebit in altitudine ſeu min. $7\frac{1}{2}$ projectura erit min. 42.

Thorus inferior in altitudine habebit min. 6, projectura in medio eadem; tæniola unius minuti, projecturæ min. 39. regula ſcotia, ſeu cavitas minutorum 3. tæniola unius minuti, aſtragalus inferior; aſtragalus ſuperior, uterque min. $1\frac{1}{4}$, projecturæ 36. tæniola ſuperior unius minuti, regula ſcotia ſuperior min. $2\frac{1}{2}$ tæniola ſuperior unius min. projecturam habens min. 34.

Thorus ſuperior min. 5. projecturam in medio habens min. $35\frac{1}{2}$ aſtragalus columnæ min. $2\frac{1}{2}$, projecturæ 33. ſequitur apophix, & ſcapus, in ſuperiori parte projecturam habens min. $26\frac{1}{2}$.

Sequitur apophix, & aſtragalus min. $1\frac{1}{2}$, projecturam habens 28, parvus thorus min. $2\frac{1}{2}$, project. unius moduli præciſè.

Capitelli in imo projectura erit min. $26\frac{2}{3}$, nec multùm creſcet uſque ad caules. Primus ordo foliorum donec inflectatur, erit min. 12. ejuſdem projecturæ cum capitello, curvatura foliorum erit min. 7. projectura extremitatis foliorum, erit 35.

Secundus ordo foliorum continebit pariter in altitudine min. 12. antequam flectantur, flexus min. 7. continebit in altitudinem, projectura erit min. 41.

Adnaſcentur & caules quorum latitudo erit min. 4. veſtientur autem foliis minoribus, quorum altitudo min. 5. flexura min. 3.

Nodus caulium erit minut. $1\frac{1}{2}$ projectura 43.

Abacus in medio incurvabitur habebitque florem in medio inſculptum; erit altitudo min. $4\frac{1}{2}$, in cornibus projectura erit min. 43. adjungitur tæniola unius minuti, & Echinus min. $2\frac{1}{4}$ projectura ad cornua erit min. $46\frac{2}{3}$.

Achitrabs ſeu epiſtylium in tres faſcias dividi poteſt, diſtinctas interſe parvis aſtragalis, aut tæniis; prima erit, min. 7. projecturam habens min. 28. aſtragalus poterit eſſe min. $1\frac{1}{2}$.

Secunda faſcia eſto minutorum 9. projecturæ min. 29. huic imponitur cymation min. $1\frac{1}{2}$.

Tertia faſcia min. 12. projecturæ 31. cui imponetur aſtragalus min. 2. cymation min. 6. cum regula min. 3. projectura 36.

Zophorus ſolus minuta 43. continebit, cujus projectura min. 18, hunc ſequetur aſtragalus min. unius, cum cymatio min. 5. & tæniola min. unius projectura 34.

Sequetur vel regula ſimplex, altitudinis minor. $8\frac{1}{2}$, projecturæ min. 40. vel denticuli, vel regula ſima ejuſdem altitudinis.

Aſtragalus min. unius cum dimidio, Echinus ſeu ova minut. 7. projecturæ inferiori parte 42. ſuperiori 49.

Mutuli altitudinis min. 11. projecturæ 70. inter mutulos ſpatium duorum, cymation min. $2\frac{1}{4}$. projecturæ 71.

Corona altit. min. 5. projecturæ 73.

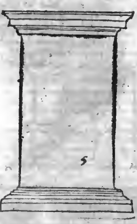
Aſtragalus minuti unius.

Regula ſima min. $9\frac{1}{2}$ inferiori parte projecturam habens min. 74. ſuperiori 81. regula ſimplex min. $2\frac{1}{4}$.

Quamvis hic ordo, ſicut & cæteri ſine ſtylobata plerúmque inveniatur, nihilominus quia poteſt appoſitè adhiberi, ideò prætermittenda non eſt.

Illius projectura in medio æqualis eſt projecturæ plinthi baſis hoc eſt min. 42. latitudo igitur tota erit min. 84. ſeu duorum modulorum & min.

min.24. altitudo ſeclusâ baſi, & capitello, eſt quadrati & duarum tertiarum, ſeu modulorum 4.



min.20. huic altitudini addetur ſeptima pars ſeu 20 min. pro baſi, & alia ſeptima pro capitello, baſis eadem quæ in Jonica. Coronix primo habebit aſtragalum trium minutorum, Zophorum min 6. tum coronam, & cimatium.

Alij baſi ſtylobatæ modulum unum tribuunt, & coronici ferè modulum, ut Barbaro ex Vitruvio illi ſeptimam tantum partem rectanguli medii tribuit. Tota ergo altitudo ſtylobatæ eſt modulorum 6.

PROPOSITIO XV.

De baſi Corinthiaci generis.

Baſis ordinis Corinthiaci non in omnibus ſimilia eſt, inveniuntur enim quam plurima antiqua exempla, in quibus baſis aliquantiſper differt. Nam in porticu panthei baſis, eas habet partes quas recenſuimus ſupra, ficut & in thermis Diocletiani, in fronte verò ingentis illius molis, quæ Neronis Palatium dicitur, duos Thorulos habebat baſis, & unicam ſcotiam intermediam. Ex quo fit ut Palladio Scamozzi, Barbaro & Viola unica ſcoria, & duobus Thorulis contenti ſint, reliqui duas ſcotias, duos thoros adhibeant, ſcotias autem pluribus aſtragalis diſtinguant, projecturam Plinthi inter minuta 40.& 45. continent. Reliqua ex figuris ſatis intelligentur.

PROPOSITIO XVI.

De capitello ordinis Corinthiaci.

Altitudo tota capitelli, comprehenſo abaco; erit communiter minut.70. ſeu duorum modulorum cum triente. Invenio talem altitudinem in exemplis pervetuſtis; nempe in veſtibulo panthei, in thermis Diocletiani, in templo Hieroſolimitano. In Neronis palatio videntur eſſe duo moduli cum dimidio, differentia erit quinque minutorum. Authores non conveniunt, Palladio, Scamozzi, Vignola, Viola, Delorme minuta 70. tribuunt; reliqui duos tantum modulos, ſeu min. 60. projectura abaci fere omnibus eſt min.44. 45. 46. unus alter 43.44. ejuſdem abaci altitudo omnibus eſt 9.aut 10. minutorum. Quare altitudo capitelli ſine abaco duorum eſto modulorum. Ita autem conſtruitur abacus: Sit circulus cujus radius EA, ſitque æqualis imo ſcapo columnæ, hoc eſt ſit eius ſemidiameter EA, unius moduli, circa hunc circulum deſcribatur quadratum, circa quod deſcribatur circulus, & circa circulum aliud quadratum KMNL, huic quadrato æqualis erit amplitudo abaci. Ut autem ſinuetur, ſupra latus M N (*per 1. 1. Eucl.*) deſcribatur triangulum æquilaterum M O N, ex puncto O, ut centro, intervallo O M, vel ON deſcribatur circulus M P N, is dabit ſinuoſitatem abaci. Quare abacus in medio nempe in puncto P, diſtat tantum uno modulo ab axe columnæ, hoc eſt reſpondet perpendiculariter ſuperficiei extimæ imi ſcapi. Cætera ex figura intelligentur.



PROPOSITIO XVII.

De Trabeatione Corinthiaca.

Trabeatio Corinthiaca, nec in omnibus authoribus eadem eſt, nec etiam in omnibus exemplis etiam antiquorum, ſive quod periti Architecti ſæpe rationem habuerint, opticarum demonſtrationum; ideoque trabeationes valde ſublimes, & à ſolo remotas auxerint, ut oculis ſervient; ſive quod eius proportio non ſit adeo determinata.

Recenſebo igitur varias proportiones.

In veſtibulo Panthei, epiſtylium ſeu architrabs continet min.43. Zophorus item 43.

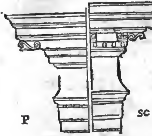
Coronix 56. projectura 83. habetque mutulos, & nullos denticulos.

In veſtibulo palatij Neroniani, architrabs min.$44\frac{2}{3}$. continet, Zophorus 44.

Coronix 59. cum projectura 87. habetque mutulos ſolos, Echinum ſeu ova habet ſupra epiſtylium, & ſupra coronam coronicis.

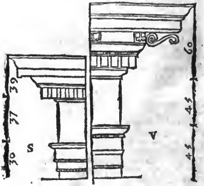
In Thermis Diocletiani architrabs 46. Zophorus 40. Coronix 52. cum projectura 74. habetque in coronice, primò quaſi denticulos, exinde ova, & mutulos.

In templo Hieroſolimitano architrabs min.42. Zophorus min.54. Coronix minut.54. projecturam 82. poſt Zophorum erit cymation, exinde corona quæpiam, ova, mutuli.



Authores variè trabeationem componunt. Palladio, Epiſtylio, ſeu architrabi, tribuit minut.38. Zophoro $28\frac{1}{2}$ coronici $47\frac{1}{2}$ projecturæ 74. Epiſtylium in tres faſcias dividit, cui imponit cymation. Zophoro aliud cymation imponit, exinde denticulos, ova, mutulos, cymation alterum, coronam, cymation, ſimam regulam.

Scamozzi Epiſtylio min. 40. tribuit comprehendendo cymation. Zophoro minuta 32. exinde cymation. Ex duobus torulis, ovis, mutulis, coronâ, cymatio, ſimâ regulâ coronicem componit, comprehendentem minuta 48. cum projectura minut.74.



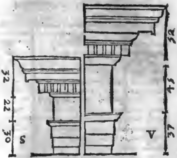
Serlio Epiſtylio dat min.30. eique imponit cymation, Zophoro 37. cum parvo cymatio, exinde denticulos, ova, coronam, &c.

Nullos adhibet mutulos. Coronix min.39. non excedit, cum projectura 71.

Vignola trabeationem valde altam habet, cujus Epiſtilium in tres faſcias diviſum, & cymatio ornatum min.45. continet, Zophorus totidem.

Coronix 60 habet primò cymation denticulos, ova, mutulos, cymatiolum, coronam cymatiolum, Simam regulam, projectura min.90. eſt.

Barbaro Epiſtylium min.30 efficit, Zophorum convexum min.$22\frac{1}{2}$ coronicem min. 33. eique dat mutulos coronam, ſimam, & regulam, & projecturam min.65.

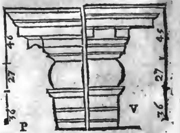


Cataneo ſimilem habet trabeationem niſi quod Zophorus convexus non eſt.

Alberti Epiſtylio dat min. 30. Zophoro totidem, coronicem componit ex cymatio, corona quæ poſſet in denticulos dividi, Echino qui poſſet in ova efformari, mutulis cymatio, regulâ ſimâ. Unde propria corona deeſt in coronice, coronix habet min.40. projecturam 70.

Viola Epiſtylio tribuit min.38. cum cymatio ſatis magno, Zophoro min.$28\frac{1}{2}$, coronici $47\frac{1}{2}$, cum projectura 73. Componit autem coronicem ex cymatio, corona, quæ poſſet in denticulos dividi, ovis mutulis, cymatiolo corona, cymatiolo, ſima regula.

Bulliam dat Epiſtylio min.30. Zophoro $37\frac{1}{2}$, coronici totidem, quam componit ex cymatio, corona quæ poſſet in denticulos dividi, Echino coronâ, ſimâ regulâ, unde mutulos non habet.



Denique Delorme Epiſtylium habet min.$43\frac{1}{2}$, in tres faſcias diviſum Zophorum min.41. coronicem min.$54\frac{1}{2}$, compoſitam ex cymatio coronâ, quæ poſſet dividi in denticulos, cymatio, Echino ſeu ovis mutulis, corona, ſima, cum projectura min.80.

Ex quibus facilè videbis in quibus authores, aut diſcrepent, aut conveniant, item non eſſe ita determinatas iſtas rationes, ut in indiviſibili ſint conſtitutæ.

PROPO

PROPOSITIO XVIII.

De intercolumniis ordinis Corinthiaci.

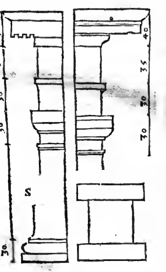
Triplici modo intercolumnia componi poſſunt in hoc ordine, primò ſi columnæ ſolæ adhibeantur, hoc eſt ſine ullis paraſtadibus, ſi ergo uſque ad trabeationem ſint moduli 20, intercolumnium habere poterit modulos $4\frac{1}{2}$, inſpice figuras ordinis Dorici.

Si porta fieri debeat, etiamſi uſque ad trabeationem ſint moduli 20, portæ tamen vacuum ad eam altitudinem non perveniet, ſed deficiet ab eâ modulis duobus; paraſtadis latitudo erit modulorum duorum, inter utrumque paraſtadem, erunt moduli novem, altitudo paraſtadis uſque ad initium arcûs, erit modulorum $13\frac{1}{2}$, capitellum paraſtadis erit unius moduli.

Denique quoties adhibetur ſtylobata, cùm ſtylobatæ altitudo ſit modulorum 6. erit altitudo portæ, (loquor de vacuo) modulorum 25. latitudo ſeu à paraſtade ad paraſtaden modulorum 12. paraſtadis latitudo modulorum 4. altitudo uſque ad initium arcus modulorum 19. capitellum paraſtadis moduli unius, baſis paraſtadis, æqualis baſi ſtylobatæ.

PROPOSITIO XIX.

De ordine Tuſco ſeu Romano.



Quamvis nonnulli, hunc ordinem ab Architectura, ut non ſatis antiquum, eliminare velint; exiſtimo tamen ſuum etiam ſibi in ea locum vendicare, quippe qui inutilis non ſit, & in multis caſibus appoſitè adhibeatur, hujus ordinis proprietas eſt ſoliditas virilis, & incompta; ideoque ornamenta ferè omnia reſpuit.

Semidiameter ſcapi infimi modulus eſto, ſeu cæterarum partium menſura; longitudo ſcapi erit modulorum 12 ſeu diametrorum ſex.

Baſis modulum unum habet, comprehendendo ſcilicet annulum, qui videretur in aliis eſſe pars ſcapi.

Capitellum alium modulum exigit.

Architrabs ſeu epiſtylium comprehensâ tæniâ habet modulum.

Zophorus ſive cymation min.35.

Coronix min.40. ex quo vides totam trabeationem eſſe modulorum $3\frac{1}{2}$, hoc eſt quartam partem aggregati ex columnâ, baſi, & capitello.

Etiamſi communiter hic ordo ſine ſtylobatâ uſurpetur, poterimus tamen illi ſtylobatam aſſignare. Medium ſtylobatæ quadratum eſt, cujus latus erit min.80. hoc eſt hinc inde projecturam min.40. ſeu majorem habebit projecturam, quàm imus ſcapus min.10. ſeu tertiâ parte moduli. Addentur tæniæ duæ una pro baſi, alia pro capitello; quarum quælibet ſemimodulum obtinebit; projectura utriuſque erit partium 50, id eſt ultra medium ſtylobatæ minut. 10. baſis ſtylobatæ duas partes habebit, prima quæ erit quaſi plinthus altitudinem habebit minut. $12\frac{1}{2}$, projecturam 50, ſecunda duo minuta cum dimidio continebit. Eritque eius projectura 45. capitellum ſtylobatæ duabus partibus conſtabit, prima erit quaſi cymatium, conſtans min. 10. projectura in fine ſeu parte ſuperiori minut. $48\frac{1}{2}$, ſecunda erit regula alta min. $2\frac{1}{2}$, projecturam habens minut. 50.

Sequitur baſis columnæ, quæ habet unum modulum comprehendendo aſtragalum; Plinthus rotunda eſſe debet, cujus altitudo ſemimoduli, projectura min. 40. Huic imponitur Torus, altitudo min. $12\frac{1}{2}$, projectura in medio eadem, aſtragalus min. $2\frac{1}{2}$ complectitur; projecturam habet min. 33.

Scapus in altitudine continet modulos 12, habetque in parte ſuperiori minuta 26, huic imponitur corona unius minuti, projecturæ 27, & parvus Torus min. $2\frac{1}{2}$, & projecturæ $28\frac{1}{2}$. Hæc ad ſcapum pertinent.

Capitellum habet modulum integrum, hypotrachelium tertiam partem ſibi vendicat, projecturam min. 26. hoc eſt reſpondeat ſummo ſcapo: Echinus ſeu ovum, comprehensâ tæniolâ ſibi ſubjectâ, habet aliam tertiam partem, tænia erit min. $2\frac{1}{2}$ projecturæ $28\frac{1}{2}$. Echinus ſuperiori parte projecturam habet min. 35.

Abacus unà cum tænia impoſita, habet tertiam partem moduli, tænia min. $2\frac{1}{2}$ projectura 36, rotunda autem eſt abacus.

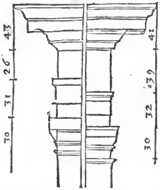
Epiſtylium ſeu architrabs altitudinem habet ex Vitruvio unius moduli, projecturam min. 26. huic additur tænia minutorum 5. cum projectura minutorum 31.

Zophorus modulum ſibi vendicat, projectu. 26.

Coronix ex Vitruvio eſt æquè alta ac Epiſtylium, erit ergo min. 35. vult eam dividi in partes quatuor, infimam habebit cymation min $8\frac{1}{4}$, projecturæ 34. duas medias ſeu min. $17\frac{1}{2}$, habebit corona cum projectura min. 51. in cujus extremitate in plano horizontali inferiori tres canaliculi excavabuntur; cymatioo coronæ min. $8\frac{1}{4}$, habebit cum projectura min. 60. ſeu duorum modulorum.

Vignolæ

Vignola paulò aliter trabeationem diſtribuit, architrabi dat min.25. projecturæ 26. tæniæ min.5.



projecturæ 31. Zophoro min. 35. projecturæ 26. cymatio min. 10. projecturæ 41. tæniæ min.$1\frac{1}{4}$, projecturæ $42\frac{1}{4}$, coronæ min.15. projecturæ 62.

Tænia min.$1\frac{1}{4}$, projecturæ 63, exinde abacus min.$2\frac{1}{2}$, projectura 66. cymation min.10. projectura in ſummitate 75.

Eſt aliqua diverſitas in authoribus circa hunc ordinem.

Et primò quod pertinet ad baſim, omnea illi tribuunt modulum comprehendendo aſtragalum, nempe plintho min.15. Toro $12\frac{1}{2}$, aſtragalo $2\frac{1}{2}$, cum projectura plintho, & Toro min.40. aſtragalo $33\frac{1}{4}$, ſolus Scamozzi, dat baſi modulum ſecluſo aſtragalo, nempe plintho min.18. cujus projectura 39. Toro min.12.

Serlio plintho dat min.15. project.42. toro 10 min. aſtragalo min.5. projecturæ 35.

Non omnes columnam in parte ſuperiori eodem modo minuunt, Serlio ſuperiori ſcapo, ſolum tribuit min.$22\frac{1}{2}$, ſicut & Scamozzi, & Palladio. Vignola 24, alij 26, ſed dicemus de imminutione columnarum inferiùs.

Omnes quidem capitellum unius moduli admittunt, diverſimodè tamen componunt. Palladio hypotrachelio dat min.$8\frac{1}{2}$, projecturam eandem cum ſummo ſcapo ſeu $22\frac{1}{2}$, huic imponit tæniam minuti unius cum dimidio, cum projectura $24\frac{1}{2}$. Echino dat min.10. abaco totidem, ſed abacum ſimplicem, & rotundum ſeu cylindricum componit, cum projectura min.30.

Scamozzi hypotrachelio dat min.$8\frac{1}{4}$, projecturam vult $22\frac{1}{2}$, tæniam addit min.$1\frac{1}{4}$, cum projectura 24, deinde parvum torum min.$2\frac{1}{2}$, cum projectura 26. Echino dat min.$7\frac{1}{2}$, cum projectura in parte ſuperiori min.30. abaco min.7. projecturam in imo $30\frac{1}{2}$, in parte ſuperiori $31\frac{1}{2}$, eſtque excavata aliquantiſper, tæniam addit min.3. cum projectura $33\frac{1}{2}$.

Serlio dat hypotrachelio min.10. project.$22\frac{1}{2}$, tæniam illi imponit min.$2\frac{1}{2}$ projecturam 24. Echino min.$7\frac{1}{2}$ abacum cylindricum min.10. cum projectura 30.

Vignola dat hypotrachelio pariter min. 10. cum projectura 24, æqualem ſummo ſcapo; tæniam facit min.$2\frac{1}{2}$ cum projectura 26. Echinum min.$7\frac{1}{2}$, in ſummo projectura min.34. abacum min.$7\frac{1}{2}$ in ſummo project. min.$36\frac{1}{2}$, tænia $2\frac{1}{2}$, ſed abacum nonnihil excavat.

Invenitur item in trabeatione diſcrepantia. Palladio eam ita diſtribuit. Epiſtylium in duas faſcias unam inferiorem min.$12\frac{1}{2}$, cum projectura min.$22\frac{1}{2}$, & ſoperiorem min.$17\frac{1}{2}$, cum projectura 24, & tæniam min.5. cum projectura $27\frac{1}{2}$, diviſum eſt.

Zophorus minut.26. project.$22\frac{1}{2}$, minut. habet.

Corooix primò habet cymation min.$7\frac{1}{2}$, cum projectura in parte inferiori minut. 24. tænia illi imponitur minut. $1\frac{1}{2}$, cum projectura minut. 32. Sequitur Echinus 9 ,. cum projectura min.40.

Corona min.10. projectura min. $52\frac{1}{4}$, tænia min.2. projectura min.$54\frac{1}{4}$. Sima min.10. cum regula min.$3\frac{1}{3}$ projectura min.66. tota igitur trabeatio min.85.

Scamozzi trabeationi tribuit min.110. nam architrabem in duas faſcias dividit, unam min.11, cum projectura $22\frac{1}{2}$, ſecundam min.16, cum projectura 24, & tæniam min.5, cum projectura 26. tota ergo architrabs habet min.32.

Zophorus habet min.59. projectoram habet min.22. huic imponitur tænia min.2. cum projectura min.24.

Coronix habet min.41. dividitur primò in cymation min. $5\frac{1}{2}$. Cum projectura $26\frac{1}{2}$, ſequitur tænia minori unius cum tricore cum projectura min.30. Exinde Echinus min. 6. ſuperiori parte projecturam habens min. 34. duæ tæniæ quælibet min. $1\frac{1}{2}$, cum projectura 49. 50. una ex his in extremitate excavatur.

Corona min.9. cum projectura minut.54. ſima min.8. cum tænia, min.$1\frac{1}{2}$, & projectura $63\frac{1}{2}$. Regula min.3. cum projectura $64\frac{1}{2}$.

Serlio ſimpliciſſimam trabeationem conſtruit, Epiſtylio min.25. projecturam min.$22\frac{1}{2}$, concedit, tæniæ min.5. projecturam 25.

Zophoro min. 30. project. min. $22\frac{1}{2}$, tæniæ ſimplici min.6. projecturam minut.16. Coronæ min.15. projecturam min.$45\frac{1}{2}$, in cujus plano inferiori excavat tres canaliculos, cymation min. $7\frac{1}{2}$, projecturæ ſuperiori parti min.$52\frac{1}{2}$, tota trabeatio trium modulorum.

PROPOSITIO XX.

De intercolumniis ordinis Tuſci.

Si columnæ ſine ullis paraſtadibus, & ſtylobaris adhibeantur cum altitudo columnæ, baſis, & capitelli ſit modulorum 14 Sit intercolumnium tertia eius pars, nempe modulorum $4\frac{2}{3}$.

Si verò uſurpentur, cum paraſtadibus, & arcuatis portis, cum portæ vacuum non pertingat, ad trabeationem; ſed ab ea deficiat ono modulo, ideoque ſit alta modulis 13. Sit intercolumnium intelligendo à paraſtade, ad paraſtadem dimidia pars altitudinis ſeu modulorum $6\frac{1}{2}$, quælibet paraſtas modulorum trium; à pavimento, ad initium arcûs, ſint moduli novem cum tribus quadrantibus, tænia vicem habens capitelli paraſtadum modulum habeat, projecturam ultra paraſtades min.$7\frac{1}{2}$. Inſpice figuras ordinis Dorici.

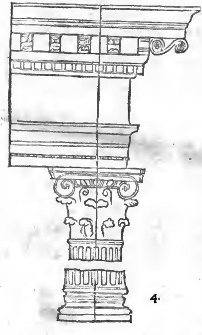
Denique ſi adjiciantur ſtylobatæ, quod rarò faciendum eſt, nam hic ordo communiter uſurpatur ſine

ſine ſtylobatis; cum ſtylobata cum ſuis ornamentis, ſit ferè quarta pars columnæ baſis & capitelli ſeu modul. $4\frac{1}{2}$. erit altitudo, ſtylobatæ, baſis, ſcapi, & capitelli modulorum $18\frac{1}{2}$, a quâ altitudine deficit vacuum portæ, uno modulo, & paulò plus. Erit ergo altitudo portæ modulorum $17\frac{1}{2}$. Sit ergo intercolumnium à paraſtade, ad paraſtadem modulorum $8\frac{3}{4}$, ſeu 8, minut. $22\frac{1}{2}$, craſſities paraſtadum modulorum 4. propter ſtylobatæ amplitudinem; altitudo paraſtadum uſque ad initium arcus, ſit modulorum 13. minut. $3\frac{3}{4}$, tænia vicem habens capitelli modulum ſibi vendicat.

PROPOSITIO XXI.

De ordine compoſito.

Differentiam hujus ordinis à Corinthiaco vix invenio, niſi penes capitellum, quod pro caulibus tam in medio, quam in extremitatibus habet ſpiras, ex abaco naſcentes, in medio nempe ſub abaco habet Echinum, ova, & torquem, & quoad eam partem maximè accedit ad capitellum Ionicum. Diſcrepat tamen ab eo, quod abacus ſinuoſus, eſt non quadratus, ex quo fit ut ſpiræ non directè obvertantur; ſed diagonaliter procedant.



4.

Habet item folia, immo artifices ſæpe variè capitellum ornarunt, alii foliis, avibus, cæteriſque hujuſmodi, quod tamen ſine ratione præſtandum non eſt.

Stylobata, & baſis hujus ordinis non differt à Corinthiaca.

Poteſt ſcapus eſſe paulò longior, hoc eſt habere 18 etiam 19 & 20 modulos.

Capitellum modulos duos cum tertia parte contineat, hypotrachelium ornatum floribus minuta 40 aut 41 habere poteſt, ad dimidium hypotracheli partem primus foliorum ordo pertineat, eorumque projectura ad minuta 35. Secundus ordo ad ſummitatem hypotrachelii, eritque maxima eorum projectura minut. 40. ſupra hypotrachelium erit tænia unius minuti, quam excipiet torquis minut. duorum, exinde ova minut. octo, ſpatium interjectum uſque ad abacum, erit minutorum 6. ornabitur autem corolla foliata, exinde tænia, volutarum initium, erit min. unius cum dimidio, inferior pars abaci ſinuata min. 5. inferiori parte projecturam habens min. 40 erit tænia min. $1\frac{1}{2}$. projectura min 42. Superior pars abaci per modum Echini, ſinuata itidem minuti $3\frac{1}{2}$. projecturæ 45. volutæ deſcendere poſſunt uſque ad octavam aut ſextam partem hypotracheli, projectura ſit min. 45.

Epiſtylium ſeu architrabs in tres faſcias diviſum, poterit habere min. 48. prima faſcia min. 9. projecturam habebit min. 26. nempe reſpondebit ſupremi ſcapi ſuperficiei; ſequetur tænia duorum minutorum, ſecunda faſcia 10. minut. habebit projecturam 28, ſequetur cymatiolum trium minutorum, tertia faſcia min. $12\frac{1}{2}$, projecturam habebit 30. min. cymation octo minutorum cum dimidio, & tænia trium minutorum, projecturam habeant min. 38.

Zophorus habeat minut. 50. projecturam 26.

Cymation min. 6. projecturam min 30.

Denticuli min. 10. projecturam min. 41.

Ova min. 11. projectura min. 46.

Mutuli min. 18. projectura min. 55.

Corona min. 11. project. eadem.

Cymatiolum min. 7. project. min. 60.

Sima min. 15. project. min. 75.

Regula min. 4. eadem project.

Quare Epiſtyl. erit minut. 48. Zophorus minut. 50.

Coronix 82. hoc videtur eſſe exemplum arcûs Triumphalis Titi Romæ, eritque trabeatio min. 180. ſeu 6. modulorum excedit quartam partem, quia deſumpta eſt ab exemplo in quo ratio perſpectivæ partes nonnihil augebat, unde huic exemplo fidendum non eſt.

Poterit alia trabeatio ſubſtitui, nempe ſi epiſtylium idem maneat nempe min. 49. compoſitum ſcilicet ex ſuis faſciis, & cymatio.

Zophorus, min. 45.

Coronix habeat cymation min. 5. projecturæ 30.

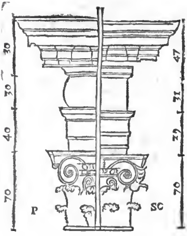
Denticulos min. 5. projecturæ 35. cum tænia unius min. project. 37.

Echinum min. 5. projecturæ 42. tænia unius minuti, project. 44.

Mutulos min. 12. project. 54, cum tænia duorum minut.

Cymation minut. 5. in ſuperiori parte projecturæ 60.

Corona min. 11. projecturæ 62.



Sima min. 12. in ſuperiori parte project. min.72.

Regula min.4. Sic erit trabeatio tota min. 157. ſeu modul.5. min 7. columnæ quarta pars.

PROPOSITIO XXII.

De capitello ordinis compoſiti.

In altitudine totius capitelli ferè omnes conveniunt, nempe ut contineat modulos duos, & tertiam partem moduli, nempe minuta 70. excepto Serlio, qui concedit illi tantum minuta 60, ſeu præciſè duos modulos.

Altitudo hypotrachelii uſque ad torquem, poterit eſſe min. quinquaginta, quod excipiet tænia unius minuti cum dimidio, ſequitur torquis min.3. in cujus medio erit oculus volutarum, qui erit etiam in perpendiculari ductâ, à ſummo ſcapo; ſequitur Echinus min.$5\frac{1}{2}$, exinde abacus min. $5\frac{1}{2}$, projecturæ 41, tænia min. $1\frac{1}{2}$, & cymation min.2. projecturæ in ſummo 44. duo ſunt ordines foliorum, primus ordo altus eſt min, 23. projecturam habens min.32. Secundus altus min.40. incipiendo ſcilicèt à columna, ibi eſt ima ſuperficies volutæ; relinquitur aliquod ſpatium vacuum inter folia, & torquem quod ornatur floribus, ita Palladio.

Scamozzi verò etiamſi eandem capitelli altitudinem retineat, abacum majorem efficit, nempe abaco tribuit min.8.tæniæ $1\frac{1}{4}$. cymatio $3\frac{1}{4}$. Echino 6. torqui 3. tæniæ $1\frac{1}{2}$, unde reſtant pro hypotrachelio ſolum minut.57. reliqua ſunt ſatis ſimilia præcedenti, à quo non multùm abhorret Vignola.

Serlio autem toti capitello compoſito aſſignat min.60.43. tribuit hypotrachelio,17 torqui Echino, & abaco.

Omitto formas innumeras compoſitorum capitellorum, hoc enim nomen compoſiti, fingendi, & inveniendi novas formas capitellorum occaſionem dedit.

PROPOSITIO XXIII.

De trabeationibus compoſitis.

Quamvis ut dixi trabeationes Corinthiacæ huic ordini accommodari poſſint, quia tamen compoſiti nomine, quidquid à communi uſu alienum eſt intelligitur, ideo in trabeationibus determinandis authores non conſentiunt. Palladio Epiſtylium ſeu architrabem minut.40. in duas faſcias dividit, quarum inferior min.12. projecturæ 26. huic imponit cymatiolum min.$2\frac{1}{2}$, ſuperior min.15. projecturæ min.28.huic imponit cymation compoſitum ex aſtragalo min.$1\frac{1}{2}$, cymatiolo min.$3\frac{1}{2}$. Sima min.$4\frac{1}{2}$. & regula min.$2\frac{1}{2}$, projecturæ 35.

Zophorus convexa min.30. in medio projecturæ min 35. inferiori, & ſuperiori parte projectura erit min.28.

Coronix min.50. habet primo tæniam min.2. aſtragalum min. 2. projecturæ 30. cymatiolum minut.5. ſuperiori parte projecturæ $35\frac{1}{2}$. tænia min. unius projecturæ 50. Corona minut.$5\frac{1}{2}$, tænia min.$1\frac{1}{4}$. mutuli min. $6\frac{1}{2}$. projecturæ 53, aſtragalus $1\frac{3}{4}$. Echinus $1\frac{3}{4}$. project.55. Corona min.$9\frac{1}{2}$. projectura 65. cymation $3\frac{1}{4}$ cum tænia min. unius, projecturæ 70. ſima min.8. capitibus leoninis ornata, cum regula min.$2\frac{1}{2}$, project.$78\frac{1}{2}$, tota trabeatio ſecundum Palladium erit min.150. ſeu modulorum 4. quinta pars columnæ.

Scamozzi Epiſtylio dat min.39. Zophoro 31. coronici 46. hoc eſt toti trabeationi min.117. deficit tribus minutis.

Epiſtylium ſeu architrabem in tres faſcias dividit, prima erit min.$6\frac{1}{2}$. project.26. cui imponitur aſtragalus min.$1\frac{1}{2}$. ſecunda min.$8\frac{1}{4}$. project.$26\frac{3}{4}$. huic imponitur cymatiolum min.$2\frac{1}{2}$. Tertia min. $11\frac{1}{4}$. project.28. huic imponitur aſtragalus min.2. projecturæ 29.

Et cymation min.4. cum regula min.2. projecturæ 33.

Zophorus min.$31\frac{1}{4}$ project.36.

Coronix habet cymation minut.4. cum regula unius min. project.30. Corona quæ poſſet dividi in denticulos min.5. project.35.

Tænia min. unius, cum Echino min.$4\frac{1}{2}$. project. min.36.

Mutuli in partes varias diviſi, continent min. $8\frac{1}{2}$. project.53. & 55. tænia unius minuti, & cymation min. 2. ſupra mutulos majorem habens projecturam.

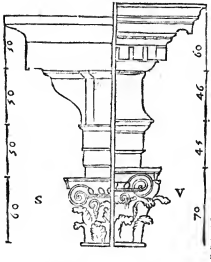
Corona min.7. projecturæ min.63.

Tænia min. unius, cum cymatiolo min.3. & alia tænia minuti unius, projecturæ $67\frac{1}{2}$. ſima min. 6. cum regula min.2. project.75.

Vignola Epiſtylium ex min.45. ſicut & Zophorum componit, & coronicem ex 60. hoc eſt totam trabeationem ex 5. modulis, facit igitur ut ſit quarta pars totius columnæ.

Epiſtylium in duas faſcias dividit, inferiori dat min.$13\frac{1}{2}$. & projecturam min.25. æqualem ſummo ſcapo; huic imponit cymation min.$3\frac{1}{2}$.

Superiori



Superiori concedit min. $16\frac{1}{2}$. cum projectura 28. Sequitur aſtragalus minut. $1\frac{2}{3}$. Echinus min. 5. cymation min. $3\frac{1}{3}$. tænia min. $1\frac{2}{3}$. projectura 37 minut.

Zophotus min. 45. projectura in medio min. 25. infra tamen min 37. hoc eſt attingit extremum tæniæ ſupra deſcriptæ.

Coronix primò habet tæniam $\frac{2}{3}$ minuti, & aſtragalum min. $1\frac{4}{5}$, project. 28. Echinus min. $8\frac{4}{5}$. cum tænia min. $1\frac{2}{3}$. project. min. 37.

Denticuli min. $13\frac{1}{3}$. projectura 47.

Cymation min. $6\frac{2}{3}$. cum regula min. $1\frac{2}{3}$. projectura min. 54.

Aliud cymatiolum min $2\frac{2}{3}$.

Corona min. $8\frac{1}{3}$ project. min 71. cava in parte inferiori, aſtragalus min. $1\frac{2}{3}$. cymatiolum min. $2\frac{1}{2}$, tænia min. $1\frac{2}{3}$ project. 76. ſima min. $8\frac{4}{5}$. regula min. $2\frac{1}{2}$. project. 84.

Serlio tribuit epiſtylio min. 50. totidem Zophoto, totidem coronici ſeu min. 150. ſeu quinque modulos, quartam partem columnæ.

Epiſtylium in tres faſcias dividit prima min. 11. cum aſtragalo min. $1\frac{1}{2}$. & projectura 24 Secunda min 14. cum aſtragalo min. $1\frac{1}{2}$. project. 26 Tertia min. 16. project. 27. cymation min. 4 cum regula min. 2. & projectura min. 28.

Zophotus eſt min. 50 projectura 25. ornatur telamonibus ipſi in altitudine æqualibus, quorum parte inferiori projectura eſt 32. ſuperiori 58. Exinde cymation min 5. cum regula min. 2. project. 62.

Corona 26. projectura 74. in parte inferiori cava ſima min. 17. cum regula min. 7. project. 90.

Hinc ideam deſumpſit ex coliſæo, ſed in altiſſimo loco poſitam, ut ex perſpectivæ legibus melius appareret, quare non ſatis appoſitè in exemplum traducta eſt.

Quamvis authores velint, ut potiùs trabeatio excedat, quam deficiat, non puto tamen in ordinibus in quibus columnæ ſunt graciliores, & longiores, poſſe trabeationem quartam partem excedere, niſi frequentes ſint columnæ, videbuntur enim tanto ponderi ferendo impares, quare optimè putabam conſultum eſſe, ſi in Tuſco, & Dorico trabeatio columnæ baſis, & capitelli quartam partem obtineret, in Ionico duas nonas, in Corinthiaco, & compoſito unam quintam. Quia tamen tam varia ſunt antiquorum exempla, reprehendendus non eſt qui aliter fecerit.

PROPOSITIO XXIV.

De ordine Caryatico.

Hujus ordinis originem refert Vitruvius, cùm Carya urbs Pelopponneſi adverſus Græcos, cum Perſis conſpiraſſet, indignabundi Græci eam urbem exciderunt, matronaſque omnes ſervituti addixerunt, & ne illius hiſtoriæ memoria periret, in multis ædificiis, pro columnis, Cariatidum figuras, quaſi trabeationi ferendæ ſuppoſuerunt: voluit autem Vitruvius, ut iis capitellum Doricum imponeretur. Idem dicendum de Perſis captivis. & aliis quibuſcumque, unde meritò reprehendas eos, qui loco columnarum, Sanctorum, aut Angelorum imagines apponunt. Si enim oneri ferendo; hoc indignum eſt eorum majeſtate, ſi tantum honoris cauſa, cui rei contignatio innitetur. Ad hunc ordinem Caryatidum revocari poſſunt alii omnes in quibus mutuli, vel Telamones, trabeationem ſuſtentant, quod nonnunquam ſatis appoſitè, uſurpari poteſt.

Primò quoties locus in quo conſtituendus eſſet ordo, altitudinem ſufficientem non habet, ita ut ſi integer ordo cum ſuis omnibus proportionibus adhiberetur, columnæ nimis exiles evaderent: ſatius eſt in tali caſu, coronicem ſatis magnam conſtruere, eamque aut telamonibus, aut mutulis, aut etiam Caryatidibus, aut Satyris, in truncum deſinentibus ſuſtentare. Pariter in portis domorum, in quibus non requirimus omnia ornamenta; ſed compendio ſtudemus, In caminis item, & fornacibus. Item quoties locus columnæ impeditus eſt, telamonem trabeationi ſubjicimus, ne in aëre pendula à nullo ſuſtentari videatur. Verum quidem quod ut plurimum in talibus caſibus, trabeationes fiunt minores, nonnunquam tamen accidit, ut magnæ requirantur, exemplum dabo luculentum. Sit tota domûs alicujus, aut palatii facies, Architectonicè ornanda, duoque aut tres, aut etiam plures ordines ſibi invicem imponantur, quia diviſio illorum ordinum ſequitur ut plurimum diſpoſitionem feneſtrarum, fieri poterit, ut ſupremum intervallum, ſit non adeò magnum; non poterit tamen fieri parva trabeatio, cum hæc ſit ſuprema, & tecto vicina, ideoque principalis: fiat ergo ordo Cariaticus, adhibeanturque aut Telamones, aut termini. In hoc ordine nulla eſt propriè dicta ſimmetria obſervanda, ſed regula erit ex variis, circumſtantiis deſumenda.

PROPOSITIO XXV.

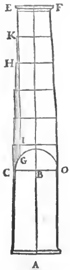
De columnarum diminutione.

Primò occurrit diminutio columnæ. Vitruvius

ait columnas altiores minus diminui debere, eò quod propter remotionem à viſu, diameter ſummi ſcapi jam decreſcat, non debeat tanta fieri imminutio. Vult ergo in iis omnibus longitudinis columnæ rationem haberi, ita ut in columna pedum 15, dividatur inferioris ſcapi diameter in partes 6, earumque ſuperioris ſcapi diameter, tantum partes quinque contineat; & cum ſit eadem ratio diametrorum, & ſemidiametrorum, ſi ſemidiameter inferioris ſcapi in partes 30, ſeu minuta 30 dividatur, ſemidiameter ſcapi ſuperioris min. 25. continebit. Si verò columna fuerit pedum 20, ſemidiameter contineat $25\frac{5}{11}$, Si ſcapus ſit pedum 30, ſemidiameter ſcapi ſuperioris 26 ferè. Si ſcapus ſit pedum 40, erit ſemidiameter ſcapi ſuperioris minut. 26. præcisè. Si denique ſcapus fuerit pedum 50, ſemidiameter ſcapi ſuperioris erit min. $26\frac{0}{4}$, ideoque contractura intra min. 25. & $26\frac{1}{4}$ continebitur, Notat etiam Vitruvius quod angulares columnæ quinquageſima parte diametri fiant craſſiores, quàm reliquæ, etiam ejuſdem longitudinis; eò quod aër illuminatus undique illas ambiens, earum diametrum apparentem imminuat. Volunt etiam probati authores, ut ſtriatæ columnæ aliquantiſper minuantur.

Quod dixi de imminutione columnarum, idem etiam intelligendum eſt de antis, pilis, quas communiter pilaſtros vocant, ſive totæ emineant ſive aliqua ſui parte. Non tamen de paraſtadibus, qui ſæpe poſt columnas latent, ut dum portæ fiunt ornatæ columnis, paraſtas qui arcum ſuſtentat, non ſolet imminui.

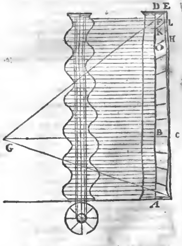
Modus autem quo imminuuntur columnæ talis eſto. Primò nulla columna uſque ad tertiam partem ſuæ altitudinis imminuitur. Sit ergo AB, tertia pars altitudinis columnæ, unde non imminuatur uſque ad diametrum CO, ſupra quam deſcribatur ſemicirculus, ſitque diameter ſummi ſcapi EF, quæruntur puncta intermedia, neque enim debet per lineam rectam imminui, ſed ſenſim per lineam curvam, ita ut initio minor ſit imminutio, quam in fine. Ducatur perpendicularis EC, occurrens circulo in puncto I, arcus CI, dividatur in quotcumque partes æquales, verbi gratiâ in ſex, & in totidem dividatur ſcapi ſegmentum CE, ex ſingulis diviſionibus arcûs CI, excitentur perpendiculares, occurrentes tranſverſalibus in punctis H, K, illi pertinebunt ad columnam, ita ut linea curva CHKE, benè referet imminutionem columnæ, ſic enim initio admodum parva erit imminutio.



Aliam methodum adhibent alii, ſit tertia pars columnæ AB, ſemidiameter BC, ſit item ſemidiameter ſupremi ſcapi DE, producatur linea BC, quantum opus erit, apteturque linea EF, donec attingat axem DE; ſitque EF, æqualis ipſi BC, producatur EF, donec ſecet lineam CB, productam in G, ex puncto G, ducantur quæcumque lineæ KL, OH, omnes æquales lineæ BC, habebunturque puncta E, L, H, cæteraque imminutionem columnæ denotantia. Sic enim deſcribitur conchois.

Poſſent & aliæ praxes uſurpari, ut ſi per puncta C, & E deſcriberetur ellypſis ſeu ovalis, ducta enim linea FE, æqualis ipſi BC, erit minor ſemidiameter, & linea EFG major, praxis deſumenda eſſet, ex tractatu de aſtrolabiis, vel ſi ex aliquo puncto lineæ BC productæ, per puncta C & E, deſcribatur circulus.

Quia columnæ uſque ad tertiam partem non decreſcunt, ideò multi in illa tertia parte torum addunt, inferioremque ſcapi partem flexuoſis ramis ornant, ſuperiorem ſtriis, ut plurimum rectis, nonnunquam tamen flexuoſis. Antiqui tamen vix ſtriis flexuoſis columnas ornabant, multò minus flexuoſis columnis utebantur; forſitan eò quod ipſis in mentem non venerit, vel forte etiam, quod ſub pondere fatiſcere videantur. Torus in medio columnæ additus, ſicut aſtragali in duabus extremitatibus, non inutiliter adhibiti ſunt, nam ſæpe accidit, ut columnæ ligneæ rimas agant, & diſſiliant: quare ut firmius earum partes inter ſe cohæreant, circulis iſtis & compagibus arctè vinciri debuerunt. Quamvis autem in lapideis ceſſet tale periculum, quod priùs ex neceſſitate factum, ut ornamentum ad omnes columnas tranſlatum eſt.



Quamvis ut dixi flexuoſis columnis antiqui uſi non fuerint, nullumque extet earum veſtigium, modò verò pleriſque arrident, unde rejiciendas non exiſtimo, quare methodum eas efformandi docere debemus. Flexus autem columnæ arbitrarius eſt, poſſunt enim, vel preſſiores eſſe flexus, vel laxiores, item arbitraria erit flexuum quantitas. Sit ſemicolumna ABCD, ſitque componenda columna

lumna integra ſeu flexuoſa, dividatur longitudo AC, in 48 partes æquales, ducanturque lineæ parallelæ per ſingulas diviſiones, ducatur item linea FH, axis columnæ, GI ejus diameter, fiat ſemicirculus ex puncto F, tanquam centro intervallo EF, tertia parte ſemidiametri. Hic ſemicirculus in partes quatuor dividatur, ducanturque lineæ parallelæ axi FH, ſemidiametri columnæ flexuoſæ, ex ſemicolumnâ recta deſumptæ, transferantur hinc inde primò à linea extrema, deinde hinc inde à linea media, deinde hinc inde à conſequenti linea; rurſuſque hinc inde à linea extrema, & ita conſequenter, donec ad aliam extremam pervenias, atque hoc ut in plano exhibeas flexuoſam columnam.

Ex hoc ſequitur flexuoſam columnam hinc inde exorbitare à columna recta ſibi correſpondente, tertia parte ſemidiametri, & conſequenter ad hoc ut conſtruatur columna flexuoſa, ſumendum ſcapum rectum, cujus diameter excedat diametrum columnæ conſuetæ tertia parte, item ſcapum aſſumptum ita excavandum eſſe, ut cavitas pertingat ad duas quintas ſemidiametri, flexus ſexties ad minimum columnam ambiat. Solent autem columnam flexuoſam palmitibus ornare.

Eadem baſis, idem capitellum columnæ adhibeatur, ac ſi recta eſſet.

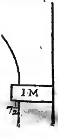
Columnæ à parietibus, & à paraſtadibus recedere poſſunt variè, columnæ quadrangulæ prominent nonnunquam ſextâ parte diametri, poſſuntque magis prominere, & etiam minus, prout opus fuerit. Columnæ cylindricæ, nonnunquam, rarò tamen mediâ tantum ſui parte prominent. Cum verò totæ extant ſi ſine ſtylobata adhibeantur, plinthus baſis paraſtadem tangere poterit. Denique ſi imponantur ſtylobatæ, ſaltem medium ſtylobatæ quadrangulum extet, cujus projectura cum reſpondeat plintho baſis, poterit pariter plinthus baſis tangere paraſtadem. Licitum tamen erit etiam tantiſper magis columnam removere.

PROPOSITIO XXVI.

De paraſtadibus.

Paraſtades communiter adhibentur quoties ſub trabeatione, in intercolumnio, arcus ſubjicitur. Et primò ex neceſſitate id videtur uſurpatum fuiſſe: cum enim intercolumnium vacuum eſſe debet, ſitque ædificium lapideum, impoſſibile eſt invenire lapides tantæ longitudinis, ut ab una columna ad aliam pertineant, ex quo fit ut convenientiſſimum fuerit arcum ſubjicere. Arcus autem, hic columnis ipſis inniti non poteſt, cum columnæ ad trabeationem uſque pertingere debeant: quare neceſſarium fuit, ut arcus muro, poſt columnam excitato inniteretur; & ut id fieret, cum aliquo decore, paraſtades quaſi aliæ columnæ uſurpantur, ſuáſque propterea baſes habent, & quaſi ſua capitella, quæ incumbas vocavere, quaſi iis arcus incumberet. Quilibet ordo varios in incumbis ornatus exigit, utpote ſibi convenientes, & non alienos ab aliis, in eo uſurpati ſolitis. Paraſtadum latitudo nulla certa aſſignari debet, intelligo quoties poſt columnas collocantur; nam ſi columna ſtylobatam non habeat, paraſtas minorem habebit latitudinem, nempe duorum modulorum, ſi adſit ſtylobata, ſi duæ ſimul columnæ ſtatuantur, quod etiam licitum eſt, incumbæ anaglypha regnare poſſunt à paraſtade, ad paraſtadem, niſi aliquâ vacuitate, & apertura interrumpantur. Unde paraſtas in maximam tunc latitudinem excurret. Non tantum paraſtades ſuſtentant arcus, & fornices; ſed ſæpe columnæ rotundæ, & quadrangulæ, & tunc, ſuam obſervant longitudinem, & latitudinem, hoc eſt latitudo duorum eſt modulorum, altitudo duodecim ſaltem modulorum pro ordine Tuſco. Hoc eſt altitudo debet eſſe ſaltem ſextupla latitudinis, quod obſervari non poteſt in paraſtadibus, quæ ſunt poſt columnas; nam fiunt craſſiores columnis, & iiſdem breviores: cum columnæ ad trabeationem uſque pertineant, & paraſtades tantum ad initium arcuum. Poſſunt tamen item, dum fiunt arcus in intercolumniis, ſub arcubus fieri paraſtades diſtinctæ quæ omninò appareant, ſuamque ſimmetriam habeant, & ſuum capitellum proprium ordinis, quod non regnabit poſt columnam, & tunc eadem paraſtas non eſt communis duobus arcubus, ſed ſinguli arcus duas paraſtades habent.

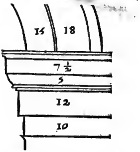
Denique poſſunt fieri arcus ſine columnis, qui arcus ſuſtentur vel columnis, vel paraſtadibus; & hoc dupliciter, primò ſi columnæ ſua habeant capitella, quibus imponatur conveniens trabeatio; quæ interrumpatur ab arcu; ideoque trabeatio non ſit latior capitello, niſi quanta eſt ejus projectura. Alio modo nonnulli id ordinant, nam arcui columnam cum ſuo capitello, ſubjiciunt, deinde arcum; ſupra arcum trabeationem, quæ mutulis majoribus, ſeu telamonibus reſpondentibus ſingulis columnis ſuſtentatur, horum omnium habentur exempla.



Reſtat igitur proponenda incumba ſingulorum ordinum. Et primò quidem coronix incumbæ Tuſcæ ſit ſimpliciſſima, vel quadrangula ſine ullo toreumate, habeatque in altitudine modulum unum, excedit autem paraſtadem min. $7\frac{1}{2}$.

Vel ſub eadem altitudine habeat duas tænias, aut regulas; & coronam ita ut hæc tria toreumata modulum adæquent.

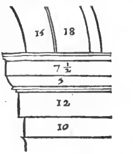
Coronix pariter Dorica unum modulum in altitudine habebit excedit paraſtadem min. 50, ha-



bebitque initio duas faſcias unam min. $7\frac{1}{2}$, ſecundam min. 10. deinde tæniolam unius minuti cum tribus quadrantibus, aſtragalum duorum minutorum cum dimidio. Echinum 6. min. cum

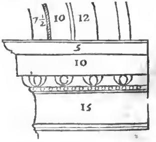
tribus quadrantibus, denſque regulam duorum minutorum cum dimidio.

Arcus eadem habere poterit Toreumata, quæ habet coronix incumbæ, eo ordine quo in figura oſtenditur.



In ordine Jonico talis poterit eſſe coronix incumbæ, ejus altitudo min. 45. obtinebit ſeu modulum cum dimidio, habebit duas faſcias, inferiorem minutorum decem, ſuperiorem min. 12$\frac{1}{2}$ tæniam min. 1 $\frac{1}{2}$; aſtragalum min. 1 $\frac{1}{2}$. Echinum min. 5 coronam min. 7 $\frac{1}{2}$, cymation minut. 2 $\frac{1}{2}$, regulam min. 1 $\frac{1}{2}$.

Arcus vero dividi poterit in varias quaſi faſcias quarum prima minuta 15 obtinebit, ſecunda 18, tertia 7 $\frac{1}{2}$, quarta 5 $\frac{1}{2}$.



In ordine Corinthiaco, & etiam compoſito paulò majorem ornatum adhibebimus. Nam primò praraſtas habebit tæniam & aſtragalum, ſequetur quaſi zophorus incumbæ cum ornatu foliorum. Sitque quindecim minutorum, exinde ſit tænia unius minuti, & aſtragalus ornatus duorum min. cum dimidio. Echinus min. 5. Exinde corona min. 10, & cymation ornatum min. 5. & regula min. unius cum dimidio, ſitque tota projectura ſemimoduli arcus. Item in varias faſcias dividatur Prima erit min. 7 $\frac{1}{2}$, ſequetur aſtragalus ornatus globulis duorum min. cum dimidio, alia faſcia min. 10. tænia min. unius, quaſi Echinus ornatus ovis min. 12. alia faſcia item ornata.

PROPOSITIO XXVII.

De ornamentis coronicis.

Varia ſunt in coronicibus pro ordinum varietate ornamenta, & primò quidem Epiſtylii ſeu architrabis, pars horizontalis inferior, quæ capitellis imponitur, ea omnia ſibi vendicare poteſt ornamenta, quæ ſunt propria laquearium, aut potius trabium. Et primò in ordine Tuſco, nulla debent eſſe, aut ſaltem modica, qualia eſſent levia toreumata: fateor tamen me in nullo authore illa hujuſmodi ornamenta notaſſe. Periculum enim eſt, ne ſi adhibeantur, Epiſtylium quod trabis officio fungitur, figuram ſuam amittat, nec amplius architrabs videatur. Quia tamen nonnunquam roſis, partem inferiorem trabium ornare ſolemus, ſub Epiſtylio roſas facilè adhibebimus: præcipuè ſi hæc pars architrabis averſa multùm appareat. Ut ſi columnæ hinc inde, porticus integræ contignationem ſuſtentent; tunc enim tota contignatio ornanda eſt, ut ſi dividatur in varia quadrata. Quia tamen de his ornamentis non egerunt authores, nihil de iis dicam amplius; niſi quod in ea parte architrabis aptiora mihi videantur ea, quæ in longum porriguntur, quia ſic minus trabis figura deſtruetur.

Quia in omnibus ordinibus, excepto Tuſco, coronix magnam ſaltem ſecundum aliquos habet projecturam, pars ejus inferior ornamento carere non debet. In ordine Dorico ornamenta quæ fieri poſſunt, primò ſub mutulis, quæ triglyphis, ut plurimùm incumbunt, apponuntur guttæ pendulæ: ſpatia verò interjecta, in varia quadrata diſtingui poſſunt, in quibus aut inſculpuntur fulmina, aut roſæ, aut aliquid ſimile.

In ordine Corinthiaco mutuli ut plurimùm foliis veſtiuntur, intervallum ultimum ſemper quadratum eſt, eò quòd mutulis hinc inde æqualibus ambiatur: ſpatiorum autem extremitates varium ornatum habent, ut tænias, & thoros ovis, globulis inſignitos, in medio erunt roſæ. Sima autem ſupra mutulos ut plurimum leoninos rictus habet; appoſite quidem, quia cum hæc pars ſit tecto vicinior, videtur per leonum ora aqua exonerari poſſe.

Ordo compoſitus, ſuos etiam ornatus habet, quamvis corinthiaco ipſi facilè aptari poſſint.

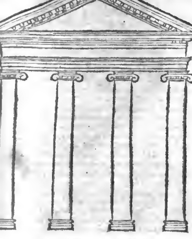
PROPOSITIO XXVIII.

De ordinum diſpoſitione.

In hac maximè ordinum diſpoſitione, architecti judicium elucet, quamvis enim propriam in cujuſque ordinis partibus ſymmetriam accurate obſervare debeamus, in diſpoſitione tamen varia apparet artificis induſtria. Mihi quidem omnia perſequi non licet, ex variis tamen exemplis deſumpta referam. Simpliciſſima erit illa diſpoſitio in qua columnæ ſine ſtylobata, & ſine ullo arcu, trabeationi continuæ & minime interruptæ ſubjicientur, intermediis intercolumniis vacuis: talis in omni ordine fieri poteſt eſtque ſimpliciſſima & naturalis; poſſent in ea adhiberi ſtylobatæ, ſed tunc ut plurimùm intercolumnia paulò majora eſſe deberent.

Secunda diſpoſitio erit dum columnæ, ſive rotundæ ſive quadrangulæ parietibus affigentur; ſive totæ extent ex muro, ſive mediâ tantum ſui parte, ſive tantum tertia parte moduli, poteritque trabeatio eſſe continua, minimè interrupta. Plures hoc modo ordines ſibi invicem ſuppo-

unt



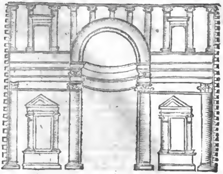
nunt. In quo quæritur , an ordines debeant eſſe diverſi.

Aliqui dicunt debere eſſe eoſdem ordines, ratio eſt , quia cum aliqui ordines majeſtatem incomptam præferant, alii vero muliebrem pulcritudinem affectent, alienum videtur idem opus aliqua ſui parte ornatum,alia verò neglectum proferre, ſic enim videretur in chymæram degenerare. Adde quod ordines minus robuſti , ſint comptiores , ſuperiorem tamen locum ab oculo magis remotum obtinent : incongruum tamen videtur , ut partes ab oculo remotiores ſint ornatiores vicinioribus. Propter has rationes nolunt nonnulli, ut ordines heterogenei aliis imponantur , ſed ut in eodem ædificio ſint omnes ejuſdem rationis;ita in pantheo omnes ſunt Corinthii. Inveniuntur tamen quamplurima exempla , ab antiquis uſurpata , in quibus ordines heterogenei in eodem ædificio ſibi invicem ſubjiciuntur : tunc autem ita communiter diſponuntur , infimus erit Doricus , ſecundus Jonicus , tertius Corinthiacus, quartus compoſitus. Poterat & iis omnibus ſubjici Tuſcus, ſed propter defectum ornatuum,quantum fieri poterit , cum aliis præſertim ornatioribus ne adhibeatur.

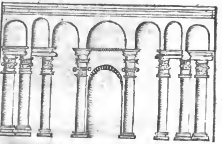
In quamplurimis templis infimus ordo caret ſtylobata , immo in aliquibus columna baſim non habet. Communiter ſecundo & tertio ordini additur ſtylobata , quia alioquin columnarum baſes, ab inferioris coronicis projectura occultarentur, immò nonnulli ſtylobatas ſuperiorum nonnihil attollunt , nec eas inferiori coronici immediatè imponunt , nempe ut totæ videantur.

Alii in ordinibus ſuperioribus,unicam pro omnibus columnis ſtylobatam apponunt,hoc eſt regnat per totum ædificium ſtylobata,ſine ulla interruptione, poteſtque tunc appoſitè vocari murulus. Hujus rei habes exemplum in pantheo interiori.

Tertia diſpoſitio erit ſi trabeatio interrumpatur alicubi : verbi gratiâ arcu aliquo majore , tunc ipſe arcus trabeationi imponitur , ita ut hinc inde



trabeatio excedat columnarum capitella , ſecundùm magnitudinem projecturæ ſuæ. Quod ſi poſt arcum ſit foculus , ſeu loculamentum , regnabit trabeatio ſecundùm totum loculamentum. Poterit item columna arcum ſuſtentans, nonnihil exterius ſubduci trabeationi : hoc eſt trabeatio ſupra columnam angulum rectum componet , & exteriùs feretur ſeu curvabitur. Pantheon hujus rei exemplum ſubminiſtrabit.



Quarta diſpoſitio erit ſi columnæ ſive quadrangulæ , ſive rotundæ arcus plurimos ſuſtentent ; ita ut ſupra columnarum capitella imponatur aliquod ſegmentum trabeationis , præcipuè ſi binæ, & binæ columnæ apponantur. Talis diſpoſitionis eſt exemplum in templo Bacchi.

Quinta diſpoſitio erit ſi columnis extra muros extantibus imponatur trabeatio ſimplex , regnans per totam murorum longitudinem , & trabeationi imponantur fornices : aliqui tamen ita trabeationem diſponunt, ut ſupra ſingulas columnas exteriùs trabeatio feratur , & curvetur , & hic modus eſt ſatis communis.

Sexta diſpoſitio erit ſi columnæ rotundæ ſimul cum paraſtadibus adhibeantur, maximè dum arcus ſuſtentari debent , qui ad trabeationem non perveniant,de qua diſpoſitione jam diximus ſæpe ſupra.

Septima erit ſi columnæ trabeationem ſimplicem ſuſtentent , pariterque arcus non perveniant ad trabeationem , ſed ſuſtententur aliis minoribus columnis, quæ ſuam etiam trabeationem habeant, regnantem pone columnam majorem.

Octa.diſpoſitio erit,ſi binæ & binæ colũnæ ſupra

eadem

eadem baſi collocentur, in quo caſu ut plurimum, debet trabeatio habere curvaturam columnis reſpondentem, hoc eſt trabeatio immediatè columnis ſuperpoſita exterius magis porrigitur, quàm reliqua.

Nona diſpoſitio duos ordines habet, inferior habet intercolumnia ſatis lata, & arcus non pertingentes omninò, uſque ad trabeationem more conſueto. In ſecundo ordine intercolumnia ſunt duplò minora, ita ut columna una impoſita ſit medio arcui, quod meo judicio aliquam reprehenſionem meretur: eò quòd ſolidum imponatur vacuo. Solent tamen ad corrigendam imaginationem, clavem arcus efformare in figuram telamonis, ſeu majoris mutuli, ut videatur ſuſtentare ſuperiorem columnam.

Aliæ multæ diſpoſitiones fieri poſſunt, quæ melius ex peculiaribus exemplis notæ fient.

PROPOSITIO XXIX.

De faſtigio.

Quamvis ordo quilibet Architecturæ ita perfectus ſit in, ut nihil ulteriùs ad perfectionem, & ornatum requirat, cum ad tectum perveniat; & in plurimis orientis partibus, præcipuè verò in meridionalibus, tectum ſupra muros non emineat, ſitque ita parum declive, ut ambulationi inſerviat: in pleriſque tamen regionibus opus fuit tecto, ne totum opus brevi, injuria temporis ſolveretur. Invenio autem præter tectum naturale, quod domibus, & templis imponi ſolet; præter lapideas concamerationes propyleis præcipuè faſtigium imponi ſolitum, vel triangulare, vel circulatum. Triangulare angulum habet valdè obtuſum, nempe ut altitudo ejus ſit circiter quarta pars baſis, quæ in hoc triangulo, eſt coronix, latera autem faſtigia eadem habent toreumata, quæ ſunt in coronice; ut ſi coronix habeat denticulos latera faſtigii denticulis ornabuntur.

Idem dico de faſtigio circulato, cujus altitudo pariter erit circiter quarta pars baſis, & hæc fuerunt antiquitus uſurpata faſtigia.

Ex his fluxerunt alia, nempe quæ communiter dicuntur frontones, ſuntque inchoationes tantum faſtigiorum ſive triangularium, & circularium. Nam ſolemne eſt apud Architectos, ut ſi aliqua pars ordinis cujuſcumque perfici non poſſit, eò quòd alio corpore, aut ornatu addito interumpatur; non deſinant illius partem aliquam adhibere. Ita vidimus ſupra, ſæpe trabeationem interrumpi arcubus, aut etiam portis, ita plerumque faſtigia interrumpunt, præcipuè ut locum inveniant ſtemmatibus. Poſſent aliæ multæ faſtigiorum ſpecies inveniri verbi gratià polygonæ, quæ tam benè convenirent, quam triangulares aut circulares.

Appoſitè item ſuprà coronices quaſcumque adhibentur cancellorum repagula, quæ Gallice *baluſtres* dicimus, quorum altitudo æqualis erit ſtylobatæ ordinis ſuperioris. Ratio autem cur hujuſmodi cancelli benè conveniant, petitur ex neceſſitate; cum enim coronix ad tectum uſque perveniat, tectum autem, ut diximus, in multis partibus ambulationi ſit aptum; cancelli neceſſarii fuerunt, ut lapſus puerorum prohiberetur, & hoc lege divina ſancitum fuit. Alij item Architecti in intercolumniis ordinum ſuperiorum, præcipuè verò ſi interrupta ſint, hujuſmodi cancellos collocant, quorum altitudo æqualis eſt altitudini ſtylobatæ.

In arcubus triumphalibus, quia Epigraphe opus erat, quæ cauſas triumphi explicaret, ſupra primam coronicem, alium ordinem minorem excitabant, cujus ut plurimùm altitudo erat tantum quarta pars altitudinis inferioris ordinis: in hoc ordine ſuperiori, columnæ ſive quadrangulæ, ſive cylindricæ craſſiores erant quam par eſſet, in hujus ordinis medio titulum inſcribebant. Unde exiſtimo in hoc ordine bene poſſe ordinem Cariaticum, aut aliquid hujuſmodi uſurpari. Nonnunquam hic ſupremus ordo intercolumnium tantum medium occupabat, etiamſi inferior ordo tria intercolumnia haberet: addebanturque hinc inde alæ, ad modum Telamonum, quæ inferiori parte videbantur ferè reliqua intercolomnia complecti; ſed in ſupra poſitis exemplis res melius patet.

TRACTATUS XIII.

ARS TIGNARIA.

ARS Tignaria jure præcipuum inter Architecturæ partes, aut potius ſubalternas locum ſibi vendicat; à qua ſcilicèt præcipua ſumpſit in ſuis ordinibus ornamenta, & nomenclaturas mutuata eſt. Tignariam autem, & trabalem, potiùs quàm lignariam nominavi; ut ſubtilioris operis, ſeu tornumatum artem fabrilem excluderem: quippe quæ nec Geometricis rationibus ſtrictè adhæreat, nec mathematicis legibus teneatur. Partem igitur artis lignariæ tantùm attingo, quæ majores ſpectat ſubſtructiones, ædibuſque noſtris tectum, & coronidem imponit. Hæc adſcititia opera omnino reſpuit, ſolumque lignum ut objectum materiale ſpectat, ferreis clavis nunquam utitur, ſed ligneis fibulis totum opus adſtringit, cardinibuſque in cavum inductis coagmentat. Datur quidem ejuſdem artis pars altera, quam Architecturæ navalis nomine nuncuparem; hanc nondum attingere potui, quod in ea arte peritos, nondum ſatis conſulere licuerit; nec ulli hactenus libri, ea de re conſcripti in meas manus venerint: & aliunde ſit difficillimum ſolo ratiocinio, ex mathematicis principiis eruere, ea quæ continuus uſus, & diuturna docuit experientia. Si tamen detur occaſio, enm etiam tractatum non prætermittam.

DEFINITIONES.

LOco definirionom inſtrumentorum nomina & uſus, partium etiam & operum nomenclaturas recenſebo.

Regulam, & circinum adhibet faber Tignarius; tam ad definiendas operum menſuras, quàm ad ducendas lineas rectas, perpendiculares, & parallelas, quibus nonnunquam indiget. Majori nonnunquam regula ſuos circulos deſcribit, qua pro majori circino otitur, hoc inſtrumentum dicitur Gallicè, *Simbleau.*

Squadra, & Amuſſis *l'eſquierre, & le niveau,* ut ligna ad perpendiculum, aut ad amuſſin dirigantur, ut cardines iiſque reſpondentia cava delineentur. *Pour tracer les mortaiſes, & les tenons.*

Serra ad cardines formandos. *la Sie.*

Serra minor ut cardinum extrema præſcindantur. *Le Siot.*

Anceps *La beſague*, ut cava dirigantur, ut fibulæ formentur. Modulus *la lauge*, ot cava delineentur.

Terebra major *la tariere* ad inchoanda cava.

Terebræ minores *les laceret* ad minora cava, & ad jungendos cardines.

Scalptum. *Ciſeaux.*

Mallei *Maillets.*

Funiculi ad ducendas lineas.

Aſciæ, ſecures majores, & minores *les hachet.*

Perpendiculum ſuâ bolide inſtructum.

Ferrea ſubſcus *cheville de fer Repouſſoir.*

Delineatorium ſimplex *Tracret.*

Delineatorium incurvum *Róinesse.*

Vectis *levier.*

Cylindri *Rouleaux.*

Falco *Fauconneau* inſtrumentum duplici trochleâ inſtructum, an majores trabes attollendas.

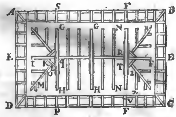
Capra inſtrumentum aliud pariter trochleis inſtructum, cochlea duplex. *Verin.*

Rudentes, cameli, oræ *Cables.*

Minores Rudentes. *Trouſſes.*

PARTES CONTIGNATIONIS.

In communibus contignationibus, ſaltem ex arte conſtructis hæ partes recenſentur.



Primò muris imponuntur horizontalia tigna *les ſablieres*, ut ſi proponatur rectangulum ABCD, repræſentans ſummam alicujus ædis crepidinem, cui tectum ſit imponendum, primò ſecundùm murorum longitudinem extenduntur Tigna horizontalia ſæpe duplicia, nempe interiùs, & exteriùs, talia ſunt AB, BC, CD, AD.

His imponuntur baſes, *les bloches* à me vocantur baſes, quod pedem Tignorum declivium ſuſtentent, tale eſt EF, cæteráque illi parallelæ, quæ perpendiculariter ad priora incidunt; inter

eas baſes, ſunt angulares, quæ dicuntur *blochets des Areſtiers.*

Exinde ſequitur radiorum ordo. *L'enryen-re*, quæ horizontalis eſt, talem in hac figura exhibeo.

Majora latera *longpan* ut AB, CD.

Minora latera, ſeu terga *croupe*, ut AD, BC.

Trabs præcipua, *Entraict* nempe in radiorum ordine, ut GH.

Trabs præcipua tergi, *entraict de croupe*, ut F, I.

Vinculum horizontale, *Gouſſet* ut KL.

Trabs angularis *Coyer*, ut LM.

Rami *Embranchement* ut MO, & alij qui trabi angulari aptantur.

Trabes minùs præcipuæ *les liernes* ut NN aliæque trabibus principalibus parallelæ.

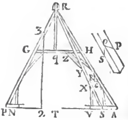
Ædes altera parte longior *barlong.*

Dividere in partes æquales *eſpacer.*

Major craſſities *Boſſage*, ut in trabibus principalibus GH, paulò major in medio craſſities relinquitur, ut aliæ trabes faciliùs, coagmentari, & aptari poſſint.

Intervallum, interſtitium, *entretoiſe*, nempe horizontalibus Tignis, quæ muris imponuntur, ut contineantur in eo ſitu, adhibentur interſtiria quædam, quibus coercentur.

Ordo verticalis præcipuus, *maiſtreſſe ferme, ou eſtalon*, ut in ſecunda figura PRS: ſi ſupra



P & S, primæ figuræ horizontaliter jacentis, intelligatur verticaliter erigi, ordo Tignorum PRS, dicitur principalis, quia continet trabes principales ordinis radiorum. Nam GH ſecundæ figuræ, eſt eadem ac GH primæ figuræ, ſicut P & S. Intelligitur autem ſimilis ordo verticalis in omnibus trabibus præcipuis, ut in hoc exemplo eſſent tres ordines verticales præcipui *trois maiſtreſſe fermes*: trabes enim minus præcipuæ, *les liernes* ſimpliciter, Tignis declivibus aptantur, nullamque acum habent.

Partes hujus ordinis ſunt primò baſes P & S, *les blochets*, quæ jam deſcriptæ ſunt in priori figura.

Tigna declivia PR, RS, *les chevrons* quæ etiam dicuntur *les grands eſſelier*, dicuntur etiam Tigna majorum laterum *les chevrons de longpans.*

Acus qR *l'eſguille*, linea TR dicitur falſa acus. *la fauſſe eſguille.*

Vincula *les liens* VX, YZ: in genere quoties duo ligna, in angulum copulata, alio tigno coërcentur ne vacillent, hoc tignum vinculum dicitur, vinculum tamen VX à nonnullis dicitur, parva tibia *Iambette.*

Trabs præcipua *entraict* eſt GH, eadem cum GH, primæ figuræ, in cujus ſcilicet puncto q, conſtituitur acus.

In eadem figura ponitur Tignum declive angulare, ſi enim transferatur linea qA, primæ figuræ in TA, hujus ſecundæ, & ducatur Tignum RA, hoc erit Tignum angulare, *Areſtier* & linea TA, erit retroceſſio Tigni angularis declivis, *le reculement du grand areſtier.*

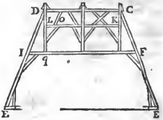
Pennæ *Empanons* ſunt minora Tigna declivia, quæ nec ad faſtigium, neque ad acum perveniunt, ſed Tigno declivi angulari aptantur, dicuntur etiam *petits eſſeliers.*

Obliquitas Tigni declivis angularis, *le delardement de l'Areſtier* le devers de l'Areſtier.

Chorda ſubtenſa *le tirant* in tecto, cum duæ trabes declives arcum quaſi repræſentant, trabs illis ſubſtrata dicitur *Tirant.*

In hac figura nulla eſt linea, tamen PS dicitur falſa ſubtenſa *un faux tirant.*

Faſtigiatus ordo *le faiſtage*, continet aliom ordinem verticalem, qui nempe totam ædem pervadit, nempe erigitur verticaliter ſupra lineam



EE primæ figuræ, ſecatque ſecundam figuram, & habet acum communem, nempe acus eſt communis ſectio ſecundæ figuræ, & tertiæ, eritque trabs FI, hujus figuræ eadem ac FI, primæ figuræ, diceturque trabs præcipua minorum laterum, ſeu tergi, *l'entraict de crouppe*, hanc tamen denominationem nonnulli tribuunt tantùm trabi Iq, in prima, & tertia figura.

Faſtigium *le faiſte* eſt ſuperior pars tecti in longum exporrecta, ut CD in tertia figura.

Hypofaſtigium *le ſoubsfaiſte*, eſt aliud Tignum faſtigio parallelum ut KL, roboratur hujuſmodi opus, primò decuſſatis Tignis *des ſautoirs.*

Tigna obliqua *Guettes*, ut O.

Tignum declive tergi *chevron de crouppe* DE, dicitur etiam *eſſellier de crouppe.*

Reliquæ faſtigii partes ſunt vincula *des liens.*

Vincula arcuata, *des liens cintrez* nempe in arcum efformata ſuccubi arcus *des cintres.*

Arcus productiur *courbe ralongée.*

Crus roborans *Iambe de force*, in his figuris nullum eſt, ſi tamen in ſecunda figura producerentur Tignum à puncto V, baſis VS uſque ad punctum Z trabis principalis, quod conſequenter parallelum ferè eſſet Tigno declivi, diceretur crus roborans.

Fibula lignea in cuneum efformata, dicitur *un Roſſignol.*

Arcus ſuccubus elatior, *cintre exaucé*, depreſſior *ſurbaiſsé.*

Coarctatio arcûs *retreciſſement de la courbe.*

Sectio congrua, *la couppe eſt bonne.*

Adſcititium

Adſcititium centrum, *Tierſpoinct*,

Lacunar, laquear *lambris.*

Ligneus Paries *pans de bois.*

Tigna in Rhombos decuſſata, *des chevrons entrelaſſez en loſange.*

Tigna decuſſata filicis foliorum inſtar. *A brins de Fougere.*

Pars infetiot *le Ravallement.*

Fulcrum *Eſperon.*

Inſertio unius Tigni in aliud *embrevement.* Cum nun tantum cardo in cavum inſeritur, ſed etiam augetur cavum, ut aliqua ſui parte totum Tignum excipiat: ſic dicimus *Embrever les eſſeliers, & jambettes dans les chevrons, & entraict*, hoc eſt inſerere.

Aptare trabem alteri. *Enlacer.*

Tecta ad angulum internum occurrentia ſibi invicem, *Noüe renfoncée.*

Doma, *Dome.*

Laterna, *lanterne.*

Sectio obliqua, *onglet.*

Trabes, & Tigna aptata *aſſemblage.*

Tecta in pyramides formata. *Pavillon.*

Teſtudineata tecta, *une Imperiale.*

Scandularia feneſtra, *Lucarne.*

PROPOSITIO I.

Theorema.

Tempus cædendarum arborum.

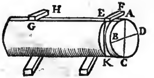
Tempus cædendis arboribus opportunum, ab Octobri ad finem Martii communiter aſſignatur, & circa tertium lunæ quadrantem, ſeu lunâ decreſcente. Ratio hujus axiomatis petitur ex arborum natura, quæ illo præcipuè tempore compactiores habent fibras; minuſque humore, & ſucco plenas; ſi enim cæderentur cùm abundant humore, eo defluente laxiores haberent poros, neque tamen virtutem haberent eos conſtringendi, quâ nempe pollent quamdiu vivunt.

Nonnulli vellent, ut arbor circa pedem, in coronam mediâ parte cæderetur & per menſes aliquos in eo ſtatu perſeveraret, ſic enim facilius ſucco ſuo purgaretur.

PROPOSITIO II.

Problema.

Trabes quadrare.



Primò quidem trabes ſuo cortice denudandæ, tum canterio imponendæ, ita, ut loco dimoveri facilè non poſſint. Exinde una extremitas præſcindatur ad angulos rectos, habebiturque ſectio ABCD, in qua perpendiculo duces lineam AC, ad quam perpendicularis agetur linea BD; debet enim ſcire lignarius ſcite praxin ducendæ perpendicularis. Trabi imponitur modulus EF, *la jauge*, præferens ejus latitudinem; notanturque in trabe puncta extrema E, & F, idem fiat in GH. Tum à puncto E ad G ducatur linea recta, vel ope regulæ, vel funiculo nigredine imbuto; fit autem nigredo, ex combuſtis paleis, aut fœno. Tenditur funis ex E in G, quantùm poteſt, & elevatur in medio, ut demiſſus redeat ad modum elaterii, lineamq e trabi imprimat: idem præſtetur utrinque. Fiat ſecuri crena EK, quantùm fieri poteſt verticalis, quæ perpendiculo examinetur; poſſunt tales crenæ verticales identidem fieri, ut certiùs totum perficiatur. Monent nonnulli ut utrinque, tales crenæ excaventur, antequam ulteriùs procedatur; ſi enim ſimpliciter inducatur ex una parte ſuperficies verticalis, iotactâ adverſâ ſuperficie, ſinuabitur tota trabs, exiliora præcipuè tigna, ſi ex una parte ſerrâ complanentur, facilè curvaturam induet ea pars. Crenis ita in quaternos pedes perfectis, ſecuri quantùm fieri poteſt verticaliter diſpoſitâ, inducitur utrinque verticalis ſuperficies quæ ſi aliquod dubium oriatur, perpendiculo examinabitur.

Perfectis utrinque ſuperficiebus verticalibus, tota trabs ita invertitur, ut linea BD, quæ priùs horizontalis erat, cum perpendiculo congruat; ſimiliter ſuperficiebus jam factis applicandus eſt modulus; ducendæ lineæ parallelæ, & ſecuri perficiendæ ſuperficies verticales, & abſolutum erit opus, nempe tota trabs in parallelepipedum efformata.

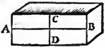
Demonſtratio. Primæ duæ ſuperficies quæ inducuntur, verticales fiunt ope perpendiculi, ad quod exiguntur, ergo ſunt parallelæ inter ſe. In ſecunda autem diſpoſitione fiunt horizontales, cum linea AC cui ſunt parallelæ, fit horizontalis; inducuntur item aliæ duæ ſuperficies, verticales: ergo ſunt rectæ ad duas priores: parallelepipedum igitur eſt rectangulum quod intendebatur.

PROPOSITIO III.

Problema.

Trabes, & Tigna horizontaliter ſtatuere.

Quamvis ad quadrandas trabes, neceſſarium non ſit eas horizontaliter Canterio imponere, quod dificillimum foret, quia nullam tunc ſupponuntur habere ſuperficiem planam; ad praxes



tamen ſequentes id ſæpe requiritur. Praxis autem propria, & peculiaris fabri tignarii ita peragitur. Ducatur linea recta AB, ſecundùm longitudinem trabis,

trabia, eamquę biſariàm dividens; hanc lineam in omnibus tignis ducunt communiter artifices tignarij; ad lineam AB, ducatur perpendicularis CD, quæ fiat verticalis, hoc eſt ad perpendiculum exigatur: dico totam trabem diſpoſitam eſſe horizontaliter.

Demonſtratio. Cùm tota traba ſupponatur, ſuperficiebus angulum rectum comprehendentibua conſtare, erit linea CD ad ſuperficies oppoſitas recta (*per def.* 3.11.) ſit autem CD verticalis: ergo ſuperficies oppoſitæ ſunt horizontalea, linea enim perpendiculi ad horizontem recta eſt.

Alii ſupra trabem AB Gnomonem, ſeu ſquadram ſtatuunt; ita ut unum illius crus, extendatur ſecundùm longitudinem trabis & crus alterum ſtet erectum, ſeu verticale, hoc eſt perpendiculo congruat, dico pariter ſuperficiem trabis, cui alterum crus incumbit, eſſe horizontalem, cum perpendiculum ad illam rectum ſit.

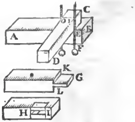
Denique nonnulli Amuſſin adhibent, de quâ in Geometria practica locuti ſumus: hæc tamen inſtrumenta dicuntur non eſſe propria fabri Tignarii, atque adeò inſiſtendum eſt primæ praxi.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Trabes pungere.

Pungere dicimus, *picquer le bois*, certa puncta trabibus, aut Tignis inurere, quibus cardines, & cava delineamus, *les tenons & mortoiſes*. Varii ſunt hujus propoſitionia caſus, cum variè duæ trabes, aut Tigna compaginari, & invicem conjungi poſſint, à facilioribus incipiam: ut ſenſim ad difficiliorea commiſſuras gradum faciam.



Proponatur trabes AB, CD, conjungendæ ad angulos rectos, ita ut in AB, debeat fieri cavum, *la mortoiſe*, & in CD debeat formari cardo.

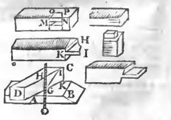
Primò trabs A B ſtatuatur horizontaliter (*per præcedentem*) huic imponatur trabs C D, quæ etiam ſit horizontalia, & incidat perpendiculariter ad lineam AB: quod facilè præſtabia, ſi ducas in ſuperficie horizontali trabis A B, perpendicularem, ad lineam AB, cui Tignum CD congruat. Applicetur perpendiculum puncto E, in quo ſcilicet extremitates planorum conveniunt, tùm ſecundùm perpendiculi longitudinem, duo puncta inurea in utraque trabe, ita ut duci poſſint lineæ EF, EI; idem fiat ex alia parte, ut habeatur punctum O, ducique poſſit linea OI, & in parte adverſa; linea illi parallela, tùm ſerrâ tertiam aut quartam utrinque partem craſſitiei ſecabia, & ſcalpro partes ſuperfluas auferes, habebiſque cardinem, qualem in KG intueris.

In trabe AB, cavum ita perficies, ubi cavum delineatum fuerit, ab extremitatibus terebrâ inchoandum erit, non quidem ſpirali, & in helicem abeunte; ſed terebrâ ſimpliciter rotundâ, & cavâ. Si longiùa fuerit cavum, tria aut quatuor foramina inchoëntur ad mediam tantum craſſitiem, & terebrâ inclinatâ, intermedium intervallum disjiciatur. Denique Ancipiti *la beſague* perficitur totum opus, fitque cavum, ad angulos rectos.

Dico ſi cardo in cavum inſeratur has trabes ad angulos rectos conjunctas eſſe.

Demonſtratio. Facilè oſtendere poſſumus, cardinem G, ad ſuperficiem K L rectum eſſe, quare cum cavum ſit pariter ad angulos rectos formatum, inſerto in cavum cardine, ſuperficies KL, cum ſuperficie HI congruet, quod intendebatur.

Eâdem ferè methodo uteris, cùm aliqua occurret obliquitas, hoc eſt Tignum CD, in trabem AB, incidet non ad angulos rectos: quod multipliciter accidere poteſt, ideoque ſubdiſtinguendum eſt. Primò enim in figura propoſita, ſi ſupponatur baſis AB, ſuperior ſuperficies eſſe horizontalis, poteſt Tignum CD, ita aptari trabi AB, ut maneat quidem horizontale, ita tamen ut angulus D E A ſit acutua; & angulus DEB obtuſus. In tali caſu Tignum CD, imponitur trabi AB, horizontaliter jacenti, ſecundum angulum propoſitum, quem regulis plicatilibua *avec le faux eſquierre* transferre poteris in trabem A B, in eam ſcilicet partem, in qua com-



miſſura formanda eſt. Diſpoſito igitur Tigno CD, ut pars eſt, ſuperior praxia adhibeatur, habebiturque cardo obliquè incidens in ſuperficiem commiſſuræ, qualem vides in H, qui in puncto H reſecandua eſt, ſecundùm lineam HI, perpendicularem ad planum KH, pariter cavum obliquitatem habet ex una parte, ut vides in MO, ex alia verò parte perpendicularis eſt, ut in NP.

Denique obliquè incidere poteſt Tignum CD, in trabem AB, ut ſi trabe A B collocatâ horizontaliter ſecundùm longitudinem, facies ejus ſuperior non congruat cum horizontali plano, ſed declivis ſit, quod vocant artifices noſtri inclinari, *deverſer*. In tali caſu Tignum CD horizontale eſt,

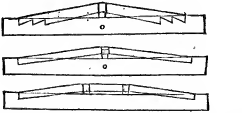
eſt, & eodem modo diſponitur quo committi debet trabi AB, in qua diſpoſitione idem perpendiculum radens inferiorem limbum trabis AB, longiùs diſtabit à limbo ſuperiori ejuſdem trabis AB; quæ diſtantia transferenda eſt in Tignum CD; ut habeatur obliquitas commiſſuræ Tigni CD. Ut ſi perpendiculum GH, notatum in Tigno CD, radens limbum AB, diſtet à limbo ſuperiori trabis AB, diſtantiâ GK, hæc diſtantia GK transferatur in HI, ducaturque GI, hæc eſt linea commiſſuræ, idem fiat ex alia parte.

Notandum item quoties accidit, ut committantur duo Tigna in extremitate, ne ſe invicem excedant, & ne earum frangatur neceſſarium eſt, ut cardo nonnihil decurtetur, ut vides in figura. Alia multa docebit uſus, & dicemus inferiùs.

PROPOSITIO V.

Problema.

Trabes Armare.



Hæc propoſitio perutilis eſt, eò quòd in multis regionibus trabes ſatis craſſæ non occurrant, nec oneribus ferendis pares; hâc tamen methodo mirum in modum roborantur, teſtudinumque naturam imitantur.

Proponatur trabs, adſcititiis trabibus roboranda. Primò quidem trabs ſi fieri poteſt nonnihil ſinuetur, ſaltem in medio aſſurgat quantùm fieri poterit, tum in eadem trabe inferiori, fiant duæ, aut tres, ex utraque parte inciſiones, ſeu retinacula, quæ figura ſatis exprimit; adſcititiæ trabes eandem figuram habeant, ut hujuſmodi retinaculis appoſitè congruant; in medio conjunguntur ad invicem, ſine ullo cardine, ſed ſimpliciter, ita ut ſibi exactè reſpondeant, nonnulli ſimpliciter clavis trabalibus, adſcititias trabes principalibus conjungunt.

Alii verò ferreo vinculo adſcititiarum trabium capita conſtringunt, caudamque vinculi, cavo in inferiori trabe efformato inſerunt, claviculâque firmant. Vera methodus retinacula tantiſper in angulum acutum format, trabeculis tamen angulum rectum tribuit, tum trabem præcipuam per extremitates benè firmatam, ne moveri poſſit, in medio, ope cochleæ vehementer in arcum ſinuat, donec trabeculæ exactè retinaculis congruant, tum vinculo ferreo in cavum inſerto, omnia firmant, ita ut amplius dimoveri non poſſit. Hæc methodus communis eſt, & optima.

Secunda methodus ſupponit adſcititias trabes, altitudinem habere 7 ſaltem digitorum, & in trabe principali unicum utrinque retinaculum effingit, nempe ad duos pedes prope extremitates, ita autem diſponuntur, ut trabes adſcititiæ in medio ſupra principalem aſſurgant, quò autem magis aſſurgent, eò meliùs erit; cætera à praxi ſuperiori non differunt.

Tertia methodus tres adhibet trabeculas. Primò igitur circa extremitates trabis principalis; fiat retinaculum, & inciſio valdè inclinata, ut dum aptabuntur trabeculæ, multùm aſſurgant ſupra ſuperficiem trabis principalis, quò autem magis aſſurgent eò majus erit operis robur. Addetur & tertia trabs commiſſuræ, ad modum commiſſuræ arcûs, nempe tendant ad aliquod centrum, addantur & vincula ferrea, quæ in trabem principalem inſerantur, clavoque item ferreo coërceantur.

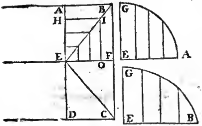
Demonſtratio petitur ex figurâ trabecularum, quæ in medio incurvari non poſſunt, ut accedant ad trabem principalem, quin recedant ab invicem. Cum enim duo trianguli latera reliquo ſint majora, & trabeculæ angulum comprehendant, in lineam rectam extendi non poſſunt, quin vel breviores fiant, quod fieri non poteſt, vel extremitates recedant; cum igitur coërceantur à retinaculis, vis ponderis incumbentis tota exercetur in retinaculo removendo, potiùs quam in incurvanda trabe, ideoque fit multò fortior trabs inferior, immò pondus non ſuſtinet, ſed tantum adſcititiæ trabes, quæ inferiorem protegunt & defendunt. Idem proportione quâdam præſtamus, cum portarum ſuperliminari timemus, ne ſub imponendo pondere fatiſcat, & diſſiliat; arcum formamus, quo totum pondus impoſitum nititur, atque ita incolume præſtamus ſuperliminare.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Arcum productiorem, aut breviorem deſcribere.
La courbe ralongée.

Hæc methodus, & praxis cenſetur optima totius artis Tignatiæ, utpote quæ tota Geometrica ſit: quæ ut melius intelligatur aperiendi ſunt caſus in quibus adhibetur. Supponatur area quadrangula, cui imponenda ſit teſtudo, quam vocant clauſtralem, quæ talis ſit, ut in umbilico uno conveniant omnes arcus. Certum eſt illos omnes arcus eſſe æqualis altitudinis, ſubtenſas tamen non habent omnes æquales, nam angularibus arcubus major competit ſubtenſa; & quod auget etiam difficultatem, ſæpe in ſuis operibus volunt opifices noſtri, ut in minoribus lateribus tecta majorem habeant declivitatem, quam in longioribus lateribus: *que les croupes, ſoient plus roides, que les longpans.* Ideoque interiùs ad id præſtandum omnes partes diſponunt, ut ſi ſit ædis pars aliqua ABCD, ſitque ſupra has omnes lineas AE, EB, EF, EC, ED, excitandi arcus, convenientes in eodem puncto E; ponatur linea AE, eſſe major lineâ EF, propter rationem allatam, hi

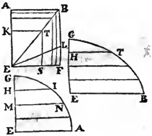


omnes arcus, eandem habebunt altitudinem, utpote qui in eodem puncto conveniant. Subtenſæ tamen ſunt inæquales. Ex quo ſequitur, quod ſi ſupra EA, deſcribatur arcus ſimplex, & verè circularis, qui quaſi primigenius aſſumatur, ſupra EB arcus productior erit deſcribendus, ſupra E F brevior, ſeu cujus ſubtenſa minor erit altitudine

Aſſumatur igitur linea EA, ſupra quàm deſcribatur arcus ſimplex, & circularis, qui erit quaſi primigenius, & quaſi cæterorum omnium menſura; dividatur EA in partes æquales, quò plures erunt, eò melior erit, & exactior operatio: ducanturque per ſingulas diviſiones perpendiculares, ad arcum uſque pertinentes. Proponatur linea E B, major quàm E A, ſupra quam deſcribendus ſit arcus ejuſdem altitudinis; dividatur linea E B in totidem partes æquales, in quot diviſa fuerat EA, excitenturque in ſingulis diviſionibus perpendiculares, prioribus æquales; & per extremitates perpendicularium deſcribatur linea curva; hæc erit arcus ille productior qui quæritur. Eodem modo operaberis, etiam ſi linea EB minor eſſet linea EA, ut ſi ſupra lineam EF deſcribendus eſſet arcus, qui cum arcu primigenio EA conveniret, ſeu habitudinem haberet.

Demonſtratio ex ipſa operis figura petitur; ſi enim perfecti eſſent arcus, ut par eſt, altitudo arcûs ſupra AE, deſcripti in puncto H, debet eſſe eadem, ac altitudo arcûs ſupra punctum I, ſic enim nihil eſt incongruum: ſed teſtudo in eadem altitudine procedit, ſecundùm longitudinem ædificii, eſt autem (*per* 4.6.) ut E A ad AH, ita E B ad BI, & H A ſupponitur verbi gratiâ eſſe quarta pars lineæ EA, ergo B I erit quarta pars lineæ BE. Quare EB dividitur eodem modo ac EA & ſupra ſimiles diviſiones excitantur perpendiculares æquales. Ductâ etiam linea I O, oſtendam lineam FO eſſe quartam partem lineæ FE, ergo ſi dividatur EF in totidem partes æquales, in quot diviſa eſt linea AE, excitenturque perpendiculares æquales, habebitur arcus qui requiritur. Quod erat demonſtrandum.

Ex ea conſideratione fluxit ſecunda praxis, quæ etiam ingenioſa eſt. Sit ut priùs linea EA, ſupra quam deſcriptus eſt arcus primigenius AG, qui circularis ſupponitur. Dividatur linea verticalis AG, in partes æquales, & per ſingulas diviſiones ducantur parallelæ lineæ EA. Sit etiam figura ichnograhica, in qua ſupponitur ſupra EA, deſcriptus arcus primigenius, transferatur H I, in EK, tum ducatur parallela KT, & TS, erit ET parallela pertinens ad arcum angularem, ſeu productiorem, & E S ad arcum breviorem ſupra E S deſcriptum, idem fiat in reliquis omnibus parallelis.

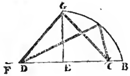


Quibus paratis ita deſcribes arcus. Verbi gratiâ ſupra lineam EB, excitabis perpendicularem E G priori æqualem, ſimiliterque diviſam, & in puncto H duces parallelam HT, æqualem lineæ ET in diagonali, idem facies in reliquis parallelis, quas omnes deſumes ex diagonali. Tum extremitates parallelarum conjunges lineâ curvâ, & habebis arcum diagonalem. Si deſcribendus eſſet arcus ſupra lineam E F, longitudo parallelarum ſumenda eſſet in linea E F. Eodem modo id efficeres, excitando pariter lineam EG, dividendam in totidem partes, & ducendo parallelas quarum longitudo deſumenda eſt ex linea E F. Immo ſi quicumque alius arcus ejuſdem altitudinis ducendus eſſet, ſupra aliam lineam, verbi gratiâ ſupra EL, in ea pariter parallelarum longitudo aſſumenda eſſet.

Demonſtratio petitur pariter ex ipſo opere. Si enim fingamus ſupra lineam AE, deſcriptum eſſe arcum circularem, diviſum per parallelas, certum

eſt

eſt quod ſi per has parallelis intelligantur aut plana horizontalia, illa ſecabunt arcum angularem, ita ut ſit eadem ratio communis ſectionis arcûs primigenei cum uno plano, ad communem ſectionem arcus ſingularis cum eodem plano, ac lineæ EK ad ET, formatur enim in ipſo opere figura EABF. Idem dicendum eſt, ſi alius quilibet arcûs ejuſdem altitudinis formandus eſſet; ſupra aliam lineam, ut ſupra E F, aut E L, aſſumenda enim eſſet longitudo linearum horizontalium, in ipſis lineis EF, aut EL.



Praxis tertia longioris arcûs formandi, petitur ex generatione Ellypſis. Certum eſt enim quod in ſuperiori figura, ſi ſupra lineam EA, intelligatur arcûs primigenius circularis, formatur cylindrus rectus, cujus ſectio angularis EB, obliqua eſt, atque adeò Ellyptica. Dedimus in Geometria practica methodum deſcribendæ Ellypſis, cujus dantur duo ſemidiametri. Hic trado aliam faciliorem, & magis accommodatam captui opificum. Sint ſupra lineas EG, EB, deſumptas ex ſuperiori figura deſcribenda Ellypſis, producatur major ſemidiameter E B, uſque in F, ita ut ſit FB, tota diameter. Ex puncto G, ut centro intervallo ſemidiametri EB, deſcribatur arcus GC, ſecans ſemidiametrum EB, in punctis C, & D ſumatur funiculus longitudinis totius diametri F B, qui fixis duobus clavis in punctis D, & C annectatur: tum inſerto in medio graphio, experirè an tranſeat præcisè per punctum G, curras graphium ſecundùm longitudinem funiculi, ita tamen, ut partes eius æqualiter tendantur, deſcribes Ellypſin, ſeu ovalem figuram, per puncta G, & B tranſeuntem. Tranſit enim per punctum G, cum lineæ GD, GC ſint ſingulæ æquales ſemidiametro, ex conſtructione, ergo DG, GC, ſimul æquales diametro. Tranſit etiam per punctum B, nam funiculus in BC duplicatur; eſt autem CB, æqualis lineæ FD, ergo funiculi ſegmentum DB, & ſegmentum duplicatum BC, æquantur diametro FB; ergo figura deſcripta tranſit per B.

Si deſcribendus eſſet arcus elatior, cujus nempe altitudo major eſſet ſemidiametro horizontali, ſemidiameter verticalis eſſet producenda, ut in ea determinarentur duo centra.

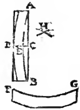
PROPOSITIO VII.

Problema.

Vinculum in arcum componere. Cintrer un lien.

Vincula ſæpe in arcum conformantur, ſic enim exigit interior ædis diſpoſitio. Primò quidem certum eſt quod in contignationibus tectorum, ſæpe vincula interius diſponuntur, ut clauſtralem teſtudinem referant, in tali caſu vincula ſunt ſegmenta eorum arcuum, ad quos pertinent; ut ſi ſint vincula pertinentia ad angularem trabem, erunt ſegmenta Ellypſis, prout primigenius arcus fuerit circularis, aut elatior. Quare tunc concavitas, quæ vinculo tribuitur, non eſt arbitraria; ſed legibus propoſitionis præcedentis adſtringitur, de hac igitur nihil hic dico; ſed ſolum de illa quæ pendet ex voluntate.

Proponatur vinculum AB, ſinuandum, ducatur linea A B, quæ dividatur bifariàm in C; ducaturque perpendicularis CD, latitudo CD, dividatur in tres partes æquales, ſitque CE, una talis pars trium punctorum A, E, B quæratur centrum (*per 25. 3. Eucl.*) Ex quo deſcribes arcum AEB, & ex eodem centro alium arcum per punctum D tranſeuntem; praxin non appono, eam invenies in propoſitione citata.



Alio modo idem præſtabis etiamſi vinculum jam ſinuatum ſit naturaliter, nullâ ſcilicet latitudinis eius habitâ ratione: proponantur extremitates vinculi ſinuandi, quæ ſint F, & G ex centro F, intervallo F G, deſcribatur arcus H, & ex centro G, eodem intervallo, alius arcus, qui priorem interſecet, in puncto H; tum ex H, eâdem aperturâ circini deſcribe arcum FG, & alium exteriorem priori concentricum, & ſinuatum erit vinculum.

Si minorem concavitatem deſideras, fiant arcus ſe interſecantes in puncto H, ad majus intervallum, quam ſit F G.

PROPOSITIO VIII.

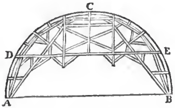
Problema.

Succuborum arcuum deſcriptio.

Superiori propoſitione arcuum figuram explicui, in hac iiſdem arcubus robur, & firmitatem addere intendo, ut ferendo oneri pares reddantur; nonnunquam enim iis inſanæ moles imponuntur, quarum pondus ſuccubo arcui totum incumbit, ſaltem donec abſolutum ſit opus. Ita dum pontem lapideum conſtruimus, hujuſmodi arcubus ſuccubis indigemus.

Primò proponitur arcus A B, perfectè circularis, ita ut arcus A C B, ſemicirculum contineat. Dividatur quadrans A C, in tres partes æquales,

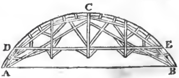
æquales, quarum A D ſit prima: tum ſtatuatur trabs D E, vel integra, vel ex pluribus par-



tibus conſtans, in cujus medio ſtatuatur acus, & hinc inde aliæ duæ, æquali intervallo diſſitæ. Ex puncto A, ad trabem DE, præter arcum, alia duo crura roborantia protendantur, quæ duobus vinculis, ſingula cum trabe D E, ſuperiore conjungantur; addatur, & Tignum inclinatum, trabem D E, cum prima acu connectens, hoc Tignum inclinatum crure roborante, & vinculo ad acum protenſo fulciatur: huic ad angulos fere rectos, aliud Tignum incidat, cui alia duo, hinc inde, non longè ab arcûs circumferentia incumbant, his addantur crura roborantia, & vincula.

Tres acus quæ in medio ſitæ ſunt trabis horizontalis, Tignis obliquis connectuntur, poterant Tigna decuſſata adhiberi, quæ fortiora forent.

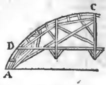
Demonſtratio. Fieri non poteſt, ut hi arcus conſentiant, & incurventur, niſi explicentur; explicari autem non poſſunt, cum tam validè coërceantur, totque Tigna etiam ſecundùm ſuam longitudinem reſiſtant. Quare non tantum trabs A B, quæ toti operi ſubſtrata eſt, incumbentis ponderis opus ſuſtinet, ſed omnia hæc Tigna ſe invicem fulciunt, & ad modum teſtudinis ſe invicem roborant.



Detur aliud ſegmentum circuli ACB, cujus arcus ſit pariter roborandus. Sit AD, quinta circiter pars ſegmenti AC, ſtatuatur trabs DE, vel integra, vel ex duabus, aut etiam quatuor partibus conſtans. Supra trabem DE, tres aptentur acus, infra nonnihil deſcendentes, & vinculis cum trabe DE, infernè conjunctæ, ſic enim trabs DE roboratur. A ſummitate ferè acus mediæ ad punctum A, ducatur trabecula deſcendens, ſive integra, ſive pluribus conſtans partibus. Addantur & aliæ non longè ab acu poſitæ, vices ſubtenſarum obeuntes, tum varia addantur vincula quibus cum acubus præcipuè, & cum arcus circumferentia connectantur. Cætera ex figura ſatis intelligentur.

Demonſtratio. Eadem adhiberi poterit.

Tertiò proponatur arcus depreſſus ACB, ſitque AD, quinta circiter pars, dimidii arcûs AC,



ſtatuatur ſubtenſa DE, quæ in 4 partes æquales dividatur; treſque erigantur acus perpendiculares, duo intervalla media roborentur decuſſatis Tignis.

Tum addantur Tigna vices ſubtenſarum obeuntia, quæ vinculo cum acu intermedia conjungantur. Extremis intervallis aptetur Tignum inclinatum ad modum ſubtenſæ, in cujus medio erigatur acus, ad ipſum perpendicularis, cum duobus vinculis; idem Tignum vinculis cum acu vicina, & trabe horizontali adſtringatur. Denique in pede arcûs, aptetur alia ſubtenſa, & crus roborans, multiplici, inter ſe vinculo, & cum trabe horizontali connexa.

In hunc modum varia excogitari poſſunt horum arcuum ſuccuborum firmamenta, ſunt autem præcipui roboris decuſſatæ trabes; hæc prototypi, & exempli inſtar poſita ſunto.

PROPOSITIO IX.

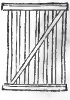
Problema.

Parietem ex Tignis componere.

Solemne eſt in plurimis regionibus, ut parietes ipſi, ex Tignis componantur, in aliis ut ſiat tantum variè decuſſatus Tignorum ordo, qui deinde lateritio opere compleatur. Difficultas eſt, ut parietes ita roborentur, ut etiam ſi trabibus imponantur, trabes non tam à ſuperimpoſita mole graventur, quin potiùs roborentur.

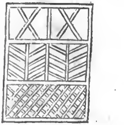
Totum autem artificium in eo poſitum eſt, ut paries incurvari nullatenus poſſit, ſic trabes fient ferendo oneri pares.

Primus modus facilis erit, ponuntur enim trabes horizontales diſtantes ab invicem medio-



cri diſtantia, exinde iis imponuntur Tigna verticalia, quæ vel trabibus ipſis, vel aliis adſcititiis inſerentur, declivia item alia Tigna identidem addentur,

addentur, quæ priora connectant, hæc Tigna declivia, ſi perpendicularibus aptarentur, cardine inſerto, robur parieti adderent, præcipuè ſi plora addantur.



Alter modus parietis conficiendi robuſtior eſt priore, ut ex figura ſatis patet. Pars ſuperior decuſſatis Tignis conſtans, & nonnullis verticalibus, aptiſſima eſt ad ferenda onera, ut ad ſuſtentandas in campanilibus ingentes campanas, quoties longiores trabes adhibentur, aut ex pluribus compoſitæ.

Ratio eſt, quia fieri non poteſt, ut hæc ordinatio conſentiat, ſeu in medio incurvetur, quin alium ſitum aſſumant decuſſata Tigna, aut ipſamet flectantur, quod fieri non poteſt, cum ſint breviſſima.

Secundus ordo, qui filicis folia imitatur, diciturque propterea Gallice *à brins de Fougere*, ſuam etiam firmitatem habet, ut ſatis patet.

Tertius ſeu infimus ordo *le Ravallement* decuſſatos cancellos refert, omnium firmiſſimus eſt, trabibuſque tam impoſitis, quam etiam ſuppoſitis robur, & firmitatem addit, cùm fieri non poſſit, ut curvitatem admittat; quin omnia Tigna decuſſata obliquentur, aliterque inter ſe committantur; quod cum fieri non poſſit, eò quòd quam plurima, cardine in cavum inſerto connectantur, eandem perſiſtere connexionem neceſſe eſt.

PROPOSITIO X.

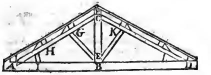
Problema.

Tectum vulgare delineare.

Jam ad præcipua hujus artis opera accedimus. Cum enim in pleriſque Europæ partibus, ædium muros ex lapidibus, & cæmento conſtruamus, tectum propriè fabri Tignarii imponendum aſſumant, & qui cæteris præſtant in hoc opere maximè elucent; à facilioribus incipio, ut ſenſim ad majora gradum faciam. Tectum igitur vulgare deſcribo, in quo quidem multa ſunt neglecta, & non ſecundum artem facta; nam ut plurimum Tigna declivia clavis ferreis connectuntur, hoc eſt negligitur in hoc opere illa elegantia, quæ à peritis hujus artis communiter affectatur, ut parcimoniæ ſtudeatur. Soliditas tamen & robur non negligitur. Talia ſunt pleraque tecta, in his urbibus, quæ nivoſo cœlo non ſubjacent, atque adeò eam tantum declivitatem tectis tribuunt, quæ imbribus, & pluviis arcendis ſufficit. Ex hoc ſequitur quod non magnam ſit diſpendium etiamſi ſpatium, quod immediatè tecto ſubjacet reddatur inutile.

Fiunt igitur ordines verticales præcipui, *des maiſtreſſes fermes* in ſingulos duodenos circiter pedes, quæ deinde aliis trabibus in longitudinem extenſis conjunguntur, quibus deinde Tigna declivia clavis ferreis aptantur. Unum hujuſmodi ordinem deſcribo, quem communiter baliſtam vocant, *un Arbaleſtier*, eò quòd duabus trabibus declivibus, ad modum arcus, trabe horizontali ſuppoſitâ, quaſi nervo, *le tirant*, acu quaſi ſagitta conſtet.

Sit ergo trabs major A B, cui tectum imponendum ſit: in eius medio acus B F excitatur, ejuſdem ut plurimùm craſſitiei, conjungiturque trabi AB, cardine in cavum inſerto, ita tamen ut non omnino tangat ipſam trabem; hoc eſt videatur acus potius trabem ſuſtinere, per cardinem, quam ipſi trabi incumbere, unde juncturæ fiant hiantes. Longitudo acus poterit eſſe ¼ quarta pars trabis A D. Circa ſummitatem acûs committuntur duæ trabes declives. C A. C B, quæ etiam trabi inferiori A B, aptantur in punctis A, & D: cardinibus ita compoſitis, ut retrocedere non poſſint, ex imo ejuſdem acûs duo vincula E K, E G procedunt, quæ ferè perpendiculariter in trabes C D, C A incidunt, & cum iis cardine conjunguntur. Poſſunt addi duo vincula H I, acui faſtigium imponitur *le faiſte*; quod ſecundùm tecti longitudinem protenditur; eius tantum ſegmentum F exhibeo. Longitudo A C, in tres partes æquales dividitur, in punctis G, & H, quibus in locis retinacula addantur, ut aliæ trabes ſecundùm longitudinem tecti extendantur, quarum ſectionem tantum verticalem exhibeo in H; poſſunt & in punctis A, & D aliæ trabes imponi, quæ ſuperficiem unam declivitati tecti accommodatam habeant; faſtigium item hinc inde eandem declivitatem præferat. In punctis tamen A, & B multi trabes non apponunt, ſed Tigna declivia immediatè muris imponunt, immò intra murum ita condunt, ut ſola ſuperficies ſuperior appareat; cui aſſeres clavis affigantur. Dico totam hanc compagem eſſe firmiſſimam, & tantum abeſt, ut trabem cui imponitur gravet, quin immò illam ſuſtentet.



Demonſtratio. Trabs A B flecti non poteſt, quin ſecum acum trahat, acus vero deſcendere non poteſt, quin extrema trabium declivium, quæ acui in puncto C aptantur, cum ipſa deſcendant: non poſſunt autem deſcendere, quin extremitates earumdem trabium declivium retrocedant. vel trabes fiant breviores; eò quòd (*per 2. 1. Eucl.*) ſi ſupra eâdem baſi, triangulum intra aliud fiat, latera eius ſiot minora

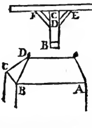
lateribus prioris trianguli. Cum ergo extremitates A, & D retrocedere non poſſint, omnia ſubſiſtere neceſſe eſt. Addontur & vincula E K, E G, ne trabes declives incurventur, præcipuè ſi longiores ſunt, quò major erit declivitas, ſeu major erit acus, eò firmius erit opus. Io his tamen regionibus in quibus tegulæ, ſeu imbrices cavæ ſuut, declivitas non debet eſſe maxima, eò quòd tegulæ ſubſiſtere non poſſent. Quoties fit tectum valdè inclinatum, debent tegulæ eſſe oncinatæ, vel ſcandulæ ſive ligneæ, ſive lapideæ clavis affigi.

In praxi nonnullæ occurrunt difficultates. Et primò quidem ut formentur cardines, accipiendi ſunt nonnulli anguli: quia tamen hic ordo unico conſtat plano, facilè poſſunt omnia perfici. Poteſt enim trabs AB, canterio imponi, & horizontaliter ſtatui, ita ut ea ſuperficies, quæ in opere eſt horizontalis, fiat verticalis; tum ei in medio aptari acus, & trabes declives, tam acui quam trabi A B, committi.

Vel poterit in charta hujus ordinis, verticale diagramma deſcribi, obſervatâ eâdem proportione, trabis AB, ad acum B C, ſic enim habebitur quantitas angulorum A C B, C E K, E K C, & C A B, qui neceſſarii ſunt, ad formandos cardines, & cava ipſis reſpondentia: haberetur item ex eadem figura angulus declivitatis in faſtigio F, qui æqualis eſt angulo CAB.

In præcedenti figura ſectionem tantum F faſtigii exhibui.

Quia autem ut dixi 10. aut 12. pedibus, hi principales ordines ab invicem diſtant, ut ſit firmius opus, faſtigiumque roboretur, adduntur vincula quibus cum acubus connectitur faſtigium. Ut ſi B ſit ſectio prioris trabis, B C ſit

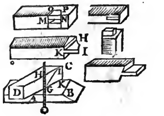


acus viſa ſecundum aliud planum, aptabuntur firmitatis gratiâ duo vincula F D, DE, in quibus aptandis nulla eſt difficultas, modò priùs habeatur eorum diagramma: ut nempe determinentur anguli ad formandos appoſitè cardines requiſiti.

Eſt alia difficultas, quæ communis eſt etiam aliis tectis; quoties nempe duo tecta in angulum externum conveniunt. Ut ſi hæc eſſet figura tecti, nempe haberet non tantum, majora latera *long pans* A B; ſed etiam tergum *une crouppe* B C.

In quibus neceſſariò fit in B D angulus externus, ſeu ut ita dicam convexus. Trabes angulares declives ut BD, dicuntur Ariſtæ *les Areſtiers*: duplex autem eſt dificultas in hujuſmodi trabibus quarum primam hîc ſolvo.

Prima difficultas in eo poſita eſt, ut ariſtæ committantur cum acu, eò quòd cum acus ſit priſma rectangulum, debebit Ariſta cum angulo congruere, & fieri bifurcatio, in cujus medio formatur cardo; hæc ſectio difficilis eſt.



Quare acus extendatur horizontaliter, ita tamen ut eius unus angulus ſuperiorem locum obtineat, tum ut formetur cardo, duplex cautio adhibetur propter duplicem irregularitatem.

Primò habendus eſt angulus, quem Ariſta cum acu comprehendit, qui angulus acutus eſt, ut patet, & paulò major, quam angulus quem trabes declives primæ figuræ hujus propoſitionis comprehendunt. Facilè autem habebitur talis angulus, cum habeatur longitudo acûs, habeatur item diſtantia acûs ab angulo ædis, quare ſi ſeparatim deſcribatur tale triangulum rectangulum, cujus trabs illa declivis, ſeu Ariſta eſt hypothenuſa; habebitur angulus propoſitus. Huic angulo æqualis fiat, tum in tali diſpoſitione, ſi punctum K trabis D I, reſpondeat præcisè limbo, limbus A B oſtendet in ſuperficie inferiori trabis D I, quantum inciſio plus promoveri debeat, in parte inferiori, quàm in ſuperiori. Diſpoſitâ igitur trabe utraque, ad Amuſſin, adhibeatur perpendiculum, quod ſecet ſuperficiem K G, inferiùs in puncto G, & ſuperius in puncto H, transferatur diſtantia G K, in H I, ducaturque linea I G, ſed non ultra mediam craſſitiem: quare ſi angulus I G K, transferatur utrinque tam in parte ſuperiori, quam inferiori, habebitur cardo inſerendus in angulum, quæ meliùs in praxi intelligentur, quam in figura plana exhibeantur.

Demonſtratur autem quod hujuſmodi cardo optimè quadrabit, per ultimum caſum propoſitionis quartæ hujus, ſi enim continuaretur linea ED, non tantùm ad mediam uſque craſſitiem, ſed ulteriùs non differret à caſu propoſito.

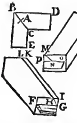
Propter hanc difficultatem commiſſuram formandi in angulo, nonnulli acum octogonam conſtituunt, ſic enim vitant difficultatem bifurcati cardinis: ſed dum acus fit octogona, multùm de illius robore detrahitur. Aliquando formatur acus in priſma ſexdecim laterum, vel ubi gratiâ ut tectum presbyterio Eccleſiæ, polygono imponatur, & vitetur illa difficultas, quæ in commiſſuris obliquis, aut etiam bifurcatis occurrit.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Ariſtas obliquare. Delarder les Areſtiers.

Trabes angulares declives, quas vulgò dicimus *Areſtiers*, vel angulum externum comprehendunt, vel angulum internum; tunc autem in aliquibus regionibus dicuntur *Corniers*, & in utroque caſu obliquari debent, ut cum tecti ſuperficie congruant. Ut ſi duæ ædes ſibi occurrant, ſitque iis imponendum tectum, in puncto A, excitaretur acus, & ab eius ſummitate ad punctum B, ſtatueretur ariſta, fieretque angulus convexus.



Si à ſummitate ejuſdem acûs ad punctum C, ſtatuatur alia trabs formabitur angulus concavus, ut igitur aſſeres hujuſmodi trabibus angularibus congruant, ſeu ut ſuperficies tectorum, non diſcontinuentur, debent nonnihil trabes angulares obliquè incidi.

Proponatur igitur trabs angularis exterior, ſeu angulum externum comprehendens, ſitque K F, cujus cardo FG, & ſuperficies commiſſuræ, quâ ſcilicet ſuæ baſi connectitur, ſit FG. Fiat angulus FGH, æqualis angulo ABD, & per punctum H, ducatur H L, limbo KI parallela, idemque fiat ex alia parte, ſi reſeces ſecundum longitudinem trabis, id quod reſpondet triangulo HGI, idemque præſtes ex alia parte, habebitur ariſtæ obliquitas,

Demonſtratio. Pendet ex eo quod ſuperficies FG, in opere ſit horizontalis, ergo congruere debet cum horizontali ſuperficie quæ eſt ABD.

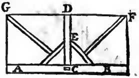
Pro concavo fiat angulus MNO, æqualis angulo E C A, & excavetur ſecundum longitudinem trabis, priſma cujus triangulum P N M eſt baſis: idem fiat ex alia parte, & trabi declivi angulari erit inducta conveniens concavitas. Eadem demonſtratio adhibeatur.

PROPOSITIO XII.

Problema.

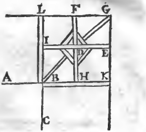
De occurſu plurium ſuperficierum in tecto communi.

Primò quidem ſæpe accidit, ut tecta non tantum duplicem hinc inde habeant declivitatem; nempe ut plurimum non tantum longioribus lateribus imponitur tectum *aux longpans*; ſed etiam tergis *aux croupes*, communiter tergum declivius eſt longiori latere. Quia autem non tantum baliſtæ integræ formantur, pro longioribus



tractibus qualis ſupra trabem A B intelligitur; ſed etiam duæ angulares dimidiatæ, & alia dimidia incidens perpendiculariter in tectum; ut hæc baliſta integra, & tres dimidiatæ ſuppoſitè congruant, ordinatio horizontalis *une enrayeure* inſtituenda eſt, qualem figura exhibet, hoc modo.

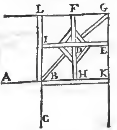
Sit trabs A B æqualis lâtitudini ædis, hæc enim trabs muris imponitur, ſicut & aliæ omnes ejuſdem ordinationis, pro tecto ſcilicèt communi inſtitutæ. Eius medium C eſt locus, in quo implantatur acus, quæ quartam, aut potiùs quintam latitudinis partem continet. Huic acui horizontaliter ad rectos ad angulos, aptatur alia trabs C D, muro etiam incumbens in puncto D; & ut tergum ſit declivius, longiori latere, trabs C D, aliquibus pedibus minor eſt, quam ſit trabs dimidiata A C, aut B C. Addantur duo vincula A E, E B, horizontalia *deux Gouſſets*, huic vinculo aptantur trabes angulares, *les coyers*, F & G, pariter muro incumbentes; quare ut eorum longitudo determinetur, ducatur linea G F, trabi A B parallela. Si totum opus vis mente concipere, tota hæc contignatio intelligatur muris imponi horizontaliter, & in puncto C, acus verticaliter erigi. Tum ex eadem acus ſummitate procedere trabes declives, ad extremitates trabis A B, ad puncta G, D, F, cæteræ partes peti debent, ex figura baliſtæ quam ſupra dedimus: exurgetque baliſta integra ſupra trabem AB, & dimidiatæ ſupra trabes C D, C G, C F, in quibus nulla eſt difficultas; niſi quod angulares trabes declives ſeu ariſtæ ſint paulò longiores, inſerantúrque acui in angulo.



Denique ſi duo ædificiorum tractus, *deux corps de logis* in angulum rectum coaleſcant, ſitque iis imponendum tectum vulgare quale deſcripſimus,

ut

ut ſi ædes A B, B C in angulum A B C conveniant, fieret ordinatio horizontalis qualem figu-



ra exbibet, nempe in puncto D, erigenda eſſet acus, cui adjungerentur trabes declives ſupra D G, & D B: in punctis H, & I, excitarentur aliæ duæ acus ſicreotque duæ baliſtæ ſupra trabes B K, B L, ſupra D H, & D A, nulla apponeretur trabs declivis, ideoque apponerentur tantum firmitatis causâ: igitur ſ.ſt gium continuaretur, nempe ab acu ſupra punctum I excitata, ad acum puncti D, & ab ea, ad acum puncti H.

PROPOSITIO XIII.

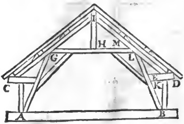
Problema.

Tectum vulgare ita evehere, ut Granarium ſub ipſo immediatè formetur.

Superioris tecti contignatio, totum ſupra trabes horizontales ſpatium, ita implicat; ut prorſus inutile reddatur. Quare quoties tectis magna conceditur declivitas, ut iis quæ communiter Gallica dicimua, alia Tignorum ordinatio obſervanda eſt, ut nempe expeditum, & nullo modo implicatum habeatur, ſubtegulanum ſolarium, variiſque domeſticis uſibus accommodatum.

Ad quod etiam conducet ut muri tribus, aut quatuor pedibus ſupra trabes, quibus incumbit tectum aſſurgant.

Hæc igitur diſpoſitio, ut dixi, ſupponit declivitatem paulò majorem, nempe cum in ſuperio-



ri angulus B A C, in figura 1. propoſitionis 10. nempe angulus quem comprehendit tectum cum horizonte, eſſet communiter 20, aut 22 graduum, in hac diſpoſitione, ſit 30 graduum, ut nempe majus ſpatium relinquatur. In quo notandum eſt, imbrices communes, ſeu tegulas cavas, vix benè ſubſiſtere poſſe, cum majori declivitate, eò quòd defluant. Tecta igitur quibus major concedetur declivitas ſupponunt aut oncinatas tegulas, aut ſcandulas lapideas, clavis affigendas.

Supponatur trabs præcipuè A B, muro infixa ita ut aliquibus pedibus adhuc murus aſſurgat, verbi gratiâ uſque ad C D, ita ut baſes *Blochets* C & D muris etiam, ipſis inſiſtant. Poſſunt addi crura roborantia B E, & B L; ut alio etiam extremo, hæ baſes fulciantur. Adhibeatur alia traba horizontalis minor *un Extraict* G L, in cujus medio erigitur acus H I; huic acui, & baſibos E D, & C aptantur trabes declives, adduntur & vincula K L, in quibus omnibus nulla eſt difficultas peculiaris; commiſſuræ enim omnes ſunt facillimæ, utpote quæ omnes ſint in eodem plano. Quare ſi in charta fiat parvum diagramma totius operis, obſervatis iiſdem proportionibus, vel in ſolo deſcribatur totum opus; habebuntur omnes anguli ſectionum, ſunt enim hæc omnia tigna in eodem plano verticali; in diagrammate etiam chartaceo ſingularum partium menſuræ ope adjectæ ſcalæ habebu'r r. Satiùs foret ut cruta roborantia B L ipſis muris inſiſterent, aut quàm proximè muris adhærerent; ſic enim trabes A B minus gravarentur, quod in aliis etiam caſibus obſervandum eſt.

Cum tectum vulgare tantum hic deſcribatur, hæc ordinatio verticalis, in ſingulis majoribus trabibus repetetur, hoc eſt in ſingulos duodenos pedes: diviſâque longitudine trabium declivium in tres partes æquales, nempe in L & M, apponentur retinacula, quibus aliæ trabes ſecundùm tecti longitudinem extenſæ, ſeu faſtigio parallelæ imponentur, quarum ſectionem tantum verticalem exhibui. His trabibux, faſtigio, & moro, tigna declivia, *les Chevrons* duobus *circiter* pedibus inter ſe diſtantia clavis ſimpliciter aſſignentur, ita enim in tectis vulgaribus uſurpatur; his aſſeres, & tegulæ ſuperimponuntur.

Hæc diſpoſitio ut verum fateat, architectum ſapit potiùs quàm fabrum tignarium, poſſetque compendioſiùs peragi, mutatis tantùm aliquibus, hanc tamen exhibere volui, eò quòd hujus exemplum h be.m.

Angulares diſpoſitiones ſi quæ eſſent facilè ex dictis, in ſuperiori propoſitione perfici poſſent: licet tantum figuram principalis ordinis proponam *d'une maiſtreſſe ferme*.

Quæri poſſet an hæc diſpoſitio ſit aptior præcedente, minuſque trabes ſuppoſitas principales fatiget, & gravet. Reſpondeo ſi in hac, commiſſuræ A, & B, aut muris ipſia aut non longè à muris abſint, parem videri utrobique rationem, nam etiam in præcedenti, commiſſuræ A, & D non longe à muris aberant. Quòd verò in præcedenti acus videatur incumbere mediæ trabi, eamque gravare, ſi res attentiùs perpendatur, res ita non ſe habet. Cum enim acus declivibus trabibus aptetur, quæ in tali ſitu, ita ſe invicem impellunt, ut impoſſibile ſit eas deprimi; tantum abeſt, ut acus trabem ſuppoſitam fatiget, quin immo eam ſuſtentat. Unde monui ſuprà, ſectionem commiſſuræ acûs, à ſuppoſita trabe abeſſe debere, uno

uno ſaltem ſemidigito, ita tamen, ut cardo in cavum inſeratur; quod uſurpant fabri tignarii, ut indicent non tam acum trabi incumbere, quàm trabem ab acu pendere. Nam tota baliſta ut dixi, teſtudinem imitatur, cujus nulla para deprimi poteſt, quin tota eius compages ſolvatur. Ex quo artificio fluxit ars armandarum trabium de qua jam ſuprà diximus. Quare omnibus perpenſis judico primam diſpoſitionem ſecuriorem eſſe: quod judicium conforme eſt experientiæ, vidi enim alicubi ſecundam hanc diſpoſitionem non nihil conſenſiſſe, ita ut trabes ſuppoſitæ labem minentur.

PROPOSITIO XIV.

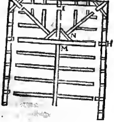
Problema.

Contignationem Gallicam unico Tignorum horizontalium ordine inſtructam, conſtruere.
A ſimple ſabliere.

Primò voco contignationem Gallicam, in qua magna eſt tecti declivitas. Secundò ita diſponuntur omnia, ut ſubtegulanum reſtet ſolarium, ſeu ut vocant Granarium, expeditum, variis uſibus domeſticis accommodatum. Hæc propoſitio, & ſequens multa habent communia, unde quæ non ſatis in hac explicabuntur, in alia manifeſta fient. Suppono autem turrim aut ædem, rectangulam, alterâ parte longiorem, cui hæc contignatio ſit imponenda; nempe ſit tectum ut communiter vocant teſtudineatum, aut potius pyramidale conſtruendum. *Vn pavillon.*

Quoties alicujus ædis contignatio extruenda ſuſcipitur; toties ichnographicæ eius menſuræ diligentiùs explorentur; non funiculo, utpote qui facilè adduci, aut remitti poſſit, ſed regulâ, aut perticâ, ita ut in chartâ totiua operis extruendi deſcribatur figura, & appoſitâ pedum ſcalâ ſingularum partium dimenſiones exhibeantur, ſic enim faciliùs de pretio pactum iniri poterit, tignorumque & trabium numerus cognoſcetur.

His peractis incipies à tigno horizontali muris imponendo *Sabliere*. Erit autem unicus ordo, hoc eſt quia muri ſupponuntur, non habere ſufficientem craſſitiem, ut duplicem tignorum ordi-



nem excipiant, unicus ſufficiet. Incipies autem à longiori latere, *le longpan* cui æquale tignum aſſumes, cujus craſſities 6 digitorum, latitudo ſeptem, continuum ſit & perpetuum, ſi fieri poteſt; vel ex duobus tignis coaleſcat, duplici cardine inter ſe aptatis.

Hoc tignum canterio horizontaliter imponatur, tum in extremitate ad angulos rectos, aliud ſimile tignum, ſed brevius aptetur, tergo nempe deputatum, *Sabliere de Croupe*. Aptetur autem cardine in cavum inſerto, nonnihil exterius decurtato, *y faire un petit dévollement*, ne ſcilicet cavum appareat, *de peur qu'il ne ſe découvre*. Circa angulos E aptabis intervalla *Entretoiſes* ſeu quaſi vincula, quæ utrique tigno horizontali conjunges, inſerto cardine, ſic enim coërcebuntur ne vacillent, aut alium quam rectum angulum comprehendant.

His intervallis ſeu interſtitiis angularibus impones quatuor baſes angulares, *les Blochets* quæ in angulis, tignis horizontalibus inciſione utrinque factâ imponentur, aliâ extremitate interiori ſcilicèt, cardinem habebunt, caudam hirundinis referentem, quo cruri robotanti aptabuntur, addito etiam cuneo *un Roſſignol*.

Radiatio ſeu horizontalis diſpoſitio, muris non imponitur immediatè, ſed à tignis declivibus ſuſtentatur, unde fit ut ſit minor, eò quod tignis declivibus aptetur, in loco ſuperiori, in quo jam latitudo tignorum decrevit; ita autem hic ordo horizontalis inſtituitur.

Si terga intendis reddere decliviora, quàm longiora latera, ſemilatitudinem totius ædis, detractis aliquibus pedibus ſecundùm operis magnitudinem, transferes in longiora latera, eritque E H. In iis punctis baſes ſtatues, pro principali ordine verticali *des maiſtreſſes fermes*.

Duces per punctum H trabem horizotalem H M, quâ diviſâ bifariam in M, aptentur ad angulos rectos, trabes principales minorum laterum quæ ſint M I. His trabibus horizontalibus, aptantur vincula horizontalia N, *des gouſſets* quorum longitudo erit trium circiter pedum. In medio horum vinculorum aptabis angulares trabes *les Coyers* quæ dirigentur à medio puncto M ad angulum, ſeu ad baſes angulares E.

His peractia metieris diſtantiam, quæ eſt inter unam trabem principalem, & alteram, quæ diſtantia ſi duodecim pedes ſuperaverit, alia intermedia trabs principalis, aut etiam plures addendæ erunt; harum trabium craſſities, & latitudo erit 5, aut 6 digitorum, in medio tamen in quo cava formanda ſunt, craſſiores erunt, *on laiſſe du boſſage*.

Intervallum inter principsles trabes divides in partes æquales, quotquot volueris, ita tamen ut ſingulæ duos pedes non ſuperent. In his diviſionibus, baſes tignorum declivium, ſupra horizontale tignum ſtatuuntur, quibus directè reſpondebunt in radiatione trabes minùs præcipuæ *les Liernes*.

Eodem modo dividendá erunt terga in partes æquales, aponeſque baſes, ad quas rami dirigentur, *les embranchements*.

Notandum eſt ſolemne eſſe, apud fabros tignarios, ut cuilibet trabi, aut tigno lineam inſcribant, quæ earum latitudinem per medium dividat, in qua ſcilicet omnes menſuræ deſumentur.

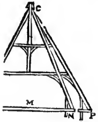
PROPOSITIO XV.

Problema.

Ordinem verticalem præcipuum, contignationis Gallicæ conſtruere.

L'eſtalon, ou maiſtreſſe ſerme.

Ejuſdem contignationis ordo verticalis præcipuus inſtituendus eſt, in quo etiam retroceſſio Ariſtarum notanda, *le reculement des Areſtiers.* Ut autem id facilius præſtes, aſſumatur adſciti-



tium tignum, *un faux tirant*, dicitur adſcititium quòd ad directionem tantùm utile ſit, & peracto opere rejiciatur.

Hoc tignum totius ædis latitudinem, aliquantulum ſuperet; in hoc, ſemilatitudinem ædis transferes, uſque ad puoctum M, in quo ſi velis cardine inſerto, ſtatuenda eſt falſa acus: cujus nempe longitudo communiter in tectis Gallicis adæquat latitudinem ædis, hæc duo ligna lineas habebunt ſecundam mediam eorum latitudinem ductas, hæ lineæ angulum rectum comprehendent. Quare canterio horizontaliter imponantur, firmaque contineantur, in iis enim omnes operis dimenſiones invenientur hoc modo.

In tignum horixontale transferatur hine iode ſemilatitudo ædis, ſitque M N, determinetur in alio tigno longitudo ſalſæ acûs, ſi tignum declive applices ſummitati ſalſæ acus, & huic tigno hotizontali, nempe in puncto N, habebis longitudinem tigni deelivis, & ſectiones ad formandum cardinem in parte inferiori, in ſummitate etiam ſi lubeat cardinem formabis.

Determinanda eſt altitudo, ad quam eſt trabs horizontalis deſcripta in radiatione ſuperiori, poterit diſtare ab adſeititio tigno 5, 6, aut 7 pedibus. Aliqui dividunt totam falſæ acûs longitudinem to 7 partes æquales, diſtabit autem trabs illa horizontalis, *l'Entraict* ab adſeititio tigno 4 hujuſmodi partibus. Vocant hoc artifices noſtri, *un ſept quartier.*

His trabibus præcipuis, addi poſſunt crura toborantia, quæ ad baſio pertingant, quæ tignis declivibus parallela erunt, ab iiſque 6 ſaltem digitis diſtabunt.

Hæc crura roborantia poterunt deſcendere infra ſuas baſes, ſecundùm murorum longitudinem, & inſeri, aut alicui trabi præcipuæ, aut coronici, ſi quæ ſit muris adhærens, aut mutulis. Id tamen neceſſarium non eſt.

Transferatur in idem tignum adſeititium, incipiendo à puncto medio M linea diagonalis M E, ſumpta ex figura propoſitionis præcedentis, ſitque illi æqualis M P; ductoque tigno deelivi C P, habebis retroceſſionem tigni declivis, angularis *le reculement de l'Areſtier*, & ſectionem commiſſuræ, quâ arcui, aut baſi ſuæ aptabitur.

Supta præcipuas trabes, ad altitudinem 4 aut 5 pedum, alia minor ſtatui poterit, ad majorem firmitatem, & ſubtigna declivia ſi opus ſit, poterunt & addi vincula, ſive arcuata, majoris venuſtatis gratiâ, vel ſimplicia.

Clarum autem eſt rejiciendum eſſe tignum adſcititium, ſolaſque baſes illius loco addendas: acum item infra horizontalem trabem non deſcendere.

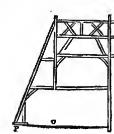
In ordinibus minùs præcipuis, nulla eſt acus, non adduntur crura roborantia, ſunt tamen trabes horizontales minus præcipuæ, quæ tignis declivibus inſeruntur. Non deſunt etiam vineula, quæ tigna declivia connectant cum ſuis baſibus, & cum trabibus horizontalibus. Cætera omittontur.

Demonſtratio clariſſimè patet, nempe quòd hæc ordinatio verticalis ſubſiſter, etiam ſi ſolis baſibus ineumbat: tigna enim deelivia, ſe invicem ſuſtentant, totaque contignatio ita cohæret, ut nulla pars inflecti poſſit, quin reliquæ opem ferant. Si tamen ædes eſſet major, tigna mbuſtiora eſſent, addetentur item oonnullæ partes, quæ majorem tribuerent firmitatem.

PROPOSITIO XVII.

Ordinem Faſtigiatum contignationis Gallicæ conſtruere.

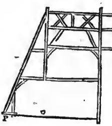
Ordinem hunc vertiealem, faſtigiatum nuncupo, quòd faſtigium in longum exhibeat, cum in ſuperiori ordine ſectionem faſtigii uoicam exhibuerim. Hic ordo totam ædem per medium



pervadit, ordineſque vertieales per medium ſecat, habetque communes eum illis ſectiones, ipſas aeus; quæ ad ordines verticales priùs deſcriptos, & ad hune etiam pertinent. Ut inſtituatur hic ordo poteſt aſſumi tignum adſcititium longitudini ædis æquale, in eo tigoo transferentur

diviſiones

diviſiones trabis horizontalis, ex figura penultima, nempe diſtantiæ principalium trabium ſunt n hoc tignum transferendæ, ut ſtatuantur falſæ



acus, quæ ſunt æquales falſæ acui figuræ præcedentis, immo ſunt eædem. Acubus aptatur faſtigium eas inter ſe conjungens, addatur ſubfaſtigium, decuſſatis tignis parviſque acubus inſtructum. Poteſt & addi trabs minus præcipua reſpondens trabi minus præcipuæ, quam diximus in præcedenti poſſe addi ſupra præcipuam. Noo deerunt viocula arcuata, & tigna obliqua, ut omnia firmiora evadaot.

Ita conſtituentur tigna declivia minorum laterum, transferator à puncto O, coi reſpondet acus linea M B, deſumpta ex penultima figura, fiatque O P illi æqualis. Connectatur ſummitas acus, cum puncto P tigno declivi, hæc erit loogitudo tigni declivis in tergo, & ſectio, ut formetur cardo.

Demonſtratio. Facilè oſtendere poſſumus, totum hunc ordinem, longiſſimum licèt, & ex tignis medioctibus conſtantem, ſubſiſtere tamen, & non inflecti, aot incurvari poſſe, reſiſtentibus præcipuè tignis decuſſatis, quæ alium ſitum obtinere non poſſunt, quin frangantur, quod accidere non poteſt, eò quod ſint breviora. Partes igitur quibus conſtat hic ordo faſtigiatus ita connexæ ſunt, ut ſe invicem ſuſtentent, & roborent.

Cætera quæ requiruntur ot contignatio perficiatur, præcipuè pennarum ſectio *la couppe des Empanons* quæ difficilis eſt, poteſtque aliquid negotii faceſſere, ea inqaam omnia in ſequentibus propoſitiooibus, enucleatiùs explicabuntur.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Contignationem Gallicam, duplici tignorum horizontalium ordine, inſtructam conſtruere.

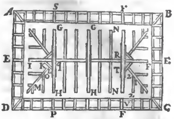
A double Sabliere.

Hæc methodus Gallica multa habet peculiaria, qoæ ſunt io ſuperioribus propoſitiooibus omiſſa, licèt ad eas etiam pertioerent.

Primò igitur majores trabes non adhibet, nec trabibus innititur tectum, ſed muris.

Secundò in ipſa tecti diſpoſitione trabeculas tantum apponit, qoarum numerus, & diſpoſitio firmitatem operi accerſit: in præcipuis ordimbus potius quercum, quam pinom uſurpat.

Detur turris aut ædes altera parte longior, cujus icnographia ABCD, muris duplex tignorum horizontalium ordo imponitur, exteriora re-



cedunt à limbo murorum versùs interiores partes, uno circiter digito, interna exterius ſemidigito, committantur hæc tigna horizontalia *les Sablieres* ita ut angulom rectum comprehendant, & ne vacillent interſtitiis nonnullis vinciantur *des Entretoiſes.*

Si terga decliviora velis, longioribus tractibus, ſemilatitudinem E B, detractis nonnullis pedibus transfer in B F, & in puncto B F ſtatuatur baſi ſeu locus præcipui ordinis verticalis; idem fiat ex aliâ parte: quod ſi intervallum F S ſuperaverit 12 pedes, alia trabs præcipoa ſtatuenda erit. Spatia B F, B E, dividantur in partes æquales, ita ut ſingulæ 20 digitos, aot duos ad ſummum pedes contineant terga etiam in partes æquales, & pares dividantur. In his diviſionibus ſicut priùs ſtatuuntur baſes tignorom declivium, principalium in F, FG, S; & minus principalium in reliquis. Dividitur linea F F bifariam in R, ducitutque linea RB ad angulum B, ut ibi ſtatuatur angularis tigni baſis. Cætera fiunt ut in propoſitione 14. tota enim differentia ab hac petebatur ex duplici illo tignorum horizoontalium ordine.

Baſes tignorum declivium modicâ parte inciduntur, & tigna horizontalia quibus imponuntur, ot cohæreant, *on les entaille.*

Præcipuos ordo verticalis nihil habet peculiare, aut diverſum ab eo quem propoſitione 15 deſcripſi.

Sola reſtat longitudo pennarum, quam in hanc propoſitionem rejeci, & ſectio earumdem pennarum, *les Empanons.*

Certum eſt pennas eſſe parallelas tignis declivibus ejuſdem lateris, ut penna quæ reſpondet, puncto 2, 3, eſt parallela tigno declivi reſpondenri puncto F.

Eorum longitudinem ſi velis, ita habebis, transferatur linea 22, borizontalis diſpoſitionis, in verticalem ſcilicet in P 2, ducatur perpendicularis 23, erit 3 P longitudo pennæ 22.

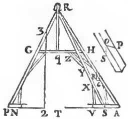
Demonſtratio certum eſt quod ſi in puncto 2, lineæ angularis exeitaretur perpendicularis, ex linea 22, hac perpendiculari, & pennâ formaretur triangulum rectangulum, cujus angulus alius eſt æqualis angulo quem comprehendit tignum declive, cum ſua baſi; ſed tranſlata lineâ 22, in N 2, formatur triangulum ſimile, & æquale, ergo habetur ipſa hypothenoſa, ſcilicet longitudo pennæ quæ quæritur.

Idem

Idem præſtandum erit circa minora latera, ut habeantur pennæ quæ incidunt in minora latera, ſeu terga, ſunt enim parallelæ, tigno declivi minoris lateris.

Alia difficultas verſatur circa pennarum ſectionem quæ cenſetur abſtruſa, eò quòd pennæ conjungantur tignis declivibus angularibus nonnihil ut oſtendimus ſupra obliquis, *delardé*.

Es qua obliquitate fit difficilis diſpoſitio cardinis, in penna formandi, & cavi ipſi reſpondentis, in tigno declivi angulari. Quæ ut fiat facilis, notandum eſt ſuperficies pennarum, & ſuperficies tignorum declivium angularium, eſſe verti-



cales, hoc eſt cum perpendiculo congruunt in ipſo opere; ita ergo operaberis. Sumatur latitudo inferior pennæ, transferaturque in primam figuram; ſitque comprehenſa lineis parallelis 2, abſcindantque in diagonali lineam 12, hæc linea 12. transferatur in ſecundam figuram nempe in linea O R, in quocumque eius puncto, erigantur que duæ perpendiculares, hæ abſcindent in tigno declivi angulari, lineam declivem O R quæ oſtendet longitudinem cavi in tigno angulari, & tranſlata in tigni declivis ſuperficiem ſuperiorem oblique verbi gratia in O P, ſi per O & P ducatur perpendiculo linea O S, & alia per P, dabitur ſectio pennæ. Supponitur autem penna erecta eſſe ſecundùm ſuam declivitatem, quæ eſt æqualis declivitati, tigni declivis ordinarii.

Hæc ſectio facilè demonſtrari poteſt nonnulli aliam proferunt ſed magis intricatam.

Alia difficultas poteſt occurrere in hoc opere, nempe ut omnia vincula, quæ tignis declivibus, immò etiam pennnis adduntur, & tignis angularibus declivibus, ad hoc ut conjungantur firmiter cum ſuis baſibus; vincula item quibus tigna declivis, cum trabibus horizontalibus conjunguntur, ut inquam hæc vincula, in eodem ſint plano, nec tantillum eshorbitent; quod eſt præcipuè obſervandum, quoties tota contignatio interiùs aſſeribus veſtienda eſt, *lambriſſer*. In quacumque baſi, verbi gratis ultimæ figuræ, aſſumatur linea S B, conſtituaturque vinculum XV, primò eodem modo diſponenda erunt vincula in tignis declivibus, immò etiam in pennis minorum laterum, cum habeant eandem declivitatem, ut habeatur diſpoſitio conveniens vinculi, pro Ariſta & pro tignis declivibus minorum laterum. In prima figura, fiat P N æqualia lineæ S V ſecundæ figuræ & P V ducatur parallela lineæ DC, quam non duxi, vitandæ confuſionis gratiâ, hæc in trabis angularis baſe, aſſignat locum in quo ſtatui debet vinculum, per quod punctum, ſi ducatur parallela minori lateri, hæc dabit in baſibus minorum laterum punctum in quo ſtatui debet hoc vinculum.

Ut habeatur punctum ſuperius, aſſumetur altitudo puncti X ſeu linea XV, ſi verticalis ſit, & transferatur pariter verticaliter in tignum declive AR donec illud attingat, & in eo tigno habebitur punctum, in quo aptanda erit pars ſuperior vinculi.

Idem dicendum eſt de puncto inferiori, vinculi ſuperioris, puncto ſcilicet V, debet enim transferri diſtantia puncti V, à linea horizontali AP, hæc diſtantia transferatur verticaliter in tigna declivia minorum laterum, aut in ariſtam habebiturque punctum in quo aptanda eſt, extremitas inferior vinculi. Pro puncto Z, aſſumatur linea q Z, & transferatur in radiationem, nempe in penultimam figuram, ab R verſus F, verbi gratiâ in punctum T, per quod punctum ſi duceretur parallela lineæ AB, aut CD uſque ad diagonalem RB, & alia parallela lineæ B C, haberentur in trabibus horizontalibus, puncta in quibus aptandæ ſunt extremitates ſuperiores vinculorum.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Contignationem methodo Cenomacenſi conſtruere.

A la Manſarde.

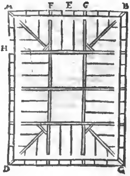
Methodus quæ Cenomacenſis dicitur, ab auctore hoc habet peculiare quod tectum valde declive reddat; quod propterea in immenſam pene altitudinem aſſurgeret. Quare de tecto, communiter pars tertia detrahitur, in ſuperioribus, reſtatque aliquod planum, tecto peculiari, & minus declivi in fornicem ferè clauſtralem, valdè depreſſam degenerante, tegendum.

Disi communiter tertiam partem detrahi, neque enim adſcititium illud, tectum nimis latum eſſe debet: eò quòd declivitatem modicam habeat, & arcendis imbribus, non ſit uſque adeo accommodatum: propterea ſæpe laminis plumbeis tegitur. Latitudo iſtius tecti adſcititii communiter non ſuperat intervallum interjectum inter, duos verticales ordines præcipuos, *l'entre-deux de deux maiſtreſſes fermes*, ſeu duodecim pedes non excedit. Longitudo poteſt eſſe qualibet. Ex hoc ſequitur in Cenomacenſibus contignationibus eſſe duo faſtigia præcipua, ſecundum ædis longitudinem extenſa, hoc eſt longioribus tractibus, ſeu lateribus parallela.

Alia duo minùs præcipua tergis parallela, quæ ut disi minora ſunt communiterque 12 pedes, ſeu intervallum unum non ſuperant. Quare 4 ad minimum ſtatuendæ ſunt acus; cæteræ diſpoſitiones es ſuperioribus esemplis facile intelligentur.

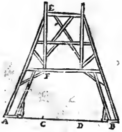
Proponatur ergo ædes ABCD tegenda hujuſmodi contignatione. Dividatur latitudo A B, per medium in puncto E, tum abſcindantur hinc inde lineæ EF, EG ſex circiter aut 7 pedum, ſic enim

enim tota FG continebit 12 aut 14 pedes, intervallum ſcilicèt, quod inter duos ordines vertica-



les præcipuos interjici ſolet. Per F, & G ducantur, duæ lineæ longioribus lateribus parallelæ, quæ præcipuas trabes indicabunt, quibus ſcilicèt duo principalia faſtigia ſunt imponenda. Abſcindetur linea AH æqualis lineæ AF, ſi declivitatem in tergis, æqualem cupis declivitati longiorum laterum, vel detrahe duos aut tres pedes, ſecundùm latitudinem totius ædis, & per H ducatur linea parallela minoribus lateribus, determinans locum principalium trabium, idem fiat, circa aliud latus: quod ſi intervallum inter hujuſmodi trabes principales, ſuperaverit multum duodecim pedes, alia intermedia trabs præcipua adjicienda erit, ut vides in figura. His trabibus adjiciantur vincula horizontalia *des Gouſſets* ut excipiant angulares trabes, *les Coyers* quæ ad angulum præcisè dirigi debent, nempe ad baſes. Intervalla inter præcipuas trabes interjecta in partes æquales dividuntur, quæ duos pedes non ſuperent; ibi ſtatuuntur baſes tignorum declivium, & adjiciuntur trabes minùs præcipuæ, *les Liernes*, angularibus item trabibus, *aux Coyers*, adduntur rami *les Embranchements*, cæteraque radiatio perficietur ſicut in ſuperioribus exemplis.

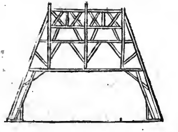
Ordo verticalis præcipuus, ita perficietur. Aſſumatur adſcititium tignum, paulò longius quàm



ſit latitudo ædis, ſitque AB. In eo tigno abſcindatur linea AC, æqualis lineæ AE præcedentis figuræ: transferâtur item CD, æqualis lineæ FG ſuperioris figuræ, & in punctis C & D ducantur duæ perpendiculares æquales lineæ AF bis ſumptæ, prout majorem, aut minorem volueris declivitatem; hæ lineæ determinant longitudinem falſarum acuum, nempe CE. Apponantur tigna declivia, in punctis A & E; trabs præcipua ita conſtituetur, nempe erit F, 8 circiter pedum, quod ſi linea FE fuerit nimis longa, alia trabs adjiciatur; poſſunt addi tigna roborantia, & vincula, & in medio tigna decuſſata.

Retroceſſio Ariſtæ, ſeu tigni declivis angularis facilè invenietur ſi transferatur in DC linea æqualis diagonali præcedentis figuræ, quæ eſt ad diſtantia acûs ab angulo acum. Cætera ut in præcedentibus fient.

Faſtigium ut dixi duplex eſt ſitque utrumque



methodo communi. Nempe aſſumatur tignum adſcititium æquale longitudini totius ædis, in hoc tignum transferantur diviſiones lineæ F primæ figuræ; nempe dividatur ſecundum intervalla, quæ ſunt inter ordines præcipuos verticales. Tum excitentur tres perpendiculares falſis acubus æquales, & demittantur tigna declivia ad baſes uſque, trabs præcipua in eadem altitudine conſtituitur.

Additur & ſecunda trabs, & nonnunquam duæ, ut nempe firmior evadat contignatio: adduntur cæteræ partes ut in faſtigiis priorum contignationum, neque in eo eſt peculiaris difficultas. Atque hi ſunt ordines verticales præcipui.

Ordines verticales minùs præcipui, qui nempe trabibus minùs præcipuis reſpondent *liernes*, & ſingula habent tigna declivia, *Chevrons*, diſtantque ad ſummum duobus pedibus, tot non habent partes, cum faſtigio conjunguntur ſimpliciter ſine cardine: hoc eſt intra duas trabea inſeruntur, in trabe una horizontali, & nonnumquam in duabus, ſicut & propriæ baſi muris impoſitæ, cardine in cavum inſerto aptantur.

Iis non adduntur crura roborantia, ſed tantum vincula, quibus cum ſua baſi, & cum trabe horizontali, & nonnunquam cum duabus tam infra quam ſupra connectuntur, ita ut in ſingulis tignis ſint quatuor, aut quinque vincula.

Parvum tectum, quod huic contignationi additur, nempe ut tegatur plana illa ſuperficies, quæ intra quatuor, aut ſex acus relinquitur, ita conſtruetur. Primò eius radiatio diverſa erit ſecundùm diverſitatem figuræ; ſupponatur eſſe fi-

gutæ oblongioris, poterit fieri radiatio, qualem hæc figura exprimit. Hæc horizontalis diſpo-



ſitio, ipſis faſtigiis imponetur; præter trabes medias, quæ acubus mediis aptabuntur, inſerto cardine in cavum, ſupra ſingulas trabes quæ communiter tres erunt, conſtruetur baliſta ut vocant, trabibus valde obliquis, fietque arcus valde depreſſus; trabes obliquæ vinculis ſuis connectuntur] acui, & trabi cui incumbunt aliis vinculis.



Debent item deſcribi angulares arcus, qui nempe ſub eadem altitudine ſunt paolò longiores: addentur, & arcus in tergis, qui poſſunt eſſe ſimiles arcubus majorum laterum, in quibus omnibus non eſt difficultas ulla peculiaris.

Quamvis multi velint hoc modo circulare tectum, ego præferrem commone & uniforme, eò quòd circulare in ſummitate, nullam ferè habeat declivitatem, quare ſatis erit difficile imbres, & pluvias arcere.

Hujus methodi demonſtratio nihil habet peculiare, certum eſt enim quod ordines verticales ſimplices, qualem in ſecundà figura hujos appoſuimus, optimè ſe habere, & ſubſiſtere, eò quòd iis conſtent partibus quæ ſe invicem roborent, nec inflecti queant, qoin laxentur, aliumque ſitum aſſumant. Idem dicendum de faſtigiis quæ licèt longiorem tractum habeant, tot tamen tignis decuſſatis, obliquis, vinculis, cruribuſque roborantibus firmantur, ut cuilibet oneri ferendo, aot potius cuilibet loogitudini pares ſint.

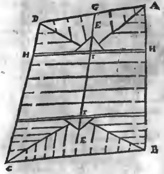
PROPOSITIO XIX.

Problema.

Horizontalem ordinem ædis irregularis inſtituere.

Multæ poſſunt difficultates occurrere ex ædium irregularitate, quas hic explicandas ſuſcipio.

Proponatur trapezium A B C D, cujus irregularitas ita debet determinari, & accipi. Habeatur Gnomon, ſeu ſquadra, cujus quò longiora erunt crura, & latiora, eò exactior erit operatio. Squadræ exterior limbus, ita aptetur muro A B, ut cum illo congruat, & angulus ſquadræ in punctum A incidat; tum funiculus atramento imbutus, à puncto A ad D extendatur firmiter, & nonnihil elevatus, in ſqoadram recidat, habebiturque notatus angulus B A D. Idem præſtandum in aliis angulis, in acutis quidem,



angulus exterior ſquadræ, cum angulo exteriori parietis congruat, in obtuſis verò angulus interior.

Aliis praxibus, & inſtrumentis iidem anguli ſub menſuram cadunt, tales ſunt plicatiles regulæ; ſi ita aperiantur, aut complicentur, donec cum pariete congruant.

Determinatis quatuor angulis fiant horizontalia tigna laterum AB, C D, quæ bina parallela adjectis identidem interſtitiis ita continebuntur; ut ad muros non accedant. Minorum laterum tigna pariter copulanda erunt, & prioribus ſecundùm angulos exceptos coagmentanda, utrum autem congruè aptata ſint, facilè probabimus; ſi nempe ſquadram priùs notatam ita applicemus, donec tigna utraque notatum angulum comprehendant.

Dividantur bifariam in G, minora latera, ducaturque linea F E, quæ principalem trabem determinabit. Linea A G transferatur in majora latera, detractis nonnullis pedibus, ſi nempè terga decliviora majoribus lateribus reddere cupis.

Sit ergo linea A H paulò minor lineâ D G, ſicut & linea D H, minor quàm lioea D G, conſtituendæ exinde erunt tignorum declivium baſes.

Primò in minoribus lateribus, baſis tigni principalis in directum jaceat, cum trabe principali F E: cæteræ autem baſes vel huic erunt parallelæ, vel perpendiculares ad latera, ſeu ad muros, utrumque enim fieri poteſt.

Pro majoribus lateribus trabes omnes, & conſequenter baſes inter ſe parallelæ erunt; poteruntque eſſe perpendiculares ad unum latus, ne tot irregularitates ioveniantur; præcipuè ſi ex uoa parte ædes ſub aſpectum cadant.

Ductis igitur ad latus unum A B, perpendicularibus H I & aliis, determinantur puncta priocipalia I, à quibus ad angulos ducuntur trabes angulares, *les Coyers*, ut pariter conſtituantur baſes angulares.

Si inter trabes principales E I fuerint plures, quam 12 pedes, alia conſtituetur trabs principalis, & aliæ minus præcipuæ intermediæ, *les Liernes*,

Liernes, ita conſtituetur tota radiatio, ut determinetur in baſibus locus in quo inſerenda, aut aptanda ſunt tigna declivia, & vincula: crura item roborantia ſi addantur, poſſunt duci lineæ lateri AB parallelæ, donec occurrant diagonalibus, I A, I B; tum per puncta concurſuum, ducentur parallelæ minoribus lateribus.

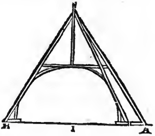
Hic demonſtratione opus non eſt, cum clarum ſit omnia benè procedere, quantum ædis irregularis ſitus id patitur.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Verticalem ordinem præcipuum ædis irregularis conſtruere.

Multiplex oritur difficultas in præcipuo ordine verticali conſtruendo, ex irregularitate, ſæ-



pe enim accidit ut acus non collocetur in medio trabis horizontalis præcipuæ; ſæpe item accidit, ut omnes verticales ordines ſint inæquales, & diſſimiles. Ex quo ſequitur, quod niſi aliqua regula obſervetur, in conſtituendis vinculis, & cruribus roborantibus, multa ſint incongrua, ineptaque ſit contignatio, præcipuè, ſi aſſeribus intus veſtienda ſit: praxis autem ita procedet.

Aſſumatur Tignum adſcititium, loco falſæ ſubtenſæ *de faux tirant*, quod latitudinem ædis excedat. In eo notentur diſtantiæ H I, & etiamſi inæquales fuerint parum intereſt. Excitetur in puncto I, perpendicularis æqualis latitudini ædis, vel minor prout libuerit, falſam acum repræſentans. Tum eâ diviſâ in 7 partes æquales, quatuor intervallo inferiori tribues, & tres ſuperiori; ductaque linea horizontali trabem præcipuam determinabis, *l'Entrait*, ductiſque à ſummitate acûs ad punctum H lineis, habebis Tigna declivia principalis ordinis.

Aſſumantur item ex præcedenti figura diagonales IA, tum ſervatâ eâdem acûs longitudine ducere poteris Tigna declivia angularia. Retroceſſio autem non erit æqualis in omnibus, eò quòd diagonales non ſint æquales. *Le reculement de l'areſtier.*

Quia autem in figura horizontali lineæ I B, I D, I A, I C ſunt omnes inæquales, ideo repetenda eſt eadem praxis pro ſingulis ordinibus.

Tom. VI.

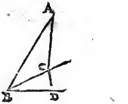
Ut conſtituantur vincula præcipuè arcuata, in primo ordine conſtituantur ad libitum, nempe ſi lubet eo modo quo arcus elatiores deſcribuntur, vel pleno arcu ut vocant, ſi meliùs conducat vel elato. Hoc tamen arcu ſemel conſtituto, ampliùs liberum non eſt, cæteros deſcribere, ſed determinatam habent rationem.

Modus determinandæ diametri horizontalis eorum arcuum, (nam altitudo communis ſupponitur) facilis eſt. Deſcripto primo ſi ejus habeas ſemidiametrum horizontalem, in figura horizontali, nempe à puncto I, in ſua ſcilicet trabe; tum per extremum punctum diametri ducas parallelam majori lateri, hæc notabit in baſibus puncta in quibus conſtituenda erunt vincula. Hæc linea producatur ad diagonales uſque, & per hunc concurſum parallelam duces minori lateri, ſic determinabuntur omnium arcuum ſemidiametri. Praxis autem deſcribendi hujuſmodi arcus, ſuperiùs eſt tradita.

Faſtigiatus ordo nullam habet difficultatem, niſi quod nonnihil Tignum faſtigij eſt obliquè incidendum, ut nempe Tigna illi optimè congruant.

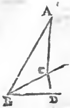
Reſtat difficultas, ut locus pennarum, in angulari Tigno declivi, ſeu in Ariſta conſtituantur. Ex baſibus ad trabem angularem horizontalem, *le Coyer* ducantur lineæ rectæ, nempe in prima figura; ſi hæ diviſiones trabis horizontalis, primæ figuræ transferantur in ſecundam, incipiendo à puncto in quo Ariſta attingit horizontem, per hæc puncta ſi ducas perpendiculares, hæ in Tigno angulari declivi, dabunt locum pennarum. Immo ſi hæ lineæ eſſent duplices, hoc eſt præferrent latitudinem pennarum; hæ in Ariſta determinarent ſectionem in qua cavum formandum eſſet.

Longitudo pennarum varia quidem eſt, facilè tamen determinabilis, hoc modo, AB repræſentet Tignum declive angulare, ſitque BC, trabs angularis illi ſubjecta, hoc eſt ſit angulus ABC, ille quem Ariſta cum ea trabe comprehendit, hic angulus habetur, ex ſecunda figura. Sit item an-



gulus DBC, ille quem latus ædis, cum trabe horizontali angulari comprehendit, qui in irregularibus varius eſt, habetur tamen ex figura horizontali; ſit CD diſtantia puncti in quo penna ſuæ baſi conjungitur, ad trabem angularem horizontalem; transferatur perpendicularis CA, ex ſecunda figura, in qua deſcripta eſt retroceſſio Ariſtæ. Si fiat triangulum rectangulum, cujus latera circa rectum ſint AC, & CD, hypotenuſa illius trianguli, eſt longitudo pennæ.

Demonſtratio facilis eſt. Si enim planum per B D, B C ductum ſit horizontale, ſitque AB, Ariſts, BC trabs angularis illi ſubtracta, pun-



ctum C illud erit cui reſpondet perpendiculariter penna BC, ejus quaſi diſtantia à baſi, erit AD penna, & ſit angulus ACD rectus. Poteſt item eſſe aliqua difficultas in obliquandis Ariſtia, ſeu declivibus Tignis angularibus *pour delarder les Areſtiers.* Si tamen in ſuperficie commiſſuræ, quâ ſuis baſibus aptantur, angulos ex figura penultima transferas, nempe CAB, CAD, cæteraque facias, quæ ſupra docuimus, perficietur hæc obliquatio.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Contignationem irregularem, ad regularitatem una parte revocare.

Sæpe accidit ut ædes irregulares ex una parte ſub aſpectum cadant, ex alia verò parte non item; in tali caſu tota contignatio, & ſuperimpoſitum ipſi tectum, ſecundùm eam partem, ad regularitatem revocatur, totaque irregularitas, in adverſam partem rejicitur.

Primò ergo ordinantur Tigna horizontalia quæ muris imponuntur, ut in propoſitione 18. baſes tamen Tignorum declivium, *les blochets* ad illud latus, quod ſub aſpectum maximè cadit, perpendiculares erunt.

Pariter dum inſtituitur Radiatio, ſeu horizontalis diſpoſitio, trabs media, ſeu eam dividens bifariam, ſeu ut ita dicam ſpina, eidem lateri fiet parallela. Seliguntur item puncta principalia æqualiter à minoribus lateribus diſtantia, minus tamen quam à majoribus, ut nempe terga decliviora reddantur; trabes cæteræ ſive præcipuæ, ſive minùs præcipuæ, ad mediam perpendiculariter cadunt: cætera more conſueto fiunt, ideoque figuram non appoſui.

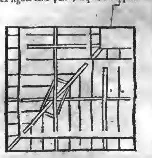
Tota irregularitas in eo poſita eſt; quòd in pleriſque verticalibus ordinibus, acus non cadat in medium, atque adeo dum vincula, & crura arcuata adduntur, ut omnia congruè procedant, ſuperior praxis adhibeatur, nempe ut vincula baſibus addantur, ducatur ſupra baſes linea parallela illi lateri, quod regulare eſt, quæ ad baſes uſque angulares protendatur, & per hæc puncta aliæ lineæ minoribus lateribus pariter parallelæ.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Ædium angulum comprehendentium contignationem conſtruere.

Ordo horizontalis nihil difficultatis continet, & ex figura ſatis patet; æqualis ſupponitur in



tectis declivitas, poſſet in uno major eſſe, quàm in alio, ſi nempe major in uno ædium tractu eſſet declivitas.

Vincula horizontalia *les coyers* variis modis conſtrui poſſunt, ut vides in figura, quamvis etiam modo conſueto fieri poſſint.

Si muri craſſi fuerint, inferiùs falſa addes Tigna declivia ſaltem in ordinibus præcipuis, arcus autem ſupra hæc adſcititia Tigna deſcribetur, ut majus ſpatium evadat. Tigna adſcititia veris identidem additis nonnullis interſtitiis connectentur, addes item vincula, in omnibus extremis ne tota contignatio foras impellat. Angularis ordo non differt à cæteris, niſi quod ſub eadem altitudine majorem obtinet latitudinem. Ut autem omnia appoſitè procedant, tota ſemilatitudo, in tot partes dividitur, quot pennæ adhibendæ ſunt, ducendæque per ſingulas lineæ perpendiculares, hæ dabunt in Tigno declivi angulari loca, in quibus aptandæ ſunt pennæ. Quod hæ lineæ perpendiculares præferrent latitudinem pennarum, ſumptam in trabe horizontali angulari *ſur le coyer* haberetur in Tigno declivi angulari menſura commiſſuræ, ſeu cavi in eo formandi.

Notandum item eſt Tignum declive reſpondens angulo interno habere pennas, quæ baſibus non inſeruntur, ſed ab angulari Tigno *Cornier* ad faſtigium pertinent. In iis etiam aptandis eſt eadem methodus.

Dixi jam ſupra angulare Tignum reſpondens angulo interiori, eſſe nonnihil cavum, docui etiam modum hujus concavitatis illi inducendæ.

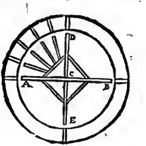
PROPO

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Turris rotundæ contignationem horizontalem conſtruere.

Proponitor turris rotunda, cui imponendum eſt tectum, & propterea formanda eſt contignatio horizontalis, illi reſpondens.



Primò quidem certum eſt horizontalia Tigna quæ muris imponuntur circolatia eſſe, quare ut delineentur, & curvatura inducatur, habenda eſt turris ſemidiameter, tam interior, quam exterior; cavendum tamen ne ullo modo exhorbitent, ideoque orrinque deficiant à limbo, ſive interiori, ſive exteriori.

Secundò dum hæc Tigna inter ſe committuntur, cava, & cardines ita fiant, ut major reſtet craſſities in ſuperiori parte, quàm in inferiori, nc ſcilicèt baſes, quæ circularibus Tignis imponuntur, ad cava, & cardines pertingant.

Tertiò omnes baſes ad centrum turris dirigentur.

Quartò ut inſtituatur ordo horizontalis, trabs præcipua horizontalis aſſumetur quæ ſit AB, cui ad angulos rectos aliæ duæ CD, CE aptabuntur, exinde quatuor vincula horizontalia *des Gouſſets* ſatis magna, ut omnes trabes quaſi radios excipiant, hi autem radii ſuas baſes directè reſpicient. Hujuſmodi trabes ſunt in longitudine æquales, & hæc longitudo ſumpta à centro determinatur in ſequenti propoſitione, cætera clara ſunt ex figura.

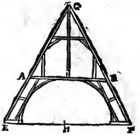
PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Verticalem ordinem præcipuum, turris rotundæ conſtruere. La maiſtreſſe ferme.

Ut inſtituatur verticalis ordo præcipuus, ſelige tibi Tignum adſcititium EF, æquale turris diametro; dividatur bifariàm in puncto H, excitetorque perpendicularis HG, æqualis diametro turris, hæc erit longitudo falſæ acûs. Tum ductis lineis GF, GE, determinata habebis Tigna declivia.

Poſſet acus aut major, aut minor fieri, prout majorem, aut minorem in tecto declivitatem requiris.



His peractis determinanda eſt altitudo, horizontalis trabis, ſeu laquearis. Nonnulli ſpatium tantum Sphæricum requirunt, quod ut præſtes ex puncto H, tanquam centro, per extremitatem baſium ſemicirculum deſcribe, qui altitudinem laquearis determinabit, ducéſque trabem horizontalem AB, quæ repræſentat AB prioris figuræ. Hujus trabis longitudo, ad Tigna declivia terminatur; quare omnium aliarum trabium longitudinem habet.

Poſſent in præcipuis ordinibus, addi duo adſcititia Tigna declivia, ut fortius evadat totum opus, quæ circumferentiam deſcripti ſemicirculi nonnihil ingrediantur; hæc erunt exterioribus parallela, unoque aut altero interſtitio, in hoc ſitu continebuntur.

Non omittantur vincula arcuata; ſecundùm circumferentiam deſcripti ſemicirculi, ſi majus requireretur ſpatium, pro ſemicirculo, Ellypſin ſeu faſtigiatum arcum excitabis.

Poterit addi ſecunda trabs horizontalis à priori diſtans 6 aut 7 pedibus, cætera ex figura percipientur.

Trabs AB hujus ordinis, quæ eadem eſt ut dixi cum AB præcedentis propoſitionis, ſit potentior aliis, utpote quæ totum ordinem horizontalem ſuſtentet.

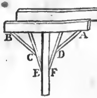
Reliquæ trabes poſſunt eſſe paolò minores; omnia Tigna declivia acui aptari non poſſunt, cùm tantam non habeat circumferentiam, fieri poterit quadrangula, & ſic 4 Tigna ipſi aptabuntur, vel ſexaogula ut 6. Reliqua Tigna non integra ad acum pervenient, ſed nonnulla in acumen deſinent, & non cum ipſa acu, ſed cum lateralibus conjungentur.

PROPOSITIO XXV.

Columbarium unicâ trabe rectâ ſuſtentatum conſtruere.

Totum hujus contignationis artificium conſiſtit in trabe verticali cui innititur, eſt autem trabs craſſitiei maximæ, quæ intra quadratios lapides inſeritur, quibus verticaliter continetur. Hæc trabs in ſuperioribus nonnihil in quadrum minuitur, ut aliæ trabes horizontales ſcilicet, qualis eſt AB, excipiat. Ut hæ trabes melius fulciantur

tur duplicia vincula nempe EC, FD, AD, BC, addenda ſunt, ſic enim melius trabs AB, in hori-



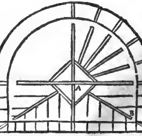
zontali ſitu continebitur. Duæ ergo trabes horizontales ita aptabuntur, quibus aliæ duæ immediatè ſub ipſis addentur, ad ipſas perpendiculares. Tota autem conſtructio quæ ſupra hujuſmodi trabes, erigi debet nullam peculiarem difficultatem continet.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Turris irregularis contignationem horizantalem delineare.

Hæc turris quam proponimus communiter Gallicè dicitur, *pas d'aſne* & ut figura ſatis oſten-



dit, ex turri rotunda, & quadrata componitur: quare eius contiguatio ex utraque componetur. Hæc figura ſatis communis eſt, præcipuè in templis noſtris, in quibus præsbyterium, ſeu locus altari præcipuo deputatus, hanc figuram imitatur.

Quæratur primò centrum figuræ circularis, tum præcipua trabs horizontalis conſtituatur, quæ cæteris major eſſe debet, & craſſior verbi gratiâ unius pedis craſſitiem obtinere; cæteræ minores erunt. Huic ad angulos rectos altera trabs aptetur, tum vincula horizontalia *des Gouſſets*, quæ ſint ſatis magna ut radios poſſint excipere. Ex puncto medio A, ut centro Tignis horizontalibus figuram circularem induces, totamque circumferentiam baſibus, duobus circiter pedibus inter ſe diſtantibus inſtrues, ita ut ad centrum omnes dirigantur.

Radiatio turris, quâ quadrata eſt, eo modo fiat, quo ſupra docuimus: poterit tamen æqualis in omnibus lateribus fieri declivitas. Si longior eſſet ædes, ita ut tergum longè minus eſſet, lateribus muri duæ principales trabes eſſent conſtituendæ.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Turris irregularis verticalem ordinem inſtituere.

Ejuſdem principalis ordo, verticalis ita conſtitui poterit. Aſſumatur adſcititium Tignum, cujus longitudo æqualis eſt; immo major diametro turris. In illud Tignum transferatur latitudo turris, dividaturque per medium, in quo puncto excitetur perpendicularis, æqualis latitudini turris, habebiſque longitudinem falæ acûs, tum duces Tigna declivia.

Ex puncto medio, per extremitates baſium deſcribes ſemicirculum, cujus altitudo, principalis trabis altitudinem exhibebit, & Tigna declivia nonnihil delibabit: ductâ igitur lineâ horizontali ſemicirculum tangente trabs præcipua conſtituetur, cui imponetur acus in medio. Alia trabs horizontalis addi poteſt.

Vincula, & crura roborantia poſſunt fieri arcuata, ſingulis declivibus Tignis addi poſſunt ſimilia vincula, ſicut & pennis; non tamen crura roborantia, quæ principalibus tantum ordinibus adduntur.

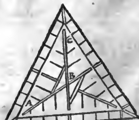
Angulare Tignum declive, longius eſt: & jam ſupra dedimus methodum quâ eius longitudo, & ſitus determinetur, quam hic brevitatis causâ prætermitto.

Si vinculum, & crus roborans, arcuatum angulari Tigno addendum eſt, toties repetita praxis adhibeatur: nempe dividatur ſemidiameter arcûs primigenii in partes æquales; ducanturque perpendiculares. Dividatur linea AB, in totidem partes æquales, transferanturque perpendiculares prioris arcûs.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Ædis triangularis contignationem horizontalem delineare.



Detur ædes triangularis æquilatera; cui imponenda eſt contignatio. Primò muris imponantur Tigna horizontalia, parallela inter ſe quæ in ſuo ſitu, appoſitis nonnullis interſtitiis contineantur. Anguli

Google

Anguli autem quantitas iis modi aſſumi poteſt, quos ſupra dedimus, quare coaptentur inter ſe hujuſmodi Tigna, tum quæratur centrum trianguli. Diviſis igitur lateribus bifariam, ad oppoſitos angulos ducantur lineæ rectæ, quæ omnes in centro trianguli unientur. Invento centro, primò baſes angulares conſtituantur in mediis angulis, quæ ad centrum dirigantur; cæteræ erunt ad muros perpendiculares.

Seligatur una trabs horizontalis, per centrum tranſiens, tanquam præcipua; huic alia BC apretur, ſecundùm angulum, quem triangulum exhibet, addantur duo vincula horizontalia, neque enim tres trabes in eodem puncto conjungi poſſunt. His vinculis duæ trabes addentur ad angulum, & medium lateris directæ; adjiciantur & ramuſculi ſinguli cum baſibus in directum jacentes, & perfecta erit radiatio.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Ædis triangularis ordinem verticalem inſtituère.

Ita principalis ordinatio verticalis ædis triangularis inſtituitur. Aſſumatur Tignum æquale lineæ ductæ ab uno angulo ad oppoſitum latus, quæ dividenda non eſt bifariam, ſed ex una parte diſtantiam continet anguli à centro, & ex altera diſtantiam lineæ, à centro ad latus ductæ. In hoc puncto, excitetur perpendicularis cujuſcumque longitudinis, verbi gratia medietati unius lateris trianguli æqualis, tum abſcindantur lineæ æquales baſibus; ſunt autem baſes angulares longiores, lateribus. Intervallum à baſi angulari ad pun-



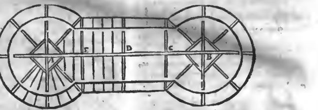
ctum, cui incumbit acus, dividatur utrinque in tot partes æquales, quot ſunt baſium intervalla; excitenturque perpendiculares, quæ in angulari tigno declivi, puncta in quibus inſerendæ ſunt pennæ exhibebunt, & in laterali Tigno declivi pennarum longitudinem dabunt. Hæ perpendiculares ducuntur facilè, ſi in alio extremo Tignum adhibeatur, in quod eædem diviſiones transferantur, quæ in Tigno inferiori.

Poteſt tota altitudo bifariam dividi, ut ſubtegularis granarii altitudo conſtituatur, baſibus vincula addantur. Ut autem vincula rite conſtituantur, dividantur ſimiliter tam partes horizontalis trabis, quam Tignorum declivium, quæ diviſio facilè abſolvitur, ducendo aut parallelas, aut perpendiculares. Ut vincula ſint arcuata deſcribendus eſſet arcus ſupra minus intervallum, qui pro primigenio aſſumeretur, & per praxin ſuprà repetitam, alius arcus ſub angulari Tigno conſtituendus eſſet. Cætera ex figura patent.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Horizontalem contignationem Propylæi delineare.



Urbes ut plurimum, quæ antiquâ methodo ſunt munitæ, portas habent, duabus turribus, hinc inde defenſas: quæritur ergo quomodo ſit inſtituenda contignatio horizontalis.

Proponatur murorum ichnographia, ſeu potiùs ſuprema ſuperficies, horizontalis. Primò quidem aſſumatur turrium utraque diameter, ut horizontalibus Tignis, figuram circularem tribuere poſſis, quæ coaptabis, ut par eſt cardinibus, & cavis, *à Tenon & Mortoiſe*, ita tamen, ut major ſit craſſities in ſuperiori parte, ne ſcilicèt baſes quæ imponentur, ad cavum uſque perveniant. In turrium centro trabes præcipuas conſtitues; diviſoque intervallo inter turrium centra interjecto, in 4 aut 5 aut 6 partes æquales, in A, E, D, C, B; in quibus punctis alias trabes præcipuas prioribus parallelas ſtatues. Tum aliam ad angulos rectos, per totam longitudinem extenſam nempe AB, aptabis, circa centra turrium vincula horizontalia addes: quæ radios omnes excipiant. Baſibus ergo duobus circiter pedibus, inter ſe diſſitis, & ad centra directis, turrium circularia Tigna inſtruantur. Inſtruantur & reliqui muri ſuis baſibus, æquali intervallo diſtantibus, ut figura ſatis exhibet.

PROPO

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Propylæi verticalem ordinem inſtituere.

Notandum eſt ordinem verticalem præcipuum, alium aſſignari turribus, quæ latiores ſunt, alium tribui reliquo ædificio.

Aſſumatur ergo Tignum adſcititium, latitudinem habens ædificii, quod dividatur bifariam, excitetur perpendicularis, æqualis majori turrium diametro, ut conſtituatur falſa acus, hæc in ſeptem partes æquales dividatur, quarum quatuor altitudo laqueatis, tres vera acus ſibi vendicabit.

Addantur vincula, & ipſi acui hinc inde duo, cætera in figura inſpicies.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Propylæi faſtigiatum ordinem inſtituere.

Reſtat faſtigium quod quinque acubus conſtat, nempe quot ſunt præcipuæ trabes, in radiatione, additur faſtigium ſecundarium, & quia longitudo magna eſt, adduntur decuſſata Tigna.

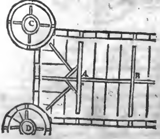
Hæ acus eædem ſunt, quæ fuerunt in præcipua ordinatione verticali jam exhibitæ, inſeruntur que ſuis Tignis declivibus; non exhibeo hunc faſtigiatum ordinem, eò quòd non differat à faſtigiato ordine quocumque.

Terga ut vides circularia ſunt, ideoque cautiones admittunt jam ſuprà explicatas, cùm de turri rotunda egimus. Eſt tantum aliqua differentia circa ea Tigna declivia, quæ nullam habent baſin in turri rotunda, ea enim inſeruntur angularibus Tignis, hoc eſt pertinentibus ad communem turrium, & ædium tectarum concurſum, ibique angulus quidam internus efficitur; ideoque hæc angularia Tigna, nonnihil excavanda ſunt, formandusque angulos internus, in ſuperficie, quâ ſuis baſibus aptantur, æqualis illi angulo mixto, quem turres, cum latere ædium comprehendunt.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Ædis rectangula turribus rotundis ad angulos ornata, contignationem horizontalem delineare.



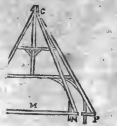
Proponitur ædes rectangula, cujus tantum partem exhibeo, ſupponuntur muri minimè craſſi, quibus propterea unicum ſimplex imponitur Tignum horizontale. Radiatio ſeu ordo horizontalis peragitur ſecundùm ſuperiores praxes, fiuntque terga, longioribus tractibus decliviora; debent addi circa angulos, vincula quædam, ſeu intervalla ut tigna horizontalia firmiùs inter ſe cohæreant: ita tamen diſponantur, ut non officiant cruribus roborantibus, quæ addi debent, & rectà deſcendere ferè ſecundùm interiorem murorum ſuperficiem, ut jam initiò diximus. Figura totum opus ſatis indicat.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

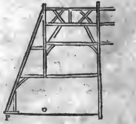
Ejuſdem ordinem verticalem inſtituere.

Præcipua ordinatio verticalis fiet ſimpliciter. Poſſunt duo horrea conſtrui, hoc eſt, unum alteri



imponi, acus nulla erit niſi in ſuperiori intervallo, tunc horizontales trabes, ſingulis declivibus tignis adduntur, & non tantum præcipuis. Si verò unicum fuerit horreum, acus deſcendet uſque ad primam horizontalem trabem, ut figura exhibet, neque ſingula Tigna declivia, horizontali trabe *Entraill* inſtruentur, ſed tantum præcipua, ut in figura vides. In tali caſu addentur adſcititia Tigna; ut fiant præcipui ordines robuſtiores; crura roborantia incurva fient, ut ſint fortiora, hæc horizontali trabi aptabuntur, non longè à præcipuo Tigno declivi, & vinculo coërcebuntur, hæc crura, craſſitiem 9 aut 10 digitorum obtinebunt, eruntque crura.

In eadem figura vides, angularium Tignorum retroceſſionem, *le reculement des Areſtiers.*



Faſtigium ſimilem ferè ordinem continet; in figura

figura vides Tigna declivia minorum laterum, ſunt & plurimæ acus, eædem nempe quæ in ſingulis præcipuis ordinibus verticalibus.

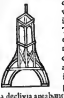
Exhibeo & hypofaſtigium decuſſatis Tignis majoris firmitatis causâ inſtructum.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Turrium verticalem ordinem laternâ ornatum inſtituere.

Turres horizontalem radiorum ordinem habent, qualem figura propoſitionis 32 exhibet, nempe circularibus Tignis aptantur omnes radii, qui ad ſuas baſes diriguntur: verticalem ordinem turrium in hac figura exhibeo. Primò Tigna declivia nonnihil incurva fient, ſuiſque radiis aptabuntur: poſſunt & addi crura roborantia in circulum, aut Ellypſin formata Tum inſerentur ipſi circulo Tigna perpendicularia, quibus Tigna declivia aptabantur. & ut melius contineantur aliud addemr vinculum.



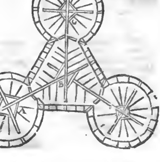
Hæc diſpoſitio diligenter notanda eſt, utpote perutilis quoties domata, aut laternæ turribus ſunt imponendæ.

Facilè probari poſſet omnia ſubſiſtere, & firma eſſe.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Trianguli tribus turribus rotundis muniti, horizontalem contignationem conſtruere.



Quamvis hæc figura ſit peregrina, atque adeò vix ad uſum pertinere videatur: eam tamen omittendam non cenſui, ut ex ea alias minus peregrinas perficere diſcamus. Proponitur igitur ædes, ſive munitio triangularis qualem figura eshibet, cui imponenda eſt contignatio, non impedita. Primò muris imponuntur Tigna horizontalia eorum figuræ accommodata: quod ut præſtes; quærenda ſunt turrium centra, & ſecundùm earum ſemidiametrum decircinanda, Tigna circularia, tam exteriora, quàm interiora, quæ interſtitiis aliquibus continenda ſunt. Idem dicò de tignis horizontalibus, quæ lateribus trianguli imponuntur, quæ omnia coaptari debent inter ſe. Quæratur item trianguli centrum B, extendatur à centro unius turris ad centrum trianguli trabs horizontalis C B, quæ utrinque ulteriùs producatur. Huic alia trabs coaptetur ſecundùm obliquitatem trianguli, hæ duæ trabes ut meliùs inter ſe cohæreant duobus vinculis coërceantur; uni vinculo tertia trabs inſeratur, quæ pariter ad centrum D alterius turris protendatur.

In ceotro turrium ad angulos rectos alia trabs horizootalis aptetur, & quatuor vincula horizontalia addaotur, ſatis magna, utpote quæ radios omnes excipiant.

Dividantur latera trianguli in partes æquales duorum circiter pedum, addanturque baſes, quæ ſint ad latera perpendiculares turres. Pariter baſibus æquali intervallo diſtantibus, & ad centra turrium directis inſtruantur: fiant baſes angulares, in concurſibus laterum trianguli, & turrium. Denique dirigantur radii, & rami ad ſuas baſes, ita ut nulla ſit baſis, quæ correſpondentem ramum non habeat, atque hæc de horizontali diſpoſitione:

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Ejuſdem ordinem verticalem inſtituere:

Ut meliùs tota diſpoſitio concipiatur, intellige faſtigium aliquod à centris turrium, ad centrum trianguli protenſum, ita ut ſint quatuor ad minimum acus, æqualis altitudinis; immò ſi intervallum à centro unius turris, ad centrum trianguli nimium ſit, additur in medio alia acus, ita ut ſint ſeptem acus.

Diſpoſitio præcipua turrib imponenda, nihil difficultatis continet: altitudo falſæ acûs, æqualis eſt diametro turris; vera acus tres ſeptimas altitudinis ſibi vendicat, addantur vincula. Eadem ferè diſpoſitio in ſingulis tignis declivibus turrium adhiberi poterit, quæ quidem omnia acui aptari non poterunt, ſed tantum 6 aut octo; reliqua nonnihil in cuſpidem deſinent, aliiſque conjungentor.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Ejuſdem faſtigiatum ordinem inſtituere.

Faſtigiatus ordo, à medio latere trianguli, ad turris extremitatem protenditur. Aſſumatur ergo tignom adſcititium, æqoale toti diſtantiæ quæ eſt ab extremitate turris, ad latus trianguli oppoſitum: in eo abſcindatur linea, æqualis AB figuræ, præcedentis, excitenturque in iis punctis duæ perpendiculares, ſeu falſæ acus, æquales diametro turris; tres ſeptimas obtinebunt veræ acus: quare trabs præcipua horizontalis ſtatuetur in

medio, alia acus addetur faſtigio, & ſubfaſtigio inſtruetur hæc ordinatio, & firmior reddetur decuſſatis tignis, aliiſque vinculis, & cruribus, ut ſatis ex aliis jam datis intelligi poteſt.

Variæ in hoc opere difficultates occurrunt. Nam ſingula tigna declivia ſuam habent declivitatem peculiarem: cum enim eadem ſit omnium altitudo, diſtantia autem à baſibus ſit diverſa, diverſam etiam oriri declivitatem neceſſe eſt. In ſingulis ergo ſeparatim operandum eſt, ut habeatur obliquitas plani, quo cum ſuis baſibus conjunguntur. Res tamen geometriam ſcienti, facilis erit, cùm formetur triangulum rectangulum, cujus habetur unum latus; nempe diſtantia à baſi, habetur, & longitudo falſæ acus, ſeu altitudo faſtigii. Quare latere non poteſt hypothenuſa, ſeu tignum declive; & angulus quem cum horizontali plano comprehendit. Pro ſingulis peculiaris figura formanda eſſet.

Sunt & aliæ irregularitates, faſtigium enim lateribus trianguli parallelum non eſt: ideoque nonnihil ſingula tigna, in ſummitate quâ faſtigium attingunt obliquanda erunt, alioquin faſtigium, tantum in angulo attingent.

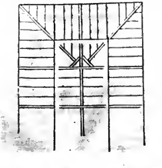
Denique tigna angularia, quæ nempe in concurſu turrium, & laterum trianguli apponuntur, aliqua excipiunt tigna declivia, eo modo quo diximus in concurſu duarum ædium. Quare ut inveniatur locus in quibus inſerenda ſunt, deſcribenda eſſet figura particularis trianguli rectanguli, quod cum ſubjecto horizontali plano efficiunt; notandúſque concurſus radiorum, tum excitandæ perpendiculares.

Idem dicendum eſt, circa ultima tigna declivia turrium, quæ alia tigna declivia, ex faſtigio deſcendentia excipiunt: pro quibus pariter figura particularis inſtituenda eſt, ut locus inſertionis eorum inveniatur, immo & longitudo hujuſmodi tignorum ex faſtigio deſcendentium. Qui tamen ſuperiores praxes cognitas habuerit, ex his facile ſe expediet.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Porticus nundinariæ contignationem horizontalem conſtruere.



Porticum nundinariam, & duplicem illam quidem, cujus contignatio duplici columnarum, aut pilarum ordine ſuſtentetur, propono. Supponuntur autem undique eſſe duo columnarum, aut pilarum ordines, quibus trabes horizontales, ad modum coronicis imponantur. Pilas hic non deſcribo, quarum diametri, 20 circiter digitorum in imo ſcapo, 17. vel 18. in ſummo obtinebunt. Tigna verò horizontalia 12 digitorum craſſitiem habebunt, pilæ ab invicem ad ſummum 16 pedibus diſtent. Laquear hic non deſcribo, poſſunt enim ſingulis pilis majores trabes imponi, totam ædificij latitudinem pervadentes, totum laquear perfici poterit variis modis, in quo cùm peculiaris difficultas non occurrat; non immorabor, ſed ſolam tecti contignationem deſcribam.

Radiatio horizontalis nihil habet peculiare, niſi quod ſi ſint trabes horizontales, totam latitudinem pervadentes, iis trabibus immediatè Tigna declivia inſerentur; atque adeo iis in locis baſibus peculiaribus opus non erit: pro aliis verò Tignis declivibus, minus præcipuis baſes apponantur more conſueto.

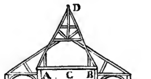
Poſſunt item Tigna horizontalia porticûs, paulò eſſe humiliora quod intelligendum erit, ſi pilæ ligneæ ſint, quæ incidi poſſint.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Ejuſdem verticalem ordinem inſtituere.

Verticalis diſpoſitio poterit primò fieri ſimpliciter, nempe ſit AB, latitudo præcipuæ ædis,



atque adeo longitudo unius trabis principalis, quæ dividatur in medio, nempe in puncto C, tum excitata perpendiculari CD, quæ ſit æqualis lineæ AB, vel paulò minor.

Poterit vera acus D tres ſeptimas altitudinis CD obtinere, ſubtegulanum intervallum, ſeu ut vocant Granarium, obtinere 4 vel pauciores. Addantur crura roborantia, & vincula, quæ etiam arcuata fieri poterunt, vel duplicia Tigna declivia apponantur, nonnullis interſtitiis à principalibus diſtincta, ſaltem in præcipuis ordinibus.

Poterit acus inſtrui vinculis Tigna declivia ſuſtentantibus, quæ maximam operi firmitatem accerſunt, vel duplici horizontali Tigno diſtingui, additis etiam vinculis, majoris firmitatis gratiâ.

Denique propylei, ſeu addititiæ porticûs contignatio facilè abſolvetur, ſi tigno declivi ædis præcipuæ addatur aliud Tignum declive, paulò minùs inclinatum, ſuoque inſtructum ſuſtentaculo, ſi opus videbitur.

Retroceſſio

Retroceſſio angularis Tigni facilè haberi poteſt, ſi nempe ex prima figura accipiator, diſtantia, anguli à puncto principali.

PROPOSITIO XL.

Problema.

Ejuſdem ordinem faſtigiatum inſtituere.

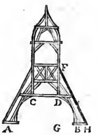
Faſtigiatus ordo ut firmior evadat in tria intervalla dividatur ſuperius intervallum decuſſatis Tignis, & tectis inſtuetur.

Secundum intervallum inclinatis tantum Tignis firmabitur, infimum verò vincula tantum admittet. Habes Tigna declivia minorum laterum, cum trabe, cujus una extremitas inſeritur in mediam trabis ſuperioris figuræ.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Domatis contignationem delineare.



Domata voco altiores, & eminentes ſpeculas, quæ tectis principum & templis imponuntur, & propterea peculiare artificium requirunt. Contignatio quam hic deſcribo turri imponi poterit, ſpeculamque in ſoperiotibus exhibebit, vel porticul, & pariter longiorem ſpeculam, ſeu ambulacrum præbebit: A & B ſunt baſes muris impoſitæ; CD horizontale Tignum, quale in diſpoſitione horizontali exibuimus. Hujuſmodi Tignis ſeu trabibus in C & D, imponuntur duæ acus convenienti intervallo interſe diſſitæ. Quod ſi liberum ſit, poterit Tignum declive cum horizontali plano angulum gradum 60 comprehendere: hoc eſt altitudo acus, uſque ad locum in quo ei aptatur Tignum declive, dupla erit baſis; hoc eſt linea FG, dupla erit lineæ GH. Ducatur ergo Tignum declive, immò ſub eo aliud adſcititium Tignum addetur, ſaltem ſub horizontali trabe, quod vinculo, arcuato, ſi lubet, & crure roborante firmabitur. Poterit item ſecundario Tigno adſtringi acus, immo & tertio ſi velis.

Quamvis acus inter ſe Tignis horizontalibus adſtringantur, tamen ambulacrum formandum eſſet, ad latera tantum, modo propoſitio connecterentur, nempe horizontalibus Tignis, nonnullis verticalibus, decuſſatis item, & inclinatis.

Si altiùs provehatur hoc doma identidem Tignis horizontalibus acus coërcebuntur, quæ vinculis, aſtringentur: tectum domatis, figuram arcuatam imitabitur. Quod ex figura ſatis intelligetur.

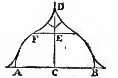
Si 4 hujuſmodi diſpoſitiones verticales, ſe in acubus interſecantes, additis etiam angularibus Tignis, quæ acubus aptentur, ſuiſque baſibus angularibus, firmiſſimum erit opus, & ſatis elegans.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Teſtudineatam contignationem efformare.

Quia plerique Architecti, tecta & contignationems variis modis conſtruunt, quæ nonnullis difficultatem faciunt, quamvis vix ullam contineant; in hac propoſitione praxin tradam delineandæ teſtudinis, quam communiter imperialem nuncupamus. Conſtat autem duobus circulorum ſegmentis. Proponatur linea AB. ſupra quam talis figura formanda eſt; dividatur bifariam in puncto C, ducaturque perpendicularis CD, tres



quadrantes lineæ AB continens: ſi enim linea CD æqualis eſſet toti AB, nimis acuminata evaderet figura. Dividatur CD in 7 partes æquales; ſitque CE 4 partium; tum per punctum E ducatur EF, parallela lineæ AC. Ex puncto C ut centro intervallo CA deſcribatur arcus AF, tum eodem intervallo fiat arcus per puncta F & D tranſiens; quod facillimum eſt, factis ex F & D arcubus ſe interſecantibus, ita autem componantur ut arcus angulum non faciant.

Aliæ multæ methodi tradi poſſunt, ut quia tectum in puncto A evadit nimis declive, poterat centrum C deprimi infrà lineam AB, vel addi aliquis arcus; ut in figura vides.

PROPOSITIO XLIII.

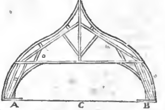
Problema.

Quamcumque tecti contignationem in teſtudinem deformare.

Superiores omnes tectorum contignationes, in teſtudines imperiales per praxin ſuperiorem deformabimus: ſervatur autem in omnibus eadem horizontalis diſpoſitio, ideoque eam non repeto.

Præcipuus verticalis ordo paulò aliter inſtituitur. Primò enim tota ædificii altitudo, tres quadrantes, aut duos trientes latitudinis ædificii obtinebit. Diviſâ ergo lineâ AB, bifariàm in C, ductâque perpendiculari, duos trientes lineæ

AB obtinente; intervallo CA, aut paulò minori ſelectis duobus punctis prope punctum C, deſcribuntur duo arcus per A & B: poteſt dividi tota acus, in ſeptem partes, & vera acus 4, vacuum tres obtinebit, contra quam factum eſt in ſuperiori propoſitione.



Tum ſtabilitur præcipuum tignum horizontale *Entraict*, quod ſit paulò longius, qoam in diſpoſitione communi, eò quòd hæc teſtudo, initio majorem habeat declivitatem, quam ſi Tigna adhiberentur. Fiunt ergo arcus etiam ultra tignum illud horizontale, tum eàdem aperturâ circini fit alius arcus cum priori conjunctus, & acum attingens. Cavendum aotem eſt ne hi duo arcus angulum efficiant in puncto quo copulantur, *qu'ils ne faſſent point de jarret*, ſed eualeſcant.

Præter hoc Tignum teſtudinis figuram comprehendens, alia Tigna declivia apponantur, quibus fulciatur, & hæc vinculis adſtringantur. Pariter ſub horizontali tigno, bina poterunt crura roborantia addi. ſicut & vincula arcuata, quorum multa pendent ex artificis voluntate.

Angulares ordines fiunt eodem ferè modò, niſi quòd majorem latitudinem obtineant. In iis pariter eodem intervallo deſcribentur arcus teſtudinem formantes: qui tamen exactius procedere volet, deſcripto primario arcu poterit dividi ejus ſubtenſa in partes æquales, & per ſingulas diviſiones ducendæ perpendiculares, uſque ad arcum primigenium. Dividatur pariter ſubtenſa arcûs angularis in totidem partes æquales, & in ſingulas diviſiones transferantur perpendiculares prioribus æquales; habebiſque arcum angularem. Hæc praxis jam eſt ſuprà tradita.

Idem præſtandum circa arcum minorum laterum *des Croupes*, præcipuè ſi fiunt decliviores majoribus lateribus: poſui aotem aliam tignorum & falctorum diſpoſitionem.

Faſtigiata diſpoſitio, duplicem continebit ordinem acu diviſâ in tres partes, ſuperior Tignis rectis, & decuſſatis inſtruitur; ſecundus rectis & obliquis, tertia pars arcuatis vinculis adſtringitur.

Arcus hujos faſtigiatæ diſpoſitionis variè poterit ſuſtentari.

Quod dixi de arcubus, tam angularibus, quam minorum laterum, intelligendum etiam eſt de vinculis arcuatis. Conſtituto enim vinculo arcuato ordinis præcipui; ut vincula quæ in ordine angulari, aut faſtigiato apponuntur, cum priore ita congruant, ut intus figuram clauſtralis teſtudinis, aut potiùs imperialis effingant. Una ex methodis ſuperioribus adhibenda eſt, vel diviſâ ſubtenſâ hujuſmodi arcuum in partes æquales, ductiſque per ſingulas diviſiones perpendicularibus; vel diviſâ diametro verticali in partes æquales; ductiſque lineis horizontalibus uſque ad arcum primigenium, quæ transferantur in lineam horizontalem, ſupra qnam figura rectangula cum ſua diagonali deſcribatur.

PROPOSITIO XLIV.

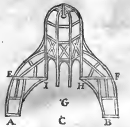
Problema.

Doma ſeu ſpeculam turri rotundæ imponere.

Ut turri rotundæ, aut cuicumque ædi circulari ſpecula imponatur, primò circularia Tigna, ſecundùm murorum craſſitiem coaptentur, convenientibuſque interſtitiis contineantur, tum baſibus æquali intervallo diſtantibus inſtruantur.

Exinde fiat circulus in medio æqualis ſpeculæ conſtruendæ, in quo tot aptentor radii, quot ſunt conſtitutæ baſes. Hi radii ad baſes uſque non producentur, ſed ab iis deficient, in quibus omnibus, non eſt peculiaris difficultas; eodem enim modo ſe habebit radiatio excepto circulo in medio, cui aptantur radii, ſicut in cæteris radiationibus.

Principales ordines verticales tot fient, quot erunt bina latera in ſpecula, ut ſi fuerit exagona, tres fient ordines verticales, ſi octogona quatuor.



Ita autem inſtituetur. Sit AB diameter turris, quæ dividatur bifariam in puncto C: tum ex C, ut centro, intervallo ad extremitates interiores baſium, deſcribatur ſemicirculus, cujus ſemidiameter erit altitudo, ad qüam radiatio conſtituenda erit; ducerurque Tignum horizontale EF, quod idem erit cum uno ex radiis præcedentis figuræ. Sit linea CG æqualis mediæ partis altitudinis, ſeu ſit CG, æqualis quartæ parti diametri prioris circuli, ducantur utrinque perpendiculares H, I, tum ex G, intervallo GH, aut GI, deſcribatur arcus, attingens excitatas acus. Addantur nonnolla Tigna declivia, crura item roborantia declivia, & aliqua vincula, & fulcra, ut meliùs ex figura intelliges: acus autem ſeo columnæ inter ſe Tignis decuſſatis colligabuntur.

Difficultas eſſe poteſt quomodo hæc contignatio tegatur; & quomodo tectum ſit componendum. Reſpondeo tamen id facilè eſſe. Primò enim tot ordines ſimiles conſtituuntur, quot ſunt bina latera; nempe in exagono tres. Poſſunt majoris firmitatis causâ in medio laterum, aliæ addi columnæ adſcititiæ, quibus ſingulis eadem repetetur

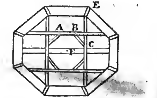
repetitur fulcrorum ordinatio. Facilè autem addi poterunt hujuſmodi columnæ, ſi nempe principales columnæ Tignis horizontalibus adſtringantur; quibus hæ adſcititiæ columnæ aptentur. Quod ſi octo principalia fulcra ad totam molem continendum ſufficere videantur, ſub aliis radiis minus principalibus addentur quidem, tam interiores quam exteriores arcus, tanta tamen fulcrorum, & vinculorum copia adhibenda non erit: rejicientur igitur nonnulla ſecundum prudentis artificis judicium. Unum tamen moneo hujuſmodi opera, ſi turribus imponantur, ſummam firmitatem requirere; præcipuè ſi altior ſpecula erigatur. Cum enim ventorum injuriis exponantur, & ab iis quatiantur; expenſis & ligno parcendum non eſt, quod multò magis verum eſt, in campanilibus pyramidalibus.

PROPOSITIO XLV.

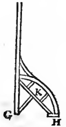
Problema.

Speculam turri octogonæ imponere.

Supponitur turris octogona lapidea, ſi fuerit turris quadrata, aut rectangula, altera parte longior, facilè in octogonam deformabitur; ſi nempe in quatuor angulis excitentur fornices conici, ut in ſuperiori tractatu docuimus. Quamvis autem turris lapidea non uſque adeo perfectè, & regulariter octogona fuerit, poterit tamen imponenda ſpecula, ſeu campanile, octogonam figuram perfectè imitari.



Primò fiat diſpoſitio horizontalis, cujus Tigna præcipua ad murum uſque protendantur, & horizontalibus Tignis muro impoſitis aptentur. Addatur & trabs firmior totam turrim pervadens



quæ hanc contignationem ſuſtentet. Si ædificium majus eſſet, plures hujuſmodi trabes ſtatuendæ forent.

Verticalis diſpoſitio talis erit. Interius in punctis A, B, C, cæteriſque in octogonum diſpoſitis, ſtatuentur columnæ, ſeu Tigna, quam poterit fieri, ad horizontem perpendicularia, ſeu ad perpendiculum exacta. His columnis qualis eſt G, Tignum declive aptabitur, & ut inveniatur punctum cui aptandum eſt ex centro F, ſuperioris figuræ, per ſingula columnarum loca ducantur radii, qui in ſuperficie extima oſtendent quibus in locis ſtatui debeat arcus. Si turris lapidea ſit perfectè octogona omnes arcus æquales erunt. Si verò turris fuerit irregulariter octogona, arcus inæquales erunt. Aſſumatur ergo ex horizontali figura, linea brevior FE, quæ transferatur in GH; tum ex G ut centro, intervallo GH, deſcribatur quadrans. Si fuerint alii arcus majores, nempe quorum ſubtenſa major ſit, eadem tamen altitudo, per praxin communem arcûs extendendi adhibeatur. Conſtituto arcu addatur Tignum declive HK, cui ad angulos rectos, incidat vinculum GK. Poſſunt alia vincula addi ad ſuſtentandum arcum.

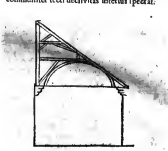
Eadem diſpoſitio repetatur in ſingulis columnis, & ut firmius ſit opus, adſcititiæ columnæ in mediis lateribus addantur: quia tamen ſubtenſa arcûs, in mediis lateribus, minor eſt, eadem tamen debet eſſe altitudo, hi arcus fient elatiores, methodo ſupra traditâ. Cætera quæ ad ſpeculam pertinent nihil habent difficultatis; nam ut in ſuperioribus columnæ invicem Tignis horizontalibus, aliiſque decuſſatis firmantur.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Clauſtri contignationem delineare.

Clauſtra communiter vocamus ædificia, in quadrum diſpoſita, aream apertam complectentia; communiter tecti declivitas interius ſpectat.



Horizontalis diſpoſitio communis eſt, ſufficiat eius unum angulum exhibere, angulare Tignum declive nonnil excavandum eſt, ſicut in aliis ædibus angulum internum comprehendentibus.

Diſpoſitio verticalis ita peragitur, muro trabs imponitur perpendicularis, quæ Tigno declivi aptatur. Duæ addi poſſunt horizontales trabes, variiſque locis vincula. Tum fiat arcus depreſſus Tignum declive attingens, cætera ex figura ſatis intelligentur.

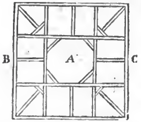
PROPOSITIO XLVII.

Problema.

Campanilis pyramidalis contignationem conſtruere.

Supponitur aut templi contignatio integra, in cujus medio tecto, excitandum eſt campanile, in pyramidem efformatum. In turri etiam quadrata, ſimile ædificium extruetur.

Primò quidem turri imponatur tabulatum fe-



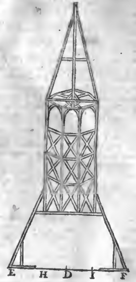
rè perſectum, hoc eſt muris Tigna horizontalia imponentur, tum trabs ſatis firma cui ad angulos rectos, alia aptetur, tum vincula quatuor.

Et trabes angulares, quæ quidem omnia muro firmiter imponi debent. Et ſæpe etiam vinculis adſtringi, ne vi ventorum ingruente, tota moles impellatur: quare turris cui imponetur tale ædificium, ſit multò latior campanili imponendo, ut nempe tota moles baſin convenientem habeat. Si turris quadrata eſt, campanile in priſma octogonum formabitur. Poterit autem eius baſis proxima in octogonum effingi, reſectis ex quadrato quatuor angulis, addentur trabes angulares, & aliæ in medio laterum.

Diſpoſitio verticalis duplex eſt, lateralis, & angularis, eò quòd ad formandum quadratum, trabes angulares, ſeu diagonales ſint tantiſper longiores, ut in omni contignatione quadrata accidit. Hic unum ordinem verticalem exhibebo.

Proponatur ergo latitudo turris, cui campanile imponendum eſt, ſitque AB, ſtatuatur in medio perpendicularis CD, æqualis lineæ CA, per punctum D ducatur E D F, æqualis latitudini præcedentis figuræ, ſitque paulò minor, quàm linea C D. Aſſumantur hinc inde lineæ D H, D I, æquales lineis AB, AC præcedentis figuræ, tum ſtatuatur trabs verticalis, ſeu columna campanilis; idem fiat ex altera parte, exinde ducatur Tignum declive, firmans hujus columnam, & ut firmius contineatur, addatur & aliud vinculum, hoc Tignum declive cum horizontali trabe, alio vinculo coërceatur, addatur & crus roborans.

Eadem diſpoſitio eædemque partes in ſingulis repetantur, in quo nulla eſt differentia, niſi quòd in angulis minor eſt declivitas ut dixi. Altitudo priſmatis, in tria, aut quatuor intervalla, Tignis horizontalibus dividetur, quæ Tignis decuſſatis firmabuntur. In ſuperiori parte, fiet horizontalis radiorum ordo, nempe duæ trabes ad angulos rectos conjungentur, & vinculis horizontalibus connectentur, quæ radios omnes excipiant; radii autem ducentur non tantum ad angulos, ſed etiam ad media latera.



In medio ſtatues acum æqualem altitudini pyramidis, quam ſi fieri poſſit octogonam efficies, eique aptabis in ſuperiori parte octo declivia Tigna, aut ſaltem quatuor: addes item duos, aut tres minores radiorum ordines, quorum præcipuæ trabes nempe quatuor, ipſi acui aptentur, vinculaque addentur, quæ cæteros radios excipiant. Hi radii ſuis Tignis declivibus aptabuntur, in quibus omnibus nullam video difficultatem, cum nulla ſit commiſſura in toto hoc opere, quæ ſit difficilis.

Difficultas eſſe poteſt in hac praxi, nempe quomodo tectum quadratam habens baſin, & quadratam ſectionem in loco ſuperiori efficiens, hoc eſt ſuperficies pyramidalis figuræ, à priſmate octogono ſecetur. Quod ut concipias, fingatur pyramis, quadratam habens baſin; deſcribatur intra eius baſin, & circa eius centrum, octogonum regulare; ita ut eius quatuor anguli directè angulos quadrati reſpiciant; ſi intelligatur excitari priſma, cujus tale octogonum ſit baſis, donec ſecet ſuperficiem, pyramidalem, dico ſuperficiem priſmatis, ſecare altius angulos pyramidis, quam media latera. Quare Tigna declivia altius aptanda erunt columnis quæ angulos turris ſpectabunt, quam columnis quæ lateribus ejuſdem turris reſpondent: locus autem cui aptari debent ab ipſa praxi ſuppeditatur, ſi bene obſervetur.

Quia in tecto turris quadratæ plura debent eſſe, quam octo Tigna declivia, ut nempe perficiatur, multa Tignis angularibus per modum pennatum aptantur, locus autem commiſſuræ, haberi poterit per praxes ſuperiores, modò tamen intra quadratum quod immediatè

muris

muris imponitur, deſcribatur octogonum æquale baſi campanilis.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Campanile teſtudineata contignationi imponere.

Nunnunquam campanile tecto Eccleſiæ imponitur, ita ut contignatio ipſa, interiori parte in teſtudinem efformetur. Ut autem id præſtes, primò muris Eccleſiæ Tigna horixontalia duplicia imponantur, ut jam ſuprà in multis aliis caſibus: hæc baſibus inſtruuntur, & tota horixontalis diſpoſitio peragitur more conſueto, nempe radii ad ſuas baſes diriguntur: in eo tamen loco, in quo campanile ſtatuendum eſt, ſit baſis aliqua quadrata, aut exagona, quæ ſit baſis conſtruendi campanilis. Videtur figura exagona eſſe maximè accommodata, aut octogona.

Formabitur facilè teſtudo, quantum volueris depreſſa, ſi crura roborantia tribus aut quatuor pedibus infrà ſuas baſes deſcendant, muroſque interius radant, & curvitatem jam aliquam præferant.

Sit ergo interior murorum latitudo tribus, aut quatuor infra murorum crepidinem, & baſes Tignorum declivium depreſſa, diviſa bifariam ex ejus medio ut centro, deſcribes ſemicirculum, ſi figuram circularem cupis, vel ſelectis circa punctum medium duobus punctis, minori intervallo quadrantes circulorum deſcribes; ſi depreſſius compluvium efformas. Per extremitates quadrantum, duces trabem horixontalem, factoque in ejus extremo puncto, angulo 60 circiter graduum, ut tectum eam habeat declivitatem duces Tignum declive.

In trabem horizontalem transferes campanilis conſtruendi latitudinem, excitabiſque duas columnas, quibus hinc inde aptabis Tigna declivia, & ut firmius ſit opus, duplicia addes; vinculis, & nonnullis inter ſe, & trabi horixontali connexa.

Cætera à ſuperioribus non differunt. Notandum tamen, quod intra baſilicam addenda ſit coronix, quæ ex muro extet, & extremitates crurum roborantium ſuſtentet.

Notandum item quod ſi tectum Eccleſiæ continoetur, non in eadem altitudine campanille attinget, ſed ad latera in loco depreſſiori, in medio in loco ſuperiori, quod facillimum eſt determinare.

PROPOSITIO XLIX.

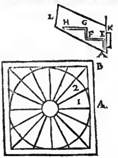
Problema.

Scalas ſpirales conſtruere.

Aliàs communiter ſcalæ in ædibus ligneæ conſtruebantur, modò ut plurimum lapideæ fiunt; hujuſmodi ſcalarum variæ hactenus excogitatæ fuerunt ſpecies, quarum primam hic deſcribo, nempe ſcalas in ſpiram aſcendentes.

Primò ergo ſitus totius operis exploretur, & locus primi, & ultimi gradus, numerus item graduum primæ circumvolutionis, an aliquæ circumſtantiæ, regularitati operis obſint, ut portæ, feneſtræ, trabes aliquæ, & cætera hujuſmodi, expendantur. Numerus autem graduum pendet ex altitudine primæ contiguationis. Altitudo unius gradûs communiter eſt ſex digitorum, ſuperare non poteſt octo, alioquin aſcenſus erit difficilis. Longitudo minima cujuſlibet gradus, debet eſſe duorum pedum, ideoque ad minimum, diameter ſcalarum minima erit pedum 4 cum dimidio, poterit eſſe 6 cum dimidio, & etiam plurium, ut 8 cum dimidio, vel 10 cum dimidio, ſic enim longitudo cujuſlibet gradûs erit trium, quatuor, aut 5 pedum.

Ubi hæc determinata fuerint, ſi quadratas intendis conſtruere ſcalas: ex centro quadrati,



quod ductis diagonalibus facilè determinatur; circulum deſcribes, quod in partes æquales divides, nempe 12. 16 aut 20, ut nempe ſingulis quadrati lateribus tres, quatuor, aut quinque gradus competant. Debet ſingulorum graduum latitudo quâ parte ſunt latiores unum, aut alterum pedem continere, etiam perpendiculariter, ad unum latus. Ductis ex centro radiis uſque ad ſingula latera quadrati ambientis, graduum ſuſtentacula formanda ſunt. *Les limons.*

Suſtentacula graduum exteriùs ita formantur. Seligatur tignum, ſeu trabs, cujus craſſities ſit digitorum 4, latitudo digitorum octo, tum in loco ſeparato figuram graduum delineabis. Proponatur linea AB, continens latitudinem duorum graduum, nempe æqualis lineæ KL. Ad hanc lineam excitetur perpendicularis, æqualis altitudini unius gradus nempe 6 circiter digitorum, tum ducatur linea EF lineæ AB parallela æqualis latitudini primi gradûs. Tum alia perpendicularis F excitabitur æqualis altitudini unius gradûs, & parallela GH æqualis latitudini gradûs. Tum habeatur ſuſtentaculum ſeu trabs KL, quæ ita obliquè ſtatuatur, ut has omnes lineas excipiat, in ea fiunt crenæ, ſecundùm craſſitiem aſſerum, qui adhiberi debent. Gradus igitur quilibet duabus partibus conſtat, horizontali, quæ greſſus, ſeu veſtigium dicitur qualis eſt EF, GH, *foulée marche*, & verticali AE, FG, quæ dicetur antiveſtigium, *contremarche*. Hoc ſuſtentaculum duos habebit cardines LK, quibus in palum ſeu ſtipitem inſeratur: nam in ſingulis ſaltem angulis ſtipites perpendiculariter, ſunt excitandi

citandi, qui ſuſtentacula excipiant. Hoc ſuſtentaculum ita ſtatuitur ut lineæ L, AE, cæteræque ſint verticales.

Quod in uno latere perfecimus, in aliis præſtandum eſt, niſi qood ſuſtentacula altiùs ſint collocanda, cum jam gradus aſcenderint. In ſtipitibus fient cava, & 10 ſuſtentaculis cardines: gradus autem, & antigradus ſimpliciter in crenas inſeruntur.

Nucleus ita formabitur, primò quidem in priſma quadrangulare formari poteſt, tum reſectis angulis, in priſma octogonum, & iterum reſectis angulis in priſma ſexdecim laterum, vel ſimpliciter in cylindrum. Eius diameter ſaltem ſemipedem obtinebit, melius & facilius gradus exciperet ſi major eſſet. Circulus ergo qui baſis eſt, in tot partes æquales dividatur, quot una circumvolutio gradus admittit, & per diviſiones ducantur lineæ, axi parallelæ. Deſcribantur item circuli æquidiſtantes, altitudinem ſingulorum graduum præferentes. Fit ergo in infimo intervallo, ſecundùm unam ex lineis parallelis, crena ad altitudinem, unius gradus; fiat item alia crena ſecundùm primum circulum, ab una linea ad aliam: gradus eam figuram præferent, quæ in ſchemate ichnographico præfertur, inſerenturque in crenas ſuſtentaculi, & nuclei.

Nonnulli cavitatem in nucleo efformant, quæ uno aut altero pede à gradibus diſtet, nempe ut qui deſcendunt huic cavitati incumbant: clariſſimum autem eſt, eas cavitates in helicis formam, circa cylindrum reptare; quod conſequeris facile, ſi eas æquali intervallo à gradibus removeas.

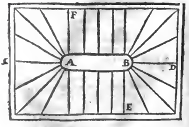
Denique ſi ſtipites ita ab invicem removeantur, ut ſuſtentacula infirma cenſeantur, poterunt vincula addi, quibus adſtringantur ſtipitibus, poterunt item hæc vincula, arcûs pedum inæqualium figuram habere, aut aliam quamcumque hujuſmodi.

PROPOSITIO L.

Problema.

Scalas duplici nucleo inſtructas conſtruere.

Sæpè cogimur duplici nucleo ſcalas inſtruere, ut plures gradus iis excipiantur, quod ſæpè ne-



ceſſarium eſt, ut ad ſuperiores contignationes perveniatur.

Ita autem primò ichnographiam ſcalarum deſcribes. Sit locus ſcalis deſtinatus, altera parte longior, ducta per mediam ejus latitudinem linea; aſſumentur lineæ CA, DB, dimidiæ latitudini æquales. Tum lineam A B divides in pedes: communiter enim greſſus cujuſlibet gradûs, *la ſoulée d'une marche* ſeu latitudo pedem integrum obtinet, & altitudo ſemipedem, & per diviſiones duces lineas, ad A B perpendiculares.

Ex A & B, ut centris, intervallo latitudinis, ſemicirculi deſcribantur dividendi in quotcumque partes æquales, putà 8. & per ſingulas diviſiones, ducantur lineæ, quæ figuram ſingulorum graduum exhibebunt.

Nuclei ſemicirculares tantum erunt, hoc eſt ex una parte ſemicirculum referent, ex aliâ verò quadrati: ſic enim melius graduum ſuſtentacula excipient. Intervallum inter nucleos vacuum eſſe poteſt, exceptis iis partibus, quæ à ſubſtentaculis *Limons* occupantur: hæc ſpatia vacua repagulis *Baluſtres* inſtruentur.

Si majores fuerint hujuſmodi ſcalæ, poterunt duplices fieri: hoc eſt ita incipiant à punctis E & F, ut duplex ſit graduum ordo, nullo modo communicantium duabus ædibus ita accommodatorum, ut qui per unum deſcendunt, alios deſcendentes nullatenus videant.

Suſtentacula eodem modo fient, *les Limons.*

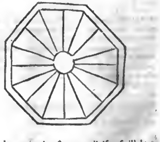
PROPOSITIO LI.

Problema.

Scalas polygonas conſtruere. A pans coupés.

Hoc ſcalarum genus ita vocatur Gallicè *à pans Coupés*, quod ut fiat polygonum, anguli quadrati reſcindantur.

Primò quidem formatur polygonum communiter octogonum, aſſumpto ſcilicet quolibet centro; ex quo ad intervallum datum deſcribitur



circulus, eoque in octo partes diviſo, facilè ducuntur latera octogoni. Circa hoc polygonum, aliud deſcribes ductis ſcilicèt parallelis, eritque earum linearum intervallum digitorum 4, ut ſtipitum craſſities determinetur. Stipites autem *les poteaux* qui in angulis ſtatuuntur, craſſitiem paulò majorem habeant, eò quod in medio nonnihil ſint excavandi, *il les faut Delarder*, ſecundùm angulum polygoni, quare eorum craſſities erit 5, digitorum, & latitudo 6 aut 7, ſic enim ubi in angulum

angulum eavum formati erunt, craſſitiem hinc inde obtinebunt 4. circiter digitorum.

Graduum ſuſtentacula eodem modo fient, quo in ſuperioribus propoſitionibus facta ſunt, eorum cardines, qui inſerentur in cava ſtipitum, nonnihil decurtantur, *decolé* præcipuè ſuſtentaculorum ſuſpenſorum, ne ſeilicet cava ſtipitum appareant.

Gradus & antigradus eodem modo in ſuſtentaculis, & in nucleo notantur, præcipuè animadvertendum eſt, ut antigradus *les contremarches* præcisè cum ipſis angulis coincidant, alioquin erit difficile, ut ſuſtentacula ſibi invicem cohæreant.

Suſtentacula quæ pendula ſunt variè inferiori parte ornari poſſunt, & ſuperiori repagulis inſtrui.

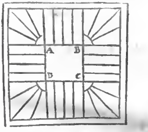
PROPOSITIO LII.

Problema.

Scalas quatuor nucleorum conſtruere.

Ex ſuperioribus facilè ſcalas quatuor nucleorum delineabimus.

Delineato enim quadrato, quod aream extruendarum ſcalarum exhibeat; in medio aliud quadratum cujus latus quatuor pedum: ſupponitur tota areæ diameter eſſe pedum 10. ita ut quatuor



pedes cedant quadrato intermedio, tres hinc inde gradibus concedantur. In quatuor angulis quadrati intermedii, deſcribuntur quadrantes, ſinguli in quatuor partes dividendi, ita ut diviſiones in angulum incidant, reliqua horizontalis plani facilè intelliguntur ex inſpectione ſchematis.

Nucleorum craſſities erit ſemipedis, ubi ergo directa fuerint; ex arte in priſma quadrangulare conformata, ſecundum quartam partem, in cylindrum formabuntur, reſecto ſcilicèt uno angulo quibus ſtatutis in propriis locis ab uno nucleo, ad alium aptabis graduum ſuſtentacula, in diverſa ſcilicèt altitudine, prout præcedentes gradus indicabunt. Hi gradus qui inter nucleos cadunt communes ſunt, nec ullam difficultatem habent; eorum ſuſtentaculis optimè adduntur repagula: in nucleis quâ parte rotunditatem habent, eodem modo excavantur graduum, & antigraduum crenæ, ac in ſuperioribus.

Suſtentacula exteriora graduum qui in nucleo collocantur, paulò diverſa ſunt, ac ea quæ in medium ſcalarum cadunt, hoc eſt non ſunt ita declivia, quare neceſſariò, plures quam quatuor ſtipites adhibendi.

Hæc ſcalarum ſpecies, duplicem facilè admittit graduum ordinem, ad diverſas ædes pertinentem, eò quòd triginta duos gradus admittat, aſcendatque 16 pedibus, ita ut ſi duplex fiat ordo intervallum ab uno ordine ad alium ſit octo pedum, quod quidem ſufficiet.

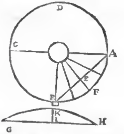
Neceſſarium non eſt ut tot gradus fiant, ſed poterunt nonnunquam ubi res feret, duo aut tres gradus in unum coaleſcere.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Scalas Rotundas conſtruere.

Nonnullæ difficultates occurrunt in ſcalis rotundis, ſeu cylindricis hue eſt quarum area ſit



circularis. Difficultas autem in eo poſita eſt, quòd exteriora graduum ſuſtentacula, cylindrica eſſe debeant, ſeu ſectiones cylindricæ: cum enim hujuſmodi ſuſtentacula repent per circumferentiam cylindricam, neceſſariò Ellypticam figuram induent. Supponatur ergo ichnographia ſcalarum, ſintque quatuor appoſiti ſtipites A, B, C, D, plures ſtatui poterant. Ducatur linea AB, ab uno ſcilicèt ſtipite ad alium, quæ dividatur bifariàm in E, per E ducatur perpendicularis EF, uſque ad circumferentiam exteriorem circuli, erit linea EF, convexitas ſuſtentaculi, ſeu quantum deflectat à linea recta. Sit linea GH, ſeu quantum deflectat à linea recta. Sit linea GH, æqualis ſuſtentaculo, cum enim ſuſtentaculum horizontale non ſit, ſed inclinatum, longius erit præcedenti linea AB, quæ in eodem plano horizontali ſupponitur. Dividatur linea GH, bifariàm in puncto I, in quo excitetur perpendicularis IK, æqualis priori lineæ EF, tum (*per 25, 3. Eucl.*) inveniatur centrum arcûs, per puncta G, K, H tranſeuntis, & habebitur figura ſuſtentaculi.

Demonſtratio. Quamvis hæc praxis communiter tradatur, ſufficiatque ad praxin, cum defectus ſit inſenſibilis, & propterea in hac materia negligendus; ſi tamen rigorem Geometricum ſpectaremus, Ellypticam, non circularem figuram formare deberemus. Certum eſt enim, quod ſectio cylindri obliqua, Ellypſin referat. Si ergo volumus exactiùs procedere, dividatur linea AB, in quotcumque partes æquales & in ſingulis diviſionibus, excitentur perpendiculares uſque ad circumferentiam circuli; tum linea GH quam paulò majorem eſſe diximus, dividatur in totidem partes æquales, & ſupra diviſiones, excitentur

perpendiculares prioribus æquales; habebiſque aliam curvam longiorem ejuſdem convexitatis. Hæc praxis communis eſt, nempe eſt ea, quâ ſuccubos arcus tranſmutavimus.

Ubi ſuſtentaculum ſtipitibus aptaveris, vinculum addendum erit tam venuſtatis, quàm firmitatis gratiâ, hoc vinculum ex utraque parte pedem cum dimidio obtinebit, hoc eſt in ſuſtentaculo aptabitur in puncto diſtaote à ſtipite, uno pede cum dimidio. Ejua convexitas eodem modo obtinebitur, nempe ſi ducas ex A lineam unius pedis cum dimidio, dividendam bifariam, perpendicularis in ejus medio ducta, ad circumferentiam uſque circuli, curvitatem ot priùs exhibebit; ſimiliterque perficietur ejus arcus, ac ſuſtentaculum convexum.

Præter hanc curvitatem, quâ cylindri ſuperficiei congruit, alia item curvitas quærenda eſt, oempe hoc vinculum rectum eſſe non debet, ſed arcuatum eo modo quo in cæteris operibus, viocola arcuata deſcripſimus.

PROPOSITIO LIV.

Problema.

Scalas circulares verſatiles conſtruere.

In nonnullis ædibus conſtruuntur ſcalæ, verſatiles, quæ nempe ita detorqueri poſſunt, ut omnes ædium portas ſimul claudant, aut ſimul aperiant: ex quo ſequitur iis figuram circularem tribuendam, eodemque modo conſtruendas eſſe, quo ſcalæ circulares nempe quoad ſuſtentacula. Secundò antigradus *Contremarches* in ſingulis quadrantibus totum nucleum pervadant, habeantque vincula, ut melius & firmiùs cum oucleo, & cum ſuis ſuſtentaculis cohæreant. Nucleus craſſitiem 7. aut 8. digitorum habeat, inſtruaturque ioferiori parte cardine ferreo, qui io cavum etiam ferreum inſeretur, ut faciliùs volvatur.

Soperiori parte nucleus rotundus erit, & in cardinem circiter tribus digitis craſſum efformatus erit. Ita autem claudentur omnia cubicula nempe ſi ſcalæ, per unum circuli quadrantem volvantur: omnes portæ obſerabuntur, immo ſi aliquis in ſcalis exiſteret, exitum nullum inveniret.

Hæ ſcalæ duabus ædibus, ſimul utiles erunt, modò contignationes in utraque ejuſdem ſiot altitudinis.

Hæc ſunt opera magis ordinaria, quæ Tyroni mathematico ſufficient, ut ad cætera etiam difficiliora ſi libuerit gradum faciat: & de omnibus ſanè, & ſecundum regulas judicet. Nolui exempla multiplicare, eò quòd in plerisque nova difficultas non occurreret, quæ demonſtrationibus occaſionem præberet.

TRACTA

TRACTATUS XIV.

DE LAPIDUM SECTIONE.

VARIA toto hoc tractatu ædificiorum genera explicanda proponimus, quæ latomis noſtris negotium ſolent faceſſere, utpote quæ robur, & firmitatem ex geometriæ principiis mutuantur. Ea autem ſunt, variæ ſpecies teſtudinum, & fornicum, quæ licet ex materia ſolida, & gravi, nempe ex lapidibus conſtent, in aere tamen pendent, & vi innatæ gravitatis, à caſu prohibentur; mutua enim partium complicatio, certaque diſpoſitio hanc illis firmitatem addit, ut in decurſu ſatis conſtabit. In quinque libros hunc tractatum dividimus. Primus fundamentalis erit; Secundus de Cylindricis fornicibus aget; Tertius, de Conicis, ſeu ut vocant Tubis (Trompes) *Quartus de ſphæricis. Quintus denique de helicoidibus, pro gradibus & ſcalis.*

LIBER PRIMUS FUNDAMENTALIS.

Terminorum & rerum explicatio.

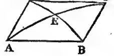
DEFINITIO PRIMA.

COMPLUVIUM, ſeu compluviata, & arcuata teſtudo, fornix eſt in ſemicylindrum efformata, aut ſemicylindrum imitata: & quia dari poſſunt cylindri recti, & obliqui, nempe quorum axis ad planum circuli qui baſis eſt cylindri, vel rectus eſt, vel obliquus, ita etiam poſſunt dari teſtudines arcuatæ, rectæ: vel obliquæ. Poſſunt item cylindri recti à parietum prima ſuperficie, obliquè, vel ad angulos rectos ſecari, quod eorum naturam non mutat, ſed tantum in parietum ſuperficie, aliam figuram producit, Ellypticam nempe. Aliud igitur eſt cylindrum rectum obliquè ſecari, aliud cylindrum obliquum eſſe. Cylindrici autem arcus, vel ſunt paralleli horizonti, vel ad horizontem inclinati quod repere, & reptare dicitur, *berceaux rempants.* Denique vel murus cui inſiſtunt verticalis eſt, vel in pternam exilit, ex quibus omnibus variæ exurgunt compluviorum ſpecies, infra ſecundo libro explicandæ. Ad cylindricos arcus revocandi ſunt Ellyptici, & polygoni, qui exurgunt, ſi ſupra Ellypſin aut polygonam baſin excitentur plurimæ lineæ parallelæ.

2. Dum ad compluviorum latera, alii formantur arcus cylindrici incurrentes, ſive ad feneſtrarum lumina, ſive ob aliam quamcumque cauſam, hi ſecundarii arcus conſpicilia nominantur Gallicè *des Lunettes*, primariique arcus dicuntur conſpiciliis inſtrui, *Des Berceaux à lunettes.*

3. Poſticæ arcuationes (*arriere Vouſure*) ſunt arcus in poſtica feneſtrarum, & portarum ſuperficie efformati, vel ut poſtes facilius aperiantur, vel ut major lumini aditus fiat: unde hinc inde ut plurimum obliquantur.

4. Fornices arcuati clauſtrales Gallicè (*à Arc de cloiſtre*) partes ſunt cylindrorum, quæ à parietibus incipientes ſenſim in angulum, & apicem eundem deſinunt. Ut ſi ex parietibus in quadratum horizontale diſpoſitis, aſſurgant partes cylindrorum, verbi gratiâ ſupra parietes AB, BC; CD, AD intelligantur ſegmenta cylindrorum BCE, AEB, & alia ſimiia, concurrentia in puncto E.



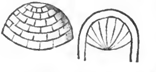
5. Striatæ teſtudines (*Voûtes à areſtes*) formantur ex concurſu plurimorum, ut ſi cylindrico compluvio aptentur hinc inde duo conſpicilia illi omnino æqualia.

6. Sphæricæ teſtudines, ſunt ſphæræ alicujus portiones, ſuntque duplicis generis. Vel enim lapidum ordines in circulos parallelos horizonti digeruntur, quorum polus, eſt ipſe Tho-

lus, ſeu umbilicus, & hæ dicuntur teſtitudines clibanariæ, ſeu Gallicè (*à cul de four*;) vel lapi-



dum ordines digeruntur in circulos verticales, quorum poli plurimi ſunt in ipſo horizonte, ſeu in plano teſtudini ſubjecto, & hæ dicuntur teſtudines, pendentes, ſeu Gallicè (*en pendentif*) habentque Tholos,ſeu ut vocant *trompillons*, in circulorum polis. Ichnographia ſingulorum ordi-



num in plano horizontali, in lineas porrigitur, & quadrilatera, trigona, pentagona efformat.

7. Conchæ fornicum, (*coquille des niches*) ſunt ſphæræ ſegmenta ut plurimum, Tholus autem omnium ordinum eſt in plano horizontali.

8. Conici fornices, ſeu Tubæ (ut vocant) *des trompes*, dimidiam coni partem continent, cujus axis eſt horizontalis, apex qui Gallicè dicitur *trompillon*, in eodem horizonte ſitus: horum fornicum plurimæ ſunt ſpecies, inferiùs deſcribendæ.

9. Arcus in corona erit, ſi coronæ imponatur arcus, qui totum ejus ambitum circumeat, relicto in medio, ſpatio vacuo.

10. Arcus helicoïdis, ſeu ut vocant helix S.Ægidii, *la vis Saint Gilles* (*eò quòd in Abbatia S. Ægidii prope Arelatem talis arcus conſtructus ſit*,) eſt arcus coronæ impoſitus, ſed repens,circa cylindrum.

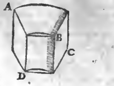
Ex combinatione horum fornicum,aliæ ſpecies mixtæ oriri poſſunt.

11. Teſtudines planæ, *plate bande*,curvitatem reſpuunt, quamvis omnes earum lapides,ad commune aliquod centrum convergant: dicuntur autem lapides teſtudinis planæ; clavi, *des claveaux*.

Fornicis autem lapides dicuntur, Arcuati lapides, ſeu camerati, aut fornicatii, *vouſoir*.

12. Cujuſcumque fornicis, præcipuè verò cylindrici, lapides ſex habent ſuperficies, quarum quæ interior eſt, & concava eſt, dicitur ſuperficies concavitatis, *de douëlle interieure*: illi oppoſita dicitur ſuperficies convexitatis,*de douëlle exterieure*: Et hæc ſuperficies ut plurimum non elaboratur,eò quòd intra murum arcubus impoſitum lateat. Duæ ſuperficies quæ communiter in arcubus cylindricis verticales ſunt, præcipuè verò ſi appareant, dicuntur facies lapidis, ſeu frons, *face*, quarum una anterior dicitur, alia poſtica. Reſtant duæ, hinc inde ſuperficies, quæ dicuntur ſuperficies commiſſurarum Gallicè: *joinſts, & licts de joincts*: ut in appoſita figura ſuperficies AB, dicitur frons; ſuperficies BC erit commiſſura; ſuperficies BD, quæ plana non eſt, ſed concava,dicitur ſuperficies concavitatis; hæc ſæpe fit plana, facilioris operationis gratiâ, exinde excavatur, cum ſegmento circuli, ſeu Gallicè *la cerche*.

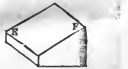
13. Quælibet lapidis facies ſuum exemplar



habere debet, quod erit quaſi prototypus in materia tenui,ut in aſſerculo, ferri lamina, craſſiori charta exciſus; ut ad illius inſtar lapidi ſimilis ſuperficies inducatur. Quare communiter quæritur unum exemplar frontis, ſi nempe adverſæ ſuperficies, & æquales ſint, exemplar commiſſuræ utriuſque; exemplar item concavitatis, quod duplici modo dari poteſt, vel aut ſolis rectis lineis comprehendatur, vel ita ut duas habeat lineas curvas. Docebimus autem poſtea methodum lapidem excidendi, cujus tria dantur exemplaria,in angulum ſolidum coëuntia: & hæc methodus dicitur procedere per exemplaria, ad diſtinctionem alterius, quæ per quadrationem procedit, ſupponendo lapidem in cubum,aut parallelepipedum efformatum, ex quo nonnulla ſuperflua reſecantur. Quæ methodus licèt intellectu facilior communiter tamen repudiatur, ut diſpendioſa, & temporis, & materiæ.

15. Dantur item, & exemplaria columnarum, ſeu paraſtadum, quibus arcus imponuntur,*les paneaux des pieds droicts*.

16. Pulvinar erit incumba ad horizontem inclinata, cui arcus item inclinatus imponitur, *le couſſinet*; tale eſt priſma EF.



17. Segmentum convexitatis, aut concavitatis, eſt exemplar præferens, convexitatem,aut concavitatem arcûs; hæc Gallicè dicitur *la cerche*.

18. Goomon, ſeu ſquadra, duabus regulis ad angulum rectum coagmentatis conſtat.

19. Gnomon mobilis, Gallicè *la fauſſerelle*,ex duabus regulis, circa centrum mobilibus componitur, eſtque inſtrumentum, quo angulum quemcumque transferre, & lapidibus inducere poſſumus; hujus duæ dantur ſpecies.Prima illa erit cujus brachia rectis regulis conſtant.Secunda cujus crus alterum erit curvum, nempe convexum, aut concavum, quod dicitur Gallicè *un buveau*; quo etiam nomine dicitur angulus inclinationis duorum planorum,aut duarum ſuperficierum,eò quòd tali inſtrumento ſoleamus communiter, hunc angulum metiri, & transferre.

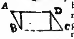
20. Libella inſtrumentum eſt, in cujus medio perpendiculum apponitur ut nempe linea, aut planum quodcumque,horizontale reddatur: unde linea quæcumque horizontalis ad libellam dicitur exigi, *à niveau*.

21. Perpendiculum funis eſt aut filum cui pondus

dus appenditur, ex quo fit ut linea quæcumque verticalis dicatur ad perpendiculum, (*un aplon.*)

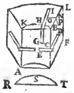
22. Dantur & alia exemplaria apud artifices, nempe ut ornamenta coronidum determinentur, & lapidibus inducantur: vocantur hæc (*des moules*) ad diſtinctionem exemplarium *defin.* 13.

23. Quoties lapides unâ ſuâ parte ita protuberant, ut excedant angulum



rectum, dicuntur lapides pingueſcere, (*Engraiſſer,*) è contra ſi deficiant, dicuntur macri, ut lapis ABCD in D dicitur pinguior. in A. macer.

24. Duplex communiter methodus agnoſcitur à latomis ad formandum quemcumque lapidem, prima & præcipua, per exemplaria procedit, & angulos inclinationum planorum, quos ex ipſis exemplaribus eruemus ut infra docebimus. Supponantur ergo data alicujus lapidis tria exemplaria, & cogniti anguli inclinationis planorum, oſtendo lapidem facilè perfici poſſe. Primò lapidi inducatur ſuperficies plana cui applicetur exemplar conveniens, ut reſecentur quæ ſuperflua ſunt, ſi incipias ab exemplari concavitatis, ſupponi deber eſſe ſuperficies plana. Ita ergo incipiendum. Pri-



mò lapidi inducatur ſuperficies plana AB, cui applicetur exemplar conveniens: exinde formato angulo recto ECB, fiat in lapide crena aliqua CD, ad latus BC pariter perpendicularis, ita ut angulus ECD, ſit angulus inclinationis, plani concavitatis cum plano commiſſuræ. Qui angulus ope Gnomonis mobilis acceptus, in lapidem transfertur, itaque excavatur crena CD, donec Gnomonis ſecundùm prædictum angulum aperti, brachium CD, cum crena congruat, alio brachio EC, ſuperficiei AB incumbente: tum reſecentur ex lapide ſuperflua, donec ſuperficies BF, tota perficiatur, nullumque ampliùs veſtigium crenæ CD appareat.

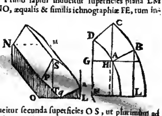
Idem fiat ex alia parte. Ducatur item linea GH, ad lineam KB perpendicularis, pariter excavetur crena HI ad lineam KB perpendicularis, ita ut Gnomon mobilis ſecundùm angulum inclinationis planorum AB, KL apertus, ſecundùm brachiũ HG, deſignatæ perpendiculari, reſpondeat & brachio HI factæ crenæ incumbat. Tum explanetur tota ſuperficies KL, donec nullum extet veſtigium crenæ GH. Poterat eadem ſuperficies KL deſignari ducta linea NP ad BL, perpendiculari, & excavata linea NO ad eandem BL perpendiculari, ſed tunc habendus eſſet angulus inclinationis planorum KL, BF Denique ſegmento circuli RST excavanda eſſet, concavitas AB, quæ operationis cauſa, plana fuerat deſignata.

Poteramus incipere à fronte KL, tum procedere ad ſuperficiem commiſſuræ BF, tum ad adverſam frontem, & tunc deſignata inveniretur tam concavitas, quam ſuperficies adverſæ commiſſuræ.

In cylindricis fornicibus, quibuſcumque, ſive rectis ſive obliquis, communes ſectiones concavitatis, & commiſſurarum, item convexitatis, & commiſſurarum, quales in præſenti exemplo ſunt AK, LF, extenduntur ſecundùm longitudinem cylindri, ſuntque parallelæ axi. Inde fit ut ſi intelligatur planum quodcumque ita ſecare cylindrum, ut ad illud axis rectus ſit, omnes prædictæ communes ſectiones, erunt pariter ad illud planum rectæ (*per* 31. 11.) eruntque communes ſectiones illius plani, & ſuperficiei concavitatis, item & ſuperficiei commiſſurarum ad prædictas lineas rectæ. Quare ſi habeatur communis ſectio illius plani, & cylindri cujuſcumque, illa communis ſectio continebit inclinationes planorum commiſſurarum, cum plano concavitatis: hæc communis ſectio dicetur arcus rectus, quem tantoperè quærunt architecti in quolibet cylindrico fornice, utpote continentem duas inclinationes. Nempe commiſſurarum cum plano concavitatis, quæ tantum obiter indicata velim. Immo ſi benè perpendamus, ſi haberetur arcus rectus, nempe ſecans cylindrum perpendiculariter ad axem, exhiberet angulos omnes inclinationis neceſſarios, nam cognito angulo ECD, plani concavitatis cum plano commiſſuræ, cognito item alio angulo inclinationis plani concavitatis, cum alia commiſſura, facilè formabitur lapis; cum applicatis utrinque exemplaribus commiſſurarum, utraque facies deſignetur, atque adeo neceſſarius non eſt angulus inclinationis GHI.

25. Secunda methodus per quadraturam, aut quadrationem procedit, *par Eſquarriſſement*, ſupponendo aliquam ſuperficiem, quæ deinde in opere non remanet. Quod in exemplo meliùs patebit. Sit lapis formandus, cujus exemplar frontis ſit ABCD, eius ichnographia ſit parallelogrammum FE, denotata à perpendicularibus ductis ex ſingulis eius angulis. Ducatur linea horizontalis GH, quæ pro linea FL accipiatur.

Primò lapidi inducitur ſuperficies plana LMNO, æqualis & ſimilis ichnographiæ FE, tum in-



ducitur ſecunda ſuperficies OS, ut plurimùm ad rectos angulos, tum in ichnographia OM, deſignatur linea OQ, quæ caſus dicitur (*la retombée*) æqualis lineæ AG, excitata perpendiculari OP æquali lineæ GD; idem fiat in lineis TS, LR habebiturque exemplar QPSR, idem fiat in adverſa facie. Tum reſecentur PQO, QLR ſecundùm longitudinem lapidis, perfectumque erit opus. Aliæ cautiones adhibendæ eſſent, ſi planum OS, rectum non eſſet ad ichnographiam OM; ſed de hoc ſuo loco. Tantùm hæc dicta ſunto, ut habeatur notitia aliqua quamvis rudis hujus methodi quam rarò admodum adhibemos. Neque enim quoties opus hac praxi fieri poterit, propterea id indicabimus; cùm in hoc opere copiam non affectemus, ſed facilitatem; & cùm artifices noſtri, non ſint cujuſcumque rei capaces, nec praxes intricatas addiſcere poſſint, unde ſemper in hac materia, faciliores & planiores, intricatioribus, ſubtilioribus licèt, præferendas cenſui.

liores & planiores, intricatioribus, ſubtilioribus licèt præferendas cenſui.

Idem lapis duobus fornicibus communis eſſe poteſt, & in utriuſque concavitate, ſuperficiem aliquam habere. Ut ſi porticus arcuata & cylindrica, in teſtitudinem ſphæricam incurrat; ille incurſus dicitur Gallicè *racheter*; quod benè dici poſſet incurrere, perſtringere, ita dicitur communiter fornix arcuatus, & inclinatus, formatus ſcilicèt ad ſcalas, perſtringit compluvium, verbi gratia, compluviatam teſtudinem cellæ vinariæ, (*un Arc de deſcente de cave rachete un bereeau, rachete une voûte à cul de four.*) Hujus rei exemplum habemus communiter in Eccleſiis, in quibus ſæpe duo compluvia, aut potius quatuor, decuſſatam, ſeu ſtriatam teſtudinem componunt, ſi alterum minus eſſet, poſſet dici tale compluvium, minus, ſeu conſpicilium (*lunette*) incurrit in majus compluvium, (*rachete ce bereeau*,) cujuſque lapides ſuperficiem unam habent in concavitate illius compluvit, hoc eſt (*ſont parement à ce bereeau.*)

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si ab extremitate ichnographiæ, alicujus lineæ horizontalis, ad ichnographiam alterius lineæ horizontalis, ducatur perpendicularis: hæc ſimiliter eam ſecabit, ac perpendicularis ducta ab extremitate lineæ, ad aliam.

Sint duæ lineæ horizontales AB, CD quamvis non in eodem plano horizontali, à quibus



demittantur perpendicula AH, BG, CE, DF, ſintque linearum AB, CD, veſtigia in eodem plano horizontali HG, EF, ducaturque ad EF perpendicularis G I, item ex puncto B ad CD perpendicularis BK, dico lineas I F, KD æquales eſſe. Ducatur linea IK, parallela lineæ FD, quæ neceſſariò cadet in K.

Demonſtratio. Lineæ IK, FD parallelæ ſunt, item KD, IF, igitur KD, & IF æquales ſunt. Erit item planum BGIK verticale, cum lineæ BG, IK ſint verticales, eruntque G I, & B K in eodem plano. Sed ad illud planum linea F I eſt recta, cum ſit recta tam ad lineam IK, quàm ad lineam IG, igitur & DK illi parallela, ad idem planum recta erit, & angulus DKB rectus. Quare perpendicularis ducta ad lineam CD, cadit in punctum K, in quod cadit verticalis linea I K, ſuntque lineæ IF, DK æquales, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

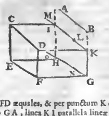
Hæc propoſitio univerſalis eſt ſive lineæ AB, CD ſint parallelæ, ſive non; valetque ſive accipiantur veſtigia linearum in plano horizontali, ſive in alio quocumque modo ſingulæ jacere poſſint in plano parallelo veſtigiorum plano, ut ſi ex ſingulis punctis alicujus lineæ cadant in planum verticale lineæ ad illud rectæ, formabuntur veſtigia verticalia.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Lineæ parallelæ, & æquales, ichnographias habent, aut parallelas, & æquales; aut in eandem lineam convenientes, & æquales.

Sint duæ lineæ AB, CD parallelæ, & æquales; quarum ichnographiæ EF, GH; dico primò eas eſſe æquales, tum ſi in directum non jaceant, eas eſſe parallelas. Intelligantur duci perpendicula, quibus indicatæ ſunt ichnographiæ EF, GH, ſint-



que GK & FD æquales, & per punctum K ducatur in plano GA, linea K I parallela lineæ CD, aut A B conjunganturque C I, D K.

Demonſtratio. Cum lineæ FD, KG ſint parallelæ, utpote rectæ ad idem planum horizontale, erunt DK & FG parallelæ, & æquales: item cum AB, & IK ſint parallelæ, item AI, BK, erunt AB, IK æquales; cum ergo DC, I K æquales ſint, & parallelæ, erunt C I, DK, parallelæ & æquales. Sed DK eſt horizonti æquidiſtans, quare C I erit etiam horizonti æquidiſtans; ſed linea EH in eodem plano exiſtens cum C I, in horizonte exiſtens, illi parallela erit, & æqualis, cum lineæ C E, I H ſint etiam parallelæ, quare à primo ad ultimum, lineæ EH FG parallelæ erunt æquales; & conſequenter EF, GH parallelæ erunt, & æquales. Vides in eadem figura lineas AB, IK eandem habere ichnographiam HG, item AB, ML æquales, & parallelas, tam inter ſe, quàm cum linea CD; habere ichnographias HG, NO æquales ichnographiæ EF; ergo & inter ſe.

Hæc propoſitio erit utilis ad inclinatos & obliquos fornices.

PROPOSITIO III.

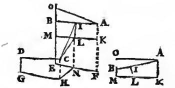
Theorema.

Datis duabus extremitatibus linearum parallelarum, & æqualium, datis item earum ichnographiis; & inclinatione ad horizontem, determinare quantùm perpendicularis ab extremitate unius ad aliam ducta, diſtet ab alterius extremitate.

Sint lineæ AB, CD parallelæ quidem, ſed quantùmlibet ad horizontem inclinatæ: quarum dentur ichnographiæ EF, GH, productæ, ſeu potiùs terminatæ à perpendiculis AF, BE, CH DG, cognoſcatur inclinatio, quàm hæ lineæ habent ad

hori

horizontem, intelligatur duci perpendicularis C I ad lineam A B; quæritur longitudo lineæ B I, item longitudo lineæ AI. Ducatur ex puncto H, ichnographiæ GH, linea HN, perpendicularis



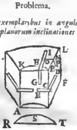
ad EF, ichnographiam lineæ AB: tum in charta ſeparata fiat MK, æqualis lineæ EF, & KL æqualis N F, ſitque KA perpendicularis æqualis ſibi correſpondenti in prima figura, nempe æqualis exceſſui perpendiculi A F, ſupra perpendiculum CH. Per punctum A figuræ ſeparatæ, ducatur AO parallela æqualis lineæ MK; conjungaturque linea OM, fiat angulus OAB æqualis inclinationi cognitæ lineæ AB, Ex puncto L ducatur perpendicularis LI. Dico ſi in prima figura A I æqualis fuerit ſibi correſpondenti, in ſecundâ fore ut linea CI, perpendicularis ſit ad AB. Intelligatur enim in prima figura FK æqualis lineæ CH; ſitque ducta in plano FO, linea KM parallela lineæ E F; ſitque K L æqualis lineæ FN; ducatur linea CL, & ex L ducatur LI perpendicularis ad AB; denique jungatur C I.

Demonſtratio. Linea H N eſt recta ad planum FO; cum hæc horizontalis ſit, & planum EO verticale, ſitque perpendicularis ad communem ſectionem FE; & cùm C L ſit illi parallela, erit etiam recta ad planum FO; quare (*per* 8 11.) planum trianguli CLI rectum eſt ad planum FO; & cum ad communem ſectionem L I, linea A I perpendicularis ſit, erit recta ad idem planum, & perpendicularis ad C I. In figura ſeparata idem obſervavimus, ducta enim eſt linea MK æqualis ſibi correſpondenti, habeturque punctum eius L, ſit item AK æqualis alteri ſibi ſimili, & AO, tùm ducitur AB cum inclinatione, quàm habet, & ducta eſt perpendicularis LI. Igitur punctum I illud eſt in quod cadit perpendicularis; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IV.

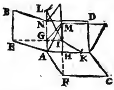
Problema.

Datis tribus exemplaribus in angulum ſolidum coëuntibus, planorum inclinationes invenire.



Prima methodus ſolvendi iſtud Problema mechanica erit. Si enim tria exemplaria in materiâ ſolidâ deſcripta, conjungantur in angulum ſolidum, Gnomone mobili licebit inclinationem planorum accipere. Ut in figurâ Defin.24. conjuncta intelligantur in angulum ſolidum B, exemplaria AB, KL, BD. Si ductis perpendicularibus EC, CD, ad communem ſectionem BC applicentur brachia habebitur angulus inclinationis duorum planorum; neque mihi difficilius videtur talem angulum in conjunctis exemplaribus accipere, quam aliunde deſumptum in lapides transferre; niſi quod tria plana cum aliqua difficultate cohæreant: ſit ergo hæc prima methodus.

Secunda methodus erit geometrica. Sint plana



AB, AC, AD conjungenda in angulum ſolidum A; quæraturque angulus inclinationis plani AD, cum plano AC, & ejuſdem plani AD, cum plano AB. Deſcribantur hæc tria exemplaria in eodem plano, ita ut conveniant. Secundùm latera AL, AK, ex punctis E, & F ad latera AK, AL ducantur perpendiculares EG, FH, quæ producantur donec conveniant in puncto I; ex puncto I intervallo HF fiat arcus K, ducaturque linea I K; dico angulum HIK, eſſe angulum inclinationis planorum AC, AD. Pariter ſi ex puncto I intervallo lineæ GE, fiat arcus L; hoc eſt linea IL, æqualis ſit lineæ E G, erit angulus L I G æqualis angulo inclinationis planorum AB, AD; intelligantur volvi plana AC, AB ſupra lineas AK, AL, donec lineæ AF, AE coaleſcant in unum latus AM, cæteris immotis permanentibus, eruntque lineæ MG, MH perpendiculares, eædem ac EG, HF. Ducatur linea M I.

Demonſtratio. Cum linea LG ſit perpendicularis ad lineas GM, GI, erit (*per* 4.11.) recta ad planum trianguli MGI: & planum AD per illam ductum rectum erit ad planum trianguli M G I; & viciſſim. Eodem modo oſtendam planum trianguli MIH, rectum eſſe ad planum A D; unde (*per* 19. 11. *Eucl.*) linea M I recta erit ad planum AD; quare triangulum M I H rectangulum eſt in puncto I, eſtque angulus MHI angulus inclinationis planorum: cui æqualem contendo angulum HIK. Nam triangula IMH, IKH ſunt omni modo æqualia, cùm habeant latus IH commune, latera IK, & MH, ſeu HF æqualia: quare anguli I H M, H I K æquales erunt, quod erat demonſtrandum. Ita oſtendam G I L æqualem eſſe angulo inclinationis MGI.

Notandum autem fieri poſſe, ut punctum I cadat extra rectangulum AD, eadem tamen perſeverat demonſtratio. Hoc eſt ſi ex puncto concurſûs, aptetur linea æqualis primæ perpendiculari. Si haberetur aliud exemplar applicari poſſet ſupra lineam N D.

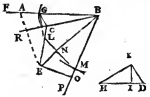
PROPO

PROPOSITIO V.

Problema.

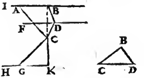
Datâ inclinatione duorum planorum, ex puncto dato, in uno, ductâ linea ad datum punctum lineæ in alio plano exiſtentis; determinare angulum quem hæ duæ lineæ comprehendunt.

Sint duo plana ABC, CBE quorum inclinatio nota ſit, & æqualis angulo D, ſitque datum



punctum E in plano CBE, & punctum A in linea AB: ductâ lineâ EA, quæritur angulus EAF; nempe quinam ſit, hoc eſt exhibere illi angulum æqualem. Sit communis ſectio utriuſque plani, linea CB, cum quâ, linea AB, vel concurrit, vel non concurrit. Ponatur primò concurrere, eritque primus caſus. Ex puncto E ad communem ſectionem C B ducatur perpendicularis EC, ſitque item C G perpendicularis ad eandem C B; tum in charta ſeparata fiat linea HD æqualis lineæ E C; tum angulus HDK æqualis angulo inclinationis planorum, ſeu angulo ECG, & linea KD, æqualis lineæ CG. Ex puncto K demittatur K I perpendicularis ad HD, & fiat linea CL æqualis lineæ ID, conjungatur linea E B, ad quam cadat perpendicularis L N. Ex puncto B ut centro intervallo BG deſcribatur circulus, ſecans perpendicularem LM, in puncto M; ducatur linea BMOP, ſitque BO æqualis lineæ BA, jungatur EO; dico angulum EOP æqualem eſſe angulo FAE.

Demonſtratio. Intelligatur circa lineam EB volvi triangulum EBO; oſtendere debeo punctum M coincidere cum puncto G, & O cum A. Jungatur linea GN, quæ non apparet in figura; linea G L eſt perpendicularis ad C L, cum angulus L C G, factus ſit æqualis angulo D, & D K æqualis lineæ CG. Item cum ad lineam RC perpendiculares ſint CG, & EC, erit RC recta ad planum trianguli LGC. Quare omne planum per illam ductum, quale eſt planum RBE, erit rectum ad planum trianguli GLC; & cum ad communem ſectionem CE cadat perpendicularis GL, hæc erit ad planum RBE recta. Omne ergo planum per illam ductum quale eſt G L N ad idem planum rectum erit & viciſſim: eſt autem communis ſectio talis trianguli GLN, & plani RBE linea LN, ad quam ducta eſt perpendicularis NB, quare NB erit ad tale planum recta; igitur angulus BNG rectus eſt. In triangulis BNM, BNG, cum latus BN commune ſit anguli BNM, BNG recti, & latera BM, BG æqualia; reliqua erunt æqualia, ideoque ſi volvatur triangulum BNM circa lineam B N immotam, punctum M, conveniet cum puncto G; & punctum O cum puncto A, linea EA cum EO; & angulus POE, cum angulo FAE, quod oſtendendum erat.



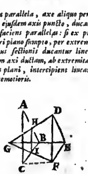
Secundus caſus ita erit. Sit datum punctum A in linea AB, ſitque aſſignatum punctum C in alio plano, ſitque communis ſectio planorum linea FD, quæritur angulus æqualis angulo IAC. Supponuntur autem lineæ AB, & FD communis ſectio planorum, eſſe parallelæ; ducatur C D ad FD perpendicularis, item DB, ad eandem FD perpendicularis, tum in charta ſeparata fiat C D, æqualis ſibi correſpondenti, & angulus C D B æqualis angulo inclinationis planorum, & linea B D pariter æqualis ſibi correſpondenti B D eritque CB æqualis ſibi correſpondenti in figura (*per* 4. 1.) Ducatur linea CK, ſitque æqualis lineæ C B, per punctum K ducatur perpendicularis, ſitque KG, æqualis lineæ A B, conjunctâ lineâ C G dico angulos I A C, C G H æquales eſſe.

Demonſtratio. Cum linea FD ſit perpendicularis ad lineas BD, CD erit recta ad planum BDC, & AB illi parallela, erit ad idem planum recta, quare angulus ABC rectus erit. In triangulis autem CBA, CKG, cum anguli CKG, CBA recti ſint, linea CK facta ſit æqualis lineæ CB, & KG ipſi AB, erunt triangula omnino æqualia (*per* 4. 1.) & anguli CGK, CAB æquales erunt, item anguli CAI, CGH; quod oſtendendum erat.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Si duo plana parallela, axe aliquo pervadantur; ex aliquo ejuſdem axis puncto, ducantur planum ſectiones faciens parallelas: ſi ex puncto axis, in propiori plano ſumpto, per extremitates communis eius ſectionis ducantur lineæ uſque ad parallelam axi ductam, ab extremitate ſectionis remotioris plani, intercipient lineam æqualem ſectioni remotioris.



Sint duo plana ABC, DEF parallela inter ſe, quæ axe G B E pervadantur; tum ex puncto G ducatur planum GDF, ſectiones faciens HI, DF, ex puncto B in plano ABC, ducantur lineæ BHA BIC, tum ex puncto F, ducatur FC parallela axi, ſecans BC in C, & per punctum C ducatur linea

CA

CA, parallela lineæ HI; dico lineas AC, DF æquales eſſe.

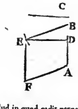
Demonſtratio cum lineæ BC, EF parallelæ ſint eò quòd planum GEF ſecet plana parallela ABC, DEF, erunt iſtæ omnes lineæ parallelæ HI, AC, HI, DF, quare (*per* 4. 6.) erit ut IH ad AC, ita BI, ad BC, ſeu EF; ut autem BI ad EF, ita GI ad GF, & ut GI ad GF, ita IH ad DF: igitur ut HI ad AC, ita IH ad DF; & conſequenter AC, DF æquales erunt. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Datis lateribus parallelogrammi, item dato, in uno latere puncto, in quod cadit perpendicularis, parallelogrammum perficere.

Sit parallelogrammum perficiendum quod ſub lateribus AB & C comprehendatur, ſitque pun-



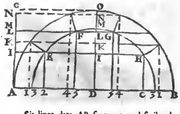
ctum D, illud in quod cadit perpendicularis ducta ab alio angulo, ſeu ab extremitate alterius lateris; excitetur in puncto D perpendicularis DE, tum ex puncto B ut centro, intervallo lateris C, fiat arcus circuli E, ſecans perpendicularem DE, in puncto E; ſecabit autem alicubi, modò linea BD major non ſit latere C; ſi enim major eſſet, foret caſus impoſſibilis; tum ductâ lineâ BE perficiatur parallelogrammum, hoc eſt ducatur linea EF, parallela & æqualis lateri AB: tum jungatur AF, dico factum eſſe quod jubebatur.

Demonſtratio. Clarum eſt latus BE, æquale eſſe lineæ propoſitæ C, cum arcus E deſcriptus ſupponatur ex puncto B, ut centro intervallo lineæ C, item perpendicularis eſt linea ED.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Super lineâ data Frontem arcûs ſimplicis deſcribere.



Sit linea data AB ſupra quam deſcribendus eſt arcus ſimplex, quem vocant pleno arcu, (*à plein ceintre*) dividatur linea AB bifariam in D, tum ex puncto D, ut centro, intervallo DA, deſcribatur ſemicirculus exterior AOB, abſcindatur linea A 3, æqualis craſſitiei arcûs, ſeu ſoliditati ejus, hoc eſt ſit D 3, ſemidiameter vacuitatis arcûs, eodemque centro D, intervallo D 3, deſcribatur ſemicirculus interior 3 M 3, dividendus in quotcumque partes, ſolent tamen in partes æquales & numero impares dividere; illum dividimus in quinque partes, ut nempe in medio habeatur clavis, ut vocant, ſeu Tholus, & umbilicus FOG. Ex centro D, per ſingula diviſionum puncta ducantur lineæ rectæ, quæ erunt lineæ commiſſurarum; ducantur item ſubtenſæ 3 E, EF, FG, GH, H3, pro lineis concavitatum, quia ad praxes communes pro arcu ſupponitur polygonum, & curvitas concavitatis omnibus aliis deſignatis inducitur.

Ex ſingulis commiſſurarum punctis, tam interioris arcus, quàm exterioris, cadant in diametrum horizontalem AB lineæ perpendiculares; ita ut quæ caduot ab exterioribus ſignentur lineis punctuaris, exhibeantque puncta 1, 4, 4, 1, quæ ab interioribus, notentur lineis plenis, tribuantque puncta 2552. clariſſimum eſt per puncta hujuſmodi tranſire ichnographiam, ſeu veſtigium commiſſurarum in plano horizontali.

Pariter ex iiſdem commiſſurarum punctis ducantur lineæ parallelæ horizonti, ſecantes ſemidiametrum verticalem DO, in punctis I, K, L, M, N, O; ſimiliterque ab exterioribus, procedentes punctuatis lineis notentur, plenis verò quæ ab interioribus: pro linea DO, utemur ferè ſemper linea AC, ne fiat confuſio. In linea DO, aut AC, erit veſtigium punctorum commiſſurarum in plano verticali: ſæpe in decurſu hujus operis utemur linea AB, quaſi ſuper ea deſcriptus eſſet arcus, diviſus in ſuas partes, ne ſcilicet ſemper eandem praxin cogamur repetere. Pariter dum opus erit accerſemus ex hac figura, lineam DO, aut AC, ſupponendo ſcilicet hâc methodo eam diviſam eſſe in ſuas partes.

Quod verò deſcripta ſit frons arcus ſimplicis, ſatis per ſe patet; ſi bene intelligatur, quid ſignificemus per frontem arcus ſimplicis, nempe ſectionem cylindri recti, ad axem rectam.

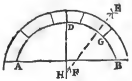
PROPOSITIO IX.

Problema.

Super lineâ datâ, frontem arcûs Elumbis ſeu depreſſi deſcribere.

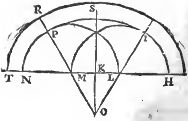
Sit propoſita linea AB ſupra quam deſcribendus ſit arcus, depreſſus ſeu humilior, quàm ut ſemicirculum adæquet; ſitque linea AB diviſa bifariam in C; ſitque linea CD altitudo arcûs minor ſemediametro AC. Poſſet quidem ut multi imperiri faciunt per tria puncta A, D, B deſcribi ſegmentum circuli facti, ex punctis D, & B quocumque intervallo, eodem tamen; arcubus ſe interſecantibus in E, & F; linea FE exhibebit centrum G, ut (*per primam* 3.) oſtendi poteſt. Hæc tamen methodus cenſetur imperfecta duplicem ob cauſam, prima eſt quod oculos lædat, eò

quòd lapides incumbæ immediatè ſuperpoſiti, illi non inſiſtant ad rectos angulos; ſecunda quod



cum ſinguli lapides habeant, & figuram, & vim cunei, ſuperiores faciliùs loco moveant inferiores, & eos ad latera propellant. Quare admittitur communiter hoc principium, ut arcus ſubtenſæ ſuæ, ſeu chordæ, inſiſtant ad angulos rectos; clarum autem eſt lineam curvam GB inclinatam eſſe ad AB.

Ut recenſitis incommodis obviam eatur, adhibentur communiter ellypſes figuræ; quarum deſcriptionem accuratam cum artifices neſciant, immò nec illius capaces ſint, ſegmentis circulorum eam imitantur, ſufficienter quidem ad inſtitutum noſtrum. Sit iterum linea NH, & ſagit-

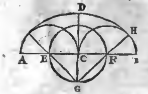


ta KS ſeu altitudo, contineat tantum tres quadrantes lineæ KN, dividatur linea NH in tres partes in punctis L, M, tum ex punctis L, M, ut centris intervallo LM, fiant duo circuli ſe interſecantes in puncto O, ex puncto O per centrum L ducatur linea recta OLI, tum ex O ut centro, intervallo OI, deſcribatur arcus IS, & ex L, intervallo LI arcus IH, & perfectum erit opus. Quæ praxis coincidit cum communi: volunt enim, ut diviſâ NH in tres partes æquales in punctis L & M, & ex iis, ut centris, intervallo HL, arcus HI, tum ex puncto M, intervallo MN, fiat arcus NP, ducatur lines IL, hæc producta exhibebit centrum O, ex quo intervallo OI deſcribitur arcus IS.

Si addendus ſit circulus exterior, ex puncto M intervallo MT deſcribitur arcus TR, uſque ad lineam OMR, & ex puncto O intervallo OR abſolvitur. Obſervandum autem eſt quod ſi ducendæ ſint commiſſuræ in arcu HI, debeant ad centrum L dirigi, ſi verò in arcu SI, tendere debeant ad centrum O.

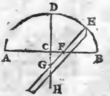
Secunda praxis ad formandam Ellypſio talis erit. Quoties, ſagitta ſeu linea CD continebit duas tertias ſemidiametri longioris AC, dividatur linea AB in quatuor partes æqua-

les, nempe in punctis E, & F, fiantque tres circuli eodem intervallo, & ex puncto G, du-



catur lines CFH, ex centro F intervallo FC; fiat arcus BH: item ex centro G intervallo GH, fiat arcus HD. Cætera ex figura ſatis internoſcuntur.

Tertia praxis jam probata eſt alibi, præcipuè in Geometria. Sit ergo data linea AB, pro majori diametro arcus Ellypticì, & CD pro minori ſemidiametro, in regula ſeparata verbi gratiâ, in regula chartacea, notentur ambæ ſemidiame-

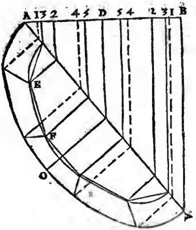


tri, nempe ſit linea GE æqualis majori ſemidiametro CB; & linea FE æqualis minori ſemidiametro DC. Tum ita moveatur hæc regula, ut punctum F inſiſtat ſemper diametro CB, & punctum G ſemidiametro CD productæ, extremitas E deſcribet ellypſin. Quæ methodus valet etiam ſi DC eſſet horizontalis, & BC verticalis; hoc eſt ficret arcus cujus altitudo ſuperaret latitudinem.

Quarta methodus utiliſſima in hac materia; ita ſe habebit. Sit deſcribendus arcus cujus altitudo æqualis lineæ DO, figuræ propoſitionis 8, ſed chorda ſeu ſubtenſa debeat eſſe longè major, nempe æqualis eſt lineæ AA, repetatur hîc linea AB figuræ illius, cum omnibus ſuis diviſionibus, & cyphris. Tum per ſingulas ducantur lineæ parallelæ inter ſe, ſive perpendiculares ſint, ſive non: Tum aptetur lines AA, ita ut eam ſecent iſtæ omnes parallelæ, & per puncta diviſionum lineæ AA excitentur perpendiculares, ſingulæ æquales ſibi correſpondentibus in figura primigenia, ſeu propoſitionis octavæ, ſi extremitates perpendicularium conjungantur lineâ curvâ, formabitur Ellypſis, cujus altitudo erit linea DO, ſubtenſa verò linea AA.

Demonſtratio cogitetur triangulum ABP eſſe in plano horizontali, & ſupra lineam AB excitatus intelligatur verticaliter arcus, figuræ primigeniæ, in propoſitione præcedenti deſcriptus, intelligatur item ſupra lineam AA, planum verticale, tum ex ſingulis arcûs primigenii punctis commiſſurarum, intelligantur duci lineæ ad eius planum rectæ, quæ formabunt cylindrum

rectum,



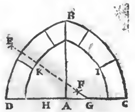
rectum, qui cylindrus ſecatur à plano, ſupra lineam A A escitato, formabitque Ellypſio ex principiis cylindrorum. Sed ne accerſam alienam materiam formabitur figura AOA, nam verbi gratiâ cum in punctis D excitatæ ſint perpendiculares DO æquales, & parallelæ, ſi à puncto O arcus primigenii, in punctum O iſtius arcûs ducatur linea recta, hæc æquidiſtabit lineæ DD, & horizontalis erit, & in cylindri recti ſuperficie producta. Quare verè punctum O ita inventum eſt in communi ſectione cylindri recti producti, & plani verticalis ſupra lineam AA escitari: ita oſtendam reliqua puncta ad talem communem ſectionem pertinere. Igitur bene deſcriptus eſt arcus propoſitus.

Hæc praxis diligenter notanda eſt tanquam fundamentalis, & quam ſæpe tantum indicabimus, ut fiat frons arcus ellyptici, emanantis ab aliquo ſimplici primigenio, ſicut viciſſim poſſemus ab aliquo Ellyptico regredi ad primigenium.

PROPOSITIO X.

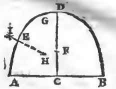
Problema.

De Arcu Elatiori.

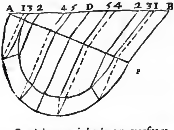


Arcum elatiorem cum voco cujus ſagitta longior eſt ſemichorda, ſit ergo ſagitta A B, major ſemichordâ A C, poterunt es B & D fieri eodem intervallo, duo arcos ſe interſecantes in punctis E, & F; linea EF dabit centrum G, ex quo ducetur arcus DB, & interior illi reſpondens. Aſſumatur ex alia parte linea AH, æqualis lineæ AG, & ex poncto H ut centro deſcribetur alter arcos C B: hæc ſpecies arcûs dicitur ex tertio puncto procedere, hoc eſt Gallicè (*à tiers poinct*) & eâ Gothi ut plurimum utebantur. Duos continet defectus, primus eſt quod nonnihil oculos offendat. Secundus quod verſus partes K & I arcos hic, ſit aliquantulum infirmior, præcipuè ſi clavi B validum pondus non imponatur: commodus tamen quod muros minimè exterius impellat.

Ut utrique incommodo obviam eamus, Ellypſi utemur, ut ſi daretur chorda AB, ſagitta CD, quæ major eſſet; ex centro F deſcriberetur apex D, & ex punctis A, & B tanquam centris alii arcus majoris circuli occurrentes minori circulo, in quo nulla eſt peculiaris difficultas, ſed adhiberi poſſunt praxes ſupra allatæ. Unum tamen monebo, ſi data eſſet ovalis figura, cujus ignorarentur centra, ducenda tamen eſſet commiſſura, quæ communiter ad centrum ducitur: quia volunt ut lines commiſſuræ faciat angulos rectos, cum arcûs concavitate, quantùm linea recta, cum linea curva, angulum rectum poteſt comprehendere.



Ideo ſi ducenda ſit linea commiſſuræ, in puncto E aſſumantur duo arcus AE, EG æquales inter ſe, & centris A & G æquali intervallo, ſeu eâdem circini apertura, deſcribantur duo arcus ſe interſecantes in puncto H, linea HEI erit linea commiſſuræ.

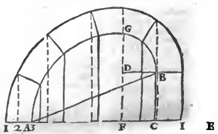


Poteris item ex primigenio arcu propoſito arcum elatiorem efformare. Repetatur linea AB arcûs propoſiti, deſcripti propoſitione octava, cum ſuis diviſionibus ſit deſcribendus arcus cujus altitudo eadem ſit, ſed chorda AP ſit minor; conjungatur linea AP in angulum aliquem PAB, ducaturque linea BP, cui per reliqua diviſionum puncta ducantur parallelæ, quæ (*ex quarta ſexti Eucl.*) dividene lineam AP proportionaliter. Supra ſingula puncta diviſionum lineæ AP excitentur perpendiculares, ſingulæ æquales ſibi correſpondentibus in arcu primigenio, & deſcriptus erit arcus, qualem inquirimus. Lineæ enim parallelæ, ſunt veſtigia ſeu ichnographiæ linearum parallelarum axi, cylindri obliqui, quem cogitare poſſumus ſupra arcum primigenium, tanquam ſupra baſin deſcriptum eſſe, planum autem verticale ſupra lineam AP excitatum hunc cylindrum obliquè ſecat, facitque ellypſin ſectionem, & in eo lineæ verticales ad planum horizontale demiſſæ æquales ſunt, ſibi correſpondentibus in arcu primigenio.

PROPOSITIO XI.

Problema.

De Arcu pedum inæqualium.



Arcus pedum inæqualium, quem vocant communiter reptantem, (*un Arc rempant*) ita fiet. Eſt linea AB ſuprà quam deſcribendus eſt talis arcus, poſſet quidem ſupra lineam AB ſimplex deſcribi ſemicirculus, ſed is horizontaliter non inſiſteret; quod tamen requiritur, tàm ad firmitatem totius operis, quàm ad decorem. Subjiciatur linea horizontalia A C; alia item horizontalis BD; addatur lineæ AC in directum linea C E, æqualis rectæ BC. Tota AE dividatur bifariam in F, exciteturque perpendicularis FD: tum ex centro F intervallo FA deſcribatur quadrans circuli AG. Item ex puncto D intervallo DB, deſcribatur alius quadrans BG, qui occurret alteri quadranti in puncto G. Cum enim lineæ FE, & FG ſint æquales, item FD, ſeu CB & CE factæ ſint æquales; iis ſubtractis reſtant DG, FC ſeu DB eſſe æquales.

Omnes commiſſuræ quæ ducuntur in quadrante AG diriguntur ad centrum F, quæ verò ducuntur in quadrante BG, centrum D reſpicient. Denique ex ſingulis commiſſurarum punctis in lineam horizontalem AC, demittantur perpendiculares quæ ſuis cyphris inſigniantur. Poterimus enim illarum ope, arcus Elumbes, ſeu depreſſos, inæqualium pedum deſcribere, eodem pacto quo fecimus; nempe ſub eâdem altitudine arcum inæqualium pedum deſcribere, cujus chorda, ſeu ſubjecta horizontalis AC longè ſit major, aut etiam minor, prout libitum fuerit: immò immediatè poterimus arcum elumbem deſcribere, ſi nempe loco quadrantum BG, AG deſcriberentur quadrantes Ellypſium.

PROPOSITIO XII.

Problema.

De Arcu in polygona degenerante.

Non tantùm circulares fiunt arcus, ellyptici, compoſiti ex duobus circulis inæqualium diametrorum, ut in figura præcedenti, ſed etiam in varias figuras degenerare poſſunt, & primò quidem polygona omnia ſemicirculo inſcriptibilia, eâdem methodo deſcribi poterunt, & totam ſuam firmitatem ex arcu mutuari; quod facillimum eſt. Nam in communibus arcubus, antequam concavitatem circularem indoeamus, polygonum deſcribimus, tot laterum, quot requiruntur lapides, atque hoc modo, jam habemus polygona omnis generis.

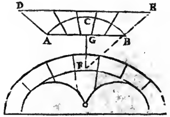
PROPO

PROPOSITIO XIII.

Problema.

De Arcu in lineam rectam degenerante.

In lineam rectam degenerat arcus, quoties ex plurimis lapidibus opus aliquod in lineam rectam exporrectum ædificandum eſt, ita dicimus faſciam planam & æquam Gallicè *une platte bande*. Sit ergo ſuperior pars feneſtræ, aut portæ quadratæ, & ſimplicis, ex plurimis lapidibus componenda, ſive ob defectum longiorum lapidum; ſive propter aliam rationem, nempe propter firmitatem: ſatiùs enim eſt opus ſimile ex plurimis partibus componere, quàm ex uno lapide integro. Quia ſæpe ſuomet pondere fatiſcit, & frangitur lapis oblongior, & ſæpe inconcinnè. Opus autem ita compoſitum ex minoribus partibus, non frangitur, ſuaſque tantum ex arte commiſſuras habet. Sit ergo ſupra lineam AB delineanda æqua faſcia.



Seligatur centrum aliquod F, dimidiatâ linea AB ab ea diſtans, ita ut angulus ABF ſemirectus ſit. Tum centro F, intervallo FB deſcribatur arcus ACB, dividendus in partes æquales numero impares, & per ſingula diviſionum puncta, ducantur radii ad centrum F, qui terminentur lineâ rectâ DE, parallela ipſi AB & delineata erit facies, ſeu frons æquæ, ſeu planæ faſciæ. Monendum tamen neceſſarium eſſe ut lapides extremi benè coërceantur, ne retrocedere poſſint. Cum enim intermedii in cuneos acutiores deſinant, facilè vicinos ad latera propellent, niſi validè contineantur: quare hoc genus adhibendum non eſt, niſi dum continuantur ædificia. Clariſſimum autem eſt totum opus habere poſſe firmitatem, quia impoſſibile eſt, ut lapides qui ſunt latiores in vertice, deſcendant quin vicinos loco moveant, quod cum fieri non poſſit eò quòd contineantur, opus totum conſiſtere neceſſe eſt.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

De arcu in alias figuras degenerante.

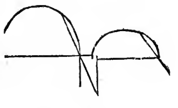
Alia multa fingere poterimus in hunc modum: ut ſi duo arcus ex una parte coaleſcentes & quaſi pendentes efformandi ſint, id efficitur ope alterius arcus elumbis, utrunque arcum amplectentis. Fiunt autem lapides circa medium longiores, ita ut ad minores arcus pertingant, immo ſi lapides ſatis longi non occurrant, ferreis uncis annectuntur. In hoc autem negotio perinde eſt vel Tholum, ſeu clavim onerare ſuperimpoſito onere, vel annexo & ſubjecto. Figura ſatis rem totam demonſtrat.

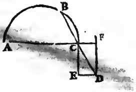
PROPOSITIO XV.

Theorema.

De arcuum impulſu.

Cum arcuum partes in cuneum deſinant, haud dubiè magnam vim habebunt ad impellenda corpora vicina, ex quo fit ut niſi parietes ipſis adhærentes aut quibus imponuntur, ſint ſatis firmi, periculum ſit ne diſjiciantur. Ædificia ſubterranea eo periculo vacant, cum enim parietes undique terrâ aggeſtâ contineantur, facilè reſiſtent viribus arcuum, & fornicum. Ædificia altiora minus reſiſtent, eò quòd pars murorum quæ ſolo inſiſtit habeat vicem hypomochlii; quò autem longiores ſunt parietes, eò vectis fit longior, minorque requiritur ad eos loco movendos, impulſus. Ut igitur huic incommodo obviam eatur, muros craſſiores efficiunt, regulamque communiter afferunt, ut murorum craſſities determinetur.





Sint ergo arcus quicumque ABC, ſive integri, ſive imperfecti, circulares, aut Ellyptici, dividatur eorum circumferentia in tres partes æquales, ſitque arcus BC, tertia pars. Ducatur linea BC ulterius producenda in D, ſintque BC, CD æquales; per puncta C, & D ducantur perpendiculares CE, DF. Volunt autem craſſitiem murorum arcum continentium, eſſe æqualem lineæ ED. Quod cum ſine ratione afferatur; ſed tantum ab experientia deſumatur, exiſtimo opus eſſe diſtinctione; aliter enim impellet muros, fornix ex quadratis lapidibus conſtructus, quam ſi ex pumice, aut lateribus perficeretur. Quare in his omnibus cum cautela procedendum eſt, conſulendique in ſingulis regionibus artis periti, ii nempe qui circumſtantiarum variarum & accidentium habent diuturnam experientiam.



In multis Italiæ locis in quibus lignorum, ad contignationes copia non ſuppetit, coguntur pro laquearibus, fornices cubiculis imponere; & aliunde cum muri non multum firmi, utpote ex lateribus conſtructi, ſolent ſingulis fornicibus ferream clavem ut vocant addere: nempe virgam ferream duos digitos aut etiam tres craſſam, quæ murum utrumque pervadat, & exterius illi adduntur aliæ ferreæ virgæ, quibus continetur murus. Eidem arcui nonnunquam binæ adhibentur, una ſupra fornicem, alia verò in radice; hoc figura ſatis oſtendit.

DE LAPIDVM SECTIONE.

LIBER SECVNDVS.

De Arcubus, & fornicibus cylindricis.

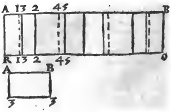
SVPERIORI libro fundamenta totius operis jecimus, quibus præſuppoſitis ad praxin deſcendendum eſt; & quia faciliores videntur arcus, aut cylindrici, aut à cylindricis non alieni, ideo ab iis initium faciendum eſt; ſub hoc nomine cylindrorum arcuum, ſeu compluviorum comprehendo Ellypticos: ſicut enim cylindrici ſatis benè intelligentur, ſi ſemicirculus ſecundùm axem centro infixus currere, & moveri cogitetur, idem de Ellypſi fingendum eſt. Sub hâc etiam nomenclatura comprehendo arcus pedum inæqualium, immò & faſcias planas, modò in longum tantùm procedant, & ſecundùm lineam rectam, ſive rectè ſive obliquè parum intereſt; unde in hoc libro, rectos & obliquos arcus, horizontales, & inclinatos explicabimus.

PROPOSITIO I.

Problema.

De Arcubus, Portis, & compluviis rectis.

Voco hîc arcum rectum, omnique obliquitate carentem, cujus omnis linea axi parallela, ad planum baſis recta eſt; voco hic baſin ſemicirculum verticalem, ſi perfectus arcus proponatur; vel ſemiellypſin pariter verticalem, ſi arcus Elumbis eſt; vel arcum quemcumque inæqualium pedum; quoties enim nulla inerit obliquitas, facilè ex ſola deſcriptione ſuperficiei traditâ ſuperiori libro, ſoliditatem eius abſolvemus. Sit ergo propoſitus arcus rectus ſupra lineam AB deſcribendus, vel potius ſit eius ichnographia integra ABOR, ſitque diviſa linea AB (*methodo prop.8. libri ſuperioris*,) apponantur eædem cyphræ, ne toties eandem praxin repetere cogamur: quare intelligi debet ſupra lineam AB deſcriptus duplex ſemicirculus in ſuas commiſſuras diviſus, ex quibus demiſſa ſint perpendicula quæ notaverint puncta 1, 2, 4, 5, &c. Sit linea RO parallela lineæ AB; & AR denotet longitudinem arcus, ſeu craſſitiem muri in quo conſtruitur talis arcus; ſi longior eſſet, major etiam eſſet linea AR: per ſingula diviſionum puncta ducantur perpendiculares. Vocabimus arcum primigenium illum, qui lineæ AB inſiſtere di-



citur. Dico ergo facilè ex arcu primigenio, nos totum opus abſoluturos. Nam exemplar frontis ſingulorum lapidum, habetur in arcu primigenio; quare in lapide, ſecundùm exemplar frontis ſuperficies una aptetur, habebuntur quo lineæ commiſſurarum; ſuperficies autem commiſſuræ eſt recta ad ſuperficiem frontis; unde ſola ſquadrâ inducetur ſuperficies utriuſque commiſſuræ. Si quis tamen vellet exemplar ſuperficiei commiſſuræ, deberet rectangulum conſtruere cujus unum latus æquale eſſet lineæ AR, aliud verò æquale lineæ R 3, quæ eſt diſtantia circuli interioris ab exteriori: exemplar concavitatis habebit

bebit pro uno larete, eandem lineam AR, & pro alio unam ex ſubtenſis arcûs primigenij ſupra deſcripti.

Eâdem praxi utendum eſt, in deſcribendis arcubus elumbibus & depreſſis; item in arcubus pedum inæqualium, immò & in faſciis planis, quoties ſcilicet nulla alia ſubeſt irregularitas, ſed recti ſunt hujuſmodi arcus. Utendum enim eſt tantummodo exemplaribus frontis, ad deſignandum frontem cujuſlibet lapidis, cætera perficientur ope Gnomonis, ſeu ſquadræ.

Notandum tamen eſt in arcubus elumbibus, idem exemplar non poſſe eſſe utile ad deſignandos omnes lapides, ſicut in circularibus: pariter in arcubus pedum inæqualium conſtantibus, duobus quadrantibus inæqualium circulorum, quamdiu verſamur in uno quadrante tamdiu utendum eſt exemplari eruto ab eo circulo, in alio quadrante altero pariter utendum eſt.

Totam hanc praxin ita claram exiſtimo, ut alia demonſtratione opus non eſſe cenſeam.

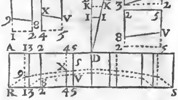
PROPOSITIO II.

Problema.

Arcum ſimplicem, elumbem, aut pedum inæqualium, in pariete in pternam projecto, efformare.

Sit paries cujus craſſities ſenſim ex una parte decreſcat, quod voco in pternam projici, ſitque arcus ſimplex, hoc eſt circularis, aut Elumbis, aut pedum inæqualium in eo pariete efformandus, ſine alia irregularitate; quòd ut intelligatur, concipe ſemicylindro horizontaliter diſpoſito occurrere parietem, cujus craſſities ſenſim decreſcat. Sit ergo primò circularis arcus in eo pariete efformandus, repetatur tota figura arcûs primigenii, & ex ea deſumatur diameter AB cum

His obiter notandum, conferi debere eandem litterā, aut cyphram utrique termino ejuſdem tranſverſalis in figurâ fuiſſe appoſitā: quod ſimel monniſſe ſufficiat.



ſuis diviſionibus; item ſemidiameter verticalis DO, cum ſuis item diviſionibus; tum ducatur linea DP, quæ ſit inclinstio tali, ſeu pternæ; hoc eſt murus in ſuperiori parte nempe in O, decreverit lineâ OP, hoc aſt versùs incumbam, ſeu initium arcûs; ſeu in D murus habeat craſſitiem AR, in ſummitate craſſities decreverit linea OP; ſitque ille deffectus versùs partes A; ducantur lineæ II, KK, LL, MM, NN, OP. dico in punctis H & E arcûs primigenii jam murum decreviſſe ſecundùm lineam I, I, in punctis F & G ejuſdem primigenii arcûs, murum decreviſſe ſecundùm lineam LL; intuere figuram propoſitionis 8 libri primi. Quare cùm ex E deſcendat perpendiculum E 2, & linea 22 ſi murus non decreſceret eſſet ichnographia lineæ commiſſuræ parallelæ axi, abſcinde ex linea 22, lineam 28 æqualem lineæ 11; & hoc utrinque: ex lineis II, lineam æqualem rectæ KK; & ita de cæteris, habebunturque ichnographiæ decurtatæ propter muri imminutionem: poteris eas conjungere duabus lineis curvis, quarum una pertineat ad interiorem circulum, alia ad exteriorem. Primò exemplaria commiſſurarum horizontalium non mutantur, quia adhuc murus non decrevit, ſuntque AR 33: deſideretur exemplar commiſſuræ E, cujus ichnographiæ ſunt 1, & 2; ſeparatim ducantur lineæ II 22, diſtantes inter ſe quantum diſtat arcûs primigenii circulus interior ab exteriori; hoc eſt, ſecundùm lineam A 3, & ex linea 22 abſcindatur 28, & ex 11, 18 erit trapezium reliquum exemplar commiſſuræ E, aut H; pro commiſſuris F & G, aſſumendæ ſunt lineæ 44, 55, & abſcindendum ex iis quod neceſſarium eſt; debet autem linea 45 eſſe æqualis lineæ A 3.

Exemplaria concavitatis ita fient: quæratur primò exemplar concavitatis 3E, quia in puncto 3 non decrevit murus; linea 33, repetatur integra, ſitque linea 32 æqualis lineæ 3E; ponatur autem linea 22 non integra ſed decurtata ſecundùm imminutionem inventam pro exemplari concavitatis EF primigenii arcûs Ponantur pro punctis E & F, eorum ichnographiæ 22, 25, ſed decurtatæ; ſitque linea 25 æqualis ſubtenſæ EF. Ita fient omnia exemplaria. Conſule figuram propoſitionis 8.

Si quis vellet exemplaria frontis; certum eſt pro ſuperficie reſpondente lineæ AB, quia ex ea parte murus integer eſt, certum eſt (inquam) nihil immutari ex primigenio arcu; ſi quis autem vellet exemplaria frontis pro ſuperficie inclinata reſpondente lineæ RS, deberet ſupra diviſiones lineæ RS, (quæ eædem ſunt cum diviſionibus lineæ AB, excitari perpendiculares paulò majores perpendicularibus arcûs primigenii, nempe pro perpendiculari DO, excitanda eſſet æqualis lineæ DP, & ita de reliquis, ſumendæ eſſent earum longitudines in linea inclinata DP.

Demonſtratio tota petitur, ex eo quòd murus decreſcat prout aſſurgit, ita ut in partibus ſuperioribus magis decreſcat, quare lineæ quæcumque parallelæ axi ſunt minores, quò ſunt altiores; quare benè inventa ſunt decrementa talium linearum, quæ notata ſunt in ſuis ichnographiis.

Exemplaria item frontis inclinatæ bene inventa ſunt, quia perpendiculares ſupra lineam RS ductæ debent poſtea inclinari ſecundùm muri inclinationem; ergo debent eſſe paulò longiores, ut attingant circumferentiam cylindri tecti.

His omnibus paratis rurſus indico modum lapides concinnandi. Primò applicari poteſt ex una parte exemplar frontis, non inclinatæ, tum lævigatâ ut par eſt, & complanatâ eâ ſuperficie, ſquadrâ, inducendæ ſunt ſuperficies commiſſurarum, quibus applicabuntur exemplaria convenientia, neque opus video exemplaribus concavitatis.

Hæc

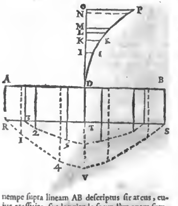
Hæc methodus valet etiam pro arcubus elumbibus, & depreſſis; ſi arcum elumbem ſumas pro primigenio, ducaſque ad diametrum horizontalem perpendicula; item ex ſingulis commiſſurarum punctis, tàm interioribus, quàm exterioribus, ducaſque pariter lineas horizontales ad ſemidiametrum verticalem; cætera abſolventur ut in hoc exemplo. Immò arcus inæqualium pedum ſimiliter abſolvi poterit in muro in pternam projecto, ſi perpendicula demittantur, uſque ad lineam horizontalem infimam, ſubjectam toti operi. Omnia pariter polygona & æqua, ſeu plana faſcia, in muro decreſcente eâdem methodo abſolvi poterunt.

PROPOSITIO III.

Problema.

Arcus ſimplex, arcus Elumbis, & arcus pedum inæqualium, compluvium perſtringentes.

Arcum ex una parte ſimplicem deſcribo, qui ita in compluvium deſinit, ut lapides unam faciem in arcu habeant, aliam verò in compluvio;



nempe ſupra lineam AB deſcriptus ſit arcus, cujus craſſities, ſeu longitudo ſecundùm axem ſumpta ſit ſecundùm lineam DT, at verò compluvium in quod deſinit, ſit aliter diſpoſitum, nempe axis eius ſit parallelus lineæ AB. Quia ergo compluvium in arcum efformatur in partibus ſuperioribus recedet à linea RS, ſeu à plano verticali ſupra lineam RS erecto, arcus igitur quem deſcribemus extendi debet donec attingat flexuram compluvii. Repetatur ſicut priùs linea AB cum ſuis diviſionibus, & cyphris, item linea DO cum ſuis item diviſionibus & cyphris, repetatur item ichnographia totius arcus, quæ clauderetur lineis AB, RS, niſi arcus extendi deberet, uſque ad compluvium, quod perſtringit; linea DO, intelligatur pro muro excitato ſupra lineam RS. Ducaturque arcus DP repræſentans partem aliquam compluvii, tum ex ſingulis diviſionibus lineæ DO, ducantur lineæ parallelæ, ipſi AB, uſque ad arcum DP, augeantur ſingulæ lineæ ichnographicæ, longitudine tranſverſalis ſibi correſpondentis; verbi gratia linea DT, ichnographia commiſſuræ per punctum O tranſeuntis, augeatur linea TV quæ ſit æqualis lineæ OP: ratio clara eſt, quia compluvium excitatum ſupra lineam RS ſinuatur, & ab ea recedit, eo modo quo ſinuatur arcus DP; igitur ut commiſſura DT, illud attingat, debet produci ſecundùm lineam OP; ita lineæ 4, debet addi linea æqualis lineæ N; & ita de reliquis. Si puncta extrema conjungas lineis curvis fiet nonnunquam ferè circularis linea.

Ad formanda omnia exemplaria; notandum eſt quia arcus noſter ſecundum lineam AB rectus eſt, ideo omnia exemplaria unâ extremitate eſſe rectangula, quamvis aliâ deſinant in trapezium; habentur autem omnia exemplaria frontis AB in arcu ſimplici recto propoſitionis 8 libri ſuperioris, & in eo habentur omnes inclinationes planorum concavitatis, cum planis commiſſurarum; eſt enim arcus rectus, ſed exemplaria tam concavitatis, quàm commiſſurarum fiunt longiora.

Ita autem habebuntur. Exemplar commiſſuræ horizontalis erit rectangulum A 3, exemplar reſpondens commiſſuræ E arcus recti, rectangulum eſt una ſui parte, haberque pro baſi lineam æqualem lineæ A3, & latera 11, 22. ſequentis commiſſuræ F exemplar eandem baſin haber, & pro lateribus lineas 44, 55; eadem exemplaria valent pro alia parte.

Exemplaria concavitatis 3 E arcus recti, pro baſi habet ſubtenſam 3 E, latera lineæ 33, 22, ſequentis concavitatis EF, baſis erit ſubtenſa EF & latera perpendiculariter excitata erunt lineæ 22, 44.

Opus non erit alterius frontis exemplar deſcribere; qui tamen illud deſideraret, aſſumeret ſeparatim lineam RS cum ſuis diviſionibus. Supra quas excitaret perpendiculares; hoc modo ſupra diviſionem reſpondentem numero 2 excitaretur perpendicularis æqualis non lineæ *DI*, ſed arcui DI; ſupra diviſionem *I* excitaretur perpendicularis æqualis arcui DK; & ita de cæteris; deberet autem totus deſcribi in materia flexibili, ita ut eius diameter applicaretur lineæ RS, totuſque arcus ſuperficiei compluvii.

Non diſſimili ratione formaretur arcus Elumbis; nempe ſi pro primigenio arcu, uteremur arcu elumbi, diviſo in ſuas partes; ductiſque perpendiculis in eius diametrum, diviſiones transferremus in lineam AB, cætera eodem modo peraguntur. Arcus pedum inæqualium pariter formaretur, ſi diviſiones baſis ejus horizontalis tranſferremus in lineam AB.

PROPOSITIO IV.

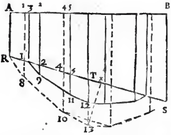
Problema.

Arcus ſimplex, elumbis & pedum inæqualium recti, ex una parte, & obliqui ex alia, iidem item arcus perſtringentes obliquè compluvium.

Sit murus inæqualis craſſitiei AB SR in quo efformandus ſit arcus, rectus quidem ſecundùm ſuperficiem AB, qui ſi continuetur rectà, uſque ad ſuperficiem RS, obliquè ab ea ſecabitur, fietque ſectio obliqua, ſeu frons ejus RS obliqua; ideoque poterit dici hic arcus, licèt in ſe verè rectus

ſeu

ſeu pars cylindri recti, poterit dici quoad frontem RS, frontis obliquæ.



Primò omnia exemplaria frontis AB habentur in arcu primigenio, ſive is ſit ſimplex, ſive elumbis, ſive pedum inæqualium.

Exemplaria commiſſurarum ita habentur, baſis omnium æqualis eſt lineæ A 3, quia latera angulum rectum comprehendunt. Pro commiſſura E arcus primigenii utendum eſt lateribus 11, 22. pro commiſſura F lateribus 44, 55. pro commiſſura G, aliis longioribus lateribus 44, 55. pro commiſſura H aliis adhuc longioribus 22, 11.

Exemplaria concavitatis ſunt item rectangula in baſi; baſis autem concavitatis 3 E arcus primigenii erit ſubtenſa 3 E; latera 33, 22 breviora 3, concavitatis EF, baſis erit eadem EF, latera 22, 55 & ita de reliquis.

Si quis vellet exemplaria frontis RS, deberet ſupra diviſiones lineæ RS excitare perpendiculares, æquales perpendicularibus arcus primigenii: quia ſupponimus eſſe cylindrum, cujus axis eſt æquidiſtans horizonti. In arcu primigenio habentur omnes anguli inclinationum in ſingulis lapidibus.

Ut iidem arcus perſtringant compluvium obliquè, cogitetur linea R S eſſe latus compluvii recti; ſit autem compluvium, exceptâ eâ obliquitate diſpoſitum ſicut in figura. Producantur ichnographiæ commiſſurarum quantùm opus fuerit, verbi gratiâ producatur linea 15, itaque aptetur linea æqualis ipſi OP figuræ præcedentis, ut ſit perpendicularis ad RS, & attingat lineam 12 productam; talis erit linea 13, quæ eſt æqualis lineæ OP, & eſt perpendicularis ad R S: ita aptentur perpendiculariter cæteræ, nempe N N, M M, L L, K K, I I, ſingulæ in ſuis ichnographiis: ducanturque lineæ conjungentes earum extremitates; habebitur ichnographia arcûs perſtringentis obliquè compluvium. Ratio autem cur linea OP cæteræque ponantur perpendiculariter ad lineam RS, eſt quia hæ lineæ ſunt receſſus compluvii à plano verticali ſecundùm lineam perpendicularem ſumptus, in elevatione cujuſcumque perpendicularis DI, DK, DO, cæteriſque; ergo etiam in ichnographia perpendiculariter diſponi debet.

Exemplaria frontis A B habentur in arcu primigenio.

Exemplaria commiſſurarum ſunt rectangula, ſecundùm ſuperficiem AB; exemplar commiſſuræ E, in figura arcûs primigenii habebit pro baſi lineam, A 3, ſeu illi æqualem, pro lateribus lineas 1, 8, 3, 9. commiſſura F baſin habebit A 3, latera 2, 9; 5, 11; & ita de reliquis.

Eadem latera formabunt exemplaria concavitatis, aſſumptis ſubtenſis pro baſibus, & otendo iiſdem lateribus.

Si deſiderarentur exemplaria frontis ſupra lineam R S, excitandæ eſſent perpendiculares, æquales arcubus propoſitionis præcedentis: ſed non ponendo ut prius, in diviſionibus factis à lineis 22, 44, 55, & cæteris, ſed in punctis in quæ cadunt perpendiculares. Verbi gratia in puncto X eſſet excitanda perpendicularis æqualis arcui D P & ita aliis; ſed ſine his exemplaribus poterit totum negotium abſolvi: quia in arcu primigenio habentur omnes anguli inclinationum planorum.

PROPOSITIO V.

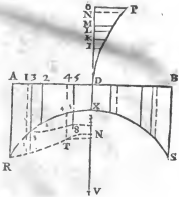
Problema.

Arcus ſimplex, Elumbis, & pedum inæqualium ex una parte recti, perſtringentes Turrim rotundam, item iidem perſtringentes fornicem ſphaericam.

Sint pariter iidem arcus recti quidem ſecundùm lineam A B, ſed producti primò uſque ad concavitatem turris rotundæ RS. Transferatur in lineam A B diviſio diametri arcûs primigenii, ſeu propoſitionis 8. libri præcedentis, & per eas ducantur lineæ perpendiculares pertingentes uſque ad concavitatem turris; dico haberi ea omnia quæ requiruntur ad formanda exemplaria.

Primò exemplaria frontis rectæ AB, habentur in arcu primigenio, ſive is fuerit circularis ſimplex, ſive elumbis, aut pedum inæqualium; eodem enim modo praxis procedet.

Exemplaria commiſſurarum facilè habebuntur ut prius; commiſſura incumbæ erit A 33 R,



exemplar commiſſuræ E arcûs primigenii, pro baſi habebit lineam A 3, pro lateribus lineas 11, 22, quæ cum baſi angulum rectum comprehendant: commiſſura F habet eamdem baſin, &

pro lateribus lineas 44, 55, & ita de reliquis ſi plures nempe exiſtant.

Exemplaria concavitatis ſimili meth do formabuntur; nempe baſis erit ſubtenſa 3E, latera 33, 22, quæ cum ea angulum rectum comprehendant. Secundæ concavitatis E F, baſis erit ſubtcuſa E F, latera 22, 55; & ita de reliquis.

Si quis vellet exemplaria frontis concavæ RS, deberet lineam R S extendere in lineam rectam cum ſuis diviſionibus, in quibus excitarentur perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii, quicumque ille ſit, abſolveturque arcus, qui videbitur Ellypticus; debet autem deſcribi in materia flexibili, quæ aptari poſſit curvitati turris.

Si circulo R S intelligeretur imponi ſphærica teſtudo, in quam incurrere poſſet arcus noſter, eamque perſtringere, deberet excitari ex more perpendicularis DO, & arcus DP deſcribi, nempe ſegmentum maximi circuli illius ſphæræ; qui diverſimodè deſcribi poterit, prout arcus propoſitus diverſimodè incurret in teſtudinem noſtram. Ducatur tranſverſalis O P; lineæ NN ita aptentur lineæ 44, incipiendo à circumferentia circuli maximi ut ad eam ſit perpendicularis, ſeu tendat ad centrum; hoc eſt linea Tz, quæ producta tendit ad centrum V, æqualis ſit lineæ NN; ita aptabis ſingulas tranſverſales lineis perpendicularibus, quibus reſpondent; & ita habebis latera omnium exemplarium, tam commiſſurarum, quàm concavitatis. Quæ exemplaria fiant eodem modo, quo in ſuperioribus exemplis; habebunt enim hæc exemplaria pro baſi, vel ſubtenſis arcûs primigenii, ſi ſint exemplaria concavitatis; vel lineam A3, ſi ſint exemplaria commiſſurarum; pro lateribus aſſumentur linea 4 T, & aliæ uſque ad punctum in iis ultimo loco notatum. Sunt item omnia exemplaria rectangula ex una parte, cum ſupponatur arcus rectus eſſe ſecundùm lineam AB.

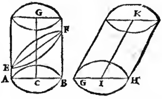
Si quis deſideraret exemplaria frontis concavæ R S, extendi deberet in longum circumferentia RS; & in punctis, in eâ ultimo notatis, quale eſt punctum X; excitandi eſſent arcus circuli maximi & æquales arcubus DI, DK, cæteriſque; tum per extremitates illorum arcuum ducenda linea curva duplex, quæ daret omnia exemplaria frontis concavæ. Ratio hujus rei eſt quia ſi per punctum X & alia ſimilia intelligantur circuli maximi, convenientes in polo, illi omnes occurrent lineis commiſſurarum arcûs deſcripti, & ſinguli dabunt arcus æquales arcubus DI, DK, DL, cæteriſque. Hi autem circuli angulum rectum faciunt, & ducendi eſſent eo modo, quo in plano aptantur plurimi circuli ut ſphæram componant. Quia tamen ſine talibus exemplaribus res perfici poteſt, & res eſt alioquin ſatis intricata, non immoror diutiùs. Eâdem methodo arcum rectum formare poſſumus, qui perſtringat turrim rotundam; cujus murus interior in pyramidem decreſcat; ſi loco arcus DP duceremus lineam inclinationis muri, cætera eodem modo fierent.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Arcus circularis, Elumbis aut pedum inæqualium utrinſque frontis obliqua.

Ut meliùs intelligatur obliquitas, quæ in arcubus inveniri poteſt, explicanda eſt natura cylindrorum; quorum aliqui ex natura ſua obliqui ſunt, alii verò, licèt ex ſe recti ſint, ſecantur tamen obliquè, ſectioneſque exhibent Ellypticas, ſi cylindri circulares ſint; volo enim dari cylindros etiam Ellypticos rectos, item & pedum inæqualium. Cogitetur enim circulus A B in



cujus centro C infigatur axis ad planum AB rectus, perficiaturque cylindrus ductis lateribus parallelis axi, is cylindrus rectus erit; poterit tamen ſecari obliquè plano EF; qui hoc modo recti ſunt & obliquè ſecantur, dicuntur obliqui in fronte *biais par teſte.* Sit item circulus GH cui obliquè inſiſtat axis I K, perficiaturque cylindrus; is dicetur ſimpliciter obliquus. Arcus qui ex ſe rectus eſt, obliquè tamen ſecatur, convenientior eſt, quia concavitatem habet meliùs efformatam. Sicut autem dedimus cylindrum rectum, cujus baſis AB circulus eſt; ita etiam cogitari poteſt cylindrus Ellypticus; ſi nempe pro circulo A B, cogitaretur Ellypſis in cujus medio axis, deinde ejus ſuperficies aſſurgeret undique axi parallela. Idem dico de cylindro cujus baſis ſit arcus pedum inæqualium.

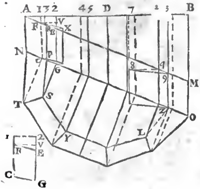
His poſitis facilè intelligetur ſenſus tituli hujus propoſitionis. Volumus enim formare cylindrum rectum in ſe, qui cum ſecetur obliquè, ab utraque ſuperficie muri in quo ſupponitur, utramque frontem obliquam hſbet. In ſequentibus propoſitionibus talem cylindrum cogitabimus, qui incurrat in murum obliquum, vel in duos parietes angulum comprehendentes, in turrim rotundam, directè vel obliquè oppoſitam; formabiturque primò arcus obliquæ frontis, *biais par teſtes*; arcus ſeu porta in angulo; porta in turri rotunda, directè, vel obliquè oppoſita; ſive parietum ſuperficies verticalis fuerit, ſive in talum projecta ſit; incipiamus ab arcu frontis obliquæ.

Repetatur diameter horizontalis arcûs recti, ſive circularis is fuerit, ſive elumbis, aut pedum inæqualium. Sit talis diameter AB cum diviſionibus factis à perpendiculis cadentibus à ſingulis commiſſuris arcûs primigenii; per has diviſiones ducantur perpendiculares, quæ producantur quantùm opus erit, fietque area, ſeu ichnographia

arcus

arcus recti omninò. In eam aream incurrant obliquè duæ lineæ parallelæ AM, NO, quæ denotent baſin ſeu ichnographiam parietum, qui ſecant obliquè arcum.

Hæc ſufficiunt ad formanda omnia exemplaria. Primò proponantur exemplaria frontis ſu-



pra alterutram lineam, verbi gratiâ NO; (perinde enim eſt ſi parallelæ ſint) excitentur in ſingulis eius diviſionibus perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii; extremitates harum perpendicularium exhibebunt exemplaria frontis utriuſque, ſi lineæ AM, NO fuerint parallelæ. Sin minus, ſupra utramque lineam idem præſtandum erit, ut habeantur exemplaria utriuſque frontis.

Exemplaria commiſſuratum ita formantur. Primò commiſſuræ horizontalis ſeu incumbæ exemplar erit ANPR: ad ſequentem commiſſuram attendum erit lineis FC, EG; illis enim æquales ſunt lineæ commiſſuratum. Sed hæ lineæ non ſatis diſtant inter ſe; quia linea 1, 2 minor eſt linea A 3, quæ eſt diſtantia inter circulum interiorem, & exteriorem arcûs primigenii; tribus praxibus hoc exemplar formabimus, quæ ſunt praxes univerſales diligenter notandæ. Prima ſumatur ſeparatim linea 1.2, paulò major quàm linea 1.2 figuræ majoris, nempe æqualis lineæ A 3, tum ducantur perpendiculares 1 C, 2 G, æquales ſuis correſpondentibus; & pariter 1 F, 2 E; habebitur pro exemplari primæ commiſſuræ parallelogrammum FG; invenieturque linea FE æqualis lineæ ST. Ratio hujus praxis eſt quod ſi intelligatur arcus incipere à linea AB, & extendi uſque ad lineam NO, erit arcus rectus perſtringens murum obliquum; pariter ſi extendatur tantum uſque ad lineam AM, erit arcus ſimiliter rectus perſtringens murum obliquum; in ſingulis autem exemplaribus ſi auferatur, id quod pertinet ad minorem arcum, reſtabit id quod comprehenditur intra duos parietes.

Secunda praxis erit ſi ducatur perpendicularis FV, nam (*per primam 1. hujus*) perpendicularis ducta ab extremitate lineæ cujus FC, eſt ichnographia, abſcindet in linea cujus EG eſt ichnographia, lineam æqualem ipſi VE; quare duca-

tur ſeparatim FC, & illi perpendicularis FV æqualis A 3, & VG parallela; abſcindatur VE æqualis ſibi correſpondenti; ita perficietur totum parallelogrammum.

Tertia praxis erit, ſi ducas perpendicularem EX, tum illi aptetur linea FX æqualis lineæ TS, quæ eſt diſtantia exterioris, & interioris arcûs; ita formabuntur cætera exemplaria, utendo lineis 4, 5 pro ſequenti.

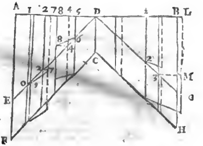
Non diſſimili ratione formantur exemplaria concavitatis ZL. Ex puncto q ducatur perpendicularis q 8, cui ex puncto 9, aptetur linea 9, 8 æqualis ſubtenſæ LZ; abſolveturque totum parallelogrammum, vel ſit linea 37 æqualis ſubtenſæ arcûs primigenii, ductáque perpendiculari 78 ulteriùs producenda, abſcindatur hæc linea 78 æqualis lineæ 2 q, & abſolvatur parallelogrammum; quæ praxes in idem recidunt; ita abſolventur omnia exemplaria. Secunda praxis procedit per compoſitionem arcûs recti perſtringentis murum obliquum.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Arcus ſimplex, Elumbis, aut pedum inæqualium in angulo.

Quotieſcumque arcus ſimplex conſtruendus eſt in angulo, neceſſariùm eſt, ut angulus minor non ſit recto, ſecundò muri habeant craſſitiem convenientem, alioquin periculum erit, ne totum opus concidat. Repetatur diameter horizontalis arcûs conſtruendi, ſitque linea



AB; muri autem in angulum coëuntes ſint EDG FCH. Producantur perpendiculares ex ſingulis diviſionibus lineæ AB, & pervadant utrumque murum, ſicque exurgit ichnographia, totius arcûs continuati, uſque ad extremitatem muri.

Exemplaria frontis habebuntur, ſi ſeparatim ſupra lineæ ED diviſiones, excites perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs primigenii, ſic enim habebis, ſemiarcum; habebis item alium ſemiarcum, ſi ſupra lineam DG idem præ-

ſtes. Nolui exhibere figuram, quia per ſe ſatis intelligitur.

Exemplaria commiſſurarum ducentur iiſdem praxibus, quas in ſuperiori propoſitione explicuimus. Fiat linea 17, æqualis lineæ A 3; tum auferatur lineâ 77, æqualis lineæ 22; ducaturque linea O 7, & perficiatur parallelogrammum; id erit exemplar commiſſuræ ſecundæ: nam prima ſeu horizontalis; erit parallelogrammum F 9. Ad tertiæ commiſſuræ exemplar, ſit linea 58 æqualis lineæ A 3, ducaturque parallela lineæ 56, ex qua abſcinde lineam 88, æqualem lineæ 44, perficiaturque parallelogrammum & habebitur exemplar tertiæ commiſſuræ.

Exemplar primæ concavitatis, ita habetur. Sit linea a E, æqualis uni ſubtenſæ arcûs primigenii, ducaturque perpendicularis LM, æqualis lineæ 33, perficiaturque parallelogrammum, habebitur exemplar concavitatis primi lapidis. Hæc praxis fundata eſt in eo quòd, ſupponitur arcus rectus ſupra lineam AB, qui intelligitur continuari uſque ad lineas DG, CH: abſcinditur autem, illius pars uſque ad lineam DG.

Anguli inclinationum planorum concavitatis commiſſurarum, habentur omnes in arcu recto, ſeu primigenio.

Si quis deſideraret ut arcus qui reſultant in lineis ED, GD eſſent perfecti, ab iis incipiendum eſſet; nempe ſeparatim ſupra lineas ED, DG deſcribendi eſſent quadrantes, dividendi in quotcumque lapides; tum ex ſingulis diviſionibus ducenda eſſent perpendicula, & ex diviſionibus ducendæ lineæ parallelæ lineæ AF, quæ dividerent lineam AB paulò aliter quam diviſa ſit modò. Supra ſingula diviſionum puncta excitarentur perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs, ſupra ED, DG deſcripti; ſicut enim ex arcu recto ſupra AB deſcripto, eruimus arcum obliquum ſupra ED, GD, deſcribendum; ita etiam ex quocumque arcu ſupra ED, DG, deſcripto, eruimus arcum rectum ſupra AB deſcribendum.

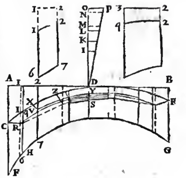
PROPOSITIO VIII.

Problema.

Arcus circularis elumbis, pedum inæqualium in turri rotunda, cujus murus exterior in pternam aſcendit.

Sit deſcribendus arcus quicumque in turri rotunda. Repetatur diameter horizontalis arcûs recti, ſitque AB cum ſuis omnibus diviſionibus; excitetur, & ſemidiameter verticalis cum ſuis item diviſionibus, tum ſi murus verticalis non eſt, ducatur linea DP, inclinationis muri; ducantur omnes tranſverſales, continuentur item lineæ perpendiculares donec pervadant totum murum turris rotundæ.

Primò conſtruendus ſit arcus, nullâ habitâ ratione decrementi muri. Ad formanda exemplaria frontis convexæ CF; extendatur alicubi in lineam rectam circumferentia CDF, & in punctis diviſionum, factis à perpendicularibus, excitentur totidem perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii, & habebuntur omnia exemplaria frontis convexæ CDF; idem dicendum eſſet pro exemplaribus frontis concavæ FG. Sed hæc in materia flexibili deſcribenda eſſent.



Exemplaria commiſſurarum facilè ita habebuntur; commiſſuræ horizontalis exemplar, erit trapezium CFHQ; exemplar ſecundæ commiſſuræ fiat eodem modo, ac ſi fieret exemplar pro arcu recto perſtringente concavitatem FG. Tum ex ſingulis exemplaribus aliquid detrahes, nempe pro ſecunda commiſſura, abſcindes 11, 22, ſeu in figura ſeparata fiat linea 12 æqualis lineæ A 3, diſtantiæ circuli exterioris ab interiori: tum excitentur lineæ perpendiculares æquales perpendicularibus magnæ figuræ; ex quibus detrahes lineas 11, 22, & abſolutum erit exemplar ſecundæ commiſſuræ.

Eodem modo fient exemplaria concavitatis pro baſi, ſumendo ſubtenſas arcûs primigenii, qui ſemper intelligitur deſcriptus eſſe ſupra lineam AB. Ut ſi ſeparatim ducatur linea 32, æqualis ſubtenſæ 3 E arcus primigenii; excitenturque duæ perpendiculares deſumptæ ex figurâ; tum ab iis abſcindas lineas 3q, 22, abſolutum erit exemplar, modò lineæ extremæ nempe q 2 ſint nonnihil incurvæ; unde multi, ex mediis concavitatibus demittunt perpendicula, ut exactiùs habeatur curva linea q 2, idem dicito de oppoſita.

Si murus exterior CDF, in pternam projectus ſit; lineæ OP, NN, MM, transferantur in lineam DS, incipiendo ſemper à puncto D; ita ut DS æqualis ſit lineæ OP. Tum poſito pede circini in centro turris, & alio pede circini extenſo uſque ad diviſiones lineæ DS, deſcripti arcubus, transferes eas diviſiones in perpendiculares, ſibi reſpondentes, eaſque nonnihil decurtabis; verbi gratia linea 2 V ſit decurtata uſque ad V; denique duces lineas per hujuſmodi puncta, qualis eſt linea VX.

Ut habeantur exemplaria frontis ſupra diviſiones circumferentiæ CDF ultimò factas, nempe puncta X, Z, cæteraque, excitandæ eſſent perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii, & habebuntur exemplaria frontis; ſi nempe priùs circumferentia CDF extenſa fuerit in lineam rectam. Ut verum tamen fatear erit aliquis error, eò quòd turris abeat in conum, & ut duceretur baſis coni, invenienda eſſet longitudo coni, ubi nempe ſuperficies deſineret in apicem. Sed hæc nimis minuta ſunt.

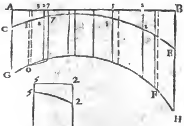
Exempla

Exemplaria cætera' eodem modo fiunt quo priùs, ſed paulò plus ex lineis perpendicularibus reſecandum eſt; v.g. priùs reſecuimus lineam 22: at verò eò quòd decreverit paries, reſecabimus lineam 225; & ita in aliis ſemper auferre debemus uſque ad punctum in lineis perpendicularibus invennim ultimò; nempe per lineas tranſverſales OP, NN, &c. quæ oſtendunt quantum in ſingulis altitudinibus decreverit turris.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Arcum circularem, elumbem, & pedum inæqualium, in turri rotunda obliquè efformare.



Supponatur ſemper arcus ſupra lineam AB deſcriptus, ex cujus commiſſuris demiſſa ſint more conſueto perpendicula, quæ continuentur donec pervadant murum turris rotundæ, obliquè poſitum.

Ut habeantur exemplaria frontis convexæ I E, extendatur circumferentia I E in lineam rectam, cum ſuis omnibus diviſionibus, in quibus excitabuntur perpendiculares, ſingulæ æquales perpendicularibus ſibi correſpondentibus in arcu primigenio, & per extremitates earum ducatur linea curva; hæc dabit exemplaria omnia frontis convexæ I E. Debent tamen ſaltem ſingula in materia flexibili delineari, ut aptari poſſint convexitati turris.

Exemplaria commiſſurarum fiant more conſueto, exemplar commiſſuræ horizontalis erit ex una parte trapezium mixtum C10, ex alia trapezium E F. Exemplar ſecundæ commiſſuræ ita formatur: Sit linea 17, æqualis lineæ A3, ductaque perpendiculari 75; ab ea abſcindatur linea 77 æqualis lineæ 22, ſitque linea 17 nonnihil inflexa; idem fiat in parte inferiori, & habebis exemplar ſecundæ commiſſuræ. Idem ex alia parte facies.

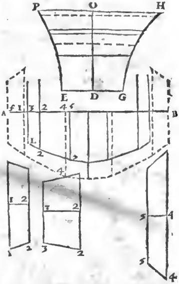
Exemplaria concavitatis ita formantur. Sit verbi gratia formandum exemplar ſecundæ concavitatis, reſpondens concavitati HG arcûs primigenii; ſumendæ ſunt perpendiculares 2. 5. Sit ergo linea recta 52 ſeparatim ducta, æqualis ſubtenſæ HG arcûs primigenii, excitenturque perpendiculares æquales ſibi correſpondentibus in figura majori, ex iis reſecentur lineæ 25, 22, æquales ſibi correſpondentibus, & perfectum erit exemplar, ſi tamen extrema puncta conjungas lineâ curva.

Potuiſti animadvertere in his omnibus exemplis ſupponi arcum rectum, ſuper lineam AB excitatum, qui continuetur quantum opus erit, à quo deinde reſecentur partes inutiles ad opus ſuſceptum. Unde præcipuæ eius menſuræ, ab eo arcu primigenio deſumendæ ſunt, quem tamen non repetii, ne figuras tot lineis confunderem. Quare characteres lineæ AB repeti debent ex figura propoſitionis 8 libri præcedentis, obliquitas quæ in propoſitis exemplis accidit, non eſt in arcu, ſed in muris arcum obliquè ſecantibus; tota igitur obliquitas in frontes refunditur. Quare ſi muro verbi gratiâ turris, conjunctum eſſet compluvium, aut ſphærica teſtudo, facilè ex ſuperioribus arcum formaremus ad ea omnia extenſum, ſeu ea perſtringentem.

PROPOSITIO X.

Problema.

Arcus rectus circularis, Elumbis, aut pedum inæqualium inter duo compluvia.



Sint duo compluvia LP, GH; ſitque intervallum inter illa quale figura exprimit, quod dividatur bifariam perpendiculari DO; ſitque arcus conſtruendus quicumque, cujus diameter horizontalis A B, ſupra quam intelligatur deſcriptus & diviſus, arcus primigenius. Item ex ſingulis commiſſuris cadant perpendicula; item linea DO æqualis ſit ſemidiametro verticali, quæ dividatur eo modo quo eſt diviſa in arcu primigenio propoſitionis 8, præcedentis libri; ducanturque per ſingulas diviſiones, lineæ horizonti parallelæ. Denique ſupra diviſiones lineæ AB excitentur perpendiculares, hine inde

ſingulæ æquales ſuis correſpondentibus, in figura ſuperiori; & abſoluta erit figura ex qua omnia eruemus exemplaria. Arcus rectus habetur, qui nempe deſcriptus intelligitur ſupra lineam AB, & is continet inclinationes planorum exemplarium commiſſurarum, cum exemplaribus concavitatis.

Ut deſcribantur exemplaria frontis, (nam arcus ſupra AB deſcriptus fictitiæ frontis rationem habet, cum ſit in medio opere) debebunt ſupra diviſiones lineæ AB, excitari perpendiculares majores perpendicularibus arcus primigenii; hoc eſt æquales ſingulis arcubus in GH contentis. Ratio clara eſt, quia frons utraque curva eſt, ejuſque omnia perpendicula in arcus flectentur.

Ut habeantur exemplaria commiſſurarum, primò rectangulum AL eſt exemplar commiſſuræ horizontalis, quia in horizonte non crevit adhuc ſpatium ex receſſu compluviorum. Exemplar ſecundæ commiſſuræ ita fiet, ſeparatim ſit linea 12 æqualis lineæ A 3, (nempe diſtantiæ circuli primigenii exterioris, ab interiori) transferanturque lineæ 11, 22, utrinque perpendiculariter. Pariter ſit linea 45 æqualis linea A 3, transferanturque hinc inde perpendiculariter lineæ 44, 55.

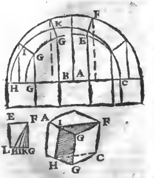
Pro exemplaribus concavitatis; ſit linea 32 æqualis ſubtenſæ arcûs primigenii, transferanturque hinc inde perpendiculariter lineæ 33. 22, ita fient reliqua exemplaria. Ratio iſtius praxis eſt quod conjungantur in lineam AB, duo arcus recti perſtringentes compluvium; ideoque praxes traditæ hinc inde duplicandæ ſunt.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Cornu Bovinum, ex una tantum parte.

Cornu Bovinum duobus modis peragitur. Primò ſupponitur arcus quicumque rectus, ſive circularis ſit, ſive Elumbis, aut pedum inæqualium omninò perfectus; cui ex unâ tantum parta tribuitur obliquitas, quæ totum arcum pervadat. Secundò ſupponitur idem arcus perfectus,



dsturque obliquitas ex utraque parte, ſed quæ mediam craſſitiem arcûs non excedat. Hic dsbimus primum modum. Sit ergo centro A deſcriptus arcus rectus & perfectus, in ſuos lapides diviſus, à quibus cadant perpendicula in diametrum horizontalem; ex alio centro B, intervallo BC, deſcribatur alius circulus denotans obliquitatem, quæ tribui debet huic arcui. Plurimi ſolent per quadrationem ut vocant (*par Eſquarriſſement*) totum opus abſolvere; ſed etiam methodo communi, & per exemplaria illud exequemur.

Exemplaria frontis adverſæ, & intactæ, nam ex una parte ſupponitur arcus intactus, habentur ex ſimplici deſcriptione arcûs, ſecundùm methodum communem. Exemplaria frontis imminutæ, habentur in figura; oſtendit enim ſecundus circulus, quid auferendum ſit ex ſingulis exemplaribus frontis imminutæ.

Exemplaria commiſſurarum ita habentur. Sit linea EF, æqualis uni commiſſuræ; ſit item FG æqualis craſſitiei muri; omnia exemplaria commiſſurarum eſſent æqualia rectangulo EG, niſi aliquid ex ſingulis reſecandum eſſet. Abſcindatur GH, æqualis ſibi correſpondenti, in magna figura, eritque trapezium EFHL exemplar primæ commiſſuræ; EFIL exemplar ſecundæ; & ita de cæteris.

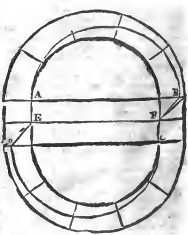
Exemplaria concavitatis non ſont neceſſaria, cum ſine illis perfici poſſit totum opus. Nam exæquatâ primâ ſuperficie, extenditur ſupra illam exemplar frontis integræ; deinde ope ſquadræ inducuntur ſuperficies commiſſurarum, ſupra quas applicantur exemplaria propris.

Per quadrationem facillimè perficietur totum opus; ſit enim lapis AC, formatus pro arcu ſimplici; abſcindantur GH, GI deſumptæ ex figura; ducantur lineæ IF, HC, auferaturque cuneua IFCHI, & paratus erit lapis; idem præſtandum eſt in aliis.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Cornu Bovinum ex utraque parte.



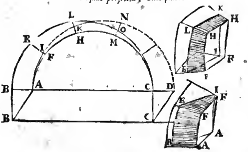
Dixi ſupra cornu Bovinum, ſi ex utraque parte

te fiat, non debere excedere medietatem craſſitici, alioquin degenerabit in aliam ſpeciem quam vocant, (*biais paſſé*) quaſi obliquum perfectum: quare ex ſuperiùs tradita praxi, facilè illud perficiemus. Sit enim ejus ichnographia ABCD diviſa per medium lineâ EF, obliquitas in unâ medietate, eſt ad lævam, in alia ad dexteram; praxis eadem quæ ſuperioris propoſitionis: ſive fiat per exemplaria, ſive per quadrationem; in quo notandum eſt exemplaria commiſſurarum ſemiquadrangula eſſe, & ſemitrapezia: qualis eſt figura AEDC. Facilè autem habebuntur, ſi quaſi dividas arcum in duos, & exemplaria commiſſurarum utriuſque ſimul conjungas, habebuntur integra exemplaria, idem dico de exemplaribus concavitatis. Aptiùs tamen hoc opus abſolvitur per quadrationem, faciliuſque hoc modo ab artificibus intelligitur. Qui bene conceperit praxin ſuperioris propoſitionis, in hac non laborabit.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Arcus obliquus perfectus, biais paſſé.



Hæc ſpecies arcûs communiter per quadrationem ſeu ſuffarationem (*derobement*) abſolvitur, ſit ergo ichnographia arcûs deſcribendi ABCD. Ducantur duæ perpendiculares BB, CC primò intervallo AC, deſcribatur circulus, quaſi primigenius; tum diviſâ lineâ BC bifariàm deſcribatur alius arcus; item diviſâ AD bifariàm alius arcus deſcribatur: dividatur arcus AC in ſuos lapides, & ex ejus centro ducantur lineæ commiſſurarum. Debent autem intelligi tam circulus AC, quàm BC, deſcripti in parte anteriori arcûs, ſeu ſupra lineam BC, inferiorem; item alij duo arcus deſcripti, in poſtica fronte ſeu ſupra lineam AD, ideoque circulum AD punctuatim deſcripſi, ut oſtenderem eum pertinere ad partem poſticam arcus. Sit ergo primus lapis ABEF factus pro arcu recto: ex eo abſcindatur linea AB æqualis ſibi reſpondenti in magna figura; item EF, in parte ſuperiori, in parte poſtica in puncto A nihil abſcindatur; in ſuperiori parte abſcindatur FI æqualis ſibi reſpondenti; applicetur pars arcus exterioris BE, ducanturque lineæ EI, BA; auferendum erit ex lapide propoſito cuneus ABEIA.

Supponatur ſecundus lapis perfectus quaſi pro arcu recto, cujus circulus interior AFH; in parte anteriori abſcinde lineas FE, HL, æquales ſibi correſpondentibus; in parte poſtica FI, HK, applicetur que pars arcûs exterioris; ex ſecundo igitur lapide abſcindes partem FLHI.

Pro clavi ſeu umbilico in anteriori facie abſcinde LH, MO, in poſtica HK, MN: applicatâque concavitate majoris circuli, notabis partem auferendam ex clavi, quæ propterea detorta nonnihil erit; In lapidibus alterius partis eodem modo procedendum eſt.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

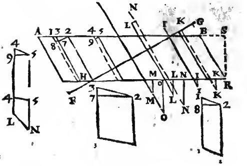
Arcum ſimplicem, elumbem, pedum inæqualium aut quemlibet alium, obliquum deſcribere.

Aliam ſpeciem arcûs obliqui aggredimur, nempe cylindri omninò obliqui.

Hoc eſt qui non tantùm ſecetur obliquè, ſed etiam in ſeipſo talem obliquitatem habeat, ut ſi ſupra lineam AB intelligatur deſcribi ſemicirculus, cujus centro, intelligatur axis obliquus, lineæ commiſſurarum concipiantur eſſe axi parallelæ, talem arcum hic deſcribimus. Quare ſupra AB ſubintelligatur deſcriptos arcus primigenius; ex cujus commiſſuris cadant perpendicula; tum ducatur axis, notans obliquitatem cylindri; huic parallelæ ſint omnes ichnographiæ; ducatur item linea FG ſecans, ad angulos rectos omnes lineas parallelas, ſeu perpendicularis ad axem.

Exemplaria frontis utriuſque habentur omnia, in arcu primigenio. Si quis deſideret arcum rectum, qui habeat omnes angulos inclinationum planorum concavitatis, cum planis commiſſurarum; ſupra diviſiones lineæ FG excitet perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenij, & per earum extremitates ducat lineam curvam, quæ erit arcus rectus, in quo habebuntur anguli inclinationum; cum ad ejus planum rectus ſit axis, & omnes lineæ parallelæ axi.

Exemplaria commiſſurarum ita deſcribentur. Primæ commiſſuræ ſeu horizontalis, exemplar habetur in ichnographia, eſtque parallelogrammum AH, exemplar ſecundæ commiſſuræ, habet latera



latera 1, 2, ſed quæ non ſatis inter ſe diſtant, quia linea 12. minor eſt linea A 3 quæ eſt diſtantia circuli exterioris, ab interiori in arcu primigenio, quare ducatur linea a8 perpendicularis ad 18, tum in charta ſeparata ducatur linea 18, æqualis lineæ 18 ichnographiæ; per punctum 8 ducatur perpendicularis 8a, apteturque linea 12 æqualis lineæ A 3, perficiaturque parallelogrammum sa2r, hoc erit exemplar ſecundæ commiſſuræ. Exemplar tertiæ quod pro lateribus babet lineas 45, ita componitur. Ductâ perpendiculari 59. ſeparatim ducatur linea 44 æqualis ſibi correſpondenti, abſcindatur 49, ducatur perpendicularis 95, cui aptetur linea 45, æqualis lineæ A 3, & perfectum erit exemplar

Exemplaria concavitatis non diſſimili ratione componentur; primum exemplar concavitatis latera habet lineas 3, 2; ducatur perpendicularis 27; ſeparatim ducatur linea 33, è qua abſcindes lineam 37, excitabiſque perpendicularem 72, denique aptabis lineam 32, æqualem uni ſubtenſæ arcûs primigenii; & abſolutum erit exemplar. Si bene operatus es, in utroque exemplo perpendicularis 72 æqualis erit uni ſubtenſæ arcus recti deſcripti ſupra lineam FG, ſicut perpendiculares 95, 82 in exemplaribus æquales ſunt diſtantiæ circuli interioris, & exterioris deſcripti ſupra lineam FG ex quo deduci poterat alia praxis.

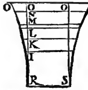
Demonſtratio (*per primam primi hujus*) perpendicularis cadens ab extremitate ichnographiæ a2, ad ichnographiam I, s, eam ſimiliter ſecat, ac ſi duceretur hæc perpendicularis in lineis, quarum ſunt ichnographiæ, quare benè in exemplaribus aſſumpſimus ejuſdem diviſiones, & per ſeptimam primi hujus abſolvimus parallelogrammum.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Arcus obliquus, circularis, elumbis, aut pedum inæqualium, inter duo compluvia: item cujus unus murus in pternam decreſcat.

Sit diſtantia perpendicularis inter duo compluvia linea RS æqualis lineæ RS ſuperioris figuræ: ſupra quam ſint deſcripti arcus compluviorum, excitentur perpendiculares RO SO, æquales ſemidiametro verticali arcûs primigenii,



& ſimiliter diviſæ, ducanturque per ſingulas diviſiones lineæ parallelæ, OO, NN, MM. Aptentur autem ſingulæ lineæ ſuis correſpondentibus in figura præcedenti, ſecundùm lineam perpendicularem ad eas augendas ut figura ſatis oſtendit: verbi gratiâ aptetur perpendicularis OO ad augendam lineam mediam LL ad producendam lineam 4, quia hoc deerat his lineis ut ad compluvium pervenirent.

Primò ſi duplex ſit compluvium id præſtandum erit ex alia parte; quibus paratis, ita habebimus exemplaria.

Primò arcus rectus idem perſeverat nempe ſupra lineam FG deſcribendus.

Exemplaria frontis in materia flexibili deſcribi debent, quæ aptari poſſit concavitati compluviorum; ita autem formabuntur ſupra lineæ RH diviſiones factas à perpendicularibus, nempe in punctis M, O, L, N, I, K, excitentur perpendiculares æquales ſegmentis arcuum compluviorum ſibi reſpondentium, ut in puncto K, excitetur perpendicularis æqualis arcui R K, in puncto I æqualis arcui R I, & ita de cæteris; tum per extremitates perpendicularium ducatur linea curva, formans arcum in quo invenies exemplaria frontis, aptanda concavitati compluviorum.

Ad formanda exemplaria commiſſurarum, utere jam factis, quaſi nulla eſſent compluvia, quibus deinde addes exceſſus inventos; ut exemplari cujus latera erant 44, 55, adde lineas 4 L, 5 N æquales ſibi correſpondentibus in magna figura, idem præſtandum eſſet, ex alia parte haberetúrque totum exemplar illius commiſſuræ. Exemplar primæ commiſſuræ, nempe horizontalis

horizontalia idem perſeverat nempe parallelogrammum AH.

Exemplaria concavitatis eodem modo perficientur, per additionem exceſſuum inventorum, vel ſi ea velis immediatè perficere, utendum eſſet ſubtenſis inventis in arcu frontis ultimo deſcripto, utendo praxi communi, nempe ducendo in prima figura, perpendicularem ab extremitate unius iehnographiæ ad aliam.

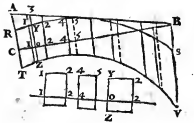
Poteramus & ea perficere per arcum rectum, utendo ſubtenſis in eo inventis; & hinc inde excitando perpendiculares, æquales iehoographiis exceſſu invenro auctis.

Si loco compluviorum occurreter murus in pternam projectus, & decreſcens, iſti exceſſus addendi non eſſent lateribus exemplarium, ſed demendi.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Arcum circularem elumbem, aut pedum inæqualium obliquum in turri rotundâ efformare.



Aliam ſpeciem deſcribimus in hâc propoſitione, quàm quæ ſuperiùs explicata eſt propoſitione 8, nam ibi propoſuimus cylindrum naturâ ſuâ rectum, quem turris rotunda obliquè ſecaret: hic verò proponimus cylindrum naturâ ſuâ obliquum. Repetatur linea AB, diameter horizontalis arcûs primigenii cum omnibus ſuis diviſionibus, per quas ducantur lineæ parallelæ axi obliquo quæ incurrant in turrim rotundam.

Ducatur linea BC, perpendicularis ad axem, & conſequenter ad omnes parallelas; ſupra puncta in quibus linea BC ſecatur à parallelis, excitentur perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs primigenii; & habebitur arcus rectus, in quo ſcilicèt inveniuntur anguli inclinationis, & commiſſurarum.

Si quis velit exemplaria frontis convexæ RS, debebit ſupra circumferentiam R S extenſam in lineam rectam, excitare perpendiculares ſingulas æquales, perpendicularibus ſibi correſpondentibus in arcu primigenio; idem dicendum eſt de fronte concavâ TV. Ratio clara eſt quia ſi ſupra lineam AB intelligatur excitatus verticaliter arcus, ex cujus commiſſuris ducantur latera axi parallela; perpendiculares ad ſubjectum planum horizontale erunt æquales, ſi ab eodem latere, ſeu linea axi & conſequenter horizonti parallelâ, demittantur. Pro exemplaribus commiſſurarum, pro ſecunda commiſſurâ ducatur ſeparatim linea 12, æqualis non lineæ A 3, diſtantiæ arcûs interioris ab exteriori, in arcu primigenio, ſed lineæ CO diſtantiæ ejuſdem in arcu recto; ductiſque perpendicularibus transferantur lineæ 11, 22: pro tertia commiſſura ſit linea 45 æqualis eidem lineæ CO, ductiſque perpendicularibus abſcindantur hinc inde perpendiculares 44, 55. æquales correſpondentibus in prima figura.

Exemplar primæ commiſſuræ, ſeu horizontalis erit figura TY.

Exemplaria concavitatis ita fient. Sit linea O2, æqualis uni ſubtenſæ arcûs recti, & ductis perpendicularibus, abſcindantur hinc inde perpendiculares æquales ſibi correſpondentibus; nempe OY, OY 22, 22: pro aliis exemplaribus utendum eâdem ſubtenſa, ſed aliis lateribus ut 22, & 55. & ita de cæteria.

Eo modo quo formavimus arcum obliquum in turri rotunda ſimplici, formari poterat in eadem turri cujus murus in pternam decreſceret, tunc enim lineæ obliquæ intra muros turris interceptæ nonnibil decurtandæ eſſent. Eâdem praxi uti poſſemus ad formandum arcum obliquum, in angulo; neque in eo formando occurrit nova difficultas.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Arcus quicumque rectà deſcendens, deſinens in compluvium.

Sequentes arcus duplici modo ſumi poſſunt, vel ita ut in ſe obliqui ſint, vel ita ut licèt in ſe recti ſint, obliquè tamen parietibus verticalibus ſecentur.

Ponamus ergo ſuperficiem muri eſſe baſin cylindri inclinati, qui conſequenter in ſe obliquus erit, & hæc erit arcus primigenius continens exemplaria frontis, qualem deſcripſimus initio hujus libri: ſit illius diameter verticalis linea DO, cùm ſuis omnibus diviſionibus, quales diximus produci à lineis horizonti parallelis; ſit axis eius linea DD, cui reliqua latera fiant parallela. Sit arcus DC, ſectio compluvii. Ex puncto D ducatur linea DE perpendicularis ad omnia latera inclinata.

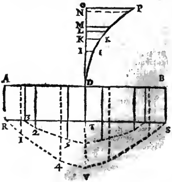
Hæc methodus valet etiam pro arcubus elumbibus, & depreſſis ; ſi arcum elumbem ſumas pro primigenio, ducaſque ad diametrum horizontalem perpendicula ; item ex ſingulis commiſſurarum punctis, tàm interioribus, quàm exterioribus, ducaſque pariter lineas horizontales ad ſemidiametrum verticalem ; cætera abſolventur ut in hoc exemplo. Immò arcus inæqualium pedum ſimiliter abſolvi poterit in muro in pternam projecto, ſi perpendicula demittantur, uſque ad lineam horizontalem infimam, ſubjectam toti operi. Omnia pariter polygona & æqua, ſeu plana faſcia, in muro decreſcente eâdem methodo abſolvi poterunt.

PROPOSITIO III.

Problema.

Arcus ſimplex, arcus Elumbis, & arcus pedum inæqualium, compluvium perſtringentes.

Arcum ex una parte ſimplicem deſcribo, qui ita in compluvium deſinit, ut lapides unam faciem in arcu habeant, aliam verò in compluvio :



nempe ſupra lineam AB deſcriptus ſit arcus, cujus craſſities, ſeu longitudo ſecundùm axem ſumpta ſit ſecundùm lineam DT, at verò compluvium in quod deſinit, ſit aliter diſpoſitum, nempe axis eius ſit parallelus lineæ AB. Quia ergo compluvium in arcum efformatur in partibus ſuperioribus recedet à linea RS, ſeu à plano verticali ſupra lineam RS erecto ; arcus igitur quem deſcribemus extendi debet donec attingat flexuram compluvii. Repetatur ſicut priùs linea AB cum ſuis diviſionibus, & cyphris, item linea DO cum ſuis item diviſionibus & cyphris, repetatur item ichnographia totius arcus, quæ clauderetur lineis AB, RS, niſi arcus extendi deberet, uſque ad compluvium, quod perſtringit ; linea DO, intelligatur pro muro excitato ſupra lineam RS. Ducaturque arcus DP repræſentans partem aliquam compluvii, tum ex ſingulis diviſionibus lineæ DO, ducantur lineæ parallelæ, ipſi AB, uſque ad arcum DP, augeantur ſingulæ lineæ ichnographicæ, longitudine tranſverſalis ſibi correſpondentis ; verbi gratia linea DT, ichnographia commiſſuræ per punctum O tranſeuntis, augeatur linea TV quæ ſit æqualis lineæ OP : ratio elata eſt, quia compluvium excitatum ſupra lineam RS ſinuatur, & ab ea recedit, eo modo quo ſinuatur arcus DP ; igitur ut commiſſura DT, illud attingat, debet produci ſecundùm lineam OP ; ita lineæ 4, debet addi linea æqualis lineæ N ; & ita de reliquis. Si puncta extrema conjungas lineis curvis fiet nonnunquam ferè circularis linea.

Ad formanda omnia exemplaria ; notandum eſt quia arcus noſter ſecundùm lineam AB rectus eſt, ideo omnia exemplaria unâ extremitate eſſe rectangula, quamvis aliâ deſinant in trapezium ; habentur autem omnia exemplaria frontis AB in arcu ſimplici recto propoſitionis 8 libri ſuperioris, & in eo habentur omnes inclinationes planorum concavitatis, cum planis commiſſurarum; eſt enim arcus rectus, ſed exemplaria tam concavitatis, quàm commiſſurarum fiunt longiora.

Ita autem habebuntur. Exemplar commiſſuræ horizontalis erit rectangulum A 3, exemplar reſpondens commiſſuræ E arcus recti, rectangulum eſt una ſui parte, habetque pro baſi lineam æqualem lineæ A3, & latera 11, 22. ſequentis commiſſuræ F exemplar eandem baſin habet, & pro lateribus lineas 44, 55 ; eadem exemplaria valent pro alia parte.

Exemplaria concavitatis 3 E arcus recti, pro baſi habet ſubtenſam 3 E, latera lineæ 33, 22, ſequentis concavitatis EF, baſis erit ſubtenſa EF & latera perpendiculariter excitata erunt lineæ 22, 44.

Opus non erit alterius frontis exemplar deſcribere ; qui tamen illud deſideraret, aſſumeret ſeparatim lineam RS cum ſuis diviſionibus. Supra quas excitaret perpendiculares ; hoc modo ſupra diviſionem reſpondentem numero 2 excitaretur perpendicularis æqualis non lineæ DI, ſed arcui DI ; ſupra diviſionem I excitaretur perpendicularis æqualis arcui DK ; & ita de cæteris ; deberet autem totus deſcribi in materia flexibili, ita ut eius diameter applicaretur lineæ RS, totuſque arcus ſuperficiei compluvii.

Non diſſimili ratione formaretur arcus Elumbis ; nempe ſi pro primigenio arcu, uteremur arcu elumbi, diviſo in ſuas partes ; ductiſque perpendiculis in eius diametrum, diviſiones transferremus in lineam AB, cætera eodem modo peragentur. Arcus pedum inæqualium pariter formaretur, ſi diviſiones baſis ejus horizontalis tranſferremus in lineam AB.

PROPOSITIO IV.

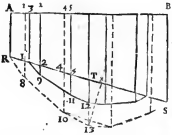
Problema.

Arcus ſimplex, elumbis & pedum inæqualium recti, ex una parte, & obliqui ex alia, iidem item arcus perſtringentes obliquè compluvium.

Sit murus inæqualis craſſitiei AB SR in quo efformandus ſit arcus, rectus quidem ſecundùm ſuperficiem AB, qui ſi continuetur rectà, uſque ad ſuperficiem RS, obliquè ab ea ſecabitur, fietque ſectio obliqua, ſeu frons ejus RS obliqua ; ideoque poterit dici hic arcus, licèt in ſe verè rectus

ſea

ſeu pars cylindri recti, poterit dici quoad frontem RS, frontis obliquæ.



Primò omnia exemplaria frontis AB habentur in arcu primigenio, ſive is ſit ſimplex, ſive elumbis, ſive pedum inæqualium.

Exemplaria commiſſurarum ita habentur, baſis omnium æqualis eſt lineæ A 3, quia latera angulum rectum comprehendunt. Pro commiſſura E arcus primigenii utendum eſt lateribus 11, 22. pro commiſſura F lateribus 44, 55. pro commiſſura G, aliis longioribus lateribus 44, 55. pro commiſſura H aliis adhuc longioribus 22, 11.

Exemplaria concavitatis ſunt item rectangula in baſi; baſis autem concavitatis 3 E arcus primigenii erit ſubtenſa 3 E; latera 33, 22 breviora 1, concavitatis EF, baſis erit eadem EF, latera 22, 55 & ita de reliquis.

Si quis vellet exemplaria frontis RS, deberet ſupra diviſiones lineæ RS excitare perpendiculares, æquales perpendicularibus arcus primigenii: quia ſupponimus eſſe cylindrum, cujus axis eſt æquidiſtans horizonti. In arcu primigenio habentur omnes anguli inclinationum in ſingulis lapidibus.

Ut iidem arcus perſtringant compluvium obliquè, cogitetur linea R S eſſe latus compluvii recti; ſit autem compluvium, exceptâ eâ obliquitate diſpoſitum ſicut in figura. Producantur ichnographiæ commiſſurarum quantùm opus fuerit, verbi gratiâ producatur linea 12, itaque aptetur linea æqualis ipſi OP figuræ præcedentis, ut ſit perpendicularis ad RS, & attingat lineam 12 productam; talis erit linea 13, quæ eſt æqualis lineæ OP, & eſt perpendicularis ad R S: ita aptentur perpendiculariter cæteræ, nempe N N, M M, L L, K K, I I, ſingulæ in ſuis ichnographiis: ducanturque lineæ conjungentes earum extremitates; habebitur ichnographia arcûs perſtringentis obliquè compluvium. Ratio autem cur linea OP cæteræque ponantur perpendiculariter ad lineam RS, eſt quia hæ lineæ ſunt receſſus compluvii à plano verticali ſecundùm lineam perpendicularem ſumptus, in elevatione cujuſcumque perpendicularis D I, D K, D O, cæteriſque; ergo etiam in ichnographia perpendiculariter diſponi debet.

Exemplaria frontis A B habentur in arcu primigenio.

Exemplaria commiſſurarum ſunt rectangula ſecundùm ſuperficiem AB; exemplar commiſſuræ E, in figura arcûs primigenii habebit pro baſi lineam, A 3, ſeu illi æqualem, pro lateribus lineas 1, 8, 2, 9. commiſſura F baſin habebit A 3, latera 2, 9; 5, 11; & ita de reliquis.

Eadem latera formabunt exemplaria concavitatis, aſſumptis ſubtenſis pro baſibus, & utendo iiſdem lateribus.

Si deſiderarentur exemplaria frontis ſupra lineam R S, excitandæ eſſent perpendiculares, æquales arcubus propoſitionis præcedentis: ſed non ponendo ut prius, in diviſionibus factis à lineis 22, 44, 55, & cæteris, ſed in punctis in quæ cadunt perpendiculares. Verbi gratia in puncto X eſſet excitanda perpendicularis æqualis arcui D P & ita aliis; ſed ſine his exemplaribus poterit totum negotium abſolvi: quia in arcu primigenio habentur omnes anguli inclinationum planorum.

PROPOSITIO V.

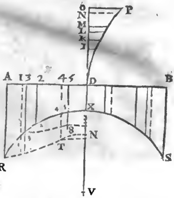
Problema.

Arcus ſimplex, Elumbis, & pedum inæqualium ex una parte recti, perſtringentes Turrim rotundam, item iidem perſtringentes fornicem ſphæricam.

Sint pariter iidem arcus recti quidem ſecundùm lineam A B, ſed producti primò uſque ad concavitatem turris rotundæ RS. Transferatur in lineam A B diviſio diametri arcûs primigenii, ſeu propoſitionis 8. libri præcedentis, & per eas ducantur lineæ perpendiculares pertingentes uſque ad concavitatem turris; dico haberi ea omnia quæ requiruntur ad formanda exemplaria.

Primò exemplaria frontis tectæ AB, habentur in arcu primigenio, ſive is fuerit circularis ſimplex, ſive elumbis, aut pedum inæqualium; eodem enim modo praxis procedet.

Exemplaria commiſſurarum facilè habebuntur ut prius; commiſſura incumbæ erit A 33 R,



exemplar commiſſuræ E arcûs primigenii, pro baſi habebit lineam A 3, pro lateribus lineas 11, 22, quæ cum baſi angulum rectum comprehendant: commiſſura F habet eamdem baſin, &

pro lateribus lineas 44, 55, & ita de reliquis ſi plures nempe exiſtant.

Exemplaria concavitatis ſimili meth do formabuntur; nempe baſis erit ſubtenſa 3E, latera 33, 22, quæ cum ea angulum rectum comprehendant. Secundæ concavitatis E F, baſis erit ſubtenſa E F, latera 22, 55, & ita de reliquis.

Si quis vellet exemplaria frontis concavæ RS, deberet lineam R S extendere in lineam rectam cum ſuis diviſionibus, in quibus excitarentur perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii, quicumque ille ſit, abſolveturque arcus, qui videbitur Ellypticus; debet autem deſcribi in materia flexibili, quæ aptari poſſit curvitati turris.

Si circulo R S intelligeretur imponi ſphærica teſtudo, in quam incurrere poſſet arcus noſter, eamque perſtringere, deberet excitari ex more perpendicularis DO, & arcus DP deſcribi, nempe ſegmentum maximi circuli illius ſphæræ; qui diverſimodè deſcribi poterit, prout arcus propoſitus diverſimodè incurret in teſtudinem noſtram. Ducatur tranſverſalis O P; linea N N ita aptetur lineæ 44, incipiendo à circumferentia circuli maximi ut ad eam ſit perpendicularis, ſeu tendat ad centrum; hoc eſt linea Tz, quæ producta tendit ad centrum V, æqualis ſit lineæ NN; ita aptabis ſingulas tranſverſales lineis perpendicularibus, quibus reſpondent; & ita habebis latera omnium exemplarium, tam commiſſurarum, quàm concavitatis. Quæ exemplaria fiant eodem modo, quo in ſuperioribus exemplis; habebunt enim hæc exemplaria pro baſi, vel ſubtenſis arcûs primigenii, ſi ſint exemplaria concavitatis; vel lineam A3, ſi ſint exemplaria commiſſurarum; pro lateribus aſſumentur linea 4 T, & aliæ uſque ad punctum in iis ultimo loco notatum. Sunt item omnia exemplaria rectangula ex una parte, cum ſupponatur arcus rectus eſſe ſecundùm lineam AB.

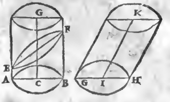
Si quis deſideraret exemplaria frontis concavæ R S, extendi deberet in longum circumferentia RS; & in punctis, in eâ ultimo notatis, quale eſt punctum X; excitandi eſſent arcus circuli maximi & æquales arcubus DI, DK, cæteriſque; tum per extremitates illorum arcuum ducenda linea curva duplex, quæ daret omnia exemplaria frontis concavæ. Ratio hujus rei eſt quia ſi per punctum X & alia ſimilia intelligantur circuli maximi, convenientes in polo, illi omnes occurrent lineis commiſſurarum arcûs deſcripti, & ſinguli dabunt arcus æquales arcubus DI, DK, DL, cæteriſque. Hi autem circuli angulum rectum faciunt, & ducendi eſſent eo modo, quo in plano aptantur plurimi circuli ut ſphæram componant. Quia tamen ſine talibus exemplaribus res perfici poteſt, & res eſt alioquin ſatis intricata, non immoror diutiùs. Eâdem methodo arcum rectum formare poſſumus, qui perſtringat turrim rotundam; cujus murus interior in pyramidem decreſcat; ſi loco arcus DP duceremus lineam inclinationis muri, cætera eodem modo fierent.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Arcus circularis, Elumbis aut pedum inæqualium utriuſque frontis obliqua.

Ut meliùs intelligatur obliquitas, quæ in arcubus inveniri poteſt; explicanda eſt natura cylindrorum; quorum aliqui ex natura ſua obliqui ſunt, alii verò, licèt ex ſe recti ſint, ſecantur tamen obliquè, ſectioneſque exhibent Ellypticas, ſi cylindri circulares ſint; volo enim dari cylindros etiam Ellypticos rectos, item & pedum inæqualium. Cogitetur enim circulus A B in



cujus centro C infigatur axis ad planum AB rectus, perficiaturque cylindrus ductis lateribus parallelis axi, is cylindrus rectus erit; poterit tamen ſecari obliquè plano EF; qui hoc modo recti ſunt & obliquè ſecantur, dicuntur obliqui in fronte *biais par teſte.* Sit item circulus GH cui obliquè inſiſtat axis I K, perficiaturque cylindrus; is dicetur ſimpliciter obliquus. Arcus qui ex ſe rectus eſt, obliquè tamen ſecatur, convenientior eſt, quia concavitatem habet meliùs efformatam. Sicut autem dedimus cylindrum rectum, cujus baſis AB circulus eſt; ita etiam cogitari poteſt cylindrus Ellypticus; ſi nempe pro circulo A B, cogitaretur Ellypſis in cujus medio axis, deinde ejus ſuperficies aſſurgeret undique axi parallela. Idem dico de cylindro cujus baſis ſit arcus pedum inæqualium.

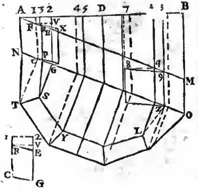
His poſitis facilè intelligetur ſenſus tituli hujus propoſitionis. Volumus enim formare cylindrum rectum in ſe, qui cum ſecetur obliquè, ab utraque ſuperficie muri in quo ſupponitur, utramque frontem obliquam habet. In ſequentibus propoſitionibus talem cylindrum cogitabimus, qui incurrat in murum obliquum, vel in duos parietes angulum comprehendentes, in turrim rotundam, directè vel obliquè oppoſitam; formabiturque primò arcus obliquæ frontis, *biais par teſtes*; arcus ſeu porta in angulo; porta in turri rotunda, directè, vel obliquè oppoſita; ſive parietum ſuperficies verticalis fuerit, ſive in talum projecta ſit; incipiamus ab arcu frontis obliquæ.

Repetatur diameter horizontalis arcûs recti, ſive circularis is fuerit, ſive elumbis, aut pedum inæqualium. Sit talis diameter AB cum diviſionibus factis à perpendiculis cadentibus à ſingulis commiſſuris arcûs primigenii; per has diviſiones ducantur perpendiculares, quæ producantur quantùm opus erit, fietque area, ſeu ichnographia arcus

Digitized by Google

arcus tecti omninò. In eam aream incurrant obliquè duæ lineæ parallelæ AM, NO, quæ denotent baſin ſeu ichnographiam parietum, qui ſecant obliquè arcum.

Hæc ſufficiunt ad formanda omnia exemplaria. Primò proponantur exemplaria frontia ſu-



pra alterutram lineam, verbi gratiâ NO; (perinde enim eſt ſi parallelæ ſint) excitentur in ſingulis eius diviſionibus perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii; extremitates harum perpendicularium exhibebunt exemplaria frontis utriuſque, ſi lineæ AM, NO fuerint parallelæ. Sin minus, ſupra utramque lineam idem præſtandum erit, ut habeantur exemplaria utriuſque frontis.

Exemplaria commiſſuratum ita formantur. Primò commiſſuræ horizontalis ſeu incumbæ exemplar erit AN PR: ad ſequentem commiſſuram utendum erit lineis FC, EG; illis enim æquales ſunt lineæ commiſſuratum. Sed hæ lineæ non ſatis diſtant inter ſe; quia linea 1. 2 minor eſt linea A 3, quæ eſt diſtantia inter circulum interiorem, & exteriorem arcûs primigenii; tribus praxibus hoc exemplar formabimus, quæ ſunt praxes univerſales diligenter notandæ. Prima ſumatur ſeparatim linea 1.2, paulò major quàm linea 1.2 figuræ majoris, nempe æqualis lineæ A 3, tum ducantur perpendiculares 1 C, 2 G, æquales ſuis correſpondentibus; & pariter 1 F, 2 E; habebitur pro exemplari primæ commiſſuræ parallelogrammum FG; invenieturque linea FE æqualis lineæ ST. Ratio hujus praxis eſt quod ſi intelligatur arcus incipere à linea AB, & extendi uſque ad lineam NO, erit arcus tectus perſtringens murum obliquum; pariter ſi extendatur tantum uſquè ad lineam AM, erit arcus ſimiliter tectus perſtringens murum obliquum; in ſingulis autem exemplaribus ſi auferatur, id quod pertinet ad minorem arcum, reſtabit id quod comprehenditur intra duos parietes.

Secunda praxis erit ſi ducatur perpendicularis FV, nam (*per primam 1. hujus*) perpendicularis ducta ab extremitate lineæ cujus FC, eſt ichnographia, abſcindet in linea cujus EG eſt ichnographia, lineam æqualem ipſi VE; quare ducatur ſeparatim FC, & illi perpendicularis FV æqualis A 3, & VG parallela; abſcindatur VE æqualis ſibi correſpondenti; ita perficietur totum parallelogrammum.

Tertia praxis erit, ſi ducas perpendicularem EX, tum illi aptetur linea FX æqualis lineæ TS, quæ eſt diſtantia exterioris, & interioris arcûs; ita formabuntur cætera exemplaria, utendo lineis 4, 5 pro ſequenti.

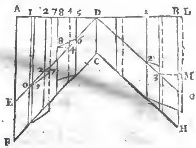
Non diſſimili ratione formantur exemplaria concavitatis ZL. Ex puncto q ducatur perpendicularis q 8, cui ex puncto 9, aptetur linea 9, 8 æqualis ſubtenſæ LZ; abſolveturque totum parallelogrammum, vel ſit linea 37 æqualis ſubtenſæ arcûs primigenii, ductáque perpendiculari 78 ulteriùs producenda, abſcindatur hæc linea 78 æqualis lineæ a q, & abſolvatur parallelogrammum; quæ praxes in idem recidunt; ita abſolventur omnia exemplaria. Secunda praxis procedit per compoſitionem arcûs tecti perſtringentis murum obliquum.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Arcus ſimplex, Elumbis, aut pedum inæqualium in angulo.

Quotieſcumque arcus ſimplex conſtruendus eſt in angulo, neceſſarium eſt, ut angulus minor non ſit recto, ſecundò muri habeant craſſitiem convenientem, alioquin periculum erit, ne totum opus concidat. Repetatur diameter horizontalis arcûs conſtruendi, ſitque linea



AB; muri autem in angulum coëuntes ſint EDG FCH. Producantur perpendiculares ex ſingulis diviſionibus lineæ AB, & pervadant utrumque murum, ſicque exurgit ichnographia, totius arcûs continuati, uſque ad extremitatem muri.

Exemplaria frontis habebuntur, ſi ſeparatim ſupra lineæ ED diviſiones, èxcites perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs primigenii, ſic enim habebis, ſemiarcum; habebis item alium ſemiarcum, ſi ſupra lineam DG idem præſtes.

ſtes. Nolui exhibere figuram, quia per ſe ſatis intelligitur.

Exemplaria commiſſnrarum ducentur iiſdem praxibus, quas in ſuperiori propoſitione explicuimus. Fiat linea 17, æqualis lineæ A 3; tum auferatur linea 77, æqualis lineæ 22; ducaturque linea O 7, & perficiatur parallelogrammum; id erit exemplar commiſſuræ ſecundæ: nam prima ſeu horizontalis; erit parallelogrammum F 9. Ad tertiæ commiſſuræ exemplar, ſit linea 58 æqualis lineæ A 3, ducaturque parallela lineæ 56, ex qua abſcinde lineam 88, æqualem lineæ 44, perficiaturque parallelogrammum & habebitur exemplar tertiæ commiſſuræ.

Exemplar primæ concavitatis, ita habetur. Sit linea 2 L, æqualis uni ſubtenſæ arcûs primigenii, ducaturque perpendicularis LM, æqualis lineæ 33, perficiaturque parallelogrammum, habebitur exemplar concavitatis primi lapidis. Hæc praxis fundata eſt in eo quòd, ſupponitur arcus rectus ſupra lineam AB, qui intelligitur continuari uſque ad lineas DG, CH: abſcinditur autem, illius pars uſque ad lineam DG.

Anguli inclinationum planorum concavitatis commiſſuratum, habentur omnes in arcu recto, ſeu primigenio.

Si quis deſideraret ut arcus qui reſultant in lineis ED, GD eſſent perfecti, ab iis incipiendum eſſet; nempe ſeparatim ſupra lineas ED, DG deſcribendi eſſent quadrantes, dividendi in quotcumque lapides; tum ex ſingulis diviſionibus ducenda eſſent perpendicula, & ex diviſionibus ducendæ lineæ parallelæ lineæ AF, quæ dividerent lineam AB paulò aliter quam diviſa ſit modò. Supra ſingula diviſionum puncta excitarentur perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs, ſupra ED, DG deſcripti; ſicut enim ex arcu recto ſupra AB deſcripto, eruimus arcum obliquum ſupra ED, GD, deſcribendum; ita etiam ex quocumque arcu ſupra ED, DG, deſcripto, eruimus arcum rectum ſupra AB daſcribendum.

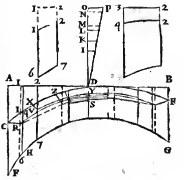
PROPOSITIO VIII.

Problema.

Arcus circularis elumbis, pedum inæqualium in turri rotunda, cujus murus exterior in pternam aſcendit.

Sit deſcribendus arcus quicumque in turri rotunda. Repetatur diameter horizontalis arcûs recti, ſitque AB cum ſuis omnibus diviſionibus; excitetur, & ſemidiameter verticalis cum ſuis item diviſionibus, tum ſi murus verticalis non eſt, ducatur linea D P, inclinationis muri; ducantur omnes tranſverſales; continuentur item lineæ perpendiculares donec pervadant totum murum turris rotundæ.

Primò conſtruendus ſit arcus, nullâ habitâ ratione decrementi muri. Ad formanda exemplaria frontis convexæ C F; extendatur alicubi in lineam rectam circumferentia C D F, & in punctis diviſionum, factis à perpendicularibus, excitentur totidem perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii, & habebuntur omnia exemplaria frontis convexæ C D F; idem dicendum eſſet pro exemplaribus frontis conca-



væ FG. Sed hæc in materia flexibili deſcribenda eſſent.

Exemplaria commiſſutarum facilè ita habebuntur; commiſſuræ horizontalis exemplar, erit trapezium CFHQ; exemplar ſecundæ commiſſuræ fiat eodem modo, ac ſi fieret exemplar pro arcu recto perſtringente concavitatem FG. Tum ex ſingulis exemplaribus aliquid detrahes, nempe pro ſecunda commiſſura, abſcindes 11, 22, ſeu in figura ſeparata fiat linea 12 æqualis lineæ A 3, diſtantiæ circuli exterioris ab interiori: tum excitentur lineæ perpendiculares æquales perpendicularibus magnæ figuræ; ex quibus detrahes lineas 11, 22, & abſolutum erit exemplar ſecundæ commiſſuræ.

Eodem modo fient exemplaria concavitatis pro baſi, ſumendo ſubtenſas arcûs primigenii, qui ſemper intelligitur deſcriptus eſſe ſupra lineam AB. Ut ſi ſeparatim ducatur linea 32, æqualis ſubtenſæ 3E arcus primigenii; excitenturque duæ perpendiculares deſumptæ ex figurâ; tum ab iis abſcindas lineas 3q, 22, abſolutum erit exemplar, modò lineæ extremæ nempe q 2 ſint nonnihil incurvæ; unde multi, ex mediis concavitatibus demittunt perpendicula, ut exactiùs habeatur curva linea q 2, idem dicito de oppoſita.

Si murus exterior CDF, in pternam projectus ſit; lineæ OP, NN, MM, transſerantur in lineam DS, incipiendo ſemper à puncto D; ita ut D S æqualis ſit lineæ OP. Tum poſito pede circini in centro turris, & alio pede circini extenſo uſque ad diviſiones lineæ DS, deſcriptis arcubus, transferes eas diviſiones in perpendiculares, ſibi reſpondentes, eaſque nonnihil decurtabis; verbi gratia linea 2 V ſit decurtata uſque ad V; denique duces lineas per hujuſmodi puncta, qualis eſt linea V X.

Ut habeantur exemplaria frontis ſupra diviſiones circumferentiæ CDF ultimò factas, nempe puncta X, Z, cæteraque, excitandæ eſſent perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenii, & habebuntur exemplaria frontis; ſi nempe priùs circumferentia C D F extenſa fuerit in lineam rectam. Ut verum tamen fatear erit aliquis error, eò quòd turris abeat in conum, & ut duceretur baſis coni, invenienda eſſet longitudo coni, ubi nempe ſuperficies deſineret in apicem. Sed hæc nimis minuta ſunt.

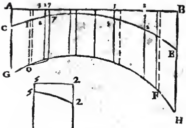
Exempla

Exemplaria cætera eodem modo fiunt quo priùs, ſed paulò plus ex lineis perpendicularibus reſecandum eſt; v.g. priùs reſecuimus lineam 22: at verò eò quòd decreverit paries, reſecabimus lineam 225; & ita in aliis ſemper auferre debemus uſque ad punctum in lineis perpendicularibus inventum ultimò; nempe per lineas transverſales OP, NN, &c. quæ oſtendunt quantum in ſingulis altitudinibus decreverit turris.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Arcum circularem, elumbem, & pedum inæqualium, in turri rotunda obliquè efformare.



Supponatur ſemper arcus ſupra lineam AB deſcriptus, ex cujus commiſſuris demiſſa ſint more conſueto perpendicula, quæ continuentur donec pervadant murum turris rotundæ, obliquè poſitum.

Ut habeantur exemplaria frontis convexæ IE, extendatur circumferentia IE in lineam rectam, cum ſuis omnibus diviſionibus, in quibus excitabuntur perpendiculares, ſingulæ æquales perpendicularibus ſibi correſpondentibus in arcu primigenio, & per extremitates earum ducatur linea curva; hæc dabit exemplaria omnia frontis convexæ IE. Debent tamen ſaltem ſingula in materia flexibili delineari, ut aptari poſſint convexitati turris.

Exemplaria commiſſutarum fiant more conſueto, exemplar commiſſuræ horizontalis erit ex una parte trapezium mixtum C10, ex alia trapezium EF. Exemplar ſecundæ commiſſuræ ita formatur: Sit linea 17, æqualis lineæ A3, ductaque perpendiculari 75 ab ea abſcindatur linea 77 æqualis lineæ 22, ſitque linea 17 nonnihil inflexa; idem fiat in parte inferiori, & habebis exemplar ſecundæ commiſſuræ. Idem ex alia parte facies.

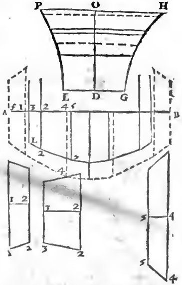
Exemplaria concavitatis ita formantur. Sit verbi gratia formandum exemplar ſecundæ concavitatis, reſpondens concavitati HG arcûs primigenii; ſumendæ ſunt perpendiculares 2. 5. Sit ergo linea recta 52 ſeparatim ducta, æqualis ſubtenſæ HG arcûs primigenii, excitenturque perpendiculares æquales ſibi correſpondentibus in figura majori, ex iis reſecentur lineæ 25, 22, æquales ſibi correſpondentibus, & perfectum erit exemplar, ſi tamen extrema puncta conjungas lineâ curva.

Potuiſti animadvertere in his omnibus exemplis ſupponi arcum rectum, ſuper lineam AB excitatum, qui continuetur quantum opus erit, à quo deinde reſecentur partes inutiles ad opus ſuſceptum. Unde præcipuæ eius menſuræ, ab eo arcu primigenio deſumendæ ſunt, quem tamen non repetii, ne figuras tot lineis confunderem. Quare characteres lineæ AB repeti debent ex figura propoſitionis 8 libri præcedentis; obliquitas quæ in propoſitis exemplis accidit, non eſt in arcu, ſed in muris arcum obliquè ſecantibus; tota igitur obliquitas in frontes refunditur. Quare ſi muro verbi gratiâ turris, conjunctum eſſet compluvium, aut ſphærica teſtudo, facilè ex ſuperioribus arcum formaremus ad ea omnia extenſum, ſeu ea perſtringentem.

PROPOSITIO X.

Problema.

Arcus rectus circularis, Elumbis, aut pedum inæqualium inter duo compluvia.



Sint duo compluvia LP, GH; ſitque intervallum inter illa quale figura exprimit, quod dividatur bifariam perpendiculari DO; ſitque arcus conſtruendus quicumque, cujus diameter horizontalis AB, ſupra quam intelligatur deſcriptus & diviſus, arcus primigenius. Item ex ſingulis commiſſuris cadant perpendicula; item linea DO æqualis ſit ſemidiametro verticali, quæ dividatur eo modo quo eſt diviſa in arcu primigenio propoſitionis 8, præcedentis libri; ducanturque per ſingulas diviſiones, lineæ horizonti parallelæ. Denique ſupra diviſiones lineæ AB excitentur perpendiculares, hinc inde ſingulæ

ſingulæ æquales ſuis correſpondentibus, in figura ſuperiori; & xbſoluta erit figura ex qua omnia eruemus exemplarix. Arcus rectus habetur, qui nempe deſcriptus intelligitur ſupra lineam AB, & is continet inclinationes planorum exemplarium commiſſurarum, cum exemplaribus concavitatis.

Ut deſcribantur exemplaria frontis, (nam arcus ſupra AB deſcriptus fictitiæ frontis rationem habet, cum ſit in medio opere) debebunt ſupra diviſiones lineæ AB, excitari perpendiculares majores perpendicularibus arcus primigenii; hoc eſt æquales ſingulis arcubus in GH contentis. Ratio clarx eſt, quia frons utraque curva eſt, ejuſque omnia perpendicula in arcus flectentur.

Ut habexntur exemplaria commiſſurarum, primò rectangulum AL eſt exemplar commiſſuræ horixontalis, quia in horizonte non crevit adhuc ſpatium ex receſſu compluviorum. Exemplar ſecundæ commiſſuræ itx fiet, ſeparxtim ſit linea 12 æqualis lineæ A 3, (nempe diſtantiæ circuli primigenii exterioris, ab interiori) transferanturque lineæ 11, 22, utrinque perpendiculariter. Pariter ſit linea 45 æqualis linea A 3, transferanturque hinc inde perpendiculariter lineæ 44, 55.

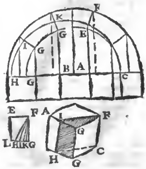
Pro exemplaribus concavitatis; ſit linea 32 æqualis ſubtenſæ arcûs primigenii, transferantorque hinc inde perpendiculariter lineæ 33. 2x, ita fient reliqua exemplaria. Ratio iſtius praxis eſt quod conjungantor in lineam AB, duo arcus recti perſtringentes compluvium; ideoque praxes traditæ hinc inde duplicandæ ſunt.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Cornu Bovinum, ex una tantum parte.

Cornu Bovinum duobus modis peragitur. Primò ſupponitur arcus quicumque rectus, ſive circularis ſit, ſive Elumbis, aut pedum inæqualium omninò perfectus; cui ex unâ tantum parta tribuitur obliquitas, quæ totum arcum pervadat. Secundò ſupponitur idem arcus perfectus,



daturque obliquitas ex utraque parte, ſed quæ mediam craſſitiem arcûs non exceedat. Hic dabimus primum modum. Sit ergo centro A deſcriptus arcus rectus & perfectus, in ſuos lapides diviſus, à quibus cadant perpendicula in diametrum horizontalem: ex alio centro B, intervallo BC, deſcribatur xlius circulus denotans obliquitatem, quæ tribui debet huic arcui. Plurimi ſolent per quadrationem ut vocant (*par Eſquarriſſement*) totum opus abſolvere; ſed etiam methodo communi, & per exemplaria illud exequemur.

Exemplaria frontis adverſæ, & intxctæ, nam ex una parte ſupponitur arcus intactus, habentur ex ſimplici deſcriptione xrcûs, ſecundùm methodum communem. Exemplaria frontis imminutæ, habentur in figurx; oſtendit enim ſecundus circulus, quid xuferendum ſit ex ſingulis exemplaribus frontis imminutæ.

Exemplaria commiſſurarum itx habentur. Sit linea EF, æqualis uni commiſſuræ; ſit item FG æqualis craſſitiei muri; omnia exemplaria commiſſurarum eſſent æqualix rectangulo EG, niſi aliquid ex ſingulis reſecandum eſſet. Abſcindatur GH, æqualis ſibi correſpondenti, in magna figura, eritque trapezium EFHL exemplar primæ commiſſuræ; EFIL exemplat ſecundæ; & ita de cæteris.

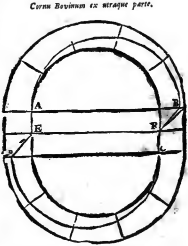
Exemplaria concavitatis non ſunt neceſſarix, cum ſine illis perfici poſſit totum opus. Nam exæquatâ primâ ſuperficie, extenditur ſuprx illam exemplar frontis integræ; deinde ope ſquadræ inducuntur ſuperficies commiſſurarum, ſupra quas applicantur exemplaria propria.

Per quadrationem facillimè perficietur totum opus; ſit enim lapis AC, formatus pro arcu ſimplici; abſcindantur GH, GI deſumptæ ex figura; ducantur lineæ IF, HC, auferxturque cuneus IFCHI, & parxtus erit lxpis; idem præſtandum eſt in aliis.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Cornu Bovinum ex utraque parte.



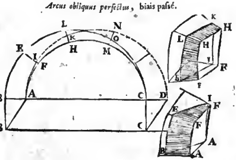
Dixi ſupra cornu Bovinum, ſi ex utraque parte

te fiat, non debere excedere medietatem craſſitiei, alioquin degenerabit in aliam ſpeciem quam voeant, (*biau paſſé*) quaſi obliquum perfectum: quare ex ſuperiùs tradita praxi, facilè illud perficiemus. Sit enim ejus ichnographia ABCD diviſa per medium lineâ EF, obliquitas in unâ medietate, eſt ad lævam, in alia ad dexteram; praxia eadem quæ ſuperioria propoſitionia: ſive fiat per exemplaria, ſive per quadrationem; in qno notandum eſt exemplaria commiſſurarum ſemiquadrangula eſſe,& ſemitrapezia: qualia eſt figura AEDC. Facilè autem habebuntur, ſi quaſi dividas arcum in duos, & exemplaria commiſſurarum utriuſque ſimul conjungas, habebuntur integra exemplaria, idem dico de exemplaribus concavitatis. Aptiùs tamen hoc opus abſolvitur per quadrationem, faciliuſque hoc modo ab artificibus intelligitur. Qui bene conceperit praxin ſuperioria propoſitionia, in hac non laborabit.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Arcus obliquus perfectus, biais paſſé.



Hæc ſpecies arcûa communiter per quadrationem ſeu ſuffurationem (*derobement*) abſolvitur, ſit ergo ichnographia arcûs deſcribendi ABCD. Ducantur duæ perpendiculares BB,CC primò intervallo AC, deſcribatur circulua ;quaſi primigenius; tum diviſâ lineâ BC bifariàm deſcribatur alius arcus; item diviſâ AD bifariàm alius arcus deſcribatur: dividatur arcua AC in ſuos lapides, & ex ejus centro ducantur lineæ commiſſurarum. Debent autem intelligi tam circulus AC, quàm BC, deſcripti in parte anteriori arcûs, ſeu ſupra lineam BC, inferiorem; item alij duo arcus deſcripti, in poſtica fronte ſeu ſupra lineam AD, idenque circulum AD punctuatim deſcripſi, ut oſtenderem eum pertinere ad partem poſticam arcus. Sit ergo primus lapis ABEF factus pro arcu recto: ex eo abſcindatur linea AB æqualis ſibi reſpondenti in magna figura; item EF, in parte ſuperiori, in parte poſtica in puncto A nihil abſcindatur; in ſuperiori parte abſcindatur FI æqualis ſibi reſpondenti; applicetur para arcus exterioris BE, ducanturque lineæ EI, BA; auferendum erit ex lapide propoſito cuneus ABEIA.

Supponatur ſecundus lapia perfectua quaſi pro arcu recto, cujus circulus interior AFH; in parte anteriori abſcinde lineas FE, HL, æquales ſibi correſpondentibus; in parte poſtica FI, HK, applicetur que pars arcûs exterioris; ex ſecundo igitur lapide abſcindes partem FLHI.

Pro clavi ſeu umbilico in anteriori facie abſcinde LH, MO, in poſtica HK, MN: applicatâque concavitate majoris circuli, notabis partem auferendam ex clavi, quæ propterea detorta nonnihil erit; In lapidibus alterius partis eodem modo procedendum eſt.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Arcum ſimplicem, elumbem, pedum inæqualium aut quemlibet alium, obliquum deſcribere.

Aliam ſpeciem arcûs obliqui aggredimur, nempe cylindri omninò obliqui.

Hoc eſt qui non tantùm ſecetur obliquè, ſed etiam in ſeipſo talem obliquitatem habeat, ut ſi ſupra lineam AB intelligatur deſcribi ſemicirculus, cujus centro, infigatur axis obliquus, lineæ commiſſurarum concipiantur eſſe axi parallelæ, talem arcum hic deſcribimus. Quare ſupra AB ſubintelligatur deſcriptus arcus primigenius, ex cujus commiſſuris cadant perpendicula; tum ducatur axis, notans obliquitatem cylindri; huic parallelæ ſint omnes ichnographiæ; ducatur item linea FG ſecans, ad angulos rectos omnes lineas parallelas,ſeu perpendicularis ad axem.

Exemplaria frontis utriuſque habentur omnia in arcu primigenio. Si quis deſideret arcum rectum, qui habeat omnes angulos inclinationum planorum concavitatis, cum planis commiſſurarum; ſupra diviſiones lineæ FG excitet perpendiculares æquales perpendicularibus arcûs primigenij,& per earum extremitates ducat lineam curvam, quæ erit arcus rectus; in quo habebuntur anguli inclinationum; cum ad ejus planum rectus ſit axis, & omnes lineæ parallelæ axi.

Exemplaria commiſſurarum ita deſcribentur. Primæ commiſſuræ ſeu horizontalis, exemplar habetur in ichnographia, eſtque parallelogrammum AH, exemplar ſecundæ commiſſuræ, habet

latera

horizontalis idem perſeverat nempe parallelogrammum AH.

Exemplaria concavitatis eodem modo perficientur, per additionem exceſſuum inventorum, vel ſi ea velis immediatè perficere, utendum eſſet ſubtenſis inventis in arcu frontis ultimo deſcripto, utendo praxi communi, nempe ducendo in prima figura, perpendicularem ab extremitate unius ichnographiæ ad aliam.

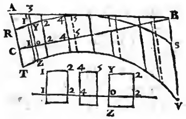
Poteramus & ea perficere per arcum rectum, utendo ſubtenſis in eo inventis; & hinc inde excitando perpendiculares, æquales ichnographiis exceſſu invento auctis.

Si loco compluviorum occurreret murus in pternam projectus, & decreſcens, iſti exceſſus addendi non eſſent lateribus exemplarium, ſed demendi.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Arcum circularem elumbem, aut pedum inæqualium obliquum in turri rotundâ efformare.



Aliam ſpeciem deſcribimus in hâc propoſitione, quàm quæ ſuperiùs explicata eſt propoſitione 8, nam ibi propoſuimus cylindrum naturâ ſuâ rectum, quem turris rotunda obliquè ſecaret: hic verò proponimus cylindrum naturâ ſuâ obliquum. Repetatur linea AB, diameter horizontalis arcûs primigenii cum omnibus ſuis diviſionibus, per quas ducantur lineæ parallelæ axi obliquo quæ incurrant in turrim rotundam.

Ducatur linea BC, perpendicularis ad axem, & conſequenter ad omnes parallelas; ſupra puncta in quibus linea BC ſecatur à parallelis, excitentur perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs primigenii; & habebitur arcus rectus, in quo ſcilicèt inveniuntur anguli inclinationis, & commiſſurarum.

Si quis velit exemplaria frontis convexæ RS, debebit ſupra circumferentiam R S extenſam in lineam rectam, excitare perpendiculares ſingulas æquales, perpendicularibus ſibi correſpondentibus in arcu primigenio; idem dicendum eſt de fronte concavâ TV. Ratio clara eſt quia ſi ſupra lineam AB intelligatur excitatus verticaliter arcus, ex cujus commiſſuris ducantur latera axi parallela; perpendiculares ad ſubjectum planum horizontale erunt æquales, ſi ab eodem latere, ſeu linea axi & conſequenter horizonti parallelâ, demittantur. Pro exemplaribus commiſſurarum, pro ſecunda commiſſurâ ducatur ſeparatim linea 12, æqualis non lineæ A 3, diſtantiæ arcûs interioris ab exteriori, in arcu primigenio, ſed lineæ CO diſtantiæ ejuſdem in arcu recto; ductiſque perpendicularibus transferantur lineæ 11, 22: pro tertia commiſſura ſit linea 45 æqualis eidem lineæ CO, ductiſque perpendicularibus abſcindantur hinc inde perpendiculares 44, 55. æquales correſpondentibus in prima figura.

Exemplar primæ commiſſuræ, ſeu horizontalis erit figura TY.

Exemplaria concavitatis ita fient. Sit linea O 2, æqualis uni ſubtenſæ arcûs recti, & ductis perpendicularibus, abſcindantur hinc inde perpendiculares æquales ſibi correſpondentibus; nempe OY, OY 22, 22: pro aliis exemplaribus utendum eâdem ſubtenſa, ſed aliis lateribus ut 22, & 55. & ita de cæteris.

Eo modo quo formavimus arcum obliquum in turri rotunda ſimplici, formari poterat in eadem turri cujus murus in pternam decreſceret, tunc enim lineæ obliquæ intra muros turris interceptæ nonnihil decurtandæ eſſent. Eâdem praxi uti poſſemus ad formandum arcum obliquum, in angulo; neque in eo formando occurrit nova difficultas.

PROPOSITIO XVII.

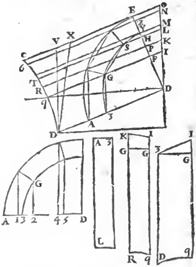
Problema.

Arcus quicumque rectà deſcendens, deſinens in compluvium.

Sequentes arcus duplici modo ſumi poſſunt, vel ita ut in ſe obliqui ſint, vel ita ut licèt in ſe recti ſint, obliquè tamen parietibus verticalibus ſecentur.

Ponamus ergo ſuperficiem muri eſſe baſin cylindri inclinati, qui conſequenter in ſe obliquus erit, & hæc erit arcus primigenius continens exemplaria frontis, qualem deſcripſimus initio hujus libri: ſit illius diameter verticalis linea DO, cùm ſuis omnibus diviſionibus, quales diximus produci à lineis horizonti parallelis; ſit axis eius linea DD, cui reliqua latera fiant parallela. Sit arcus DC, ſectio compluvii. Ex puncto D ducatur linea DE perpendicularis ad omnia latera inclinata.

Quæratur ptimò arcus rectus, cujus ſemidiameter erit linea DE, abſcindantur hinc inde lineæ FG, HS æquales lineis tranſverſalibus ſibi correſpondentibus in arcu primigenio, & habebitur ar-



cus rectus cujus medietatem tantum poſui in figura. Vel repetatur ſemidiameter horizontalis arcûs primigenii qui ſit AD, cum ſuis diviſionibus, in quibus excitentur perpendidulares, non æquales lineis DI, DK, DL &c, ſed æquales lineis DF, DH, cæteriſque.

Pro exemplaribus commiſſorarum ita operaberis. Commiſſura horizontalis rectangula cujus unum latus eſt A3, aliud linea AL æqualis lineæ DD, pro ſecundâ commiſſurâ incipe à lineâ GG commiſſuræ arcûs recti; & ductis perpendicularibus abſcinde lineam G K, æqualem lineæ P K, & lineam GK, æqualem lineæ PR; item GI, GQ æquales lineis FI, FQ; hoc eſt figura KRQI eſſet exemplar illius commiſſuræ, ſi latera RK, q I diſtarent ab invicem ſecundùm lineam GG; ita fiet exemplar alterius commiſſuræ.

Ad exemplar concavitatis G3, ſumatur ſeparatim linea G3, ductiſque perpendicularibus, ſit linea 3D æqualis lineæ DD, figuræ primæ; item ſint lineæ GI, Gq æquales lineis FI, Fq, figuræ majoris; hoc eſt trapezium 1qDD figuræ majoris eſſet tale exemplar, ſi eius latera diſtarent ſecundùm lineam G3; hoc eſt, ſi linea FD eſſet æqualis lineæ G3, ita trapezium LTqI eſſet exemplar concavitatis GS, ſi linea HF æqualis eſſet lineæ GS.

Exemplar concavitatis pro umbilico rectangulum eſt cujus, unum latus eſt linea HS duplicata, latera verò æqualia ſunt lineæ LT.

Si nullum eſſet compluvium, ſed murus eſſet æqualis craſſitiei, ſumendæ eſſent longitudines laterum uſque ad lineam DV. Si verò murus ex parte poſtica eſſet in pternam decreſcens; ſumenda eſſet longitudo laterum ſecundùm lineam DX.

Ut autem meliùs intelligatur natura iſtorum arcuum; poterimus incipere ab arcu recto, qui fieret ſimpliciter, haberetque vicem primigenii; ſed tunc eius ſemidiameter verticalis diſponenda eſſet cum ea inclinatione, quam, habet linea DE, ut deinde inveniremus arcum frontis. Nam ex diviſionibus lineæ DE, ductis lateribus inclinatis, habentur diviſiones lineæ DO, quæ exhibeot longitudinem perpendicularium excitandarum, ſupra diviſiones diametri horizontalis.

Quod autem diximus de arcu ſimplici, intelligi poteſt de arcu elumbi, aut pedum inæqualium, praxis enim mutanda non eſt, ſed tantùm pro primigenio arcu, aſſumendus eſt arcus elumbis, aut pedum inæqualium.

Qui deſideraret exemplaria frontis concavæ, compluvii DC deberet, ſupra diviſiones diametri horizontalis, arcûs primigenii excitare perpendiculares, æquales non lineis DI, DK, DL, &c. ſed arcubus Dq, DR, DT, idem dicendum, ſi murus io pternam projectus eſſet.

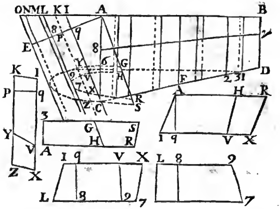
Si primus murus nempe planus in pternam decreſceret; loco lineæ DO verticalis, poſſet eadem DO, cum ſuis iiſdem diviſionibus nonnihil inclinari versùs partes E, & cætera fieri eodem modo.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Arcus quicumque deſcendens, rectus in anteriori parte; obliquus in poſteriori.

Praxin hic univerſalem tradémus, quæ benè intellecta, pluribus exemplis aptari poterit; ſupponatur ergo arcus primigenius deſcriptus, ſicut in præcedenti, cum lateribus axi inclinato parallelis: ducta item perpendicularis DE, quâ formabitur arcus rectus, hoc enim habent commune iſtæ omnes praxes. Repetatur item diameter horizontalis arcûs primigenii, cum ſuis diviſionibus, ſitque AB, per illius diviſiones ducantur perpendiculares, uſque ad ſuperficiem parietis obliquam, habebunturque lineæ quæ ſunt veſtigia horizontalia laterum cylindri; notandum autem èſt, quamlibet lineam inclinatam duo latera repræſentare, quod quidem etiam verum erat in ſuperiori figura. Quia tamen ex utraque parte æquales erant, non advertimus, immò infima DD quatuor linearum vices gerebat; nempe duarum è circulo exteriori prodeuntium, & duarum è circulo interiori; in hoc autem caſu in quo quæ ſunt ad dextram ſunt breviores, propter inæqualem muri craſſitiem, aliter operandum eſt. Repetatur ut priùs diameter horizontalis AB, cum ſuis diviſionibus, ſitque lioea CD oſtendens obliquitatem alterius ſuperficiei muri in quo formandus eſt arcus inclinatus; repetatur item ſemidiameter verticalis arcûs primigenii, ſitque AO, in eandem lineam extenſus cum AB; habeat etiam ſuas diviſiones, ducanturque lineæ inclinatæ ſecundùm propoſitam inclinationem. Sit AE perpendicularis ad omnia latera inclinata ex ſingulis punctis lineæ obliquæ CD, ducantur parallelæ ipſi AB, ſingulæ uſque ad latus inclinatum ſibi reſpoodens, in quo notabitur punctum: verbi gratia ex puncto D ducta parallela dabit



dabit in latere inclinato AG, punctum G; ex puncto 1, ducta parallela dat punctum Y in latere KY; quia tam latus K quam linea I ab eodem puncto arcûs primigenii generantur; punctum 3, aliud punctum H in latere AH exhibebit; & ita de cæteris: non duxi autem has parallelas vitandæ confuſionis gratiâ. Quibus poſitis cætera facilè abſolvemus.

Primò arcus rectus formator ſicut priùs, hoc eſt ſupra diviſiones lineæ AB excitentur perpendiculares, deſumptæ non ex linea AO ſicut in arcu primigenio, ſed ex linea AE; in eo arcu habentur anguli inclinationum exemplarium concavitatis, & commiſſurarum. Hunc arcum non deſcribo, quia jam ſimilem praxin ſupra dedimus.

Secundò exemplaria frontis AB ſunt in arcu primigenio.

Exemplaria commiſſuræ primæ, quæ modò inclinata eſt, duplex haberi debet, id eſt ex utraque parte unum, quia brevius eſt unum alio. Sit ergo linea A3 ſeparatim ducta, æqualis diſtantiæ inter circulum exteriorem & interiorem arcûs recti, ductiſque perpendicularibus, ſint latera 3G, AH æqualia lineis AG, AH, eritque trapezium AG exemplar commiſſuræ primæ versùs B. Factis item lineis AR, 3S, æqualibus lineis AR, AS magnæ figuræ erit trapezium AS exemplar commiſſuræ primæ versùs A.

Pro ſecunda commiſſura, fiat linea Pq, æqualis lineæ ſecundæ commiſſuræ in arcu recto; ductiſque perpendicularibus, transferantur lineæ PK, qI, PY, PZ, qV, qX; eritque KV exemplar commiſſuræ ſecundæ versùs partes D, & KX exemplar ſecundæ commiſſuræ versùs partes A.

Ita tranſlatis diviſionibus, laterum L & N incipiendo ab arcu recto nempe à linea AE, habebuntur exemplaria tertiæ commiſſuræ, & ita deinceps.

Exemplar primæ concavitatis ita formatur; ſit linea Aq ſeparatim ducta æqualis primæ ſubtenſæ arcûs recti, ductiſque perpendicularibus, addatur linea q1 æqualis ſibi correſpondenti, ſiant item AH, AR, qV, qX, æquales ſibi correſpondentibus in prima figura, eritque trapezium IH exemplar concavitatis brevioris; nempe versùs B, & trapezium IR exemplar longioris verſus A.

Pro ſecunda concavitate eodem modo operandum eſt; ſit linea q8 æqualis ſecundæ ſubtenſæ arcus recti; tranſlatiſque diviſionibus linearum 1X, L7, erit trapezium LX exemplar concavitatis longioris verſus A, & LV brevioris versùs B.

Tertia concavitas clavis, ita habetur; ſit linea 8 æqualis ſubtenſæ clavis in arcu recto, ductiſque perpendicularibus addatur 8L, 8L, & 89 87: eritque trapezium L7 exemplar commiſſuræ Tholi ſeu umbilici.

Reſtant exemplaria frontis obliquæ ſupra CD, aut ſuper aliam cujus eſt ichnographia: propterea ſumptâ utcumque Bγ, ſumatur Aβ, quæ ſuperet Bγ, eodem exceſſu SG, quo inclinata AS jacens ſuper AC uſque ad murum ſuperat inclinatam AG æqualem inclinatæ, quæ jacet ſupra BD uſque ad murum (qui exceſſus SG lineæ Aβ ſupra Bγ per errorem non fuit obſervatus in figurâ) ducaturque linea $\beta\gamma$: ſupra quam incipiendo ab eius diviſionibus excitentur lineæ verticales, ſeu perpendiculares ad AB, æquales perpendicularibus arcus primigenii, & habetis arcum pedum inæqualium; erit enim punctum γ altius puncto β.

Demonſtratio. Intelligatur primò ſupra horizontali AC, excitata linea AO verticaliter, eôdem modo ſe habebit reſpectu lineæ AC, quo ſe habet murus verticalis ſuper AB conſtructus reſpectu plani horizontis per AB ducti; & in tali caſu ducta per punctum C verticalis linea CS, abſcindet punctum S in latere AS: quod punctum S eſſet terminus in quo latus AS tangeret parietem ſupra CD excitatum.

Supponatur linea A1 excitata verticaliter ſupra lineæ AB punctum 1, quod non eſt notatum, & ductum eſſe latus 1X inclinatum, ſi ex alio extremo lineæ 1 ducatur linea verticalis, quæ conſequenter parallela erit lineæ A1, hæc attinget punctum X lineæ 1X, quod conſequenter erit in pariete ſupra CD excitato. Quia autem difficile

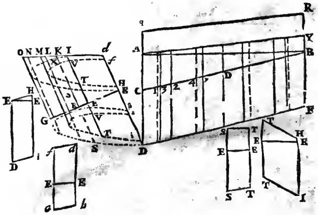
d:fficile eſſet excitare ſingulas lineas perpendiculares ſupra ſingula puncta lineæ A B, patallelæ occultæ eadem puncta exhibent; quare puncta in lateribus inclinatis, per parallelas inventa, benè oſtendunt puncta, in quibus hæc latera occurrunt parieti ſupra C D excitato: ideoque benè in formatione exemplatium longitudo laterum ſumitur à linea AE, uſque ad hujuſmodi puncta. Nam linea AE oſtendit puncta in quibus arcus rectus ſecat latera inclinara.

Reſtat linea $\beta\gamma$ quam oſtendo eſſe ejuſdem magnitudinis & inclinationis cum illa, quâ rectangulum per axem productum, ſeu planum deſcenſus ſecat parietem nbliquum: nam ſi fingatur A β æqualis lineæ inclinatæ A S, & B γ æqualis AG; quoniam anguli ad A, & B, ſunt recti, tam in plano declivi, quam in horizontali, erit tunc linea $\beta\gamma$ communis ſectio plani deſcenſus, & parietis C D ſuperpoſiti. Sed ſi ex A γ, & B γ fictis, quatum differentia eſt S G, auferantur A β, B γ figuræ, quarum differentia ſit eadem, videlicer S G, magnitudines ablatæ ab utrâque fictâ erunt inter ſe æquales; ſunt etiam patallelæ; ergo $\beta\gamma$ ficta, & $\beta\gamma$ figuræ etunt inter ſe æquales & parallelæ; ergo $\beta\gamma$ figuræ eſt ejuſdem magnitudinis & inclinationis cum communi ſectione plani deſcenſus & parietis. Certum eſt autem quod communis ſectio totius arcus cum eo pariete nbliquo haber lineas verticales patallelas & æquales perpendicularibus arcus primigenii; quare excitatis hujuſmodi lineis verticalibus bene generatur arcus ille, qui ex unâ parte depreſſior erit quam ex aliâ.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Arcus rectà deſcendens obliquè ſecans utramque parietis ſuperficiem.



Semicylindrum deſcribimus, qui habeat pro baſi circulum verticalem, rectà autem deſcendat, ſed obliquè ſecetur ab utroque pariete B C, D F. Utemurque praxi ſuperioris propoſitionis; quia ſupponitur linea BC eſſe obliqua, ponatur linea AB directa, eſſe diameter horizontalis, arcûs primigenii. Sit linea D d, comprehendens cum linea A D angulum inclinationis: addatur ei in directum linea d O, diameter verticalis ejuſdem arcûs primigenii. Ducantur per diviſinnes lineæ A B, factas à perpendiculis, lineæ perpendiculares pervadenres utrumque murum; tum per diviſiones lineæ d O, ducantur parallelæ lineæ d D, quæ denntent omnia latera commiſſurarum axi parallela. Per ſingulas diviſionea lineæ C B ducantur occultè parallelæ lineæ AB, nnteturque punctum in quo ſingulæ ſecant latus inclinatum ſibi reſpondens. Verbi gratiâ parallela procedens ex puncto I ſecabit latus KS in puncto S, quod notetur: ex punctis C, 1, 4, D, 4, 1, B, formabitur quaſi circulus exterinr; ex 3, 2, 5, D, 5, 2, 3, formabitur interior. Idem præſta pro linea D F; denique ducatur utcumque linea EG perpendicularis ad omnia latera inclinata.

Primò ita formabis arcum rectum; ſupta lineæ A B diviſinnes, excitabis perpendiculares deſumptas non ex linea d O, ſed ex linea G E. In eo arcu recto ſunt inclinationes exemplarium, commiſſurarum, & concavitatis.

Exemplar commiſſuræ C 3 ita habetut, ſit ſeparatim linea E E æqualis diſtanriæ interioris, & exterioria circuli arcûa recti, tum ductis perpendicularibus fiant E I, E H æquales ſibi correſpondentibus; idem fiat ex alia parte

te

te E D; trapezium DH erit exemplar talis commiſſuræ. Pro commiſſura B 3, ſit pariter EE æqualis uni commiſſuræ arcus recti; fiantque lineæ, Ef, Ea, Ed, Eb, æquales ſibi correſpondentibus, & exurget exemplar propoſitum.

Commiſſura 1, 2, ad partes C, ſimiliter fiet; utendo punctis TT, SS ab ea commiſſura provenientibus, & punctis XX, VV pro commiſſura 1, 2, ad partes B.

Pro concavitate 32, ad partes C, ſit linea EE æqualis ſubtenſæ arcûs recti, transferanturque lineæ EH, EI; item ET, ET; & factum eſt exemplar concavitatis 32 ad partes C. Exemplar concavitatis 32 ad partes B ſimiliter fiet; ſi utamur punctis f & a, in uno latere; item punctis VV pro alio, eodem modo operaberis pro aliis concavitatibus 15, & 55.

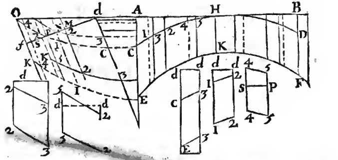
Reſtant exemplaria frontis obliquæ BC; quamvis ſine iis abſolvi poſſit totum opus: ſumptâ utcumque BR, ſuperet C q exceſſu æquali d R (quod in figura per errorem factum non eſt,) ducaturque linea Rq, quæ dividetur à perpendicularibus productis: hæc linea Rq inclinata perinde eſt, ſicuti illa quæ eſt ſuper BC, & ſecundùm quam Rectangulum per Axem, ſeu planum deſcenſus ſecat parietem inſiſtentem BC: quare ſi ſupra diviſiones lineæ Rq abſcindantur in lineis ichnographicis lineæ æquales perpendicularibus arcus primigenii, habebitur arcus frontis obliquæ BC.

Pro fronte obliquâ DF, ſi lineæ DF, BC, ſint inter ſe parallelæ, idem arcus erit uſui utrique lineæ: ſi parallelæ non ſint, BY ſit æqualis D 3 (quod in figura obſervatum non fuit) ductâ AY erit inclinata, ut illa, quæ jacet ſupra FD, per quam Rectangulum per Axem ſecat parietem DF; quare ſi per diviſiones illius abſcindantur in lineis ichnographicis lineæ æquales perpendicularibus arcus primigenii, habebitur Arcus frontis obliquæ DF.

P R O P O S I T I O XX.

Problema.

Arcus rectà deſcendens in Turri Rotundâ.



Repetatur ut priùs diameter horizontalis arcûs primigenii, ſitque AB, & turris CD, EF; ducantur perpendiculares ſingulis diviſionibus lineæ AB, pervadentes totam turrim CD, EF; ſit linea A d quæcumque; ſitque d O diameter verticalis arcûs primigenii; per cujus diviſiones ducantur latera inclinata, & linea d f perpendicularis ad ea. Ex punctis C, 1, 3, 2, 4, 5, lineæ curvæ CD, ducantur parallelæ lineæ AB, ſingulæ uſque ad latus inclinatum ſibi reſpondens; idem fiat pro EF, & ſiquidem arcus rectà pervadat turrim, hoc eſt turris ſit directè oppoſita, parallelæ ductæ ex punctis C, 2, 3, 4, 5, coincident cum parallelis alterius partis D, atque adeò ſufficiet habere puncta in lateribus inclinatis pro una tantum parte.

Arcus rectus ita habebitur; ſupra lineæ AB, diviſiones excitentur perpendiculares deſumptæ ex lineâ d f, & habebitur arcus rectus continens angulos inclinationum, exemplarium commiſſurarum, & concavitatum.

Exemplaria commiſſurarum ita formantur; ſit linea d d æqualis diſtantiæ circuli exterioris ab interiori, in arcu recto; ductiſque perpendicularibus ſunt latera d 3, d 3, d c, dE æqualia ſibi correſpondentibus in lateribus inclinatis, & trapezium c 3, erit exemplar primæ commiſſuræ. Pariter ſit linea ſecunda dd, æqualis lineæ ſecundæ commiſſuræ, in arcu recto; ſintque latera d 1, d 1, d 2, d 2 æqualia lineis M 2, M 2, N 1, N 1, ſibi reſpondentibus in lateribus, inclinatis, incipiendo ſemper à linea df, & habebis ſecundæ commiſſuræ exemplar trapezium 12.

Eadem methodo formabis exemplar tertiæ commiſſuræ; in quo linea arcûs recti in medio erit; quia linea df, dividit latera 44, 55, ut patet in figura.

Exemplar concavitatis primæ ita fiet. Linea dd æqualis eſt primæ ſubtenſæ arcûs recti; transferendaque ſunt latera inclinata d 3, d 3, d 2, d 2. Secundæ concavitatis pariter; ſit linea dd æqualis ſecundæ ſubtenſæ arcûs recti, tranſlatis lateribus d 5, d 5, d 2, d 2, habebitur trapezium 52, pro concavitate ſecunda. Tertia concavitas rectangula eſt, eſt enim clavis; latera illius ſunt 55.

Eâdem praxi arcum rectà deſcendentem efformare poteris, etiamſi turris obliquè eum ſecet; ſed tunc puncta ad partes D poſita;

quo talis Ellypſis ſecabit latus KL, vel ſi arcus incipiat infra DF, Ellypſis applicanda erit in puncto O.

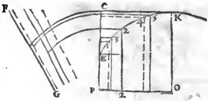
Demonſtratio pariter perficietur, ſi totum planum AKL intelligatur erigi verticaliter, ſupra lineam AE; quæ linea AE vicem obit omnium ſibi parallelarum, cum in eam transferantur omnes aliæ.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

De Arcu rectà deſcendente, formato in turri rotunda, & perſtringente teſtudinem ſphæricam.

In propoſitione penultima deſcripſimus arcum rectà deſcendentem; invenimus autem puncta in quibus latera inclinata incurrerent in ſuperficiem convexam turris, ope parallelarum, ſingulis reſpondentium, quæ praxis locum habet etiam in hac propoſitione, quoad convexitatem turris, quia verò ſupponimus in concavitate, formandam eſſe teſtudinem ſphæricam, quam perſtringat arcus deſcribendus; repetatur concavi-



tas turris K 4 E, diviſa ut priùs, ducantur parallelæ quæ dividant lineam CE. Sit O centrum ſphæræ, per quod ducatur OP parallela, ex puncto P ut centro, per ſingulas diviſiones lineæ PC deſcribantur arcus, uſque ad latera inclinata orta ex eadem commiſſura: dico abſcindi in lateribus inclinatis puncta in quibus ſecant teſtudinem ſphæricam, ſi nempe teſtudo incipiat inflecti in plano horizontali, quod voluimus ſubſtratum eſſe toti operi.

Demonſtratio ſupponit lineam CP obire vices linearum KO 5, 4, 2, 3, 1, certum eſt autem, quod ſi latus FG, ſervando ſuam inclinationem, eſſet in plano verticali lineæ KO, quod ex puncto O, intervallo KO deſcribendus eſſet circulus maximus ſphæræ, qui attingeret latus FG in ſuperficie concava teſtudinis.

Sed ex puncto P idem præſtatur: deſcribitur enim circulus intervallo PC, igitur idem punctum in utroque caſu attingitur. Idem dicendum eſt in reliquis lineis, niſi quod deſcribendi ſint minores circuli, nempe paralleli, nam ſphæra habet circulos minores parallelos circulo majori cujus ſemidiameter KO.

Quod ſi ſphærica teſtudo inciperet curvari non à circulo K 4 3, ſed ab alio inferiori, cujus nota eſſet diſtantia à circulo K 4 3, aſſumenda eſſet alia linea, vice lineæ PC, verbi gratiâ linea 2 2, tantùm diſtans à linea PC, quantum circulus quaſi horizontalis ſphæricæ teſtudinis incipit infra circulum K 4 3, & in ea linea 2 2, centra omnium circulorum coincidunt cum puncto 2, inferiori.

PROPOSITIO XXIII.

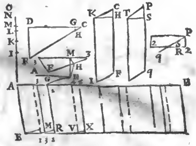
Problema.

Arcus obliquus inclinatus.

Aliam ſpeciem arcûs hîc deſcribimus; volumus enim hunc arcum, frontem habere rectam, ſive ſit circularis, ſive ſit elumbis, ſive pedum inæqualium, parùm intereſt. Supponatur ergo deſcriptus arcus primigenius methodo communi, à cujus commiſſuris, cadant perpendicula, habeantque diviſiones, quales ſunt in linea AB: ducantur lineæ obliquæ quæ oſtendant obliquitatem arcûs, ſintque quaſi ichnographiæ omnium laterum inclinatorum; latera inclinata majora erunt ſuis ichnographiis. Debet autem primò quæri longitudo lateris, quæ eſt æqualis in omnibus, cum eandē habeant inclinationem, clauduntur que parallelis planis (ſupponuntur enim ſuperficies parietis parallelæ) ita igitur habebitur longitudo lateris inclinati. Separatim ducatur linea DC æqualis lineæ AE, fiatque angulus DCF, æqualis inclinationi arcûs, ducaturque linea DF perpendicularis, erit linea FC longitudo cujuſtibet lateris, ut ſatis per ſe patet. His poſitis omnia exemplaria facilè habebimus.

Exemplaria frontis habentur in arcu primigenio.

Exemplaria commiſſurarum habent pro uno la-



tere diſtantiam circuli exterioris ab interiori in arcu primogenio, pro alio latere lineam CF. Sit ergo prima commiſſura, quæ habetet latera AE, 3 3, ſi nulla in arcu eſſet inclinatio, ducatur ad latus 3 3 perpendicularis EM; tum lineæ M 3 fiat æqualis CG, & ex puncto G ducatur perpendicularis ad FC; quæ ſit GH; dico CH eſſe lineam, qua exemplar propoſitum deficit à rectangulo, quod ita demonſtro.

Demonſtratio. Sint ſeparatim lineæ AE, 3 3 item aliæ E G, inclinatæ ſecundùm inclinationem propoſitam; ex puncto E ad lineam 3 3 ducatur

33 ducatur perpendicularis EM, tum ex puncto M ad lineam 3F ducatur perpendicularis MH, dico lineam EH perpendicularem eſſe ad 3F nempe in ipſo opere. Nam cum lineæ AE, 33 ſint in horizontali plano, linea EM in eodem erit; intelligatur per lineam 33, ductum planum verticale in quo & linea 3F inclinata invenietur cum linea 33 ſit ejus ichnographia; erit ergo linea EM recta ad planum verticale, omneque planum per illam ductum, erit rectum ad planum verticale 33 F; *(per* 28. 11.*)* cùm ergo trianguli EHM planum ſit rectum ad planum verticale, & ad communem ſectionem HM ducta ſit perpendicularis H3, hæc recta erit ad idem planum, quare perpendicularis erit ad HE; quod erat demonſtrandum. Atque hoc modo operandum pro primo exemplari, quia latera illud comprehendentia incipiunt ab eodem plano horizuntali, hoc eſt habent ſua initia in punctis E & 3.

Pro exemplari ſecundæ commiſſuræ, aliter operandum eſt, nempe praxis propoſ. 3. libri primi hujus accerſenda eſt hoc modo; ducatur in ichnographia linea 1R perpendicularis ad lineam 22. tum ſeparatim ducatur linea 22, cum puncto R invento. Sit linea 2P æqualis lineæ 1K, ſumptæ in linea AO, eſt enim differentia altitudinis utriuſque puncti commiſſuræ, per punctum P ducatur linea PQ cum ſua inclinatione, ducatur & ex puncto R linea perpendicularis RS, in S punctum cadit perpendicularis. Quare ſi fiat ſeparatim linea PQ æqualis lateri inclinato CF jam invento, item repetatur linea PS, & per S ducatur perpendicularis ST, tum aptetur linea PT æqualis diſtantiæ circuli exterioris, ab interiori in arcu primigenio, perficiaturque parallelogrammũ TQ, illud erit exemplar ſecundæ commiſſuræ.

Pro exemplari tertiæ commiſſuræ utendum erit lineis horizontalibus 45 ducendo perpendicularem VX, & pro differentia altitudinis laterum, ſeu pro linea P a, utendum erit linea LN.

Non diſſimili ratione formabis exemplaria concavitatum, quorum unum latus erit ſemper æquale ſubtenſæ arcûs primigenii, quare ſicut in exemplaribus commiſſurarum aptata eſt linea KC, aut TP æqualis lineæ A 3, in exemplaribus concavitatis aptanda eſt una ex ſubtenſis.

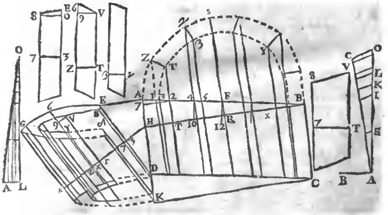
Pro prima concavitate utendum erit ichnographiis 32, & differentia altitudinis ſumpta in linea AO, erit AI; pro ſecundo exemplari, utendum erit lineis ichnographicis 2, 5 & differentia altitudinis erit IL; pro clavi utendum erit lineis ichnographicis 5. 5. ſine ulla differentia altitudinis, ut fecimus in exemplari primæ commiſſuræ.

Eadem exemplaria valent pro alia parte ſi invertantur. Opus non eſt habere arcum rectum, quia quoties habentur tria diverſi generis exemplaria, facilè per propoſ. 4. libri primi, habere poſſumus angulos inclinationis planorum.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Arcus obliquus inclinatus per projectionem.



Quia praxis ſuperior videtur nonnihil difficilior, quamvis ejus demonſtratio ſit intellectu facilis; aliam praxin faciliorem ſubjiciemus petitam ex difficiliori demonſtratione. Sit ergo ichnographia totius operis ABCD, intelligaturque ſupra AB deſcriptus arcus ſimplex, à cujus commiſſuris cadant perpendicula in diametrum AB, talem arcum non deſcripſimus in figurâ, ſed ſuppoſuimus; à ſingulis diviſionibus arcûs, ducantur lineæ obliquæ, oſtendentes ichnographiam totius operis. Sit item linea EO, ſemidiameter verticalis, arcûs primigenii, cui addatur AE, altitudo pulvinaris: volumus enim planum hotixontale ABCD eſſe ſubſtratum toti operi, ideoque rectangulum per axem finiet in DC, ex punctis A, 1, 3, a &c. lineæ AB, ducantur occultæ perpendiculares ad lineam AD, ulteriùs producendæ, ita ut exteriùs à linea AD, accipiatur longitudo in linea AO, incipiendo ab A; verbi gratiâ, perpendicularis AE, ſit æqualis lineæ, AE ſeparatæ; perpendicularis quæ procedit à puncto F, & deſinit in G ſit æqualis AO, ita ut inter G & lineam AD intercipiatur linea æqualis ipſi AO: perpendicularis

perpendicularis procedens ex puncto 5 ultra AD ſit æqualis lineæ AL, ita de cæteris habebuntur que initia laterum inclinatorum. Idem fiat in punctis lineæ DC ita tamen ut perpendiculares non incipiant à puncto A lineæ AO, ſed à puncto E, & habebis alium terminum ſingulorum laterum inclinatorum. Conjunges autem lineâ rectâ duo puncta pertinentia ad idem latus inclinatum: perpendicularis quæ procedit ex puncto B notetur, ſitque BH, ex puncto H ad latera inclinata ducatur perpendicularis HK.

Ita formabis arcum rectum ſupra lineam BH; produces ex ſingulis diviſionibus lineæ BH, lineas perpendiculares, quæ jam inchoatæ ſunt, ſingulaſque facies æquales, diſtantiæ ſingulorum laterum à puncto H. Ut verbi gratiâ, excitanda ſit perpendicularis RS æqualis lineæ HK; in puncto T excitanda eſt perpendicularis TT æqualis lineæ H7, quia latus inclinatum V7 procedit ex perpendiculari puncti 2, quod eſt in linea AF: pariter in puncto X excitabitur perpendicularis XY æqualis lineæ HX, quia latus inclinatum XY originem ſuam ducit ex puncto 2, quod eſt in lineæ BF. Atque hoc diligenter advertendum eſt, ne inconcinnè transferantur hujuſmodi perpendiculares; ita perficies arcum rectum, qui erit neceſſariò pedum inæqualium, altiorque ad partes B, quàm ad partes A.

His perfectis ita abſolves exemplaria commiſſurarum, nam exemplaria utriuſque frontis habentur in arcu primigenio. Exemplar primæ commiſſuræ D3 duplici modo formabis; vel aſſumendo lineam commiſſuræ 73, ductiſque perpendicularibus hinc inde, æqualibus partibus laterum inclinatorum, huic exemplari convenientium, ſunt autem ED cum vicino; vel ducendo perpendicularem 8, in ipſis lateribus inclinatis, ducto ſeparatim latere E3 uſque ad D, transferetur item diſtantia à puncto E ad perpendicularem 8, quæ ſit EO, per punctum O ducatur perpendicularis O8, & aptetur linea E8 æqualis diſtantiæ circuli interioris ab exteriori, nempe lineæ A3 aſſumptæ in arcu primigenio, & abſolutum erit exemplar.

Pro ſecunda commiſſura, aſſumatur linea 7Z, commiſſuræ arcûs recti, cui ſit æqualis Ta, ſeparatim ducta, factiſque perpendicularibus transferes hinc inde partes laterum inclinatorum, quibus fient æquales TV, Z6 &c. & perfectum erit exemplar.

Pro tertia commiſſura aſſumatur linea 37, æqualis commiſſuræ arcûs recti.

Exemplaria concavitatem ſimiliter fiant; verbi gratiâ concavitatis 3T, arcûs recti, ſit linea 7T æqualis ſubtenſæ 3T, ductiſque perpendicularibus ponantur latera 78, TV æqualia ſibi reſpondentibus & habebitur exemplar concavitatis: in quo ſi bene operatus es, erit linea 8V æqualis ſubtenſæ arcûs primigenii. Poterat idem exemplar formari ſine arcu recto, ducendo ex puncto 8 perpendicularem ad latus VT, & aptando ſubtenſam arcûs primigenii, ita perficies alia exemplaria.

Demonſtratio hujus praxis tota dependet ex projectione ſupra lineam AD, quæ horizontalis ſupponitur. Intelligatur erigi planum verticale AGD, & ex ſingulis punctis laterum arcus, duci perpendiculares ad tale planum, dico formandam eſſe figuram AGD, in qua habentur omnia latera, cum ea habitudine quam habent inter ſe. Nam ſupra AB intelligatur ſtare verticaliter arcus primigenius, erit ejus altitudo æqualis lineæ AO, ſeparatim ductæ; in puncto A intelligatur ducta linea verticalis æqualis lineæ AO, cum omnis linea verticalis, ſit perpendicularis, ad lineam AD in horizonte jacentem; verè in tali ſitu exhibebitur punctum G, pro ſummitate arcûs. Ita oſtendam reliqua puncta methodo datâ, benè aſſignari & latera inventa ita ſe habere, ut oſtendi propoſ. 1. 5. libri ichnographias ſe habere, ſunt enim hæc latera quaſi ichnographiæ verticales. Unde eadem methodus, quâ à perpendicularibus ductis ad ichnographias horizontales, procedimus ad perpendiculares laterum ipſorum; ita etiam in hoc caſu; unde probata manet methodus exemplaria formandi per perpendicularem, ut in perpendiculari 8 oſtendimus.

Quod verò arcus rectus bene formatus ſit ita oſtendo. In eo ſitu in quo erigeretur planum ACD verticaliter ſupra lineam AD, cum linea HZ ſit perpendicularis ad omnia latera inclinata, aut ſaltem veſtigia eorum in plano verticali, & aliunde linea BH horizontalis ſit perpendicularis ad AD, & conſequenter recta ſit ad planum verticale erectum ſupra eandem AD, erit in tali ſitu angulus BHK rectus. Quare ſi in punctis T, R, X, lineæ BH, excitentur perpendiculares, cum ſint parallelæ lineæ HK, divident perpendiculariter ipſa latera; invenieturque eadem diſtantia à puncto T lineæ HB ad latus ſibi reſpondens, quæ invenitur inter H & T, lineæ HK. Hæc ut clarè demonſtrari poſſent indigerent innumeris figuris, ſed hæc ſufficiant ad indicandam demonſtrationem, quam quilibet facere poterit imaginando ſibi opus perfectum.

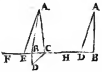
PROPOSITIO XXV.

Problema.

De eodem arcu obliquo, & inclinato in muro in pternam decreſcente.

Multis modis fieri poteſt, ut formetur arcus obliquus & inclinatus in muro inclinato. Primus modus erit, ſi intelligatur arcus obliquus, & inclinatus, quaſi profectus ex arcu primigenio verticaliter erecto, incidere & continuari, uſque ad murum inclinatum. Secundus modus erit, ſi immediatè arcus primigenius intelligatur applicari muro in pternam inclinato. Prima autem difficultas quæ occurrit in eo conſiſtit, quod inclinatio muri quæ cognita eſſe debet, ſequatur perpendiculares in horizonte & muro ductas ad communem ſectionem; ſecundùm leges ordinarias inclinationum planorum. Quærendus autem eſſet angulus, quem faceret linea BC, præcedentis figuræ cum communi ſectione plani verticalis ſupra BC erecti, & muri inclinati ſupra AB erecti. Sit ergo angulus ABC, angulus inclinationis muri cum horizonte, fiat angulus BCD iſtius figuræ æqualis angulo ABH, figuræ præcedentis; nempe complemento anguli HAB, ſitque BD perpendicularis ad BC, eritque angulus BDC æqualis angulo DAB. Fiat linea EC æqualis lineæ CD, ducaturque linea EA, erit angulus FEA

angulus inclinationis muri ſumptus, ſecundum lineas obliquas AD, quibus præparatis ita operaberis.



Primò ductis ut in propoſitione præcedenti perpendiculis ex ſingulis commiſſuris arcûs primigenii in diametrum AB, tum ductis, ex punctis diametri AB perpendicularibus occultis ad lineam AD, habeatur in charta ſeparata linea AO, nempe EO ſemidiameter verticalis arcûs primigenii, & AE altitudo pulvinaris. Fiat angulus BAC æqualis angulo FEA proximè invento, in hac propoſitione, & per puncta diviſionum lineæ AO ducantur lineæ inclinatæ ſecundùm inclinationem totius arcûs, tum in punctis lineæ AD, loco perpendicularium quæ excitabantur, ducentur lineæ quæ cum AD faciunt angulum æqualem angulo BAC, longitudo autem earum ſumetur non in linea AO, ſed in linea AC, & habebis puncta in quibus incipere debent latera inclinata, pro muro inclinato in pretnam.

In tali caſu arcus primigenius non exhibet exemplaria frontis, nam arcus primigenius ſupponitur verticaliter erectus, frons autem in tali pariete inclinata eſt. Ut deſcribatur arcus, qui aptari poſſit parieti inclinato, ſupra lineam AB, & ejus diviſiones excitari debent non perpendiculares, ſed lineæ ad AB nonnihil inclinatæ: habebis autem hoc modo inclinationem requiſitam. In figura hujus propoſitionis fiat triangulum ex tribus lineis AB, AE, BD, hoc eſt ita ut AD æqualis ſit ipſi AE, erit angulus ADH, ille quem lineæ ſupra diametrum AB excitandæ cum ea facere debent. Quarum longitudo non penes lineam AO, figuræ ſuperioris propoſitionis, ſed penes lineam AC ipſi adjunctam ſumi debent. Ratio eſt quia in prima figurâ hujus ſi duceretur linea AD, eſſet angulus ADB is qui quæritur, & linea DB repræſentaret lineam AB propoſitionis ſuperioris.

Si pariter ſupra lineam DC ſuperioris propoſitionis intelligeretur excitatus paries, in pretnam inclinatus; ductis ex punctis diviſionum lineæ DC perpendicularibus occultis ad lineam AD, pariter excitandæ eſſent lineæ, ſupra puncta, inventa in linea AD, non perpendiculares ut priùs, ſed lineæ quæ facerent angulum BAC qualem adjunximus ſeparatim lineæ, AO, & hoc in eam partem in quam murus inclinat.

Secundus modus quo talem arcum deſcribemus erit, ſi arcus primigenius intelligatur applicatus ipſi muro, & conſequenter nonnihil inclinatus, tunc linea AO inclinanda eſt ut vides ſeparatim & à ſingulis ejus diviſionibus ducendæ perpendiculares ad baſim tum ad ſingulas diviſiones lineæ AB, ducendæ ſunt perpendiculares æquales ſegmentis baſis, ſibi correſpondentibus; ut in puncto F, figuræ propoſitionis præcedentis, ducenda eſſet perpendicularis F 12, æqualis baſi AL figuræ ſeparatæ, ſeu æqualis toti baſi AL, in punctis 4, 4, ducendæ duæ perpendiculares 4, 10, 4, 13 æquales ſecundo ſegmento baſis, incipiendo ſemper à puncto A. Omnibus inventis perpendicularibus earum. puncta oſtendunt ichnographiam ſingulorum punctorum arcûs primigenii inclinati, nempe 10, 12, &c. à quibus ad lineam AD ducendæ ſunt perpendiculares occultæ, & ex punctis lineæ AD, excitandæ perpendiculares, quarum longitudo non ſumatur ut priùs, in linea AO, ſed in perpendicularibus ductis à diviſionibus lineæ AO ad baſin AL.

Hoc modo habebuntur & latera inclinata, & eorum longitudo, ſi murus inclinatus erectus eſſet ſupra CD, perpendiculares ut priùs deſumptæ ex baſi AL, eſſent excitandæ, in eam partem in quam murus inclinat, cætera eodem modo perficienda.

Demonſtratio petitur ex eo quod, intelligantur ex ſingulis commiſſuris arcûs inclinati, cadere perpendiculares in ſubjectum planum horizontale, quæ facilè inveniuntur propoſitâ praxi. Ut patet ſi per ea puncta quaſi per projectionem ducantur perpendiculares ad AD, rurſuſque excitentur perpendiculares prioribus æquales, bene invenitur punctum in plano verticali ſupra AD erecto, reſpondens ſingulis punctis arcûs inclinati. Quæ ad inventionem exemplarium pertinent ſimiliter fiunt, ut in præcedenti propoſitione.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

De arcu obliquo inclinato, incurrente in compluvium, aut teſtitudinem ſphæricam.

Eâdem ferè praxi, quam ſupra docuimus, in arcu rectâ deſcendente, ſed obliquè incurrente in compluvium, arcum obliquum, & inclinatum formabimus, incurrentem in compluvium. In figura penultimæ propoſitionis intelligatur compluvium ſenſim curvari, hoc eſt murum lineæ CD impoſitum, non eſſe verticalem, ſed ſinuati in arcum; duplici modo id accidere poteſt, vel ita ut compluvium rectum ſit, ejuſque ſectio circularis ſumenda ſit penes lineam perpendiculariter ductam ad lineam DC, vel ita ut diameter ſectionis, circularis, ſit in linea AD producta. Si hoc ultimum, aſſumptâ ſemidiametro compluvii, fient arcus per puncta inventa in linea DK; ita tamen ut centrum ſemper ſit in linea DK, ſi nempe compluvium incipit curvari in linea DC, vel infrà ſi compluvium incipiat incurvari infrà lineam CD. Si verò compluvium eſt ita rectum, ut ſectio ejus ſecundùm lineam DK facta, ſit Ellyptica, debet fieri illa Ellypſis, applicarique ſucceſſivè ſingulis punctis lineæ DK. Denique obſerventur eæ omnes cautiones, quas in arcu rectâ deſcendente, ſed obliquè incidente in compluvium diximus.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

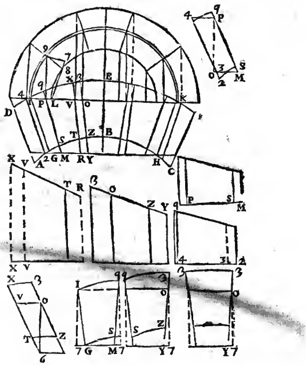
Arcus obliquus, & inclinatus inter duo compluvia inter ſe parallela, aut etiam non parallela.

Eodem prorſus modo, quo arcum obliquum inclinatum, ita formavimus ut incurreret in complu

compluvium, ex una patte, poſſumus illud ita efformare, ut hinc inde duo habeat compluvia, ſibi invicem patallela, ut in fig. prop. 24. ſi ſupra lineam AB ita erigi intelligatur paries, ut ſinuetur in arcum, hoc eſt ita ut linea AB ſit unum ex lateribus arcûs, ſeu extendatur arcus ſecundùm lineam AB, producenda erit linea HA, in eaque erunt omnia centra illius, ſi ſectio in tali compluvio facta, ſecundùm lineam HA productam circularis ſit; ſi verò ſit Ellyptica hæc habenda erit, & aplicanda ſingulis punctis inventis in linea HA. Nam concurſus ſingulorum arcuum, aut ſingularum Ellypſium, cum latere inclinato ſibi reſpondente, dat initium illius lateris. Vide quæ ibi dicta ſunt de arcu recto inclinato incurrente in compluvium. Quo etiam modo facilè formabis arcum obliquum inclinatum, incurrentem in teſtudinem ſphæricam.

PROPOSITIO XXVIII.

Porta in turri rotunda, in obliquum undique divaricata.



Aliam in hoc, & ſequentibus exemplis viam tentabimus; cùm enim in ſuperioribus latera arcuum, ſeu commiſſuras concavitatis horizontales in horizontali plano per projectionem ut vocant deſcripſerimus, inclinatas in plano verticali ſibi æquidiſtante notaverimus, in his exemplis in verticali plano directè oppoſito, ſeu plano frontis, lineas commiſſurarum frontis delineabimus.

Sit ergo concavitas turris circulus ABC, convexitas DEF; GHKI ſit ichnographia interioris portæ, in obliquum divaricatæ. Supra lineas GH, IK, deſcribantur duo circuli interiores, cum ſuis exterioribus; ſintque diviſi more conſueto; & diametros cadant perpendicula; & per puncta diviſionum in utraque diametro ſibi reſpondentia, ducantur lineæ, nempe ichnographiæ laterum, ſeu commiſſurarum concavitatis; quæ producantur uſque ad convexitatem DEF: utrumque circulum deſcripſi ſupra lineam IK. Primò quæratur longitudo laterum, ſeu commiſſurarum concavitatis; in punctis, P, M, & aliis ducantur lineæ MSPq, RTVX, & aliæ, quæ ſeparatim repetantur; tum in punctis M, & P excitentur perpendiculares, æquales perpendiculis à quibus procedunt, hoc eſt in puncto M perpendi-

cularis æqualis perpendiculo minoris circuli, & puncto P æqualis perpendiculo majoris, ſuperior linea S q erit latus quæſitum; quia ſi ſupra lineam horizontalem qM, excitentur perpendiculares; puncta ſuperiora S & q invenientur in ſuperficie turris; idem fiat in reliquis.

Deſcribatur eodem centro quo major arcus deſcriptus eſt, minor circulus, eodemque modo diſtribuatur; tum ab extremitate ſubtenſæ majoris & interioris arcûs ad ſubtenſam minoris & interioris ducatur perpendicularis 97, verbi gratiâ à puncto 9, ad lineam L8; idem fiat in aliis omnibus; ſufficiet autem in una pro omnibus. His poſitis,

Primò exemplaria frontis utriuſque habebuntur, ſi circumferentiam DEF extendas in lineam rectam, & ſupra eius diviſiones excites perpendiculares æquales perpendicularibus inventis qq, XX, & aliis. Idem fiat ſupra circumferentiam concavam ABC, excitando perpendiculares SS, TT, cæteraſque, jam priùs inventas.

Exemplaria commiſſurarum ita fiant; commiſſuræ horizontalis ſeu primæ exemplar erit trapezium AGID.

Pro ſecundâ commiſſurâ ſeparatim duc lineam O 3 M æqualem lineæ 98, & 3 M æqualem lineæ commiſſuræ; duc perpendicularem O P; tum apta lineam MP æqualem lateri MP jam invento, perficiaturque parallelogrammum; eritque exemplar commiſſuræ ab uno atcu ad alium, in pariete plano. Reſeca à latere MP lineam M S in latere M q inclinato inventam, eique adde Pq. Fiat pariter linea 234. lateri invento, ſimiles cyphras præferenti, æqualis; duc lineas curvas 4q, a S, & perfectum erit opus.

Exemplar tertiæ commiſſuræ pariter fiet. Sit linea 6 ſeparatim ducta æqualis lineæ 98, tum in puncto 6 excitetur perpendicularis 6O, contra quam aptetur linea YO æqualis lateri inclinato YO; perficiatur parallelogrammum Y O V 6, quod eſſet exemplar commiſſuræ, ſi non in turri rotunda, ſed in pariete plano deſcriberetur arcus divaricatus, quare huic addantur O3, VX, reſecentur YZ, 67, æquales inclinatis prius inventis, ducantur lineæ non nihil curvæ X 3 ſecundùm convexitatem turris, & TZ ſecundùm concavitatem, figura Z 3 X T erit exemplar tertiæ commiſſuræ.

Exemplaria concavitatum ita fient. Sit linea G M 7 æqualis chordæ L 8 7 arcûs minoris, ad quam ducta eſt perpendicularis 97. Sumptâ G 7 æquali 87 in punctis 7, 7 excitentur perpendiculares occultæ, quibus aptabis ex puncto G lineam GI, æqualem lineæ GI figuræ majoris, & in puncto M, lineam MP æqualem lateri inclinato quod reſpondet lineæ inclinatæ MP; fietque figura G I P M exemplar concavitatis, ſi porta eſſet in pariete plano, & non in turri rotunda. Quare adde lateri MP, reliquum Pq, & ab eo aufer MS, pariter ſumptam, in latere inclinato; & duc curvas I q, G S ſecundùm convexitatem, & concavitatem turris, & exurget figura G S q I, pro exemplari concavitatis L 8.

Pro ſecunda concavitate, repetatur linea MY, æqualis ſubtenſæ concavitatis: cui addatur hinc inde M 7, Y 7 æqualis linea 8 7, deeſt in figura littera M, & cyphra 7; in punctis autem 7 & 7, excitentur perpendiculares occultæ; quibus aptentur in puncto M latus inclinatum MP, cui addes, ut priùs Pq, & abſcindes MS, ut habes ſeparatim in latere inclinato. In puncto autem Y aptabis latus inclinatum YO, cui addes reliquum O 3 & abſcindes YZ; ductiſque curvis q 3, SZ, dabitur figura S q 3 Z pro exemplari concavitatis ſecundæ.

Ad exemplar concavitatis Tholi ſeu clavis, ſit Y æqualis ſubtenſæ concavitatis; cui adde hinc inde Y 7, æqualem lineæ 87 figuræ primigeniæ; excitatis perpendicularibus 70, 70 aptabis latus inclinatum YO hinc inde, quia in clavi duo latera concavitatis, ſeu commiſſuræ concavitatis æqualia ſunt. Addes pariter O3, & detrahes YZ; ductis lineis curvis Z Z 33, habebitur exemplar concavitatis Tholi.

Demonſtratio. Primò conſtat inventa latera inclinata Z3, TX, Sq, 24, qualia inveniuntur cum ſua inclinatione in figuris peculiaribus, bene eſſe inventa; nam excitatis in punctis Y, O perpendicularibus æqualibus perpendiculis à quo prodierunt, puncta Y & O habentur ut puncta arcuum; quæ ſi conjungantur lineâ rectâ pervadetur turris ab illa linea: quæ puncta inveniuntur excitando in punctis Z 3 alias perpendiculares. Quare Z 3 in linea inclinata eſt vera longitudo lateris inclinati, à concavitate turris ad ejuſdem convexitatem; idem oſtendam de aliis omnibus inclinatis lateribus inventis ſecundùm praxin propoſitam.

Quod ſpectat ad exemplaria commiſſurarum. Cum arcus minor applicatus ſit ad majorem; in plano minoris punctum 9 eſt illud in quod cadit linea ad ipſum recta à puncto extremo commiſſuræ majoris; nempe à puncto 9, ſpectato in plano majoris; bene ergò ſeparatim excitamus perpendiculares in punctis O, 6, quæ repræſentant punctum 9. Quærimus autem primò exemplaria commiſſurarum pro arcu facto in muro ſimplici, cujus ſuperficies ambæ parallelæ ſunt; exemplar autem ſecundæ commiſſuræ eſſet parallelogrammum 3 4 P M; quia autem concavitas recedit à puncto M versùs unam partem, & à puncto 2 versùs aliam quod cælator non expreſſit in figurâ, addimus illi aliquid versùs punctum a, & auferimus versùs punctum M; & ita de cæteris.

Pro concavitatis exemplaribus, cum punctum 9 in plano minoris arcûs, ſit illud in quod cadit perpendicularis à puncto 9 in plano majoris arcûs, & à puncto 9 in plano minoris arcûs ducta ſit perpendicularis 97 ad ſubtenſam L 8, (*per 9. 51.*) ſi à puncto 9 in plano majoris arcûs ad punctum 7 in plano minoris ducatur linea 97 hæc etiam perpendicularis erit; quare cum in exemplaribus concavitatis, conjungantur ſubtenſis arcûs majoris, cum ſubtenſis minoris, ſciemus obliquitatem laterum ex perpendiculari inventa.

COROLLARIUM I.

Potuit hujuſmodi arcus facilè fieri primò in turri in pyramidem decreſcente; ſi enim fieret ſeorſim figura imminutionis, cum habeatur altitudo ſingulorum laterum, poterunt imminui facilè, pro ratione ſuæ altitudinis.

COROLLARIUM II.

Eâdem praxi hunc arcum efformabis in duobus parietibus angulum continentibus, deſcriptis pariter duobus arcubus, qui paralleli ſupponantur. Item in turri rotunda, ſed obliquè in eum incurrente; in pariete item obliquè

eum

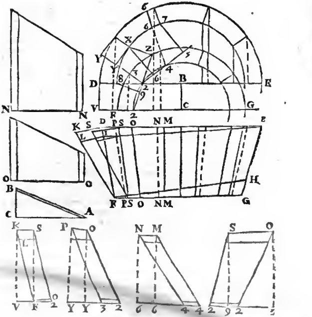
cum ſecante, ſive parietis ſuperficies fuerint parallelæ, ſive non. Item poterit hic arcus incurrere in compluvium, tunc autem augenda erũt latera iſtius arcûs, propter flexuram arcûs. Quæ omnia ſatis facilè ex ſuperioribus intelligi poſſunt. Ut autem praxis iſtius univerſalitas meliùs pateat, quæ videtur viam aperire teſtudinibus conicis, duo adhuc exempla proponemus. Primum, arcum ſimilem inclinatum proponet. Secundum, arcum inclinatum & declinantem explicabit; oſtenderque hâc unicâ praxi, ferè omnia quæ hactenus dicta ſunt abſolvi potuiſſe.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Porta in pariete obliquo divaricata, & inclinata.

Finge à puncto S ad punctum F perpendicularem S F eſſe ductum.



Supponimus dari arcum, cujus unus ſemicirculus minor ſit alio, & linea centra connectens inclinata, plana autem ſemicirculorum eſſe inter ſe parallela, volo item nullam eſſe obliquitatem. Sit ergo quaſi axis connectens centra circulorum linea AB, inclinata ad horizontem AC, ſitque centrum majoris arcûs punctum B, & minoris punctum A, & in plano majoris punctum C, ſit illud cui perpendiculariter reſpondet centrum minoris circuli, quare deſcribantur duo ſemicirculi, major ex centro B; minor ex puncto C. Dividantur in ſuos lapides, & ex commiſſuris cadant perpendicula in diametrum, DE, FG; repetantur eædem diametri ita ut DE GF ſint in eodem plano horizontali, habeantque vicem ichnographiæ totius operis. Connectantur diviſiones utriuſque diametri, & habebuntur ichnographiæ laterum inclinatorum. Intelligatur paries obliquus comprehenſus lineis IE, FH ſecare obliquè talem arcum. Habenda ſunt primò latera inclinata. Quare ſeparatim repetantur ichnographiæ NN, OO, &c. ſupra cujus extrema excitabis duas perpendiculares, unam æqualem perpendiculo minoris arcûs ſibi reſpondentis aliam æqualem perpendiculo majoris arcûs ſumpto uſque ad lineam FG. Conjunganturque puncta extrema perpendicularium, excitenturque aliæ perpendiculares in punctis in quibus murus obliquus ſecat hujuſmodi ichnographias; hæ ultimæ perpendicolares debentur, diviſionibus obliquis IE, FH. Pariter pro ichnographia DF, cum in puncto F arcus minor nullum habeat perpendiculum, at verò in puncto D arcus major ſit jam elevatus ſupra planum horizontale toti operi ſubjectum, ſecundùm lineam BC, ſit DK perpendicularis ad DF æqualis ipſi BC. Ducatur linea KF, tùm in puncto I in quo paries obliquus ſecat ichnographiam FD, perpendicularis IL, hæc debetur puncto I parietis obliqui. Idem faciendum eſſet pro linea SS, in qua etiam minor circulus attingit horizontale planum. Hac praxi inveniemus pro ſingulis lineis ichnographicis, latera impoſita reſpondentia parieti obliquo, & inſuper perpen-

diculares reſpondentes punctis in quibus paries obliquus ſecat hujuſmodi ichonographias. Quibus poſitis facilè omnia perficiemus.

Exemplaria frontis pro pariete obliquo ita formantur. Supra diviſiones lineæ obliquæ IE, excitentur perpendiculares diviſionibus ſingulis competentes, petitæ ex ſingulis figuris, nempe in puncto I, perpendicularis IL; pro aliis diviſionibus accipiantur, in figuris particularibus; & ſic formabitur arcus nonnihil detortus continens omnia exemplaria frontis IE, in puncto E erit perpendicularis æqualis lineæ BC.

Idem fiat ſupra lineam FH, in cujus puncto F, nulla eſt perpendicularis; ſunt autem perpendiculares lineæ FH paulò majores, ſed non multum perpendiculis arcûs minoris.

Ad exemplaria commiſſurarum primò requiritur, ut ex punctis X & 7 commiſſurarum majoris arcûs, ducantur perpendiculares XY, 76, ad commiſſuras arcûs minoris productas; idem intelligatur fieri in aliis.

Pro prima commiſſura repetatur linea commiſſuræ arcûs minoris, quæ eſt 2 F V, & quia perpendicularis demiſſa ex puncto 8, cadit in F, excitetur perpendicularis FS, cui aptetur linea 2 S æqualis lineæ inclinatæ SS. Perficiatur parallelogrammum; vel ſi exactiùs velis procedere, cùm ex D majoris figuræ cadat perpendicularis in V, excitetur perpendicularis VK, cui aptetur linea FK, æqualis lineæ inclinatæ majoris figuræ, eritque F 2 SK exemplar commiſſuræ duobus arcubus parallelis inter ſe terminatum, à quo reſecandum eſt aliquid, ut fiat exemplar ejuſdem commiſſuræ, ſcilicet ex 2 S versùs punctum 2, 20, & versùs S, SL; quod in inclinata SS reperies, Item ex FK aufer KL eritque figura OL exemplar quæſitum.

Pro ſecunda commiſſura repetatur linea 2 3 YY, in quam cadant duæ perpendiculares in punctis YY, quare in iis excitentur perpendiculares YP, YO: aptabiſque latera inclinata linearum PP, OO, cum ſuis diviſionibus, quæ oſtendent quantum auferendum erit, ut ab exemplari pro arcubus parallelis, fiat exemplar commiſſuræ pro parietibus obliquis.

Ad tertiæ commiſſuræ exemplar, repetatur ſeparatim linea 4 4, 6 6, & quia cadunt perpendiculares in puncta 6 6, excitentur in iis perpendiculares, aptenturque lineæ 4N, 4M æquales lateribus inclinatis reſpondentibus, lineis MM, NN; transferantur item eæ partes quæ reſecandæ ſunt ut fiat exemplar commiſſuræ pro parietibus obliquis.

Pro prima concavitate 2 2, ex punctis 8 & X majoris arcûs, cadant ad ſubtenſam 2 2 productam, duæ perpendiculares 8 9. XZ; tum reperatur ſeparatim hæc ſubtenſa 2 9 2 Z, & in punctis 9 & Z excitentur perpendiculares, quibus aptentur lineæ 2 S, 2 O æquales lateri inclinato SS, & lateri inclinato reſpondenti lineæ OO; transferantur item diviſiones eorumdem laterum; & habebitur exemplar concavitatis, reſpondens arcubus, habebis item id quod lateribus auferendum eſt, ut habeatur exemplar concavitatis, interceptum intra ſuperficies utriuſque muri obliqui.

Pro ſecunda concavitate, ad ſubtenſam 1 4 minoris arcûs, ex punctis X & 7 majoris, ducantur perpendiculares X 6, 7 5; ad formandum exemplar utere lineâ 2 6 4 5, excitando perpendiculares in punctis 6 & 5 & aptando latera inclinata reſpondentia lineis OO, MM cum ſuis diviſionibus.

Exemplaria partis dextræ, inſerviunt ſiniſtræ ſi invertantur.

Demonſtratio. Primò ſupponitur arcus minor, eſſe in loco inferiori, atque adeo nos deſcripſiſſe, in quadrilatero DEGF ichnographiam totius operis, in plano in quo eſt diameter minoris circuli: unde demiſſis ab utroque arcu perpendiculis, ita ut perpendicula majoris arcus continuentur, uſque ad planum horizontale in quo eſt diameter minoris, ſi conjungantur extremitates perpendiculorum in utrâque diametro, habebis lineas ichnographicas laterum inclinatorum. Voco latera inclinata, lineas commiſſurarum in concavitate arcûs. Ut autem habeantur ea latera, benè ſeparatim eorum ichnographias repetiimus, ereximuſque perpendiculares lineas, æquales perpendiculis. Bene item hâc praxi inveniuntur perpendiculares, quæ erigi debent in parietibus obliquè talem arcum ſecantibus, ut habeantur exemplaria utriuſque frontis.

Oſtendo item, ſi ex puncto 8, arcûs majoris, ducatur perpendicularis uſque ad lineam commiſſuræ VF, ſumptam in arcu minori, oſtendo inquam eam cadere in punctum F. Quia enim punctum 8 ſumptum in plano majoris circuli, reſpondet perpendiculariter puncto 8 ſumpto in plano arcûs minoris, (*per* 9. 11.) & à puncto 8 in plano minoris, ducta eſt perpendicularis 8F, erit linea 8F, ducta à puncto 8 exiſtente in plano majoris circuli perpendicularis ad lineam F a. exiſtentem in plano minoris; ita oſtendam perpendiculares ductas in uno plano, etiam eſſe perpendiculares cum ducuntur ab uno plano ad aliud, ideoque benè oſtenderem obliquitatem exemplarium, tam concavitatis, quàm commiſſurarum.

COROLLARIUM I.

Ex hoc colliges methodum deſcribendi arcum inclinatum, & divaricatum, in pariete directè oppoſito, cum primò fiant exemplaria perinde ac ſi arcus primigenii eſſent invicem paralleli, & directè inter ſe oppoſiti. Hanc praxin qui bene intellexerit ferè omnes arcus ſuperiores perficiet.

COROLLARIUM II.

Tam facilè, arcum cylindricum, hoc eſt non divaricatum facere poteramus; immò multò faciliùs.

PROPOSITIO XXX.

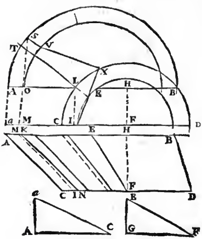
Problema.

Arcus obliquus, inclinatus, divaricatus.

Intelligantur duo ſemicirculi invicem paralleli, quorum unus major, alter qui & minor ſit in ſitu depreſſiore: eorum diametri ſint AB CD; Ichnographia ABCD ſeparatim ducta. Sitque inclinatio angulus EFG, ita ut diameter majoris ſit altior diametro minoris ſecundùm lineam EG. Ex F ichnographia centri minoris, ducatur ad AB ichnographiam diametri majoris circuli, perpendicularis FH; ita minor circulus deſcribatur, ut ut linea FH in ſuperiori figura æqualis ſit lineæ EG, & lineæ EH in utraque æquales ſint; tunc minor circulus deſcriptus ex puncto F occupabit

locum

locum in plano circuli majoris, cui reſpondet perpendiculariter. Intelligantur ex majoris ſemicirculi diviſionibus, demiſſa perpendicula, uſque ad diametrum minoris; item ducta eſſe perpendicula ex diviſionibus minoris in propriam diametrum. Quærantur primo ſingula latera inclinata,



quæ inveniuntur eâdem methodo, quâ in ſuperiori propoſitione inventa ſunt, hoc modo. Sit inveniendum latus inclinatum reſpondens lineæ ichnographicæ AC; reperiatur ſeparatim AC; in puncto A; excitetur perpendicularis Aa æqualis lineæ A a, ſeu diſtantiæ plani horizontalis in quo eſt diameter CD, ab eo plano horizontali in quo eſt diameter AB; in puncto C nulla excitetur perpendicularis, eritque C A latus inclinatum, conjungens puncta C & A. Pariter ſi ſeorſum aſſumeretur linea ichnographica N K, in puncto N nulla excitaretur perpendicularis, & in puncto K excitaretur æqualis perpendiculari A a: pro linea I M in puncto M excitanda eſſet perpendicularis, æqualis perpendiculo M S, & in puncto I æqualis perpendiculo I L; & ita de cæteris, advertendo ſemper perpendicula majoris circuli ſumenda eſſe uſque ad lineam, CE.

Exemplaria frontis utriuſque jam habentur in arcubus primigeniis. Exemplaria commiſſurarum fiunt eâdem methodo, ducendo ex lineis commiſſurarum majoris arcûs, lineas perpendiculares ad lineas commiſſurarum minoris circuli productas, ut vides in ST. Similiter exemplaria concavitatis fient, ſi ab extremis ſubtenſarum majoris arcûs, cadant perpendiculares ad ſubtenſas minoris, productas; ut vides ductam eſſe VX, perpendicularem ad N X. Praxis autem formandi exemplaria eadem eſt quæ in ſuperiori exemplo.

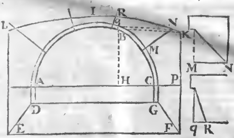
COROLLARIUM.

Vides tam facilè poſſe perfici totum arcum; etiamſi duo ſemicirculi æquales eſſent, aut inferior major eſſet; item etiamſi ambo ſemicirculi eſſent elumbes, aut unus elumbis, alter plenus; aut etiamſi ambo eſſent pedum inæqualium: ideo hæc praxis eſt univerſaliſſima.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

De ſecundariâ arcuatione vulgò dictâ Maſſilienſi, Arriere voſſure de Marſeille.



Secundarias arcuationes vocamus, eos arcus, qui aliis præcipuis aptantur, ideo autem adhibentur, ut paulò major apertura fiat, ſive ad majus lumen intromittendum, ſive ut aperiantur fores faciliùs, ſintque patentiores. Hanc communiter adhibent, ut fores etiam arcuatæ aperiri poſſint, quod fieri non poſſet ſi arcus eſſet ſimplex, & non aliquantulum divaricaretur.

Sit ergo arcus interior ABC; ſitque eius ichnographia ADEFG. In punctis D, & G ſit retinaculum (*feuilleure*) cui poſtes incumbunt; ſitque DE, GF, obliquatio arcûs, cui æqualis ſit CH; ducatur perpendicularis HB, & per punctum B parallela BK; ex puncto F ducatur perpendicularis F K, cui ſit æqualis E L; ducatur arcus K L & abſolutum erit opus. Applicatio hujus diagrammatis talis erit, quia hic arcus rectus eſt, & exceptâ divaricatione eius, omnes anguli recti ſunt, ſufficiet habere exemplaria commiſſurarum. Quare exemplar primæ commiſſuræ erit PCGF. Pro ſecunda commiſſura ab extremitate retinaculi ducatur perpendicularis M,

quaſi

quaſi vellemus continuare totum exemplar, ita ut habeat totam craſſitiem requiſitam, ſitque M N, æqualis ſimili lineæ, in magno diagrammate exiſtenti, eritque factum exemplar ſecundæ commiſſuræ.

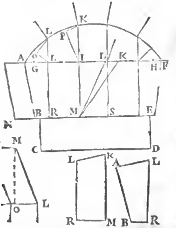
Exemplar tertiæ fiat ſimiliter, nempe ut eius linea q R, æqualis ſit ſimili lineæ diagrammatis majoris.

Unum tamen notare velim in puncto K, non abſcindi omninò lapides uſque ad retinaculum, ſed quaſi in arcum, qualem vides exprimi in puncto K.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

De ſecundaria arcuatione regulata.



Supponitur hîc porta, aut feneſtra quadrata; quare ſecundaria arcuatio in lineam deſinit; excipit enim, ſuperliminarium retinaculum. Poteſt autem accidere, ut ſuperliminare ex uno lapide conficiatur, unde ſecundaria arcuatio regulata, ita incipiet à ſuperliminari, ut illius nulla ratio haberi debeat, vel ſuperliminare in totidem partes dividitur, in quot ipſe arcus; utrumque caſum perſequemur in hac propoſitione. Sit ergo ichnographia portæ aut feneſtræ ABCDEF; tabella ut vocant BD; obliquatio divaricata ABEF; retinaculum (*feuillenre*) B, & E. Debet deſcribi arcus ſupra lineam AF, qui continuetur uſque ad BE; ſit ergo deſcriptus talis arcus, integer, elumbis, aut partialis, parùm intereſt. Diſtribuatur hic arcus in ſuas partes, à quibus cadant perpendicula continuanda uſque ad lineam BE; ſit linea GH æqualis lineæ BE; ducantur & lineæ commiſſurarum per diviſiones arcûs, quibus ducantur parallelæ ex diviſionibus lineæ AF. Fiat linea IK ſupra lineam AF, æqualis perpendiculo I K; item linea I L æqualis perpendiculo LL, ducanturque lineæ LM, M K, quæ erunt latera inclinata.

Exemplaria frontis habentur in arcu AKF, ex productione commiſſurarum; ſi quis velit exemplaria frontis, pro linea BE, hæc habentur productis commiſſuris in linea GH, quæ repræſentat lineam BE.

Exemplaria commiſſuræ primæ, ſeu horizontalis, erit parallelogrammum AN. Ad ſecundam commiſſuram, ex puncto L arcûs AKF, ad lineam LO, ducatur perpendicularis LO, tùm ſeparatim repetatur linea LO, quæ eſt parallela commiſſuræ L, exciteturque perpendicularis OM, & aptetur linea LM, æqualis lineæ LM majoris figuræ. Tum perficiatur parallelogrammum, illud erit exemplar ſecundæ commiſſuræ. Exemplar tertiæ ſimiliter fiet, ductâ perpendiculari K P.

Exemplaria concavitatis, pro prima concavitate nempe AL, repetatur linea BR, ex majori figura; exciteturque linea RL æqualis lateri inclinato ML; transferatur angulus RBA; ſitque AB æqualis lineæ AB majoris figuræ; ſi bene operatus es lineæ A L utriuſque figuræ æquales erunt. Exemplar ſecundæ concavitatis LK ita fiet; repetatur linea RM; exciteturque perpendicularis MK, æqualis inclinato lateri MK; item perpendicularis RL æqualis lateri inclinato ML; ſi bene operatus es, linea LK hujus exemplaris æqualis erit ſubteoſæ LK. Ad formandum exemplar concavitatis clavis, repetenda eſſet linea MS, ſupra quam excitandæ eſſent perpendiculares ambæ æquales lateri inclinato M K.

Quod ſi continuanda eſſent exemplaria commiſſurarum, & frontis, ita ut ſuperliminare ex pluribus item partibus componeretur, exemplar commiſſuræ primæ eſſet ABCN. Exemplar commiſſuræ ſecundæ ita fiat, ſi addas exemplari jam facto rectangulum, addito retinaculo, ſed ſumpto nonnihil obliquè

Exemplaribus concavitatum adduntur pariter rectangula.

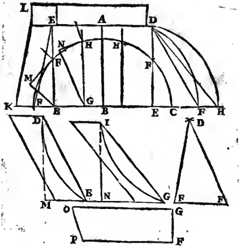
Demonſtratio. Primò oſtendo latera inclinata L M K M eſſe benè inventa; planum arcûs AKF verticaliter intelligitur erectum, ſupra planum horizontale ABEF, quare in tali ſitu angulus MIK rectus eſt, cum M I ducta ſit perpendicularis ad communem ſectionem B E, ſed pariter angulus M I K in figura ichnographiæ eſt angulus rectus, quare baſis MK, (*per 4. 1.*) benè inventa eſt. Secundò cum linea BE, tranſlata intelligatur in GH; hoc eſt ſingula puncta lineæ BE reſpondent perpendiculariter ſingulis punctis lineæ GH; lineæ I P, L O, ſunt quaſi veſtigia commiſſurarum in plano arcûs AKF; & punctum O in plano arcûs reſpondet perpendiculariter ſimili puncto, in plano ipſi parallelo; cum ergo ex puncto L ad lineam LO parallelam commiſſuræ L, in plano AKF exiſtentem, & communem ſectionem plani comprehenſi duabus lineis LO inter ſe parallelis ducta ſit perpendicularis LO, linea ex puncto L ſuperiori ducta, ad punctum O, lineæ LO exiſtentis in alio plano (*per 9. 11.*) perpendicularis erit lineæ I O exiſtenti in plano ſupra BE perpendiculariter jacenti, quare inveniemus quantum perpendicularis diſtet à puncto R; & conſequenter ut jam ſæpè oſtendimus, quomodo formandum ſit exemplar.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

De Secundaria Arcuatione ſancti Antonii.

Hæc ſecunda arcuatio dicitur ſancti Antonii, quòd Pariſiis in porta ſancti Antonii ſimilis arcuatio inveniatur. Regulata autem eſt, hoc eſt deſinit,



finit in lineam rectam, qnia ſuperliminare portæ cui additur hæc ſecundaria arcuatio, planum eſt; quare portam rectangulam eſſe neceſſarium eſt: differt autem à ſuperiore quod ſuperior in conum fere decreſcat, at vero hæc quaſi in ſphæram, & in orbem; ex quo fit, ut exemplaria commiſſurarum, ſint ſphærica; exemplaria concavitatis debeant fieri in materia plicatili, quæ adæquari poſſit ſuperficiei concavæ. Poterit autem fieri arcus circularis, ſi nempe profunditas totius operis adæquet ſaltem medietatem latitudinis, hoc eſt linea AB, minor non ſit linea BC; alioquin fiat arcus elumbis. Sit ergo ichnographia totius operis CDEF; dividatur linea CF bifariam in puncto B; deſcribaturque arcus ſive elumbis, ſive eircularis; demittatur perpendicularis DE, itaque dividatur arcus, ut una diviſio cadat in F; quod facilitatis tantùm gratiâ dico. Sit linea EF, in diametro ad dextram; æqualis perpendiculo EF; jungaturque linea DF; item ſit linea EH ſumpta ad dextram in diametro æqualis perpendiculo GH, jungaturque linea DH; fiant arcus quorum eentra in diametro FC; unus per puncta D, & F; & alterum per puncta D & H; per puncta F, & H arcus primigenii ducantur commiſſuræ, & illis parallelæ à punctis E, & G, nempe GN, EM.

Exemplaria frontis inveniuntur in arcu primigenio.

Exemplar commiſſuræ primæ erit parallelogrammum EK, cui addi poſſet rectangulum EL; ſi nempe perfici debeat ex eodem lapide porta ſine ulla interruptione. Pro ſecunda commiſſura, cadat ad lineam EM perpendicularis FM; tum repetatur ſeparatim EM; ductaque perpendiculari MD, aptetur linea ED, æqualis lateri inclinato DF; deſcribatur item arcus DE, æqualis & ſimilis deſcripto ſupra lineam DF inclinatam & habebitur exemplar ſecundæ commiſſuræ. Pro tertia commiſſura, ad lineam commiſſuræ GN ducatur perpendicularis HN, repetaturque ſeparatim linea GN, tum excitetur in puncto N perpendicularis NI, apteturque linea GI, æqualis lateri inclinato HD cum ſuo arcu, perficiaturque parallelogrammum, & habebis exemplar tertiæ commiſſuræ.

Exemplar concavitatis primæ nempe FF, illud exemplar triangulare eſt, ſi excipias concavitatem quæ poſtea inducitur, habetque unum latus FF, aliud latus FE, ſeu CD, tertium æquale erit lateri inclinato FD.

Secundæ concavitatis exemplar ita fiet. Repetatur ſeparatim linea FG, excitenturque perpendicularis GO, æqualis lateri inclinato HD, & perpendicularis EP, æqualis lateri inclinato FD.

Concavitas clavis ita habetur; repetenda eſt linea HH, ſupra quam excitandæ duæ perpendiculares æquales lateri inclinato HD.

Si quis tamen pro exemplaribus concavitatis planis, vellet ea perficere in materia flexibili, quæ facilè concavitati accommodari poſſet; ſupra lineam GE verbi gratiâ, excitandæ eſſent perpendiculares GO, EP æquales non lateribus inclinatis FD, HD, ſed arcubus ipſis, in lineam rectam extenſis.

Demonſtratio. Linea EE quæ invenitur in diametro FC, repræſentat lineam ED, eique reſpondet perpeodiculariter: quare ſicut priùs oſtendere poſſum, ſi ex puncto F eircumferentiæ, ducatur perpendicularis, ad lineam commiſſuræ quæ excitaretur in puncto E lineæ ED; hæc cadet in punctum cui M reſpondet perpendiculariter; atque adeo, benè formatum eſſe exemplar commiſſuræ MED. Ita oſtendam reliqua exemplaria, tam commiſſurarum, quam concavitatis, bene eſſe compoſita.

SECTIONIS LAPIDVM LIBER TERTIVS.

De Fornicibus conicis.

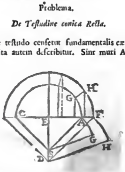
F*ORNICES conici, ſeu qui coni figuram imitantur, deſinuntque in apicem Gallicè à lituis, & buccinis nomen habent* (Trompes;) *& apex, tubulus vocatur*, le trompillon: *mirum autem quàm vim habeant, eò quòd virtualiter ex pluribus arcubus ſenſim decreſcentibus coaleſcant. Adhibentur autem communiter in angulis, quibus coërceri debent, & contineri; uſus habent non vulgares, præcipuè cum ad ſitus deeſt locus, quorum partes poſſunt in aere quaſi pendere, & ab hujuſmodi fornicibus firmitatem habere non vulgarem.*

PROPOSITIO I.

Problema.

De Teſtudine conica Recta.

Hæc teſtudo cenſetur fundamentalis cæterarum; ita autem deſcribitur. Sint muri ABC



comprehendentes angulum rectum in puncto B, ſintque lineæ AB, BC æquales. Ducta diametro AC deſcribatur arcus more conſueto dividendus, à cujus diviſionibus ad diametrum cadant perpendiculares. Ut autem concipias quid agendum ſit, triangulum ABC intelligatur eſſe in plano horizontali, & planum ſemicirculi in plano verticali, tum à ſingulis punctis interioris circoli, ad punctum B duci rectas lineas, quæ omnes æquales erunt lineæ AB: cum axis BE ſit rectus ad planum circuli qui eſt quaſi baſis cylindri recti, unde in puncto E fiunt anguli recti, & cum radii à centro ad circumferentiam æquales ſint, baſes æquales erunt. Pariter ex ſingulis punctis arcûs exterioris ſi ducantur lineæ ad punctum D, erunt omnes æquales lineæ FD; formabuntur duo coni concentrici, ſubducendo minorem ex majori, id quod reſtat erit quaſi media pars infundibuli, cujus craſſities determinata erit duobus circulis concentricis. Hanc figuram efformare intendimus, cujus ſinguli lapides, in cuſpidem deſinent, habebuntque exemplaria frontis, qualia ſunt in arcu primigenio, & exemplaria commiſſurarum omnia æqualia trapezio ABDF, & habent lineam BD communem. Nam ſi immoto axe DBE, volvatur trapezium ABDF, illud deſcribet noſtram teſtudinem, & ſucceſſivè cum ſingulis commiſſuris congruet. Exemplaria concavitatis, & convexitatis facilè habebuntur ſi centro B, intervallo BA, deſcribas circulum, fiatque arcus AG illius circuli, æqualis arcui AG circuli primigenii. Habebis exemplar concavitatis circularis, debebitque efformari in materiâ flexibili; ſi autem velis idem exemplar eſſe planum, ducenda eſt in utroque arcu ſubtenſa AG. Eodem modo formabitur exemplar convexitatis ex puncto D.

Quomodo autem formatis omnibus exemplaribus, lapides ſecari debeant, jam dedimus ſuprà, nec in eo occurrit peculiaris difficultas.

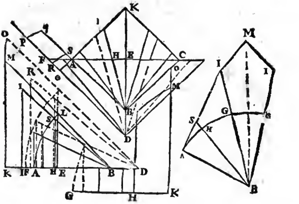
Quod verò totum opus firmitatem ſit habiturum facilè patet, eò quòd talis teſtudo, ſit quaſi compoſita ex pluribus fornicibus decreſcentibus, & tandem deſinentibus in punctum, quæ omnes non magis nutare poſſunt, quam quælibet alia teſtudo, modò, muri ſatis firmi ſint, eamque coerceant.

PROPOSITIO II.

De conicâ teſtudine quadratâ.

Hæc ſpecies teſtudinis utiliſſima eſt, nam ea poteſt angulum ædificii ſuſtentare. Sit igitur quadratum ABCK, in quo efformari debet hæc teſtudo: licèt dentur tantùm duo muri AB, BC, debet autem tota pars AKC ſuſtentari in äëre; ducatur linea AC, producta utrinque uſque ad murum exteriorem, intelligaturque ſupra eam deſcriptus uterque circulus, tam interior, quam exterior, ſicut in priori propoſitione, à cujus commiſſuris, in diametrum BC, cadant perpendicula. Tùm ex puncto B per ſingula puncta diviſionum, orta ab interiori circulo, ducantur lineæ rectæ uſque ad latera AK, KC, quæ erunt ichnographiæ, ſeu veſtigia ſingulorum laterum inclinatorum; pariter ex puncto D per ſingula puncta inventa in linea AE, orta ex circulo exteriori, ducantur lineæ rectæ.

Si



Si intelligeretur ſupra lineam AC effomata teſtudo primæ propoſitionis, cujus latera inclinata dicimus, eſſe omnia æqualia lineæ BA, ſi inquam hæc teſtudo intelligatur produci, donec attingat plana verticalia ſuper AK, KC erecta, latera inclinata habebit longiora. Hæc latera quærimus cùm perpendicularibus cadentibus ab eorum extremitatibus uſque ad planum horizontale BAKC. Scio praxibus innumeris, & ingenioſiſſimis ea inveniri poſſe, facillimas ſemper in hac materia affectabo; ſcribo enim latomis, qui abſtruſa geometriæ arcana ſcire non debent. In charta ſeparata repetatur linea BK, tum intervallo BA fiat arcus circuli AL; repetatur item linea BE, excitataque perpendiculari EL donec attingat arcum AL, ducatur linea BLM, erit BM latus inclinatum reſpondens lineæ BK, & linea KM ejus perpendicularis.

Demonſtratio. Si enim ſupra lineam AC formata eſſet prior teſtudo, latus reſpondens lineæ BE, eſſet BL, æquale lineæ AB ut diximus, & ejus perpendicularis EL; ſed intelligitur produci hæc teſtudo, & linea donec occurrat muro excitato in K, nempe lineæ KM: ita oſtendam latus inclinatum BI pertinere ad punctum I, & ejus perpendicularem eſſe II. Idem faciendum eſt pro circulo exteriori & puncto D, ſed latus præcedentis teſtudinis, erat DF. His poſitis.

Formandus eſt arcus frontis, repetatur ſeparatim linea GK cum ſuis diviſionibus, & in ſingulis excitentur perpendiculares æquales inventis, hoc eſt in puncto K perpendiculares KM, KO, unam pro arcu interiori aliam pro exteriori; ita agendum pro ſingulis diviſionibus, & habebis duplicem arcum continentem omnia exemplaria frontis pro linea AK; ſimilis arcus intelligendus eſt ex alia parte, nempe pro linea CK.

Exemplaria commiſſurarum ita habentur. Primò in figura laterum inclinatorum habetur exemplar commiſſuræ mediæ, ſi clavis divideretur per medium; nempe parallelogrammum BMOD. Exemplar commiſſuræ horizontalis, erit trapezium ABDR, cui diximus in propoſitione præcedenti, eſſe æqualia reliqua, nempe pro teſtudine conica recta ſimplici. Differunt autem hujus teſtudinis commiſſuræ, quod longiores ſint, quare tranſlatis lateribus inclinatis, ex puncto B interioribus, ex puncto D exterioribus, erit primæ commiſſuræ exemplar trapezium BAGD; ſecundæ, BSRD; tertiæ BqPD; factis nempe DP, Bq æqualibus, lateribus inclinatis BM, DO ſupra inventis; & ita de aliis.

Exemplaria concavitatis pariter non differunt ab exemplaribus concavitatis, teſtudinis deſcriptæ in prima propoſitione, niſi quod longiora ſint. Duplici autem modo fieri debent; nempe vel ut plana ſint; vel ut concava ſint, hoc eſt ut deſcripta in materia flexibili aptari poſſint conicæ ſuperficiei concavæ. Fiat circulus AHG; ex puncto B ſeparatim, & intervallo BA; in quo ſumantur ſubtenſæ AH, HG æquales ſubtenſis arcûs primigenii, ſi exemplaria debent eſſe plana; ducanturque lineæ BA, BH, BG &c. eritque triangulum BGH exemplar concavitatis pro præcedenti teſtudine; producantur latera uti BG, BG, donec lineæ BI, BI productæ æquales ſint lateri inclinato BI jam invento; eritque triangulum BII exemplar concavitatis; ſed deeſt illi apex, qui in alio plano invenitur. Unde dividatur bifariam linea II, & per ejus diviſionem ducatur linea BM, quæ ſit æqualis lateri inclinato BM, eritque exemplar concavitatis clavis diviſum, quod ferè ſemper neceſſarium eſt, quia totum in eodem plano non eſt: pariter ſi ſecundùm latus producatur, donec BHS æqualis ſit lateri inclinato BS, jungaturque linea recta SI, habebitur exemplar planum ſecundæ concavitatis.

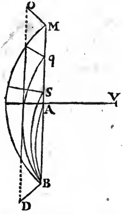
PROPOSITIO III.

Theorema.

De quaſi Sphærica teſtudine.

Si deſideretur teſtudo non conica, ſed quæ ſphæri-

ſphæricam imitetur, neceſſaria erunt alia exemplaria commiſſurarum. Verbi gratiâ ſit exem-



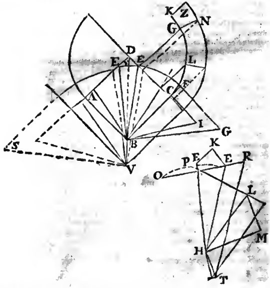
plar quaſi commiſſuræ dividens bifariàm clavim, in longum ſcilicet, ſit inquam trapezium BMOD, diviſâ bifariam lineâ BM in A ductâque perpendiculari AV, quæ ſit æqualis lineæ AM, ex V ut centro, intervallo VM, deſcribatur arcus circuli MB, qui neceſſariò erit quadtans; tum eodem intervallo, id eſt eâdem apertura circini fiat, arcus tranſiens per q & B, item alius tranſiens per S & B & alius per A, & B; erunt exemplaria non ampliùs comprehenſa lineâ MB, ſed arcubus circulorum: & exemplaria concavitatis, nempe ea quæ aptantur concavitati, paulò aliter formanda erunt.

Demonſtratio petitur ex eo quod ſi punctum K plani horizontalis ſuperioris figuræ ſumas pro centro ſphæræ, ſi quis ex puncto K repetito in triangulo BKM, intervallo KM, aut KB circulum deſcriberet, fieret tantum quadrans. Item ſi ex punctis ſimiliter poſitis uti K, deſcriberentur in planis commiſſurarum alij circuli eodem intervallo, illi attingerent latera inclinata, mutarentque conum aliquo modo in ſphæram; ideo volui ut eodem ſemper intervallo, ſeu eâdem aperturâ circini deſcribantur hi circuli, atque hoc modo fiet quaſi ſphærica teſtudo, in angulo, ad modum ſcilicet loculamenti (*une niche:*) circuli enim omnes maximi in ſphæra ſunt æquales.

P R O P O S I T I O IV.

Problema.

Teſtudo conica circularis aut elumbis in fronte.



Superior teſtudo incipit ſuam praxin ab arcu eam dividente per medium, ex quo fiebat ut arcus frontis altior evaderet, quàm ut eſſet circularis: qui ergo vellet, ut arcus frontis circularis eſſet, aut etiã elumbis; ab eo totam operationem inchoare deberet. Sit ergo ichnographia totius teſtudinis quadratum ABCD; ſupra cujus latus DC deſcribatur quadrans arcûs, deſcribatur & alius ejuſdem altitudinis

dinis ſupra latus AD; demiſſis perpendiculis, ducantur ad puncta B & V, veſtigia laterum, tàm concavitatis, quam convexitatis: quærenda ſunt latera inclinata, fiat linea BF æqualis lioeæ BE; exciteturque perpendicularis FG æqualis perpendiculo EG; linea BG erit latus inclinatum illius commiſſuræ. Eodem modo habebuntur reliqua ex alia parte, poſita ſunt latera convexitatis; bæc ſeparatim fieri poſſunt ne figuras coofundant.

Exemplaria frontis babentur in arcu ſupra DC deſcripto.

Pro exemplaribus concavitatis repetatur linea EE; fiatque triangulum EHE, cujus duo latera E H æqualia ſint lateri invento B G, fiat item alıud triangulum EKE, ſupra eandem EE, cujus duo latera EK, æqualia ſint ſubtenſæ KG, vel ſi velis arcui KG, ſi nempe velis exemplar quod concavitati quadrare poſſit.

Fiat triangulum HEL cujus latus HE, æquale ſit lateri BG, latus E L quod deeſt in figura, ſit æquale ſubtenſæ GL, & latus HL æquale lateri BI; denique fiat triangulum HLM, cujus latua HL ſit æquale lateri Bi, HM, ſit ipſa BC, & LM, ſubtenſa LC: intelligantur totidem facta ex alia parte & habebuntur exemplaria concavitatis.

Pro exemplaribus commiſſurarum intelligantur produci linea commiſſuræ GN, & aliæ lineæ commiſſurarum, donec conveniant cum linea DC; in exemplo noſtro conveniunt in puncto D; quare ex linea BD, DG, & latere BG ſeu H E, fiat triangulum; hoc eſt è centro E rectæ EH, æqualis BG, & intervallo GD, deſcripto arcu qui tranſeat per O, è centro H, intervallo BD, deſcripto arcu qui traoſeat per O, linea OE producta dat angulum commiſſuræ, quem nempe facit linea GN, cum latere inclinato. Idem facies pro latere HL, nam poſito quod commiſſura L producta ſecet lineam DC in D, ex centro H intervallo BD, ex centro L intervallo LD, deſcriptis arcubus qui ſe invicem ſecent in P, linea PL producta facit cum HL angulum commiſſuræ L cùm latere inclinato BL; abſcindatur E R æqualis lineæ GN; tum fiat ex puncto R ut centro, intervallo VS lateris convexitatis reſpondentis hujus commiſſuræ, arcus RT; & ex puncto H intervallo BV, alius arcus BT; ducaturque linea RT; trapezium HERT, erit exemplar illius commiſſuræ.

Eodem modo fiat exemplar alterius commiſſuræ; atque hoc modo habebis quidquid requiritur ad formandos ſingulos lapides.

Demonſtratio. Primò ſupponuntur exemplaria frontis.

Secundò, inventio laterum inclinatorum, ſeu commiſſurarum concavitatis & convexitatis naturalis eſt; nihilque differt à præcedenti; nam in triangulo rectangulo, datis duobus lateribus angulum rectum comprehendentibus, facilè habetur baſis. Inventio etiam anguli quem facit linea commiſſuræ frontis, cum linea commiſſuræ concavitatis facilis eſt; cum enim volumus ut linea G N produceretur donec occurreret lioeæ C D, nempe in puncto D, utimur methodo communi ad formandum triangulum; datis nempe tribus lateribus. Certum eſt autem ſi excitetur verticaliter quadrans CK, formari triangulum ex tribus lineis BD, DG,& BG; ſeu ex HO, OE.HE; pariter cum lioea ER, æqualis ſit lineæ GN, & RT lateri inclinato convexitatis, item HT ipſi BV, certum eſt inquam optimè deſcriptum eſſe trapezium HERT pro commiſſuræ exemplari; idem dicito de aliis.

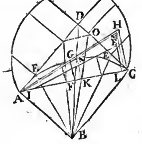
Hæc praxis eſt univerſalis & facilis intellectu: eâque ut plurimum utemur.

PROPOSITIO V.

Problema.

Teſtudo conica, in rectangulo alterâ parte longiore.

Superiori praxi facilè teſtudinem conicam laterum inæqualium perficiemus. Sit ergo planum ABCD rectangulum altera parte longius, ſeu laterum inæqualium. Primò ſupra latus minus CD, deſcribes quadrantem arcûs quem libuerit, in ſuas partes diviſum, cum ſuis perpendiculis, in ſemidiametrum C D, cadentibus. Deſcribendus eſt



alius arcûs, ejuſdem altitudinis, ſupra lineam AD; quod ut meliùs fiat, dividenda erit hæc linea AD, proportionaliter; ideò ducatur linea AC, cui ex aliis diviſionibus, qualis eſt E, ducatur parallela EE, & ita de reliquis; in ſingulis diviſionibus lineæ AD excitentur perpendiculares æquales perpendicularibus primi arcûs, & confectum erit negotium. Cætera quæ pertinent ad inventionem laterum inclinatorum ex ſuperiori praxi petenda ſunt.

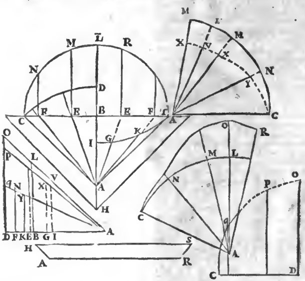
Poteramus incipere ab alio arcu deſcripto ſupra lineam AC, nempe AGC; quo diviſo in ſuas partes, demiſſiſque perpendiculis, ſi per puncta diviſionum ducantur ex puncto B lineæ, illæ divident latera AD, DC, prout opus fuerit; nam oſtendam facilè puncta E, & E quæ data fuerant à parallelis, eadem dari hâc methodo: quæ innuere volui, ut oſtenderem plurimas praxes in ſpeciem diverſas in idem recidere. Inventio perpendicularium, & laterum inclinatorum talis eſſe poterit. Sit AF æqualis ipſi FB, & FC, ipſi FD; ducatur linea AGH, excitata perpendiculari C H; erit AH latus inclinatum, C H perpendicularis reſpondens puncto D, in utroque latere. Pariter ſi ſit KI, æqualis lineæ KB, & KL æqualis lineæ KO, ductâ lineâ I N M, & perpendiculari LM, erit IM latus inclinatum reſpondens lineæ ichnographicæ BO, & LM perpendicularis excitanda in puncto O.

Cætera ſunt facilia, nec differunt ab iis quæ ſuperiori propoſitione dedimus.

PROPOSITIO V.

Problema.

Teſtudo conica, cujus ichnographia circularis convexa, vel concava.



Sit dimidium planum teſtudinis conicæ, ſector ACD; ſupra lineam CD, tanquam ſupra ſemidiametrum, deſcribatur arcus, in ſuas commiſſuras diviſus; à quibus demittantur perpendicula more conſueto, dividentia diametrum in punctis E, F; ex puncto A ducantur lineæ ichnographicæ commiſſurarum concavitatis; ex puncto H ducendæ eſſent pariter veſtigia horizontalia convexitatis. Quærantur latera inclinata, quæ facilè haberi poſſunt, cum habeantur omnia veſtigia horizontalia, quæ ſunt ſibi invicem æqualia, eò quòd planum horizontale ſupponatur circulare, & centrum eſſe punctum A: latera tamen inclinata concavitatis, non erunt inter ſe æqualia, eò quòd ducuntur ex puncto A. Quare pro lateribus inclinatis concavitatis, ſeparatim ducatur linea ABD, in quam transferantur lineæ AE, AF; tum in punctis E, & F excitatis perpendicularibus, æqualibus ipſis perpendiculis arcûs primigenii, ducantur ex puncto A, hypothenuſæ triangulorum rectangulorum; illæ erunt latera inclinata concavitatis. Quibus ſuppoſitis facilè formabuntur exemplaria concavitatis. Separatim igitur intervallo A C circulus deſcribatur; AC autem eſt latus coni cujus A eſt vertex, & arcus C M L eſt baſis; ſit in eo circulo arcus LM æqualis arcui ML illius ſemicirculi primigenii; & MN pariter: ducanturque lineæ AL, AM, AN, quæ producantur, fiantque æquales lateribus inclinatis jam inventis; conjungantur extremitates laterum, & habebuntur exemplaria concavitatis.

Exemplaria frontis in materia flexibili formari debent hoc modo. Si arcus CD ſeparatim in lineam rectam extendatur, cum ſuis diviſionibus, excitenturque perpendiculares DO, DP, DQ jam priùs inventæ cum lateribus inclinatis. Si opus ſit circulo exteriori, pariter in circulo primigenio addendus eſſet circulus exterior, dimittendaque perpendicula in diametrum C B, ducendaque veſtigia horizontalia, non ex puncto A ſed ex puncto H, quærendaque latera inclinata convexitatis eâdem praxi, quâ inventa ſunt latera inclinata concavitatis; atque ita perficientur exemplaria frontis.

Reſtant exemplaria commiſſurarum; ad quorum formationem notandum eſt, in hoc exemplo; cùm axis AB, ſit rectus ad planum baſis CML, quæ circularis eſt; ſingula latera inclinata, cum linea AH, angulum comprehendent æqualem angulo H A C. Quare ſi quis velit exemplar commiſſuræ R, ſeparatim ducat lineam AR, latus inclinatum concavitatis, proprium illius commiſſuræ; fiatque angulus R AH æqualis angulo CAH; tum ducatur linea H S, parallela lineæ A S; fiatque HS æqualis lateri inclinato convexitatis, quòd inventum eſſe ſuppono; denique jungatur linea S R; eritque trapezium AS exemplar commiſſuræ AR. Eodem modo reliqua exemplaria commiſſurarum habebuntur; immò & exemplar dividens clavim per medium, quod uſui eſſe poteſt, ad inveniendos angulos ſingulorum lapidum; ſeu ut vocant, arcus tectos; atque hæc pro teſtudine conica, cujus ichnographia eſt ſector ACB.

Teſtudinem aliam conicam, cujus planum ichnographium

Digitized by Google

graphicum concavum eſt AIT, effotmabimus: ſuppoſito enim eodem circulo primigenio, demiſſiſque, ut priùs perpendiculis, lineiſque AE, AF, ita invenientur latera inclinata. Transferantur in figuram laterum inclinatorum lineæ AI, AG, AK; & in punctis I, G, K excitentur perpendiculares; & habebuntur latera concavitatis inclinata AV, AX, AY; & perpendiculares ipſis reſpondentes IV, GX, KY.

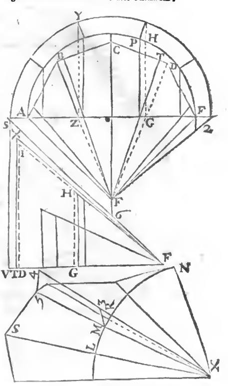
Exemplaria concavitatis facilè formabuntur; ſi intervallo AC deſcribatur arcus; in quem transferantur arcus LM, MN, NC; ductiſque lineis AL, AM, AN, AC; reſecentur latera inclinata jam inventa, AV, AX, AY; eruntque exemplaria clavis utrinque AXV; ſcundæ concavitatis exemplar AXY; tertiæ AYC.

Pro exemplaribus frontis, arcus IGKT in lineam rectam extendendus eſſet; & in punctis I, G, K excitandæ perpeodiculares æquales perpendicularibus IV, GX, KY jam inventis; eodem modo formandus eſt circulus exterior, ſicut diximus io exemplo ſuperiori.

Ad exemplaria commiſſurarum; eodem modo operandum, ac in ſuperiori.

Demonſtratio totius praxis facilè innoteſcet explicatis tantùm operationibus. Linea AD ſeparatim ducta, pro ſingulis radiis, horizontalibus ſumitur; unde cum AB facta ſit æqualis ſibi correſpondenti in primâ figurâ; & in puncto B excitata ſit perpendicularis BL; clarum eſt, lineam DO eſſe perpendicularem reſpondentem puncto D; & lineam AO, eſſe latus inclinatum. Ideoque lineam LO, in figura exemplarium concavitatis, eſſe exceſſum lateris inclinati, in hac teſtudine, ſupra latus inclinatum in teſtudine, quæ non excederet circulum CLT. Ita oſtendam in reliqois lateribus benè appoſitos fuiſſe exceſſus, vel io ſecundo exemplo defectus. Sequitur item benè formata eſſe exemplaria frontis, ex perpendicularibus probè inventis.

Exemplaria concavitatis ita habentur; intelligatur teſtudo conica non excedere lineam AE.



PROPOSITIO VI.

Problema.

Teſtudo conica, cujus ichnographia polygona.

Sit polygonum ABCDEF, ichnographia teſtudinis conicæ; ſupra lineao AE deſcribatur ſemicirculus, dividendus more conſueto in ſuas commiſſuras, à quibus cadant perpendicula in lineam AE; tùm ex puncto F per ſingulas diviſiones lineæ AE, ducantur veſtigia horizontalia commiſſurarum.

Si veſtigia horizontalia cadant in angulos polygoni, benè quidem, ſin minus, ducatur ad angulum verbi gratiâ D veſtigium horizontale FD, ſecans lineam FD in puncto G, & excitetur perpendicularis GH.

Primò quærenda ſunt latera inclinata, ſeu commiſſuræ concavitatis. Sit verbi gratia quærendum latus inclinatum, reſpondens veſtigio horizontali FD; ſeparatim repetatur linea FGD; in puncto G excitetur perpendicularis GH, æqualis ſibi correſpondenti lineæ GH alterius figuræ; ductâ linea FHI, & excitatâ alterâ perpendiculari DI, erit linea FI, latus inclinatum, reſpondens veſtigio horizontali FGD, & linea DI perpendicularis eius.

eritque coni baſis circolus AHE, latus autem coni erit linea FE, quare intervallo FE, ex centro X deſcribatur circulus LMN, in quem transferantur arcus OP, PH arcûs primigenii: ſintque illis æquales LM, MR cæterique. Ducantur lineæ XL, XM, XR eruntque deſcripta exemplaria concavitatis pro conicâ teſtudine; quæ non excederet lineam AE, quam fundamentalem eſſe diximus; producantur lineæ XL, XM, cæteraque, donec ſint æquales lateribus inclinatis inventis, nempe XL ita producator ut XS æqualis ſit lateri inclinato FS, & ita de cæteris, & habebuntur exemplaria concavitatis.

Exemplaria frontis deſcribentur, ſi totus ambitus polygoni ABCDE in lineam rectam extendatur, & in punctis in quibus veſtigia commiſſurarum eum ſecant excites perpendiculares æquales iis quæ inventæ ſuot in ſecunda figura. Verbi gratia in puncto C ambitûs in lineam rectam extenſi, excites perpendicularem æqualem lineæ VS ſecundæ figuræ; in puncto T perpendicularem æqualem, lineæ TX, & in puncto D perpendicularem æqualem lineæ DI. Sic habebitur circulus interior; ut autem habeatur circulus exterior, qui neceſſarius eſt, ſupra eundem ambitum ABCDE in lineam rectam extenſum; ex-

citentur

Digitized by Google

citentur xliæ perpendiculares, in puncto B excitanda eſſer perpendicularis, quæ ſic habebitur. Ex puncto Y arcùs exterioris primigenii demittatur in diamerrum AE perpendiculum YZ, tum ex puncto F ducatur linea FZB, tum ſi in puncto B excitetur parallela lineæ Y Z, & ex puncto F per Y ducatur alia linea: bæc determinabit longitudinem illius perpendicularis. Has lineas non duxi, ne figuram confunderem; vel certè recurrendum erit ad figuram ſecundam. Habebis eâdem praxi lineas inclinatas, ductas à puncto F ad extremitates commiſſurarum in circulo exteriori; quæ erunt uſui ad exemplaria commiſſurarum.

Exemplaria igitur commiſſurarum multis modis haberi poſſunt: facillimum hic explico; ad quem notandum eſt, omnia laterx coni cujus baſis eſt circulus exterior primigenius 2Y, & xpex punctum F, æqualia eſſe lineæ F 2. Quare fiat ex linea XM, quæ æqualis eſt lineæ FE, ex linex E 2 & linea F2, triangulum XM3, quod æquale eſt, & ſimile triangulo FE 2, producaturque linea X3 donec X 4 æqualis ſit lateri ioclinato prius invento, jungatur denique linex 45, erit triangulum K 5 4, ſaltem dimidia pars exemplaris commiſſuræ. Ut habeas totum, fiat angulus M X 7 æqualis angulo E F 6 primæ figuræ, ſitque linea X 7, æqualis lineæ F6, ſi jungatur linea 47, habebitur totum exemplar commiſſuræ, ita habebis reliqua. Hæc linea X 7 ducta non eſt.

Demonſtratio pendet ex eo quod deſcripta intelligatur teſtudo conica, quæ non ſuperet lineam AE, quæ produci intelligitur, donec abſolvatur polygonum, producuntur xutem omnia & ſingula eius latera, in prima figura. In ſecunda fiunt ejuſdem primigeniæ teſtudinis exemplaria concavitatis, quæ producuntur pariter: idem dico de exemplaribus commiſſuratum, ex quibus omnibus conſtat probam, & bonam eſſe diſpoſitionem.

PROPOSITIO VII.

Problema.

De teſtudine conica, cujus ichnographia undulata, aut figura cujuſcumque irregularis.

Ex ſuperiori praxi benè intellecta, omnem teſtudinem, cujux ichnographia cujuſcumque figuræ quantumlibet irregularis, ſive ondulatæ ſive alterius cujuſcumque, efformabimus. Nam primò deſcribemus arcum primigenium ad libitum, ſupra diametrum aſſumptam, pariterque ut in ſuperiori propoſitione demittenda perpendicula, ex commiſſuris txm circuli exterioris, quàm interioris, ducenda pariter veſtigia horizontxlia commiſſurarum. In quo unum eſt notandum, quando accidit ot ichnographix curvilinea ſit, ſaltem tria eſſe ducenda veſtigia horizontalia, in unaquaque portione; ut deinde cum formandum erit exemplar concavitxtis, ratio habeatur curvitatis. Quærantur item latera inclinata, praxi propoſitâ in triangulo ſeparato, ſeu commiſſuræ concavitatis, cum perpendiculxribus iis reſpondentibus; quærantur & lxtera inclinata convexitatis, & ſi opus ſit, lateradiagonalia, nempe dividentia exemplaria commiſſurarum diagonaliter.

Inventis perpendiculxribus facilè formantur exemplaria frootis, nam ambitus ichnographiæ, qoamvis irregularis, in lineam rectam exteodi debet, eodemque modo dividi, quo dividitor à veſtigiis horixontalibus commiſſurarum, & in ſingulis diviſionibus excitandæ perpendiculares æquales perpendicularibus jam inventis.

Exemplaria concavitatis ita formentur. Deſcribantur exemplaria concavitatis pro teſtudine primigenia, & fundamentali, producanturque latera ſingulorum exemplarium, donec æqualia ſint, lateribus inclinatis jam inventis, & perfecta erunt exemplaria concavitatis, pro teſtudine propoſita.

Exemplaria commiſſurarum pluribux modix formxri poſſunt. Nam poſſunt perfici exemplaria commiſſurarum pro teſtudine primigenia, tum produci latera inclinxtx, tàm concavitatis, qoàm convexitatis; hoc eſt lineæ commiſſurarum, inventæ per triangula prius deſcripta, & perfecta erunt exemplaria commiſſurarum.

Atque ita quatuor operationibos totum negotium abſolvo. Nempe primò inventione laterum ioclioatorum, ſeu commiſſurarum concavitatis, & convexitatis, & perpendicularibus reſpondentibus, quæ facilè habentur ex lateribus primigeniæ teſtudinis productis. Secundò formxtione exemplariom conexvitxtix, producendo latera exemplarium concavitatis, teſtudiois primigeniæ. Tertiò formatione exemplarium frontis, quæ habentur ſi ambitum ichnographiæ extenſum in lineam rectam eodem modo dividas, ac dividitur à veſtigiis horizontalibus commiſſurarum, & in ſingulix diviſionibus excites perpendiculares, æquales perpendicularibus inventis. Quartò formatione exemplarium commiſſurarum, quæ formatis exemplaribus commiſſurarum, pro teſtudine primigenia, productione laterum inclinatorum abſolvuntur.

PROPOSITIO VIII.

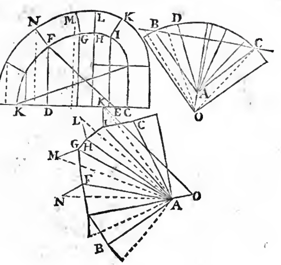
Problema.

Teſtudo conica pedum inæqualium, cujus ichnographia erit quantumlibet irregularis, & exemplaria frontis æqualia.

Sit ichnogrxphia teſtudinis propoſitæ planum ABC, ambitus BC extendatur in lineam rectam, quia nempe exemplarix frontis æqualia eſſe debent, ſuprx lineam BC excitetur arcus duplex pedum inæqualium, à cujus commiſſuris, io diametrum BC cadant perpendiculx, diviſioneſque rectæ BC transferantur in curvam BC, eruntque in arcu deſcripto exemplaria frontis. Ut fiant exemplaria tam concavitatis, quam commiſſurarum; primò quæri debent latera inclinata, ſeu commiſſuræ coocxvitatis, ut ſi quæritur commiſſura concavitatis reſpondens puncto F, fiat linea DE, æqualis lineæ DA; eritque linex EF latus inclinatum reſpondens puncto F. Ita babebis reliqux laterx inclinata concavitxtis. Item ſi opus ſit, eâdem praxi invenientur latera inclinata convexitatis, & inſuper latera inclinata dividentia commiſſurarum exemplaria diagonaliter, ſeu latera inclinata ſumpta à puncto A ad arcum exteriorem. Quibus inventis.

Exemplaria concavitatis ita formabuntur, nempe fiat triangulum ex duobus lateribux inclinatis ſibi vicinis, & ſubtenſâ arcûs primigeoii, inter

utrumque



utrumque intercepta; verbi gratiâ ex duobus lateribus inclinatis reſpondentibus punctis G, & F; quæ ſunt in figurâ ſeparatâ lineæ AG, AF, & ſubtenſa FG fiat triangulum, illud erit exemplar concavitatis reſpondens ſubtenſæ FG, ita habebis cæterà exemplaria concavitatis.

Denique exemplaria commiſſurarum fient, ſi formetur triangulum ex latere inclinato concavitatis, reſpondente puncto H, hoc eſt ex linea AH, ex commiſſura HL;& ex latere inclinato dividente diagonaliter commiſſuram, ſeu linea AL, ita fiet in reliquis. Ut autem perficiantur commiſſuræ; fiat triangulum ex latere inclinato dividente diagonaliter commiſſuram, ex latere inclinato convexitatis & ex linea AO, fiat tale triangulum AKO, eritque trapezium I K O A exemplar commiſſuræ.

Quamvis hæc praxis ſatis facilis videatur, mallem tamen, ut ducta linea BC, ſuper eam deſcriberetur arcus primigenius more conſueto diſtribuendus, quia commiſſuræ propriùs accederent ad commiſſuras arcûs primigenii fornicis, ſeu fundamentalis; quod de omnibus dictum velim, quarum exemplaria frontis ſiunt æqualia.

COROLLARIUM.

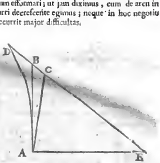
Eâdem praxi formari poterat teſtudo conica ſimplex, aut elumbis; ſi nempè pro arcu pedum inæqualium; formaretur arcus ſimplex, aut elumbis.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Teſtudo conica in pternam decreſcens, aut in compluvium deſinens.

Fieri poteſt ut teſtudo conica deſinat in pternam, aut compluvium perſtringat; ut ſi murus aut turris debeat ſenſim decreſcere; in tali caſu tantummodo decurtanda ſunt latera inclinata, ſeu commiſſuræ concavitatis. Ut in turri rotunda, ſi formetur arcus, qui ſit aptandus extimæ ſuperficiei turris, quique complectatur exemplaria frontis, debebit inquam, hic arcus in conum efformari; ut jam diximus, cum de arcu in turri decreſcente egimus; neque in hoc negotio occurrit major difficultas.



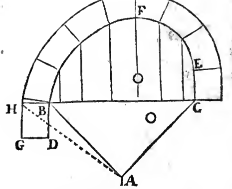
Pro lateribus inclinatis, quæ decurtanda ſunt, quoties murus in ſuperioribus partibus decreſcit, vel augenda quoties teſtudo in compluvium deſinit: ſupponatur linea A B perpendicularis ad AE, ſitque AC linea decreſcentis muri, aut arcus AD, compluvium, quod à teſtudine conica perſtringitur; ſitque EB latus inclinatum ſuppoſito muro perpendiculari; erit EC latus inclinatum, pro muro inclinato; & ED latus inclinatum deſinens in compluvium, Aliæ praxes non mutantur.

PROPOSITIO X.

Problema.

Teſtudo conica pedum inæqualium utrinque.

Teſtudo conica pedum inæqualium deſcripta propoſitione octava, hoc habebat, ut pes longior inciperet in eodem plano horizontali, in quo erat apex coni; hæc verò ita compoſita eſt, ut pes brevior incipiat ſupra planum horizontale, per apicem coni tranſiens, pes verò longior infra tale planum incipiat, ichnographia tamen ejus cogitatur in plano horizontali, per apicem coni tran-



ſeunte. Sit ergo tale planum triangulum ABC, & communis ſectio prædicti plani, & plani verticalis in quo cogitatur arcus primigenius, ſit linea B C, & arcus incipiat in punctis D & E; eruntque duo centra aſſumpta, prout opus erit ad concinnam talis arcûs deſcriptionem. Dividatur arcus in ſuos lapides, & ex ſingulis commiſſuris, tam interioris arcûs, quàm exterioris cadant perpendicula in lineam BC; in quo unum ſit notandum quod ſi ſint aliquæ commiſſuræ in arcu BD, ſcilicèt infra lineam BC, debeant pariter ab earum extremitatibus duci perpendiculares ad lineam B C. Nulla eſt difficultas in formandis exemplaribus omnibus lapidum componentium partem BFE, cum praxis communis, & conſueta adhibenda ſit. Sola reſtat difficultas pro parte BD ejuſdem arcûs, nam commiſſura infima reſpondens lineæ GD horizontalis non eſt, ſed inclinata ideoque ut habeatur, quærendum eſt latus inclinatum AD, & AG; quod facilè habebitur; ſi conſideres angulum ABD in opere rectum eſſe, quare ſi ſeparatim operemur facilè inveniemus latus AD. Idem dico de latere AG; nam angulus AHG rectus eſt, cognitis autem lateribus, AG, AD & lineâ GD, habebis facilè commiſſuram triangularem inclinatam ADG.

Reliqua quæ ad compoſitionem hujus teſtudinis pertinent, peculiarem difficultatem non habent, nec differunt ab iis, quæ in ſuperioribus praxibus diximus.

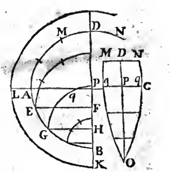
PROPOSITIO XI.

Problema.

Teſtudo ſemiſpherica in loculum efformata, niche.

A conicis teſtudinibus, ad ſemiſphæricas gradum facimus, quæ idem òfficium habent, quare primò ſimplicem, & quaſi fundamentalem hîc deſcribo, quæ frontem habet planam, in arcum perfectum, & ſemicircularem conformatam. Sit dimidium planum horizontale talis fornicis, ſeu loculi quadrans AB; intelligatur ſupra diametrum ejus deſcriptus arcus perfectus in ſuas commiſſuras diviſus; dividatur ſemicirculus plani horizontalis, nempe ſemicirculus, in quotcumque partes, ducanturque ſubtenſæ EF, GH cæteræque, ſupra quas intelligantur quadrantes deſcripti, dividendi in ſimiles diviſiones iis in quas diviſus quadrans primigenius A D C; quibus perfectis facilè habebuntur omnia exemplaria. Nam exemplaria frontis habentur in arcu primigenio AD, exemplaria commiſſurarum ſunt æqualia coronæ ABKL.

Reſtant exemplaria concavitatis. Ducatur ſeparatim linea MN æqualis arcui MDN extenſo, ducaturque linea DO, æqualis quadranti AB, quæ dividatur in totidem partes in quot diviſus eſt quadrans AB, & per eas diviſiones ducantur parallelæ lineæ M N, æquales diviſionibus quadrantis ſibi reſpondentis, tum fiat utrinque linea curva conjungens extremitates parallelarum & deſinens in punctum O.



Exemplaribus ita uteris; lapis excavabitur ſecundùm concavitatem circuli AEB, & illi ſic excavato applicabitur exemplar concavitatis MON, tum ad plana commiſſurarum utere angulo DAL, applicabiſque ſingulis planis commiſſurarum exemplar ABKL perfectaque erit lapidis delineatio.

Vel incipe ab exemplari commiſſuræ; inducito igitur lapidi ſuperficiem planam, cui applicabis exemplar commiſſuræ, exinde ad angulos rectos, ſuperficiem frontis induces, cui quadrare debebit exemplar frontis; denique ad angulos rectos ſuperficiem alterius commiſſuræ explanabis.

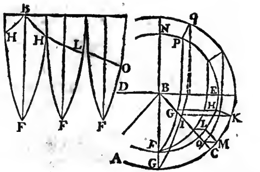
Demonſtratio totius praxis, ex conſtructione totius

totius operis facilè patebit. Volumus enim quadrantem ſphæræ quem ſecamus per circulos majores, convenientes in puncto B, tanquam in polo; & circulus AD vicem habet æquinoctialis: certum eſt autem ex Theodoſio, quòd omnia plana circulorum maximorum coëuntium in aliquo polo, recta ſint ad planum circuli cujuſcumque talem polum habentis. Certum eſt item omnes circulos ex eodem polo B deſcriptos, quales ſunt quadrantes deſcripti ſupra ſubtenſas EF, GH ſimiliter ſecari à circulis commiſſurarum, coëuntibus ſcilicèt in puncto B.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Teſtudo ſphærica in loculum efformata, in angulo.



Sit planum horizontale ſubjectum teſtudini propoſitæ planum ABC, ſitque angulus ABC rectus; per punctum B ducatur GB perpendicularis ad DE, ſupra quam deſcribatur arcus more conſueto, ex cujus commiſſuris cadant per perpendicula in lineam BE. Deſcribantur item ſemiellypſes, aut earum quadrantes, quarum ſemidiameter minor definiatur perpendiculis in lineam DE cadentibus, prædictæ ellypſes ſunt veſtigia horizontalia commiſſurarum: oſtendimus enim in tractato de aſtrolabiis, ſi ſumatur planum circuli maximi pro plano aſtrolabii, demittanturque à circumferentia alterius circuli maximi inclinati perpendiculares, formatum iri ellypſim.

Id autem accidit in hoc caſu; quare demittantur ex commiſſuris concavitatis circularibus, perpendiculares illæ in veſtigia horizontalia ellyptica incident.

Ex punctis in quibus hæc veſtigia ellyptica ſecant lineas AB, BC ut in punctis G, I ducantur lineæ GH, IK; GH quidem uſque ad circulum interiorem; & IK uſque ad circulum exteriorem, quia provenit ex commiſſura exteriori.

Exemplaria concavitatis fiant ſicut in propoſitione præcedenti, à quibus reſecabis arcus FH, FL, FO æquales ſibi correſpondentibus in prima figura, eritque FH, BH exemplar clavis; HFL, exemplar ſecundæ concavitatis, & ita de reliquis.

Exemplar primæ commiſſuræ, ſeu horizontalis erit FOCG, ſecundæ FLMG, & tertiæ FHKG.

Demonſtratio. Intelligatur ex puncto F, procedere circulus ſphæræ maximus, & conſequenter æqualis circulo FLE, qui reſpondeat perpendiculariter ellypſi FG, quæ eſt ipſius veſtigium horizontale. Intelligatur item planum verticale ſupra lineam GH excitatum, illud planum cum ſit parallelum plano circuli maximi excitandi ſupra lineam DE, abſcindet arcus æquales, eritque arcus in quo ſecabitur æqualis arcui FH, hoc eſt ſi in puncto G excitetur linea verticalis, hæc in commiſſura ipſi impendente, abſcindet arcum æqualem, arcui EH. Ita oſtendam in reliquis benè abſciſſos eſſe in quadrante FE arcus æquales, iis qui abſcindi debent ex ſingulis commiſſuris, neque opus erit ullis exemplaribus frontis.

Uſus autem talis erit. Excavabitur lapis ſecundùm concavitatem circuli DNE, eique aptabitur exemplar FHBH, tum ſecundùm angulum NQP induces ſuperficiem commiſſuræ, applicabiſque utrinque exemplar FHKG, & perfecta erit clavis, ſeu Tholus; ita perficies reliquos lapides.

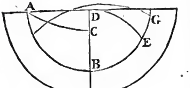
PROPOSITIO XIII.

Problema.

Teſtudo ſphærica in loculum efformata, in turri concava, convexa, aut ſupra quodcumque horizontale planum.

Ex propoſitione præcedenti multas alias ſphæricas teſtudines perficiemus, quarum plana horizontalia, erunt aut rotunda convexa, aut concava, ut ſi in turri concava fieret teſtudo

cujus ichnographia eſſet figura ACB duplicata, aut pro turri convexa figura DEB, aut FGB,



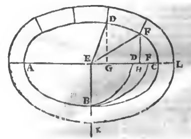
aut quæcumque alia, facilè per praxin ſuperioris propoſitionis omnia perficeremus; nam ductis, ſicut priùs, Ellypſibus, ſeu veſtigiis horizontalibus commiſſurarum, reſecabimus tàm ab exemplaribus concavitatis, quàm ab exemplaribus commiſſurarum id quod requiritur.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Teſtudo in loculum efformata, cujus arcus primigenius eſt elumbis.

Sit figura ABC, ſive Ellyptica ſive circularis planum horizontale ſubſtratum teſtudini, cujus



arcus primigenius ſit elumbis, ſitque arcus ADC diviſus in ſuas commiſſuras, à quibus cadant perpendicula in diametrum EC.

Primò habentur exemplaria frontis in arcu primigenio.

Exemplaria commiſſurarum ita formabuntur. Transferantur lineæ ED, EF in lineam EC, fiantque Ellypſes BD, BF, eruntque BDC, BFC, BCL exemplaria commiſſurarum, quarum ſi deſideres veſtigia horizontalia, fiant aliæ Ellypſes quarum BE, una diameter, EG, EH altera.

Poteris autem ſine Exemplaribus concavitatis totum opus abſolvere. Nam ſi inducas lapidi unam ſuperficiem, cui adaptes exemplar commiſſuræ, hujus plano ad angulos rectos ſuperficiem frontis explanes; cui pariter exemplar frontis adaptes; tum ad angulos etiam rectos aliam ſuperficiem inducas, cui pariter exemplar commiſſuræ applices; perfectum erit totum opus.

Unum moneo ut ſit facilior operatio; commiſſuras arcûs primigenii, quamvis elumbis, ducendas potiùs ad punctum E, quam ad propria centra, quæ plurima ſunt communiter in arcû Elumbi.

Demonſtratio. Axis BE perpendicularis eſt ad planum ADC; ideoque angulus BED in opere rectus eſt, unde benè lineam curvam deſcripſimus, cujus ſemidiametri ſint EB, ED pro commiſſura concavitatis, ita oſtendam reliquas commiſſuras bene haberi. Voluimus autem commiſſuras arcûs primigenii duci ad punctum E, ut nempe tota commiſſura ſit in eodem plano.

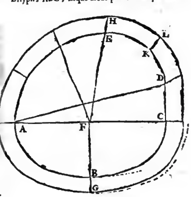
Si planum horizontale teſtudinis deficeret ab Ellypſi ABC, ducenda eſſent veſtigia horizontalia commiſſurarum concavitatis per ellypſes, quarum ſemidiametri eſſent EG, EH, ut ex ipſis commiſſuris concavitatis per lineas parallelas reſecetur id quod neceſſarium eſt, ut docuimus propoſ. 11.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Teſtudo in loculum efformata cujus arcus primigenius, pedes habet inæquales.

Sit planum horizontale teſtudinis memoratæ, Ellypſis ABC, ſitque arcus pedum inæqualium



AED, diviſus in ſuas commiſſuras, quas volo potiùs duci ad commune centrum F, quàm ad peculiaria centra.

Exemplaria frontis habentur in arcu primigenio. Exemplaria commiſſurarum ita habebuntur. Linea FE, transferatur in diametrum, ſiatque Ellypſis, cujus duæ diametri ſint BF, FE; hæc Ellypſis erit exemplar commiſſuræ concavitatis reſpondens commiſſuræ EH; ita tranſlatis reliquis ſemidiametris concurrentibus in puncto F, in lineam FE. Cætera exemplaria deſcribes, cum quibus unà cum exemplaribus frontis ſingulos formabis lapides.

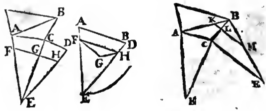
Notandum autem eſt, tàm in hoc quam in ſuperiori

perioti exemplo, cum ſuperficies commiſſurarum recta ſit ad planum arcûs primigenii, eò quòd axis B F ſit ad illud planum AEC rectus, & conſequentet (*per* 18. 11.) omnia plana per eum ducta, ad idem planom recta ſint, arcus primigenius erit arcus rectus, & anguli H E K, L K E erunt anguli planorum concavitatis, & commiſſurarum.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

De Arcubus rectis, & angulis inclinationum in teſtudinibus conicis.



Quamvis propoſitione 4 libri primi hujus dederimus aliquas praxes ad cognoſcendus angulos inclinationis duorum exemplarium, quotieſcumque dantur tria exemplaria plana, eondem angulum ſolidum componentia, quia tamen occurrerunt aliæ praxes faciliores; præcipuè quoties exemplaria triangularia ſunt, aut reſolvi poſſunt in triangularia, ideo illarum aliquam hic attexere non pigebit.

Sint ergo tria exemplaria ABC, EAC, EGD, quærendus ſit angulus planorum AEC, CDE; ad communem ſectionem EC ducatur perpendicularis FGH, tum ex tribus lineis AE, AB, ED, fiat triangulum A E B, transferantur in lineas AE, EB, ſeu ED, puncta F, H, ductâque lineâ F H, fiat triangulum ex tribus lineis datis FH, FG, HG, dico angulum F G H eſſe angulum inclinationis planorum A C E, C D E.

Demonſtratio. Intelligantur plana ABC, CDE, ita circumvolvi circa lineas AC, CE, immotas, ut puncta B & D concurrant, & lineæ C B, C D in unam lineam coaleſcant, quod neceſſarium eſt ut formetur ſoliditas lapidis; in tali caſu formabitur triangulum ex lineis AB, AE, ED, & lineæ FG, HG perpendiculares ad CE, communem ſectionem planorum ACE, CDE comprehendent angulum planorum. In tali ſitu, ſi ducatur linea FH, formabitur triangulum, cujus, cum ſciantur ſingula latera FH, FG, GH, habebitur angulus F G H.

Si quæreretur angulus inclinationis planorum A C B, A E C, ducenda eſſet perpendicularis ad A C communem ſectionem utriuſque plani. Denique ſi quærendus eſſet angulus inclinationis planorum A B C, B C E, aliter conjungenda eſſent exemplaria, nempe ſecundùm lineam C B, & perpendicularis ducenda eſſet linea K L M. Poteſt tamen eſſe difficultas pro clavi teſtudinis conicæ, quæ nempe angulum concavum continet, qui ut habeatur habenda ſunt exemplaria concavitatis lateralia, & ſingendum eſt aliud utrique ſubſtratum, ut nempe habeatur angulus inclinationis planorum. Hæc methodus univerſalis eſt, viamque aperit metiendis ferè omnibus angulis inclinationis.

SECTIONIS LAPIDVM
LIBER QVARTVS.
De Fornicibus principalibus.

HOS fornices principales vocamus, quòd in ædificiis præcipuum locum ſibi vendicent, aliaſque ut ſibi adjunctas reſpiciant, partarum, & viarum ut plurimum vices obeuntes, quibus ad has aditus fiat. Solent autem artifices per reſectionem eſquariſſement *in his fornicibus componendis ut plurimùm procedere, ſive quia multitudo exemplarium, tædii plena eſſet, diſpendiumque temporis afferret; ſive quia difficilior eſſet, in iis præcipuè teſtudinibus, & intricatior operatio, quæ exemplaribus niteretur; unde communiter à ſuis diſcipulis, ut lauream hujus artis adipiſcantur, methodo reſectionis contenti ſunt. Nos verò ſemper quantùm fieri poterit utramque methodum indicabimus, ut qui parcitatis fuerit ſtudioſus, lapidumque diſpendium, quod magnum eſt, in exemplarium neglectu vitare voluerit, quam libuerit ſeligat. Praxes tamen hujus libri intelliguntur tantum, dum ex ſectili, ſeu quadraria lapide teſtudines fiunt; ſi enim ex quocumque lapide, & quaſi tumultuario formentur, neutra methodus adhibetur; ſoliſque ſubſidiariis & ſuccubis arcubus opus erit.*

PROPOSITIO I.

Problema.

Cylindricè decuſſata Teſtudo, Voute d'areſte.

Antequam teſtudinis cujuſcumque componendæ methodum tradam, æquum viſum eſt, ut illius ſtructuram verbis explanarem; ut omnes intelligant opus quod perficiendum proponitur. Ut ergo ab hâc teſtudine initium ducamus,

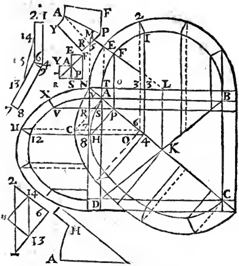
Cogitentur duo cylindri ejuſdem altitudinis ſe mutuò pervadere; omninò in medio exurget ea teſtudo, quam hic deſcribimus. Hi ſi fuerint æquales, & ad angulos rectos ſe ſecuerint, fiet quadrata teſtudo; ſi vero inæquales fuerint, ſervatâ tamen rectitudine angulorum, fit altera parte longior. Dicitur communiter hæc fornicis ſpecies ſtriata (*à areſte*) quod cylindrorum communes ſectiones promineant in angulum, decuſſatoſque arcus componant. Qui benè ſuperiùs intellexerit methodum formandi arcûs cylindrici in compluvium incurrentis, facilè ſeipſo hanc teſtudinem delineandi methodum inveniet. Sit ergo figura ABCD alterâ parte longior planum horizontale, toti teſtudini ſubſtratum: cui craſſitudo murorum adjicietur: unum moneo duplici modo intelligi poſſe teſtudinem; vel ita ut murorum craſſitiem pervadat, & conſequenter ii aperti ſint in arcus cylindricos; vel ita ut fornix muris adhæreat, eoſque non pervadat, in quo caſu ſaltem lapides angulorum muris inſiſtere debent; facillimum autem erit, data methodo formandæ teſtudinis muros pervadentis, ab exemplaribus id reſecare, quod neceſſariùm erit, ut muros tantum attingant.

Sit ergo interior murorum capacitas rectangulum ABCD, cui adjiciatur murorum craſſities; ducantur diagonales AC, BD; & ſupra lineam AB, aut exteriorem illi correſpondentem, deſcribatur more conſueto ſemicirculus tùm interior, tùm exterior, in ſuas commiſſuras diviſus, à quibus cadant perpendicula continuanda uſque ad diagonales; & à punctis concursûs perpendiculorum cum diagonalibus ad latera vicina, ducantur perpendiculares; denique in ſingulis laterum & diagonalium diviſionibus excitentur perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs primigenii; exurgentque tres arcus æqualis altitudinis, formantes totam teſtitudinem; quibus peractis facilè deſcribes omnia exemplaria.

Exemplaria frontis habentur in arcu primigenio; & quia ſinguli lapides duplicem ut plurimum frontem habent, unum videlicet in ſingulis arcubus, uteris duplici exemplari frontis: immò ſi lapides aliqui non pertingerent ab arcu ſupra lineam AB deſcripto ad arcum ſupra AD, ſed attingerent tantùm diagonalem AC, eius aliud exemplar frontis inveniretur in arcu ſupra diagonalem AC deſcripto.

Notandum autem eſt commiſſuras EF, GH eſſe in eodem plano, quod ita oſtendo: commiſſura GH tendit ad punctum K, & commiſſura EF, ad centrum L; excitetur perpendicularis NM, dico ſi verticaliter elevetur arcus AHC, fore ut linea GH producta attingat punctum M, atque adeò fiet triangulum MLK, quod eſt lineas GH, EF eſſe in eodem plano. Nam (*per 4. 6. Eucl.*) eſt ut LO, ad LN, ita OF, ad NM; ſed ut LO ad LN ita KP ad KN; & ut KP ad KN, ita PH, (quæ facta eſt æqualis lineæ OF) ad eam lineam, quæ determinatur à lineâ KHG producta; igitur ea linea æqualis eſt lineæ NM; igitur ab ea attingitur punctum M.

Exempla



Exemplaria commiſſurarum ita fient; exemplar primæ commiſſuræ, ſeu commiſſuræ horizontalis, eſt rectangulum NA.

Exemplar ſecundæ commiſſuræ ita componetur: repetatur ſeparatim linea EF, fiatque ad eam perpendicularis FP æqualis lineæ OP primæ figuræ; item linea EA, æqualis lineæ AT primæ figuræ; tùm ducatur linea PA, quæ cum repræſentet lineam incluiatam commiſſuræ, major erit quam linea AP primæ figuræ. Fiat item triangulum rectangulum PAS, ex hac linea AP; ex linea AS quæ ſit æqualis lineæ XV ſecundi arcûs; & ex linea SP, quæ eſt æqualis lineæ RP, ſupra lineam YA primæ figuræ; denique perficiatur figura, hoc eſt, fiant lineæ YA, RP, æquales ſibi correſpondentibus in primâ figurâ.

Eodem modo fiat exemplar tertiæ commiſſuræ 1, 2: repetatur enim linea 1,2; cui ad angulos rectos ducantur lineæ 1, 4; 2, 6; æquales lineis 56, 54 primæ figuræ; tùm ſupra lineam 64 fiat triangulum 649; cujus latus 69 æquale ſit commiſſuræ 11, 12; & latus 94 æquale lineæ 94. Denique perficiatur figura, hoc eſt fiant lineæ 84, 76 æquales ſibi correſpondentibus in prima figura.

Exemplaria concavitatis ſimili methodo fient, fiat TF, æqualis ſibi correſpondenti in primâ figura; fiantque perpendiculares TA, EP æquales ſibi correſpondentibus TA, OP; tum ſupra lineam AP fiat triangulum rectangulum APS, ex linea AS, æquali ſubtenſæ VY; & linea SP: eodem modo fient reliqua exemplaria.

Notandum autem tota exemplaria, ſive commiſſurarum, ſive concavitatis, non in eodem eſſe plano; atque adeò comprehendere angulum, qui ſi deſideretur facilè habebitur. Verbi gratiâ quæratur angulus inclinationis duorum planorum 7, 4; 4, 2; exemplaris tertiæ commiſſuræ: producatur linea 4, 6, quæ eſt communis ſectio utriuſque plani, ad quam cadat perpendicularis 13, 14; tum ſeparatim fiat triangulum, ex lineis 76, 62, ſecundæ figuræ, & ex diagonali 5, 7 ſumptâ in prima figura, cui æqualis fiat 72; in lateribus 76; 62 ſumantur puncta 13, 14; fiatque aliud triangulum ex lineis 13, 14 tertiæ figuræ: & ex 13, 15; 15, 14 ſecundæ figuræ, eritque angulus 13; 15, 14 ille qui quæritur; nempe angulus inclinationis planorum 74, 42 exemplaris tertiæ commiſſuræ.

Eâdem praxi invenies angulum inclinationis planorum YP, PT componentium exemplar concavitatis: nam cùm quilibet lapis duplicem concavitatem habeat, utriuſque nempe arcûs cylindrici, debent exemplaria utriuſque concavitatis in angulum concurrere.

Hoc ſchema ad opus facilè revocare poteris hoc modo. Primo lapidi ſuperficiem rectanguli YT dabis, ſupra lineas NT, YN, induces alias duas ſuperficies normaliter; quibus applicabis exemplaria frontis NF, NV; excavabiſque lapidem, ſequendo normaliter, arcus NF, NV; concurſus earum cõncavitatum, erit arcus AH: habendus eſt ſeparatim arcus AH; qui ſi applicetur huic concurſui concavitatum, habebitur lineæ commiſſuræ diagonalis; debet autem, cum ſingulis commiſſuris aliorum arcuum explanari in ſuperficiem planam.

Secundus lapis, quem in his exemplis vocant communiter ſecundam bifurcationem, *ſecond enfourchement*, eò quòd & lapides & exemplaria tàm concavitatis, quàm commiſſurarum in bifurcam dividantur. Secundus igitur lapis ita formabitur; inducatur lapidi ſuperficies, cui applicetur exemplar frontis F 2; excaveturque lapis ad angulos rectos, ſecundùm concavitatem F I; huic concavitati applicetur ſemiexemplar concavitatis, vel potiùs inducatur loco concavitatis ſuperficies plana ſecundùm lineam F I, applicetur que tunc ſemiexemplar concavitatis quod planum fecimus, & non concavum, habebiturque linea concurſûs duarum concavitatum

cùm

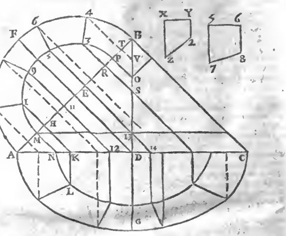
cui ex alia parte induces aliam ſuperficiem concavitatis ſecundùm angulum inventum, nempe inclinationis duorum planorum, componentium totum exemplar concavitatis; huic tertiæ ſuperficiei addes normaliter quartam ſuperficiem, cui applicabis exemplar X 12 : tum ſuperficies concavitatis, quæ planæ factæ ſunt, excavabis ſecundùm proprios arcus; & communi concurſui concavitatum applicabis ſicut priùs exemplar arcûs diagonalis, ſaltem arcûs interioris, ut habeas duas lineas commiſſurarum; quæ cum ſingulis commiſſuris aliorum arcuum, planum efficiunt: unde plana commiſſuræ inferioris hujus lapidis & ſequentium angulum concavum comprehendunt, ſuperioris convexum.

Quoties in hujuſmodi fornicibus lapides ex continuo lapide fieri non poſſunt; ſinguli lapides ex pluribus fiant; commiſſuræ autem ſi fieri poteſt ad centrum commune totius fornicis, nempe ad punctum K, dirigentur, vel ad centra aliorum arcuum, ut ad punctum L: poſſunt etiam commodè lapides terminari ad diagonales, & ſic facilior eorum erit compoſitio.

PROPOSITIO II.

Problema.

De duobus arcubus in unum coaleſcentibus.



Sunt ſupra lineas AB, BC deſcribendi duo arcus in unum coaleſcentes, ſupra lineam AC deſcribendum. Supra lineam AB deſcribatur arcus ſimplex more conſueto diviſus, & ex ſingulis commiſſurarum punctis demittantur perpendiculares in lineam AB, quæ continuentur uſque ad lineas BD, AD; ita tamen ut ſi fieri poteſt linea FE producta, cadat in punctum D medium lineæ AC, & tunc arcûs AFB erit rectus; quod ſi hoc non accideret ducenda eſſet linea ED, quamvis non perpendicularis, cui aliæ fierent parallelæ; habebuntur totidem diviſiones in linea AC, quot ſunt in linea AB; ſupra quas excitentur perpendiculares æquales, perpendicularibus ſibi correſpondentibus in arcu AFB: per quas deſcribetur duplex arcus elumbis: poterit ſupra lineam BC intelligi arcus omninò ſimilis & æqualis arcui A F B: habentur ergo exemplaria frontis in arcu AFB, & frontis adverſæ exemplaria in arcu AGC.

Exemplar commiſſuræ A M erit triangulum AMN, ut patet; commiſſuræ utriuſque PB, exemplar erit quadratum BO. Exemplar commiſſuræ 34 ita fiet; ſit linea XY æqualis lineæ 34; ducanturque duæ perpendiculares Y2, X2, æquales lineis TV, RS; erit trapezium X2 exemplar commiſſuræ 34; eodem modo fiet exemplar commiſſuræ 56, aſſumptis eius perpendicularibus, à linea AB, ad lineam BD; pro reliquis commiſſuris perpendiculares aſſumentur à linea AE, ad lineam AD, ſi deſideretur exemplar ex alia parte, cujus planum ad præcedens inclinatum ſit, utere praxi ſuperiori.

Non diſſimili ratione fient exemplaria concavitatis; quæ ex una parte rectangula ſunt, habentque duo latera æqualia ſuis perpendicularibus; ut concavitatis 3P exemplar erit trapezium 58, cujus latus 57, æquale eſt perpendiculari R S; latus 68 æquale eſt perpendiculari TV. Reſtat exemplar concavitatis 59, quod in figura ſactum eſt; eſtque figura 11, 12, D, 13, E.

Demonſtratio clara eſt; quia perpendiculares intelliguntur in plano horizontali ſubjecto, reſpondentque ſingulæ totidem horizontalibus lineis, in arcu, ſeu fornice ductis, quæ ſunt commiſſuræ.

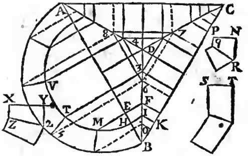
PROPOSITIO III.

Problema.

De triplici arcu, ſupra triangulum æquilaterum deſcripto.

Sit datum triangulum A B C, ſupra quod deſcribendus ſit triplex arcus.

Dividan



Dividantur ſingula latera bifariàm, & ad angulum oppoſitum ex ſingulis diviſionibus ducantur lineæ, quæ ſe in centro D interſecabunt; ut ex 4 Euclidis conſtat. Supra unum ejus latus AB deſcribatur more conſueto, arcus duplex, & ex ſingulis diviſionibuss ducantur perpendiculares ad lineam AB; quæ ulteriùs producantur uſque ad lineas AD, DB, & ex ſingulis interſectionibus ducantur ad lineas AC, BC lineæ perpendiculares; denique transferantur eædem diviſiones in alteram partem linearum AC, BC. Dico primò in arcu deſcripto haberi exemplaria frontis, non tantum ſuperficiei AB, ſed etiam aliorum laterum AC, CB.

Secundò exemplar commiſſuræ HB erit trapezium BHIK.

Exemplar commiſſuræ M, erit rectangulum in E, & O habebitque latus æquale commiſſuræ M; quare ſi linea PN æqualis ſit commiſſuræ M, item linea NR æqualis lineæ EF, & Pq lineæ OO, habebitur trapezium PR pro exemplari commiſſuræ LM, quod trapezium ſi repetatur ex alia parte, perficietur totum exemplar uſque ad ſuperficiem oppoſitam. Idem dicito de commiſſura 5T, aſſumptis pro aliis lateribus perpendicularibus correſpondentibus.

Exemplar concavitatis MH ita deſcribetur, ſit linea XY æqualis lineæ MH, item Y2 æqualis lineæ EF, & X2 æqualis lineæ HI, erit trapezium X2, exemplar concavitatis MH, quod repertum exhibet totum exemplar uſque ad lineam BC: exemplar concavitatis VT habetur deſcriptum in ipſa figura.

Tota demonſtratio ſatis intelligetur, ſi concipiatur circulus A5B erigi verticaliter; item concipiatur planum verticale erectum ſupra lineam BD, & alias, nam ſingulæ lineæ, ductæ ex diviſionibus commiſſurarum uſque ad planum verticale, æquales ſunt lineis, in plano trianguli ABC ductis; quare benè latera exemplarium fecimus illis æqualia.

Si quis vellet in medio Tholum ſeu umbilicum, ſonnet in medio triangulum 345, illud enim erit exemplar concavitatis, ſupra quod erigentur in lineis 34, 45, 53, tria exemplaria æqualia & ſimilia exemplari frontis TV, exemplar convexitatis erit triangulum 678.

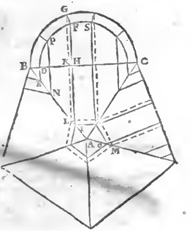
Notandum autem eſt exemplaria concavitatis & commiſſurarum coaleſcere ex duobus planis, & angulum inclinationis haberi ſicut priùs.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Arcus æquales in polygono æquilatero.

Sit polygonum quodcumque verbi gratiâ pentagonum, ſupra cujus latera excitandi ſint quinque arcus æquales, continuandi intra polygonum,



donec concurrant. Ducantur ex centro A ad ſingulos angulos lineæ, item ſupra unum latus, BC, excitetur arcus more conſueto dividendus, à cujus commiſſuris cadant perpendiculares in diametrum BC, ulterius producendæ, uſque ad diagonales AB, AC. Denique diviſiones diagonalium AB, AC, transferantur in alias, & ab iis in latera polygoni cadant perpendiculares, habebuntur facilè omnia exemplaria. Verbi gratiâ exemplar commiſſuræ BD erit trapezium BE; ad formandum exemplar commiſſuræ FG, utendum eſt perpendicularibus HI, KL, & ita de cæteris. Idem dicito de exemplaribus concavitatis. Optimum tamen fuerit circa diagonales, ut ex uno continuo lapide efformentur anguli ut primus lapis BP, poterit inferiori

ſeriori parte habere pro baſi trapezium BE, ſuperior pars pertinget uſque ad trapezium BN: quod facilè concipietur, ſi intelligatur planum BGC excitari verticaliter ſupra planum horizontale ABC. Intelligatur item aliud ſimile planum excitatum verticaliter ſupra lineam BR, nam illa duo plana comprehendent angulum poligoni ſcilicet angulum RBC.

Optimum etiam erit, ut Tholus ſeu umbilicus, ex unico lapide fiat, cujus baſis inferior erit pentagonum IO, baſis vero ſuperior erit pentagonum LM, & in tali caſu, exemplar concavitatis ſupremæ F5, in ſingulis arcubus erit omnino rectangulum.

PROPOSITIO V.

Problema.

Teſtudo decuſſata elumbis.

Intellectâ praxi propoſitionis primæ hujus, difficile non erit teſtudinem decuſſatam elumbem aut etiam exaltatam, ut vocant, delineare, cujus planum quadratum ſit, aut certe rectangulum alterâ parte longius. Nam ſupra unum plani horizontalis planum deſcribes arcum elumbem, praxi quam propoſuimus libro primo. vel arcum elatum, ſi talem deſideras cæteri arcus qui ſupra alia latera aut ſupra diagonales deſcribentur, eâdem praxi perficientur: tranſlatis nempe perpendiculis arcûs primigenii, cætera eodem modo fient, niſi quod pro exemplaribus frontis, utendum eſt partibus arcûs elumbis, aut elati, loco arcûs ſemicircularis.

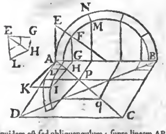
Quod autem dixi de teſtudine decuſſatâ, quadrangulari, intelligendum etiam eſt de qualibet polygona.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Teſtudo decuſſatâ obliqua.

Sit deſcribenda teſtudo decuſſata ſupra planum horizontale ABCD, quod parallelogrammum



quidem eſt, ſed obliquangulum; ſupra lineam AB deſcribatur arcus quicumque more conſueto, à cujus commiſſuris cadant perpendicula in diametrum AB; ex punctis interſectionum producantur lineæ parallelæ lateribus AD, BC, uſque ad diagonales, & exinde aliæ lineæ ducantur, parallelæ lateribus AD, BC; tùm tranſlatis perpendicularibus arcûs primigenii, fient alii arcus tam ſupra diagonales, quàm ſupra alia latera.

Exemplaria frontis habentur in arcubus laterum.

Exemplaria commiſſurarum ita formantur. Ad diametrum AB excitetur perpendicularis AE; item ad diagonalem AC ducatur perpendicularis AK; quibus perpendicularibus occurrant commiſſuræ EF, IK; oſtendam ſicut priùs lineas AE, AK, non ſolum æquales eſſe, ſed in opere in unam lineam coaleſcere; ita ut puncta K & E unicum ſint punctum. Fit ergo in opere triangulum ex lineis EF, KI, & linea, quæ eſt æqualis lineæ GH; tale ſeparatim triangulum fiat EGH; à quo ſi reſecueris portiones linearum EF, KI extra arcus poſitas, habebitur media pars illius exemplaris; alia pars ejuſdem exemplaris ex arcu ſupra lineam AD deſcribendo deſumenda eſſet; quem arcum non expreſſi. Ad quærendum angulum inclinationis duorum planorum iſtius exemplaris recurrendum eſt ad praxin datam; nam puncta G, L in opere diſtant ſecundùm lineam diagonalem GL primæ figuræ.

Exemplar primæ commiſſuræ erit parallelogrammum parvum propè A poſitum.

Exemplar tertiæ commiſſuræ pariter fiet ſi nempe linea MN producatur donec concurrat cum linea AE pariter producta producatur item linea commiſſuræ arcus diagonalis, donec concurrat cum linea AK, & pariter fiet aliud triangulum.

Exemplaria concavitatis non difficiliùs fient formatis pariter triangulis; nam ſubtenſa verbi gratia F producta concurrit cum linea AE, infra punctum A in puncto, in quo pariter concurrerent ſubtenſæ arcûs diagonalis, & arcûs ſupra latus AD deſcribendi: idem dicendum de ſubtenſa MF. Exemplar concavitatis clavis, ſeu tholi habetur in plano horizontali. Cætera non differunt à praxi propoſitionis primæ.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Teſtudo decuſſata cujus in medio tholus planus eſt.

Hujus teſtudinis deſcriptio peculiarem non habet difficultatem. Si enim tholus non excavatur, ſed planus relinquatur, cæteris in eodem ſtatu perſeverantibus, abſolutum erit opus; immò tholus planus poterit quantumlibet magnus fieri; ut ſi in præcedenti exemplo tholus in medio exæquet parallelogrammum Pq, ita ut perficiatur quidem totus fornix & excavenrur cæteri lapides, tholus autem in medio non excavetur. Neque in eo video ullam difficultatem; nam in tali caſu, invenies in arcubus deſcriptis, angulos inclinationis planorum componentium tholum.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Teſtudo Parallelogramma in arcum Clauſtralem efformata. Arc de Cloiſtre.

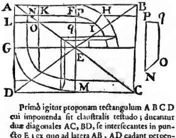
Antequam practicam hujus Teſtudinis deſcriptionem aggrediar, intelligenda nobis eſt, & mente concipienda eius aliqua idea.

Teſtudo clauſtralis (ut vocant) à *Arc de Cloiſtre*, ex cylindricis portionibus coaleſcentibus componitur, diverſo tamen modo, ac teſtudo decuſſata;

quod

quod illa à ſemicirculis incipiat, hæc verò à lineâ recta. Quod ut melius intelligatur, finge animo quadratum figuram; à cujus lateribus aſſurgant in arcum portiones cylindrorum; concurſus harum portionum concavi erunt, & in arcum, ut plurimum elumbem degenerabunt: quare triplex videtur exurgere differentia teſtudinum clauſtralium, à decuſſatis priùs deſcriptis. Prima, quod prior teſtudo formet contra muros arcus aliquos, hoc eſt communis ſectio illius & murorum ſit arcuata, communis autem ſectio iſtius, & eorumdem murorum, ſit linea recta horizonti parallela. Secunda, quod prior habeat arcus ab eodem puncto enaſcentes, hæc verò arcus habeat à diverſis lineis incipientes, & tantum in Tholo convenientes. Tertia denique, quod communis ſectio arcuum componentium priorem ſint convexi, in hac autem ſint concavi.

Hanc communiter vocamus imperialem, qualem habemus in teſtudineatis noſtris carrucis.



Primò igitur proponam rectangulum A B C D cui imponenda ſit clauſtralis teſtudo; ducantur duæ diagonales AC, BD, ſe interſecantes in puncto E; ex quo ad latera AB, AD cadant perpendiculares EF, EG. Supra unam perpendicularem quamcumque, verbi gratiâ EF, deſcribatur arcus FH, dividendus in ſuas commiſſuras; à quibus in diametrum FE, cadant perpendicula, producenda uſque ad diagonalem; quæ reproducantur parallela lateri AD, donec occurrant lineæ GE. In punctis autem lineæ GE, excitentur perpendiculares æquales perpendiculis arcûs primigenii FH, ſibi correſpondentibus; ut nempe fiat ſupra ſemidiametrum G E arcus elumbis, ejuſdem altitudinis, cum arcu primigenio F H: ſi deſiderentur arcus alii diagonales; ſupra puncta diviſionum lineæ AE, excitentur perpendiculares æquales ſibi correſpondentibus in arcu primigenio FH.

His peractis, ſive per reſectionem procedas, ſive exemplaribus uti malis, facilè totum opus perficies. Nam ſi ab angulis incipias; ſit lapidis alicujus craſſities K L; erit prima eius commiſſura Gnomon L A K: applicabitur autem exemplar frontis deſumptum ex arcu FH ſupra lineam KO, & exemplar frontis deſumptum ex arcu GM ſupra lineam LO, perficieturque ad angulos rectos utraque concavitas. In quo jam notare potes aliquam differentiam à teſtudinibus decuſſatis, in quibus exemplaria applicata fuiſſent ſupra lineas A K, AL: ſi lapides alii conſequenter ſupra reliqoam lineam AB aptandi ſiot, idem exemplar arcûs FH adhibendum erit.

Notandum tamen ſecundam commiſſuram ejuſdem lapidis, non eſſe totam in eodem plano, ſed in medio habere commiſſuram diagonalem; quam facilè invenies in arcu diagonali, ſupra lineam AE deſcribendo.

Secundus lapis angularis nihil habet peculiare, niſi quod eius commiſſura inferior deſinat in angulum concavum, & ſuperior in convexum; qui anguli facilè habentur, ſi fiat exemplar ab arcu diagonali deſumptum.

Cætera quæ ſpectant ad hanc teſtudinem deſumuntur ex arcubus ſimplicibus, & communibus.

Tota hujus operis demonſtratio pendet ex ideâ ejuſdem operis; quæ facilè habebitur; ſi intelligantur quadrantes FH, GM, & alii, ſuper ſemidiametros EF, AE, GE &c. deſcripti erigi verticaliter, & ita perfici totum opus. Cum enim ſinguli arcus ita ſint compoſiti, ſecundùm regulas communes arcuum ſimplicium, ut debeant conſiſtere, totum etiam opus ex iis coaleſcens ſubſiſtet. Optimum autem erit, ut intelligantur hæ praxes, ex charta craſſiori arcus efformare, & erigere.

Poterit hæc teſtudo eſſe elumbis, aut elatior; ſi arcus primigenius, nempe FH, elumbis fuerit elatus, aut circularis; neque in eo video ullam peculiarem difficultatem.

Qui voluerit exemplaria tàm commiſſurarum, quam concavitatum, facilè ea poterit facere; quamvis ſolis exemplaribus frontis, lapidibus figura conveniens induci poſſit; ut ſi requiratur ſemi-exemplar commiſſuræ ſecundæ, cujus nempè ichnographia eſt P N O Q; ſeparatim, fiat linea P Q æqualis lineæ I H figuræ primigeniæ; cui ad angulos rectos addantur lineæ PN. QO æquales ſibi correſpondentibus in primâ figurâ.

Eodem modo formari poteſt ſemiexemplar concavitatis PI; ſi loco lineæ PQ æqualis lineæ HI, aſſumatur linea æqualis rectæ PI; ita operaberis in reliquis ſemiexemplaribus: quia autem exemplaria integra concavitatis, & commiſſurarum conſtant duobus planis; ut habeatur angulus inclinationis planorum, utendum eſt praxi propoſitionis primæ hujus.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Hemiſpharium deſcribere, cujus veſtigia horizontalia ſint circuli concentrici.

Intelligatur globus in duo hemiſphæria plano horizontali per centrum tranſeunte diviſus; quæritur methodus formandorum lapidum.

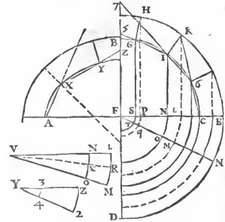
Sit ergo ABCD planum horizontale, cui imponendum eſt hemiſphærium compoſitum ex diverſis lapidum coronis uſque ad Tholum decreſcentibus: quod autem docebimus de uno quadrante debet intelligi de quatuor integris qui componunt hemiſphærium. Aſſumatur ergo quadrans FCB, qui cogitetur eſſe verticalis, & quadrans FCM eſſe horizontalis; ſit craſſities fornicis CE; eodemque centro deſcribantur alii quadrantes; tum ex ſingulis commiſſuris, cadant ex more perpendicula in ſemidiametrum; & ex centro F, per ſingulas interſectiones, deſcribatur ſaltem quadrans circuli; denique ſingulæ ſubtenſæ arcuum producantur, donec concurrant cum lineâ BF, item producta.

Exemplaria frontis habentur in arcu CBE, ut figura GHKI eſt Exemplar frontis omnium lapidum in eo ſemicirculo poſitorum.

Exemplaria commiſſurarum terminantur ſupra, & infra curvis lineis, & ad latera hinc & inde rectis lineis ad centrum F tendentibus.

Exemplaria concavitatum terminantur curvis tantum

tantum lineis ; quarum ſuperior & inferior ſunt horizonti parallelæ ; laterales autem ſunt arcus æquales inter ſe quadrantis BC.



Sit lapis formandus, cujus craſſities ſit LM, ducatur linea F M. Si intelligatur ſupra lineam FMN, deſcriptus quadrans, ſimilis & æqualis quadranti B E ; lapis hîc comprehendetur duobus exemplaribus frontis, quorum projectiones horizontales ſunt rectæ TM, SN ; hujus autem lapidis quæruntur alia Exemplaria ; & primò quidem exemplar commiſſuræ inferioris, ſeu IK : ſeparatim ex centro V, intervallo FE, deſcribatur arcus LM ; item eodem centro, & intervallo FC deſcribatur arcus N O ; transferanturque ex prima figura arcus LM, NO ; erit figura LMON figuræ ſecundæ exemplar commiſſuræ KI.

Ratio eſt, quia erectis, ut dixi ſupra lineas FN, FE, duobus arcubus commiſſura, K I, & alia illi reſpondens in alio arcu, ducuntur ad centrum F ; ſupponitur autem punctum K diſtare à ſibi correſpondente, quantitate arcûs LM ; formatur ergo triangulum æquale triangulo LVM.

Pariter ſi deſcribatur Exemplar commiſſuræ GH, erit arcus LR, æqualis arcui P q ; & trapezium LRXN exemplar commiſſuræ GH propter eandem rationem.

Exemplar concavitatis G I ita habebitur ; ex centro Y intervallo I5 & 5G deſcribantur arcus 2Z, & 34 ; ſitque 2Z æqualis arcui NO & arcus 34 arcui ST ; eritque trapezium 2Z34 exemplar concavitatis G I ; nam ſi intelligatur circa axem F5, linea 5I circumvolvi, deſcribetur concavitas coni, cujus ſector YZ2 erit aliqua pars ; aliunde tamen conſtat arcum à puncto G deſcriptum æqualem eſſe arcui NO ; igitur trapezium Z143 erit exemplar concavitatis G I.

Pro concavitate I 6 utendum eſt linea 76.

Umbilicus fornicis erit lapis rotundus, cujus baſis inferior erit circulus ST integer, ſuperior circulus P q.

Hic fornix id habet peculiare, ut conſiſtat etiamſi Tholus deſit ; cum lapides in ſingulis ordinibus coronam perficiant.

PROPOSITIO X.

Problema.

Teſtudo elumbis.

Superiori propoſitione deſcripſimus hemiſphærium integrum; modò verò fornicem ferè ſimilem proponimus, in eo tamen differentem, quòd paulò ſit depreſſior : illius autem ideam habebimus, ſi arcum ellypticum, circa minorem diametrum, tanquam circa axem circumvolvi intelligamus ; certum autem illius ichnographiam circularem eſſe. Quare planum circulare præcedentis teſtudinis huic etiam accommodari poteſt; ſed arcus verticalis elumbis eſſe debet, qualis eſt arcus AXZ; à cujus commiſſuris pariter cadere debent perpendicula, & duci ſubtenſæ, uſque ad axem FB; immò produci commiſſuræ, donec concurrant cum eodem axe in punctis V, T, quorum litteræ deſunt in figurâ.

Modus formandorum exemplarium idem eſt, ac in ſuperiori teſtudine ; exemplaria frontis habentur in primigenio arcu : exemplaria commiſſurarum facilè habentur, ex commiſſuris productis ; unde iis diutiùs immorandum non eſt.

Sicut teſtudinem Ellypticam formavimus, aſſumendo pro primigenio, arcu eius arcum elumbem ita etiam formare poſſumus teſtudinem elatam, ſi major ellypſis diameter pro axe ſumatur.

PROPOSITIO XI.

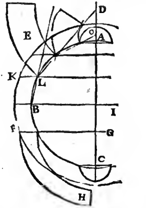
Problema.

Teſtudinem ſphæricam, cujus commiſſurarum veſtigia horizontalia in lineas parallelas excurrant.

Idem opus ſuſcipimus, quod propoſitione nona ereximus, teſtudinem ſcilicèt Sphæricam, paulò tamen aliter, quoad modum: tunc enim voluimus, ut commiſſuræ circulares eſſent, circuloſque horizonti parallelos efformarent ; atque adeò demiſſis perpendicularibus in ſubjectum planum horizontale, veſtigia pariter circularia evaderent: modò verò conſtituimus commiſſuras circulares ſed verticales. Quod ut melius explicem per analogiam ad Sphæram cœleſtem. Primus modus commiſſuras habet diſpoſitas, ut in Sphæra cœleſti circuli, quos vocant Almicantarach ; & plana frontis eo modo ſe habent, quo circuli verticales. In hac autem propoſitione paulò aliter hemiſphærium conſideramus, nempe quaſi duo poli in horizonte poſiti eſſent, & commiſſuræ circulos æquinoctiali parallelos repreſentarent, quod ſi ex unico lapide ſingulæ zonæ fieri non poſſint, fiant quaſi alia plana quæ frontis dici poterunt, quæ in circulos horarios formabuntur. Sit ergo circulus ABC cui imponenda ſit talis teſtudo, ducta diametro AC, dividatur quadrans AB in quotcumque partes æquales, reſervata aliqua parte circa polum A : ducantur ſubtenſæ producendæ, donec concurrant cum linea AC productâ quantùm opus erit, tum ex ſingulis punctis concurſuum verbi gratiâ ex punctis O, & D, tanquam centris, fiant circuli, aut potiùs partes circulorum, quæ erunt exemplaria concavitatis, formata nempe in materia flexibili, quæ aptari poſſit concavitati. Talis eſt corona E deſcripta ex centro D, poterit autem ſumi quæcumque pars illius circuli, prout feret magnitudo lapidis.

Exemplaria

Exemplaria commiſſurarum fient; ſi ſupra ſingulas chordas inter ſe parallelas, qualis eſt G deſ-



cribatur quadrans circuli F H; habebuntur ſic exemplaria totius illius commiſſuræ, & ita de aliis.

Exemplaria quaſi frontis; diximus autem illa ſe habere per modum circulorum horariorum: quare omnia ſunt ſimilia coronæ A B; eritque B K exemplar frontis pro totâ zonâ B I.

His poſitis teſtudo Sphærica abſolvi facilè poterit, quæ quaſi coaleſcit ex duobus loculamentis conjunctis, lapideſq; formari poterunt: ſi enim excaves lapidē ſecundùm concavitatē circuli ABC, & hoc in omnem partem, tum illi applices exemplar concavitatis illi conveniens, v. g. E; applices item exemplar continens angulum mixtum ALK, formabitur planum cui congruet exemplar commiſſuræ, quod circulare eſſe diximus, ut H, perfectus erit lapis. Notandum autem omnes lapides ſimul unius zonæ debere præciſè adæquare ſemicirculum, deſumptum ſcilicet ex propria ſubtenſa.

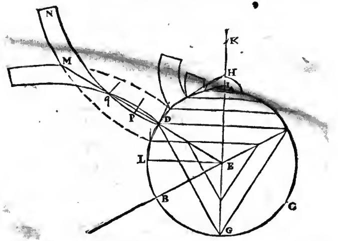
Ratio hujus praxis deſumitur ex natura hemiſphærii; ſi enim immotâ diametro AC, circumvolvatur ſemicirculus ABC, generabitur hæmiſphærium propoſitum: quod item ſubſiſtere facilè oſtenditur; eò quòd ſingulæ zonæ ſe habeant per modum arcûs; & plana, quæ vocavi frontis, tranſeant in commiſſuras.

Neglectis exemplaribus frontis, & commiſſurarum poterit abſolvi tota teſtudo: ſi nempe excaventur ſinguli lapides ſecundùm ſegmentum circuli ABC, applicentur que exemplaria concavitatis priùs deſcripta; tum ad formanda plana frontis, & commiſſurarum, utamur eodem ſegmento; cui ad angulos quaſi rectos applicetur regula, dixi quaſi rectos, ſit enim angulus mixtus comprehenſus lineâ curvâ & rectâ qualis eſt angulus BAD; quod in ſequentibus etiam exemplis obſervandum eſt.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Teſtudo ſpharica, cujus commiſſurarum veſtigia horizontalia in triangulum quadratum aut quodlibet polygonum efformantur.



Ex praxi ſuperioris propoſitionis alias ſimiles facilè deducemus. ſicut enim, ſupra duos quaſi polos, in hemiſphærii quaſi horizonte aſſumptos, ſuperiorem teſtudinem formavimus, in quâ ſcilicèt horizontalia veſtigia inter ſe parallela eſſent: ita etiam plures quam duos polos fingere poterimus; quibus variæ in horizontalibus veſtigiis, figuræ generabuntur. Si enim tres poli deſignentur, veſtigia horizontalia in triangula figurabuntur; ſi quatuor, in quadrata; ſi quinque in pentagona;

 erit

erit autem omnium eadem praxis. Quare unicum exemplum attexendum eſt.

Sit ergo circulus ABC planum horizontale, cui imponenda ſit teſtudo ſphærica, in quo ſeligantur tres poli A, B, C æquali intervallo inter ſe diſſiti, ut veſtigia horizontalia in triangula æquilatera formentur: dividatur arcus AB biſariam in D, agaturque ex centro E linea ED producenda, quod in aliis intervallis fieri debet. Producantur item EA, EB, & dividatur quadrans AL, in partes æquales, aut inæquales, ita tamen ut una ex diviſionibus cadat in punctum D. Ex ſingulis diviſionibus ducantur perpendiculares ad EA formabiturque triangulum DHG, & alia concentrica, uſque ad Thulum. Si diviſiones quadrantis AF nimis magnæ ſint, ita ut Tholus triangularis ex unico lapide fieri non poſſit, poterit fieri ſubdiviſio. Subtenſæ ſingularum diviſionum quadrantis AL producantur donec concurrant cum linea AE productâ, in punctis I, H, K cæteriſque quæ erunt centra, ſingulorum exemplarium concavitatis, ſicut diximus in ſuperiori propoſitione; nam in toto ſegmento DAH eſt eadem praxis, & eadem demonſtratio valet.

Tota differentia invenitur circa DM, quæratur ergo punctum concurſûs ſubtenſæ LD, cum linea EA, ex quo tanquam centro deſcribantur duo arcus LM, DN, quidquid de corona LN erit ultra lineam DM inutile erit. Nam ſi ex centro O, non notato, ducatur linea OD, erit angulus ODE obtuſus, cum linea OD producta cadat ex ſuppoſitione intra circulum, linea autem tangens tranſiens per punctum D, & quæ perpendicularis eſſet ad diametrum ED (*per 16. 3. Eucl.*) cadat extra circulum, quare angulus ODE, obtuſus eſt, & angulus ODq acutus, & linea Dq, cadit intra arcum DPq. qui ſi dividatur biſariam in P, erit linea OP perpendicularis ad Dq, & in triangulis OPD, OPq (*per 4 1. Eucl.*) erunt anguli OqP, ODP æquales, & conſequenter anguli OqM, ODE. Ex quo fit, ut ſi invertatur exemplar deſcriptum ita ut punctum q coincidat cum puncto D, & linea qM imponatur lineæ DE, linea qO congruat cum linea OD, quod ſi eadem linea qM in eodem ſitu poſita ſinuetur in arcum, cujus ſemidiameter ſit linea DE ſitum naturalem teſtudinis obtinebit; in quo ſitu, ſi ex puncto O tanquam vertice circumvolvatur linea OD, deſcribetur circulus qN. Nam para circuli in plano deſcripti aptari poteſt in conum, idem dico de ſegmento LM, quod in tali ſitu, cum ſit ultra diagonalem DE, & planum ipſi incumbena verticaliter abſcindi debet. Habebimus ergo exemplar concavitatis ſi velimus uſque ad lineam EA, vel ultra pro ut libuerit; illudque applicabimus, vel uni integro lapidi, vel pluribus. Eodem modo productâ ſubtenſâ L, donec concurrat cum EA deſcribemus aliud exemplar, & hoc faciemus donec in medio habeamus Tholum, cui lapis aliquis ſufficiat.

Quot habentur exemplaria reſpectu poli A, ex una parte, totidem ex alia formati debent, modò tamen non excedatur ſemicirculus in duobus ſibi correſpondentibus; idem præſtandum eſt pro reliquis polis.

Uſus talium exemplarium hic erit. Exesventur lapides in omnem partem, ſecundùm concavitatem circuli ABC, tum applicentur ſingulis, ſingula exemplaria, deſcripta in materia flexibili; denique plana commiſſurarum fiant, ſecundùm angulum HAD, oam ſphæra hoc habet, ut radius cum circumferentia ubique angulum mixtum æqualem compreheodat.

Eodem prorſus modo quo operati ſumus circa triangulum, circa quadratom, pentagonum cæteraque polygona circulo inſcriptibilia operari licebit.

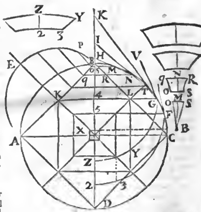
PROPOSITIO XIV.

Problema.

Teſtudo Sphærico-quadrata.

Voco teſtudinem ſphærico-quadratam, illam cujus planum horizontale quadratum eſt, ſuperficies autem ſphærica. Illius natura facilè intelligetor, ſi concipiatur hemiſphærium, cujus baſis ſit circulus horizontalis, in quo inſcribatur quadratum ſupra cujus latera excitentur quatuor plana verticalia, quæ ſectionem in hemiſphærio facient circulum minorem (*per* 2.1. *Theod.*) tota ſuperficies ſphærica, intra hus quatuor circuloa minores contenta, eam teſtudinem comprehendit, qoam hîc deſcribendam ſuſcipimus.

Sit ergo quadratum ABCD planum hujuſmodi teſtudinis circa quod intelligatur deſcriptus circulus ABCD horizoo ejuſdem teſtudinis; ſupra latus AB deſcribatur ſemicirculus AEB, dividendus in ſuas commiſſuras oumero pares,



à quibus ad ſemidiametrum AB cadant perpendicula; hæc perpendicula reproducantur in lineas perpendiculares ad lineam BD, continuenturque, uſque ad arcum BC; dividatur reſiduus arcus GC, in quotcumque partes, reſervando aliquam partem ſatis parvam pro Thulo. Continuentur chordæ arcuum quadraotis BC dooec concurrant cum lineâ DB productâ.

Intelligantur poli quatuor, hujus teſtudinis in punctis A, B, C, D; ita ut ex puncto B, quaſi polu, intelligantur deſcripti circuli inter ſe paralleli à quorum circumferentia, ſi cadant perpendicula in planum horizontale, certum eſt ea in lineas rectas projici, ut oſtendimus in aſtrolabiia

labiis, hæ lineæ notatæ ſunt in figura. Hi ſemicirculi paralleli uſque ad puncta KL intercipiuntur à planis verticalibus, ſupra lineas AB, BC, erectis; Item poſt puncta K, & L ſemicirculi deſcripti ex polo B, incurrunt in ſemicirculos deſcriptos ex polo A, angulares lapides, nempe quæ circumſtant polos A, & B, qui vocantur Gallicè *Tas de charge*, talia habent exemplaria concavitatis, ſeparatim intervallo ſubtenſæ BM, deſumptæ ex primariâ figurâ. Fiat arcus, cui aptetur hinc inde linea O S, tum per puncta B S, BO fiunt arcus qui ſint partes circuli AEB: hoc erit primum exemplar concavitatis. Nam ſi res attentè conſideratur, ſi immotâ permanente lineâ BD, ſubtenſa B M circumvolvatur punctum M, deſcriber extremitatem illius exemplaris, & cum plana verticalia tantundem diſtent ab invicem in partibus ſuperioribus, quantùm diſtant in inferioribus, erit eorum diſtantia linea OS. Clarum item eſt, quòd arcus BP deſumptus à ſemicirculo, terminet tale exemplar quod eſt etiam intelligendum de alio ſemicirculo ſupra latus BC deſcribendo.

Secundum exemplar deſcribetur intervallo H N, H M, tranſlatis pariter lineis OS, qR, tertium deſcribetur intervallis IN, IT, & ita conſequenter; ſola reſtat difficultas pro exemplaribus ultra lineam KL poſitis. Deſcribatur ergo ſeparatim exemplar ZY, 23; cujus duo circuli deſcripti ſint intervallis VG, VF; ſintque arcus ZY 2, 3 æquales ſibi correſpondentibus in primaria figura; deſcriptis priùs ex punctis 4, & 5, quadrantibus GZ, 2F; qui repræſentant circulos minores ſupra lineas 4G, 5F, deſcriptos.

Eodem modo deſcribentur reliquum exemplar uſque ad Tholum. Poterat & adhiberi praxis ſuperius traditâ, pro exemplaribus bifurcatis.

Uſus exemplarium talis erit, excaventur lapides ſecundùm concavitatem majoris circuli ſphæræ, qualis eſt circulus ABCD, lapidibus ita excavatis applicentur exemplaria concavitatis deſcripta: tum ſecundùm angulum GBI inducentur plana commiſſurarum, quia nempe deſcribimus ſphæricam teſtudinem cujus omnes commiſſuræ ad centrum diriguntur. Debent item commiſſuræ quibus conjunguntur cæteri lapides, cum arcu A E B dirigi ad centrum totius ſphæræ, hoc eſt concava ſuperficies lapidum componentium arcum A E B debet formari ſecundùm angulum ABX, ſic enim dirigetur ad centrum.

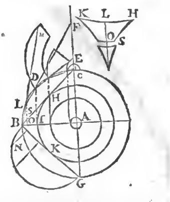
Hæc praxis univerſalis eſt, aptarique poteſt aliis quibuſcumque polygonis circulo inſcriptibilibus, fingendo nempe tot polos, quot angulos habuerint.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Teſtudo ſpherico quadrata cujus polus unicus.

Hæc teſtudo ſicut ſuperior planum habet quadratum, fingitur autem eius polus in medio ſeu in puncto A, pro quo ad formanda exemplaria ſubſtituitur punctum C, fingendo ſcilicet circulum BC verticaliter erigi. Dividatur quadrans BC bifariam in puncto D, tùm arcus DC, BD in quotcumque commiſſuras; ita tamen, ut arcus reſpondens tholo C non excedat magnitudinem unius lapidis: à ſingulis commiſſuris cadant perpendicula in diametrum AB. Deſcribantur circuli,



nulli tamen ſecent lineas BC, BG, ſed in iis finiantur; producantur ſubtenſæ ſingulorum arcuum, donec concurrant, cum linea AE producta; ex puncto C fiat circulus E, tum ex punctis EF, tanquam centris, intervallis ſubtenſarum à quibus procedunt, fiant coronæ quædam, quæ erunt partes conorum, in ſphærâ inſcriptæ eruntque conſequenter exemplaria concavitatis. Non tamen hac methodo procedatur ultra punctum D, nempe uſque ad circulum quadrato GBC inſcriptum; debent enim fieri, in ſingulis angulis alia exemplaria. Ut pro figura HK, O S fiant intervallo FL, FD duo circuli K H; O S, ductâque lineâ LO, accipiantur arcus LK; L H æquales ſibi correſpondentibus in figura primigenia; tùm per puncta S, & H fiat arcus ex circulo B N G deſumptus, eritque exemplar concavitatis reſpondens figuræ HOK formatus, ultimus verò reſpondens triangulo BOS cuſpidatus erit, fietque eius circulus intervallo ML.

Ratio eſt, quia ſi linea AF, intelligatur quieſcere in terra dum circumvolvitur quadrans BC; deſcribitur hemiſphærium, & ſegmenta conorum, hemiſphærio inſcripta. Certum eſt autem, quod ſi ſeparatim deſcribatur pars circuli, intervallo lateris coni, quòd, inquam, poterit hoc circuli ſegmentum in eum conum efformari. Quare exemplaria ſupradicta, aptari poterunt concavitati ſphæræ, eo modo quo aptantur ipſi coni; coni item ultra punctum H versùs punctum B intercipiuntur à planis verticalibus ſupra lineas BC, BG, excitatis: ita ut communis ſectio, ſit arcus BN aut alius ex ſemicirculo BNG deſumptus.

Hæc praxis pariter aptari poteſt, quibuſcunque poligonis circulo inſcriptis: uſus autem idem eſt, ac exemplarium propoſitionis præcedentis.

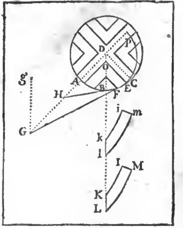
PROPOSITIO XVI.

Problema.

Regula generalis ad formandas teſtudines ſphæricas.

Teſtudinis ſphæricæ planum horizontale circulare

culus eſt in quo vatiæ commiſſuræ formari poſſant ; nt plurimum tamen formentur paralellæ;



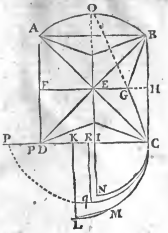
ſaltem nſque ad diagonalem BD: finguntur autem in hoc quadrante quaſi duo poli, nempe A,& C, ita ut ex pnnčto A intelligantur deſcribi omnes citculi paralleli circulo cujus veſtigium horizontale eſt CD ; nempe qui continentur in ſemiquadtante CB ; ex polo autem C deſctibantut omnes circuli paralelli circulo C cujus veſtigium eſt AD. Producantur chordæ EF, FB donec concuttant cum linea AD producta in punctis, verbi gratia, G & H, ex quibus ſi fiant arcus KI, LM, cæteriqne hab:buntur, exemplaria concavitatis. Totidem centra invenienda ſunt in linea DC produčta: ut autem ſciatur quota pars illorum exemplatium aſſumenda ſit, producenda eſſet, verbi gratia, linea EO, donec concurrat cum DA, deſcribenduſque qnadrans repræſentans circulum cujus EO eſt veſtigium. Tum excitanda perpendicularis OP, debebit arcus LM æqualis eſſe arcui EP ; ita formabuntut reliqua exemplaria. Ratio eadem eſt ac ſuperioris propoſitionis, uſus item idem eſt, hoc eſt excaventur lapides, ſecundùm concavitatem circuli maximi Sphæræ, iiſque applicentur ſingula exemplaria, reſectiſque ſuperfluis, ut inducantur plana commiſſurotum; utendum erit angulo mixto BAG.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Teſtudines variè quadrario lapide decuſſata.

Cùm recentiores Architecti animadverterent, teſtudines ex quadrario lapide confectas, immenſi, ut ita dicam, eſſe ponderis, ex tumultuario verò lapide erectas firmitatem non habere ſufficientem, illis nervos tantummodò ex lapide ſectili conſtruxerunt ; reliqua verò ex tumultuario lapide addiderunt. Sit ergo quadrato ABCD imponenda teſtudo ; ponatur eſſe Sphærica, ut meliùs totum opus procedat : ducantur primo diagonales AC, BD ; item diametri lati FH, & EG contineant circiter tres quintas totius EH ; idem fiat



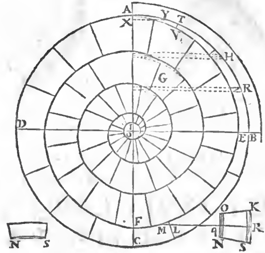
in reliquis ; denique ducantur lineæ BG; CG. Cùm teſtudo Sphætica ſit, intelliguntur ſupra has lineas deſcripti arcus, ſupra diagonales AC, BD, deſcribuntur arcus diagonales, qui Gallicè *Ogives* ; ſupra latera DC, arcus principales, *Arc doubleau, ou formeres* ; ſupra latera FG, ligaturæ nempe *Lierne* ; denique ſupra lineas CG, BG alii arcus ſupponuntur, qui dicuntur tertiarii, qui deſcribuntur ſupta diagonales ſunt maximi circuli Sphæræ. Sit ergo KC æqualis diagonali EC, deſcribaturque quadrans CL ; hic erit arcus diagonalium : cum autem teſtudo Sphærica ſit, erit arcus ſupra EG deſcriptus, pars majoris circuli. Quare ſi quadranti LC, aptetur recta LM, ita ut ſinus arcus LM ſit æqualis lineæ EG, erit arcus LM is qui pertinet ad lineam EG, arcus CN erit arcus proprius laterum quadrati, ſeu arcuum principalium ; quia in Sphæra, ſi ſupra lineam quamcumque excitetur planum rectum ad maximum circulum, communis ſectio eſt circulus, cujus prædicta linea eſt diameter. Denique producatur linea CG, donec occurrat circulo horizontali AOB ; ſitque CP æqualis CO; CR æqualis ipſi CG, & linea RP æqualis ipſi GO; in puncto R excitetur perpendicularis Rq; ad quam item ſit perpendicularis Mq ; tum fiat arcus per tria puncta CqP ; erit arcus qC qui proprius eſt linearum CG, BG. Cum enim arcus ſupra EG, deſcendat ex Tholo L, in M, erit qR altitudo arcûs pertinentis ad CG : item linea CO ſeu CP in Sphærâ eſt diameter ejuſdem circuli ; erit ergo arcus Cq, qui reſpondet lineæ CG. Ordines cæterorum lapidum, nempe operis tumultuarii, fiant paralleli viciniori arcui, quicumque tandem is fuerit. Huiuſmodi autem teſtudines impulſum maximum habent in angulos, qui propterea potentibus fulcris muniri debent.

PROPO

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Spiraliter teſtudinem efformare.



Sit circulus ABCD ichnographia fornicis hemiſpherici, ſed in ſpiram efformari. Primò in eo citeulo deſcribatur ſpira, facto enim circello OI in puncto O erit eentrum quadrantis AE, tum facto eentro in I, intervallo IE fiet ſecundus quadrans IF, & ita conſequenter diviſio lapidum ut plurimùm arbitraria eſt. Sola difficultas eſt in aſſignando cujuſcumque lapidis exemplar concavitatis. Nam cum lineæ formantes illud, ſint lineæ aptatæ in Sphæra, facilè habebitur angulus, quem eum illis comprehendent lineæ ad centrum fornicis, ſeu hemiſphærii ductæ. Sit lapidis verbi gratiâ G quærendum exemplar concavitatis, ex eentro communi; per ejus extremitates deſcribantur citeuli, qui producantur uſque ad diametrum AI, tum exeitentur perpendiculares uſque ad quadrantem citeuli io punctis HR: ſeparatim fiant ex centro M intervallo minnrum circulorum, duo arcus NO, æquales duobus areubus minoribus lapidis G, quibus bifariàm diviſis ducatur linea MP, ſitque Pq æqualis HR. Tum intervallo circulorum majorum lapidis G, fiant per P duo atcus, qui non habebunt centrum M, ſed aliud vicioius, transferantur areus majores lapidis G, habebuntur quatuor puncta O, N, K, S, quæ dabunt exemplar concavitatis lapidis G: quia citeuli horixontales qui fiunt in furnice, æquales ſunt circulis in ichnographiâ deſcriptis; ſed tantùm magis diſtant in furnice quam in ichnographia, eò quòd ſiot in diverſis planis; diſtantia autem vera eſt linea HR. Dato concavitatis exemplari, ſopra NS, & OK, deſcribenda erunt exemplaria frontis; & ſupta NO, KS duo exemplaria commiſſuratum.

Fiat enim ſeparatim ſegmentum quadrantis AB, eique aptetur linea NS, tum ex centro ducantur duæ lineæ, habebitur exemplar frontis NS; idem fiet & eodem modo reſpectu lineæ KS, ut habeatur exemplat commiſſuræ KS. Ratio eſt quia verè lineæ NO, KS aptatæ ſunt in concavitate Sphæræ, quare ſi intelligatur maximus citculus, per earum extremitates ductus, & à centro communi ductæ lineæ, illæ exhibebunt figuram propoſitam.

Operoſum haud dubiè negotium eſt; eò quòd ſinguli lapides alia, atque alia exemplaria exigant: quia tamen propoſita fuit ab aliquibus hæc ſpecies, quamvis ſine explicatione ſufficienti, ideo illam proponere volui.

Primus lapis ATV triangulare habet exemplar coneavitatis; ſed lineæ TV reſpondebit coneavitas AY: angulus T pro recto ſumi poteſt; ex quibus facilè cætera perficientur.

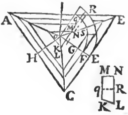
PROPOSITIO XIX.

Problema.

Teſtudo clauſtralis in quolibet poligono.

Imponenda ſit teſtudo clauſtralis triangulo ABC cujus centrum O, à quo ad latera cadant perpendiculates OE, & aliæ: ſit FE, murorum craſſities; ſupra perpendicularem OE, deſcribatur quadrans circuli dividendus in ſuas commiſſuras, à quibus cadant perpendicula, in ſemidiametrum OE, continuanda æquidiſtanter lateribus trianguli: quibus poſitis deſcribi pote-

runt arcus, tam ſupra peependiculares OH, OE, (in quibus inveniootur anguli inclinationum



exemplarium commiſſurarum cum exemplaribus concavitatis ;) quàm ſupra diagonales AO, BO CO, excitatis nempe perpendicularibus, æqualibus perpendiculis arcûs primigenii.

Exemplaria frontis habebuntur, vel in arcubus ſupra perpendiculares OE, OH, OI deſcriptis, vel in arcubus deſcriptis ſupra diagonales.

Exemplaria commiſſurarum ita fient; ſit linea qR ſeparatim æqualis ſibi correſpondenti in figurâ primigenia; cui jungantur ad angulos rectos, lineæ MK,NL,æquales pariter ſibi correſpondentibus;& habebitur ſemiexemplar commiſſuræ,hoc eſt ab angulo ad angulum, ſeu à diagonali ad diagonalem: eodem ferè modo proportionaliter fient exemplaria coocavitatis, ut ſi loco lineæ qR aſſumeretur ſubtenſa qS,adderenturque illi,lineæ quæ inveniuntur in plano horizontali ſubſtrato.

Notandum autem ſicut in prioribus,tam exemplaria concavitstis, quàm commiſſurarum in lapidibus angularibus, coaleſcere ex duobos planis, quorum anguli inclinationis facilè haberi poſſunt, ut jam docuimus ſopra.

COROLLARIUM.

Hâc prxxi facilè imponemus teſtudinem clauſtralem cuilibet proligono, maximè verò regulari, ſeo æquilatero.

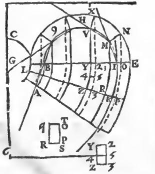
SECTIONIS LAPIDVM
LIBER QVINTVS.
De Teſtudinibus helicoeidibus.

PROPOSITIO I.

Problema.

Arcum in orbem ſeu coronam conformatum deſcribere.

Sit ſupra coronam ABC, IK deſcribendus arcus.Primò dividatur ejus circumferentia in partes



æquales, qoot libuerit, ſecundùm magnitudinem lapidum, quibus otendum eſt.

Item ex communi centro G, ducantur ad diviſionum puncta ſemidiametri; ſuper quâcumque diametro BI, deſcribatur arcus ſecundùm praxin communem, qui dividatur in ſuas partes : & ex ſingulis commiſſutis cadant perpendiculares, in diametrum BI, tum ex communi centro G, deſcribantur circuli per extremitates perpendicularium; quibus paratis, ita fient exemplaria.

Primò in arcu BHE habentur omnia exemplaria frontis ut per ſe patet.

Exemplaria commiſſurarum ita deſcribuntur; primò commiſſuræ IE, erit trapezium EK; & commiſſuræ oppoſitæ erit trapezium BL.

Pro commiſſura MN,utendum eſt circulis OP, qR; qui ſi diſtarent ab invicem,ſecundùm lineam MN, hoc eſt ſi linea qO æqualis eſſet lineæ MN, trapezium qP eſſet exemplar commiſſuræ MN; repetatur ergo arcus qR, ſitque qT æqualis lineæ MN, ideoque major quam qO, figuræ principalis; ductis ex centro, quod mox docebitur, lineis qT, RS, erit TS major quam OP, principalis figuræ; ſit arcus OP, æqualis alteri arcui OP, itatamen ut defectus æqualiter dividatur in OT, & PS. Ducanturque lineæ q O, RP, eritque trapezium qP ſeparatim deſcriptum,exemplar commiſſuræ MN : debet autem arcus TS deſcribi non ex eodem centro, quo deſcriptus eſt arcus qR, ſed ex centro viciniore, ita ut deſcribatur ſemper intervallo lineæ GO. Quæ praxis meliùs apparebit in commiſſurs VX; nam ex centro 6 intervallo GY, deſcribatur arcus Y4Z ita ut arcus Y4.4Z æquales ſiot ſimilibus figuræ principalis; fiat linea 45 æqualis

æqualis lineæ VX; tum per punctum, intervallo G2 fiant arcus 52, 53, æquales ſimilibus figuræ principalis, ducantur denique lineæ Y2, Z3; eritque trapezium Y3, exemplar commiſſuræ VX: ita fient exemplaria cæterarum commiſſurarum, utendo circulis correſpondentibus.

Eadem praxi formabuntur exemplaria concavitatum; ſi enim utaris qR, IK, quæ ſecundùm methodum ultimam ab invicem removeantur ſecundùm lineam MI, quæ eſt longitudo concavitatis, habebitur illius exemplar: pro concavitate VM, utendum erit arcubus YZ, qR.

Aliam praxim adhibere poſſumus pro exemplaribus concavitatis; productis ſcilicet lineis ſubtenſis donec concurrant cum axe; ut ſi formandum eſſet exemplar concavitatis VM, productâ lineâ VM, donec concurrat cum axe, eo intervallo, deſcribendi eſſent circuli concentrici, quorum arcus æquales eſſent arcubus YZ, 23, & formatum eſſet exemplar concavitatis VM. Rationem illius rei jam dedimus ſuprà, quia nempe ſi immotâ GC, intelligatur totus arcus BHE circumvolvi, linea MV deſcribet arcum & exemplar quod propoſuimus.

Notandum autem quod ſi dimidius tantum arcus deſcriberetur, perficeretur que corona, quod (inquam) ſubſiſteret, etiam ſi ex una parte non ſuſtineretur; nam lapis MNXV verbi gratiâ cadere non poteſt, quin versùs centrum G accedat, non poteſt autem accedere, quia latior, & craſſior eſt ad partes N, quàm verſus partes V: dixi modò dimidius tantum arcus undique deſcribatur; nam etiamſi perficeretur corona undique uſque ad lapidem 9, niſi lapis 9, & alii ipſi reſpondentes, ſuſtententur, cadent; quia cadere poſſunt, etiamſi ad centrum non accedant.

Notandum item, quod quoties hujuſmodi ópera conſtruenda ſunt, opus eſſe ut aliqui lapides aliis ſint longiores, ita ut non omnes commiſſuræ reſpondeant, ſic enim redduntur firmiora: quare deberent fieri ſeparatim duo arcus, æquales, quòrum diviſiones diſſimiles eſſent, nempe unus commiſſuras haberet in medio lapidum alterius.

Notandum tertiò, eodem modo poſſe conſtrui arcum Elumbem, ſeu depreſſum; ſi nempe ſupra lineam BE deſcribatur elumbis arcus.

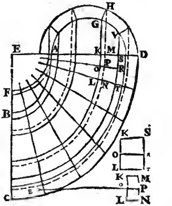
PROPOSITIO II.

Problema.

Arcum Ellypticæ coronæ imponere.

Sit corona Ellyptiea comprehenſa duabus Ellypſibus concentricis, & æquali intervallo diſtantibus ab invicem; ſintque Ellypſium quadrantes AB, CD: ex communi centro E; fiat quadrans circuli, diviſus in partes æquales, ſecundùm magnitudinem lapidum quibus utendum eſt: tum per ſingula diviſionum puncta ducantur radii, quos æquales eſſe ſuppono, nempe ſegmenta radiorum inter ſuas Ellypſes intercepta. Supra unum ex radiis, nempe AD, deſcribatur ex more arcus duplex, dividendus in quotcumque partes æquales, numero impares: ducantur item commiſſuræ, & perpendiculares; tum per ſingulas extremitates perpendicularium, deſcribantur Ellypſes dividentes radios in partes æquales, quibus poſitis.

Primò in arcu deſcripto habentur omnia exemplaria frontis; vellem tamen, ut firmiùs totus fornix ſibi conſtaret, ſupra alium radium deſcribi alium arcum duplicem æqualem priori; ſed ita diviſum ut commiſſuræ unius cadant, in medium exemplar alterius.



Exemplaria commiſſurarum ita habebuntur. Quæratur exemplar commiſſuræ GH, pro lapide KLNM (nam in ſingulis intervallis, alia habentur exemplaria, propter flexuram Ellypſis, quæ non eſt in omnibus æquabilis) ſeparatim fiat centro E, intervallo EO, hinc inde portio Ellypſis KL, æqualis ſimili portioni in principali figura deſcriptæ, ſitque KM æqualis lineæ GH; tum ducatur ſimilis portio Ellypſis PM, PN; eritque trapezium NK, exemplar commiſſuræ GH pro lapide KLNP. Quia tamen difficile videtur hujuſmodi Ellypſis portiones deſcribere, ſatiùs ducerem tam in principali figura, quam in minori rectas lineas KL, MN; ad quas ex puncto E cadat perpendicularis EO, tum ſeparatim excitare perpendiculares OK, OL; PM, PN, æquales ſibi correſpondentibus in principali figura; eſſetque trapezium KN exemplar quod quæritur. Neque obſtat quod ex hujuſmodi perpendicularibus exurgit polygonum ovale; nam ſi lapides non ſint ingentes, error erit nullius momenti.

Pro exemplaribus concavitatis GV; ductis lineis KL, ST, ad quas ſit perpendicularis EO; ſit in charta ſeparata linea OR, æqualis lineæ GV, nempe concavitatis propriæ, fiantque perpendiculares OK, OL, RS, RT æquales lineis perpendicularibus in figura principali ductis; & habebitur trapezium KT pro exemplari concavitatis GV, nempe in lapide KT: nam in hoc fornice cujus ichnographia eſt Ellyptica, quilibet lapis habet diverſa exemplaria; unde tot diverſa deſcribenda ſunt, quot ſunt lapides in quolibet quadrante.

Hoc etiam habet hic fornix, ut ſi perficiatur tantùm media ſui parte, hoc eſt non ſuperet medietatem arcus, ſeu circumquáque perveniat ad punctum H, nempe in ſingulis arcubus; quod inquam ſubſiſtet, etiamſi tantum inſiſtat terræ in partibus D; quod videtur mirabile. Eadem eſt ratio ac de ſuperiori.

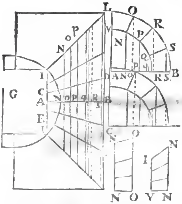
PROPOSITIO III.

Problema.

Semiarcum circa quadratum ex una tantum parte terra inſiſtentem conſtruere.

Oſtendimus in ſuperioribus propoſitionibus poſſe ſemiarcus circulares, & Ellypticos conſtrui, qui una tantum extremitate, terræ aut parietibus inſiſtant, id etiam in figura quadrata tentabimus. Sit area aliqua, ad tres aut quatuor paſſus introrſum circa muros arcu aliquo operienda, ita tamen ut in medio ſit aperta.

Sit ergo quadratum quodcumque K L, cujus ferè dimidia pars deficit in figurâ, craſſities murorum M L, ſitque ita undique conformandus ſemiarcus, ut quadratum H I maneat apertum. Ex centro G, intervallo GI, deſcribatur circulus; ducanturque primò diagonales; tum diviſo arcu I I, in quotcumque partes æquales, prout exiget magnitudo lapidum, ducantur per ſingulas diviſiones lineæ ex centro G quæ ſint AB, CD, EF, I L. Supra lineam AB ſeparatim deſcribatur ſemiarcus duplex, diviſus in ſuas commiſſuras à quibus in ſemidiametrum AB cadant perpendiculares. Tum diviſiones lineæ AB, transferantur in lineam A B principalis figuræ, & per ſingulas agantur lineæ parallelæ ipſi lineæ I I.



Item ſeparatim ducatur linea CD cum ſuis diviſionibus, ſupra quas excitabuntur perpendiculares, æquales perpendicularibus arcûs AB; habebiturque arcus ellypticus. Eodem modo fiet arcus ellypticus, ſed oblongior ſupra EF, item ſupra IL, & aliæ ſi quæ ſic ducerentur lineæ.

In arcu ſupra lineam AB deſcripto habentur exemplaria frontis lapidum, qui terminantur in lineam A B; in arcu C D pariter inveniuntur exemplaria frontis pro lapidibus terminatis ad lineam C D; & ita de reliquis.

Exemplaria commiſſurarum ita deſcribuntur. Sit deſcribendum exemplar commiſſuræ N O; fiat NO æqualis commiſſuræ NO arcûs BO; ſupra quam excitentur perpendiculares N N, OO, æquales ſimilibus lineis figuræ principalis, habeantque eaſdem diviſiones; denique per diviſiones ducantur lineæ obliquæ. Habebuntur in trapeſio NO omnia exemplaria commiſſuræ NO, eodem modo facies omnia exemplaria commiſſuræ PQ; aſſumendo lineam commiſſuræ P R, in arcu AB, pro prima linea; ſupra quam excitandæ ſunt perpendiculares, æquales lineis PP,RR, figuræ principalis: pro commiſſura QS utendum eſt perpendicularibus QQ, S S, figuræ principalis.

Exemplar concavitatis VN ita haberi poteſt, Sit linea VN æqualis ſubtenſæ concavitatis V N; & perpendiculares erectæ nempe VI, N N, ſint æquales lineis A I, N N figuræ principalis: pro concavitate NP, ſupra lineam æqualem ſubtenſæ N P excitandæ ſunt perpendiculares æquales lineis NN, PP figuræ principalis.

Ratio eſt quia planum arcûs ſupra AB excitati, non ſolum verticale eſt, ſed etiam ſecat totum ſemicylindrum ad angulos rectos; ergo omnes lineæ ſecundùm longitudinem cilyndri ductæ, ad eum ſunt rectæ; ideoque angulos rectos faciunt, cum omnibus lineis in eo plano ductis, nempe lineis commiſſurarum & ſubtenſis concavitatum, aut etiam convexitatum.

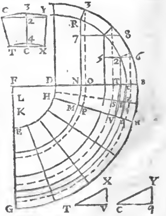
Hoc genus arcuum uſui eſſe poſſet in aula aliqua, ſi circumquáque porticus ſuſpenſa addi deberet; quod ſatius ducerem, quam longiores ex muris lapides producere, ad porticum ſuſtentandam: poſſet autem non fieri quadrans circuli, ſed tantùm quadrans arcûs elumbis.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Intra turrim rotundam ſemiarcum in helicem aſcendentem, exterius parietibus innixum conſtruere.

Sit turris rotunda, conſtruenduſque ſit fornix qui muris ex una parte, ex alia verò parte nucleo inſiſtat, & in helicem ſenſim attollatur.



Dividatur arcus D E, in quotcumque partes æquales, pro magnitudine lapidum: tum ex centro F ducantur radii DC, FG cæterique: ſupra lineam

lineam DC tanquam ſupra ſemidiametrum, deſcribatur quadrans, dividendus in ſuas commiſſuras, à quibus cadant perpendicula, & per extremitates eorum ex centro F deſcribantur circuli. Supponamus autem per ſingulas diviſiones fornicem elevari uno verbi gratia pede, ſeu ſecundùm lineam EK, hoc enim arbitrarium eſt; punctum D erit altius puncto H, ſecundùm lineam EK; pariter punctum N altius erit puncto M, ſecundùm lineam EK.

Primò exemplaria frontis omnia habentur in arcu CR; volo enim ut, lapides conjungantur ſecundùm frontem in circulo verticali, quod diligenter notandum eſt. Nam in eo poſita eſt hujus praxis diverſitas, ab eâ quæ à multis traditur, exigentibus ut ſuperficies frontis perpendicularis ſit, ad declivitatem fornicis; quæ declivitas cum ſit alia versùs circumferentiam, alia verſus centrum, eò quòd fornix versùs circumferentiam aſcendat uno verbi gratiâ ſemipede in ſingulos pedes, in medio aſcendat, uno ſemipede in ſingulos ſemipedes, quare alia eſt declivitas in extremitate, alia in medio. Ex quo ſequitur, quod ſi lineæ commiſſurarum ſunt ad declivitatem perpendiculares, non erunt inter ſe parallelæ; & conſequenter exemplaria frontis, non erunt una ſuperficies plana, ſed detorquebuntur: quod redderet praxin hujus teſtudinis valde difficilem. Quare nè quid intentatum relinquam, praxin meam hic primò proponam, aliam difficiliorem traditurus; Exemplaria igitur frontis eadem ſunto, quæ arcûs primigenii.

Poterimus facilè ſine alio ſingulis lapidibus ſuam formam, & figuram inducere, hoc modo. Lapidi primò inducatur ſuperficies frontis quæ habetur in arcu primigenio, verbi gratia, ſecundùm exemplar C6, tum in puncto C fiet angulus æqualis angulo qCB, fietque linea quæ ſit æqualis ſubtenſæ Cq, in cujus extremitate poterit duci alia linea quæ cum ea faciat angulum æqualem eidem angulo qCB. Erectâque lineâ perpendiculari, fiet ſuperficies alterius exemplaris frontis, quod non applicabitur è regione puncti C, ſed attolletur, quantùm fornix aſcendit in ſingulos ordines, verbi gratiâ uno pede; reſectiſque ſuperfluis applicabitur regula in ſingulis punctis, tam commiſſurarum quam concavitatis ſibi correſpondentibus in utroque exemplari frontis. Utendum autem erit pro baſi aliorum lapidum, nempe ut benè & concinnè ipſi inducatur ſuperficies utriuſque frontis, lineis horizontalibus 56, 78.

Demonſtratio. Oſtendo totam teſtudinem in ſuo ſtatu firmiter permanſuram; modò primus ordo ſit firmus, adhæreatque alicui muro; ita ut recedere non poſſit, & à cæteris ordinibus avelli; & teſtudo quadrantem circuli non excedat. Nam lapides in partem exteriorem inclinari non poſſunt; cùm imponantur parietibus, & per ſuas commiſſuras ſuperior inferiori innitatur, neque in partem interiorem inclinari poſſunt; cum enim versùs centrum lapides graciliores ſint, (ut oſtendit ichnographia ultimi lapidis, nempe HMND) & ſe invicem comprimant fieri non poterit, ut partes majores in locum graciliorum ſuccedant.

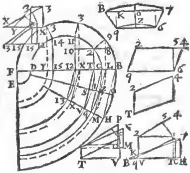
PROPOSITIO V.

Problema.

Eadem teſtudo cum ſuis omnibus exemplaribus.

Teſtudinem eamdem proponimus, quæ nullo modo differret ab eâ, quam propoſitione prima explicuimus, niſi ſenſim aſcenderet; hic enim aſcenſus, mixtus rotunditati, helicem efformat: Quæritur ergo in hac propoſitione paulò uberior ejuſdem teſtudinis praxis, perfectaque exemplarium, tam concavitatis, quàm commiſſurarum conſtructio: nam exemplaria frontis eadem ſunt. Maneant ergo exemplaria frontis, qualia habentur in arcu primigenio B, F.

Exemplaria tam concavitatis, quàm commiſſurarum aliquâ indigent præparatione; aggrediamur ergo exemplaria neceſſaria ad formationem lapidis B 2. Repetantur ſeparatim tres lineæ BH, Cq, TV; quæ ita diſponantur, ut medius exceſſus



unius ſupra aliam, ex utraque parte ponatur: tum addatur ad angulos rectos linea H7 æqualis aſcenſui fornicis, in ſingulos binos gradus, ſeu quantùm aſcendit teſtudo in arcum BH. Dein excitatâ perpendiculari ſupra punctum C, conjungantur lineæ B7, q6; illæ erunt lineæ inclinationis exemplaris commiſſuræ C B; quòd autem lineæ ſe interſecent, ſignum eſt exemplar detortum eſſe, & non componi in planam ſuperficiem. Sunt ergo duæ lineæ B7, q6, latera illius commiſſuræ, ſeu ſubtenſæ arcuum talem commiſſuram componentium; quare ſeparatim repetatur linea B7, & quia perpendicularis qK in præparatione incidit in punctum K, excitetur in figura exemplaris, perpendicularis q K æqualis perpendiculari IO, ductâ lineâ q6 erit perfectum exemplar, niſi quod illi addendi ſunt arcus in medio; igitur lineæ B7 majoris figuræ addatur ſagitta O deſumpta ex primariâ figurâ, & per puncta BO7 exemplaris deſcribatur arcus; idem dicendum eſt de arcu q6, transferenda enim eſt ſagitta Z.

Demonſtratio hujus praxis ſatis difficilis eſt, indigeretque pluribus lineis ut exactè perficeretur. Intelligendum enim eſſet planum verticale excitatum ſupra lineam BH, in quod projicerentur lineæ Cq, TV; immò & latera aſcendentia, excitanda nempe ſupra VT, Cq, BH, prout exigit aſcenſus teſtudinis. Hæ lineæ ita projectæ efficerent

RRrr iij

icut figuram qualem in præparatione formavimus, in qua linea qK (*per primam primi hujus*) indicabit punctum in quod cadet perpendicularis in opere ipſo, nempe quæ ducetur à puncto q ad lineam B 7.

Non diſſimili ratione formandum erit exemplar concavitatis, repetendo lineam 2 5 4 ex præparatione, in cujus puncto 5, excitanda perpendicularis 56; tum in puncto 4 aptanda linea 46, æqualis ſubtenſæ C 2. deſumptæ ex figura primigenia, exinde in puncto 6 agenda linea 6 q parallela lineæ 2 5 4, & æqualis lineæ q 6 deſumptæ ex præparatione, & erit perfectum exemplar concavitatis.

Præparatio ſecundæ commiſſuræ 29, & concavitatis 2 1 1 talis erit. Quia punctum 2 eſt infra punctum 9, lineâ 89; repetatur linea TV, cui ſuperimponatur linea LM, deſumpta ex prima figura, quæ ab ea diſtet ſecundùm lineam 89, ſuperimponatur item linea 12, æqualis lineæ 12,13, primæ figuræ, quæ diſtet à linea TV, ſecundùm lineam 10,11; his lineis adjiciatur aſcenſus unius gradûs. æqualis nempe lineæ H 7, hoc eſt lineæ VC, MN, 1 2 P æquales ſint lineæ H7 primæ præparationis; tùm ducantur lineæ TC & aliæ, quæ erunt latera exemplarium, nempe T C, L N commiſſuræ 29; & TC, 13P, concavitatis 2 11: quæ latera ſitum habent aptum ad inveniendas perpendiculares.

Ex hac præparatione facilè componemus exemplaria tàm concavitatis 2 11, quam commiſſuræ 29 eâdem methodo, quâ ſuperiora compoſuimus. Quia in hac præparatione, quæ eſt projectio omnium laterum inter ſe parallelorum, in planum verticale ipſis pariter parallelum, habetur diſpoſitio perpendicularium, ab extremitate unius lateris ad aliud, ut jam ſupra indicavimus, habetur item longitudo laterum reliquorum in figurâ primigeniâ ex quibus facilè omnia perficiuntur.

Appoſuimus in figurâ tertiam præparationem, pro clavi, & commiſſuris eam ambientibus: hæc autem ex ſchemate facilè intelligetur.

Uſus exemplarium talis eſto. Paretur una ſuperficies lapidis, quæ ponatur eſſe ſuperficies frontis; cui exemplar frontis applicetur; tum inducantur ſuperficies commiſſurarum, & concavitatis; non quidem uno tenore, ſed quaſi ſenſim; eò quòd, ut dixi, ſuperficies prædictæ planæ non ſint, ideoque toties adhiberi debent exemplaria donec omnino congruant, quod pluries præſtandum, ne lapis non nihil in concavitate ſua, & commiſſuris detorqueatur.

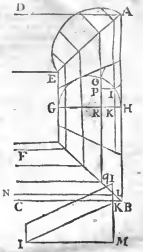
Alia methodus negligit exemplaria communia, & aſſumit exemplaria inclinationis; ut in primo lapide, ad componendum tale exemplar, utendum eſſet lineâ 24, (quæ eſt latus inclinatum reſpondens, lineæ TV, in quam cadit perpendicularis 2T,) & ipsâ perpendiculari 2T etiam utendum eſſet Ut ſi ſeparatim ducatur linea 24 cum ſua inclinatione, cui addatur linea 2 T, perficiaturque parallelogrammum T4: hoc exemplari ita uteris. Inducatur lapidi ſuperficies plana, quæ reſpondet lineæ 2T. huic applica exemplar T4; tum induces alias duas ſuperficies planas ſecundùm angulum V T B; quibus ſi utrinque applices exemplaria frontis, dabitur punctum C: videbiturque quid reſecari oporteat utrinque. Hæc methodus faciliima eſt, fitque quaſi per reſectionem, unde illa utemur pleruṁque. Si inducenda ſit concavitas, hæc ferè fiat ſecundum concavitatem VIT, niſi quod linea 24 paulò major eſt linea VT, ex quo fit ut in eius medio ſagitta SI illi aptanda ſit; difficillimum erit iſta intelligere, niſi ad praxin revocentur; quod in multis aliis accidet.

PROPOSITIO VI.

Problema.

De helice ſancti Ægidii quadratâ.

Sit quadratum ABCD; in quo vacuum relinquitur aliud minus quadratum E F, ſitque imponenda helix ſancti Ægidii exteriori quadrato.



Dividatur ſpatium AB, in quotlibet partes, prout plures, vel pauciores gradus continere debet; diviſus ſit in quatuor; ſuper unâ eius lineâ GH deſcribatur ſemicirculus, vel ſi velimus, arcus clumbis, dividendus more ſolito in ſuas commiſſuras, à quibus ad diametrum G H cadant perpendicula producenda; ſuper linea EA ſi deſcribendus ſit arcus, transferantur perpendicula arcûs GH in arcum E A. Idem dicendum eſſet, ſi deſcribendi eſſent arcus ſuper aliis lineis, & hoc ſufficeret ſi teſtudo non repetet ſenſim; quia autem ſenſim attollitur, neceſſariò habenda ſunt exemplaria inclinationis. Sit verbi gratia formandus lapis HI, ſecundùm longitudinem B H, ſit ſeparatim linea LM æqualis lineæ LK figuræ primigeniæ; cui ad angulos rectos addatur linea MK altitudo duorum graduum, ſi tot ſint gradus à puncto B ad H, linea LK erit latus inclinatum illius lapidis, cui ſi addatur linea K I, abſolvaturque parallelogrammum, illud erit exemplar inclinationis reſpondens lineæ KI. Ita autem formabitur lapis. Inducatur lapidi ſuperficies plana reſpondens lineæ KI, cui applicetur exemplar LI, reſectiſque ſuperfluis inducantur duæ ſuperficies ſecundùm angulos LKH, KLB; his applicabis exemplaria frontis, quæ habentur in arcubus GH, EA; cuilibet ſuum proprium, tum animadvertes quid reſecandum ſit ex lapide, nempe triangulum mixtum KIH.

Si

Si lapis angularis formandus eſſet, attendum ferè eſſet praxi fornicis clauſtralis, vel inducendæ duæ ſuperficies ad angulos rectòs; nempe quæ reſponderent lineis LN, LK, quibus duo exemplaria inclinata applicares; cætera perficerentur ut jubet ſuperior praxis.

Pro ſecundo lapide I o, loco lineæ LK, aſſumenda eſſet linea qR ſeu illi æqualis, cui addenda perpendiculariter altitudo duorum graduum, tum linea æqualis lineæ PO, nempe loco altitudinis K I; tum formaretur ſuperficies plana ſecundùm illud exemplar, & aliæ duæ item planæ, ſecundùm q R H, R q B; poſteà applicarentur exemplaria deſumpta ex propriis arcubus nempe totum exemplar O P I.

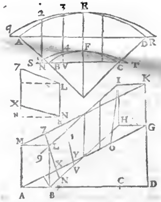
Demonſtratio hujus praxis facilis eſt; Si enim nulla in hac teſtudine adderetur inclinatio, ope arcuum deſcriptorum & praxi datâ perficeretur totum opus; quod firmum conſiſteret, propter commiſſuras, ex arcubus deſumptas; aſcenſus autem teſtudinis facilè additur, ope exemplarium inclinatorum. Hæc praxis potius adhibenda eſt, quam quæ per exemplaria concavitatis, & commiſſurarum perficitur.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Segmentum helicis ſuſpenſum.

Sæpe accidit, ut ad ſuſtentandos gradus, in helicem conformatos, opus ſit aliquo ſegmento helicis in turri rotunda ad immittendum multum lumen.



Sit ergo planum horizontale ABCD, ſubſtratum helici imponendæ, ſintque arcus AED, BFC ſectiones illius plani & turris rotundæ. Ducantur AD, BC, quæ ſeparatim repetantur, ita aptatæ ut medius exceſſus majoris, ſupra minorem, hinc inde addatur minori. Sit linea DG aſcenſus helicis in toto illo ſpatio; ut ſi in ſpatio A E D debeant eſſe 4 gradus, ſit linea DG duorum pedum; communiter enim quilibet gradus unico ſemipede aſcendit: ſit linea G H horizontalis, æqualis lineæ C D, lineæ BH, AG erunt latera inclinata reſpondentia lineis AD, BC. Sit linea H I craſſities lapidum, ductâ linea KI parallela & æquali lineæ HG, per puncta K & I ducantur parallelæ, & æquales lineis AG, BH. Denique ex quolibet puncto infra aſſumpto, tanquam centro ducantur commiſſuræ LN, IO, diviſáque lineâ LI in quotlibet partes, ſatiùs foret in partes numero impares, licèt in hoc exemplo diviſa ſit in pares, ducantur reliquæ commiſſuræ; ſiant lineæ S T, qR æquales lineis AG, BH, & per puncta S, F, T, q, E, R deſcribantur circuli. In lineas ST, qR, linearum AH, BG diviſiones transferantur, ut N, V, X, Y, per quæ puncta ducantur perpendiculares ſecantes, circulos SFT, qER, hæc puncta in circulis ad commiſſuras pertinebunt. Quare ducendæ erunt lineæ conjungentes puncta circulorum ad eandem commiſſuram pertinentia, habebunturque exemplaria inferiora frontis. Nam in turri rotunda frons contrario ſenſu ſinuitur, ac in arcu ſimplici ſeu cujus axis parallelus eſt horizonti, neceſſaria eſſet & alia figura, in qua repetitis lineis MK, LI deſcriptiſque circulis, & tranſlatis diviſionibus haberentur exemplaria frontis ſuperioris.

Exemplaria concavitatis, & convexitatis habentur in ſecunda figura; ut exemplar primum concavitatis eſt triangulum LBN, ſecundum erit trapezium LNVS, reliqua autem erunt trapezia inter lineas BH, LI comprehenſa. Qui vellet exactiùs procedere, pro linea BN aſſumeret circumferentiam SI, pro linea NV circumferentiam 14 & ita deinceps. Pariter pro linea L 5 quæ eſt aliud latus exemplaris concavitatis, aſſumendus eſſet arcus illi reſpondens; diximus enim delineandam eſſe aliam figuram in qua deſcribendi eſſent arcus, reſpondentes lineis LI, MK.

Exemplaria convexitatis habentur inter lineas AG, MK iiſdem obſervatis.

Reſtant exemplaria commiſſurarum. Primum erit rectangulum AMLB quod ſecundum lineam AB, muro inſiſtere debet; primus enim lapis ſaltem aliquantiſper muro inniti debet. Secundum exemplar commiſſuræ repræſentatur lineâ N 7, habetque in concavitate latus LN, in convexitate latus 7 X, & punctum L eſt punctum in quod cadit perpendicularis, à puncto L concavitatis ad latus 7X, ſicut punctum N eſt illud in quod cadit perpendicularis ex puncto N, ad idem latus. Repetatur ergo linea 7N cum ſuis diviſionibus, & in punctis L & N excitentur perpendiculares, tum aptetur linea XN æqualis lineæ 12, item linea 7L deſumpta ex figura quam non deſcripſimus: innuimus tamen methodum quâ deſcribenda eſſet ferè ſimilis primæ figuræ, ſunt enim diviſiones linearum MK, LI, paulò aliæ, ac diviſiones linearum AG, BH. Ita fient reliqua exemplaria commiſſurarum.

Uſus exemplarium talis erit, incipere poteris à ſuperficie commiſſuræ unius, quam induces lapidi, applicatoque exemplari reliqua reſecabis; tum in extremitate versùs concavitatem fiet, angulus inclinationis æqualis angulo LNB; ſi fuerit commiſſura N7, versùs convexitatem fiet angulus LXA, in parte ſuperiori versùs concavitatem fiet angulus NL 9, versùs convexitatem angulus N 7 M. Nam ſuperficies frontis, tam inferioris, quàm ſuperioris plana non eſt, ſed nonnihil detorta, ut ſatis indicant lineæ AG, BH, quæ non coincidunt, ſed ſe invicem ſecant. Superficiei ita detortæ applicabis exemplar frontis, inferioris,

aut ſuperioris tum applicabis concavitati, & convexitati ſua exemplaria plana, vel ea excavabia circulus qER, S F T ſi eos applices ſecundùm lineas inclinatas, vel circulis AED, BFC, ſi horizontaliter iis utaris. Ut autem melius excaventur utendum eſt angulis mixtis ut 15, 341; iſta vix concipi poſſunt niſi fiant figuræ ſolidæ, cum ſit difficile concipere tale opus jam perfectum, multò minus in planum projectum.

Demonſtratio totius praxis petitur ex projectione. Finguntur enim planum verticale æquidiſtans, tam lineis AD, BC, quam lineis inclinatis AG, BH, in quod hæ lineæ projiciantur: item finguntur alia plana ad tale planum verticale recta, ſe interſecantia in uno centro; quæ ſunt plana commiſſurarum, quorum communea ſectiones ſunt N 7, V 8: & quia hæc plana ſunt recta, ad planum verticale propoſitum, latera parallela in eandem rectàm projiciuntur, & ex hac projectione innoteſcit punctum, in quod cadit perpendicularis ducta ab extremitate unius lateris in aliud.

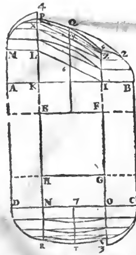
Ut autem ſciatur diſtantia linearum AG, BH, quæ ferè parallelæ ſunt, hoc eſt non conveniunt, quamvis non ſint in eodem plano, bene illas denuò notavimus in qR, ST, addidimus item alium circulum longiorem, ut oſtenderetur convexitas turris ſequendo tractum obliquum: qoamvis ut verum fateat potius ovalia deberet eſſe, nam ſectio cylindri eſt Ellyptica; ſed iſta ſunt minutiora, reliqua ex his intelligentur.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Scala ſuſpenſa, cujus teſtudo Clauſtralis.

Sit quadratum ABCD, in quo ſcalæ conſtruendæ, ita tamen ut in medio ſit ſpatium quadratum EFGH, quod vacuum ſit; ſintque quadrata AE, BF horizontalia, ſicut & totum ſpatium DH, GC; in ſpatiis autem GF, FE, EH ſit aſcenſus graduum. Sit linea LK altitudo omnium graduum, qui ſupra KF diſponi poſſunt, tum ducatur linea L I; & ML parallela lineæ AK; ſupra ML, IB, DN, OC deſcribantur quadrantea dividendi in partes æquales; ducantur lineæ parallelæ ſemidiametris ML, IB, DN, OC; conjunganturque lineæ parallelæ lineæ I B; aliæ item parallelæ rectæ NO. Fiat arcus P q 5 valde elumbia, conveniens, quàm optimè fieri poterit cum quadrante M P, & hoc ſine ullo angulo, quamvia id fieri non poſſit in puncto 5, idem obſervandum eſt in puncto V. Sagitta YQ dividatur in quatuor partes, tum ſupra lineam XZ fiat arcus ita elumbis, ut eius ſagitta, tres tantùm contineat quadrantes ſagittæ YQ, ſequens arcus duos, & alius unum, ita ut ſupra lineam LI, nullus deſcribatur arcus, idem obſervetur circa arcum RTV.



Uſua hujus delineationis talis erit, intelligenda eſt figura totius operis; primò fornix qui reſpondet ſpatio DHGC debet eſſe ferè clauſtralis, niſi quod nonnihil in medio attollatur, cogitentur enim quatuor ordines lapidum, qui poterunt habere commiſſuras pro ut exigent arcus elumbes; conſiſtent autem ſinguli ordinea, quia ſunt arcuati: ordo tamen muris adhærens rectus erit, poterit tamen habere commiſſuras ex arcu petitas. In his non video difficultatem, niſi in angulis DH, CG, in quibus lapides ſecari debent prout exigit teſtudo clauſtralis in ang lia ſuis.

Majorem inveni difficultatem circa punctum 5, ſi enim ſecarentur lapides ſecundùm concavitates a 5, Q 5 non conſiſterent, ideoque facto arcu unico PQ2, debent lapidum commiſſuræ ſequi illiua concavitatem.

Hoc ſcalarum genus non ultra primam contignationem protenditur ſi ex lapidibus conſtruatur, præcipuè ſi ſuperiores ſcalæ inferioribus innitantor, eò quòd cum ſinguli ordines non multùm exorbitent à linea recta, firmitatem non habent, uſque adeò magnam: unde plurimi diffidentes firmitati operis, lapides inter ſe vinculis ferreis conſtringunt. Neque tamen opus erit tali cautione, ſi quæ diximus bene obſerventur, neque lapidum commiſſuræ ita fiant, ut circa medium impellantur, hoc eſt ſinguli lapidum ordines ſint quaſi ſeparati, & quaſi verticaliter inter ſe conjuncti, ſic enim ordo inferior ſuperiorem non impellet verſùs partes interiores.

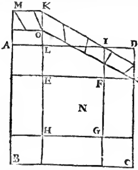
Addidimus arcus M4, C3, qoi denotant concavitatem operis circa lineas 6Q, 7T, ſit autem addendn lineas O3, L4: quæſitoqoe centro illius arcûs in lineis OC, ML productis, qui alios arcus deſideraret ſupra diagonales DH, CG, deberet ſupra eorum diviſiones, excitare perpendiculares eo modo quo diximus jam ſupra, in ſimilibus caſibua.

PROPOSITIO IX.

Aliud genus ſcalarum firmius priore.

Sit ſicut in præcedenti propoſitione quadratum ABCD, ſitqoe relinqoendum ſpatium vacuum EFGH, ſintque duo quadrata AE, BF plana horizontalia, ſicut & totum ſpatium BHGC. Sit linea LK altitudo omnium graduum, qui ſupra lineam IL diſponi poſſunt; ducatur linea KI repræſentans inclinationem graduum, & linea MK horizontalis,

horizontalis. Tum ſeligatur quodcumque cen-

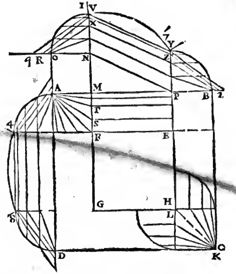


trum N. è quo ad diviſiones arbitrarias lineæ KI ducantur commiſſuræ, producaturque linea KI uſque ad lineam DC, modò lapides craſſitiem ſufficientem habeant, hoc eſt linea KO non ſit modica; poterunt lapides ſecundùm exemplaria frontis propoſita figurati firmiter conſiſtere, & gradus ſuſtentare; ut ſatis per ſe patet, neque in eo ulla difficultas apparet.

Pariter ſupra lineam BC aut arcus valdè elumbis, & à linea recta minimè exorbitans, aut in lineam rectam degenerans deſcribatur. Tota difficultas, hujus operis erit in formandis lapidibus, qui utrique communes ſunt. Nam in puncto K, quod perpendiculariter, ſeu verticaliter inſiſtit puncto E, ubi incipere debet aſcenſus aliorum graduum, quare lapides circa K, & I, duobus arcubus communes erunt. Cavendum igitur eſt ne commiſſuræ fiant, circa puncta O, & I ut in hac figura uſurpatum eſt, hoc enim difficultatem pareret. Cætera ſunt facilia, nec magis indigent explicatione, cum ſatis ſuperque pateat, totum opus eſſe ſatis firmum, modò tamen parietes competentem habeant craſſitiem: nam arcus in lineas rectas degenerantes, magnos habent impulſus.

PROPOSITIO X.

Scala quadrata, inſtructa conicis teſtudinibus quadratis, in quatuor ſcilicet angulis.



In Propoſitione octavâ, aliquam inveniemus difficultatem, in quatuor angulis, in quibus planæ debent eſſe ſcalæ; quare in hoc exemplo addemus quatuor conicas teſtudines quadratas, quæ multùm firmitatis toti operi afferent; reliqua autem praxis ſimilis erit illi quam propoſitione octava tradidimus.

Sit ergo quadratum ABCD, in quo conſtruendæ ſint ſcalæ, ita ut in quadratis BE, AF DG, CH conicæ teſtudines ſint faciendæ, ſeparatim repetatur quadratum KL, æquale ſingulis quadratis ſupra recenſitis, factiſque ex more duobus quadrantibus diviſis in quotcumque partes, demiſſiſque perpendiculis, exinde lineis ichnographicis commiſſurarum in puncto K. Diviſio plani horizontalis LK, cenſeatur tranſlata in quadrata BE, AF, DG, CH, ut vides in quadrato AF; ſit linea MN altitudo omnium graduum, qui ſupra lineam MP collocari poſſunt; ducaturque linea inclinata NP. Sit ON parallela lineæ AM; ex punctis N & P deſcribantur quadrantes circulorum diviſi in quotcumque partes æquales; per ſingulas diviſiones

ſiones ducantur lineæ parallelæ ſemidiametris AM,PB,& per extremitates illarum linearum ducantur lineæ inclinatæ, parallelæ lineæ PN, ſupra quas, ſicut in propoſitione octava deſcripti intelliguntur arcus ſemper minus & minus convexi. Supponatur totum ſpatium AF, DG, debere eſſe horizontale, hoc eſt nullos in eo collocandos eſſe gradus; eadem pro eo conſtruenda eſt figura, ac in propoſitione octava. Transferatur linea AF, in Nq, AS, in NR, & ita conſequenter,& à punctis q, R, cæteriſque ducantur lineæ qV, RX; idem fiat circa puncta A, B, D, item per puncta T, S, ducantur parallelæ lineæ FE, & perfecta erit delineatio.

Non explico hîc methodum componendi teſtudines conicas in quatuor angulis, hæc enim peti debet ex libro teſtudinum conicarum, neque etiam ſingulos arcus, qui ſupra lineas VY, XZ, cæteraſque intelligi debent. Sola conjunctio cotum arcuum cum teſtudinibus conicis aliquid videtur continere difficultatis. Conjunguntur autem commiſſuræ teſtudinum conicarum cum fronte arcuum inclinatorum verbi gratiâ, commiſſura quæ in medio Tholo teſtudinis conicæ poſita eſt, eo modo quo linea qV, conjungitur cum linea VY, ideoque poſſet fieri exemplar, cujus commiſſura concavitatis, pro teſtudine conica eſſet linea qV,& linea commiſſuræ frontis eſſet VI, nullum hîc pono circulum exteriorem, quia craſſities arcus, ad libitum fingitur. Unde ſi in materia flexibili notentur hæ lineæ, illæ aptari poterunt lapidi, qui in tholo teſtudinis conicæ fingitur, neque opus eſt lineis integris, ſed tantum angulo qVY, ut lapides communes teſtudini,& arcui formari poſſint: angulus tamen, quem hæc duo plana ſumpta ſecundum lineas perpendiculares continebunt, invenuntur in plano horizontali, ſaltem pro medio tholo, ejuſque AFE.

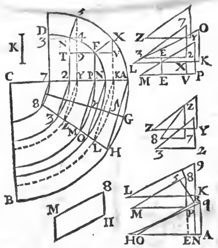
Conjunctio ſequentis arcûs, cum commiſſura teſtudinis, erit RXZ, & ita conſequenter. Ratio eſt quia lineæ qV, RX, & aliæ, ſunt latera inclinata teſtudinis. Cum enim linea qN facta ſit æqualis lineæ ichnographicæ AF, & linea NV ſit altitudo mediæ teſtudinis, erit linea qV latus inclinatum, ſeu commiſſura concavitatis teſtudinis conicæ; ita oſtendam reliquas lineas RX, cæteraſque eſſe reliquas commiſſuras concavitatis, ſeu latera inclinata.

Ut autem faciliùs tota praxis procedat, extricetúrque magis; vellem teſtudinem conicam AF, ſeu ONV ſimpliciter fieri, contra cujus latus MF aut quadrantem circuli ſupra illum deſcriptum innitterentur arcus inclinati, ſeu reptantes, nempe ſupra lineas inclinatas VY, XZ cæteraſque deſcripti. At veró in teſtudine BE, obliquè minuerentur extremitates lapidum, nempe ſecundùm quadrantem ſupra PE deſcriptum, & hoc juxta commiſſuram ex centro circuli V 7 Y ductam, ut oſtendit linea YS. Idem præſtandùm eſſet in punctis 4, & 8, nam lineæ obliquè ductæ oſtendunt nonnihil minuendos eſſe lapides teſtudinum conicarum ſecundùm quadrantes, ut oſtendunt lineæ 4 & 8, ſic enim neceſſarium non erit rationem habere conjunctionis teſtudinum conicarum cum arcubus; optimum tamen erit ſi aliqui lapides, utrique communes ſint, ut meliùs inter ſe teſtudo, & arcus cohæreant.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Scala ex parte inferiori ſuſpenſa in turri rotundâ.



Hoc ſcalarum genus admirabilitatem aliquam præ ſe fert, habet enim teſtudinem unicâ tantum ſui parte parietibus innixam; ideoſque induſtriam maximam requirit; quam, licet jam dederimus

propoſitione

propoſitione quintâ, repetimus tamen majoris explicationis gratia. Eam teſtudinem abſolvemus, ſi teſtudini Sphæricæ inclinationem aliquam tribuamus; quia oſtendimus ſuprà teſtudinem ſphæricam, ita fieri poſſe ut in medio relinquatur quantumlibet magna vacuitas; ſinguli enim ordines circulares ita ſe ſuſtentant, ut ſuperiorum adminiculum non requirant; quare ſi imperfectæ teſtudini Sphæricæ, aut elumbi addatur inclinatio, ſeu fiat reptans teſtudo, abſolvetur opus quod quærimus.

Sit ergo quadrans turris rotundæ ABC cujus centrum C, ſupra ſemidiametrum AC deſcribatur arcus elumbis AD imperfectus, quia teſtudinem volumus imperfectam. Dividatur arcus N D in quotcumque commiſſuras, æquales AF, FE, ED, à quibus cadant perpendicula in ſemidiametrum, tum ex centro C per ſingulas diviſiones ſemidiametri AC, deſcribantur circuli, qui erunt veſtigia horizontalia ſingulorum ordinum; ſint AG, GH ſpatium duorum graduum, ſitque linea K altitudo eorum, ducantur chorda AH, cæteræque ipſi parallelæ.

Primò habemus omnia exemplaria frontis in arcu A D.

Fiat autem pro ſingulis lapidibus una præparatio, verbi gratiâ pro lapide AF, in unam lineam conjungantur lineæ AH, NO, quia ſunt in eodem plano; excitentur perpendiculares Aq, NR æquales lineæ K, tum ducantur latera inclinata Hq, OR, ſit MP æqualis ſibi correſpondenti in prima figura, diſtans à lineâ AH ſecundùm lineam PF, deſumptam ex prima figurâ, excitetur perpendicularis æqualis lineæ K, & conjungatur linea M 8, ad eam ducatur perpendicularis R 5 Hæc erit prima præparatio.

Pro ſecundo lapide præparatio. Repetatur linea PM, & linea LK, quæ ſit altior illâ, ſecundùm lineam VX, repetatur item linea 23, altior quam linea PM, ſecundùm lineam TE, ultimò repetatur linea YZ altior quàm linea 23, ſecundùm lineam 95, his adjungantur lineæ æquales, lineæ K ducanturque latera inclinata.

Pro tertio lapide repetatur linea 32, cui adjungatur linea 87 altior quam illa ſecundùm lineam 3 D, item linea ZY altior quam linea 32, ſecundùm lineam 45: addantur ſingulis perpendiculares æquales lineæ K, & ducantur latera inclinata cum eadem habitudine, quam habent inter ſe, ita ut ſi ab extremitate unius ad aliud ducatur perpendicularis, invenire poſſis punctum in quod cadit perpendicularis in ipſo opere.

His peractis facilè habebis omnia exemplaria. Incipiamus ab exemplari commiſſuræ AN, in cujus præparatione, pro AH, quæ eſſet ejus longitudo, niſi obſtaret inclinatio fornicis, ſumenda eſt linea Hq, & pro linea ON, linea OR; diſtantia inter utramque perpendiculariter ſumpta erit linea 78, deſumpta ex primaria figura. Ita abſolvetur primum exemplar commiſſuræ; non debet autem omnino eſſe planum, quod ſatis indicant lineæ Hq, OR ſe interſecantes, hæc enim interſectio oſtendit, eas in eodem plano non eſſe.

In eadem præparatione habebis exemplar concavitatis FN, utendo nempe lineis OR, M8, quarum habitudinem ſatis oſtendit perpendicularis R 5.

In eadem item præparatione habebitur exemplar commiſſuræ FX, utendo lineis M 8, L9.

Ex aliis præparationibus eruentur reliqua exemplaria, ut pro concavitate EF, lineæ MY, 37; & ita de cæteris.

Sed ſine ullis exemplaribus concavitatis, & commiſſurarum, cum ſolis exemplaribus inclinationis totum opus abſolvemus. Nam pro primo lapide aſſumenda eſt linea inclinata M 8 cum ſua inclinatione, cui addatur linea 8, 11, æqualis lineæ PF, tum perficiatur parallelogrammum, inducatur lapidi ſuperficies plana, cui applicabitur parallelogrammum M 11, cum hâc ſuperficie fiant aliæ duæ ſuperficies ſecundùm angulum MPA deſumptum ex primaria figura; his ſuperficiebus induces duo exemplaria frontis NFA, quorum unum altius erit alio, prout id indicabit ſuperficies parallelogrammi reptantis M 11.

Pro exemplari inclinationis ſecundi lapidis, utere lineâ inclinatâ 30, & perpendiculari ET. Pro tertio lapide utere lineâ inclinatâ 8 Z, & perpendiculari D3.

Demonſtratio eadem eſt quæ quintæ hujus, nam lapides in ſingulis ordinibus cadere non poſſunt versùs partes exteriores, quia parietibus inſiſtunt, non cadent etiam versùs centrum, quia cum ex ea parte ſint graciliores, ſe invicem coërcent, neque enim partes craſſiores locum gracíliorum occupare poſſunt.

Ad majorem operis firmitatem nollem ut ſinguli ordines ſepararentur, ſed ut lapides nonnulli communicarent, & commiſſuræ non omnes inter ſe congruerent. Neceſſariùm item eſt ut primi ordines, terræ ita inſiſtant, ut recedere non poſſint; ſupremi item debent coërceri, aut aliqua teſtudine, aut ſaltem aliquo arcu in muro, exteriores incurrente. Cum enim hujus teſtudinis nullus ſit finis, opus tamen ſit, ut ordines ſuperiores coërceantur, ſupremus coërceri non poterit niſi illi addatur aliquid aliud.

PROPOSITIO XII.

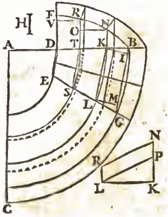
Problema.

Scala interiori parte ſuſpenſa in turri Ellyptica.

Hoc ſcalarum genus à nullo authore proponitur quod ſciam, ad uſum tamen revocatum Lugduni in domo publica. Ex iis quæ ſupra dedimus facilè intelligetur, teſtudinem enim plano Ellyptico impoſuimus, immo coronæ Ellypticæ, qui fornix ſi imperfectus ſit, & repat, opus abſolvet quale deſideramus. Sit ergo quadrans Ellypſis ABC, & alia interior Ellypſis DE, ſi fieri poteſt non tantùm concentrica, ſed etiam æquali intervallo diſtans ab exteriori, quæ diſtantia ſumatur ſecundùm radios à centro procedentes. Hoc eſt lineæ DB, EG ſint æquales, deſcribatur arcus B F, valdè elumbis, in ſuas commiſſuras diſtributus, à quibus cadant perpendicula in lineam DB, tum per extremitates perpendiculorum deſcribantur Ellypſes, æquidiſtantes, tam interiori, quam exteriori. Sit BG intervallum duorum graduum, & linea H ſit aſcenſus eorum: ducantur chordæ B G, K L, & aliæ.

Primo

Primò omnia exemplatia frontis habentur in arcu B F.



Exemplaria reliqua indigent præparationibus omninò ſimilibus, iis quas in ſuperiore propoſitione explicuimus; niſi quod dum duæ chordæ conjunguntur in unam præparationem, non debeant ita conjungi, ut longiores,ex utrâque parte excedant æqualiter eas, quæ ſunt breviores. Hoc eſt ſi ad formandum primum lapidem lineæ BG, K L conjungendæ ſunt, quia certum eſt ductis perpendicularibus KI, LM, lineam MG majorem eſſe linea I B, ideo dum conjungentur in unum, linea B G excedat ex una parte lineam K L, ſecundùm lineam M G.

Sed quia facilius eſt totum opus exequi, cum ſolis exemplaribus inclinationis; repetatur ſeparatim linea KL, cui ad angulos rectos adjungatur linea KP æqualis lineæ H, item ſit PN æqualis lineæ KN; ductâque linea LP, abſolvatur parallelogrammum L N, illud erit exemplar inclinationis primi lapidis, quo ita uteris.

Inducatur lapidi ſuperficies, cui parallelogrammum P N applicabis, tum fiant duæ ſuperficies, quæ cum ſuperficie parallelogrammi PH angulos efficiant LKB, KLG; his ſuperficiebus applicentur duo exemplaria frontis B N.

Pro ſecundo lapide, uteris linea TS, & vice lineæ PN, adjunges altitudinem OR, & pro tertio lapide altitudinem V F.

Cætera uſus ſatis docebit.

FINIS SECVNDI TOMI.

Digitized by Google

[illegible] Google

Digitized by Google